4. Sucesiones y aplicaciones

4.1 Sucesiones

Una sucesión es una secuencia de términos (a_n), donde cada uno de ellos está asociado a un valor n, un número natural que nos indica qué lugar ocupa el término.

$$(a_n) = (a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4, \ldots)$$

donde a_n representa el término en el lugar n de la sucesión, con $n = 1,\ 2,\ 3, \ldots$

Como n puede ser cualquier número natural, eso quiere decir que una sucesión tiene infinitos términos.

Nombre de la sucesión $\longrightarrow (b_k) \longleftarrow$ Subíndice

El nombre de la sucesión es una letra que usamos para identificarla, mientras que el subíndice es una variable que etiqueta los elementos de una sucesión, indicando el lugar que ocupan.

Desfase de índices

Desde el punto de vista matemático, por definición, las sucesiones se indexan desde 1 en adelante. No obstante, en Python y en muchos lenguajes de programación las listas y los arreglos se indexan desde 0. Por el momento usaremos *listas*.

El primer término, b_1, en código Python al usar listas se escribe `b[0]`. El segundo término b_2 en Python se escribe `b[1]`, el tercero b_3 se escribe como `b[2]`, y así sucesivamente.

¿Arreglos o listas?
Los arreglos son estructuras de datos estáticas, ya que hay que declarar su tamaño antes de utilizarlos. A diferencia de los arreglos, las listas son estructuras de datos dinámicas que pueden ir creciendo conforme se vaya requiriendo.

Código ejemplo 0

En este código, podemos ver cómo declarar una lista acotada y luego ir recorriendo sus elementos uno a uno

```
b=[6, 9, 12, 15, 18]

# Con esta instrucción se recorre el largo de la lista.
# El largo de la lista se define con la función len(b).
for i in range (len(b)):
    n=i+1
    print(f'b_{n}={b[i]}')
```

El código anterior muestra cada uno de los elementos de la lista, que en nuestro caso la utilizaremos para declarar una secuencia de términos.

Ejemplo 1

Trabajemos la sucesión $(a_n) = (3n)$.

$$\begin{array}{ccc} n=1 & \longrightarrow & a_1 = 3\cdot 1 = 3 \\ n=2 & \longrightarrow & a_2 = 3\cdot 2 = 6 \\ n=3 & \longrightarrow & a_3 = 3\cdot 3 = 9 \\ n=4 & \longrightarrow & a_4 = 3\cdot 4 = 12 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Entonces podemos escribir la sucesión (a_n) como $(3,\ 6,\ 9,\ 12,\ldots)$.

Podemos generar los cuatro primeros términos de esta sucesión usando el siguiente código Python

`append` en Python
Es un método que agrega elementos al final de una lista. En este ejemplo, agrega elementos a la lista "a" declarada en el inicio como una lista vacía.

Código ejemplo 1

```
a=[]
for i in range(4):
    n=i+1
    a.append(3*n)
    print(f'a_{n}={a[i]}')
```

En pantalla, mostrará los términos $(3,\ 6,\ 9,\ 12)$. En el código anterior, fue utilizado el *término general* de la secuencia. El *término general*, representa una fórmula matemática que permite calcular cualquier término de la secuencia, sin necesidad de listar todos los términos anteriores. Este término dependerá de la **posición** del término a buscar. En el caso del ejemplo anterior, el término general de la secuencia (a_n) es $a_n = 3n$, la que equivale a múltiplos de 3.

Ejemplo 2

A continuación, se define la sucesión (b_n) cuyo término general se define como

$$b_n = 5 \cdot 0,92^n\,,$$

donde queremos calcular y mostrar en pantalla desde b_{10} hasta b_{15}. El problema es que si bien es cierto se pueden agregar elementos, necesariamente deben existir los 9 elementos anteriores a b_{10}, de lo contrario Python arrojará error.

