

## Zadania uzupełniające - Rachunek prawdopodobieństwa

**Zadanie 1.** Rozpatrujemy rodziny o dwóch dzieciach. Oblicz prawdopodobieństwo, że rodzina ma dwóch synów, jeśli:

- a) starsze dziecko jest synem
- b) co najmniej jedno dziecko jest synem.

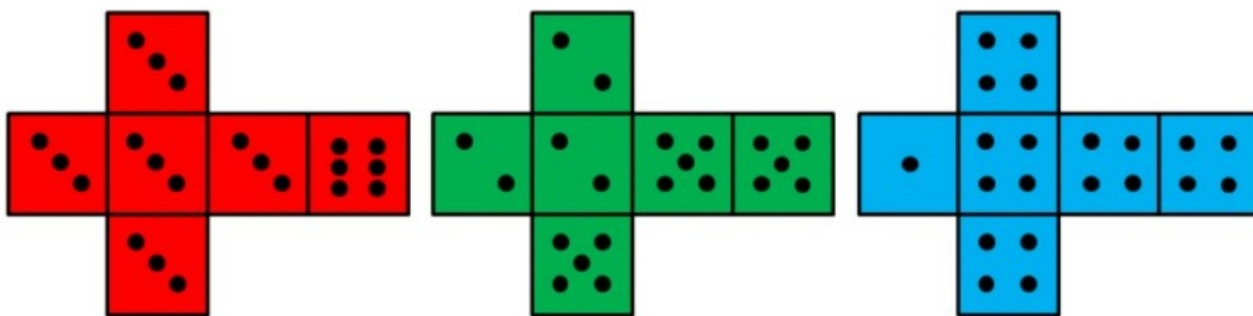
**Zadanie 2.** Z pełnej talii kart wybieramy losowo dwie. Oblicz prawdopodobieństwo, że będą to dwa asy jeśli:

- a) wybrano co najmniej jednego asa,
- b) wybrano asa karo.

**Zadanie 3.** W urnie znajdują się dwie białe i trzy czarne kule. Dwaj gracze, po kolei, wyciągają z urny po jednej kuli ze zwracaniem. Wygra ten, który pierwszy wyciągnie kulę białą. Obliczyć prawdopodobieństwo wygrania gracza pierwszego.

**Zadanie 4** (paradoks urodzin). Załóżmy, że rok ma 365 dni. Ile osób musi liczyć grupa, aby prawdopodobieństwo, że wśród nich co najmniej dwie obchodzą urodziny tego samego dnia było większe niż 50%?

**Zadanie 5** (kości nieprzechodnie). Rozważmy trzy kostki do gry o następujących ściankach:



W grze bierze udział dwóch graczy i polega ona na wybraniu przez nich po jednej kostce (różnej) i rzuceniu kostkami. Wygrywa ten, kto wyrzuci większą liczbę oczek. Wykazać, że nie ma najlepszej kostki. Czy warto wybrać kostkę jako pierwszy, czy drugi gracz?

**Zadanie 6** (paradoks Monty'ego Halla). Rozważmy grę, w której mamy dwie puste urny oraz jedną z nagrodą. Wybieramy jedną z nich. Następnie prowadzący z pozostałych dwóch odsłania jedną, która jest pusta<sup>1</sup>. Następnie mamy wybór: pozostawić wybraną urnę lub zmienić na drugą nieodsłoniętą. Udowodnić, że zawsze warto zmienić bramkę i obliczyć prawdopodobieństwo wygrania przy zmianie bramki.

<sup>1</sup>Uzasadnić, że taka zawsze istnieje.