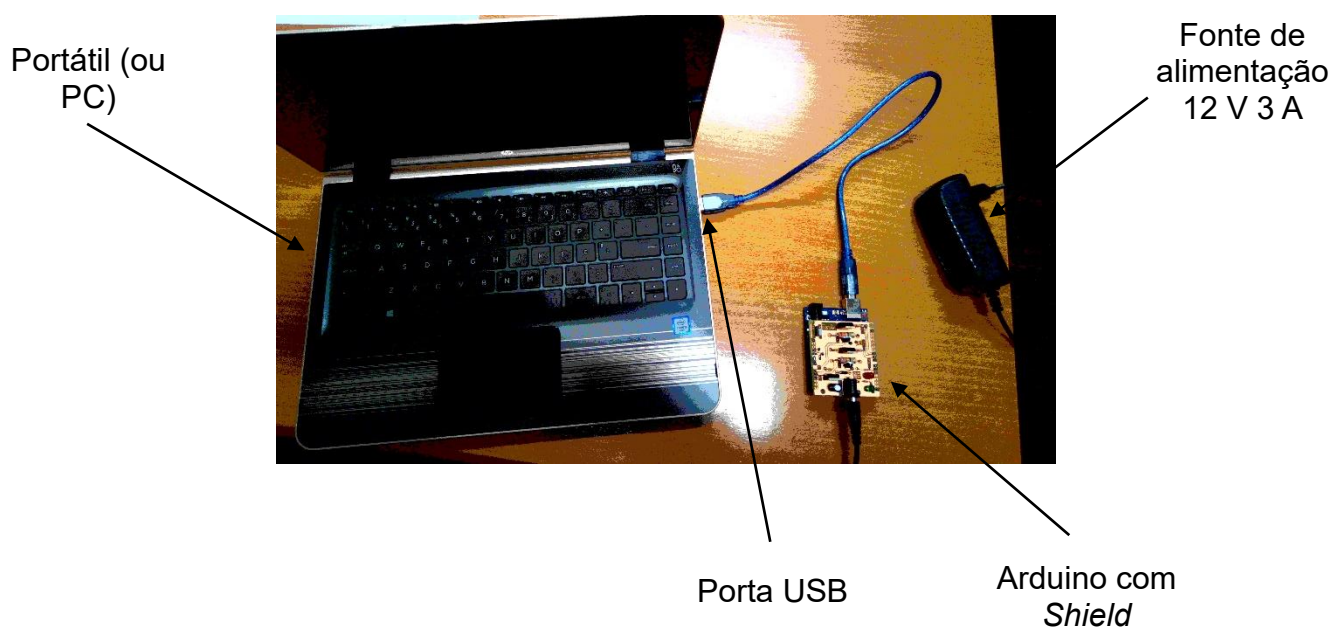


## Controlo PID de um sistema térmico

O objetivo do trabalho é **controlar a temperatura do sistema SERT usando um controlador proporcional, integral e derivativo (PID)**. O SERT consiste essencialmente numa placa de desenvolvimento Arduino UNO (ou compatível) e uma *shield* com os processos térmicos. O sistema completo funcional inclui, além dos elementos atrás referidos, um cabo USB, um PC/portátil com porta USB compatível, e uma fonte de alimentação 12 V 3 A. Um exemplo de ligação de todos estes dispositivos é mostrado na Figura 1. Para mais detalhes sobre o SERT, consultar o tutorial “Sistema eletrónico de regulação térmica para Arduino” disponibilizado na página do Moodle da UC.



**Figura 1** – Sistema eletrónico de regulação térmica (SERT) para Arduino.

## 1. Introdução

Uma primeira abordagem ao controlo poderá ser usar um simples controlador ON/OFF onde o sistema está totalmente a ON quando o erro é positivo (máxima potência) e totalmente a OFF quando o erro é negativo (potência nula). Uma abordagem mais adequada para o controlo é modular a potência do sistema na proporção do erro de temperatura existente e/ou da integral do erro e/ou da derivada do erro. Ou seja, se o sistema estiver a uma temperatura muita baixa (erro elevado), o sistema é colocado a ON durante mais tempo (mais potência), mas se este estiver a uma temperatura não tão baixa (erro mais pequeno), coloca-se o sistema durante menos tempo em ON (menos potência). Um tipo de controlador que fornece a soma de três ações de controlo, nomeadamente a ação proporcional (P), a ação integral (I) e a ação derivativa (D), é o chamado controlo Proporcional, Integral e Derivativo, ou simplesmente controlo PID. Matematicamente, é expresso por:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

em que  $K_p$  é o ganho proporcional,  $T_i$  a constante de tempo integral, e  $T_d$  a constante de tempo derivativa.

