

# Morpion

Peng-Wei Chen, MP, 2017-2018

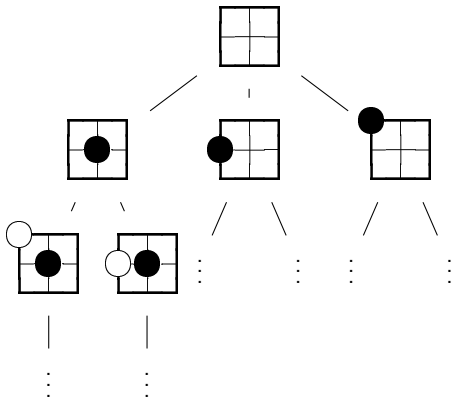
- La règle :  
Deux joueurs jouent sur une grille de taille  $15 \times 15$  sur le papier.  
Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.

- La règle :  
Deux joueurs jouent sur une grille de taille  $15 \times 15$  sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- $(m, n, k)$ -jeu

- La règle :  
Deux joueurs jouent sur une grille de taille  $15 \times 15$  sur le papier.  
Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- $(m, n, k)$ -jeu
- La stratégie gagnante a été trouvée.

- La règle :  
Deux joueurs jouent sur une grille de taille  $15 \times 15$  sur le papier. Chacun prend un symbole et on dessine au tour par tour son symbole sur la grille. Le but est d'aligner 5 symboles verticalement, horizontalement ou en diagonale pour gagner.
- $(m, n, k)$ -jeu
- La stratégie gagnante a été trouvée.
- Les bornes inférieures.

- 1 On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision



- 1 On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n) !)$

- ❶ On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n) !)$
  - Fonction de valuation



- 1 On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n) !)$
  - Fonction de valuation
  - $k \leq 4$

- 1 On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n) !)$
  - Fonction de valuation
  - $k \leq 4$

- ❶ On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n)!)^k$
  - Fonction de valuation
  - $k \leq 4$
- ❷ On apparie les points de la grille. Si le deuxième joueur peut toujours prévenir la réussite du premier joueur en jouant le pairage, alors une telle stratégie n'existe pas.

- ❶ On cherche tous les cas possibles.
  - L'arbre de décision
  - Complexité  $O((m \times n)!)^k$
  - Fonction de valuation
  - $k \leq 4$
- ❷ On apparie les points de la grille. Si le deuxième joueur peut toujours prévenir la réussite du premier joueur en jouant le pairage, alors une telle stratégie n'existe pas.
  - $k > 7$

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

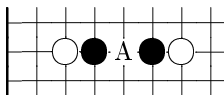
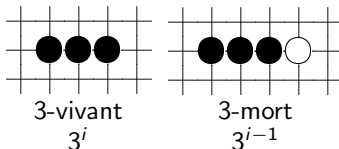
- note d'un point sur la grille

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

- note d'un point sur la grille
- i-vivant / i-mort / mort

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

- note d'un point sur la grille
- i-vivant / i-mort / mort



La note au point A est nulle pour le noir.

En particulier, on donne  $3^{k+1}$  au cas où le premier joueur est sûrement gagné, c'est-à-dire k-mort ou (k-1)-vivant.

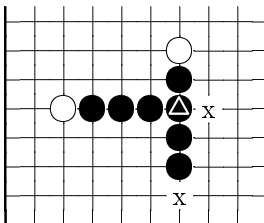


On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

- note d'un point sur la grille
- i-vivant / i-mort / mort
- L'effet de directions différentes

On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

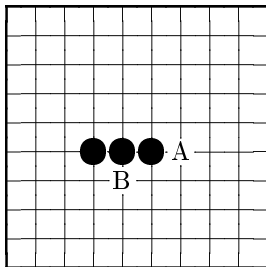
- note d'un point sur la grille
- i-vivant / i-mort / mort
- L'effet de directions différentes



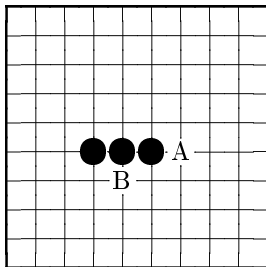
On considère le nombre de symboles non séparés dans une ligne.

- note d'un point sur la grille
- i-vivant / i-mort / mort
- L'effet de directions différentes

La « note » est la somme de ces valeurs selon les quatre directions.

