

**UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL**  
**FACULTAD REGIONAL ROSARIO**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA QUIMICA**

## **FENOMENOS DE TRANSPORTE**

**NOTAS DE CÁTEDRA: “UNIDAD TEMÁTICA 6”**

- **TRANSPORTE EN INTERFASE EN SISTEMAS NO ISOTÉRMICOS**

Revisión: Mayo 2009

*“La presente es una recopilación de diversas notas y apuntes de cátedra dispersas que fueron elaboradas o redactadas en los últimos años. Se agradece especialmente la colaboración de los alumnos cursantes en 2008: Andrada, Sofía; Kasimatis, Natali; Pavani, Eduardo; Furlano, Lucas; Montenegro, Pablo; Montiel, Pablo; Torri, Sebastián, Scandalo, Luciano; Lozano, Sebastián; Sacco, Fernando; Vallet, Ezequiel; Giambroni, Melina; Magini, Natacha; Soressi, Luciana; Yocco, Yanina para su compilación y organización, que con la coordinación del Auxiliar Juan M. Dominguez permite disponer de esta versión revisada. Se advierte que estas notas son solo una guía para el estudio, debiendo consultarse la bibliografía recomendada en cada tema para lograr un conocimiento pleno de los mismos.”*

**Cátedra de Fenómenos de Transporte**

**Ing. Jorge E. Robin**

**Ing. Marcela N. Kaminsky**

**Juan M. Dominguez**

## 6.A. TRANSPORTE EN INTERFASE EN SISTEMAS NO ISOTÉRMICOS

En muchas ocasiones es conveniente o necesario plantear los balances de energía en forma sencilla o no muy detallada, ya sea porque la geometría del sistema es complicada, porque las propiedades físicas del fluido son muy dependientes de la temperatura, por efectos de la rugosidad en una superficie u otra razón, que conducen a una solución de las ecuaciones diferenciales de engorrosa realización.

Combinando la evidencia experimental y los resultados anteriores, se pueden obtener correlaciones para las velocidades de transferencia de calor. Estas correlaciones son más complicadas que las halladas para los coeficientes de fricción porque el número de grupos adimensionales interviniente es mayor, y además, se puede presentar bajo la forma de convección forzada o libre, condensación y ebullición.

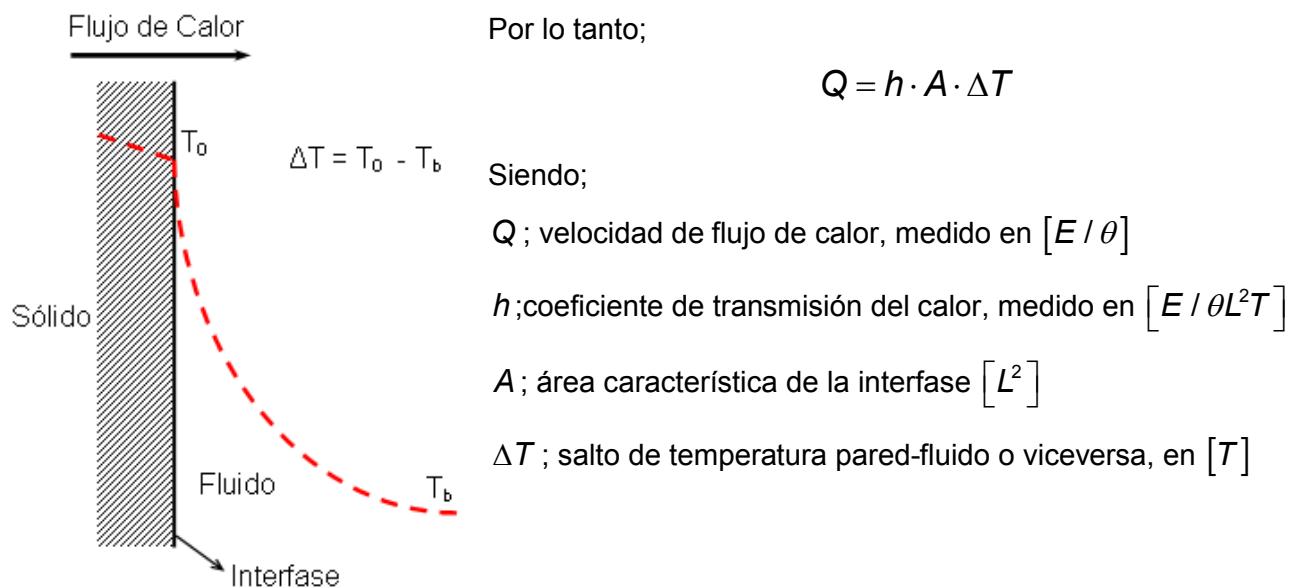
Las presentes notas sirven sólo como una introducción al tema de la transmisión de calor, en la bibliografía especializada se pueden hallar soluciones amplias de ecuaciones y métodos de cálculo.

### ▪ COEFICIENTE DE TRANSMISIÓN DE CALOR

Suponiendo un fluido que circula en contacto con una superficie sólida a mayor temperatura, se establece un flujo de calor al fluido.

La velocidad de flujo de calor que atraviesa la interfase sólido-fluido depende del área de dicha interfase, de la diferencia de temperatura sólido-fluido y de su coeficiente o factor de proporcionalidad llamado coeficiente de transmisión de calor (o laminar, o superficial). Esta relación se conoce como "Ley de Enfriamiento de Newton" y puede usarse también para el enfriamiento del fluido.

La anterior no es una "Ley", sino la definición del coeficiente, que sólo está definido si lo están el área y la diferencia de temperatura (ver figura siguiente).



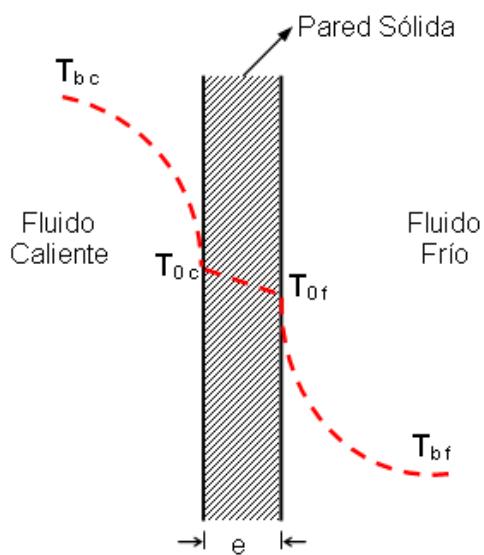
Como se observa, la temperatura del fluido varía al alejarse de la superficie y es menester definir una temperatura de fluido que la caracterice adecuadamente.

Con ese objeto dividiremos el presente en dos grandes grupos; flujo interno (la interfase rodea completamente el fluido) y flujo externo (el fluido rodea la superficie), tanto para convección forzada como para natural. Posteriormente se desarrollará la condensación y ebullición. El apéndice resume un listado de fórmulas usuales de aplicación.

#### ▪ **COEFICIENTE GLOBAL DE TRANSMISIÓN DE CALOR**

Para el cálculo de las velocidades de transmisión del calor entre dos fluidos separados por una o más paredes sólidas, resulta conveniente definir un “coeficiente global”  $U$ , que exprese el efecto conjunto de resistencias a través de las cuales fluye el calor. Estas resistencias incluyen, la de ambas interfaces, la pared y las eventuales debido al ensuciamiento en cada superficie, pudiéndose representar en un símil de resistencias eléctricas de Ohm en serie.

