Część I: Funkcje cyklometryczne

Zadanie 1. Wyznaczyć i narysować arc sin, arc cos, arc tg, arc ctg.

Zadanie 2. Rozwiązać równania i nierówności:

a)
$$y = \arcsin \frac{1}{2}$$

b)
$$y = \operatorname{arctg} 1$$

c)
$$\arcsin x = \frac{\pi}{2}$$

e)
$$\arcsin x = \frac{\pi}{2}$$

c)
$$\arcsin x = \frac{\pi}{2}$$

d) $\arcsin x = -\frac{\pi}{3}$
e) $\arccos x = \frac{\pi}{3}$

f)
$$arc cos x = 0$$

g)
$$\arctan x = -\frac{\pi}{6}$$

n)
$$\operatorname{arctg} x = \pi$$

g)
$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x = -\frac{\pi}{6}$$

h) $\operatorname{arc} \operatorname{tg} x = \pi$
i) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg} x = -\frac{\pi}{6}$
j) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg} x = \frac{\pi}{6}$

$$j$$
) arc ctg $x = \frac{\pi}{6}$

k)
$$\arcsin(3x+5) = \frac{\pi}{3}$$

k)
$$\arcsin(3x+5) = \frac{\pi}{3}$$

l) $\operatorname{arc} \operatorname{ctg}(x^2 + 3x - 7) = \frac{\pi}{4}$
m) $\operatorname{arc} \operatorname{tg}\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) = 0$

m)
$$\operatorname{arctg}\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) = 0$$

n)
$$\arcsin 2x < 0$$

n)
$$\arcsin 2x < 0$$

o) $-\frac{\pi}{4} \leqslant \arctan \lg(5x - 2) < 3$

Zadanie 3. Przedyskutuj liczbę rozwiązań równania

$$-2\arcsin(|x|-1) = m$$

w zależności od wartości parametru m.

Zadanie 4. Które z funkcji cyklometrycznych są: parzyste, nieparzyste, ograniczone, rosnące, malejące?

Zadanie 5. Udowodnij równość:

$$\forall x \in [-1, 1] : \arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

Zadanie 6. Rozwiąż równania:

a)
$$(\operatorname{tg} x - 2)(5\cos x - \pi) = 0$$
,

b)
$$\sin x \cos^2 x - \frac{2}{3} + \sin x = \frac{2}{3} \cos^2 x$$
 w przedziale $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$.