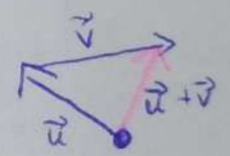
Def.
Wektorem (zaczepionym, związanym) nazywamy uporządkowaną parę punktów. Pierwszy z nich nazywamy początkiem, a drugi końcem wektora. (ozn. $\overrightarrow{AB}$)

Def.
Dwa niezerowe wektory są równe $\iff$ mają ten sam kierunek, zwrot i długość.

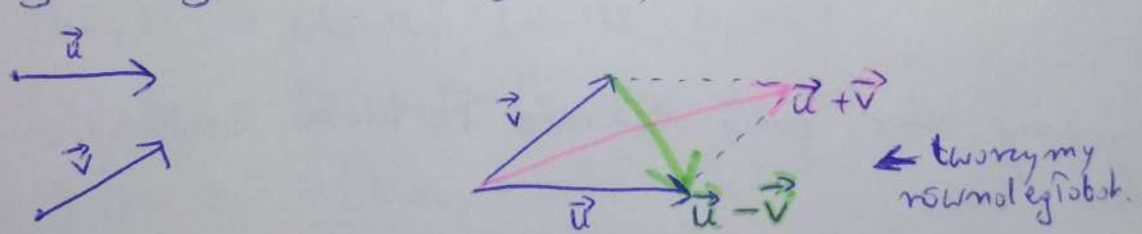
Def.
Wektorem swobodnym nazywamy zbiór wszystkich wektorów zaczepionych, równych danemu wektorowi zaczepionemu.

Def.
Sumą wektorów $\vec{u}$ i $\vec{v}$ nazywamy wektor $\vec{u}+\vec{v}$, którego początkiem jest początek wektora $\vec{u}$, a końcem - koniec wektora równego wektorowi $\vec{v}$, zaczepionego w końcu wektora $\vec{u}$.

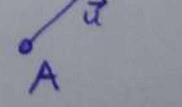


Uwaga
Odjąć wektor to znaczy dodać wektor przeciwny.

Uwaga (reguła równoległoboku)

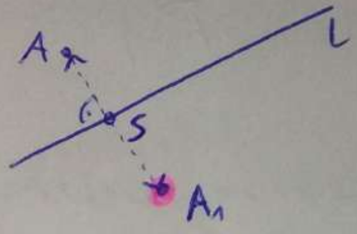


Def.
Przesunięciem równoległym (translacją) o wektor $\vec{u}$ nazywamy takie przekształcenie, które każdemu punktowi A przyporządkowuje taki punkt A_1, że $\overrightarrow{AA_1}=\vec{u}$



Def.

Symetrią osiową względem prostej l nazywamy takie przekształcenie, które każdemu punktowi A przyporządkowuje taki punkt A_1, że $\overrightarrow{SA_1} = -\overrightarrow{SA}$,
gdzie S to rzut prostokątny A na l.

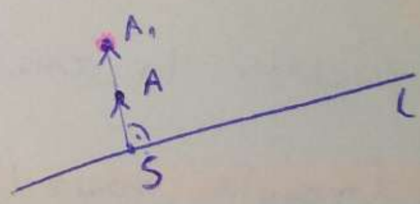


Def.

Symetrią środkową względem punktu S nazywamy takie przekształcenie, które każdemu punktowi A przyporządkowuje taki punkt A_1, że $\overrightarrow{SA_1} = -\overrightarrow{SA}$

Def.

Powinowactwem prostokątnym o osi l i skali $k \neq 0$ nazywamy takie przekształcenie, które każdemu punktowi A przyporządkowuje taki punkt A_1, że $\overrightarrow{SA_1} = k \cdot \overrightarrow{SA}$,
gdzie S to rzut prostokątny A na l.



Def.

Izometrią nazywamy takie przekształcenie F, które zachowuje odległości punktów tzn.

$$\forall_{A,B} : |AB| = |\underbrace{F(A)\,F(B)}_{\text{obrazy punktów } A \text{ i } B}|$$

Twierdzenie

Translacja o wektor, symetria względem prostej, symetria względem punktu jest izometrią.

Def.

Niech w układzie współrzędnych dane będą punkty $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$. Wektorem nazywamy uporządkowaną parę liczb $[x_B - x_A, y_B - y_A]$ (ozn. $\vec{AB}$)

Def.

Wektorem zerowym nazywamy taki wektor, którego obie współrzędne wynoszą 0. Oznaczamy go $\vec{0}$.

Uwaga.

Dla uproszczenia zapisu wektory będziemy oznaczać małą literą ze strzałką np. $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$.

Def.

Wektory $\vec{u} = [u_x, u_y]$ oraz $\vec{v} = [v_x, v_y]$ są równe $\Leftrightarrow$ $u_x = v_x$ oraz $u_y = v_y$.

