Rachunek Prawdopodobieństwa

1. Sześć ponumerowanych kul wrzucamy do pięciu ponumerowanych pudełek tak, aby trzy pudełka były puste. Uzasadnij, że prawdopodobieństwo otrzymanego zdarzenia wynosi $\frac{124}{3125}$.

2. Doświadczenie losowe polega na pięciokrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry. Uzasadnij, że prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że otrzymamy dokładnie trzy razy ścianę z trzema oczkami i suma liczb oczek uzyskanych we wszystkich rzutach będzie podzielna przez 3, jest równe $\frac{5}{432}$.

3. Ze zbioru liczb $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ losujemy trzy razy po jednej liczbie bez zwracania. Oznaczając kolejno wylosowane liczby przez x, y, z, tworzymy liczbę $a = 100x + 10y + z$. Udowodnij, że prawdopodobieństwo zdarzenia A, że utworzona liczba a będzie trzycyfrowa i nieparzysta, wynosi $\frac{40}{81}$.

4. Ze zbioru liczb $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ losujemy jednocześnie cztery liczby. Uzasadnij, że prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że dokładnie dwie liczby będą parzyste oraz dokładnie jedna liczba będzie podzielna przez 5, jest równe $\frac{8}{35}$.

5. Rzucono dziesięć razy symetryczną kostką do gry. Uzasadnij, że prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że w pierwszym rzucie otrzymano sześć oczek, pod warunkiem, że otrzymano trzy szóstki, wynosi $\frac{3}{10}$.

6. O zdarzeniach $A, B \subset \Omega$ wiadomo, że $P(A \cup B) = P(B) = \frac{1}{3}$ i $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Uzasadnij, że $P(A - B) = 0$.

7. O zdarzeniach $A, B \subset \Omega$ wiadomo, że $P(A) = \frac{2}{3}$ i $P(B) = \frac{1}{2}$. Wykaż, że $\frac{1}{6} \leq P(A - B) \leq \frac{2}{3}$.

8. Zdarzenia A i B są niezależne i $P(\overset{A}{\cancel{B}}) > 0$ oraz $4P(A) = 7P(A \cap B)$. Uzasadnij, że $P(B') = \frac{3}{7}$.