Uma outra forma de representar um controlador PID é dada por:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} = P(t) + I(t) + D(t) \quad (2)$$

onde  $K_i = K_p/T_i$  é o ganho integral e  $K_d = K_p T_d$  o ganho derivativo.  $P$ ,  $I$  e  $D$  são respetivamente os termos proporcional, integral e derivativo. Embora as duas formas (1) e (2) sejam equivalentes, os valores dos parâmetros são muito diferentes.

A correspondente função de transferência do controlador PID é:

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3)$$

## 2. Controlo PID do Sistema Térmico

Considere para as experiências a seguir uma temperatura de referência de  $T_{ref} = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$  e um período de amostragem de  $T = 1\text{ s}$ .

### 2.1 Controlo P

Um tipo de controlador em que o sinal de controlo é proporcional ao erro da temperatura é o chamado controlo Proporcional ou **controlo P**. Este pode ser obtido através da equação (2) colocando os parâmetros  $K_i = K_d = 0$ , resultando:

$$u(t) = K_p e(t)$$

O algoritmo de controlo do controlador P é dado por:

$$v(k) = K_p e(k)$$

$$u(k) = \text{sat}(v(k), u_{min}, u_{max})$$

em que  $\text{sat}(\cdot)$  é a função de saturação que adapta os valores do sinal de controlo para os limites do atuador,  $u_{min}$  e  $u_{max}$ .

A Figura 2 apresenta o diagrama de blocos do sistema em malha fechada com um controlador P.

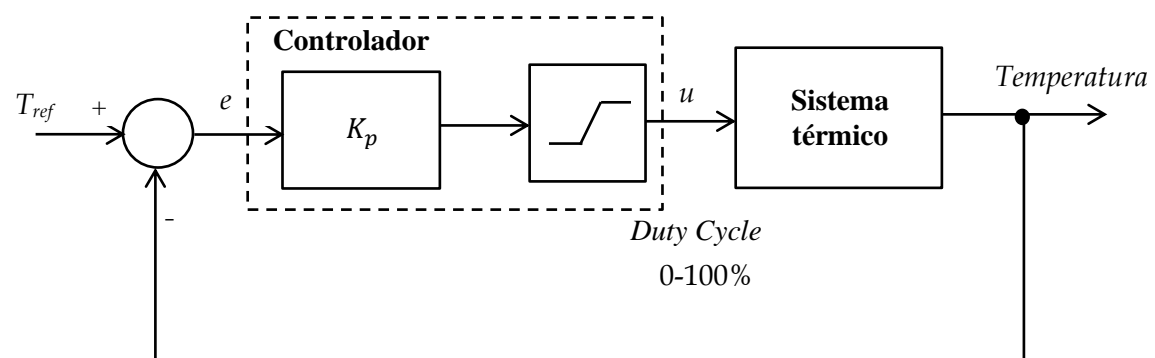


Figure 2 – Sistema de controlo com controlador P.

Para as experiências com o controlador P utilize o sistema térmico 1 (**sensor S1**) do SERT. Neste caso, efetue o controlo do sistema durante um tempo de  $t_{final} = 200$  s.