Def.

Wektory $\vec{u}$ i $\vec{v}$ są przeciwne, gdy ich suma jest wektorem zerowym.

Def (działania na wektorach)

a) $[u_x, u_y] + [v_x, v_y] = [u_x + v_x, u_y + v_y]$

b) $[u_x, u_y] - [v_x, v_y] = [u_x - v_x, u_y - v_y]$

c) $k \cdot [u_x, u_y] = [k \cdot u_x, k \cdot u_y]$

Def.

Długością wektora $\vec{u} = [u_x, u_y]$ nazywamy liczbę $|\vec{u}| := \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$.

Twierdzenie

Środkiem odcinka AB, gdzie $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$ jest punkt $S_{AB}\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Przekształcenie wykresów funkcji.

I Przesunięcie równoległe o wektor $\vec{u}=[p,q]$

Twierdzenie

Obrazem punktu $A(x,y)$ w przesunięciu równoległym o wektor $\vec{u}=[p,q]$ jest punkt $A_1(x+p, y+q)$.

Twierdzenie

Wykres funkcji $y=f(x-p)+q$ powstaje w wyniku przesunięcia równoległego wykresu funkcji $y=f(x)$ o wektor $\vec{u}=[p,q]$.

D:

Mamy dany wykres funkcji $y=f(x)$.
Niech $A(x,y)$ będzie dowolnym punktem z tego wykresu. Po przesunięciu go o wektor $[p,q]$ otrzymujemy punkt $A'(x_1,y_1)$, przy czym

$$\begin{cases} x_1 = x+p \\ y_1 = y+p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x_1-p \\ y = y_1-p \end{cases}$$

Wstawiamy x,y do wzoru $y=f(x)$ i otrzymujemy:

$$y_1-q = f(x_1-p)$$

$$\underline{y_1 = f(x_1-p)+q}$$

Aby narysować ten wykres w tym samym układzie o osiach Ox, Oy (a nie Ox_1, Oy_1) możemy zapisać $y=f(x-p)+q$ $\square$

II Symetria osiowa względem osi Ox

Twierdzenie

Obrazem punktu $A(x,y)$ w symetrii względem osi Ox jest punkt $A_1(x,-y)$

Twierdzenie

Wykres funkcji $y=-f(x)$ powstaje w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $y=f(x)$ przez symetrię osiową względem osi Ox.

III Symetria osiowa względem osi Oy.

Twierdzenie

Obrazem punktu $A(x, y)$ w symetrii względem osi Oy jest punkt $A_1(-x, y)$.

Twierdzenie

Wykres funkcji $y = f(-x)$ powstaje w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $y = f(x)$ przez symetrię osiową względem osi Oy.

IV Symetria środkowa względem punktu $(0,0)$.

Twierdzenie

Obrazem punktu $A(x, y)$ w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych $O(0,0)$ jest punkt $A_1(-x, -y)$.

Twierdzenie

Wykres funkcji $y = -f(-x)$ powstaje w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $y = f(x)$ przez symetrię środkową względem początku układu współrzędnych.

V Symetria częściowa względem osi Ox (wykres $y = |f(x)|$)

Aby z wykresu funkcji $y = f(x)$ otrzymać wykres funkcji $y = |f(x)|$ należy:

1. Tę część wykresu, która leży nad osią Ox lub na niej pozostawić bez zmian.
2. Tę część wykresu, która leży poniżej osi Ox przekształcić przez symetrię osiową względem osi Ox.

VI Symetria częściowa względem osi Oy (wykres $y = f(|x|)$).
Aby z wykresu funkcji $y = f(x)$ otrzymać wykres funkcji $y = f(|x|)$ należy:
1. Tę część wykresu, która odpowiada argumentom nieujemnym pozostawić bez zmian
2. Otrzymaną w punkcie 1. część wykresu przekształcić przez symetrię osiową względem osi Oy.

VII Powinowactwo prostokątne o osi Ox.

Twierdzenie
Obrazem punktu $A(x, y)$ w powinowactwie prostokątnym o osi Ox i skali $k \neq 0$ jest punkt $A_1(x, ky)$.

Twierdzenie
Wykres funkcji $y = k \cdot f(x)$ $(k \neq 0)$ powstaje w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $y = f(x)$ przez powinowactwo prostokątne o osi Ox i skali k.

VIII Powinowactwo prostokątne o osi Oy.

Twierdzenie
Obrazem punktu $A(x, y)$ w powinowactwie prostokątnym o osi Oy i skali $k \neq 0$ jest punkt $A_1(k \cdot x, y)$

Twierdzenie
Wykres funkcji $y = f(\frac{1}{k}x)$, $k \neq 0$ powstaje w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $y = f(x)$ przez powinowactwo prostokątne o osi Oy i skali k