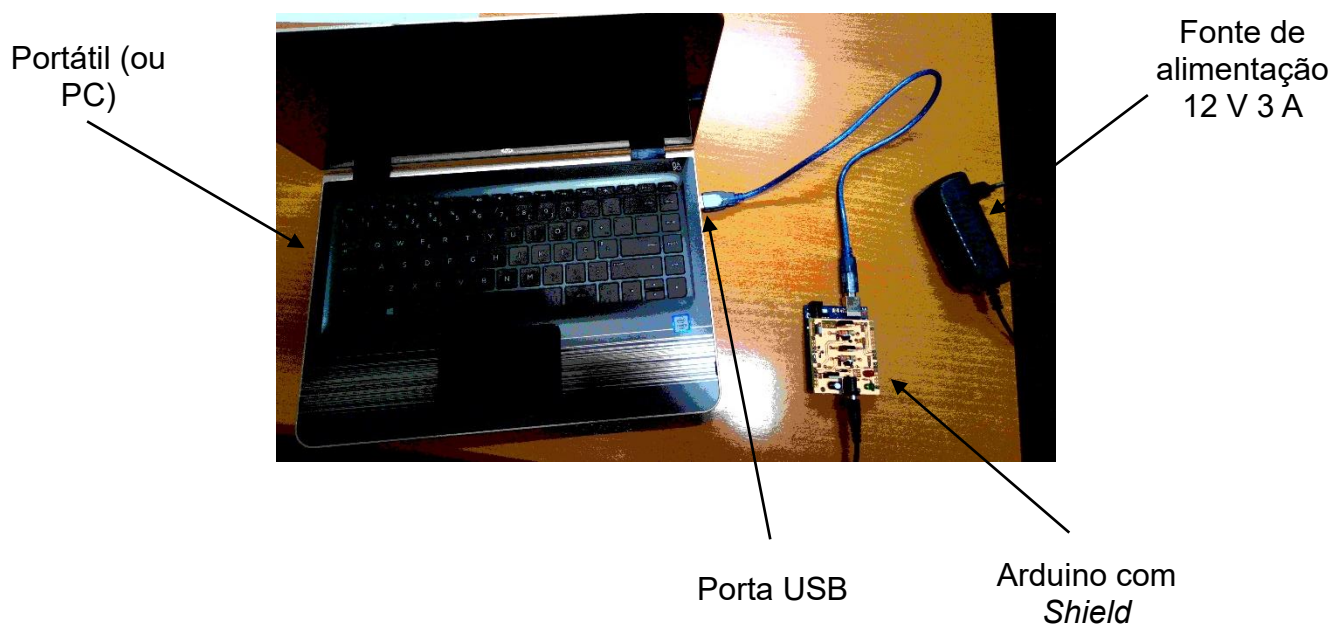


## Modelação de sistemas térmicos usando modelos de primeira ordem

O objetivo do trabalho é fazer a modelação dos sistemas térmicos 1 e 2 (S1 e S2) do SERT usando modelos de primeira ordem com e sem tempo de atraso. O SERT consiste essencialmente numa placa de desenvolvimento Arduino UNO (ou compatível) e uma *shield* com os processos térmicos. O sistema completo funcional inclui, além dos elementos atrás referidos, um cabo USB, um PC/portátil com porta USB compatível, e uma fonte de alimentação 12 V 3 A. Um exemplo de ligação de todos estes dispositivos é mostrado na Figura 1. Para mais detalhes sobre o SERT, consultar o documento “Sistema eletrónico de regulação térmica para Arduino” disponibilizado na página do Moodle da UC.



**Figura 1** – Sistema eletrónico de regulação térmica (SERT) para Arduino.

## 1. Introdução

Para o sistema de controlo de temperatura, não é necessário o uso de um modelo do processo. Pode-se simplesmente implementar uma lógica simples de controlo. No entanto, é desejável saber explicar o comportamento resultante do sistema de controlo, até para tentar projetar um algoritmo de controlo adequado ou mais inteligente. Neste trabalho, pretende-se derivar modelos de primeira ordem para a dinâmica térmica do sistema com base na resposta ao degrau. Ou seja, obter um modelo matemático do sistema sem qualquer consideração à física subjacente ao sistema.

