1. Zbiory liczbowe. Liczby rzeczywiste

Zbiór. Działania na zbiorach

1.1. Wypisz elementy zbioru:
A – zbiór naturalnych dzielników liczby 10
B – zbiór kwadratów liczb: $0, 1, -3, \sqrt{13}, 8, -11$
C – zbiór liczb przeciwnych do liczb należących do zbioru $\{-5, \sqrt{2}, 0, 1, \pi\}$
D – zbiór odwrotności liczb należących do zbioru $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 1\frac{2}{3}, \sqrt{7}, \frac{4}{13}\right\}$

1.2. Wypisz elementy zbioru opisanego w następujący sposób:
A – zbiór liczb mających postać $3n$, gdzie $n \in \{0, 1, 2, 4\}$
B – zbiór liczb mających postać $5k$, gdzie $k \in \{...-2, -1, 0, 1\}$
C – zbiór liczb mających postać $a\sqrt{8} + \sqrt{2}$, gdzie $a \in \left\{-4, -1, \frac{-1}{2}, \sqrt{2}, 7\right\}$
D – zbiór liczb mających postać $k\pi - \pi^2$, gdzie $k \in \{0, \pi, 2\pi, 3\pi, ...\}$

1.3. Zapisz symbolicznie zbiory opisane w następujący sposób:
A – zbiór naturalnych wielokrotności liczby 3
B – zbiór liczb, których kwadrat wynosi 16
C – zbiór odwrotności naturalnych wielokrotności liczby 5
D – zbiór liczb rzeczywistych, których trzecia potęga zmniejszona o 5 jest większa od 22
E – zbiór potęg liczby 7 o wykładniku naturalnym
F – zbiór liczb rzeczywistych, których odwrotność jest nie mniejsza niż $\sqrt{2}$
G – zbiór liczb rzeczywistych spełniających następujący warunek: suma każdej liczby i jej kwadratu jest nie większa od 4.

1.4. Wypisz wszystkie podzbiory zbioru:
a) $A = \{a\}$ b) $B = \{a, b\}$ c) $C = \{a, b, c\}$

1.5. Wyznacz sumę zbiorów A i B, a następnie część wspólną zbiorów A i B, jeśli:
a) $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
b) $A = \{4, 5\}$, $B = \{5, 4, 3, 2, 1\}$
c) $A = \{0, 3, 6, 9, ..., 30\}$, $B = \{0, 6, 12, ..., 30\}$
d) $A = \{2, 4, 6, ..., 20\}$, $B = \{1, 3, 5, ..., 19\}$

1.6. Wyznacz różnicę zbiorów $A - B$, a następnie $B - A$, jeśli:
a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
b) $A = \{0, 5, 10\}$, $B = \{0, 2, 3, 5, 7\}$
c) $A = \{0, 6, 12, 18\}$, $B = \{0, 3, 6, ..., 21\}$
d) $A = \{0, 2, 4, 6, ...\}$, $B = \{0, 4, 8, 12, ...\}$

1.7. Wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$, jeśli:
a) $A = \{6, 5, 4, 3, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$
b) $A = \{10, 20, 30, ..., 90\}$, $B = \{5, 10, 15, ..., 95\}$
c) $A = \{1, 3, 5, ..., 99\}$, $B = \{2, 4, ..., 100\}$
d) A – zbiór cyfr, $B = \{0, 5, 10, 15\}$

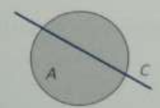
1.8. Dane są zbiory $A = \{x\colon x = 2n \text{ i } n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}\}$, $B = \{x\colon x = 3m \text{ i } m \in \{1, 2, 3, 4\}\}$. Wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.

1.9. Dane są zbiory $A = \{x\colon x = 2k + 1 \text{ i } n \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}\}$, $B = \{x\colon x = 3n - 2 \text{ i } n \in \{0, 1, 2, 3, 4\}\}$. Wyznacz zbiory $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$.

