

Zestaw A. Zadania powtórzeniowe

→ Odpowiedzi
s. 148

1. Oblicz.

a) $(\sqrt{4-\sqrt{15}} - \sqrt{4+\sqrt{15}})^2$

c) $\left[(2\sqrt{2}-\sqrt{7})^{\frac{1}{2}} + (2\sqrt{2}+\sqrt{7})^{\frac{1}{2}}\right]^2$

b) $\sqrt{2(2-2\sqrt{2})^2} + \sqrt{2(2+2\sqrt{2})^2}$

d) $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}}$

2. Wykaż, że zachodzi równość.

a) $\sqrt{13-4\sqrt{3}} + \sqrt{4(7-4\sqrt{3})} = 3$

c) $\sqrt{6-2\sqrt{5}} + 2(\sqrt[4]{5}+1) = (1+\sqrt[4]{5})^2$

b) $\sqrt{9-4\sqrt{2}} + 1 = \frac{4}{\sqrt{2}}$

d) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt[3]{\frac{5\sqrt{2}-7}{5\sqrt{2}+7}}$

3. Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{6}{3-2\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

c) $\frac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-1}$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+2}$

4. Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{3}{1+\sqrt[3]{2}}$

b) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$

c) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}}$

5. Uprość wyrażenie.

a) $\frac{x+y}{\sqrt{x^4+2x^3y+x^2y^2}}, x, y > 0$

c) $\frac{x-y}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}, x \neq y$

b) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}, x, y > 0$

d) $\sqrt{2x+2\sqrt{2x-1}} - \sqrt{2x-2\sqrt{2x-1}}, x > 1$

6. Wykaż, że dla $x > 0$ i $y > 0$ prawdziwa jest podana nierówność.

a) $2xy \leq x^2 + y^2$

b) $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$

c) $\frac{2x}{y} + \frac{y}{2x} \geq 2$

7. Oblicz.

a) $(1+\sqrt{3})^3$

b) $(2+\sqrt{3})^3$

c) $(3-\sqrt{2})^3$

d) $(1-2\sqrt{3})^3$

8. Zapisz wyrażenie w postaci sumy algebraicznej.

a) $(x+1)^3 + (x+2)^3$

c) $(2x-1)^3 - (2x+1)^3$

b) $(x-2)^3 + (x-3)^3$

d) $(3x+2)^3 - (3x-1)^3$

9. Oblicz wartość wyrażenia dla $x = \sqrt[3]{3}$ i $y = 2\sqrt[3]{2}$.

a) $(x-y)(x^2+xy+y^2)$

c) $(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$

b) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

d) $(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)$

10. Wykaż prawdziwość wzoru.

a) $a^6 - 1 = (a-1)(a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1)$

b) $a^6 - 1 = (a-1)(a+1)(a^4 + a^2 + 1)$

Film –
rozwiązanie
zadaniaKod: PFSSXA
app.nowaterazmatura.pl

POWTÓRZENIE DZIAŁ PO DZIALE



Film –
rozwiązanie
zadania



Kod: HV4SJD
app.nowaterazmatura.pl

11. Z sześcianu o krawędzi $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ odcięto osiem narożników, które są sześcianami o krawędzi $\sqrt{3} - \sqrt{2}$. Oblicz:
- objętość otrzymanej bryły,
 - pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły.
12. Uzasadnij, że suma:
- trzech kolejnych liczb nieparzystych jest podzielna przez 3,
 - czterech kolejnych liczb podzielnych przez 4 jest podzielna przez 8,
 - pięciu kolejnych liczb podzielnych przez 3 jest podzielna przez 15.
13. Wykaż, że:
- suma kwadratów dwóch kolejnych liczb naturalnych jest liczbą nieparzystą,
 - sześcian sumy dwóch kolejnych liczb nieparzystych jest podzielny przez 64.
14. Dana jest liczba trzycyfrowa x . Liczba y powstaje przez zamianę cyfry jedności z cyfrą setek w liczbie x . Wykaż, że różnica liczb x i y jest podzielna przez 9 oraz przez 11.
15. a) Przez jaką największą liczbę należy podzielić liczby 331 i 459, aby w obu przypadkach otrzymać resztę z dzielenia równą 11?
b) Przez jaką liczbę należy podzielić liczby 589 i 667, aby otrzymać reszty z dzielenia równe odpowiednio 1 i 7?
16. Wyznacz wszystkie pary liczb:
- naturalnych a i b , dla których $a^2 - b^2 = 36$,
 - całkowitych a i b , dla których $a^2 - b^2 = 15$.
17. Wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$.
- $$A = \{x \in \mathbb{R}: |x - 1| = 1 - x\}, B = \{x \in \mathbb{R}: |2x - 1| = 2x - 1\}$$
18. Wyznacz zbiór $A \setminus B$, jeżeli $A = [-\sqrt{2} \cdot 0,5^{-\frac{3}{2}}; 6]$ i $B = \{x \in \mathbb{R}: |x - 1| > 4\}$.
19. Wykaż, że podana liczba jest wymierna.
- $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{12 + 6\sqrt{3}}$
 - $\sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$
 - $\sqrt{13 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$
 - $\sqrt{33 + 20\sqrt{2}} - \sqrt{8\frac{1}{4} + 2\sqrt{2}}$
20. Wykaż, że dla danych wartości x prawdziwa jest podana równość.
- $\frac{\sqrt{4x^2 + 16x + 16}}{x + 2} = 2$ dla $x > -2$
 - $\frac{\sqrt{36 - 24x + 4x^2} + |x - 3|}{\sqrt{9 - 6x + x^2}} = 3$ dla $x \neq 3$
21. Rozwiąż równanie.
- $||x| - 1| = 3$
 - $||x| + 3| = 1$
 - $||x + 1| - 3| = 2$
22. Rozwiąż nierówność.
- $|2x - 4| \leq 6$
 - $|x - 3| > 4$
 - $|5 - |x|| > 3$