Para o processo em questão, considera-se que a entrada é uma percentagem do tempo em que o sistema está ON (ou seja, o *duty cycle*),  $D(s)$ , e a saída como o desvio da temperatura  $T$  da resistência de potência face à temperatura ambiente  $T_a$ ,  $\Delta T(s)$ . Escolheu-se a saída  $\Delta T(s)$  em vez da temperatura  $T$  para se obter um modelo linear. O modelo do processo é determinado para uma entrada em degrau correspondente a 50% do sinal de controlo aplicado ao sistema. O período de amostragem é de 1 s.

## 2. Obtenção das Respostas ao Degrau dos Sistemas Térmicos

O *script* Python que serve de *template* para aquisição e visualização da temperatura dos sistemas térmicos S1 e S2 está disponibilizado na página do Moodle de SISCA (ficheiro `SERT_dados.py`). Verifique se é necessário alterar a porta COM para coincidir com a localização da placa do Arduino. Tal como referido atrás, este modelo pode ser executado para adquirir os dados de temperatura dos sistemas S1 e S2. Especificamente, a resistência de potência (R1 ou R2) está inicialmente à temperatura ambiente quando o modelo é iniciado. No instante  $t = 0$  s, é aplicado ao transístor (T1 ou T2) o valor de PWM correspondente (através da entrada em degrau) e a resistência (R1 ou R2)

começa a aquecer. Certifique-se que o tempo de aquisição dos dados é suficiente para que a temperatura estabilize em torno de um valor final (isto é, atinja o estado em regime permanente). Neste caso, um tempo de 600 segundos deverá ser suficiente.

## 2.1 Sistema S1

Para a aquisição da temperatura do sistema S1 verifique que está configurada a entrada analógica do pino A0 (sensor S1) e a saída de PWM no pino 10 (transístor T1).

- a) Apresente a curva de resposta da temperatura do sistema térmico S1 para uma entrada em degrau de amplitude de 50% do *duty cycle* (PWM do transístor T1 a 50%). Teça alguns comentários aos valores e forma dos dados experimentais obtidos.

## 2.2 Sistema S2

Para a aquisição da temperatura do sistema S2 verifique que está configurada a entrada analógica do pino A1 (sensor S2) e a saída de PWM no pino 9 (transístor T2).

- b) Apresente a curva de resposta da temperatura do sistema térmico S2 para uma entrada em degrau de amplitude de 50% do *duty cycle* (PWM do transístor T2 a 50%). Teça alguns comentários aos valores e forma dos dados experimentais obtidos.

## 3. Modelos Empíricos dos Sistemas

Observando as respostas ao degrau, verifica-se que podem surgir alguns problemas na estimativa dos parâmetros do modelo por causa do ruído no sinal e devido ao *drift* nos dados. O efeito do ruído pode ser minimizado por uma filtragem passa-baixo, ou suavização, dos dados. O *drift* pode ser devido a

inúmeros efeitos externos, como por exemplo, variações na temperatura ambiente, variações de amplitude da tensão, correntes de ar (convecção) e erros no sensor.

Para uma análise dos resultados utiliza-se o índice de desempenho SSE, definido como:

$$SSE = \sum_{i=1}^N (y_i(\text{modelo}) - y_i(\text{processo}))^2 \quad (1)$$

o qual nos dá uma indicação mais exata da proximidade entre o modelo e os dados de uma dada experiência.  $N$  é o número total de amostras da resposta do processo,  $y_i(\text{modelo})$  os dados da resposta do modelo e  $y_i(\text{processo})$  os dados da resposta do processo.

