
Zadania uzupełniające z funkcji kwadratowej

- ☒ **Zadanie 1** (5.49). Wykaż, że miejsca zerowe funkcji kwadratowej $y = 8x^2 - 4x - 3$ są sinusem i cosinusem pewnego kąta.

Zadanie 2 (5.51). Wyznacz wszystkie wartości parametru a , $a \in \mathbb{R}$, dla których rozwiązania równania $3ax^2 - 4ax + 7 = 0$ są sinusem i cosinusem pewnego kąta. Dla wyznaczonej wartości a podaj te rozwiązania. W której ćwiartce znajduje się ramię tego kąta w położeniu standardowym?

Zadanie 3. Niech a_1, a_2, \dots, a_n będą ustalonymi liczbami rzeczywistymi. Dla jakiego x wartość funkcji f danej wzorem $f(x) = (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$ jest najmniejsza?

Zadanie 4. Liczby rzeczywiste a, b, c spełniają nierówność $(a + b + c)c < 0$, oraz $a \neq 0$. Wykaż, że $b^2 > 4ac$.

Zadanie 5 (5.95). Wyznacz zbiór wartości funkcji:

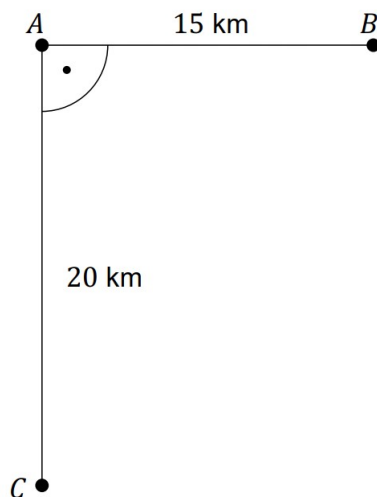
a) $f(x) = -\sin^2 x + 4 \sin x + 12$

b) $f(x) = \operatorname{ctg}^2 x - 2 \operatorname{ctg} x - 3$

- ☒ **Zadanie 6.** Wyznacz zbiór wartości funkcji $f(x) = \cos^2 x - \cos x - 2$.

Zadanie 7. Mówimy, że odcinek jest podzielony w złotym stosunku (złotej proporcji) jeśli stosunek całego odcinka do dłuższej części jest równy stosunkowi dłuższej części do krótszej części. Wyznacz ten stosunek.

Zadanie 8 (Informator matura 2023). Na rysunku obok przedstawiono położenie miejscowości A , B i C oraz zaznaczono odległości między nimi. O godzinie 9:00 z miejscowości A do C wyruszył zastęp harcerzy „Tropicieli” i przemieszczał się z prędkością 4 km/h. O tej samej godzinie z miejscowości B do A wyruszył zastęp harcerzy „Korsarze” i przemieszczał się z prędkością 2 km/h. Wyznacz godzinę o której odległość między tymi zastępami będzie najmniejsza.



Zadanie 9 (matura próbna II LO 2022).

Dla jakich wartości parametru $m \in \mathbb{Z}$ równanie $mx^2 - x + m^2 - 2 = 0$ ma tylko **całkowite** pierwiastki?

Zadanie 10.

Udowodnij, że równania $ax^2 + bx + c = 0$ oraz $cx^2 + bx + a = 0$, ($a \neq c$) mają wspólny pierwiastek wtedy i tylko wtedy, gdy $|a + c| = |b|$.

Zadanie 11.

Dla jakich wartości parametru k równanie: $x^4 - (3k + 2)x^2 + k^2 = 0$ ma co najmniej 3 parami różne rozwiązania, które są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego?