

### 1. Paradoksy matematyczne [Realizacja: E. Pasich 3P]

Opis: Oczekuję przedstawienia różnych paradoksów matematycznych wraz z ich wyjaśnieniem. Zwracam szczególną uwagę, by były to paradoksy typowo matematyczne, a nie filozoficzne czy logiczne. Wybór paradoksów dowolny – dobry gdyby były na różnym poziomie trudności. Najpierw najprostsze, a potem trudniejsze.

Liczba osób: 1

### 2. Sofizmaty matematyczne [Realizacja: M. Hajduk 1F]

Opis: Sofizmaty są czasami mylone z paradoksami. Różnica jest taka, że sofizmat to błędne rozumowanie, w którym celowo został ukryty błąd, tak aby ciężko go było wykryć. Dotyczą one różnej tematyki, od tego, że  $1=2$  aż do faktu, że każdy trójkąt jest równoramienny. Od ucznia oczekiwałbym przedstawienia kilku z nich – podobnie jak przy paradoksach, od najprostszych do trudniejszych. Dobrze byłoby skupić się na takich mniej znanych, aby mieć pewność, że słuchacze (a przynajmniej większość) nie znała wszystkich.

Liczba osób: 1

### 3. Narzędzie informatyczne w matematyce

Opis: Osoba realizująca projekt jest zobowiązana do nauczania się środowiska do składania tekstu (w tym matematycznego) LaTeX, by przy jego użyciu zredagować rozwiązania kilku ciekawych zadań. Zamiast zadań można napisać jakiś ciekawy tekst matematyczny. Oczekuję, że całość zajmie minimum 10 stron A4. Projekt jest bardzo pouczający ze względu, że tego właśnie środowiska używa się do pisania prac dyplomowych: licencjackiej, inżynierskiej, magisterskiej. Oprócz przesłania pliku pdf osoba zostanie odpytana ze znajomości najważniejszych komend.

Liczba osób: 1

### 4. Matematyka i muzyka [Realizacja: F. Piekarz, A. Parasion, J. Operacz, M. Rózkowski, M. Zuchara, S. Jaworski, A. Gurba 1F]

Opis: Napisanie własnej piosenki matematycznej i nagranie do niej teledysku. Pole działania jest tutaj bardzo szerokie. Projekt można wykonać samodzielnie, ale też w większym gronie (do 6 osób). Gatunek muzyczny dowolny. Można też w ciekawy i kreatywny sposób przedstawić matematyczną piosenkę (np. Hymn Matematyków). Kilka inspiracji poniżej:

[https://www.youtube.com/watch?v=1QFkSK7-DSg&ab\\_channel=MathPistolsStudio](https://www.youtube.com/watch?v=1QFkSK7-DSg&ab_channel=MathPistolsStudio)

[https://www.youtube.com/watch?v=5jhYl1wVh3k&ab\\_channel=%E2%98%86EFFECTowni%E2%98%86](https://www.youtube.com/watch?v=5jhYl1wVh3k&ab_channel=%E2%98%86EFFECTowni%E2%98%86)

[https://www.youtube.com/watch?v=StaObFRgTYg&ab\\_channel=TomLeliva](https://www.youtube.com/watch?v=StaObFRgTYg&ab_channel=TomLeliva) - Hymn Matematyków  
(tutaj tylko kilka początkowych zwrotek)

[https://www.youtube.com/watch?v=DzcO\\_RnejAA&ab\\_channel=MikeDobbs76](https://www.youtube.com/watch?v=DzcO_RnejAA&ab_channel=MikeDobbs76)

[https://www.youtube.com/watch?v=eBbm9LWXkoY&ab\\_channel=Anne-MarieFiore](https://www.youtube.com/watch?v=eBbm9LWXkoY&ab_channel=Anne-MarieFiore)

[https://www.youtube.com/watch?v=twKMNep1-Vw&ab\\_channel=MikeDobbs76](https://www.youtube.com/watch?v=twKMNep1-Vw&ab_channel=MikeDobbs76)