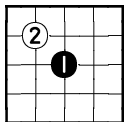


La note au point A vaut 90 ( $81 + 3 \times 3$ ).

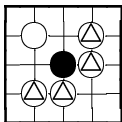


La note au point B vaut  $30 (3 + 3^2 \times 3)$ .

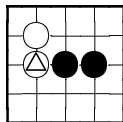
On a besoin d'améliorer notre fonction.



1



2



3

On a besoin d'améliorer notre fonction.

- L'arbre de décision

On a besoin d'améliorer notre fonction.

- L'arbre de décision
- L'algorithme de minimax



## L'élagage alpha-beta

- L'arbre de décision
- L'algorithme de minimax

```

graph TD
    Root(( )) --- L27(27)
    Root --- RNode(( ))
    L27 --- L27L(27)
    L27 --- L27R(29)
    L27L --- L27LL(4)
    L27L --- L27LR(13)
    L27R --- L27RL(2)
    L27R --- L27RR(23)
    L27RR --- L27RRR(29)
    style Root fill:none,stroke:none
    style RNode fill:none,stroke:none
    style L27LL fill:none,stroke:none
    style L27RL fill:none,stroke:none
    style L27RRR fill:none,stroke:none
    linkStyle 1,3,5,7 stroke:red,stroke-width:2px
  
```

max

## L'élagage alpha-beta

- L'arbre de décision
- L'algorithme de minimax

Origine

max

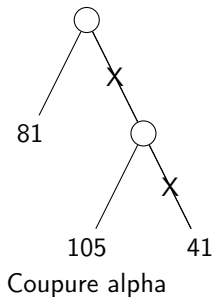
min

max

Peng-Wei Chen, MP, 2017-2018

# Exploitation - $k \leq 4$

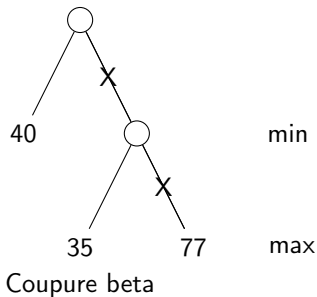
## L'élagage alpha-beta



L'élagage alpha-beta

max

min



min

max

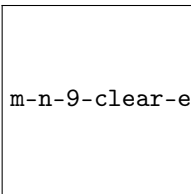
coupure alpha : niveau max

coupure beta : niveau min

Le premier joueur n'a pas de stratégie gagnante lorsque  $k = 8$ .

# Exploitation - $k \geq 8$

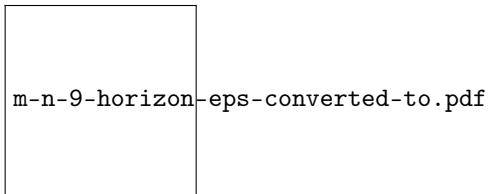
Preuve du cas  $k = 9$



m-n-9-clear-eps-converted-to.pdf

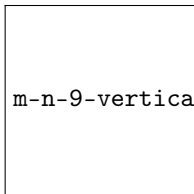
# Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas  $k = 9$



# Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas  $k = 9$

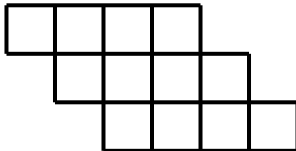


m-n-9-vertical-eps-converted-to.pdf

# Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas  $k = 8$

Sous-jeu

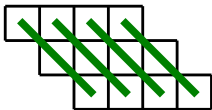




Règle du sous-jeu : trois façons pour gagner.

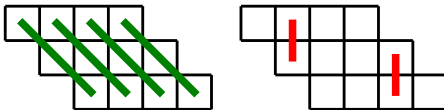
Règle du sous-jeu : trois façons pour gagner.

- Aligner trois symboles en diagonale.



Règle du sous-jeu : trois façons pour gagner.

- Aligner trois symboles en diagonale.
- Aligner verticalement deux symboles.