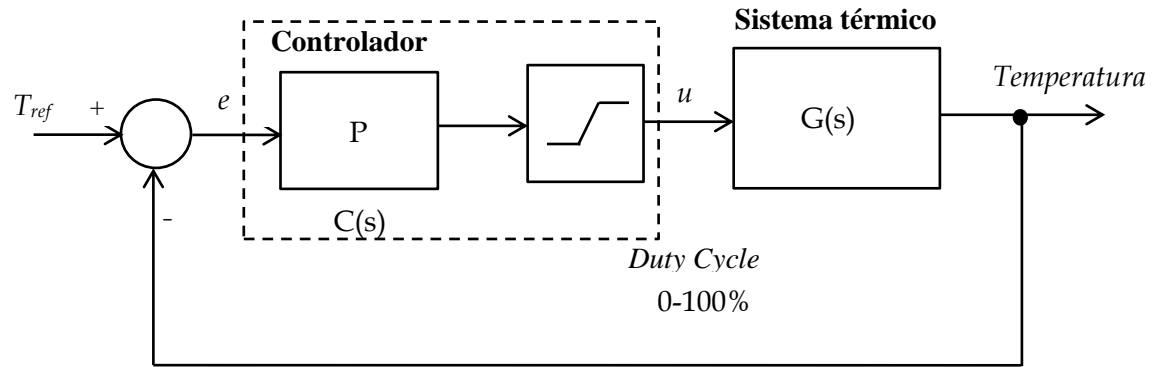
1. Obtenha o comportamento do sistema SERT com um controlador P para o seguinte conjunto de quatro valores arbitrários para o ganho proporcional:  $K_p = 1, 5, 10, 20$ .
  - a) Apresente as curvas de resposta da temperatura do sistema térmico e dos correspondentes sinais de controlo ( $u$ , em termos do *Duty Cycle*) para os vários valores do ganho  $K_p$  considerados. Mostre também um gráfico do erro ao longo do tempo entre a temperatura de referência  $T_{ref}$  e a temperatura atual do sistema.
  - b) As curvas de temperatura apresentam o comportamento desejado? Refira-se tanto ao comportamento transitório como ao do regime permanente. Justifique considerando os vários valores do ganho  $K_p$  utilizados e na análise dos seguintes parâmetros:
    - Valores do erro em regime permanente do sistema,  $e_{ss}$
    - Sinais de controlo,  $u$
2. Simule o sistema de controlo em malha fechada da temperatura usando um o controlador P,  $C(s) = K_p$ , conforme representado na Figura 3. Para isso, utilize o modelo de primeira ordem identificado no Guião do Trabalho No. 1, com a função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1}$$

e os parâmetros  $(K, \tau)$  identificados do sistema SERT (sensor 1).

A correspondente equação diferencial é dada por:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t)$$



**Figure 3** – Sistema de controlo com controlador P para simulação.

- Apresente as curvas de resposta da temperatura do sistema simulado e dos correspondentes sinais de controlo ( $u$ ) para os ganhos do controlador P considerados no Ponto 1:  $K_p = 1, 5, 10, 20$ . Mostre também um gráfico do erro ao longo do tempo entre a referência de temperatura  $T_{ref}$  e a temperatura simulada do sistema.
- Compare as curvas de simulação (temperatura e sinal de controlo) obtidas em a) com as respostas experimentais do Ponto 1. Comente eventuais diferenças existentes entre ambas as respostas.

## 2.2 Controlo PI

Adicionando o controlo P à integral do erro (I) obtemos o chamado controlo Proporcional e Integral ou simplesmente **controlo PI**. Este pode ser obtido através da equação (2) colocando o parâmetro  $K_d = 0$ , resultando:

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau = P(t) + I(t)$$

O algoritmo de controlo do controlador PI é dado por:

$$P(k) = K_p e(k)$$

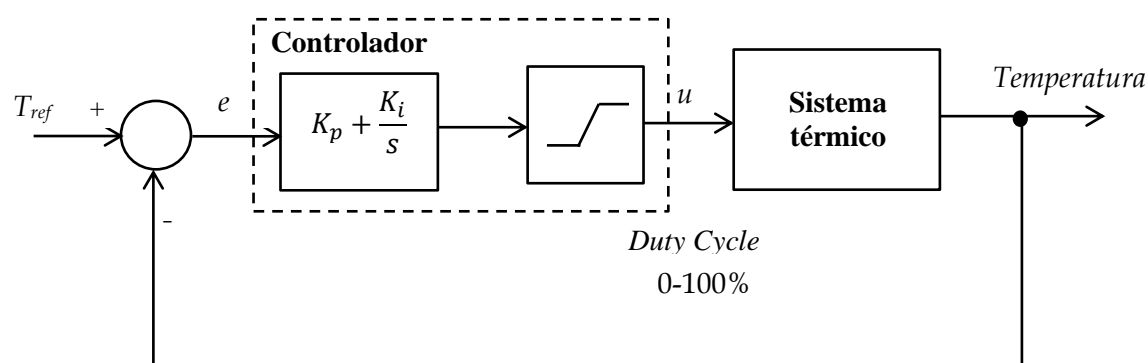
$$v(k) = P(k) + I(k)$$

$$u(k) = \text{sat}(v(k), u_{\min}, u_{\max})$$

$$I(k+1) = I(k) + \frac{K_p T}{T_i} e(k)$$

A Figura 4 apresenta o diagrama de blocos do sistema em malha fechada com um controlador PI.