Referido a la figura siguiente se puede escribir;



$$Q = U \cdot A \cdot \Delta T$$

Siendo  $U$  el coeficiente global en  $[E / L^2 \theta T]$

$$U = \frac{1}{R_T}$$

$$\text{y } R_T = R_C + R_{Cs} + R_P + R_{Fs} + R_F$$

Donde  $R_T$  es la resistencia total suma de

$R_C$ ; resistencia de la interfase caliente

$R_{Cs}$ ; resistencia ensuciamiento superficie caliente

$R_P$ ; resistencia pared metálica sólida

$R_{Fs}$ ; resistencia ensuciamiento superficie fría

$R_F$ ; resistencia de la interfase fría

Las resistencias de ensuciamiento son experimentales. En el apéndice se encuentra un diagrama donde se observa la influencia del ensuciamiento en el valor del coeficiente global “limpio” y que muestra que la velocidad de transmisión del calor puede llegar a ser hasta solo el 30% del valor limpio.

Tal como para “ $h$ ”, la definición de “ $U$ ” depende del área y la diferencia de temperatura característica.

### **6.A.1. CONVECCIÓN FORZADA POR EL INTERIOR DE CONDUCTOS**

Existen numerosas correlaciones para la convección forzada en conductos, la gran mayoría de geometría cilíndrica, y como se mencionó, las complicaciones obedecen a los efectos de la rugosidad, influencia de la temperatura en las propiedades, efectos de entrada y sección de flujo variable que limitan la seguridad de los resultados empíricos.

Sin embargo, es posible calcular los coeficientes de transmisión del calor sin un conocimiento detallado de las distribuciones de temperatura y velocidad. El análisis simplificado se basa en asumir perfiles de temperatura  $T=T(z)$  y de velocidad  $v=v(z)$  unidimensionales. Si el conducto tiene una sección de flujo constante, la velocidad para estado estacionario puede suponerse constante. Debe destacarse que estas suposiciones son comúnmente usadas en las estimaciones de performance de intercambiadores en flujo laminar donde la velocidad y la temperatura están muy influenciadas por la distancia a la superficie.

#### **1. Área característica:**

Para flujo en el interior de conductos cilíndricos, el área de intercambio de la interfase se define por,

$$A = \pi D L$$

siendo D el diámetro interior y L la longitud de intercambio.

#### **2. Temperaturas Características:**

Como la temperatura del fluido, en una sección transversal dada es una función de la distancia a la superficie  $T = T(r)|_z$  se puede definir (para constantes):

- Temperatura media aritmética; El promedio de temperaturas en la sección transversal

$$\langle T \rangle = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R T(r) \cdot r \cdot dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^R r \cdot dr d\varphi} = \frac{T|_{r=R} + T|_{r=0}}{2}$$

- Temperatura media global; si recibimos un volumen de fluido circulante en un recipiente adiabático, la temperatura de la mezcla será diferente de la anterior, ya que el promedio temperatura-velocidad queda referido a la velocidad media. La temperatura “global” representa ese promedio, y también se denomina “temperatura calórica” o “temperatura del fluido”. Se puede determinar realizando aquel promedio:

$$Tb = \frac{\langle T v_z \rangle}{\langle v_z \rangle} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^R v_z(r) \cdot T(r) \cdot dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^R v_z(r) \cdot r \cdot dr d\varphi}$$

En lo sucesivo, la “temperatura del fluido” corresponderá a Tb.

### **3. Coeficientes de transmisión del calor:**

Si se considera un fluido circulante por un tubo de diámetro interior D, con una porción de pared de longitud L que se calienta porque la temperatura de la superficie  $T_0(z)$  varía, aumentando la temperatura global del fluido desde  $T_{b1}$  a  $T_{b2}$  en la región.

Es posible definir el coeficiente de Transmisión del Calor de varias maneras, a saber:

- Basado en Condiciones de Entrada:

$$Q = h_1 \cdot \pi D L \cdot (T_{01} - Tb_1)$$

- Basado en la Media Aritmética (de las temperaturas extremas):

$$Q = h_a \cdot \pi D L \left[ \frac{(T_{01} - Tb_1) + (T_{02} - Tb_2)}{2} \right]$$

- Basado en la Media Logarítmica (de las temperaturas extremas):

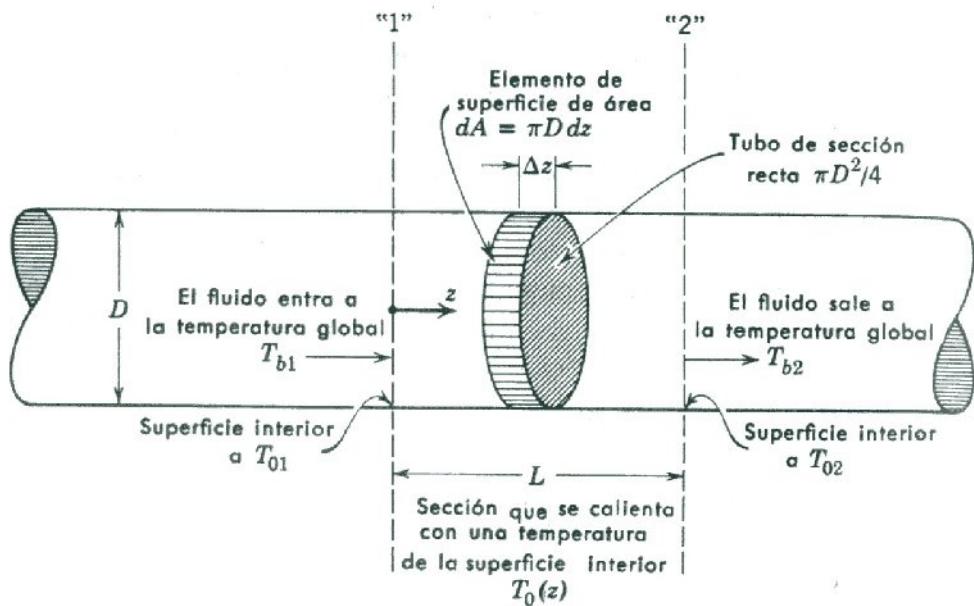
$$Q = h_{ln} \cdot \pi D L \left[ \frac{\frac{(T_{01} - Tb_1) - (T_{02} - Tb_2)}{\ln \frac{(T_{01} - Tb_1)}{(T_{02} - Tb_2)}}}{\ln \frac{(T_{01} - Tb_1)}{(T_{02} - Tb_2)}} \right]$$

