

Zadania uzupełniające - rachunek różniczkowy

Przebieg zmienności

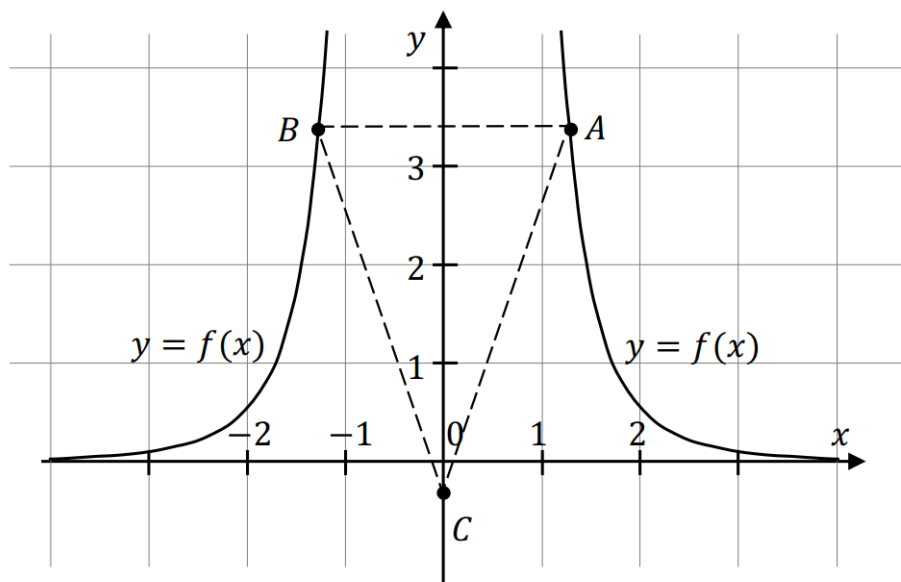
1. Dziedzina (za pomocą przedziałów)
2. Ciągłość
3. Punkty przecięcia z osiami układu współrzędnych
4. Własności istotne dla wykresu (parzystość, nieparzystość, okresowość)
5. Granice na brzegu dziedziny
6. Asymptoty
7. Analiza pierwszej pochodnej (ekstrema lokalne i przedziały monotoniczności)
8. Tabelka
9. Wykres

Zadanie 1. Zbadaj przebieg zmienności funkcji i naskicuj jej wykres

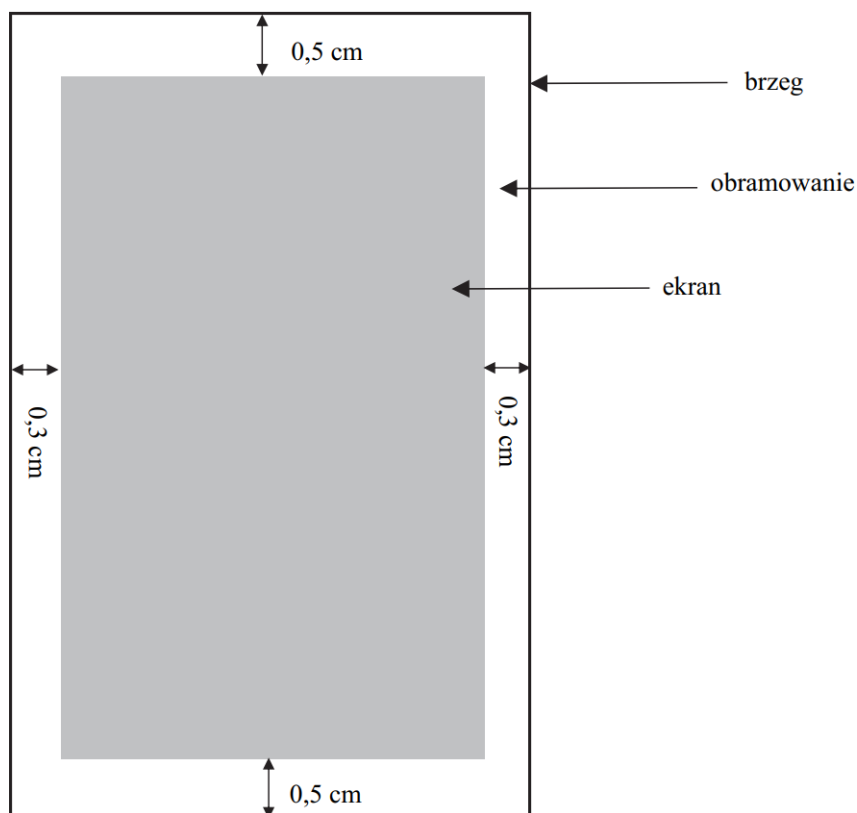
- a) $f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 4$
- b) $f(x) = x - 2 + \frac{x-2}{x-5} + \frac{x-2}{(x-5)^2} + \dots$
- c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 1}$

Zadanie 2. Zbadaj liczbę rozwiązań równania $\frac{2x^2}{(2-x)^2} = 1 - m$ w zależności od wartości parametru m .

Zadanie 3 (matura próbna marzec 2021). Rozpatrujemy wszystkie trójkąty ABC , których wierzchołki A i B leżą na wykresie funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{9}{x^4}$ dla $x \neq 0$. Punkt C ma współrzędne $(0, -\frac{1}{3})$, a punkty A i B są położone symetrycznie względem osi Oy (zobacz rysunek). Oblicz współrzędne wierzchołków A i B , dla których pole trójkąta ABC jest najmniejsze. Oblicz to najmniejsze pole.



Zadanie 4 (matura maj 2020). Należy zaprojektować wymiary prostokątnego ekranu smartfona, tak aby odległości tego ekranu od krótszych brzegów smartfona były równe 0,5 cm każda, a odległości tego ekranu od dłuższych brzegów smartfona były równe 0,3 cm każda (zobacz rysunek – ekran zaznaczono kolorem szarym). Sam ekran ma mieć powierzchnię 60 cm^2 . Wyznacz takie wymiary ekranu smartfona, przy których powierzchnia ekranu wraz z obramowaniem jest najmniejsza.



Zadanie 5 (matura maj 2018). Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, spełniające warunek: suma długości dłuższej podstawy a i wysokości trapezu jest równa 2.

- Wyznacz wszystkie wartości a , dla których istnieje trapez o podanych własnościach.
- Wykaż, że obwód L takiego trapezu, jako funkcja długości a dłuższej podstawy trapezu, wyraża się wzorem $L(a) = \frac{4a^2 - 8a + 8}{a}$
- Oblicz tangens kąta ostrego tego spośród rozpatrywanych trapezów, którego obwód jest najmniejszy.