Entonces para no calcular elementos innecesarios usaremos la expresión

$$n = i + 10\,,$$

con la que haremos que la lista asociada a esta sucesión inicie con `b[0]` y al mismo tiempo comenzamos calculando b_{10}, como muestra la tabla

i	0	1	2	3	4	5
n	10	11	12	13	14	15

El código que genera los elementos buscados de la sucesión es el siguiente

Código ejemplo 2

```
b=[]

# Al usar range(6) la variable "i" asume valores
# enteros desde 0 hasta 5
for i in range (6):
    n=i+10
    b.append(5*0.92**n)
    print(f'b_{n}={b[i]}')
```

Ejemplo 3: ¿Cómo saber qué posición ocupa un término en la secuencia?

En la sucesión $s_n = 3n^2 + 7$, ¿en qué posición se encuentra el número 10.807?

```
final = 10807 # Valor del término al cual hay que llegar
termino = 0
n = 0
dif = final-termino
while dif > 0:
```

```
    n += 1
    termino = 3*n**2+7 # Expresión de la secuencia
    dif = final-termino

print(f'El término \num{10807} está en la posición {n}.')
```

Aplicando el código, se obtiene que el número 10.807 ocupa la posición 60, en la sucesión $S_n = 3n^2 + 7$.

Sucesión de Fibonacci

Dar el término genérico no es la única manera de definir una sucesión. Por ejemplo, podemos definir una sucesión *recursivamente*. Un ejemplo famoso de esto es la sucesión de Fibonacci. Para esto, definimos los dos primeros términos,

$$f_1 = 1, \; f_2 = 1$$

y los siguientes términos los definimos mediante la relación de recurrencia

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

cuando $n > 2$.

Una de las varias propiedades de esta sucesión es que, al ir avanzando por los índices progresivamente, encontramos que

$$\frac{f_n}{f_{n-1}} \text{ se aproxima a } \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Este número es conocido como la razón áurea y se simboliza por la letra griega φ (que se lee “fi”).

4.2 Sucesiones aritméticas

Una sucesión aritmética es una sucesión tal que entre un término y el anterior existe una diferencia constante. Dicho de otro modo, entre dos términos consecutivos cualquiera hay una diferencia d fija.

$$a_1 \xrightarrow{+d} a_2 \xrightarrow{+d} a_3 \xrightarrow{+d} a_4 \xrightarrow{+d} a_5 \xrightarrow{+d} \dots$$

Ejemplo 1

Si consideramos la sucesión

$$4,\ 16,\ 28,\ 40,\ 52, \dots$$

podemos darnos cuenta que es aritmética pues

$$16-4 = 28-16 = 40-28 = 52-40 = \cdots = 12\,,$$

por lo que la diferencia siempre es 12.

Observación

La **diferencia** de una sucesión aritmética se obtiene de la siguiente manera:

$$a_n - a_{n-1}\,.$$

Ejemplo: Si $n = 4$, entonces:

$$d = a_4 - a_{4-1} = a_4 - a_3\,.$$

Ejemplo 2

La sucesión

$$500,\ 480,\ 460,\ 440,\ 420, \dots$$

también es aritmética porque

$$480-500 = 460-480 = 440-460 = 420-440 = \cdots = -20\,.$$

En este caso, la diferencia es negativa pero sigue siendo constante.

La regularidad de las sucesiones aritméticas permite encontrar una fórmula para el término general. Sabemos que el primer término es a_1. El segundo término, entonces, tiene que ser

$$a_2 = a_1 + d$$

el tercer término es el segundo más la distancia (diferencia d), pero podemos escribirlo en términos del primer término

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

y podemos hacer algo similar con el cuarto término

$$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$$

podemos notar la recurrencia entre los subíndices y el coeficiente de d y escribir el término genérico como

$$\boxed{a_n = a_1 + (n-1)d}$$

Calculando términos de una sucesión aritmética

Podemos calcular los términos de una sucesión aritmética de dos maneras

1. Directamente, usando la fórmula para el término de lugar n:

$$a_n = a_1 + (n+1)d\,.$$

Observación

Si se quiere calcular un solo término de la sucesión, convendrá utilizar la primera forma, en cambio, si se quieren conocer varios términos, convendrá utilizar la segunda forma.