Para as experiências com o controlador PI utilize o sistema térmico 2 (**sensor S2**) do SERT. Neste caso, efetue o controlo do sistema durante um tempo de  $t_{final} = 600$  s.



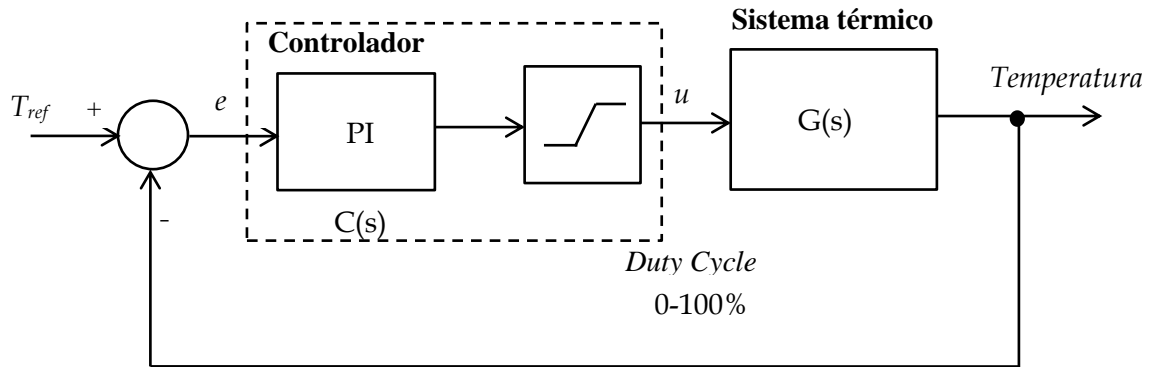
**Figure 4** - Sistema de controlo com controlador PI.

1. Obtenha o comportamento do sistema SERT com um controlador PI para  $K_p = 5$  e  $T_i = 20, 50$  e  $100$ .
  - a) Para cada valor da constante  $T_i$ , apresente num gráfico a curva de resposta da temperatura do sistema térmico e num outro gráfico os correspondentes sinal de controlo ( $u$ ), valor da componente proporcional ( $P$ ) e valor da componente integrativa ( $I$ ). Explique os valores de cada um dos termos à medida que a temperatura sobe e estabiliza em torno da referência desejada.
  - b) Esboce num gráfico as curvas de temperatura do sistema térmico e num outro gráfico os correspondentes sinais de controlo ( $u$ ) para os diferentes valores da constante  $T_i$  considerados. Explique o fenómeno que leva a saída a apresentar um “overshoot”.
  - c) Indique quais as consequências de adicionar um controlo integral ao sistema.

2. Simule o sistema de controlo em malha fechada da temperatura usando um controlador PI,  $C(s) = K_p + K_i/s$ , conforme representado na Figura 5. Para isso, utilize o modelo de primeira ordem com atraso identificado no Guião do Trabalho No. 1, com a função de transferência:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K e^{-\tau_d s}}{\tau s + 1} \quad (4)$$

e os parâmetros  $(K, \tau, \tau_d)$  identificados do sistema SERT (sensor S2).



**Figure 5** – Sistema de controlo com controlador PI para simulação.

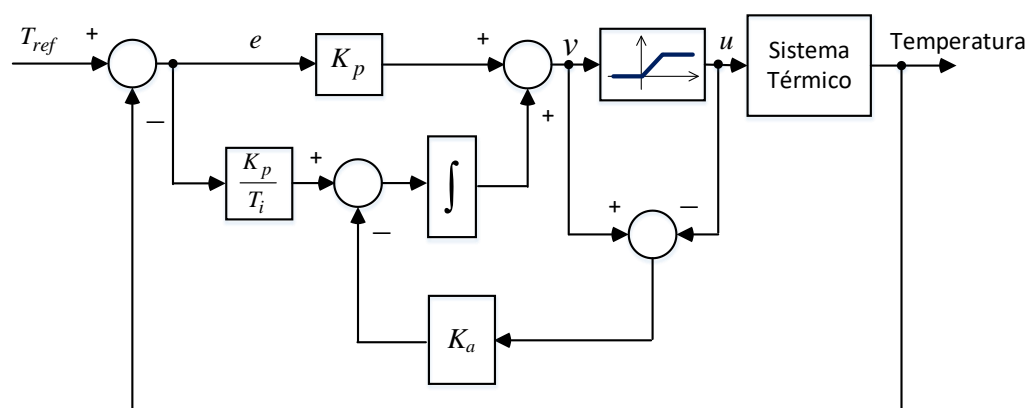
A correspondente equação diferencial é dada por:

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Ku(t - \tau_d)$$

- Apresente as curvas de resposta da temperatura do sistema simulado e dos correspondentes sinais de controlo ( $u$ ) para os mesmos valores da constante  $T_i$  do controlador PI considerados no Ponto 1:  $T_i = 20, 50, 100$ , mantendo o ganho  $K_p = 5$ .
  - Compare as curvas de simulação (temperatura e sinal de controlo) obtidas em a) com as respostas experimentais do Ponto 1. Comente eventuais diferenças existentes entre ambas as respostas.
3. Faça a sintonia do controlador PI aplicando o método de Ziegler-Nichols (Z-N) em malha aberta. Para isso, utilize os parâmetros  $(K, \tau, \tau_d)$  identificados do sistema SERT (sensor S2) referente ao modelo de

primeira ordem com atraso (função de transferência (4)) identificado no Guião do Trabalho No. 1.

- a) Obtenha os parâmetros ( $K_p$ ,  $T_i$ ) do controlador PI.
  - b) Apresente a curva de resposta da temperatura do sistema térmico e do correspondente sinal de controlo ( $u$ ) para as constantes de sintonia obtidas em a).
  - c) Comente o desempenho do controlador usando as constantes calculadas.
4. Faça a sintonia do controlador PI aplicando o método IMC. Para isso, utilize os parâmetros ( $K$ ,  $\tau$ ,  $\tau_d$ ) identificados do sistema SERT (sensor S2) referente ao modelo de primeira ordem com atraso (função de transferência (4)) identificado no Guião do Trabalho No. 1.
- a) Obtenha os parâmetros ( $K_p$ ,  $T_i$ ) do controlador PI para os valores de  $\tau_c = \tau/10$ ,  $\tau_c = \tau/5$  e  $\tau_c = \tau/2$ .
  - b) Apresente num gráfico as curvas de resposta da temperatura do sistema térmico e num outro gráfico os correspondentes sinais de controlo ( $u$ ) para os parâmetros de sintonia calculados em a).
  - c) Comente o desempenho do controlador usando as referidas sintonias.
5. Existem diversos métodos para reduzir o efeito do *windup* verificado nas experiências anteriores. A Figura 6 apresenta um possível diagrama de um sistema em malha fechada com um controlador PI e um esquema *anti-windup*.



**Figura 6** – Sistema de controlo com controlador PI e esquema *anti-windup*.



O algoritmo do controlador PI com o esquema *anti-windup* é dado pelas seguintes equações:

$$P(k) = K_p e(k)$$

$$v(k) = P(k) + I(k)$$

$$u(k) = \text{sat}(v(k), u_{\min}, u_{\max})$$

$$I(k+1) = I(k) + \frac{K_p T}{T_i} e(k) + \frac{T}{T_t} (u(k) - v(k))$$

Para a realização das experiências, considere os parâmetros do controlador PI obtidos no Ponto **3a** usando o método de Ziegler-Nichols em malha aberta.

- Obtenha o comportamento do sistema SERT para os valores do ganho *anti-windup*  $K_a = 0.02; 0.1; 0.2$ . Para cada valor do ganho  $K_a$ , apresente num gráfico a curva de resposta da temperatura do sistema térmico e num outro gráfico os correspondentes sinal de controlo ( $u$ ), valor da componente proporcional ( $P$ ) e valor da componente integrativa ( $I$ ). Explique a evolução de cada um dos sinais do sistema.
- Compare os resultados com o esquema *anti-windup* e sem o esquema *anti-windup*. Esboce num gráfico as curvas de temperatura do sistema térmico e num outro gráfico os sinais de controlo ( $u$ ) aplicados ao sistema. Comente os resultados obtidos.