## Zadanie 4. (0–5)

Dane jest równanie

$$(x-6)\cdot[(m-2)x^2-4(m+3)x+m+1]=0$$

z niewiadomą $x$ i parametrem $m\in\mathbb{R}$.

**Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których to równanie ma trzy różne rozwiązania rzeczywiste tego samego znaku.**

## Zadanie 9. (0–4)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)=4x^3-6x^2-(5m+1)x-2m$ przez dwumian $x+2$ jest równa $(-30)$.
Oblicz $m$ i dla wyznaczonej wartości $m$ rozwiąż nierówność $W(x)\geq 0$.

## Zadanie 12. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których równanie

$$(x-3)(x^2+(m-1)x-6m^2+2m)=0$$

ma dokładnie dwa rozwiązania.

## Zadanie 8. *(5 pkt)*

Liczba $\frac{2}{5}$ jest pierwiastkiem wielomianu $W(x)=5x^3-7x^2-3x+p$. Wyznacz pozostałe pierwiastki tego wielomianu i rozwiąż nierówność $W(x)>0$.

## Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że równanie $x^8+x^2=2\left(x^4+x-1\right)$ ma tylko jedno rozwiązanie rzeczywiste $x=1$.

## Zadanie 2. *(5 pkt)*

Dany jest wielomian $W(x)=2x^3+ax^2-13x+b$. Liczba 3 jest jednym z pierwiastków tego wielomianu. Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)$ przez $(x+2)$ jest równa 20. Oblicz współczynniki $a$ i $b$ oraz pozostałe pierwiastki wielomianu $W(x)$.

## Zadanie 2. *(5 pkt)*

Dany jest wielomian $W(x)=x^3-3mx^2+(3m^2-1)x-9m^2+20m+4$. Wykres tego wielomianu, po przesunięciu o wektor $\vec{u}=[-3,0]$, przechodzi przez początek układu współrzędnych. Wyznacz wszystkie pierwiastki wielomianu $W$.

## Zadanie 10. *(4 pkt)*

Wyznacz wszystkie wartości parametru $m$, dla których liczba 1 jest jedynym całkowitym pierwiastkiem wielomianu $W(x)=mx^3+x^2+\left(m^2-9\right)x+m$.

## Zadanie 12. *(4 pkt)*

Pierwiastkami wielomianu stopnia trzeciego są liczby 1, 3, 5. Współczynnik przy najwyższej potędze zmiennej tego wielomianu jest równy $\frac{1}{2}$. Uzasadnij, że dla każdej liczby całkowitej nieparzystej wartość tego wielomianu jest liczbą podzielną przez 24.

## Zadanie 2. *(4 pkt)*

Rozwiąż nierówność $x^4 + x^2 \geq 2x$.

### Zadanie 6. *(3 pkt)*

Wykaż, że nie istnieje wielomian $W(x)$ stopnia trzeciego o współczynnikach całkowitych, który spełnia warunki: $W(2) = 3$ i $W(-2) = 2$.

### Zadanie 7. (*6 pkt*)

Dane jest równanie $(x+3)\cdot\left[x^2 + (p+4)x + (p+1)^2\right] = 0$ z niewiadomą $x$.

a) Rozwiąż to równanie dla $p = 1$.

b) Wyznacz wszystkie wartości parametru $p$, dla których równanie to ma tylko jedno rozwiązanie.

### Zadanie 9. (*3 pkt*)

Przedstaw wielomian $W(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x - 1$ w postaci iloczynu dwóch wielomianów stopnia drugiego o współczynnikach całkowitych i takich, że współczynniki przy drugich potęgach są równe jeden.