2. Usando ciclos `for` desde $i = 2$ hasta $i = n$ teniendo en cuenta que

$$a_i = a_{i-1} + d\,.$$

Debemos recordar que hay un desfase entre los índices matemáticos y los de las listas en Python, por lo que

$$\begin{aligned} a_1 &\to \texttt{a[0]} \\ a_2 &\to \texttt{a[1]} \\ &\vdots \end{aligned}$$

4.3 Sucesiones geométricas

Una sucesión geométrica es una sucesión tal que entre un término y el anterior existe una razón constante. Dicho de otro modo, si dividimos dos términos consecutivos cualquiera el resultado es una razón r constante.

$$a_1 \xrightarrow{\cdot r} a_2 \xrightarrow{\cdot r} a_3 \xrightarrow{\cdot r} a_4 \xrightarrow{\cdot r} a_5 \xrightarrow{\cdot r} \ldots$$

Observación

La **razón** de una sucesión aritmética se obtiene de la siguiente manera:

$$\frac{a_n}{a_{n-1}}\,.$$

Ejemplo: Si $n = 4$, entonces:

$$r = \frac{a_4}{a_{4-1}} = \frac{a_4}{a_3}\,.$$

Ejemplo 1

La sucesión

$$3,\ 6,\ 12,\ 24,\ldots$$

es geométrica porque

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = \cdots = 2\,,$$

por lo que la razón siempre es 2.

Ejemplo 2

La sucesión

$$4;\ 6;\ 9;\ 13{,}5;\ 20{,}25;\ldots$$

es geométrica porque

$$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{13{,}5}{9} = \frac{20{,}25}{13{,}5} = \cdots = 1{,}5\,.$$

Ejemplo 3

Otra sucesión geométrica es

$$500,\ 400,\ 320,\ 256,\ 204{,}8, \ldots$$

pues la razón es

$$\frac{400}{500} = \frac{320}{400} = \frac{256}{320} = \frac{204{,}8}{256} = \cdots = 0{,}8$$

Al igual que en las sucesiones aritméticas, la regularidad de las sucesiones geométricas nos permite encontrar una fórmula para el término general. Partiendo del primer término, a_1, sabemos que el segundo se obtiene multiplicando el anterior por r

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

y el tercero multiplicando el segundo por r

$$a_3 = a_2 \cdot r = (a_1 \cdot r)r = a_1 \cdot r^2$$

mientras que el cuarto es el anterior por r

$$a_4 = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

si continuamos, podemos notar la recurrencia entre el subíndice, que marca la posición del término, con el exponente de la potencia. Finalmente, si tenemos el término de posición n, podemos obtenerlo como

$$\boxed{a_n = a_1 \cdot r^{n-1}}$$

Calculando términos de una sucesión geométrica

Podemos calcular los términos de una sucesión geométrica de dos maneras

1. Directamente con la fórmula del término de lugar n

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

2. Recursivamente, usando ciclos `for` desde $i = 2$ hasta $i = n$ teniendo en cuenta que

$$a_i = a_{i-1} \cdot r$$

Debemos recordar que hay un desfase entre los índices matemáticos y los de las listas en Python, por lo que

$$\begin{aligned} a_1 &\to \texttt{a[0]} \\ a_2 &\to \texttt{a[1]} \\ &\vdots \end{aligned}$$

4.4 Aplicación de sucesiones

Agustín preparó su Examen Transversal de Matemática Aplicada con una guía que contiene 130 ejercicios. Organizó su estudio de la siguiente forma: El primer día desarrolló 3 ejercicios, y cada día aumentó en dos ejercicios más respecto al día anterior. Si la sucesión que describe la cantidad de ejercicios resueltos en el día n está dada por la sucesión (a_n):

1. *¿A qué tipo de sucesión corresponde (a_n)?*
   Para responder, primero analicemos el comportamiento de la sucesión. Ésta contempla la cantidad de ejercicios que desarrolla en el día n:

$$\begin{array}{cccc} a_1, & a_2, & a_3, & \ldots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ 3 & 5 & 7 & \ldots \end{array}$$

   Podemos observar que:

$$\begin{aligned} 5-3 &= 2 \\ 7-5 &= 2\,, \end{aligned}$$

   donde la diferencia es **constante**. Por lo tanto, corresponde a una sucesión aritmética.

