

# FUNKCJE

1. Wykaż, że funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = (k^2 - 1)x^2 - 2kx + 4k + 5$  jest rosnąca w przedziale  $(-\infty; 1)$  i malejąca w przedziale  $(1; \infty)$  dla  $k = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ .
2. Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = (m^2 - 1)x^2 + 2(m - 1)x + 2$ . Wykaż, że istnieje taka wartość parametru  $m$ , dla którego dana funkcja przyjmowałaby wartości ujemne.
3. Dany jest wielomian  $W(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 15$ . Wykaż, że  $W(2 - \sqrt{5})$  jest liczbą całkowitą.
4. Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{4}{x}$ . Wykres tej funkcji przesunięto o wektor  $\vec{u} = [-5, 2]$ , a następnie przekształcono przez powinowactwo prostokątne o osi  $OX$  i skali  $k = -2$ , tzn. wykres funkcji  $y = h(x)$  otrzymano z wykresu  $y = -2g(x)$ . Udowodnij, że funkcja  $h$  określa się wzorem  $h(x) = \frac{-4x-28}{x+5}$ .
5. Uzasadnij, że zbiorem wartości funkcji  $f(x) = 5^{\log_5(-x^2+5x+6)}$  jest zbiór  $(0; 12\frac{1}{4}]$ .
6. Punkt  $A = (-1, \frac{1}{3})$  należy do wykresu funkcji wykładniczej  $f(x) = a^x$ . Uzasadnij, że równanie  $|f(x - 1) - 3| = m$  ma dwa różne rozwiązania dodatnie dla  $m \in (0; \frac{8}{3})$ .
7. Dana jest funkcja  $f$  określona wzorem  $f(x) = \frac{1}{x-1} - 2$ . Uzasadnij, że najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność  $f(8 - x) \leq f(2x)$  jest liczba 1.