- Basado en la Diferencia Local de Temperaturas:

$$dQ = h_{loc} \cdot \pi D \cdot dz (T_0 - Tb)|_z$$

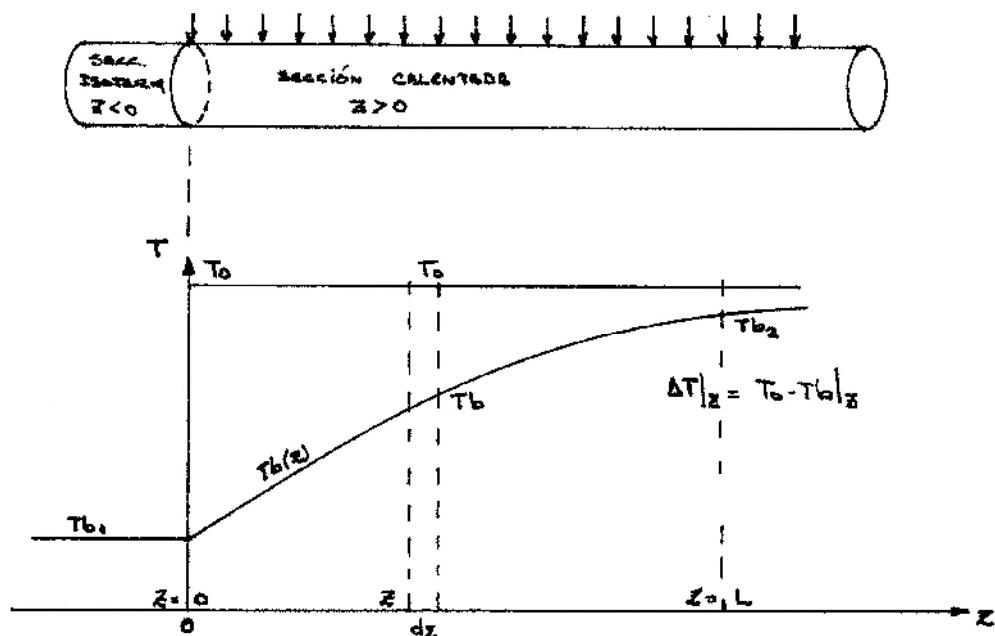
Por lo tanto, al utilizar datos bibliográficos hay que tener en cuenta en qué definición se basan, ya que los valores de  $h$  obtenidos y que son función de las propiedades del fluido ( $\rho, c_p, \mu, k$ ), de la geometría (D, L), de la velocidad ( $V_z$ ), de las temperaturas ( $T_0, Tb$ ) y su diferencia.

La figura siguiente ilustra las características del sistema:



#### 4. Análisis de la variación de temperaturas:

El análisis de una serie de experiencias en estado estacionario para un fluido de propiedades constantes que circula por el interior de una tubería, en el que el perfil de velocidades está completamente desarrollado conduce a la siguiente representación cuando la temperatura de pared se eleva bruscamente a la temperatura  $T_0$ , constante en la longitud de tubo considerada.



Un balance de energía en el elemento  $dz$  conduce a:

$$dQ = h_{loc} \cdot \pi \cdot D \cdot dz (T_0 - T_b)$$

para el calor transferido en la interfase, y además:

$$dQ = w \cdot \hat{C}_p \cdot dT_b$$

para el fluido circundante que se calienta.

Por lo tanto, podemos igualarlas y reordenarlas:

$$h_{loc} dz = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi \cdot D} \frac{dT_b}{(T_0 - T_b)}$$

Integrando para la longitud del tubo:

$$h_{loc} dz = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi \cdot D} \frac{dT_b}{(T_0 - T_b)}$$

Como no conocemos la variación de  $h_{loc} = h(z)$ , definimos un valor medio, tal que:

$$\int_{z=0}^{z=L} h_{loc} \cdot dz = \bar{h}_{loc} \cdot L$$

y por lo tanto:

$$\bar{h} \cdot L = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi \cdot D} \cdot \ln \left( \frac{T_0 - T_{b1}}{T_0 - T_{b2}} \right)$$

de aquí,

$$\bar{h}_{loc} = \frac{-w \cdot \hat{C}_p}{\pi D L} \cdot \ln \left( \frac{T_0 - T_{b1}}{T_0 - T_{b2}} \right)$$

Ejecutando un análisis semejante para los coeficientes basados en condiciones de entrada, en la media aritmética y en la logarítmica se llega, respectivamente:

$$h_a = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi D L} \left( \frac{T_{b2} - T_{b1}}{T_0 - T_{b1}} \right)$$

$$h_a = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi D L} \cdot \frac{(T_{b2} - T_{b1})}{\Delta T_a}; \text{ siendo } \Delta T_a = \frac{(T_0 - T_{b1}) + (T_0 - T_{b2})}{2}$$

$$h_{ln} = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi D L} \cdot \frac{(T_{b2} - T_{b1})}{\Delta T_{ln}}; \text{ siendo } \Delta T_{ln} = \frac{(T_0 - T_{b1}) - (T_0 - T_{b2})}{\ln \frac{(T_0 - T_{b1})}{(T_0 - T_{b2})}}$$

Comparando la expresión de  $\bar{h}$  y  $h_{ln}$ , (para  $T_0 = \text{cte}$ ) se observará que ambas son idénticas, es decir, el valor medio del coeficiente local de transmisión del calor se corresponde

con el valor medio logarítmico. Esta conclusión está de acuerdo con los resultados experimentales disponibles, ya que excepto en una “región de entrada” muy corta, los valores son asintóticamente coincidentes.

### **5. Predicción de los coeficientes h:**

Los métodos disponibles para lograr una aproximación aceptable en la predicción de los coeficientes de transmisión del calor son:

- Uso de las ecuaciones de continuidad, movimiento y energía, por resolución analítica. Existen soluciones aplicadas al régimen laminar y condensación en algunas geometrías.
- Aplicación de métodos semi-teóricos basados en las distribuciones de velocidad y temperatura, en geometrías sencillas, tales como láminas planas en régimen turbulento.
- Utilización de las analogías de transferencia de calor y cantidad de movimiento para el transporte turbulento de calor en tuberías.
- Uso del análisis dimensional, tanto en flujo laminar o turbulento, dentro o fuera de tubos.
- Aplicación de resultados experimentales desarrollando ecuaciones empíricas.

Es evidente que los dos primeros métodos solo pueden ser resueltos en sistemas sencillos o haciendo uso de considerables simplificaciones, mientras el último no provee mayor información sistemática sino se dispone de copiosa información.

El uso de las analogías y del análisis dimensional tiene hasta el momento un razonable éxito, y la mayor parte de las correlaciones se basan en uno o ambos métodos.

Anteriormente ya fueron descriptas las analogías y los métodos adimensionales, recordando que para el flujo en tubos podría escribirse,

$$Nu = Nu \left( R_e, P_R, \frac{L}{D}, B_R \right)$$

para propiedades físicas constantes.

Comúnmente la influencia de la disipación viscosa es despreciable, y además la propiedad que debe considerarse especialmente es y la viscosidad, incluyéndose una relación ( $\mu_b/\mu_0$ ) entre la viscosidad a la temperatura global y en la interfase, quedando:

$$Nu = Nu \left( R_e, P_R, \frac{L}{D}, \frac{\mu_b}{\mu_0} \right); \text{ Convección Forzada}$$

$$Nu = Nu \left( G_R, P_R, \frac{L}{D}, \frac{\mu_b}{\mu_0} \right); \text{ Convección Natural}$$

Con las diferentes definiciones del coeficiente de transmisión del calor, y recordando que el número de Nusselt (Nu) es un gradiente adimensional de temperatura, podremos definir entonces los correspondientes Nu.