2. *¿Cuántos ejercicios desarrolló Agustín el séptimo día?*
   Esto implicaría calcular el término a_7. Podemos utilizar el término general de la sucesión aritmética:

$$a_n = a_1 + (n-1)d\,.$$

   Por lo que bastaría generar instrucciones en Python que nos permita calcularlo directamente con la fórmula:

Código sucesión aritmética

```
a_1 = 3
d = 2
n = 7
a_7 = a_1+(n-1)*d
print(f'Agustín desarrolló {a_7} ejercicios
el séptimo día.')
```

Este código imprimirá que "Agustín desarrolló 15 ejercicios el séptimo día".

3. *¿Cuántos ejercicios llevará desarrollados Agustín al décimo día? ¿Cuántos ejercicios le faltan para completar la guía?*
Esto conlleva a sumar algunos términos. Específicamente, tendremos que sumar los siguientes:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}\,.$$

Pero ¿cómo generar esta suma, sin la necesidad de conocer todos los términos de la sucesión? Observa el siguiente código:

Código suma de una sucesión aritmética

```
ejercicios = []
a_1 = 3
d = 2
for i in range(10):
    n = i+1
    ejercicios.append(a_1+(n-1)*d)

suma = sum(ejercicios)
# Esta función permite sumar todos los elementos
# de la lista "ejercicios"

print(f'Agustín llevará desarrollado {suma} ejercicios
al décimo día.')
```

Este código, imprimirá que "Agustín llevará 120 ejercicios al décimo día". Por lo tanto, le faltarían 10 ejercicios de la guía, ya que ésta tiene 130 ejercicios en total.

Guía Laboratorio 4 (Descargar)

P1. Considere la sucesión $a_n = 3n^2 + 7$. Por medio de un código en Python despliega en pantalla:

a) Los primeros 5 términos.
b) Los 5 términos que vienen inmediatamente después del decimoquinto término.

P2. Considere la sucesión $g_n = 5n^3$. Implemente un código en Python que muestre en pantalla:

a) Los primeros 4 términos de la sucesión.
b) Los 4 términos que vienen inmediatamente después del octavo término.
c) Determinar si el término 40.000 pertenece a la sucesión. Si es así, indicar en qué posición se encuentra.

P3. La sucesión de Fibonacci es una serie de números en la que cada número, desde el tercero en adelante, es la suma de los dos anteriores.
Comienza con el 0 y 1, tal como se observa a continuación:

$$0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$$

Formalmente, la sucesión se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} &F(0) = 0 \\ &F(1) = 1 \\ &F(n) = F(n-1) + F(n-2), \quad \text{para } n \geq 2. \end{aligned}$$

Esta sucesión se utiliza en una variedad de contextos en informática y algoritmos debido a sus propiedades matemáticas y patrones.

a) Implementa un código en Python que muestre en pantalla los primeros 20 términos de la sucesión.
b) Calcula, utilizando un ciclo `for`, la suma de los primeros 30 términos de la sucesión de Fibonacci.

P4. Implementa un código que permita guardar en una lista la sucesión de los primeros n números pares, con $n \geq 1$. Luego, determina:

a) ¿Cuál es el valor del décimo término?
b) Calcula, utilizando un ciclo `for`, la suma de los primeros 100 números pares.
c) ¿En qué posición se encuentra el número 58 dentro de la sucesión?

P5. Un nuevo software tiene 500 usuarios y se espera que el número de usuarios crezca un 15 % respecto al mes anterior. Considere que b_n es el número de usuarios transcurridos n meses.

a) Calcula cuántos usuarios tendrá el software al cabo de tres meses. ¿Y al cabo de seis meses?
b) Mediante un código en Python muestra la cantidad de usuarios que tendrá el software cada mes durante el primer año.
c) ¿Cuántos usuarios tendrá en total el software luego de un año? Utilice ciclos `for` para calcular.

P6. Un estudiante de ingeniería informática planea ahorrar para un proyecto personal. Para esto, el primer mes deposita \$12.000 y cada mes aumenta el depósito en \$2.000. Considere que a_i corresponde al depósito mensual del estudiante.

a) Implementa un código que permita mostrar en pantalla lo que depositó mensualmente durante el primer año.

b) ¿Cuánto depositó el estudiante en febrero del segundo año?

c) ¿Cuál será el total ahorrado al finalizar dos años?

