

## 1. Narzędzie informatyczne w matematyce

Opis: Osoba realizująca projekt jest zobowiązana do nauczenia się środowiska do składania tekstu (w tym matematycznego) LaTeX, by przy jego użyciu zredagować rozwiązania kilku ciekawych zadań. Zamiast zadań można napisać jakiś ciekawy tekst matematyczny. Oczekuję, że całość zajmie minimum 6-10 stron. Projekt jest bardzo przyszłościowy ze względu, że tego właśnie środowiska używa się do pisania prac dyplomowych: licencjackiej, inżynierskiej, magisterskiej. Oprócz przesłania pliku pdf osoba zostanie odpytana ze znajomości najważniejszych komend. Projekt ten można połączyć z projektem pt. „Dowodzenie twierdzeń”.

Liczba osób: 1

## 2. Matematyka i muzyka

Opis: Napisanie własnej piosenki matematycznej i nagranie do niej teledysku. Pole działania jest tutaj bardzo szerokie. Projekt można wykonać samodzielnie, ale też w większym gronie (do 6 osób). Gatunek muzyczny dowolny. Można też w ciekawy i kreatywny sposób przedstawić matematyczną piosenkę (np. Hymn Matematyków). Kilka inspiracji poniżej:

[https://www.youtube.com/watch?v=sfjY\\_XUMSAU&ab\\_channel=FilipPiekarz](https://www.youtube.com/watch?v=sfjY_XUMSAU&ab_channel=FilipPiekarz) – filmik klasy 1F z poprzedniej edycji projektów

[https://www.youtube.com/watch?v=1QFkSK7-DSg&ab\\_channel=MathPistolsStudio](https://www.youtube.com/watch?v=1QFkSK7-DSg&ab_channel=MathPistolsStudio)

[https://www.youtube.com/watch?v=5jhYl1wVh3k&ab\\_channel=%E2%98%86EFFECTowni%E2%98%86](https://www.youtube.com/watch?v=5jhYl1wVh3k&ab_channel=%E2%98%86EFFECTowni%E2%98%86)

[https://www.youtube.com/watch?v=Sta0bFRgTYg&ab\\_channel=TomLeliva](https://www.youtube.com/watch?v=Sta0bFRgTYg&ab_channel=TomLeliva) - Hymn Matematyków (tutaj tylko kilka początkowych zwrotek)

[https://www.youtube.com/watch?v=DzcO\\_RnejAA&ab\\_channel=MikeDobbs76](https://www.youtube.com/watch?v=DzcO_RnejAA&ab_channel=MikeDobbs76)

[https://www.youtube.com/watch?v=eBbm9LWXkoY&ab\\_channel=Anne-MarieFiore](https://www.youtube.com/watch?v=eBbm9LWXkoY&ab_channel=Anne-MarieFiore)

[https://www.youtube.com/watch?v=twKMNep1-Vw&ab\\_channel=MikeDobbs76](https://www.youtube.com/watch?v=twKMNep1-Vw&ab_channel=MikeDobbs76)

Liczba osób: 1-6

## 3. O pewnej geometrii skończonej

Opis: O tym, że odległość można mierzyć w różny sposób i dzięki temu koła mają różne kształty przekonał się w klasie drugiej. Podobnie, istnieją również zupełnie inne geometrie, niż znana nam geometria euklidesowa. Artykuł *“O pewnej geometrii skończonej”* autorstwa Joanny Sęk łączy ze sobą te kwestie. Od osoby podejmującej ten temat oczekuję zapoznania się ze wspomnianym artykułem, zrozumieniem i ciekawym opowiedzeniem o nim.

Link do artykułu: <https://pracekm.up.krakow.pl/article/view/1622>

Liczba osób: 1

## 4. Aksjomatyka Peano liczb naturalnych

Opis: Kronecker powiedział kiedyś, że liczby naturalne pochodzą od Boga, a wszystkie inne są dziełem człowieka. Jednak również te wydawałoby się najprostsze liczby można wprowadzić aksjomatycznie i bardzo formalnie. Jest to możliwe na wiele sposobów, a jednym z najlepiej znanych jest aksjomatyka Peano. Od osoby referującej oczekuję takiego właśnie wprowadzenia teorii liczb naturalnych,

przedstawienia (i może udowodnienia) najważniejszych własności dotyczących tych liczb. Polecam książkę Arytmetyka i algebra J. Śłupecki, Z. Garbaj, T. Sawicki. oraz popularnonaukowy filmik: [https://www.youtube.com/watch?v=0MjpPB3yDRg&ab\\_channel=CopernicusCenterforInterdisciplinaryStudies](https://www.youtube.com/watch?v=0MjpPB3yDRg&ab_channel=CopernicusCenterforInterdisciplinaryStudies)

