

Wniosek.

Jeśli wielomian $W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, $a_n \neq 0$, $a_0, a_1, \dots, a_n \in \mathbb{Z}$ ma pierwiastek całkowity, to jest on dzielnikiem wyrazu wolnego a_0 .

Definicja.

Pierwiastkiem k -krotnym wielomianu $W(x)$ ($k \in \mathbb{N}_+$) nazywamy liczbę $a \Leftrightarrow$ wielomian $W(x)$ jest podzielny przez $(x - a)^k$ i nie jest podzielny przez $(x - a)^{k+1}$. Liczbę k nazywamy **krotnością** pierwiastka.

Definicja.

Wielomianem **rozkładalnym** nazywamy wielomian różny od wielomianu zerowego, gdy można go przedstawić w postaci iloczynu wielomianów stopnia niezerowego. W przeciwnym przypadku wielomian nazywamy **nierozkładalnym**.

Przykład.

- $(3x + 6)(x - 5)$ – rozkładalny (bo rozłożony),
- $x^2 - 4$ – rozkładalny (bo równy $(x - 2)(x + 2)$),
- $x^2 + 2$ – nierozkładalny (bo $\Delta < 0$).

Uwaga.

Rozłożyć wielomian na czynniki to znaczy przedstawić go w postaci iloczynu przynajmniej dwóch wielomianów możliwie najniższego stopnia, z których każdy ma stopień różny od zera.

Twierdzenie.

Każdy wielomian stopnia co najmniej trzeciego można rozłożyć na czynniki stopnia co najwyżej drugiego i ponadto rozkład ten jest jednoznaczny.³

Wniosek.

Wielomian stopnia nieparzystego ma zawsze przynajmniej jeden pierwiastek.

³Oczywiście z dokładnością do kolejności czynników oraz stałej np. $2(x + 2)(x + 3)$ oraz $(2x + 4)(x + 3)$ to te same rozkłady.