P7. Por lo general, los proyectos son organizados en varias etapas que deben completarse secuencialmente. La fase inicial de un proyecto de software tiene una duración de 3 meses y cada fase subsecuente reduce su duración en un 10 % debido a la experiencia ganada. Determine:

a) ¿Cuánto dura la quinta fase?

b) Calcula la duración total del proyecto después de 10 fases.

P8. En una sucesión aritmética, la diferencia entre un término y el anterior es 4 y el décimo término es -20. Determine:

a) El primer término de la sucesión.

b) La expresión del término de lugar n.

c) Utilice un código en Python para calcular el término que ocupa el lugar 100.

d) Determine la posición del número 1.680 en la secuencia. Calcule utilizando un ciclo `while`.

P9. El tercer término de una sucesión geométrica es 5 y el sexto término es 40. Determine:

a) La razón geométrica de la sucesión.

b) El primer término de la sucesión.

c) La expresión del término de lugar n.

d) Utilice un código en Python para calcular el término que ocupa el lugar 8.

e) ¿Qué lugar ocupa en esta sucesión el término 20.480? Calcule utilizando un ciclo `while`.

P10. Una empresa de tecnología está optimizando sus servidores. Para ello, mide cada mes las transacciones por segundo (TPS) de sus servidores. Se ha obtenido que el segundo mes, el rendimiento del servidor es $1,2$ miles de TPS y el quinto mes, el rendimiento es de $2,7$ miles de TPS. Determina, utilizando un código en Python:

a) ¿Cuál es el rendimiento el noveno mes?

b) ¿En qué mes el rendimiento es de $23,4$ miles de TPS?

Utilice dos decimales para el cálculo.

P11. Una aplicación de redes sociales inició el 1 de enero y comenzó a ganar usuarios rápidamente. El 3 de enero tenía 500 usuarios, y el 10 de enero tenía 1.501 usuarios. Si el número de usuarios sigue creciendo de manera constante, determine:

a) ¿Con cuántos usuarios comenzó a funcionar la aplicación?

b) ¿Cuántos usuarios tendrá la aplicación el 31 de enero?

c) Si la aplicación tiene 5.505 usuarios, ¿cuántos meses lleva funcionando?

P12. Una empresa de publicidad ofrece para un puesto de trabajo un salario inicial y un aumento mensual en una razón constante. Javier se presenta a la entrevista, y el encargado del departamento de recursos humanos le explica que en el segundo mes de trabajo su sueldo será de \$402.000, y que en el tercer mes de trabajo será de \$404.010. Determine:

a) El salario aproximado que Javier recibiría en el décimo mes de trabajo en la empresa.

b) ¿Cuál sería el ingreso total recibido por los sueldos de Javier durante el tercer año de trabajo?

P13. Una empresa de ciberseguridad capacita trabajadores cada trimestre. En el primer trimestre capacitaron a 30 trabajadores, en el segundo trimestre a 60 trabajadores, y en el tercer trimestre a 120 trabajadores. Si en los siguientes trimestres la empresa mantiene el mismo patrón de crecimiento, determine utilizando Python:

a) ¿A cuántos trabajadores capacitarán en el octavo trimestre?

b) Si la empresa lleva en el mercado 3 años, ¿a cuántos trabajadores han capacitado en total?

P14. Al llenar un tambor con agua, se registra que durante el minuto 4 el tambor recibe 128 litros, y durante el minuto 9 recibe 88 litros. Sabiendo que en cada minuto recibe una cantidad d de litros de agua menos que en el minuto anterior, determine:

a) ¿En qué instante el tambor deja de recibir agua?

b) ¿Cuántos litros recibe en total el tambor?

Realice los cálculos anteriores utilizando Python.

Problemas de sección 4

P1. Sea la sucesión (k_n) definida por su término general $(-1)^n$.

a) Determine los primeros 20 términos.
b) ¿Qué se puede afirmar acerca de los términos de esta sucesión?
c) ¿Cuál es el término que ocupa la posición 2.020?