Liczba osób: 1

## 5. Matematyka w poezji.

Opis: Znacznie łatwiej zapamiętać pewne rzeczy, gdy przedstawione są w formie humorystycznej. Proponuję więc napisanie kilkudziesięciu żartobliwych wierszyków/powiedzonek o matematyce (lepiej, moskaliki, limeryki, chorobniki). Alternatywą jest napisanie dłuższego opowiadania osadzonego w świecie matematyki lub z matematyką powiązanego. Przykłady:

### Chorobniki:

Od przestrzeni Banacha boląca czacha  
Od twierdzenia Eulera dżuma i cholera

### Moskaliki:

Kto mi powie, że równania  
Różniczkowe go nie kręcą,  
Tłuczkiem mięsnym machnę drania  
U zakonnych siostr nad Drwęcą.

### Limeryki:

Próbował pewien nieuk z miasta Boston  
Przez czterdzieści lat zdefiniować prostą.  
Głupiec nie wiedział o tym,  
Że pojęciem pierwotnym  
Jest prosta, więc to nie jest rzeczą prostą.

### Lepiej:

Lepiej mieć w kieszeni węża,  
Niż matematyka męża.

Lepiej narysować prostą  
Niż na matmie być starostą.

Lepiej biegać przez kaktusy  
Niż zrozumieć cosinusy

Liczba osób: 1

## 6. Popularyzacja matematyki

Opis: Jest takie czasopismo matematyczno-fizyczno-informatyczne pt. *Delta*. Jest to miesięcznik popularnonaukowy, przeznaczony dla licealistów i studentów. Sam osobiście prenumeruję i czytam – polecam też innym. Artykuły dotyczą najnowszych odkryć, ciekawych zagadnień, zawierają interesujące zadania. Każdy znajdzie coś dla siebie. Od osoby wybierającej ten projekt oczekuję comiesięcznego opowiedzenia o jednym z artykułów zawartym w danym numerze.

Liczba osób: 1

## 7. Zabawne twierdzenia

Opis: W matematyce występuje wiele twierdzeń, z których płyną nieoczekiwane wnioski dotyczące życia codziennego. Same twierdzenia często brzmią bardzo abstrakcyjnie i niezrozumiale, ale w szczególnych przypadkach opisują zabawnie i obrazowo aspekty codziennego życia. Przykładem może być np. twierdzenie o antypodach, czy tw. o kanapce z serem i szynką. Oczekuję wyboru i przedstawiania kilku takich twierdzeń w ciekawy sposób.

Liczba osób: 1

## 8. Najbardziej dowolny trójkąt

Opis: Często w zadaniu z geometrii chcemy narysować jak najbardziej dowolny trójkąt. Próbuje uniknąć sytuacji, gdy trójkąt będzie wyglądał na równoboczny, równoramienny, czy prostokątny. Nie chcemy bowiem, by rysunek sugerował nam pewne własności, z których nie możemy skorzystać. Jaki rysunek będzie więc najlepszy? Inny w mniej więcej równym stopniu od każdego z wspomnianych wyżej? Odpowiedź na to pytanie daje artykuł Piotr Pikula pt. „*Jak wyznaczyć najbardziej dowolny trójkąt?*” Od osoby podejmującej ten temat oczekuję zapoznania się ze wspomnianym artykułem, zrozumieniem i ciekawym opowiedzeniem o nim.

Link do artykułu: <http://www.deltami.edu.pl/2021a/06/2021-06-delta-art-05-pikul.pdf>

Liczba osób: 1

## 9. Dowodzenie twierdzeń

Opis: Często nie zdajemy sobie sprawy, dlaczego dany wzór/ twierdzenie jest prawdziwe. Przyjmujemy na wiarę i mechanicznie stosujemy. Niestety przeładowany program szkolny nie pozwala na lekcjach dowodzić wprowadzanych twierdzeń i zabija ciekawość. A przecież na tym właśnie polega matematyka – na wymyślaniu i dowodzeniu twierdzeń, dedukcyjnym i logicznym myśleniu i wyciąganiu faktów z różnych przesłanek. Najważniejsza część matematyki nam więc umyka. Dlatego, aby pokazać tę ciekawą stronę matematyki, poczuć się jak odkrywca zachęcam do samodzielnego (bądź z pomocą Internetu, podręcznika) dowodzenia twierdzeń, o których mowa na lekcji. Ja jako nauczyciel wskazywałbym te, które warto zrobić, by nie były za trudne lub w ogóle poza zakresem liceum, oraz żeby nie było ich po prostu za dużo. Oczekiwałbym pliku pdf lub odręcznych notatek z przeprowadzonymi dowodami. Oczywiście taka osoba zostanie też sprawdzona pod kątem rozumienia tych dowodów, by nie było to po prostu spisanie bez zrozumienia ich z Internetu.