Para las condiciones de entrada, según el análisis anterior, las densidades de flujo de calor se pueden escribir,

$$q = -k \frac{dT_b}{dr}$$

y

$$q = h_1(T_0 - T_{b1})$$

de donde

$$h_1 = -\frac{k}{(T_0 - T_{b1})} \frac{dT_b}{dr}$$

que puede escribirse

$$h_1 = k \frac{d\left(\frac{T_0 - T_b}{T_0 - T_{b1}}\right)}{dr}$$

Multiplicando por D y reordenando,

$$\frac{h_1 D}{k} = \frac{d\left(\frac{T_0 - T_b}{T_0 - T_{b1}}\right)}{d\left(\frac{r}{D}\right)}$$

donde;

$$T_1^* = \frac{T_0 - T_b}{T_0 - T_{b1}} \quad \text{y} \quad r^* = \frac{r}{D} \quad \text{en forma adimensional}$$

por lo que:

$$Nu_1 = \frac{dT_1^*}{dr^*} \quad Nu_1 = \frac{h_1 D}{k}$$

De igual forma se puede escribir,

$$Nu_a = \frac{dT_a^*}{dr^*}; \quad Nu_a = \frac{h_a D}{k}$$

$$Nu_{ln} = \frac{dT_{ln}^*}{dr^*}; \quad Nu_{ln} = \frac{h_{ln} D}{k}$$

## **7. Correlaciones para régimen laminar:**

El perfil de velocidades en régimen laminar isotérmico desarrollado es parabólico, pero al existir calentamiento o enfriamiento este puede deformarse por el efecto térmico en la viscosidad y demás propiedades. De esto resultan complicaciones considerables y las soluciones resultan solo aproximadas. Dos casos extremos han sido resueltos.

- Perfil parabólico, despreciando la deformación, tal como fue planteado en los balances envolventes, y cuyo resultado es una serie, donde la temperatura media del fluido en una posición axial viene representada por,

$$T_b = \frac{2}{R^2} \langle v_z \rangle \int_{r=0}^{r=R} T \cdot v_z \cdot r \cdot dr$$

- Perfil plano, asumiendo que la distorsión es tan grande que el perfil de velocidad es plano, originando un flujo de tapón. La solución es una función de Berrel, y donde la temperatura media del fluido se puede escribir,

$$T_b = \frac{2}{R^2} \int_{r=0}^{r=R} T \cdot r \cdot dr$$

Como para diseño es conveniente conocer un coeficiente medio de transmisión del calor para una cierta longitud, para temperatura de pared constante ( $T_0$ ) y para una temperatura de fluido ( $T_b$ ) en la longitud ( $L$ ), recordemos que,

$$h_a = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi D L} \frac{(T_b - T_{b1})}{\Delta T_a}$$

o también,

$$Nu_a = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi k L} \frac{(T_b - T_{b1})}{\Delta T_a}$$

siendo definido el número de Graetz, de la siguiente forma,

$$N_{Gz} = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{k \cdot L} = \frac{\pi}{4} R_e P_r \frac{D}{L}$$

La solución de la anterior se puede conseguir introduciendo la expresión correspondiente de la temperatura global. Una solución aproximada correspondiente de la temperatura global. Una solución aproximada es suponer que la temperatura global ( $T_b$ ) es función lineal de la coordenada axial, y que para tuberías largas esta temperatura alcanza la temperatura de interfase ( $T_0$ ).

De esta forma

$$Nu_a = \frac{w \cdot \hat{C}_p}{\pi k L} \frac{(T_b - T_{b1})}{(T_0 - T_{b1}) + (T_0 - T_b)} = \frac{2w \cdot \hat{C}_p}{\pi k L} = \frac{2}{\pi} G_z$$

Usando  $h_{ln}$  se obtienen relaciones semejantes y más aproximadas a los datos experimentales, y en la siguiente se representan los valores teóricos de  $Nu_{ln}$  para los casos mencionados.

Para  $N_{GZ} > 20$ , es decir, si  $L$  es pequeño o la velocidad de flujo laminar es elevada, se puede escribir,

$$Nu_{ln} = 1,62 \left( \frac{4w \cdot \hat{C}_p}{\pi k L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{Ecuación de Levêque}$$

ó

$$Nu_{ln} = 1,75 \left( \frac{w \cdot \hat{C}_p}{k \cdot L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

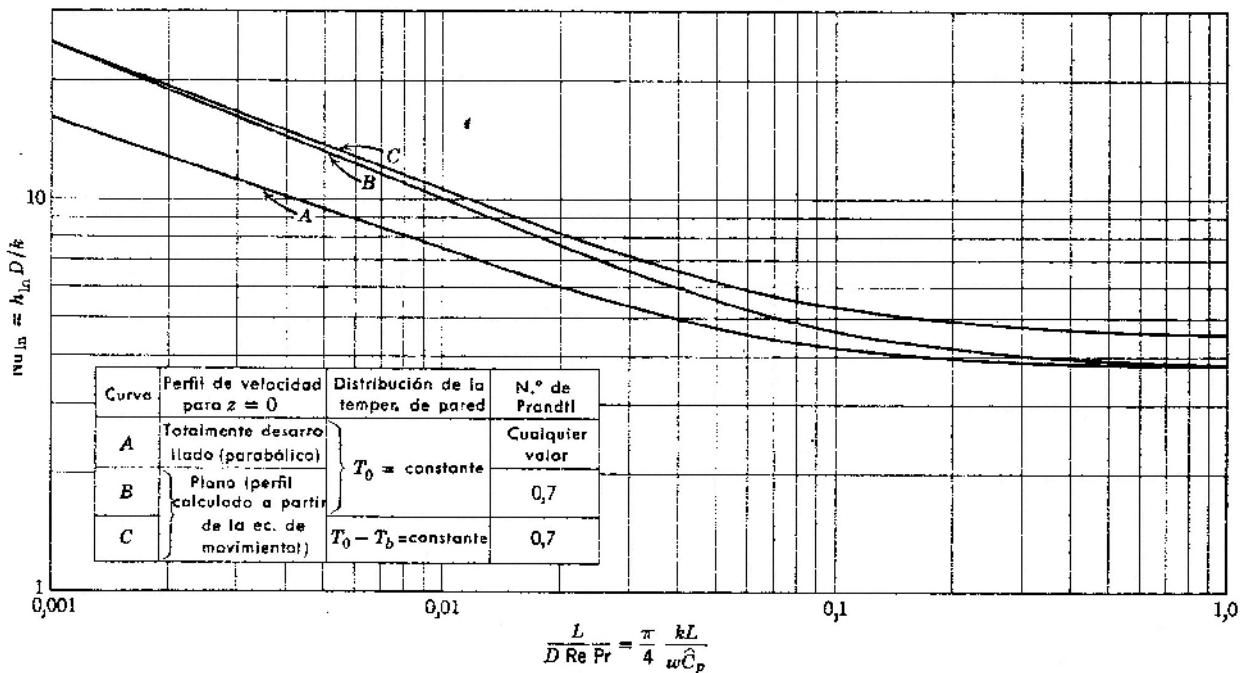


Fig 6.3. Soluciones teóricas para la transmisión de calor en tubos con flujo laminar para un fluido de propiedades físicas constantes. (M. Kays, A. London)

Sieder y Tate corrigieron el coeficiente numérico e introdujeron la corrección de viscosidad, quedando,

$$Nu_{ln} = 1,86 \left( R_e P_R \frac{D}{L} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\mu_b}{\mu_0} \right)^{0,14} \quad \text{Ecuación de Sieder y Tate}$$

que se puede reordenar para escribir,

$$\frac{h_{ln}}{G \cdot \hat{C}_p} P_R^{\frac{2}{3}} \left( \frac{\mu_b}{\mu_0} \right)^{-0,14} = 1,86 R_e^{-\frac{2}{3}} \left( \frac{D}{L} \right)^{\frac{1}{3}}$$

y se representa en la figura 6.4 y nomograma apéndice 6.A.2 (Página 20). Las propiedades físicas se evalúan a la temperatura media del fluido,  $\bar{T}_b = \frac{(T_{b1} + T_{b2})}{2}$ , excepto  $\mu_0$  que se evalúa a  $\bar{T}_0 = \frac{(T_{01} + T_{02})}{2}$ . Esta ecuación tiene en cuenta los efectos de convección libre y presenta un error máximo del 20% para  $R_e P_R \frac{D}{L} > 10$ .