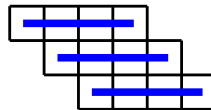
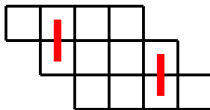
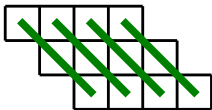


# Exploitation - $k \geq 8$

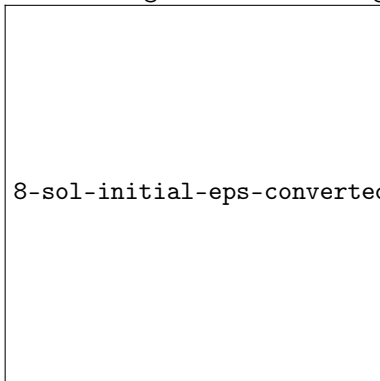
Preuve du cas  $k = 8$

Règle du sous-jeu : trois façons pour gagner.

- Aligner trois symboles en diagonale.
- Aligner verticalement deux symboles.
- Aligner horizontalement quatre symboles.

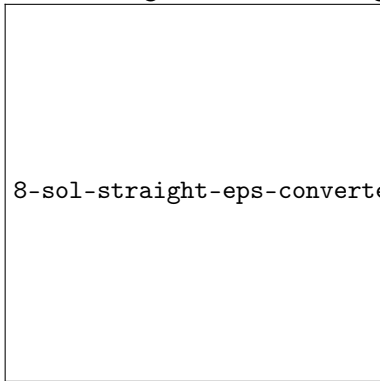


On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.



8-sol-initial-eps-converted-to.pdf

On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.

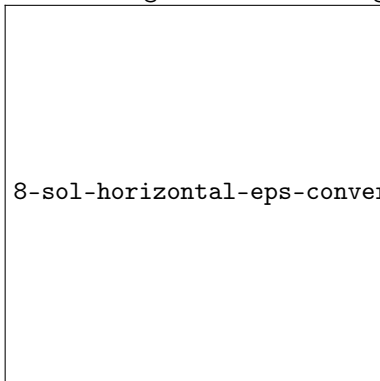


8-sol-straight-eps-converted-to.pdf

# Exploitation - $k \geq 8$

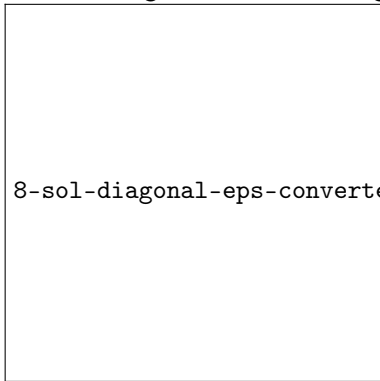
Preuve du cas  $k = 8$

On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.



8-sol-horizontal-eps-converted-to.pdf

On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.



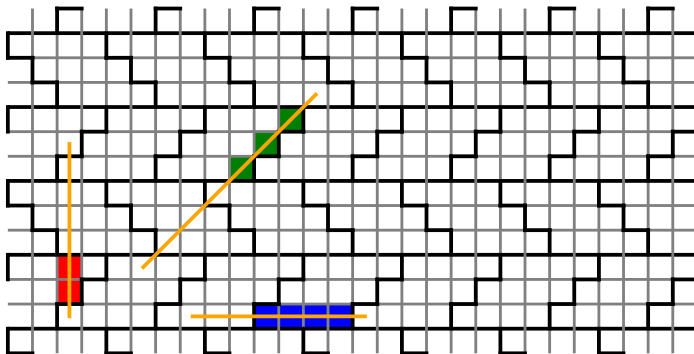
8-sol-diagonal-eps-converted-to.pdf



# Exploitation - $k \geq 8$

Preuve du cas  $k = 8$

On divise la grille initiale en des grilles du sous-jeu.



On suppose que  $m \leq n$ .

On suppose que  $m \leq n$ .

Dans le cas où  $k \leq 4$ , une telle stratégie existe lorsque

On suppose que  $m \leq n$ .

Dans le cas où  $k \leq 4$ , une telle stratégie existe lorsque

- $k = 3$   
 $m \geq 3, n \geq 4$

On suppose que  $m \leq n$ .

Dans le cas où  $k \leq 4$ , une telle stratégie existe lorsque

- $k = 3$   
 $m \geq 3, n \geq 4$
- $k = 4$   
 $m \geq 4, n \geq 5$

On suppose que  $m \leq n$ .

Dans le cas où  $k \leq 4$ , une telle stratégie existe lorsque

- $k = 3$   
 $m \geq 3, n \geq 4$
- $k = 4$   
 $m \geq 4, n \geq 5$

Dans le cas où  $k \geq 8$ , il n'existe pas une stratégie gagnante pour le premier joueur.