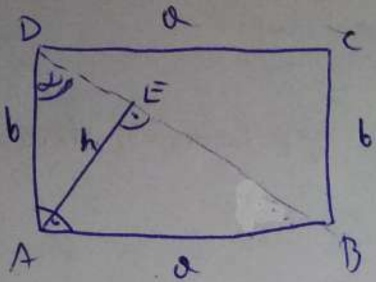
A|

Pole trójkąta 3P

1.



z tw. Pitagorasa $|DB| = \sqrt{a^2+b^2}$

$\Delta ABD \sim \Delta ADE$ (kkk)

$\Rightarrow \frac{h}{a} = \frac{b}{|DB|}$ oraz $\frac{|ED|}{b} = \frac{b}{|DB|}$

Stąd $h = \frac{ab}{|DB|} = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$; $|ED| = \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$P_{\Delta ADE} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot |ED|$

$P_{\Delta ADE} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}} \cdot \frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}} = \underline{\frac{ab^3}{2(a^2+b^2)}}$

2. $(x+2)(mx^2+2mx-3)=0$

$x=-2 \vee \underbrace{mx^2+2mx-3}_{=:f(x)}=0$

Liczba -2 jest zawsze rozwiązaniem, niezależnie od parametru m.

I gdy $m=0$ to drugie równanie ma postać: $-3=0$ sprzeczność

II gdy $m \neq 0$

IIa
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta = 0 \\ x_0 \neq -2 \end{cases}$$
$\vee$

IIb
$$\begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(-2) = 0 \end{cases}$$

ad. IIa|

- $\Delta = 4m^2 + 12m$

$4m^2 + 12m = 0 \,/ : 4$

$m(m+3) = 0$

$m = 0 \vee m = -3$

$m \in \{0, -3\}$

- $\frac{-2m}{2m} \neq -2$

$-1 \neq -2$

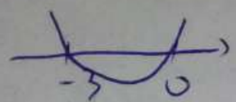
tożsamość

$\Rightarrow$ IIa: $\underline{m=-3}$

ad IIb)

• $4m^2+12m>0 \;/:4$

$m(m+3)>0$



$m\in(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$

• $4m-4m-3=0$

$-3=0$

sprzeczność

$\Rightarrow$ IIb: sprzeczność

Ostatecznie: $\boxed{m=-3}$

3.

$a=5,\ b=12,\ c=14 \qquad p=\frac{31}{2}$

$P_\Delta=\sqrt{\frac{31}{2}\cdot\left(\frac{31}{2}-5\right)\left(\frac{31}{2}-12\right)\left(\frac{31}{2}-14\right)}=$

$=\sqrt{\frac{31}{2}\cdot\frac{21}{2}\cdot\frac{7}{2}\cdot\frac{3}{2}}=\frac{1}{4}\sqrt{31\cdot3^2\cdot7^2}=\frac{21}{4}\sqrt{31}$

$R=\frac{abc}{4P_\Delta}=\frac{5\cdot12\cdot14}{4\cdot\frac{21}{4}\sqrt{31}}=\frac{120}{\sqrt{31}}=\frac{120\sqrt{31}}{31}$

$r=\frac{P_\Delta}{p}=\frac{\frac{21\sqrt{31}}{4}}{\frac{31}{2}}=\frac{21\sqrt{31}}{31\cdot2}=\frac{21\sqrt{31}}{62}$

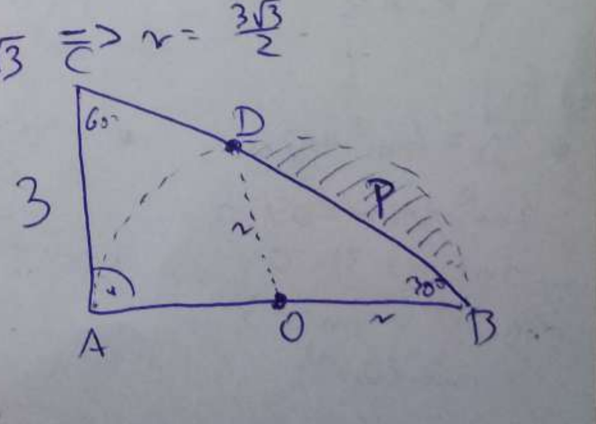
największy kąt jest naprzeciw boku 14.

z tw sinusów

$\frac{14}{\sin\gamma}=\frac{240\sqrt{31}}{31}\Rightarrow\sin\gamma=\frac{14\cdot31}{240\sqrt{31}}=\frac{7\cdot31\sqrt{31}}{120\cdot31}=\frac{7\sqrt{31}}{120}$

4.

