Klasa 1F – Arkusze Operon

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\sqrt{3-2\sqrt{2}}-\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ jest równa:

Zadanie 2. (0–1)

Wartość wyrażenia $\log_2 5 \cdot \log_5 81 \cdot \log_9 216$ wynosi:

Zadanie 3. (0–1)

Równanie $|x^2-2x-8|=m+1$ w zależności od parametru m, gdzie $m \in R$, ma maksymalną liczbę pierwiastków dla:

A. $m \in \langle 0,9)$ **B.** $m \in \langle -1,8)$ **C.** $m \in (-9,0)$ **D.** $m \in (-1,8)$

Zadanie 1. (0–1)

Wyrażenie $\dfrac{\sqrt[3]{18}}{\sqrt[3]{9}-2\sqrt[3]{3}+4}$ jest równe:

A. $\sqrt[3]{36}-2\sqrt[3]{18}$

B. $3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}$

C. $\dfrac{\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{18}}{7}$

D. $\dfrac{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{18}}{11}$

Zadanie 4. (0–1)

Ile maksymalnie rozwiązań może mieć równanie $\big|\,||x|-3|-2\,\big|=m$, gdzie $m \in R$?

Zadanie 5. (0–2)

Oblicz $\log_{ab}\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$, jeżeli wiadomo, że $\log_{ab}a=4$.

Zakoduj cyfrę jedności i dwie cyfry po przecinku otrzymanego wyniku.

Zadanie 7. (0–3)

Wiesz, że $a+b+c=0$ i $abc=2$. Wykaż, że $a^3+b^3+c^3=6$.

Zadanie 7. (0–3)

Rozwiąż nierówność $3x-|2x-7|<11$.

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli liczby a i b są dodatnie, to $\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}+3\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\geq 8$.

Zadanie 11. (0–3)

Wykaż, że jeśli $\log_{24}6=a$, to $\log_6 256=\frac{4(1-a)}{a}$.

Zadanie 3. (*3 pkt*)

Wiadomo, że $\log_7 4=a$. Wyznacz $\log_{\sqrt{2}}49$.

Zadanie 8. (*4 pkt*)

Rozwiąż równanie $9x-3=a^2x-a$ w zależności od parametru a.

Zadanie 4. (*3 pkt*)

Liczby a, b, k są całkowite i k jest różna od zera. Wykaż, że jeśli liczby $a+b$ oraz $a\cdot b$ są podzielne przez k, to liczba a^3-b^3 też jest podzielna przez k.

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Znajdź ujemny pierwiastek równania $||2x-1|-2|=4$.

Zadanie 4. (*4 pkt*)

Wykaż, że dla dowolnej liczby $a>0$ zachodzi nierówność

$$\log^2(\pi a)+\log^2(\pi+a)\geqslant\frac{2}{\log_{\pi+a}10}-\log_{\pi}\pi.$$

Zadanie 2. (*4 pkt*)

Wykaż, że wśród rozwiązań równania $|x+2|-|x-4|=6$ istnieje takie, które jest liczbą niewymierną.

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases}3=|x|+|y|\\3=2|x|+y\end{cases}.$$

Zadanie 1. (*4 pkt*)

Korzystając z własności wartości bezwzględnej, uzasadnij, że wyrażenie

$||x-2|-4|\cdot||x-2|+4|\cdot\left|\frac{2}{x^2-4x-12}\right|$ przedstawia liczbę naturalną. Podaj konieczne założenia.

Zadanie 11. (*3 pkt*)

Funkcja f określona jest wzorem $f(x)=\left(\frac{3}{2}\right)^x$. Funkcja g powstaje w wyniku przesunięcia wykresu funkcji f o wektor $[-1,2]$.

a) Zapisz wzór funkcji g, uzyskanej w wyniku tego przesunięcia.
b) Sporządź wykres funkcji g.
c) Wskaż największą liczbę $m\,(m\in R)$ taką, dla której równanie $g(x)=m$ nie ma rozwiązania.

Zadanie 8. (0–3)

Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych x,y zachodzi nierówność
$2x^2+5y^2+10>6xy+4y$.

Zadanie 6. (*4 pkt*)

Wyznacz wartość parametru a, dla którego równanie: $ax+49=a^2-7x$ ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Zadania z informatora maturalnego d o nowej matury

Zadanie 1. (0–6)

Dany jest układ równań

$$\begin{cases} mx + y = m^2 \\ 4x + my = 8 \end{cases} \qquad (1)$$

z niewiadomymi x i y oraz parametrem m.

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których układ jest oznaczony, a para liczb (x, y) będąca rozwiązaniem układu spełnia warunek $|x + y| < 2$.

Zadanie 2. (0–3)

Dane są liczby $a = (\log_{\sqrt{5}} 2) \cdot \log_2 25$ i $b = \frac{\log_5 6}{\log_5 8}$.

Oblicz a^{b+1}.