Liczba osób: 1-6

## 5. O pewnej geometrii skończonej

Opis: O tym, że odległość można mierzyć w różny sposób i dzięki temu koła mają różne kształty przekonał się w klasie drugiej. Podobnie, istnieją również zupełnie inne geometrie, niż znana nam geometria euklidesowa. Artykuł „O pewnej geometrii skończonej” autorstwa Joanny Sęk łączy ze sobą te kwestie. Od osoby podejmującej ten temat oczekuję zapoznania się ze wspomnianym artykułem, zrozumieniem i ciekawym opowiadaniem o nim.

Liczba osób: 1

## 6. Wielkie problemy starożytności [Realizacja: O. Żarnowska, J. Rycerz 3P]

Opis: Wśród wielu problemów matematycznych, z którymi zmagali się starożytni możemy wyróżnić trzy: kwadratura koła, trysekcja kąta, podwojenie sześcianu. Są to szczególnie ważne problemy, ponieważ na ich rozwiązanie czekaliśmy 2000 lat. Odpowiedź była zaskakująca. Przez setki lat nikt nie mógł znaleźć rozwiązania, ponieważ ono w ogóle nie istnieje. Chciałbym w tym projekcie zobaczyć omówienie tych trzech problemów – na czym polegają, kto się nimi zajmował, jak je ostatecznie rozwiązano.

Liczba osób: 1-2

## 7. Aksjomatyka Peano liczb naturalnych

Opis: Kronecker powiedział kiedyś, że liczby naturalne pochodzą od Boga, a wszystkie inne są dziełem człowieka. Jednak również te wydawałoby się najprostsze liczby można wprowadzić aksjomatycznie i bardzo formalnie. Jest to możliwe na wiele sposobów, a jednym z najlepiej znanych jest aksjomatyka Peano. Od osoby referującej oczekuję takiego właśnie wprowadzenia całej teorii liczb naturalnych, przedstawienia (i może udowodnienia) najważniejszych własności dotyczących tych liczb. Polecam książkę Arytmetyka i algebra J. Śłupecki, Z. Garbaj, T. Sawicki.

Liczba osób: 1

## 8. Matematyka w telewizji [Realizacja: M. Walczyk 1F]

Opis: Matematyczne zagadnienia pojawiają się dość często w środkach masowego przekazu: w reklamach i teleturniejach oraz filmach (przy czym mam na myśli filmy, gdzie matematyka nie jest głównym wątkiem, a pojawia się tylko w tle). Można to zebrać wszystko w jednym miejscu i zaprezentować wraz z komentarzem. Tego oczekuję od tego projektu. Nie trzeba oczywiście ograniczać się do mediów polskich.

Liczba osób: 1-2

## 9. Matematyka w poezji. [Realizacja: Z. Piotrowska 3P]

Opis: Znacznie łatwiej zapamiętać pewne rzeczy, gdy przedstawione są w formie humorystycznej. Proponuję więc napisanie kilkudziesięciu żartobliwych wierszyków/powiedzonek o matematyce (lepiej, moskaliki, limeryki, chorobniki). Alternatywą jest napisanie dłuższego opowiadania osadzonego w świecie matematyki lub z matematyką powiązanego. Przykłady:

Chorobniki:

Od przestrzeni Banacha boląca czacha

Od twierdzenia Eulera dżuma i cholera

#### Moskaliki:

Kto mi powie, że równania  
Różniczkowe go nie kręcą,  
Tłuczkiem mięsnym machnę drania  
U zakonnych siostr nad Drwęcą.

#### Limeryki:

Próbował pewien nieuk z miasta Boston  
Przez czterdzieści lat zdefiniować prostą.  
Głupiec nie wiedział o tym,  
Że pojęciem pierwotnym  
Jest prosta, więc to nie jest rzeczą prostą.

#### Lepiej:

Lepiej mieć w kieszeni węża,  
Niż matematyka męża.

