

Morpion

Peng-Wei Chen, MP, 2017-2018

Introduction

- ▶ La règle : Deux joueurs jouent sur une grille de taille 15×15 sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.

Introduction

- ▶ La règle : Deux joueurs jouent sur une grille de taille 15×15 sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- ▶ (m, n, k)-jeu

Introduction

- ▶ La règle : Deux joueurs jouent sur une grille de taille 15×15 sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- ▶ (m, n, k) -jeu
- ▶ La stratégie gagnante a été trouvée.

Introduction

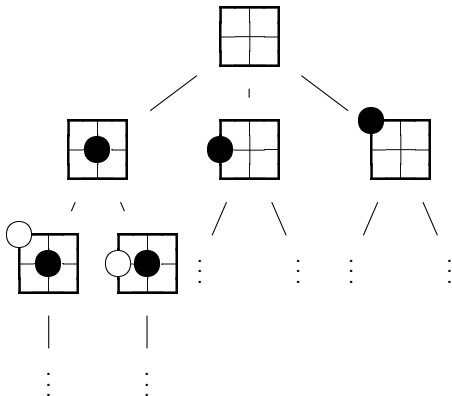
- ▶ La règle : Deux joueurs jouent sur une grille de taille 15×15 sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- ▶ (m, n, k) -jeu
- ▶ La stratégie gagnante a été trouvée.
- ▶ Les bornes inférieures.

Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.

Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.
- ▶ L'arbre de décision



Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.
 - ▶ L'arbre de décision
 - ▶ Complexité $O((m \times n) !)$

Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.
 - ▶ L'arbre de décision
 - ▶ Complexité $O((m \times n) !)$
 - ▶ Fonction de valuation

Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.
 - ▶ L'arbre de décision
 - ▶ Complexité $O((m \times n)!)^1$
 - ▶ Fonction de valuation
 - ▶ $k \leq 4$

Méthode

- ▶ On cherche tous les cas possibles.
 - ▶ L'arbre de décision
 - ▶ Complexité $O((m \times n)!)^1$
 - ▶ Fonction de valuation
 - ▶ $k \leq 4$
- ▶ On apparie les points de la grille. Si le deuxième joueur peut toujours prévenir la réussite du premier joueur en jouant le pairage, alors une telle stratégie n'existe pas.

Méthode

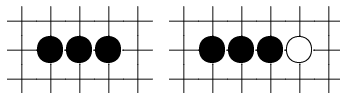
- ▶ On cherche tous les cas possibles.
 - ▶ L'arbre de décision
 - ▶ Complexité $O((m \times n)!)$
 - ▶ Fonction de valuation
 - ▶ $k \leq 4$
- ▶ On apparie les points de la grille. Si le deuxième joueur peut toujours prévenir la réussite du premier joueur en jouant le pairage, alors une telle stratégie n'existe pas.
 - ▶ $k > 7$

Exploitation - $k \leq 5$

Fonction naïve

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

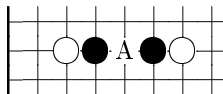
► note d'un point sur la grille



► i-vivant / i-mort / mort

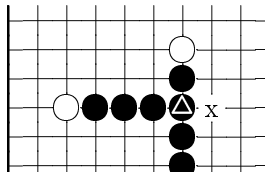
3-vivant

3-mort



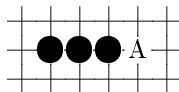
La note au point A est nulle pour le noir.

On donne 3^i au cas de i-vivant et 3^{i-1} au celui de i-mort car i-mort est en effet le cas de (i-1)-vivant. En particulier, on donne 3^{k+1} au cas où le premier joueur est sûrement gagné, c'est-à-dire k-mort ou (k-1)-vivant.



Exploitation - $k \leq 5$

Fonction naïve



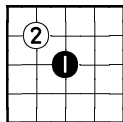
Au point A, on somme 81 (3^4 , horizontale) et 3×3 (3^1 , verticale et les deux directions diagonales).

La note au point A vaut 90.

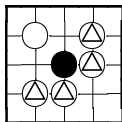
Exploitation - $k \leq 5$

L'élagage alpha-beta

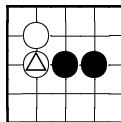
On a besoin d'améliorer notre fonction.



1



2



3

Exploitation - $k \leq 5$

L'élitage alpha-beta

On a besoin d'améliorer notre fonction.

- L'arbre de décision

Exploitation - $k \leq 5$

L'élitage alpha-beta

On a besoin d'améliorer notre fonction.

- ▶ L'arbre de décision
- ▶ L'algorithme de minimax

L'élagage alpha-beta

- ▶ L'arbre de décision
- ▶ L'algorithme de minimax

```

graph TD
    Root(( )) --- L27[27]
    Root --- RNode(( ))
    L27 --- LL27[27]
    L27 --- LR29[29]
    LL27 --- LLL4[4]
    LL27 --- LLL27[27]
    LL27 --- LLL13[13]
    LR29 --- RL2[2]
    LR29 --- RL23[23]
    LR29 --- RL29[29]
    style LLL27 stroke:red,stroke-width:2px
    style RL29 stroke:red,stroke-width:2px

```

max

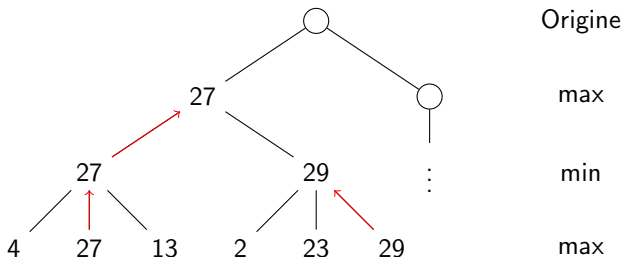
Exploitation - $k \leq 5$

L'élagage alpha-beta

On a besoin d'améliorer notre fonction.

