

# Trygonometria

1. Wykaż, że  $\sin 87^\circ - \sin 59^\circ - \sin 93^\circ + \sin 61^\circ = \sin 1^\circ$ .
2. Wykaż, że jeżeli  $\sin x - \cos x = a$ , to  $\frac{\sin(10x) + \sin(4x) - \sin(6x)}{1 + \cos(2x) - 2\sin^2(4x)} = 2 - 2a^2$ .
3. Wykaż, że zbiorem wartości funkcji  $f(x) = \frac{\sin(2x)}{\cos x \cdot |\sin x|}$  jest zbiór  $\{-2, 2\}$ .
4. Uzasadnij, że równanie  $3\cos x + \cos(2x) = k$  ma rozwiązanie, gdy  $k \in \left(-\frac{17}{8}; 4\right)$ .
5. Wiedząc, że  $\operatorname{tg} x = 3$ , uzasadnij, że  $\frac{2\sin(2x) - 3\cos(2x)}{4\sin(2x) + 5\cos(2x)} = -\frac{9}{4}$ .
6. Wiedząc, że  $\frac{6\sin x + 5\cos x}{4\sin x + \cos x} = 2$ , uzasadnij, że  $\cos(2x) = -\frac{5}{13}$ .
7. Uzasadnij, że równanie  $4\sin^3 x - 8\sin^2 x - \sin x + 2 = 0$  ma cztery rozwiązania w przedziale  $\langle -3; 3 \rangle$ .