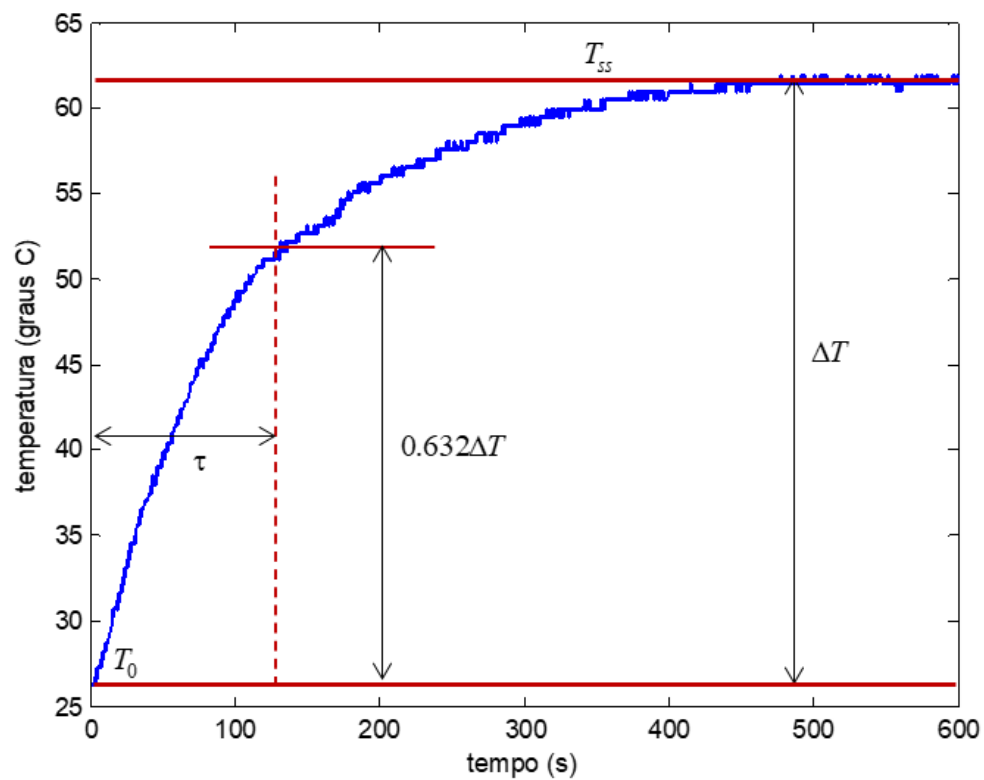
### 3.1 Sistema de Primeira Ordem – S1

A curva de resposta de temperatura do sistema S1 indica que a dinâmica térmica do sistema pode ser aproximada por uma função de transferência de primeira ordem, dada por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (2)$$

onde  $K$  é o ganho DC do sistema e  $\tau$  a constante de tempo.

Considere o exemplo da curva de temperatura representada na Figura 2. A partir da curva, obtenha a temperatura ambiente (temperatura inicial do sistema)  $T_0$  e a temperatura estabilizada do sistema  $T_{ss}$ . Considerando que a entrada é igual a 50% do valor máximo aplicado ao atuador, e a saída é  $\Delta T$ , determine o ganho DC,  $K$ , do sistema aproximado. Calcule a constante de tempo  $\tau$  como o tempo necessário para a resposta do sistema alcançar 63.2% da sua variação total.



**Figure 2** – Obtenção dos parâmetros do modelo de primeira ordem.

- c) Preencha a tabela seguinte (Tabela 1) com os valores obtidos a partir da curva de temperatura para a definição do modelo de primeira ordem.

**Tabela 1** -Parâmetros do modelo de primeira ordem.

|                           |  |
|---------------------------|--|
| $T_0$ (°C)                |  |
| $T_{ss}$ (°C)             |  |
| $\Delta T$ (°C)           |  |
| $K = \Delta T / \Delta u$ |  |
| $\tau$ (s)                |  |
| SSE                       |  |

- d) Com base nos parâmetros identificados da Tabela 1, apresente a função de transferência do modelo estimado do sistema térmico,  $G(s) = \frac{\Delta T(s)}{D(s)}$ .
- e) Para se obter uma melhor percepção de quão bem o modelo derivado se adapta aos dados da curva de temperatura, esboce no mesmo gráfico as duas curvas de temperatura: a do modelo e a do sistema térmico. Teça alguns comentários face à aproximação obtida.