Film –
rozwiązanie
zadania



Kod: 6AK6TC
app.nowaterazmatura.pl

9. a) Miejsca zerowe dwóch funkcji liniowych są liczbami przeciwnymi. Wykresy tych funkcji przecinają się w punkcie $(2, 4)$ i wraz z osią x ograniczają trójkąt o polu 12. Wyznacz wzory tych funkcji.
 b) Miejsca zerowe dwóch funkcji liniowych są liczbami odwrotnymi. Wykresy tych funkcji przecinają się w punkcie $(0, 3)$ i wraz z osią x ograniczają trójkąt o polu 4. Wyznacz wzory tych funkcji.
10. Wyznacz miejsce zerowe funkcji $f(x) = -2x + b$, jeśli liczba b spełnia podane równanie.
 a) $(\sqrt{2} - b)^2 - (b - 2\sqrt{2})^2 = -6$ b) $(\frac{1}{2}b + 2)(2 - \frac{1}{2}b) + (1 + \frac{1}{2}b)^2 = 0$
11. Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = 2x + 1$, jeśli jej dziedziną jest zbiór tych liczb rzeczywistych x , które spełniają podaną nierówność.
 a) $(2x - 3)(3 + 2x) \leq (2x - 1)^2$ c) $(3x + 5)^2 < 9(x - 2)^2$
 b) $(2\sqrt{3} - x)^2 \geq (x - 3\sqrt{3})^2$ d) $3 < -4(3 - x)^2 - (2x + 3)(3 - 2x)$
12. Wyznacz liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru a .
 a) $1 + 4x = 6a - x$ c) $(4x - 1)a = 3a + xa$ e) $2x - a = ax + 1$
 b) $3x - 1 = a + 2 - ax$ d) $3x + 2a = 3 + 6ax$ f) $a^2x - 2 = 4x + a$
13. Rozwiąż układ równań.
 a)
$$\begin{cases} 3x + 2y = 3 \\ y + x = \frac{3(1-x) + 4}{2} \end{cases}$$
 b)
$$\begin{cases} \frac{x-y-2}{2} - \frac{x+y}{4} = 1 \\ \frac{2x+y-1}{3} - \frac{x+y}{2} = 0 \end{cases}$$
 c)
$$\begin{cases} \frac{y+6}{3} + \frac{x}{4} = 5 - 2x \\ \frac{2y-3x}{4} = \frac{2}{3}y - 1 \end{cases}$$
14. Rozwiąż równanie.
 a) $||x - 2| + x| = 4$ b) $|x - 1| + |x| = 2$ c) $|2x + 2| + 3x = |x| + 2$
15. Rozwiąż nierówność.
 a) $|x - |x|| > 3$ c) $|x - 2| - |x| < 4$ e) $|x + 3| - |x - 1| > 1$
 b) $||x + 1| - x| \leq 2$ d) $|x + 5| - |x - 2| \leq 3$ f) $|x - 2| - |x + 3| \geq 1 + x$
16. Rozwiąż równanie.
 a) $3\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt{x^2 + 10x + 25} = 10$ b) $3\sqrt{x^2 + 8x + 16} + \sqrt{36 - 36x + 9x^2} = 18$
17. Rozwiąż nierówność.
 a) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} + \sqrt{4x^2 + 4x + 1} < 4 - x$ b) $2\sqrt{x^2 + 2x + 1} > x + 4$
18. Narysuj wykres funkcji f i określ liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m .
 a) $f(x) = |x| - |x - 1|$ c) $f(x) = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 6x + 9}$
 b) $f(x) = |x + 2| + |x - 2|$ d) $f(x) = ||x - 1| - 3|$
19. Boki trójkąta są zawarte w prostych $4x - 3y + 6 = 0$, $3x + 4y - 8 = 0$ oraz $7x + y - 27 = 0$. Wykaż, że trójkąt ten jest prostokątny. Wyznacz współrzędne jego wierzchołków.



