

U.B.A. FACULTAD DE INGENIERÍA

Departamento de Computación

Modelos y Simulación 7526 - 9519

TRABAJO PRÁCTICO #2

*Procesos de Poisson, Cadenas de Markov, Sistemas dinámicos,
SimpY*

Curso: 2019 - 1er Cuatrimestre

Turno: Miércoles

GRUPO N° 1	
Integrantes	Padrón
Amurrio, Gastón	93584
Gamarra Silva, Cynthia Marlene	92702
Pinto, Tomás	98757
Fecha de Entrega:	19-06-2019
Fecha de aprobación:	
Calificación:	
Firma de aprobación:	

Observaciones:

Índice

Índice	1
1. Enunciado del trabajo práctico	2
2. Introducción	5
3. Implementación y resultados	5
3.1. Ejercicio 1	5
3.2. Ejercicio 2	5
3.3. Ejercicio 3	5
3.4. Ejercicio 4	6
3.5. Ejercicio 5	6
4. Conclusiones y aclaraciones	7
Referencias	7
A. Código fuente	8
A.1. Resolución ejercicio 1	8
A.1.1. instruccion	8
A.1.2. cache.py	8
A.1.3. memoria principal	9
A.1.4. OS	9
A.1.5. procesador	9
A.2. Resolución ejercicio 2	11
A.2.1. ejercicio2.py	11
A.3. Resolución ejercicio 3	12
A.3.1. ejercicio3.py	12
A.4. Resolución ejercicio 4	13
A.4.1. ejercicio4.py	13
A.5. Resolución ejercicio 5	14
A.5.1. ejercicio5.py	14

1. Enunciado del trabajo práctico



Trabajo Práctico 2

Simulación - 75.26 – 95.19

Consideraciones generales

La entrega de este TP debe contar con un informe explicando el procedimiento utilizado para resolver cada ejercicio y justificando las conclusiones a las que se arriba en cada punto. Se debe incluir también el código fuente utilizado para resolver cada ejercicio en uno o más archivo(s) por ejercicio.

Procesos de Poisson

Ejercicio 1

Utilizando Matlab, Octave o Python (sin utilizar Simpy) se debe determinar con cuál de las siguientes 2 arquitecturas nos permite tener un menor tiempo de procesamiento.

A un procesador arriban instrucciones siguiendo una distribución exponencial con una tasa de 250 instrucciones por microsegundo.

Las instrucciones se pueden agrupar en las siguientes categorías, y en función de ella es el tiempo que demoran en ser ejecutadas el cual sigue una distribución exponencial con parámetro λ especificado a continuación.

Tipo de instrucción	Probabilidad	Tasa del tiempo de ejecución (instrucciones por μseg)
Simple	0,6	60
Compleja	0,4	10

Se sabe que el 65% de las instrucciones requieren buscar datos en memoria para antes de ser ejecutadas.

En este punto se plantean dos alternativas:

Alternativa 1: Cada vez que se requiera un dato de memoria se lo busca en memoria principal. Tarea cuyo tiempo corresponde a una distribución exponencial con una tasa de 2000 instrucciones por microsegundo.

Alternativa 2: Implementar un Caché, con el cual existiría una probabilidad de .6 de encontrar el dato requerido y no tener la necesidad de buscarlo en memoria principal.

El tiempo de acceso a este caché se puede modelar siguiendo una distribución exponencial con una tasa de 500 instrucciones por microsegundo.

Cuando el dato no es encontrado en el caché y debe buscarse en memoria principal donde su demora también sigue una distribución exponencial con una tasa de 1500 instrucciones por microsegundo.

Cadenas de Markov

Ejercicio 2

Una entidad bancaria se encuentra analizando cuantos clientes en simultáneo están conectados a su home banking.

Para ello comenzó a monitorear cada minuto la cantidad de clientes activos, y analizó como se modifica esta cantidad de una observación a la siguiente.

Se determinó que la probabilidad que la cantidad de clientes conectados aumentara, o se mantenga igual, podía modelarse utilizando una distribución de probabilidad Binomial, mientras que la probabilidad de tener menos clientes conectados respondía a una distribución uniforme.