1.10. Przyjmijmy następujące oznaczenia:
T – zbiór wszystkich trójkątów
R – zbiór trójkątów równoramiennych
B – zbiór trójkątów równobocznych
P – zbiór trójkątów prostokątnych.
Które z poniższych zdań są prawdziwe?
a) $R \cup B = R$ b) $B \cap P = \varnothing$ c) $R \cap P \neq \varnothing$
d) $T \cap P = P$ e) $R \subset B$ f) $R \cap B = B$

1.11. Przyjmijmy następujące oznaczenia:
T – zbiór trapezów P – zbiór prostokątów
R – zbiór równoległoboków K – zbiór kwadratów.
Które z poniższych zdań są fałszywe?
a) $K \cap T = K$ b) $K \cup P = P$ c) $P - R = P$
d) $R - T = \varnothing$ e) $K \subset R$ f) $T \subset P$

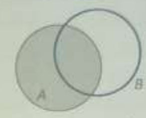
1.12. Na poniższych rysunkach przedstawione są figury geometryczne i relacje zachodzące między nimi, gdzie: A – koło, B – okrąg, C – prosta, D – trójkąt. Na osobnych rysunkach przedstaw zbiory zapisane po prawej stronie.

a) 

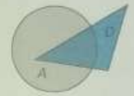
$A \cup C$, $A \cap C$, $A - C$, $C - A$

b) 

$B \cup C$, $B \cap C$, $B - C$, $C - B$

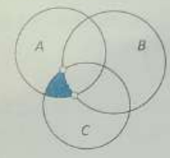
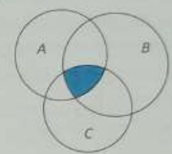
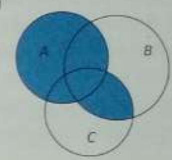
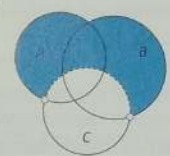
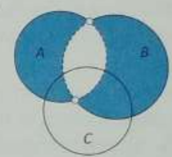
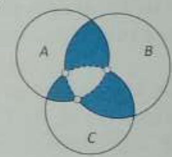
c) 

$A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $B - A$

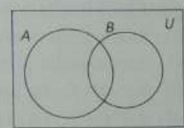
d) 

$A \cup D$, $A \cap D$, $A - D$, $D - A$

1.13. Na zbiorach A, B oraz C (A, B, C – koła) wykonano pewne działania i otrzymano zacieniowany zbiór. Używając symboli: $\cap$, $\cup$, $-$ oraz A, B, C, zapisz te działania.

a) 
b) 
c) 
d) 
e) 
f) 

1.14. Niech zbiór $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ będzie przestrzenią. Wyznacz zbiory: A', B', $A' \cup B'$, $(A \cup B)'$, $A' \cap B'$, $(A \cap B)'$, jeśli $A \subset U$, $B \subset U$ oraz:
a) A – zbiór naturalnych dzielników liczby 8, B – zbiór naturalnych dzielników liczby 6
b) A – zbiór liczb mniejszych od 5, B – zbiór liczb nie większych niż 7
c) A – zbiór kwadratów takich liczb z przestrzeni U, które są nie większe od 3, B – zbiór liczb pierwszych

1.15. Dana jest przestrzeń U oraz zbiory A i B (A, B – koła) zawarte w tej przestrzeni, jak na rysunku obok.


Na osobnych rysunkach zaznacz zbiory:
a) $(A \cup B)'$ b) $A' \cap B$
c) $B' \cup (A \cap B)$ d) $A' \cup B'$

1.16. Zbiór A ma 11 elementów, zbiór B ma 10 elementów, zaś suma $A \cup B$ jest zbiorem 14-elementowym. Ile elementów należy do zbioru $A \cap B$?

1.17. Do sumy zbiorów A i B należy 9 elementów, do części wspólnej A i B należą 4 elementy, natomiast zbiór $B - A$ ma 3 elementy. Po ile elementów mają zbiory A i B?

1.18. Na parkingu mającym 35 miejsc wszystkie miejsca są zajęte przez ople lub przez niebieskie samochody. Wiedząc, że jest tam 15 opli i 27 samochodów niebieskich, oblicz, ile niebieskich opli stoi na tym parkingu.

1.19. W klasie Ia jest 36 uczniów, wśród których: 26 zna język angielski, 23 zna język francuski i 24 zna język rosyjski. Czy w klasie Ia jest uczeń, który zna wszystkie trzy języki?

1.20. W klasie Ib jest 34 uczniów, wśród których: 24 umie jeździć na rowerze, 16 umie pływać, 10 umie jeździć na nartach; w tej liczbie 12 umie pływać i jeździć na rowerze, 5 umie jeździć na rowerze i na nartach, 3 umie pływać i jeździć na nartach. Dwie osoby w Ib uprawiają wszystkie wymienione dyscypliny sportowe.
a) Ile osób w klasie Ib nie uprawia żadnej dyscypliny sportowej?
b) Ile osób umie tylko jeździć na rowerze?
c) Ile osób umie tylko pływać i jeździć na nartach?