### 8. Correlaciones para régimen turbulento:

La transferencia de calor por convección forzada a un fluido que se desplaza con movimiento turbulento por una tubería es uno de los sistemas industriales más comunes. Los coeficientes de transferencia del calor son mayores con flujo turbulento que en régimen laminar y el diseño trata de aprovechar esa circunstancia.

Como el calor se transfiere principalmente por los torbellinos macroscópicos entre regiones a distinta temperatura y no se puede predecir con exactitud el comportamiento de los mismos, el uso de ecuaciones diferenciales de energía es difícil.

De aquí la gran difusión del uso de analogías y análisis dimensional en ecuaciones de diseño con sus limitaciones.

Teniendo en cuenta la analogía de Reynolds,

$$h = \frac{f \langle v_z \rangle \rho \hat{C}_p}{2} \quad \text{ó} \quad Nu = \frac{f}{2} Re \cdot Pr$$

donde  $h$  y  $Nu$  pueden ser el valor aritmético o logarítmico.

Teniendo en cuenta que una ecuación empírica para el factor de fricción,  $f = 0,046 \cdot Re^{-0,2}$ , que combinada quedará:

$$f = 0,023 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr$$

Que se llama Ecuación de Dittus – Boelter y es una de las soluciones más antiguas para predicción de coeficientes.

Estas son corregidas según se produzca calentamiento o enfriamiento, teniendo en cuenta que el espesor de la subcapa viscosa depende de la viscosidad, y a mayor temperatura en los líquidos la viscosidad disminuye reduciendo la resistencia. En los gases el número de Prandtl es casi constante y la variación es menor.

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.4} \quad \text{Calentamiento}$$

$$Nu = 0,023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.3} \quad \text{Enfriamiento}$$

Ambas se utilizan para flujo desarrollado ( $\frac{L}{D} > 60$ ),  $Pr > 0,6$  y  $Re > 1 \times 10^4$ , con fluido de propiedades constantes a la temperatura media aritmética global (ver nomograma apéndice 6.A.3 – Página 21).

La corrección de Sieder – Tate reproduce los datos experimentales con un error de  $\pm 20\%$  en el intervalo de  $Re = 10^4$  a  $10^5$ ,  $Pr = 0,6$  a  $100$  y  $\frac{L}{D} > 10$ , quedando

$$Nu_{ln} = 0,026 \cdot Re_b^{0.8} \cdot Pr_b^{1/3} \cdot \left( \frac{\mu_b}{\mu_0} \right)^{0.14}$$

Para tubos lisos, con propiedades evaluadas a  $\bar{T}_b = \frac{T_{b1} + T_{b2}}{2}$  con excepción de  $\mu_0$  calculada a  $\bar{T}_0 = \frac{T_{01} + T_{02}}{2}$ , aunque originalmente se presentó para temperaturas de pared constante.

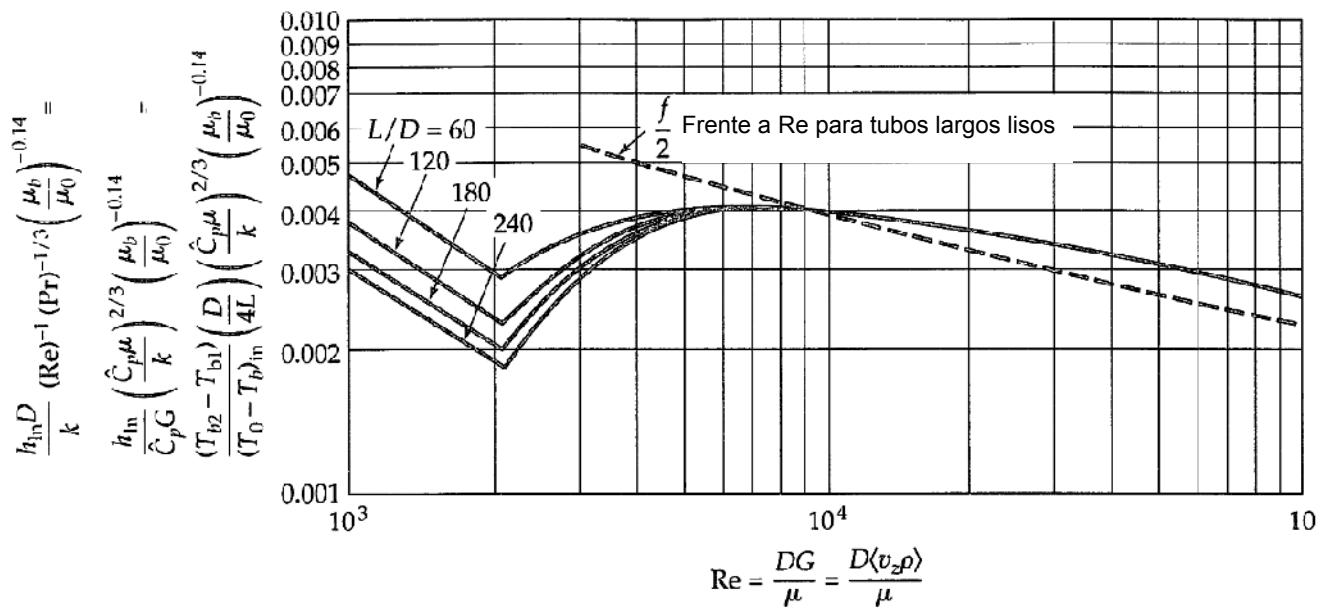


Fig 6.4. Coeficientes de transmisión de calor para flujo totalmente desarrollado en tubos lisos (E. N. Sieder, G. E. Tate)

Otra correlación usada es la de Colburn, ya que hace para  $Re>10.000$  la ordenada de la figura 6.4 aproximadamente igual a  $f/2$  para tubos lisos largos. Así, se define un factor  $j_H$ ,

$$j_H = \frac{f}{2} = \frac{h_{Ln}}{G\hat{C}_p} \left( \frac{\hat{C}_p \mu}{k_f} \right)^{\frac{2}{3}}$$

El numero de Reynolds se expresa a la viscosidad de película  $Re = \frac{DG}{\mu_f}$ , donde el subíndice f indica la película, siendo la temperatura  $T_f = \frac{T_b + T_0}{2}$  para  $T_b$  y  $T_0$  valores medios de valores extremos, mientras el  $\hat{C}_p$  del denominador a la  $T_b$ .

Esta analogía no debe usarse en tubos rugosos que afecte más al factor de fricción (f) que al factor  $j_H$ .

Cuando el flujo es turbulento ( $Re > 10.000$ ) y sus propiedades son constantes, Deissler propone otra correlación para densidad de flujo calorífico constante. Esta condición se cumple cuando los fluidos circulan en contra corriente entre el interno y externo.

Sin embargo se puede utilizar cuando la temperatura de pared  $T_0$  es constante o varia ligeramente. La representación exacta para  $Pr > 200$  conduce a,

$$\frac{h_{loc}}{G\hat{C}_p} = 0,0789 \cdot \frac{\sqrt{f}}{Pr^{0,75}}$$

y los datos experimentales indican que para estas condiciones la ecuación es más exacta que las de Sieder – Tate y Colburn.