Liczba osób: 1

## 10. Błędy w matematyce

Opis: Błędy w matematyce zdarzają się bardzo często. Ich rodzaj jest jednak bardzo ważny. Te rachunkowe są mało ważne i zdarzają się każdemu, niezależnie od tego, czy rozumie dany temat, czy nie. Wynikają z pośpiechu, braku skupienia, rozkojarzenia. Bardzo łatwo je dostrzec, nawet przez ucznia ze szkoły podstawowej, więc nie są groźne. Znacznie poważniejsze są jednak błędy merytoryczne. Ich pojawienie się nie wynika już z roztargnienia, a z niepełnego zrozumienia tematu. Jako przykłady podajmy chociażby: stosowanie wzorów, które nie istnieją, wymyślanie własnych twierdzeń i reguł, czy powoływanie się na twierdzenia, których nie wolno zastosować lub nie istnieją. Wśród uczniów pojawiają się nadzwyczaj często, nawet gdy zwraca się na nie uwagę. Najczęściej wtedy, gdy uczeń uczy się matematyki na pamięć, nie rozumiejąc tego co pisze/liczy i po co to robi.

Raczej rzadko, ale niestety też, zdarzają się takie błędy u nauczycieli i autorów zadań. Tutaj geneza jest raczej inna: nieprzemyślana lekka modyfikacja innego zadania, która psuje pewne założenie, czy niedostrzeżenie jakiegoś szczególnego przypadku, gdy widziało się podobnych zadań setki. Osoba, która podejmie się tego projektu będzie musiała zebrać i zaprezentować kilka takich zadań (A raczej ich rozwiązań). Inspiracje i przykłady można czerpać zarówno z papierowych zbiorów zadań, Internetu (fora, strony z gotowymi rozwiązaniami), jak i materiałów wideo. Przykład takiego rozwiązania:

[https://drive.google.com/file/d/1nLKOYrYOIF4D2vK2H5meW3iNBYDBy\\_Jwu/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1nLKOYrYOIF4D2vK2H5meW3iNBYDBy_Jwu/view?usp=sharing)

Liczba osób: 1

### 11. Liczby Ramseya

Opis: Badania dotyczące grafów i ich kolorowania doprowadziły do powstania obiektów zwanymi liczbami Ramseya. Są to liczby, które określają m.in. ile należy zebrać osób, aby wśród nich znaleźć podgrupy, w których wszyscy się znają lub nikt się nie zna. Jest to tylko jedna z wielu interpretacji. Co ciekawe, wiele problemów dotyczących tych liczb jest wciąż otwartych i tak naprawdę niewiele o nich dokładnie wiadomo. Temat jest więc bardzo szeroki, więc można na ich podstawie przygotować bardzo ciekawy wykład/ćwiczenia.

Liczba osób: 1

### 12. Recenzja książki

Opis: Uczniom matematyka kojarzy się tylko z rozwiązywaniem nudnych zadań i uczeniem się wzorów na pamięć. Prawda jest zupełnie inna – zawodowi matematycy nie zajmują się rozwiązywaniem zadań. Ich praca jest twórcza i pasjonująca oraz często bardzo użyteczna. Warto więc poznać choć trochę tę dziedzinę od takiej strony i poznać wiele jej ciekawych aspektów. W tym celu należy przeczytać jedną z poniższych książek popularno-naukowych dotyczących matematyki i napisać jej recenzję. Recenzja ta powinna zająć nie mniej niż jedną stronę A4. Nie ma ograniczenia górnego. Oprócz przesłania pliku pdf osoba zostanie odpytana ze znajomości tego, co napisała, by sprawdzić poziom zrozumienia książki.