- ▶ L'arbre de décision
- ▶ L'algorithme de minimax

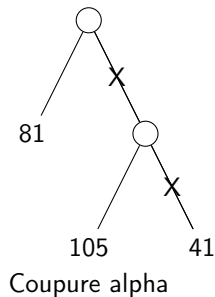
Note = difference des notes de deux joueurs



En pratique, on se donne une hauteur et on fait un parcours en profondeur.

Exploitation - $k \leq 5$

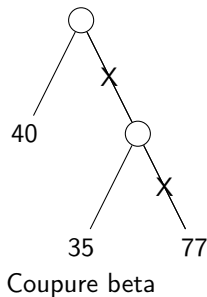
L'élagage alpha-beta



L'élagage alpha-beta

max

min



min

max

coupure alpha : niveau max

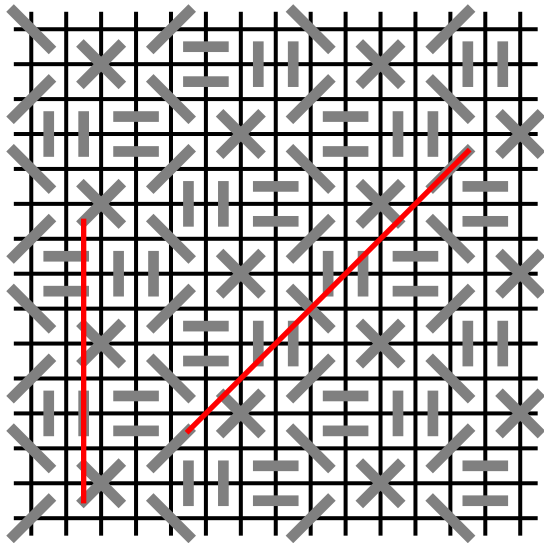
coupure beta : niveau min

Exploitation - $k \geq 8$

Le premier joueur n'a pas de stratégie gagnante lorsque $k = 8$.

Exploitation - $k \geq 8$

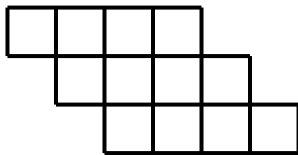
Preuve du cas $k = 9$



Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas $k = 8$

Sous-jeu

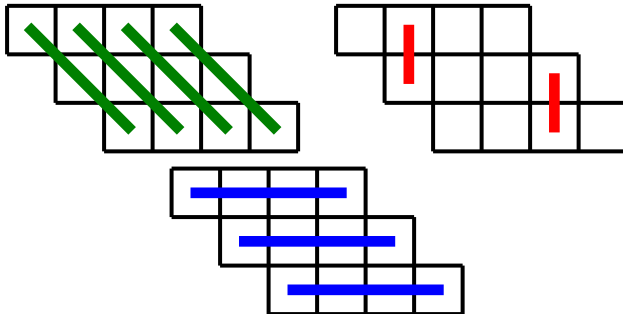


Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas $k = 8$

Règle du sous-jeu : trois façons pour gagner.

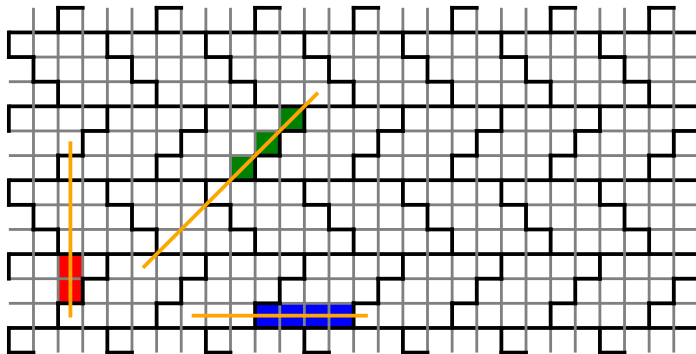
- ▶ Aligner trois symboles en diagonale.
- ▶ Aligner verticalement deux symboles.
- ▶ Aligner horizontalement quatre symboles.



Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas $k = 8$

On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.



Conclusion

On suppose que $m \leq n$.

Dans le cas où $k \leq 5$, une telle stratégie existe lorsque

- ▶ $k = 3$

$m \geq 3, n \geq 4$

Conclusion

On suppose que $m \leq n$.

Dans le cas où $k \leq 5$, une telle stratégie existe lorsque

► $k = 3$
 $m \geq 3, n \geq 4$

► $k = 4$
 $m \geq 4, n \geq 5$

Conclusion

On suppose que $m \leq n$.

Dans le cas où $k \leq 5$, une telle stratégie existe lorsque

- ▶ $k = 3$
 $m \geq 3, n \geq 4$

- ▶ $k = 4$
 $m \geq 4, n \geq 5$

Dans le cas où $k \geq 8$, il n'existe pas une stratégie gagnante pour le premier joueur.