ΔABC to $\Delta\ 30°, 60°, 90°$ więc $|BC|=6$, $|AB|=3\sqrt{3}$ $\Rightarrow r=\frac{3\sqrt{3}}{2}$



ΔBOD jest równoramienny $\Rightarrow |\sphericalangle BDO|=30°$,
a więc $|\sphericalangle BOD|=120°$

$P_w^{BOD}=\frac{120°}{360°}\cdot\pi\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{3}\pi\cdot\frac{27}{4}=\frac{9}{4}\pi.$

$P_{\Delta DOB}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\sin120°=\frac{27}{8}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{27\sqrt{3}}{16}$

$P=P_{odc.}=\frac{9}{4}\pi-\frac{27\sqrt{3}}{16}=\boxed{\frac{9}{16}\left(4\pi-3\sqrt{3}\right)}$

B2.

$$(x+1)(mx^2+2mx-3)=0$$

$$x=-1 \lor \underbrace{mx^2+2mx-3}_{f(x)}=0$$

Liczba -1 jest zawsze rozwiązaniem niezależnie od parametru m.

I gdy $m=0$ to $f(x)=0$ ma postać $-3=0$, sprzeczność

II. gdy $m\neq 0$

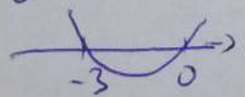
IIa $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=0 \\ x_0\neq -1 \end{cases}$ $\lor$ IIb $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta>0 \\ f(-1)\neq 0 \end{cases}$

ad IIa)

- $\Delta=4m^2+12m$
  $4m^2+12m=0 \;/:4$
  $m(m+3)=0$
  $m=0 \lor m=-3$
  $m\in\{-3,0\}$
- $\frac{-2m}{2m}\neq -1$
  $-1\neq -1$
  sprzeczność

$\Rightarrow$ IIa: sprzeczność

ad IIb)

- $4m^2+12m>0 \;/:4$
  $m(m+3)>0$
  
  $m\in(-\infty,-3)\cup(0,+\infty)$
- $m-2m-3\neq 0$
  $-m\neq 3$
  $\underline{m\neq -3}$

$\Rightarrow$ IIb: sprzeczność

Ostatecznie: Brak takiego parametru m.

4B) $a = 6,\ b = 8,\ c = 11 \qquad p = \frac{25}{2}$

$$P_\Delta = \sqrt{\frac{25}{2}\cdot\left(\frac{25}{2}-6\right)\left(\frac{25}{2}-8\right)\left(\frac{25}{2}-11\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{25}{2}\cdot\frac{13}{2}\cdot\frac{9}{2}\cdot\frac{3}{2}} = \frac{1}{4}\sqrt{25\cdot 9\cdot 39} = \frac{15}{4}\sqrt{39}$$

$$R = \frac{abc}{4P_\Delta} = \frac{6\cdot 8\cdot 11}{4\cdot\frac{15}{4}\sqrt{39}} = \frac{528}{15\sqrt{39}} = \frac{\overset{176}{\cancel{528}}\sqrt{39}}{15\cdot\cancel{39}_{13}} = \underline{\frac{176\sqrt{39}}{195}}$$

$$r = \frac{P_\Delta}{p} = \frac{\frac{15}{4}\sqrt{39}}{\frac{25}{2}} = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}\sqrt{39}}{\underset{5}{\cancel{25}}\cdot 2} = \underline{\frac{3\sqrt{39}}{10}}$$

największy kąt jest naprzeciw boku 11

z tw. sinusów

$$\frac{11}{\sin\gamma} = \frac{352\sqrt{39}}{195} \Rightarrow \sin\gamma = \frac{11\cdot 195}{352\sqrt{39}} = \frac{11\cdot\cancel{13}\cdot\sqrt{39}\cdot 15}{352\cdot\cancel{39}_3} =$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{11}}\sqrt{39}\cdot\overset{5}{\cancel{15}}}{\underset{32}{\cancel{352}}\cdot\cancel{3}} = \underline{\frac{5\sqrt{39}}{32}}$$