

Zadanie 4. (0–3)

Liczby rzeczywiste x oraz y spełniają jednocześnie równanie $x + y = 4$ i nierówność $x^3 - x^2y \leq xy^2 - y^3$.

Wykaż, że $x = 2$ oraz $y = 2$.

Zadanie 9. (0–4)

Rozwiąż nierówność

$$\sqrt{x^2 + 4x + 4} < \frac{25}{3} - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$$

Zapisz obliczenia.

Zadanie 12.1. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby dodatniej x wyrażenie

$$81^{\log_3 x} + \frac{2 \cdot \log_2 \sqrt{27} \cdot \log_3 2}{3} \cdot x^2 - 6x$$

można równoważnie przekształcić do postaci $x^4 + x^2 - 6x$.

Zadanie 2. (0–1)

Dane są wektory $\vec{u} = [4, -5]$ oraz $\vec{v} = [-1, -5]$. Długość wektora $\vec{u} - 4\vec{v}$ jest równa

A. 7

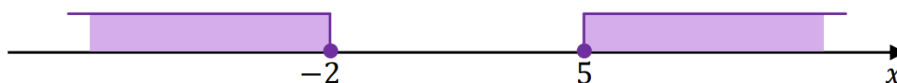
B. 15

C. 17

D. 23

Zadanie 1. (0–1)

Na osi liczbowej zaznaczono sumę przedziałów.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiór zaznaczony na osi jest zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

A. $|x - 3,5| \geq 1,5$

B. $|x - 1,5| \geq 3,5$

C. $|x - 3,5| \leq 1,5$

D. $|x - 1,5| \leq 3,5$

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\sqrt[3]{-\frac{27}{16}} \cdot \sqrt[3]{2}$ jest równa

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\left(-\frac{2}{3}\right)$

Zadanie 3. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $(2n + 1)^2 - 1$ jest podzielna przez 8.

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_9 27 + \log_9 3$ jest równa

A. 81

B. 9

C. 4

D. 2

Zadanie 5. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wyrażenie $(2a - 3)^2 - (2a + 3)^2$ jest równe

A. $-24a$

B. 0

C. 18

D. $16a^2 - 24a$

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności

$$-2(x + 3) \leq \frac{2 - x}{3}$$

jest przedział

A. $(-\infty, -4]$

B. $(-\infty, 4]$

C. $[-4, \infty)$

D. $[4, \infty)$

Zadanie 7. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Jednym z rozwiązań równania $\sqrt{3}(x^2 - 2)(x + 3) = 0$ jest liczba

- A. 3 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

Zadanie 8. (0–1)

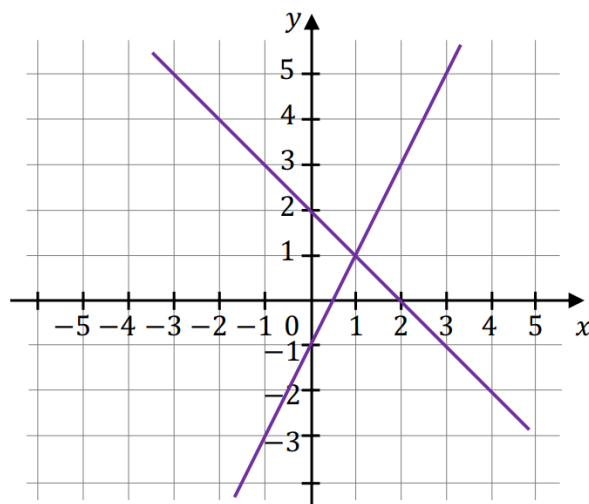
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $\frac{(x+1)(x-1)^2}{(x-1)(x+1)^2} = 0$ w zbiorze liczb rzeczywistych

- A. nie ma rozwiązania.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: -1 .
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: 1 .
D. ma dokładnie dwa rozwiązania: -1 oraz 1 .

Zadanie 10. (0–1)

Na rysunku przedstawiono interpretację geometryczną w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) jednego z niżej zapisanych układów równań A–D.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Układem równań, którego interpretację geometryczną przedstawiono na rysunku, jest

- A. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 1 \end{cases}$
B. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = x - 2 \\ y = 2x + 1 \end{cases}$
D. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

Zadanie 11. (0–2)

Dany jest prostokąt o bokach długości a i b , gdzie $a > b$. Obwód tego prostokąta jest równy 30. Jeden z boków prostokąta jest o 5 krótszy od drugiego.

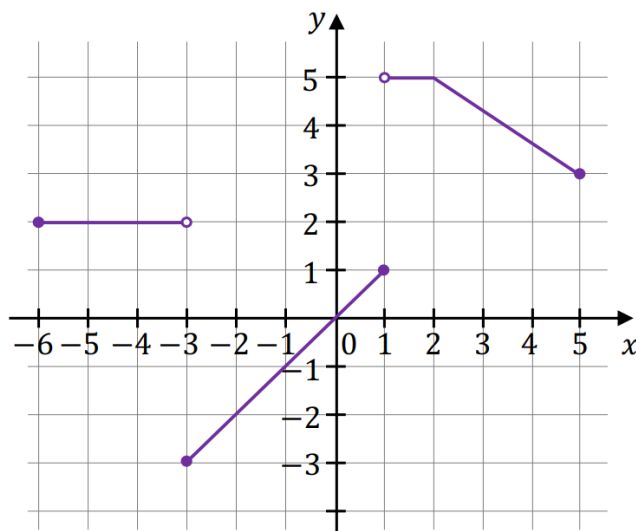
Uzupełnij zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród oznaczonych literami A–F i wpisz te litery w kropkowane miejsca.