P2. Considera la sucesión $(5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25,\ 30,\ldots)$.

a) Comparando con el ejemplo 1 de esta guía, ¿qué caracteriza a estos números?
b) Determine la expresión algebraica del término genérico de lugar n.
c) Compruebe si su expresión es correcta usando código Python.

P3. Considera la sucesión $(7,\ 14,\ 21,\ 28,\ 35,\ 42,\ldots)$.

a) Al mirar los términos de esta sucesión, ¿qué puede decir de ellos?
b) Determine la expresión algebraica del término genérico de lugar n.
c) Compruebe si su expresión es correcta usando código Python.

P4. Considere la sucesión aritmética $25{,}72;\ 26{,}93;\ 28{,}14;\ldots$. Determine:

a) La diferencia aritmética.
b) La expresión algebraica del término de lugar n.
c) Calcule el término del lugar 50.
d) ¿Qué lugar ocupa en esta sucesión el término 411,71?

P5. Considere la sucesión geométrica: $4,\ 6,\ 9,\ldots$ Determine:

a) La razón geométrica.
b) La expresión del término de lugar n.
c) El término de lugar 60.
d) ¿Qué lugar ocupa en esta sucesión el término 68,34375?

P6. En una colonia de abejas, en el primer día de investigación, alumnos de Ingeniería Agrícola contabilizaron 3 abejas, el segundo día contabilizaron 9 y el tercero 15. Si la cantidad de abejas se fue incrementando de manera constante, se pide

a) Indicar qué tipo de sucesión modela la cantidad de abejas. Justifique su respuesta.
b) Escribir la expresión del término de lugar n.
c) Determinar cuántas abejas había el vigésimo día.
d) Determinar cuántas abejas había a los 30 días.
e) ¿Cuántos días deben transcurrir para que se puedan contabilizar 333 abejas?

P7. La tasa de crecimiento de la población de una ciudad es del 2 % anual. Considere que la población actual es de 600.000 habitantes.

a) Si a_n representa la población al cabo de n años, determine los tres primeros términos de esta sucesión.
b) Indicar qué tipo de sucesión modela la población de dicha ciudad. Justifique su respuesta.
c) Escribir la expresión algebraica del término de lugar a_n.
d) Determinar cuántos habitantes aproximadamente tendrá dentro de quince años.
e) ¿Cuántos años aproximadamente deben transcurrir para que la población alcance los 1.351.320 habitantes?

P8. Según las estadísticas de un hospital, en promedio los recién nacidos miden 48 cm y por cada mes, hasta que cumplen 1 año, su altura se incrementa uniformemente en 0,7 cm. Considere que a_n representa la altura promedio de los bebés al cabo de n meses.

a) Indicar qué tipo de sucesión modela la altura promedio de los bebés. Justifique su respuesta.
b) Escribir la expresión del término a_n.
c) ¿Cuánto miden en promedio los bebes al cabo de 7 meses de haber nacido?
d) ¿Cuántos meses de vida deben tener un bebé para medir, en promedio 54,3 cm?

P9. Un depósito inicial en una cuenta de ahorro, al cabo de 7 meses otorga un monto disponible en la cuenta de \$8.404.090. Y al cabo de 10 meses, en la misma cuenta se contabilizará debido al mismo depósito inicial un monto de \$10.295.372. Considere que a_n representa el monto disponible en la cuenta de ahorro al cabo de n meses y que, además, esta cuenta bancaria mensualmente reajusta el monto en una razón constante.

a) Indique qué tipo de sucesión modela el monto de la cuenta de ahorro. Justifique su respuesta.
b) Determine la tasa de interés mensual.
c) ¿De cuánto es el monto de la cuenta al cabo del primer mes? ¿Y cuánto fue el valor del depósito inicial?
d) Escriba la expresión del término a_n.
e) Si el dueño de la cuenta aún no retira el dinero, ¿cuál es el monto al cabo de 1 año?

P10. En una sucesión aritmética, el cuarto término es 64 y el término de lugar 54 es -61. Determine el vigésimo tercer término.

P11. En una sucesión geométrica, el cuarto término es 116,64 y el sexto término es 377,9136. Determine el noveno término, aproximando al entero este resultado.