Zadania uzupełniające do rozdziału 2 – Wartość bezwzględna

Zadanie 1. Oblicz wyznaczniki:

a)
$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -6 & 8 & 4 \\ -3 & 5 & 7 \end{vmatrix}$$
. b) $\begin{vmatrix} 3 & -12 & 1 \\ -6 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. c) $\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 \end{vmatrix}$.

Zadanie 2. Rozwiązać równanie
$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & x+1 \end{vmatrix} = 0.$$

Zadanie 3. Rozwiąż układy równań metodą wyznaczników:

a)
$$\begin{cases} x+y+z=0\\ 2x-y-z=-3\\ 4x-5y-3z=-7, \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} -x+2y-z=0\\ 2x+3y=3\\ 4x-y+z=11, \end{cases}$$

Zadanie 4. Przedyskutuj liczbę rozwiązań układu równań w zależności od wartości parametru a. W przypadku istnienia rozwiązań wyznacz je.

$$\begin{cases} ax + y + z = 3\\ x + ay + z = 2\\ x + y + az = 1, \end{cases}$$

Zadanie 5. Przedyskutuj liczbę rozwiązań układu równań w zależności od wartości parametru k. W przypadku istnienia rozwiązań wyznacz je.

a)
$$\begin{cases} kx - y + z = 1 \\ x - ky + z = 1 \\ 3x - 3y + 2z = 2k, \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} x + ky - 3z = 0 \\ x + y + z = 0 \\ 3x + ky - z = 0, \end{cases}$$

Zadanie 6. W zależności od parametrów a, b rozwiąż układ równań

$$\begin{cases} ax + by + z = 4 \\ 2x + 4y + 2z = 8 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$$

Zadanie 7. (Indeks AGH 2020-2021 I etap) Dla jakich wartości parametru p układ równań

$$\begin{cases} 4x + (p+3)y = p - 1\\ (p-1)x + py = p - 2 \end{cases}$$

ma dokładnie jedno rozwiązanie spełniające nierówność $|x| + |y| \le 4$?

Zadanie 8. Rozwiąż układy równań:

a)
$$\begin{cases} |x| + |y| = 3 \\ 2|x| + y = 3 \end{cases}$$
 b) $\begin{cases} |x - 3| = 5 - y \\ |y - 5| = 4 \end{cases}$

Zadanie 9. (matura maj 2018) Równanie ||x| - 2| = |x| + 2:

- A) nie ma rozwiązań C) ma dokładnie dwa rozwiązania
- B) ma dokładnie jedno rozwiązanie D) ma dokładnie cztery rozwiązania

Zadanie 10. (matura czerwiec 2013) Rozwiąż nierówność $\sqrt{x^2+4x+4}\geqslant 11-\sqrt{x^2-6x+9}$.

Zadanie 11. (matura maj 2008) Rozwiąż nierówność |x-2| + |3x-6| < |x|.

Zadanie 12. (matura styczeń 2003) Dane jest równanie postaci $a^2 \cdot x - 1 = x + a$, w którym niewiadomą jest x. Zbadaj liczbę rozwiązań tego równania w zależności od parametru a.