La figura 6.5 representa la correlación de Deissler en función del número de Stanton local ( $St_{loc}$ ) para diversos  $Re$  y  $Pr$  entre 0,5 y 600.

Una correlación basada en la precisión de las ecuaciones anteriores frente a los datos experimentales es la siguiente,

$$St = \frac{h}{G\hat{C}_p} = \exp \left[ -3,796 - 0,205 \ln Re - 0,505 \ln Pr - 0,0225 (\ln Pr)^2 \right]$$

Que tiene un error cuadrático medio de 10% cuando las propiedades se evalúan a la temperatura media global del fluido.

En el caso de que el numero de Prandtl sea muy bajo, como en los metales fundidos ( $Pr < 0,5$ ) se proponen dos correlaciones que son adaptaciones de los estudios semi teóricos de Martinelli, para flujo turbulento y propiedades físicas constantes.

$$\frac{h_{loc}D}{k} = 7 + 0,025(RePr)^{0,8} \quad \text{para } q_0 = \text{constante}$$

$$\frac{h_{loc}D}{k} = 5 + 0.025(\text{RePr})^{0.8} \quad \text{para } T_0 = \text{constante}$$

Estas ecuaciones son válidas para  $\text{RePr} > 100$  con error de hasta  $\pm 20\%$ .

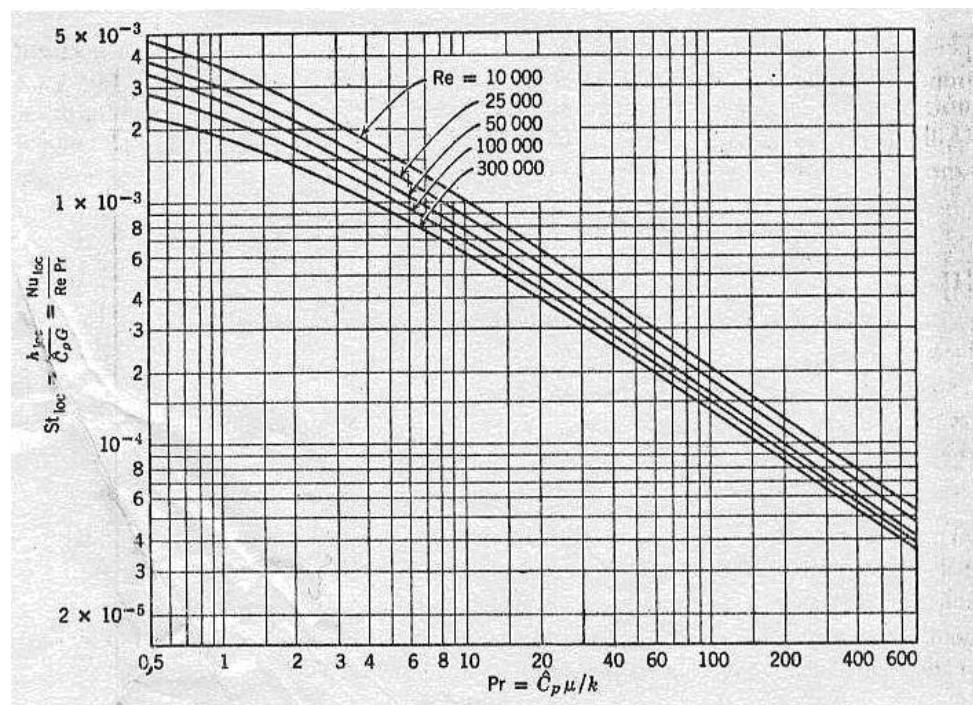


Fig 6.5. Valores asintóticos del número de Stanton local predichos para flujo turbulento en tubos lisos con densidad de flujo calorífico constante R. G. Deissler)

En la figura 6.6 se resumen las correlaciones de Deissler y Martinelli, indicando que para flujo turbulento tanto los números de Nu y St no son funciones potenciales simples de los números de Re y Pr.

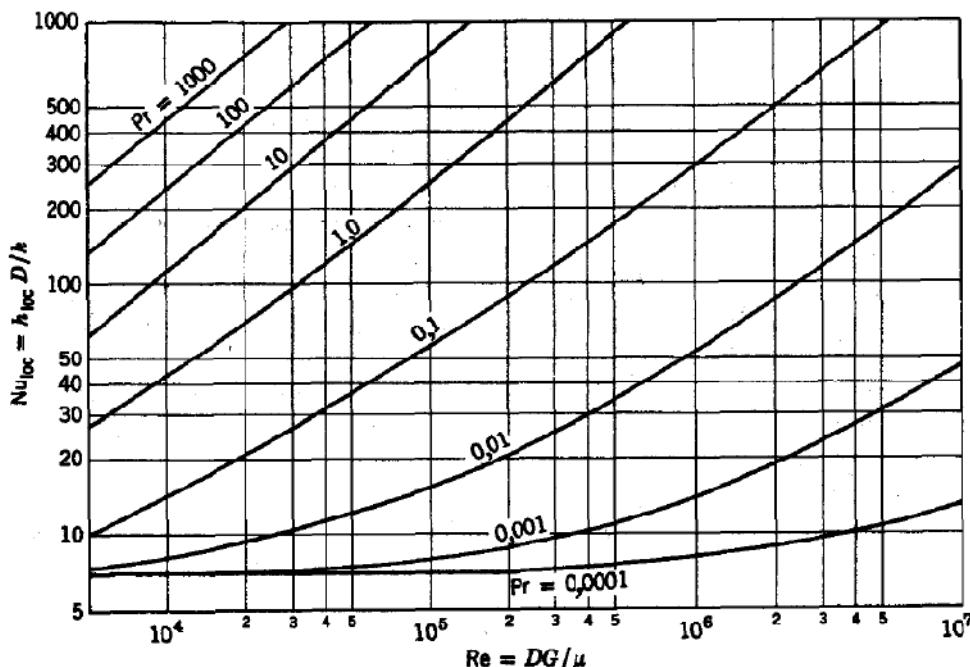


Fig 6.6. Números de Nusselt para flujo turbulento totalmente desarrollado con densidad de flujo de pared constante.

Los resultados numéricos se pueden representar por la correlación de Haberstroh, en la formula:

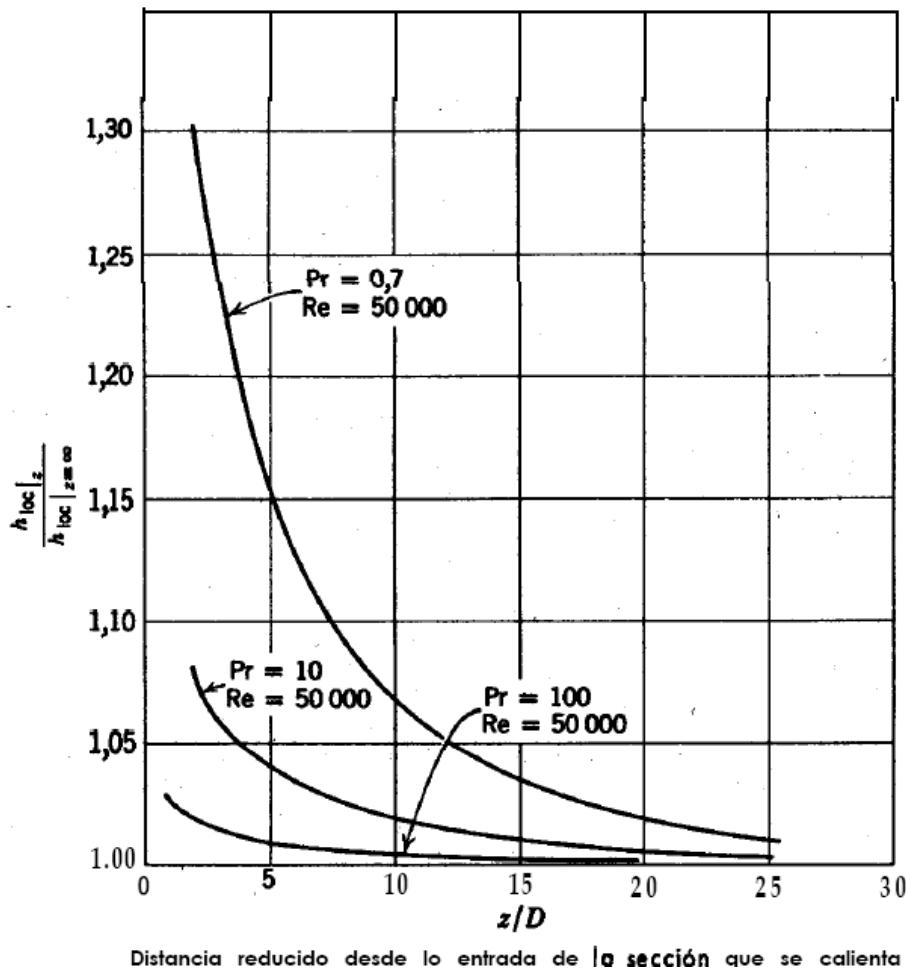
$$Nu = 6(1 - Pr^{0.8}) + (0,0189 Pr^{0.973} - 8 \cdot 10^{-5}) Re^{0.814} Pr^{-0.035}$$

que predice los resultados con una desviación máxima del 8% para  $0,01 < Pr < 10$  y  $10^4 < Re < 10^7$ .

Los “efectos de entrada” a la tubería pueden tener un efecto importante sobre el coeficiente de transmisión del calor, ya que se están desarrollando las capas límite hidrodinámica y la térmica. No obstante, para  $\frac{L}{D} > 30$  ya se considera al perfil bien desarrollado,

de manera que el  $h_{loc}$  permanece prácticamente constante, tendiendo asintóticamente a su valor definido, tal como muestra la figura 6.7.

Para la “región de transición” ( $Re$  entre 2100 y 10000) es preferible evitar el diseño en la misma, ya que los efectos no son bien conocidos y las curvas son experimentales pero solo indicativas (ver nomograma apéndice 6.A.5 – Página 23)



Distancia reducida desde la entrada de la sección que se calienta

Fig 6.7. Variación estimada de los coeficientes de transmisión de calor en la región térmica de entrada, para flujo desarrollado y densidad de flujo calorífico constante.

### **9. Conductos No Circulares:**

Para flujo turbulento se utiliza la definición de radio hidráulico,

$$R_h = \frac{D}{4} \quad \text{donde} \quad R_h = \frac{\text{Superficie Flujo}}{\text{Perímetro Mojado}}$$

reemplazándose en los números de Nusselt y Reynolds.

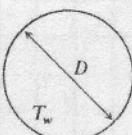
$$Nu = \frac{h4R_h}{k} \quad \text{y} \quad Re = \frac{4R_h \rho < v_z >}{\mu}$$

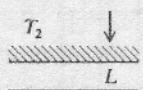
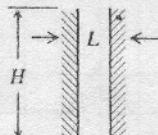
Otra manera que puede aparecer en la bibliografía especialmente para la circulación en conductos anulares es, definiendo los diámetros interior y exterior ( $D_1$  y  $D_2$ ),  $D_{eq} = D_2 - D_1$  siendo,

$$Nu = \frac{hD_{eq}}{k} \quad \text{y} \quad Re = \frac{D_{eq} \rho < v_z >}{\mu}$$

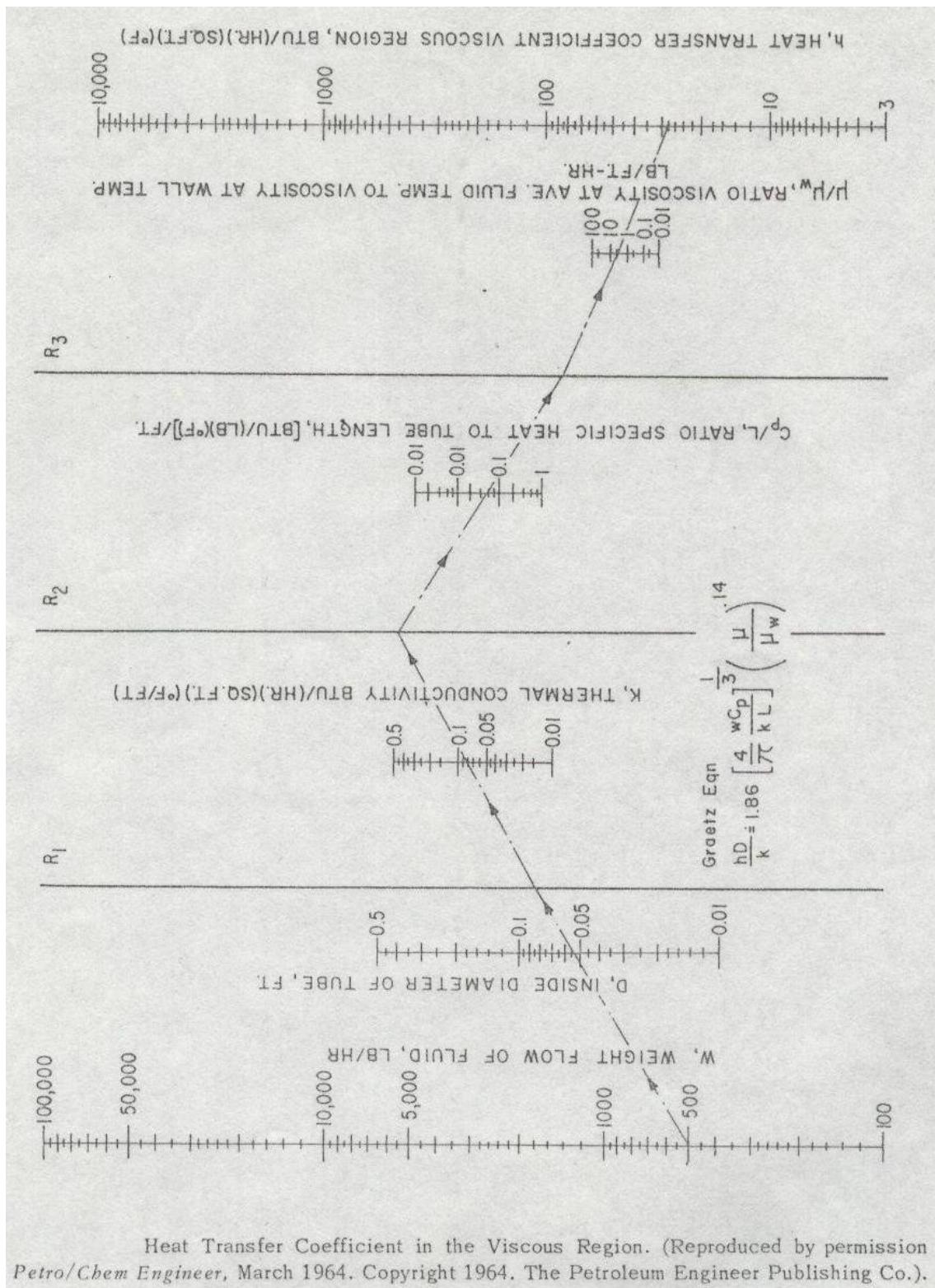
Pero en ocasiones las ecuaciones se multiplican por la relación de diámetros  $\frac{D_2}{D_1}$