A. Aczel - Wielkie twierdzenie Fermata. Rozwiązanie zagadki starego matematycznego problemu

M. Szurek - Opowieści matematyczne

K. Ciesielski, Z. Pogoda - Wielka księga zagadek. Matematyczna bombonierka

K. Ciesielski, Z. Pogoda - Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce

S. Kowal - Przez rozrywkę do wiedzy, różności matematyczne

B. Miś - Tajemnicza liczba  $e$  i inne sekrety matematyki

T. Crilly - 50 teorii matematyki, które powinieneś znać

I. Lehman, A. Posamentier -  $\pi$ . Biografia najbardziej tajemniczej liczby na świecie

M. Aigner - Dowody z Księgi

D.E. Knuth - Liczby nadrzeczywiste. Jak dwoje byłych studentów nakręciło się na czystą matematykę i odnalazło pełnię szczęścia

Liczba osób: 1

### 13. Najpiękniejsze twierdzenia

Opis: W matematyce występuje wiele twierdzeń/wzorów, które są zaskakująco ładne. Raz, są to zadziwiająco proste i symetryczne wzory dotyczące bardziej skomplikowanych zagadnień, a innym

razem fakty, w które aż ciężko uwierzyć, ze względu, że wszystko tak ładnie się układa. Przykładem takiego twierdzenia jest fakt, że pole trójkąta jest równe jego obwodowi wtedy i tylko wtedy, gdy promień okręgu wpisanego w ten trójkąt wynosi 2, czy też to, że w trójkącie równobocznym suma odległości dowolnego punktu z wnętrza trójkąta od jego boków jest zawsze taka sama i równa wysokości tego trójkąta. Od referenta oczekuję przedstawienia kilku/kilkunastu takich wzorów i twierdzeń, być może z dowodami, jeśli będą proste.

Liczba osób: 1

#### **14. Problemy otwarte**

Opis: Wbrew powszechnemu przekonaniu, w matematyce tak naprawdę więcej nie wiadomo niż wiadomo. Nie ma górnej granicy liczby wszystkich twierdzeń – cały czas powstają nowe, nie tylko twierdzenia ale i całe teorie. Wiele omawianych zagadnień do tej pory nie doczekało się rozwiązania. Są to zarówno problemy bardzo proste w sformułowaniu, jak i takie, których nikt nie może rozwiązać od setek lat. Część z nich jest tak ważnych, że za ich rozwiązanie wyznaczone są nagrody w wysokości miliona dolarów. Od osoby przygotowującej projekt oczekuję wyboru i zaprezentowania takich nieudowodnionych twierdzeń (czyli hipotez) w klarowny i zrozumiały sposób.

Liczba osób: 1

#### **15. Temat własny**

## Zasady realizacji projektu

1. Temat należy wybrać do końca września 2022 roku.
2. Projekt należy wykonać (zaprezentować) do końca marca 2022 roku.
3. Za projekt będzie można otrzymać następujące oceny: +, 5, 5+, 6.
4. Za projekt na wysokim poziomie można otrzymać nie jedną, a dwie oceny (np. dwie piątki, dwie szóstki itd.)
5. Ocena będzie zależała od:
  - Jakości wykonania projektu,
  - Wkładu pracy własnej,
  - Poziomu trudności,
  - Porównania do projektów innych,
  - Elementów, które pozytywnie mnie zaskoczą.
6. Jeśli przy danym temacie znajduje się nazwisko, to znaczy, że temat jest już zajęty.
7. Tematy oznaczone kolorem **zielonym** mogą być wykonane czterokrotnie (po jednej osobie z każdej klasy).
8. Autor projektu wybiera, czy ocena ma być wpisana w I semestrze nauki, czy w drugim (w przypadku II semestru projekt musi być zrealizowany przed ostatecznym wystawieniem ocen)
9. Wykonanie projektu nie może być warunkiem uzyskania oceny dopuszczającej zamiast oceny niedostatecznej na koniec danego semestru. Wyjątkiem są osoby, którym ocena końcowa waha się pomiędzy 1 a 2, ale jest znacznie bliżej 2. Wtedy projekt taki umacnia ocenę dopuszczającą.
10. Pod uwagę będą brane jedynie projekty wykonane samodzielnie, a nie zlecone osobom trzecim do wykonania.
11. Podczas referowania osobie prezentującej mogą być zadawane pytania dotyczące omawianego tematu.
12. Po wybraniu tematu należy umówić się ze mną na krótką rozmowę dotyczącą projektu, by ustalić, czy wszystko jest zrozumiałe.
13. W czasie przygotowań do projektu można (**a nawet powinno się**) konsultować ze mną swoje pomysły w celu uzgodnienia, czy poziom jest odpowiedni, aby przy wygłaszaniu referatu nie okazało się, że za prezentację na poziomie szkoły podstawowej uczeń oczekuje oceny celującej.