Lepiej narysować prostą  
Niż na matmie być starostą.

Lepiej biegać przez kaktusy  
niż zrozumieć cosinusy

Liczba osób: 1

### **10. Popularyzacja matematyki**

Opis: Jest takie czasopismo matematyczno-fizyczno-informatyczne pt. *Delta*. Jest to miesięcznik popularnonaukowy, przeznaczony dla licealistów i studentów. Sam osobiście prenumeruję i czytam – polecam też innym. Artykuły dotyczą najnowszych odkryć, ciekawych zagadnień, zawierają interesujące zadania. Każdy znajdzie coś dla siebie. Od osoby wybierającej ten projekt oczekuję comiesięcznego opowiadania o jednym z artykułów zawartym w danym numerze.

Liczba osób: 1

### **11. Dowodzenie twierdzeń**

Opis: Często nie zdajemy sobie sprawy, dlaczego dany wzór/ twierdzenie jest prawdziwe. Przyjmujemy na wiarę i mechanicznie stosujemy. Niestety przeładowany program szkolny nie pozwala na lekcjach dowodzić wprowadzanych twierdzeń i zabija ciekawość. A przecież na tym właśnie polega matematyka – na wymyślaniu i dowodzeniu twierdzeń, dedukcyjnym i logicznym myśleniu i wyciąganiu faktów z różnych przesłanek. Najważniejsza część matematyki nam więc umyka. Dlatego, aby pokazać tę ciekawą stronę matematyki, poczuć się jak odkrywca zachęcam do samodzielnego (bądź z pomocą Internetu, podręcznika) dowodzenia twierdzeń, o których mowa na lekcji. Ja jako nauczyciel wskazywałbym te, które warto zrobić, by nie były za trudne lub w ogóle poza zakresem liceum, oraz żeby nie było ich po prostu za dużo. Oczekiwałbym pliku pdf lub odręcznych notatek z przeprowadzonymi dowodami. Oczywiście taka osoba zostanie też sprawdzona pod kątem rozumienia tych dowodów, by nie było to po prostu spisanie bez zrozumienia ich z Internetu.

Liczba osób: 1

## **12. Olimpiady [Realizacja: A. Wicherek 3S]**

Opis: Olimpiada Matematyczna to konkurs zupełnie inny od wszystkich matematycznych konkursów. Wymaga całkowicie nieszablonowego myślenia i otwartego umysłu. Dzięki temu zadania są ciekawe, nieschematyczne – takie, których na pewno nie spotkamy na lekcji matematyki, choć nie wymagające skomplikowanych narzędzi, a jedynie pomysłów. Warto choć raz się z takimi zadaniami zapoznać. Chciałbym, aby osoba, która wybierze ten projekt wybrała kilka według niej ciekawych zadań i przedstawiła ich rozwiązania (oczywiście nie chodzi o samodzielne wymyślenie rozwiązań – choć można najpierw spróbować się zmierzyć samemu). W Internecie chociażby na stronie Olimpiady można znaleźć wszystkie zadania z lat ubiegłych, w tym wraz z rozwiązaniami. Istnieje też wiele pozycji książkowych, przygotowujących olimpijczyków, gdzie są po kolei te zadania rozwiązane wraz z komentarzami. Liczba zadań zależy oczywiście od ich poziomu trudności. Liczba ta powinna mieścić się w przedziale 3-5. Warto też powiedzieć kilka słów o samej olimpiadzie.