Siendo i y j dos cantidades de usuarios conectados al sistema.

$$P(i \rightarrow j) = \begin{cases} \binom{n}{j-i} p^{j-i} (1-p)^{n-j-i} & \text{si } j \geq i \\ \frac{1 - \sum_{j=i}^n P(i \rightarrow j)}{i-1} & \text{si } j < i \end{cases}$$

Se sabe además que la probabilidad que un cliente se conecte al sitio es $p=0,7$

(Por simplicidad supondremos que el servidor de este home banking permite como máximo 50 clientes en simultáneo)

- Determinar la matriz de transición de estados explicando cómo se obtiene la misma.
- Utilizando Matlab, Octave o Python simular una posible evolución del sistema a lo largo de 100 observaciones graficando cómo se modifica la cantidad de clientes conectados en cada momento.
- Simulando 100.000 observaciones realizar un histograma mostrando cuantas veces el sistema estuvo en cada estado.
(Recomendación: utilizar tantas categorías en el histograma como estados tiene el sistema).
- Determinar el % de tiempo que en el home banking no tuvo clientes conectados.
- Se está evaluando migrar el home banking a un servidor que permitiría como máximo 40 clientes conectados en simultáneo. La migración sólo se realizaría si la probabilidad de tener más de 40 clientes es menor a 10%. Indique si se puede recomendar realizar la migración.

Sistemas dinámicos

Ejercicio 3

El siguiente sistema dinámico es conocido como "Modelo de la telaraña".

Mediante el mismo se puede modelar la formación de precios de productos cuya oferta se establece en función del precio de mercado en el período de tiempo anterior.

$$\begin{cases} Q_t^{\text{demanda}} = a - bP_t \\ Q_t^{\text{oferta}} = dP_{t-1} - c \\ Q_t^{\text{demanda}} = Q_t^{\text{oferta}} = Q_t \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Con:} \\ a=9 \\ b=1,1 \\ c=0,4 \\ d=1 \\ P_0=8 \end{array}$$



Trabajo Práctico 2

Simulación - 75.26 – 95.19

Se pide:

1. Determinar el tipo de sistema (discreto/continuo, lineal/ no lineal, autónomo/no autónomo, de primer orden / orden superior)
2. Hallar el o los puntos de equilibrio.
3. Realizar un análisis asintótico del sistema.
¿Cómo afectan las condiciones iniciales al estado asintótico del sistema? Justifique.
Simule el sistema para distintas condiciones iniciales e interprete los resultados.
4. Graficar la variable precio en función del período (t) para 100 períodos.
5. Graficar el espacio de fases del sistema a través de 100 períodos para pares ordenados (Q_t , P_t) (mostrar los puntos vinculados mediante una recta).

Simpy

Ejercicio 4

Resolver el Ejercicio 1 utilizando Simpy y comparar los resultados obtenidos con los obtenidos en el Ejercicio1.

Ejercicio 5

Siguiendo una distribución Exponencial negativa de media 45 ms arriban solicitudes a un cluster de base de datos, compuesta por 6 servidores y un balanceador de carga.

El tiempo de procesamiento de cada solicitud dependerá del tipo de solicitud que se trate:

Tipo	Probabilidad	Tiempo de proceso (mseg)
A	.6	75 ± 10
B	.25	60 ± 15
C	.15	90 ± 20

Se necesita determinar la mejor política de asignación de procesos a utilizar en el balanceador entre las siguientes:

- a. Utilizando una política Round Robin (la primer solicitud se asigna al servidor 1, la segunda al 2, etc).
- b. La solicitud es asignada al azar entre los 6 servidores.

(Justifique la respuesta midiendo todos los indicadores que considere necesarios)

2. Introducción

3. Implementación y resultados

Para cada uno de los ejercicios pedidos se realiza una explicación de cada uno de ellos. Se toma como base teórica lo explicado en clase tanto teórica como clase práctica.