1.21. Mama dostała od taty bukiet złożony z 15 kwiatów. Alek obliczył, że jest w nim 7 kwiatów czerwonych, a Karolina stwierdziła, że w bukiecie jest 9 róż. Jaka może być najmniejsza, a jaka największa liczba czerwonych róż w tym bukiecie?

1.22. Do kina mającego po 20 miejsc w każdym rzędzie wybrali się uczniowie z dwóch klas: Ia i Ib. Zajęli oni wszystkie miejsca w trzech kolejnych rzędach. Wiadomo, że w ostatnim z tych rzędów usiadło 14 uczniów z klasy Ia i 11 dziewcząt. Jaka może być największa, a jaka najmniejsza liczba chłopców z klasy Ia zajmujących miejsca w ostatnim rzędzie?

Zbiory liczbowe

1.23. Ustal, które z poniższych wypowiedzi są prawdziwe, a które fałszywe. Odpowiedź uzasadnij.
a) Każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą.
b) Każda liczba naturalna jest liczbą wymierną.
c) Każda liczba wymierna jest liczbą całkowitą.
d) Istnieje liczba wymierna, która jest liczbą całkowitą.
e) Istnieje liczba rzeczywista ujemna, która jest liczbą niewymierną.
f) Istnieje liczba wymierna, która nie jest liczbą całkowitą.

1.24. Wypisz elementy zbioru A, jeśli:
a) $A = \{x: x \in \mathbf{N} \text{ i } x < 5\}$
b) $A = \{x: x \in \mathbf{N}_+ \text{ i } x \le 7\}$
c) $A = \{x: x \in \mathbf{Z} \text{ i } x \ge -3\}$
d) $A = \{x: x \in \mathbf{Z}_- \text{ i } x > -8\}$
e) $A = \{x: x \in \mathbf{Z} \text{ i } x < -1{,}5\}$
f) $A = \{x: x \in \mathbf{Z} \text{ i } -2 \le x < 3\}$

1.25. Wypisz elementy zbioru A, jeśli:
a) $A = \left\{x: x = \frac{1}{n} \text{ i } n \in \mathbf{N}_+\right\}$
b) $A = \{x: x = 2^n \text{ i } n \in \mathbf{N}_+\}$
c) $A = \{x: x = 4k \text{ i } k \in \mathbf{Z}\}$
d) $A = \{x: x = 3k \text{ i } k \in \mathbf{Z}_-\}$
e) $A = \{x: x = n^2 \text{ i } n \in \mathbf{N}\}$
f) $A = \{x: x = k^3 \text{ i } k \in \mathbf{Z}_+\}$

1.26. Podaj rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych:
a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{7}{6}$ c) $4\frac{2}{7}$ d) $\frac{22}{9}$ e) $\frac{31}{8}$ f) $\frac{13}{11}$

1.27. Ułamek okresowy zamień na nieskracalny ułamek zwykły:
a) 0,(6) b) 0,(36) c) 0,4(6) d) 0,1(2) e) 0,(023) f) 0,1(28)

1.28. Zapisz daną liczbę wymierną w postaci ułamka zwykłego nieskracalnego.
a) 0,(270) b) 0,6(12) c) –2,(7) d) –7,2(45) e) 5,4(9) f) –1,0(405)

1.29. Ze zbioru $A = \left\{-14{,}2; -\frac{12{,}6}{4{,}8}; -0{,}(37); -\frac{1}{6}; 0; \sqrt{2}; \sqrt{12{,}25}; 15\frac{1}{3}\right\}$ wybierz wszystkie liczby wymierne.

1.30. Ze zbioru $B = \left\{-0{,}(123); -\sqrt{25{,}2}; -\sqrt{\frac{16}{25}}; \frac{\sqrt{2}}{3}; \sqrt[3]{8}; \sqrt[4]{5}; 2\pi\right\}$ wybierz wszystkie liczby niewymierne.

1.31. Zaznacz na osi liczbowej podane liczby wymierne: $\frac{3}{2}; 1{,}7; 1\frac{3}{7}; \frac{7}{4}; 1\frac{4}{5}; 1{,}4; 1\frac{2}{3}$.
a) Wskaż możliwie dokładnie, między którymi dwiema liczbami spośród danych liczb znajduje się na osi liczbowej $\sqrt{2}$ oraz między którymi dwiema danymi liczbami znajduje się na osi liczbowej liczba $\sqrt{3}$.
b) Na podstawie rozwinięcia dziesiętnego liczby $\sqrt{2}$ sprawdź, czy liczba $1 - \sqrt{2}$ leży na osi liczbowej pomiędzy liczbami $-0{,}5$ oraz $-0{,}4$.