Liczba osób: 1

## **13. Błędy w matematyce**

Opis: Błędy w matematyce zdarzają się bardzo często. Ich rodzaj jest jednak bardzo ważny. Te rachunkowe są mało ważne i zdarzają się każdemu, niezależnie od tego, czy rozumie dany temat, czy nie. Wynikają z pośpiechu, braku skupienia, rozkojarzenia. Bardzo łatwo je dostrzec, nawet przez ucznia ze szkoły podstawowej, więc nie są groźne. Znacznie poważniejsze są jednak błędy merytoryczne. Ich pojawienie się nie wynika już z roztargnienia, a z niepełnego zrozumienia tematu. Jako przykłady podajmy chociażby: stosowanie wzorów, które nie istnieją, wymyślanie własnych twierdzeń i reguł, czy powoływanie się na twierdzenia, których nie wolno zastosować lub nie istnieją. Wśród uczniów pojawiają się nadzwyczaj często, nawet gdy zwraca się na nie uwagę. Najczęściej wtedy, gdy uczeń uczy się matematyki na pamięć, nie rozumiejąc tego co pisze/liczy i po co to robi. Raczej rzadko, ale niestety też, zdarzają się takie błędy u nauczycieli i autorów zadań. Tutaj geneza jest raczej inna: nieprzemyślana lekka modyfikacja innego zadania, która psuje pewne założenie, czy niedostrzeżenie jakiegoś szczególnego przypadku, gdy widziało się podobnych zadań setki. Osoba, która podejmie się tego projektu będzie musiała zebrać i zaprezentować kilka takich zadań (A raczej ich rozwiązań). Inspiracje i przykłady można czerpać zarówno z papierowych zbiorów zadań, Internetu (fora, strony z gotowymi rozwiązaniami), jak i materiałów wideo. Przykład takiego rozwiązania:

[https://drive.google.com/file/d/1nLKOY0IF4D2vK2H5meW3iNBYDBy\\_Jwu/view?usp=sharing](https://drive.google.com/file/d/1nLKOY0IF4D2vK2H5meW3iNBYDBy_Jwu/view?usp=sharing)

Liczba osób: 1

## **14. Dobble – niespodziewana matematyka [Realizacja: E. Hundla 3P]**

Opis: Prawie każdy kojarzy (i grał) w grę zręcznościową Dobble. Na pierwszy rzut oka wydaje się, że w tej grze nie ma żadnej matematyki. Można ją dostrzec dopiero, gdy zwróci się uwagę nie na zasady, a na same karty – ich wygląd, liczbę. Matematyka stojąca za tą grą jest naprawdę interesująca i porusza temat geometrii rzutowej – zagadnień matematyki wyższej. Od osoby referującej ten temat oczekuję zapoznania się ze wspomnianym tematem i przedstawienia go w sposób jak najbardziej zrozumiały dla reszty. Nie wymagam oczywiście zrozumienia w 100% każdego elementu, bo na tym etapie nie jest to możliwe – chodzi o główne idee za tym stojące. Przykładowe artykuły, które mogą pomóc:

[https://www.youtube.com/watch?v=VTDKqW\\_GLkw&ab\\_channel=Stand-upMaths](https://www.youtube.com/watch?v=VTDKqW_GLkw&ab_channel=Stand-upMaths)

[http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/gry\\_zagadki\\_paradoksy/2014/03/30/skalba.pdf](http://www.deltami.edu.pl/temat/matematyka/gry_zagadki_paradoksy/2014/03/30/skalba.pdf)

Liczba osób: 1

### 15. Najbardziej dowolny trójkąt

Opis: Często w zadaniu z geometrii chcemy narysować jak najbardziej dowolny trójkąt. Próbujemy uniknąć sytuacji, gdy trójkąt będzie wyglądał na równoboczny, równoramienny, czy prostokątny. Nie chcemy bowiem, by rysunek sugerował nam pewne własności, z których nie możemy skorzystać. Jaki rysunek będzie więc najlepszy? Inny w mniej więcej równym stopniu od każdego z wspomnianych wyżej? Odpowiedź na to pytanie daje artykuł Piotr Pikula pt. „*Jak wyznaczyć najbardziej dowolny trójkąt?*” Od osoby podejmującej ten temat oczekuję zapoznania się ze wspomnianym artykułem, zrozumieniem i ciekawym opowiedzeniem o nim.