3.1. Ejercicio 1

3.2. Ejercicio 2

3.3. Ejercicio 3

El "modelo de la telaraña" tiene la siguiente estructura:

$$\begin{aligned} Q_t^{demanda} &= a - bP_t \\ Q_t^{oferta} &= dP_{t-1} - c \\ Q_t^{demanda} &= Q_t^{oferta} = Q_t \end{aligned} \quad (1)$$

En donde tienen los parámetros siguientes :

- $a = 9$
- $b = 1,1$
- $c = 0,4$
- $d = 1$
- $P_0 = 8$

Respondiendo lo que se pide:

1. El sistema es discreto, lineal, autónomo y de primer orden
2. Resolviendo el sistema de ecuaciones se obtuvo el punto de equilibrio:

$$P = \frac{a+c}{d+b}$$

Utilizando los datos del ejercicio se obtuvo:

$$P = \frac{94}{21}$$

$$Q = \frac{428}{105}$$

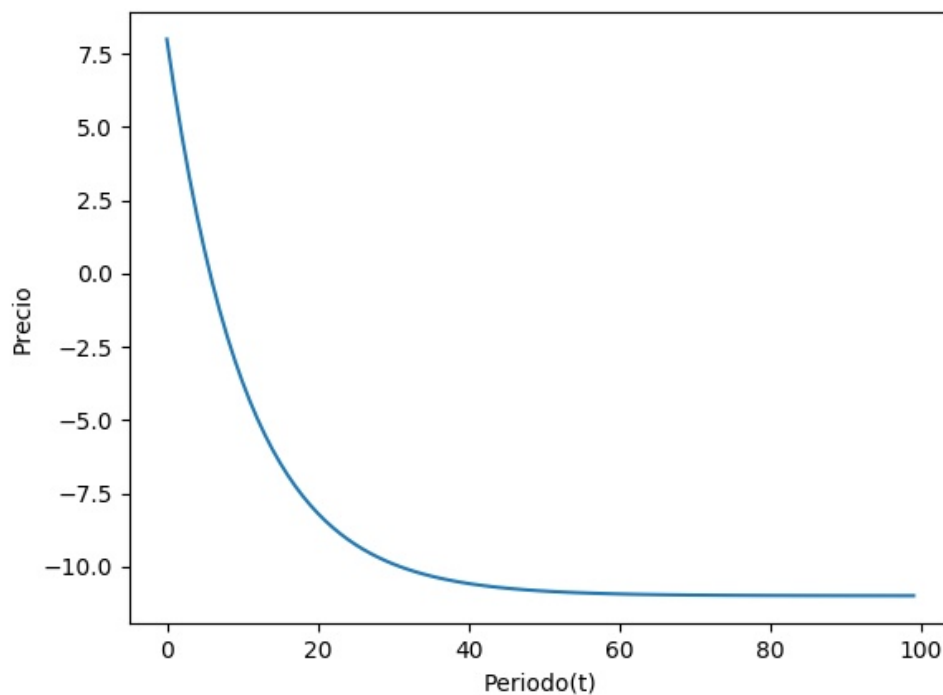
3. Realizando un análisis asintótico obtuvimos que:

$$\lambda_1 = 1$$

$$\lambda_2 = \frac{-11}{10}$$

En donde se llega a que el sistema es un Saddle Point.

4. Graficando la variable precio en función del período(t):



3.4. Ejercicio 4

3.5. Ejercicio 5

Utilizando los datos del ejercicio procesamos nuestro archivo creado usando *Simpy* y obtuvimos los siguientes resultados:

- Con política Round Robin(en segundos):
 - Tiempo espera: 87.6
 - Tiempo max: 416.4
 - Tiempo min: 45.0
 - Tiempo total: 451783.9
- Las solicitudes son asignadas al azar entre los servidores:
 - Tiempo espera: 73.6
 - Tiempo max: 116.1
 - Tiempo min: 45.0
 - Tiempo total: 449154.5

Podemos observar que la mejor política de asignación es en donde la solicitud es asignada al azar entre los 6 servidores. Hay una diferencia significativa en el tiempo máximo entre ambos y el tiempo total.

4. Conclusiones y aclaraciones

El trabajo práctico nos permitió conocer y realizar simulaciones teniendo como base teórica los conceptos explicados en clase . Además, nos permitió conocer herramientas que permiten realizar simulaciones que son muy utilizadas en el campo científico.

