

Zadanie 1. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_{n+1} = a_n + n - 6$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci wyraz tego ciągu jest równy $a_3 = -1$. Wyraz a_2 jest równy

- A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

Zadanie 2. (0–1)

Liczba punktów wspólnych wykresów funkcji $y = -x + 1$ i $y = \log_2 x$ jest równa

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Zadanie 3. (0–1)

Która z poniższych funkcji, określonych w zbiorze liczb rzeczywistych, nie ma minimum lokalnego ani maksimum lokalnego?

A. $f(x) = 4x^2 + 5x$

B. $f(x) = 3x^3 + 2x^2$

C. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x$

D. $f(x) = (4x + 1)^2$

Zadanie 4. (0–1)

Dla dowolnego kąta α wartość wyrażenia $\sin \alpha + \sin(180^\circ - \alpha)$ jest równa wartości wyrażenia

- A. $\sin 2\alpha$ B. $-\sin \alpha$ C. $2 \sin \alpha$ D. 0

Zadanie 5. (0–1)

Zbiór K – to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych x , dla których wartość liczbową wyrażenia $\sqrt{x(x^2 - 9)}$ jest liczbą rzeczywistą. Zatem

A. $K = \langle -3, 0 \rangle \cup \langle 3, +\infty \rangle$

B. $K = (-\infty, -3) \cup \langle 0, 3 \rangle$

C. $K = (-3, 0) \cup (3, +\infty)$

D. $K = (-\infty, -3) \cup (0, 3)$

Zadanie 6. (0–2)

Wyznacz największą liczbę całkowitą spełniającą nierówność $|x| < |x - 1025|$. W poniższe kratki wpisz – kolejno – cyfrę setek, cyfrę dziesiątek i cyfrę jednostki otrzymanego wyniku.

--	--	--

Zadanie 7. (0–2)

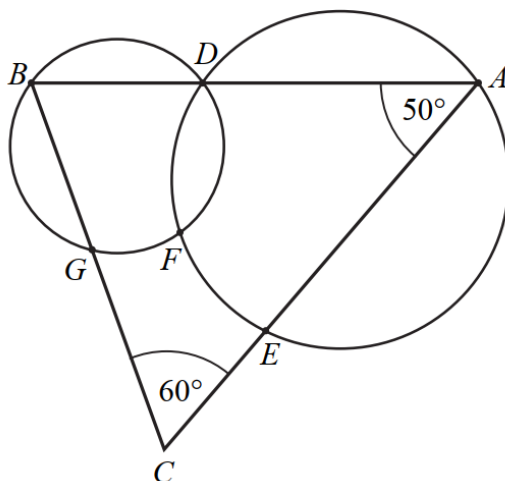
Prosta o równaniu $y = \frac{3}{4}x - \frac{61}{14}$ jest styczna do okręgu o środku $S = (1, -4)$. Wyznacz promień tego okręgu.

Zadanie 8. (0–3)

Niech $a = \log_{12} 2$. Wykaż, że $\log_6 64 = \frac{6a}{1-a}$.

Zadanie 9. (0–3)

W trójkącie ABC kąt wewnętrzny przy wierzchołku A ma miarę 50° , a kąt wewnętrzny przy wierzchołku C ma miarę 60° . Okrąg o_1 przechodzi przez punkt A i przecina boki AB i AC trójkąta odpowiednio w punktach D i E . Okrąg o_2 przechodzi przez punkt B , przecina okrąg o_1 w punkcie D oraz w punkcie F leżącym wewnątrz trójkąta ABC . Ponadto okrąg o_2 przecina bok BC trójkąta w punkcie G .



Udowodnij, że na czworokącie $CEFG$ można opisać okrąg.

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $(4\sin^2 x - 1) \cdot \sin x = \cos^2 x - 3\sin^2 x$, dla $x \in (-\pi, 0)$.

Zadanie 11. (0–4)

W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 15 i 20 wpisano okrąg. Oblicz długość odcinka łączącego wierzchołek kąta prostego tego trójkąta z punktem wspólnym okręgu i przeciwprostokątnej.

Zadanie 12. (0–4)

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|BC| = a$. Z wierzchołka B poprowadzono środkową BD do boku AC . Punkt S jest środkiem odcinka BD . Przez punkty A i S poprowadzono prostą, która przecięła bok BC w punkcie P . Wykaż, że długość odcinka CP jest równa $\frac{2}{3}a$.

Zadanie 13. (0–5)

Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych, w których zapisie występują co najwyżej dwie dwójki.

Zadanie 14. (0–5)

Podstawą ostrosłupa $ABCDS$ jest trapez $ABCD$. Przekątna AC tego trapezu ma długość $8\sqrt{3}$, jest prostopadła do ramienia BC i tworzy z dłuższą podstawą AB tego trapezu kąt o mierze 30° . Każda krawędź boczna tego ostrosłupa ma tę samą długość $4\sqrt{5}$. Oblicz odległość spodka wysokości tego ostrosłupa od jego krawędzi bocznej SD .

Zadanie 15. (0–6)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{m^2 + m - 6}{m - 5}x^2 - (m - 2)x + m - 5$ dla każdej liczby rzeczywistej x . Wyznacz całkowite wartości parametru m , dla których funkcja f przyjmuje wartość największą i ma dwa różne miejsca zerowe o jednakowych znakach.

Zadanie 16. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie stożki, w których suma długości tworzącej i promienia podstawy jest równa 2. Wyznacz wysokość tego spośród rozpatrywanych stożków, którego objętość jest największa. Oblicz tę objętość.