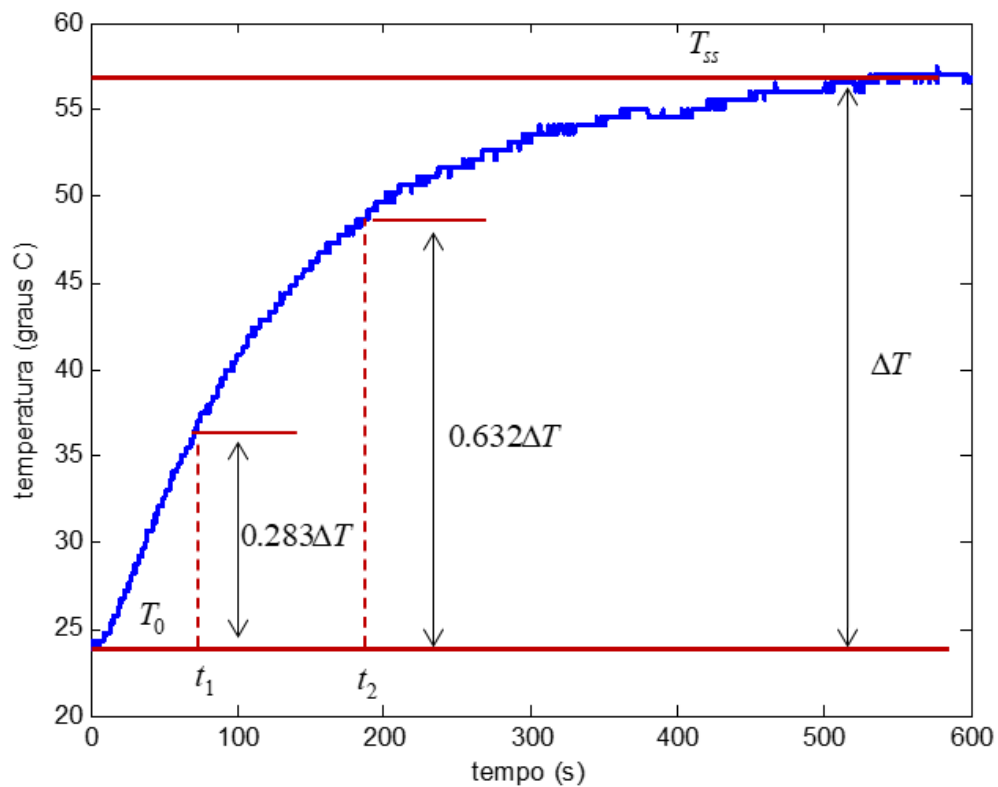
### 3.2 Sistema de Primeira Ordem com Atraso – S2

A curva de resposta de temperatura do sistema S2 indica que a dinâmica térmica do sistema pode ser aproximada por uma função de transferência de primeira ordem com um tempo de atraso, dada por:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\tau_D s} \quad (3)$$

onde  $K$  é o ganho DC do sistema,  $\tau$  a constante de tempo e  $\tau_D$  o tempo de atraso.

Considere o exemplo da curva de temperatura representada na Figura 3. A partir da curva, obtenha a temperatura ambiente (temperatura inicial do sistema)  $T_0$  e a temperatura estabilizada do sistema  $T_{ss}$ . Considerando que a entrada é igual a 50% do valor máximo aplicado ao atuador, e a saída é  $\Delta T$ , determine o ganho DC,  $K$ , do sistema aproximado. Calcule a constante de tempo  $\tau$  e o tempo de atraso  $\tau_D$  aplicando o método dos dois pontos, tal como indicado no gráfico.



**Figure 3** – Obtenção dos parâmetros do modelo de primeira ordem com atraso.

- f) Preencha a tabela seguinte (Tabela 2) com os valores obtidos a partir da curva de temperatura para a definição do modelo de primeira ordem com atraso.

**Tabela 2** – Parâmetros do modelo de primeira ordem com atraso.

|                           |  |
|---------------------------|--|
| $T_0$ (°C)                |  |
| $T_{ss}$ (°C)             |  |
| $\Delta T$ (°C)           |  |
| $K = \Delta T / \Delta u$ |  |
| $\tau = 3/2(t_2 - t_1)$   |  |
| $\tau_D = t_2 - \tau$     |  |
| SSE                       |  |

- g) Com base nos parâmetros identificados da Tabela 2, apresente a função de transferência do modelo estimado do sistema térmico,  $G(s) = \frac{\Delta T(s)}{D(s)}$ .
- h) Para se obter uma melhor percepção de quão bem o modelo derivado se adapta aos dados da curva de temperatura, esboce no mesmo gráfico as duas curvas de temperatura: a do modelo e a do sistema térmico. Teça alguns comentários face à aproximação obtida.

### 3.3 Sistemas de Primeira Ordem – Otimização

- i) Obtenha os parâmetros dos modelos de primeira ordem representados pelas funções de transferência (2) e (3) usando um algoritmo de otimização. Compare os resultados obtidos com os modelos estimados nas seções anteriores.