Referencias

- [1] Python, Generación de números con distintas distribuciones de probabilidad, <https://docs.python.org/3/library/random.html>.
- [2] Simpy, Apunte de la cátedra.
- [3] Simpy, Documentación, <https://simpy.readthedocs.io/en/latest/>

A. Código fuente

A.1. Resolución ejercicio 1

A.1.1. instruccion

```

1  import random
2  SECOND_TO_MICROSECOND = 1000000
3  class InstruccionFactory(object):
4
5      @staticmethod
6      def nueva_instruccion():
7          # Tiro un random entre 0 y 1, si es menor o igual a 0.6 entonces
8          # es una instruccion simple
9          # idem memoria
10         tipo = random.uniform(0,1)
11         memoria = random.uniform(0,1)
12         lee_memoria = False
13         if (memoria <= 0.65):
14             lee_memoria = True
15         if (tipo <= 0.6):
16             return InstruccionSimple(lee_memoria)
17         else:
18             return InstruccionCompleja(lee_memoria)
19
20     class InstruccionCompleja(object):
21
22         def __init__(self, lee_memoria):
23             self.lee_memoria = lee_memoria
24
25         def costo(self):
26             return 10/float(SECOND_TO_MICROSECOND)
27
28     class InstruccionSimple(object):
29
30         def __init__(self, lee_memoria):
31             self.lee_memoria = lee_memoria
32
33         def costo(self):
34             return 60/float(SECOND_TO_MICROSECOND)

```

A.1.2. cache.py

```

1  import queue
2  import time
3  import numpy
4  import random
5
6  SECOND_TO_MICROSECOND = 1000000
7  TASA_ALT1 = 2000
8
9  def buscar(cola_acceso_memoria, cola_procesador):
10     while True:
11         if not (cola_acceso_memoria.empty()):
12             instruccion = cola_acceso_memoria.get()
13             #Busco el dato
14             u = random.uniform(0,1)
15             tiempo_busqueda_memoria = 1500
16             if (u <= 0.6):
17                 tiempo_busqueda_memoria = 500
18

```

```

19         tiempo_de_espera_busqueda_dato = numpy.random.exponential(
tiempo_busqueda_memoria)
20         time.sleep(tiempo_de_espera_busqueda_dato/float(SECOND_TO_MICROSECOND))
21         #Mando la instruccion a procesar
22         cola_procesador.put(instruccion)

```

A.1.3. memoria principal

```

1  import queue
2  import time
3  import numpy
4
5  SECOND_TO_MICROSECOND = 1000000
6  TASA_ALT1 = 2000
7
8  def buscar(cola_acceso_memoria, cola_procesador):
9      while True:
10         if not (cola_acceso_memoria.empty()):
11             instruccion = cola_acceso_memoria.get()
12             #Busco el dato
13             tiempo_de_espera_busqueda_dato = numpy.random.exponential(TASA_ALT1)
14             time.sleep(tiempo_de_espera_busqueda_dato/float(SECOND_TO_MICROSECOND))
15             #Mando la instruccion a procesar
16             cola_procesador.put(instruccion)

```

A.1.4. OS

```

1  import instruccion
2  import procesador
3  import queue
4  import threading
5  import time
6  import numpy
7  import memoria_principal
8  import cache
9
10  generador_instrucciones = instruccion.InstruccionFactory()
11  cola_acceder_memoria = queue.Queue()
12
13  contador_instrucciones_generadas = 0
14
15  cola_instrucciones = queue.Queue()
16
17  threading.Thread(target=procesador.procesar, args=(cola_instrucciones,)).start()
18  threading.Thread(target=cache.buscar, args=(cola_acceder_memoria,
cola_instrucciones,)).start()
19
20
21  SECOND_TO_MICROSECOND = 1000000
22  TASA_ARRIBO_INSTRUC = 250
23
24  while True:
25         tiempo_de_espera_arribo_instruc = numpy.random.exponential(TASA_ARRIBO_INSTRUC)
26         time.sleep(tiempo_de_espera_arribo_instruc/float(SECOND_TO_MICROSECOND))
27         contador_instrucciones_generadas += 1
28         instruccion = generador_instrucciones.nueva_instruccion()
29         if not(instruccion.lee_memoria):
30             cola_instrucciones.put(instruccion)
31         else:
32             cola_acceder_memoria.put(instruccion)

