

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}} - \sqrt{9+4\sqrt{2}}$ jest równa:

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_2 5 \cdot \log_5 81 \cdot \log_9 216$ wynosi:

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $|x^2 - 2x - 8| = m + 1$ w zależności od parametru m , gdzie $m \in \mathbb{R}$, ma maksymalną liczbę pierwiastków dla:

A. $m \in \langle 0, 9 \rangle$

B. $m \in \langle -1, 8 \rangle$

C. $m \in (-9, 0)$

D. $m \in (-1, 8)$

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\frac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 4}$ jest równe:

A. $\sqrt[3]{36} - 2\sqrt[3]{18}$

B. $3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{18}$

C. $\frac{\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{18}}{7}$

D. $\frac{3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{18}}{11}$

Zadanie 4. (0–1)

Równanie $\left| \frac{-4x - 17}{x + 5} \right| = m$ ma dokładnie dwa rozwiązania dla:

A. $m \in (-5, 0) \cup (0, +\infty)$

B. $m \in (0, +\infty)$

C. $m \in (0, 4) \cup (4, +\infty)$

D. $m \in (0, 5) \cup (5, +\infty)$

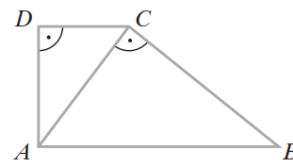
Zadanie 5. (0–2)

Rozwiąż nierówność $\frac{x-6}{36-x^2} \geq \frac{3x}{x^2-6x}$.

Wyznacz wszystkie liczby naturalne dodatnie spełniające tę nierówność i oblicz ich iloczyn. W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Z dwóch podobnych trójkątów prostokątnych o skali podobieństwa 2 zbudowano trapez $ABCD$. Oblicz miarę kąta ostrego tego trapezu.

**Zadanie 7. (0–3)**

Wiesz, że $a + b + c = 0$ i $abc = 2$. Wykaż, że $a^3 + b^3 + c^3 = 6$.

Zadanie 8. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - 1$ jest równa 2, a reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x - 2$ jest równa 5. Wyznacz wielomian $R(x)$, który jest resztą z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x - 1)(x - 2)$.

Zadanie 9. (0–4)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|AB| = 12$, $|BC| = 6\sqrt{3}$, $|CD| = 3\sqrt{3}$, $|DA| = 3$ i przekątna AC ma długość 6. Oblicz długość przekątnej BD tego czworokąta.

Zadanie 10. (0–2)

Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \frac{9-4x^2}{x^2+1}$. Oblicz wartość pochodnej tej funkcji dla argumentu -3 .

Zadanie 11. (0–3)

Wyznacz równania stycznych do okręgu $x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0$ równoległych do prostej $y = 2x + 5$.

Zadanie 12. (0–5)

Rozwiąż równanie $2\sin^3 x - \sin x \cos x - \sin x = 0$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Zadanie 13. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m , dla których trójmian kwadratowy

$f(x) = -x^2 + mx - m$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2 , spełniające warunek $(x_1 + 3x_2)(x_2 + 3x_1) = -1$.

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$, jeżeli wiadomo, że $\log_{ab} a = 4$.

Zakoduj cyfrę jedności i dwie cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Znajdź równanie stycznej do wykresu funkcji $f(x) = \frac{x-8}{4-3x}$ w punkcie $(x_0, 3)$.

Zadanie 8. (0–3)

Dany jest trapez prostokątny o podstawach długości a, b oraz wysokości długości $2h$. Dłuższe ramię trapezu jest równocześnie średnicą okręgu, który jest styczny do drugiego ramienia trapezu. Udowodnij, że $h^2 = ab$.

Zadanie 10. (0–4)

W trójkącie równobocznym ABC na boku AB zaznaczono punkt D w taki sposób, że $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{1}{3}$. Wyznacz sinus kąta BCD .

Zadanie 11. (0–4)

Rozwiąż równanie $\sin^2 2x + 1 = 7 \cos^2 \left(\frac{3}{2} \pi - x \right)$ dla $x \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$.

Zadanie 13. (0–4)

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym. W wyniku podzielenia wyrazu a_{13} przez a_3 otrzymujemy iloraz 5 i resztę 1, dodatkowo wyrazy pierwszy, siódmy i sto trzeci w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz iloraz ciągu geometrycznego.

Zadanie 14. (0–6)

Wyznacz równanie okręgu, który jest styczny do prostych $x = 0$ oraz $4x + 3y + 33 = 0$, a także przechodzi przez punkt $P(-2, 0)$.

Zadanie 6. (0–2)

Oblicz $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 7x + 10}{x^3 + 8}$.

Zadanie 7. (0–3)

Wyznacz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = \frac{x^2 + 8}{x + 1}$ w przedziale $\langle 0, 3 \rangle$.

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $2x^2 + 5y^2 + 10 > 6xy + 4y$.

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości a i b , w którym kąt między środkową a wysokością wychodzącymi z wierzchołka kąta prostego ma miarę α . Wykaż, że

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|a^2 - b^2|}{2ab}.$$