

Predavanje

Tilen Pintarič

10. januar 2022

Mehanizmi

Mehanizmi so vse naprave, ki pretvarjajo gibanje.

Delitev mehanizmov glede na način prenosa gibanja:

- Vijačna gonila,
- ročni mehanizmi,
- torna gonila,
- krivuljni mehanizmi,
- jermenska in verižna gonila,
- zapiralni mehanizmi,
- zobniška gonila,
- koračni mehanizmi.

Gonila z neenakomernim gibanjem

Kinematika togih teles

kinematika togih teles

1. Poljubno gibanje v prostoru lahko razdelimo na translacijo in rotacijo.
(**Končne rotacije niso aditivne**)

-
2. Za translacijo velja:

- Poljubni dve točki na telesu (npr. A in B) imata enako hitrost in pospeške

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B|A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A$$

3. Enačbe za čisto rotacijo:

enačbe za čisto rotacijo

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \vec{\omega} \times \vec{r} \\ \vec{a} &= \frac{d}{dt} \vec{v} = \frac{d}{dt} (\vec{\omega} \times \vec{r}) \\ \vec{a} &= \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} \\ \vec{a} &= \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \\ \vec{\alpha} &= \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})\end{aligned}$$

- Poseben primer je rotacija v ravnini

poseben primer rotacije

Za hitrost:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

če predpostavim

$$\begin{aligned}\vec{\omega} &= \omega * \vec{k} & ; & \quad \vec{k} = \{0, 0, 1\} \\ \vec{r} &= \{r_x, r_y, 0\}\end{aligned}$$

dobimo vektor hitrosti

$$\begin{aligned}\vec{v} &= \{v_x, v_y, 0\} & ; \\ v_x &= -\omega r_y \\ v_y &= +\omega r_x\end{aligned}$$

Podobno za pospeške pri rotaciji v ravnini

$$\vec{\alpha} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

ob predpostavki (vstavimo v zgornjo enačbo)

$$\begin{aligned}\vec{\omega} &= \omega * \vec{k} & ; & \quad \vec{k} = \{0, 0, 1\} \\ \vec{\omega} &= \{0, 0, \omega\} \\ \vec{r} &= \{r_x, r_y, 0\} \\ \vec{\alpha} &= \{0, 0, \alpha\}\end{aligned}$$

dobimo

$$a_x = -\alpha r_y - \omega^2 r_x$$

$$a_y = +\alpha r_x - \omega^2 r_y$$

Pospeške lahko razumemo tudi kot vsoto tangencialnega in radialnega pospeška:

$$\vec{a} = \alpha * \vec{k} \times \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$$

$$\vec{a}_t = \alpha * \vec{k} \times \vec{r}$$

$$\vec{a}_r = \omega^2 \vec{r}$$

4. Gibanje togega telesa lahko opišem kot vsoto translacije in rotacije

vsota translacije in rotacije

Za toga telesa velja, da če popišemo eno točko s translacijo, potem vse ostale točke glede na to točko zgolj rotirajo!

Za toga telesa v prostoru tako velja:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B|A}$$

$$\vec{v}_B = \vec{A} + \omega_{B|A} \times \vec{r}_{B|A}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \alpha_{B|A} \times \vec{r}_{B|A} + \omega_{B|A} \times (\omega_{B|A} \times \vec{r}_{B|A})$$

V ravnini pa velja:

$$v_{Bx} = v_{Ax} - \omega_{B|A} * r_{B|Ay}$$

$$v_{By} = v_{Ay} + \omega_{B|A} * r_{B|Ax}$$

$$a_{Bx} = a_{Ax} - \alpha_{B|A} * r_{B|Ay} - \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ax}$$

$$a_{By} = a_{Ay} + \alpha_{B|A} * r_{B|Ax} - \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ay}$$

Primer 1

!!SLIKA!! slika primera

$v_a = 1 \frac{m}{s}$ konstantno

$\alpha = 30 \text{ deg}$

$l = 0.5m$

$v_b = ?$

1. Izračunajte lege, hitrosti in pospeške točk A, B in C
2. Izračunajte lego točke B po $10^{-2}s$

Model:

!!SLIKA!! slika modela primera

$$\begin{aligned}\vec{r}_a &= \{0, 0, 0\} \\ \vec{r}_b &= \{L * \cos 30 \text{ deg}, L * \sin 30 \text{ deg}, 0\} \\ \vec{r}_c &= \left\{ \frac{L}{2} * \cos 30 \text{ deg}, \frac{L}{2} * \sin 30 \text{ deg}, 0 \right\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r_{B|A}^{\vec{}} &= \vec{r}_b - \vec{r}_a \\ r_{B|A}^{\vec{}} &= \vec{r}_b \quad \text{ker je A v izhodišču}\end{aligned}$$

$$v_{Bx} = v_{Ax} - \underline{\omega_{B|A}} * r_{B|Ay}$$

$$\underline{v_{By}} = v_{Ay} + \underline{\omega_{B|A}} * r_{B|Ax}$$

vemo naslednje:

- $v_{Ax} = 1$
- $v_{Ay} = 0$
- $v_{Bx} = 0$
- $r_{B|Ax} = 0.5 * \cos 30 \text{ deg} = 0.433$
- $r_{B|Ay} = 0.5 * \sin 30 \text{ deg} = 0.25$

izpostavimo $\omega_{B|A}$

$$\omega_{B|A} = \frac{v_{Bx} - v_{Ax}}{r_{B|Ay}} = -\frac{0 - 1}{0.25} = +4 \frac{rad}{s} \quad v_{By} = 0 + 4 * 0.433m = 1.732 \frac{m}{s}$$

vse kotne hitrosti so enake na istem telesu v vseh točkah

točka c:

$$v_{Cx} = v_{Ax} - \omega_{C|A} * r_{C|Ay}$$

$$v_{Cx} = 1 \frac{m}{s} - 4 \frac{rad}{s} * 0.125m$$

$$v_{Cx} = 0.5 \frac{m}{s}$$

$$v_{Cy} = v_{Ay} - \omega_{C|A} * r_{C|Ax}$$

$$v_{Cy} = 0 + 4 \frac{rad}{s} * \frac{0.433}{2}$$

$$v_{Cy} = 0.866 \frac{m}{s}$$

pospeški:

poznamo naslednje:

- $a_{Ax} = 0$
- $a_{Ay} = 0$
- $a_{Bx} = 0$

$$a_{Bx} = a_{Ax} - \underline{\alpha_{B|A}} * r_{B|Ay} - \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ax}$$

$$\underline{a_{By}} = a_{Ay} + \underline{\alpha_{B|A}} * r_{B|Ax} - \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ay}$$

$$\alpha_{B|A} = - \frac{(a_{Bx} - a_{Ax} + \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ax})}{r_{B|Ay}}$$

$$\alpha_{B|A} = - \frac{(0 - 0 + 4^2 * 0.433)}{0.25}$$

$$\alpha_{B|A} = -27.7 \frac{rad}{s^2}$$

$$a_{By} = a_{Ay} + \alpha_{B|A} * r_{B|Ax} - \omega_{B|A}^2 * r_{B|Ay}$$

$$a_{By} = 0 + (-27.7 \frac{rad}{s^2}) * 0.433 - 4^2 * 0.25$$

$$a_{By} = -15.9941 \frac{m}{s^2}$$