Klasa 2F – Arkusze Operon

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ jest równa:

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_2 5 \cdot \log_5 81 \cdot \log_9 216$ wynosi:

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $\left|x^2-2x-8\right|=m+1$ w zależności od parametru m, gdzie $m\in R$, ma maksymalną liczbę pierwiastków dla:

A. $m\in\langle 0,9)$ **B.** $m\in\langle -1,8)$ **C.** $m\in(-9,0)$ **D.** $m\in(-1,8)$

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\dfrac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}$ jest równe:

A. $\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{18}$

B. $3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}$

C. $\dfrac{\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{18}}{7}$

D. $\dfrac{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}}{11}$

Zadanie 3. (0–1)

Suma wszystkich współczynników wielomianu $W(x)=\left(7x^3-5x^2-2x+8\right)^5$ stojących przy nieparzystych potęgach zmiennej x wynosi:

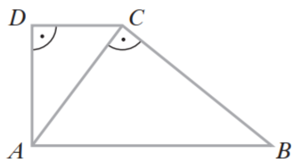
Zadanie 5. (0–2)

Oblicz $\log_{ab}\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$, jeżeli wiadomo, że $\log_{ab} a = 4$.

Zakoduj cyfrę jedności i dwie cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 6. (0–3)

Z dwóch podobnych trójkątów prostokątnych o skali podobieństwa 2 zbudowano trapez $ABCD$. Oblicz miarę kąta ostrego tego trapezu.



Zadanie 7. (0–3)

Wiesz, że $a+b+c=0$ i $abc=2$. Wykaż, że $a^3+b^3+c^3=6$.

Zadanie 8. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x-1$ jest równa 2, a reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $x-2$ jest równa 5. Wyznacz wielomian $R(x)$, który jest resztą z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x-1)(x-2)$.

Zadanie 13. (0–4)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których trójmian kwadratowy $f(x)=-x^2+mx-m$ ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste x_1 i x_2, spełniające warunek $(x_1+3x_2)(x_2+3x_1)=-1$.

Zadanie 10. (0–4)

W trójkącie równobocznym ABC na boku AB zaznaczono punkt D w taki sposób, że $\frac{|AD|}{|DB|}=\frac{1}{3}$. Wyznacz sinus kąta BCD.

Zadanie 9. (0–3)

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości a i b, w którym kąt między środkową a wysokością wychodzącymi z wierzchołka kąta prostego ma miarę α. Wykaż, że $\operatorname{tg}\alpha=\frac{|a^2-b^2|}{2ab}$.

Zadanie 17. (0–4)

Dane jest równanie $x^2+(2m+1)x-3m^2-\frac{1}{2}m+\frac{1}{4}=0$. Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru wartości parametru m, dla których to równanie ma dokładnie dwa różne rozwiązania mniejsze od 4.

Zadanie 14. (0–4)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC, w którym punkt D jest środkiem boku AB. Przez punkt D poprowadzono prostą pod kątem do boku AB, która przecięła bok BC w punkcie E takim, że pole trójkąta BDE jest równe $\frac{1}{8}$ pola trójkąta ABC. Wykaż, że $\alpha = 30°$.

Zadanie 7. (0–3)

Rozwiąż nierówność $3x - |2x - 7| < 11$.

Zadanie 11. (0–4)

Wielomian $W(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ jest podzielny przez trójmian $x^2 + x - 6$, a przy dzieleniu przez dwumian $x + 1$ daje resztę 6. Wyznacz wartości współczynników a, b i c.

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x, y zachodzi nierówność $2x^2 + 5y^2 + 10 > 6xy + 4y$.

Zadanie 7. (0–2)

Wyznacz największą liczbę spełniającą równanie $x^3 + x^2 - 7x + 5 = 0$. Zakoduj cyfrę jedności i dwie początkowe cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli liczby a i b są dodatnie, to $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} + 3\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 8$.

Zadanie 10. (0–2)

Pierwiastkami równania $x^2 + 7x + 4 = 0$ są liczby x_1, x_2. Oblicz wartość sumy sześcianów liczb x_1, x_2. Zakoduj cyfrę setek, dziesiątek i jedności wartości bezwzględnej otrzymanego wyniku.

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli $\log_{24} 6 = a$, to $\log_6 256 = \frac{4(1-a)}{a}$.

Zadanie 14. (0–5)

W trójkącie ABC poprowadzono środkową CD i wyznaczono na niej taki punkt E, że $\frac{|CE|}{|ED|} = \frac{1}{3}$.

Prosta przechodząca przez punkty AE przecina bok BC w punkcie P. Wykaż, że $\frac{|CP|}{|PB|} = \frac{1}{6}$.

Zadanie 2. (*4 pkt*)

Dana jest funkcja $f(x) = x^2 + 2mx + m^2 - 4m + 9$. Wyznacz najmniejszą wartość iloczynu miejsc zerowych tej funkcji.

Zadanie 3. (*3 pkt*)

Wiadomo, że $\log_7 4 = a$. Wyznacz $\log_{\sqrt{2}} 49$.

Zadanie 6. (*6 pkt*)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez dwumian $(x+2)$ jest równa 4, reszta z dzielenia tego samego wielomianu przez dwumian $(x-2)$ to (-8), a reszta z dzielenia wielomianu przez $(x-1)$ wynosi 6. Wyznacz resztę z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x+2)(x-2)(x-1)$.