Zależności między długościami boków tego prostokąta zapisano w układach równań oznaczonych literami: oraz

- A. $\begin{cases} 2ab = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$
- B. $\begin{cases} 2a + b = 30 \\ a = 5b \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 2(a + b) = 30 \\ b = a - 5 \end{cases}$
- D. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ b = 5a \end{cases}$
- E. $\begin{cases} 2a + 2b = 30 \\ a - b = 5 \end{cases}$
- F. $\begin{cases} a + b = 30 \\ a = b + 5 \end{cases}$

Zadanie 12.

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) narysowano wykres funkcji $y = f(x)$ (zobacz rysunek).

**Zadanie 12.1. (0–1)**

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dziedziną funkcji f jest zbiór

- A. $[-6, 5]$ B. $(-6, 5)$ C. $(-3, 5]$ D. $[-3, 5]$

Zadanie 12.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Największa wartość funkcji f w przedziale $[-4, 1]$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 5

Zadanie 12.3. (0–1)

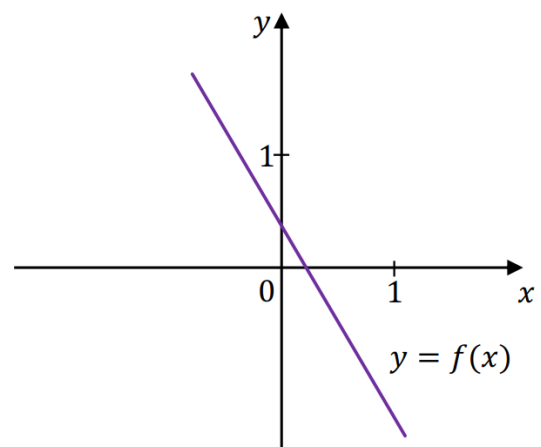
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Funkcja f jest malejąca w zbiorze

- A. $[-6, -3)$ B. $[-3, 1]$ C. $(1, 2]$ D. $[2, 5]$

Zadanie 13. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są pewnymi liczbami rzeczywistymi. Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji f w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba a oraz liczba b we wzorze funkcji f spełniają warunki:

- A. $a > 0$ i $b > 0$. B. $a > 0$ i $b < 0$.
C. $a < 0$ i $b > 0$. D. $a < 0$ i $b < 0$.

Zadanie 19. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdego kąta ostrego α wyrażenie $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ jest równe

- A. $\sin^2 \alpha$ B. $\sin^6 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$
C. $\sin^4 \alpha + 1$ D. $\sin^2 \alpha \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot (\sin \alpha - \cos \alpha)$

Zadanie 23. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dane są proste k oraz l o równaniach

$$k: y = \frac{2}{3}x$$

$$l: y = -\frac{3}{2}x + 13$$

Dokończ zdanie. Wybierz odpowiedź A albo B oraz odpowiedź 1., 2. albo 3.

Proste k oraz l

A.	są prostopadłe	i przecinają się w punkcie P o współrzędnych	1.	$(-6, -4)$
			2.	$(6, 4)$
B.	nie są prostopadłe		3.	$(-6, 4)$

Zadanie 24. (0–1)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) dana jest prosta k o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x + 2$$

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta o równaniu $y = ax + b$ jest równoległa do prostej k i przechodzi przez punkt $P = (3, 5)$, gdy

A. $a = 3$ i $b = 4$.

B. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 4$.

C. $a = 3$ i $b = -4$.

D. $a = -\frac{1}{3}$ i $b = 6$.

Zadanie 3. (0–1)

Cenę aparatu fotograficznego obniżono o 15%, a następnie – o 20% w odniesieniu do ceny obowiązującej w danym momencie. Po tych dwóch obniżkach aparat kosztuje 340 zł. Przed obiema obniżkami cena tego aparatu była równa

A. 500 zł

B. 425 zł

C. 400 zł

D. 375 zł

Zadanie 9. (0–1)

Miejszem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2p - 1)x + p$ jest liczba (-4) . Wtedy

A. $p = \frac{4}{9}$

B. $p = \frac{4}{7}$

C. $p = -4$

D. $p = -\frac{4}{7}$

Zadanie 24. (0–1)

Dane są punkty $K = (-3, -7)$ oraz $S = (5, 3)$. Punkt S jest środkiem odcinka KL . Wtedy punkt L ma współrzędne

A. $(13, 10)$

B. $(13, 13)$

C. $(1, -2)$

D. $(7, -1)$

Zadanie 25. (0–1)

Dana jest prosta o równaniu $y = 2x - 3$. Obrazem tej prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych jest prosta o równaniu

A. $y = 2x + 3$

B. $y = -2x - 3$

C. $y = -2x + 3$

D. $y = 2x - 3$

Zadanie 32. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$ i dla każdej liczby rzeczywistej y prawdziwa jest nierówność

$$x^2 + y^2 + 5 > 2x + 4y$$