```

A.1.5. procesador

```
1 import queue
2 import time
3
4 def procesar(cola_instrucciones):
5     cantidad_procesada = 0
6     while True:
7         if not (cola_instrucciones.empty()):
8             time.sleep(cola_instrucciones.get().costo())
9             cantidad_procesada += 1
10        print("\rCantidad procesada: "+str(cantidad_procesada), end="")
```

A.2. Resolución ejercicio 2

A.2.1. ejercicio2.py

A.3. Resolución ejercicio 3

A.3.1. ejercicio3.py

```
1  #!/usr/bin/env/ python
2
3  import matplotlib.pyplot as plt
4
5  Pt = [8]
6
7  def calculo(valor_pt):
8         return ((0.909*valor_pt) - 1)
9
10 def fully_price(Pt):
11         for i in range(1,100):
12                 Pt.append(calculo(Pt[i-1]))
13         return Pt
14
15 prices = fully_price(Pt)
16 #Graficamos el precio en funcion del tiempo
17 x = range(0,100)
18 plt.xlabel('Periodo(t)')
19 plt.ylabel('Precio')
20 plt.plot(x, [prices[i] for i in x ])
21 plt.show()
```

A.4. Resolución ejercicio 4

A.4.1. ejercicio4.py

A.5. Resolución ejercicio 5

A.5.1. ejercicio5.py

```

1  import random
2  from random import randint
3  import simpy
4  import numpy
5  from numpy import mean
6
7
8  client_count = 10000
9  arrival_rate = 45
10 tiempo_esperas = []
11
12 class Client(object):
13
14     def process_duration(self):
15         if (self.type == 'A'):
16             return (75 + randint(-10, 10))
17         if (self.type == 'B'):
18             return (60 + randint(-15, 15))
19         return (90 + randint(-20, 20))
20
21
22     def __init__(self, env):
23         self.tiempo_entrada = env.now
24         self.env = env
25         self.type = numpy.random.choice(['A', 'B', 'C'], p=[0.6, 0.25, 0.15])
26
27     def process(self, cashier):
28         global tiempo_esperas
29         with cashier.request() as req:
30             process_duration = self.get_process_duration()
31             yield req
32             yield self.env.timeout(process_duration)
33
34         # print("%.2f Client type %s attended" % (self.env.now, self.type))
35         tiempo_esperas.append(env.now - self.tiempo_entrada)
36
37     def get_process_duration(self):
38         return self.process_duration()
39
40 class Balanceador(object):
41
42     def __init__(self, round_robin):
43         self.resources = []
44         self.round_robin = round_robin
45         self.last_assigned = 0
46
47         for i in range(6):
48             self.resources.append(simpy.Resource(env, capacity = 1))
49             self.cantidad_colas = 6
50
51
52     def get_resource(self):
53         #If we use Round Robin politic
54         if self.round_robin:
55             self.last_assigned = (self.last_assigned + 1) % 6
56             return self.resources[self.last_assigned]
57         else:
58             # If we assign randomly
59             random_value = randint(0,5)

```

```
60         return_value = self.resources[random_value]
61
62         return return_value
63
64
65 def generate_clients(environment, count, interval):
66     #Select one the options in the exercise
67     balanceador_round_robin = Balanceador(False)
68     balanceador_2 = Balanceador(True)
69
70     balanceador = balanceador_2
71
72     for i in range(count):
73         client = Client(env)
74         environment.process(client.process(balanceador.get_resource()))
75         t = random.expovariate(1.0 / interval)
76         yield environment.timeout(t)
77
78
79 env = simpy.Environment()
80 env.process(generate_clients(env, client_count, arrival_rate))
81 env.run()
82
83 print("Tiempo espera: %s" % mean(tiempo_esperas))
84 print("Tiempo max: %s" % max(tiempo_esperas))
85 print("Tiempo min: %s" % min(tiempo_esperas))
86 print("Tiempo total: %s" % env.now)
```