

TREŚĆ ZADAŃ

ZADANIA TYPOWE

- 1 W trapezie równoramiennym ramię ma długość 12 cm, a kąt ostry ma miarę 60° . Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia. Czy w ten trapez można wpisać okrąg?
- 2 Liczby a, b, c spełniające warunek $2a < b + c$ są długościami boków trójkąta. Czy kąt leżący naprzeciw boku a ma miarę większą czy mniejszą niż 60° ?
- 3 Boki równoległoboku mają długości a i b . Znajdź sumę kwadratów długości przekątnych równoległoboku.
- 4 W kwadrat o boku długości 1 wpisano trójkąt, w którym jeden z kątów ma miarę α . Sprawdź, czy nierówność $P \leq \sin \alpha$, gdzie P oznacza pole trójkąta, jest prawdziwa.
- 5 W trójkącie ABC wysokości są równe h_1, h_2, h_3 . W trójkąt ten wpisano okrąg. Oblicz $\frac{1}{r}$, gdzie r oznacza promień tego okręgu.
- 6 W trójkącie prostokątnym suma długości przyprostokątnych jest równa 2. Jaką najmniejszą długość może mieć przeciwprostokątna?
- 7 W półokrąg wpisano trapez o podstawach $|AB| = 10, |CD| = 6$. Podstawa AB jest średnicą półokręgu. Oblicz obwód trapezu $ABCD$.
- 8 Przekątne trapezu $ABCD$, o podstawach AB i CD , przecinają się w punkcie S . Pole trójkąta ASB jest równe P , a pole trójkąta DSC jest równe p . Oblicz pole trapezu.
- 9 Suma długości przekątnych rombu jest równa 28, a pole jest równe 96. Oblicz obwód rombu.
- 10 Wewnątrz kąta ABC o mierze 60° obrano punkt P taki, że jego odległość od ramienia BC jest równa 1, a od ramienia AB jest równa 2. Oblicz tangens kąta PBC .
- 11 W trójkącie ABC boki mają długości: $|BC| = 2, |CA| = 4, |AB| = 2\sqrt{3}$. Oblicz długość dwusiecznej poprowadzonej z wierzchołka kąta ABC .
- 12 Długości boków trójkąta tworzą ciąg geometryczny o ilorazie większym od 1. Sprawdź, czy iloraz ciągu jest mniejszy czy większy od 2.
- 13 W okrąg o promieniu $r = 0,5$ wpisano kwadrat $ABCD$. Na okręgu obrano punkt P różny od punktów A, B, C, D . Oblicz $|AP|^2 + |BP|^2 + |CP|^2 + |DP|^2$.
- 14 Na okręgu o środku O i średnicy AB obrano punkt C taki, że $|AC| = a$ i $|\angle ACO| = 30^\circ$. Przez punkt C poprowadzono styczną do okręgu. Styczna przecina prostą AB w punkcie D . Oblicz długość odcinka CD .
- 15 W półokrąg o promieniu R wpisano okrąg O_1 największy z możliwych, styczny do średnicy i do łuku półokręgu. Następnie wpisano okrąg O_2 styczny do średnicy, do półokręgu i do okręgu O_1 . Oblicz obwód okręgu O_2 .
- 16 Długość przeciwprostokątnej w trójkącie prostokątnym jest równa 20 cm. Jakie powinny być długości przyprostokątnych tego trójkąta, aby kwadrat długości wysokości poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego miał największą wartość?
- 17 W trójkącie ABC kąt CAB jest równy $2\alpha, |AB| = b, |AC| = a, |CB| = 10$. Która z liczb jest większa: $\sin \alpha$ czy $\frac{5}{\sqrt{ab}}$?

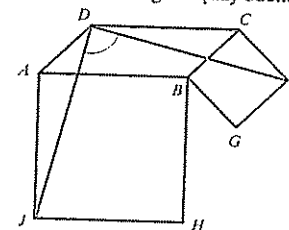
18 W trójkącie prostokątnym kąty pozostają w stosunku 1 : 2 : 3. Dłuższa przyprostokątna ma długość $\sqrt{3}$. Oblicz stosunek promienia koła opisanego na trójkącie do promienia koła wpisanego w trójkąt.

19 Okręgi o promieniach r i R są styczne zewnętrznie. Prosta p jest styczna do mniejszego okręgu w punkcie A , a do większego w punkcie B . Oblicz długość odcinka AB .

20 W trapezie równoramiennym ramię jest równe a , a kąt ostry ma miarę α . Przekątna jest prostopadła do ramienia. Oblicz pole trapezu, wiedząc, że $\lg \alpha \cdot \sin^2 \alpha = 2$.

ZADANIA ŁAŃCUCHOWE

- 1 W trójkącie wysokość jest równa 10, a pole jest równe 30. W trójkąt wpisano kwadrat tak, że jeden z jego boków leży na podstawie trójkąta. Oblicz obwód tego kwadratu.
- 2 Na okręgu opisano trapez równoramienny o podstawach a, b . Oblicz odległość tych podstaw.
- 3 Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC o wysokości h obrano punkt P . Z punktu P poprowadzono odcinki prostopadłe do boków trójkąta. Znajdź sumę długości tych odcinków.
- 4 Okrąg o promieniu 4 jest styczny wewnętrznie do okręgu o promieniu 12. Prosta przechodząca przez punkty styczności okręgów wyznacza w mniejszym okręgu cięciwę długości 6. Oblicz długość cięciwy wyznaczonej przez tę prostą w większym okręgu.
- 5 W trójkącie równobocznym ABC bok ma długość a . Bok AB przedłużono poza punkt A o odcinek długości a . W podobny sposób przedłużono bok AC poza punkt C oraz bok CB poza punkt B . Końce otrzymanych odcinków połączono. Oblicz pole tak otrzymanego trójkąta.
- 6 Na bokach równoległoboku $ABCD$ zbudowano kwadraty tak, jak na rysunku. Wiedząc, że $|DJ| = a$, oblicz długość odcinka DF . Znajdź miarę kąta zawartego między odcinkami JD i DF .



- 7 W trapezie $ABCD$ ramię AD ma długość 8 cm. Odległość środka ramienia CB od boku AD jest równa 10 cm. Oblicz pole trapezu.
- 8 W okrąg wpisano pięciokąt. Czy suma dwóch kątów tego pięciokąta nieleżących przy jednym boku jest równa 180° ?
- 9 Trójkąt ABC jest trójkątem równobocznym o boku długości a . Punkt D jest środkiem boku AB , punkt E leży na boku CB . Prosta DE przecina bok AC pod kątem α . Oblicz pole trójkąta EDB .
- 10 Na okręgu opisano trapez prostokątny, którego krótsza podstawa ma długość 6. Promień okręgu jest równy 4. Oblicz pole trapezu.
- 11 Półokrąg oparty na średnicy AB przecięto prostą prostopadłą do AB , przecinającą półokrąg w punktach C i D . Następnie narysowano okrąg styczny do prostej AB w punkcie F , styczny do prostej CD oraz do łuku półokręgu. Określ rodzaj trójkąta CBF ze względu na długości boków.