Film –
rozwiązanie
zadań



Kod: 3H8ZMS
app.nowaterazmatura.pl

13. Wyznacz wartości b i c , dla których miejsca zerowe x_1 i x_2 funkcji $f(x) = x^2 + bx + c$ spełniają podane warunki.

a) $x_1 = 1, x_1 x_2 = -2$

c) $x_1 x_2 = 6, x_1^2 + x_2^2 = 13$

b) $x_1 = 2, x_1 + x_2 = 3$

d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4, \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} = 10$

14. Wyznacz wartości parametru m , dla których dwa różne pierwiastki x_1 i x_2 równania:

$$(4 - m)x^2 + (m - 4)x + 2 = 0$$

spełniają nierówność $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 1$.

15. a) Wyznacz wartości parametru m , dla których suma kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + (m + 2)x + 3m - 2 = 0$ jest większa od 7.

b) Wyznacz wartości parametru m , dla których kwadrat sumy dwóch różnych pierwiastków równania $(4 - m)x^2 + mx - m = 0$ jest większy od 1.

c) Wyznacz wartości parametru m , dla których suma odwrotności kwadratów dwóch różnych pierwiastków równania $x^2 + 2mx - x - 1 = 0$ jest równa 3.

16. Suma dwóch różnych miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest równa 4, a suma ich odwrotności jest równa $-\frac{1}{3}$. Wyznacz wzór tej funkcji, jeśli $f(0) = -12$.

17. Dla jakich wartości parametru m podana nierówność jest prawdziwa dla każdego $x \in \mathbb{R}$?

a) $x^2 + (m + 1)x + 3m > -3$

c) $-x^2 + (2 + m)x - 2m - 1 \leq 0$

b) $(m + 4)x^2 + 2x + 1 \geq 0$

d) $(m^2 - 4)x^2 + 2mx < 1$

18. Rozwiąż równanie.

a) $4x^2 - \frac{6x + 8}{3} = \frac{1}{3}(x + 1)(2x - 3)$

c) $\frac{(1 - 3x)^2}{2} - \frac{x(4 - x)}{3} = \frac{5}{6} + \frac{x + 9}{2}$

b) $\frac{(x - 2)^2}{5} + \frac{x(x + 3)}{10} = 0,3x(2x - 1)$

d) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{(x + 2)^2}{5} = \frac{(x - 1)(x + 1)}{5} + x - 2$

19. Rozwiąż równanie.

a) $(x^2 - 9)\sqrt{x - 2} = 0$

b) $\sqrt{4x - 7} = x - 1$

c) $\sqrt{2x + 5} - 1 = x$

20. Rozwiąż równanie.

a) $|x^2 - 6| = 2$

b) $|x^2 - 3x| = 2$

c) $x^2 + |x| - 12 = 0$

21. Rozwiąż nierówność.

a) $x^2 - |x| \leq 2$

b) $x^2 - 3|x + 6| > 0$

c) $x^2 - |x - 3| \geq 2x + 3$

22. Zależność wysokości h (w metrach), na jakiej znajduje się kamień rzucony pionowo w kierunku ziemi z wysokości h_0 z prędkością początkową v_0 , od czasu t (w sekundach) opisuje funkcja $h(t) = h_0 - v_0 t - 5t^2$. Opór powietrza pomijamy.

a) Oblicz, po jakim czasie kamień rzucony pionowo w dół z wysokości 100 m z prędkością początkową 5 m/s uderzy w ziemię.

b) Po jakim czasie kamień upuszczony swobodnie z wysokości 125 m uderzy w ziemię?

Film –
rozwiązanie
zadania



nowa.terazmatura.pl

Film –
rozwiązanie
zadania



nowa.terazmatura.pl