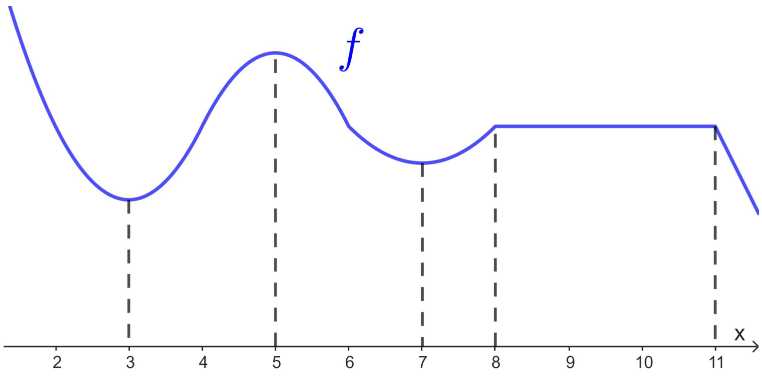
Przykład.



- w punktach 3 i 7 jest minimum lokalne właściwe
- w punkcie 5 jest maksimum lokalne właściwe
- w punktach $x \in [8, 11]$ jest maksimum lokalne niewłaściwe
- wartość największa i najmniejsza nie istnieją

Twierdzenie (warunek konieczny istnienia ekstremum lokalnego)**.**
Jeśli funkcja f określona w $U(x_0)$ jest różniczkowalna w x_0 oraz ma w x_0 ekstremum, to $f'(x_0) = 0$.

Definicja.
Niech f będzie określona w przedziale[4] P oraz $x_0 \in P$. Punkt x_0 nazywamy punktem krytycznym $\Leftrightarrow$ $f'(x_0) = 0$ lub $f'(x_0)$ nie istnieje.

Twierdzenie (warunek wystarczający istnienia ekstremum lokalnego)**.**
Niech f będzie określona w $U(x_0)$, ciągła w x_0, różniczkowalna w $S(x_0)$ oraz niech x_0 będzie punktem krytycznym. Wtedy:

- Jeśli $f'(x) > 0$ dla $x \in S_-(x_0)$ i $f'(x_0) < 0$ dla $x \in S_+(x_0)$, to f ma maksimum lokalne właściwe w x_0.
- Jeśli $f'(x) < 0$ dla $x \in S_-(x_0)$ i $f'(x_0) > 0$ dla $x \in S_+(x_0)$, to f ma minimum lokalne właściwe w x_0.
- Jeśli $f'(x) > 0$ dla $x \in S(x_0)$ lub $f'(x_0) < 0$ dla $x \in S(x_0)$, to f nie ma ekstremum lokalnego w x_0.

Schemat wyznaczania ekstremów lokalnych

1) Wyznaczamy zbiór punktów krytycznych.

2) Badamy gdzie pochodna jest dodatnia, a gdzie ujemna.

3) a) w punktach krytycznych, w których pochodna istnieje badamy, czy zmienia ona znak – jeśli tak, to jest ekstremum; jeśli nie, to nie ma ekstremum,

   b) w punktach krytycznych, w których pochodna nie istnieje badamy ciągłość i zmianę znaku pochodnej – jeśli oba warunki są spełnione, to jest ekstremum.[5]

[4] Przedział może być zarówno domknięty, jak i otwarty, z jednej lub obu stron.
[5] Warto zwrócić uwagę, że schemat nie obejmuje wszystkich przypadków. Jeśli któryś z dwóch warunków w podpunkcie b) nie jest spełniony, to musimy zbadań funkcję w otoczeniu punktu krytycznego „ręcznie".