Liczba osób: 1

### 16. Recenzja książki [Realizacja: A. Mierzejewska 1F]

Opis: Uczniom matematyka kojarzy się tylko z rozwiązywaniem nudnych zadań i uczeniem się wzorów na pamięć. Prawda jest zupełnie inna – zawodowi matematycy nie zajmują się rozwiązywaniem zadań. Ich praca jest twórcza i pasjonująca oraz często bardzo użyteczna. Warto więc poznać choć trochę tę dziedzinę od takiej strony i poznać wiele jej ciekawych aspektów. W tym celu należy przeczytać jedną z poniższych książek popularno-naukowych dotyczących matematyki i napisać jej recenzję. Recenzja ta powinna zająć nie mniej niż jedną stronę A4. Nie ma ograniczenia górnego. Oprócz przesłania pliku pdf osoba zostanie odpytana ze znajomości tego, co napisała, by sprawdzić poziom zrozumienia książki.

A. Aczel - Wielkie twierdzenie Fermata. Rozwiązanie zagadki starego matematycznego problemu

W. Sadowski- *Femme fatale. Trzy opowieści o królowej nauk*

M. Szurek - Opowieści matematyczne

K. Ciesielski, Z. Pogoda - Wielka księga zagadek. Matematyczna bombonierka

K. Ciesielski, Z. Pogoda - Królowa bez Nobla. Rozmowy o matematyce

S. Kowal - Przez rozrywkę do wiedzy, różności matematyczne

B. Miś - Tajemnicza liczba e i inne sekrety matematyki

T. Crilly - 50 teorii matematyki, które powinieneś znać

I. Lehman, A. Posamentier - Pi. Biografia najbardziej tajemniczej liczby na świecie

M. Aigner - Dowody z Księgi

Liczba osób: 1

### 17. Temat własny (Kostka Rubika) [Realizacja: A. Parasion 1F]

### 18. Temat własny

## Zasady realizacji projektu

1. Temat należy wybrać do końca września 2021 roku.
2. Projekt należy wykonać (zaprezentować) do końca marca 2022 roku.
3. Za projekt będzie można otrzymać następujące oceny: +, 5, 5+, 6.
4. Za projekt na wysokim poziomie można otrzymać nie jedną, a dwie oceny (np. dwie piątki, dwie szóstki itd.)
5. Ocena będzie zależała od:
  - Jakości wykonania projektu,
  - Wkładu pracy własnej,
  - Poziomu trudności,
  - Porównania do projektów innych,
  - Elementów, które pozytywnie mnie zaskoczą.
6. Jeśli przy danym temacie znajduje się nazwisko, to znaczy, że temat jest już zajęty.
7. Tematy oznaczone kolorem **zielonym** mogą być wykonane trzykrotnie (po jednej osobie z każdej klasy).
8. Autor projektu wybiera, czy ocena ma być wpisana w I semestrze nauki, czy w drugim (w przypadku I semestru projekt musi być zrealizowany przez ostatecznym wystawieniem ocen)
9. Wykonanie projektu nie może być warunkiem uzyskania oceny dopuszczającej zamiast oceny niedostatecznej na koniec danego semestru. Wyjątkiem są osoby, którym ocena końcowa waha się pomiędzy 1 a 2, ale jest znacznie bliżej 2. Wtedy projekt taki umacnia ocenę dopuszczającą.
10. Pod uwagę będą brane jedynie projekty wykonane samodzielnie, a nie zlecone osobom trzecim do wykonania.
11. Podczas referowania osobie prezentującej mogą być zadawane pytania dotyczące omawianego tematu.
12. Po wybraniu tematu należy umówić się ze mną na krótką rozmowę dotyczącą projektu, by ustalić, czy wszystko jest zrozumiałe.
13. W czasie przygotowań do projektu można (a nawet powinno się) konsultować ze mną swoje pomysły w celu uzgodnienia, czy poziom jest odpowiedni, aby przy wygłaszaniu referatu nie okazało się, że za prezentację na poziomie III klasy szkoły podstawowej uczeń oczekuje oceny bardzo dobrej.