## Apéndice 6.A.1

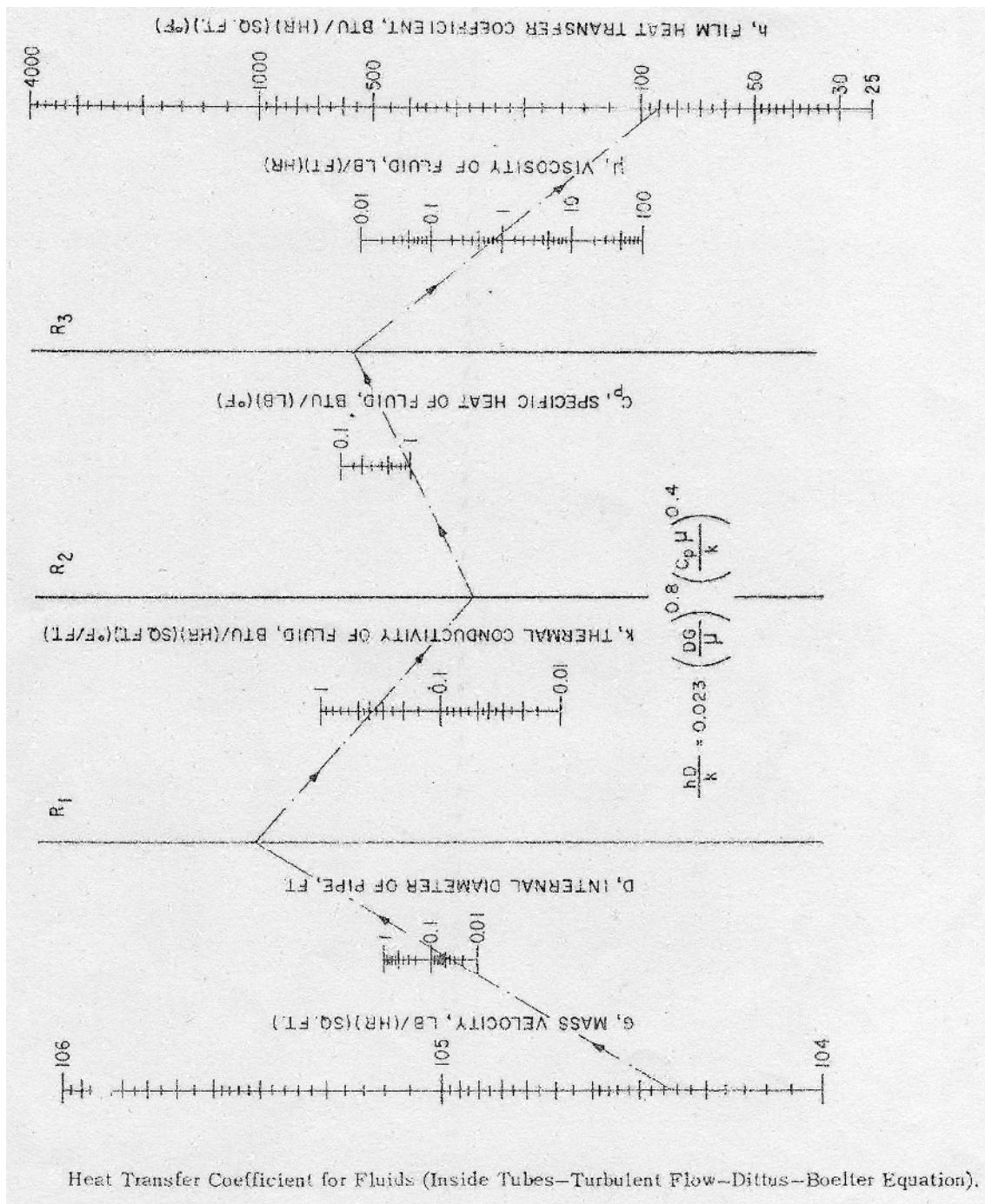
INTERNAL FORCED CONVECTION			
	(Properties evaluated at mean bulk temperature of fluid, except where indicated elsewhere by use of a subscript $w \equiv$ wall temperature)		
Configuration	Limitations	Correlation	Comments
	Re > 10 <sup>4</sup> 0.6 < Pr < 160 L/D > 60 Constant fluid properties Re > 10 <sup>4</sup> 0.7 < Pr < 16,700 Constant $T_w$	$\overline{Nu}_D = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4}$ $\overline{Nu}_D = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.3}$ $\overline{Nu}_D = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.33} (\mu/\mu_w)^{0.14}$	Heating fluid Cooling fluid (Ref. 7-32) Fully developed turbulent flow (Ref. 7-33)
Circular tubes of constant cross section	10 < L/D < 400	$\overline{Nu}_D = 0.036 Re^{0.8} Pr^{0.33} C$ where $C = (D/L)^{0.055}$	Flow in entrance region (Ref. 7-34)
	Constant wall heat flux $10^2 < RePr < 10^4$ L/D > 60	$\overline{Nu}_D = 0.625 (RePr)^{0.4}$	Liquid metals (Ref. 7-35)
	Constant wall temperature RePr > 10 <sup>2</sup> L/D > 60	$\overline{Nu}_D = 5 + 0.025 (RePr)^{0.8}$	Liquid metals (Ref. 7-36)
	RePr D/L > 10 Re < 2,300	$\overline{Nu}_D = 1.86 (RePr)^{1/3} C$ where $C = (D/L)^{0.33} (\mu/\mu_w)^{0.14}$	Laminar flow (Ref. 7-33)
	Constant wall temperature Re < 2,300 RePr D/L > 10	$\overline{Nu}_D = [3.66 + 0.0668 Gz / (1 + 0.04 Gz^{2/3})] \times (\mu_b/\mu_w)^{0.14}$ where $Gz = RePr D/L$	Laminar flow (Ref. 7-37)

INTERNAL FREE CONVECTION			
	(Properties evaluated at the mean bulk temperature)		
Configuration	Limitations	Correlation	Comments
	0.02 < Pr < 8,750 $3 \times 10^5 < GrPr < 10^9$	$\overline{Nu}_L = 0.069 Gr^{1/3} Pr^{0.074}$	$T_1 > T_2$ (Ref. 7-31)
Horizontal plates			
	$2 \times 10^4 < Gr < 2 \times 10^5$ $2 \times 10^5 < Gr < 1 \times 10^7$ GrPr < 10 <sup>3</sup> $10^3 < GrPr < 10^7$	$\overline{Nu}_L = 0.18 Gr^{1/4} (H/L)^{-1/9}$ $\overline{Nu}_L = 0.065 Gr^{1/3} (H/L)^{-1/9}$ $\overline{Nu}_L = 1.0$ $\overline{Nu}_L = 0.280 (GrPr)^{1/4} (H/L)^{-1/4}$	Air Air Liquids Liquids (Refs. 7-24 and 7-30)
Vertical plates			

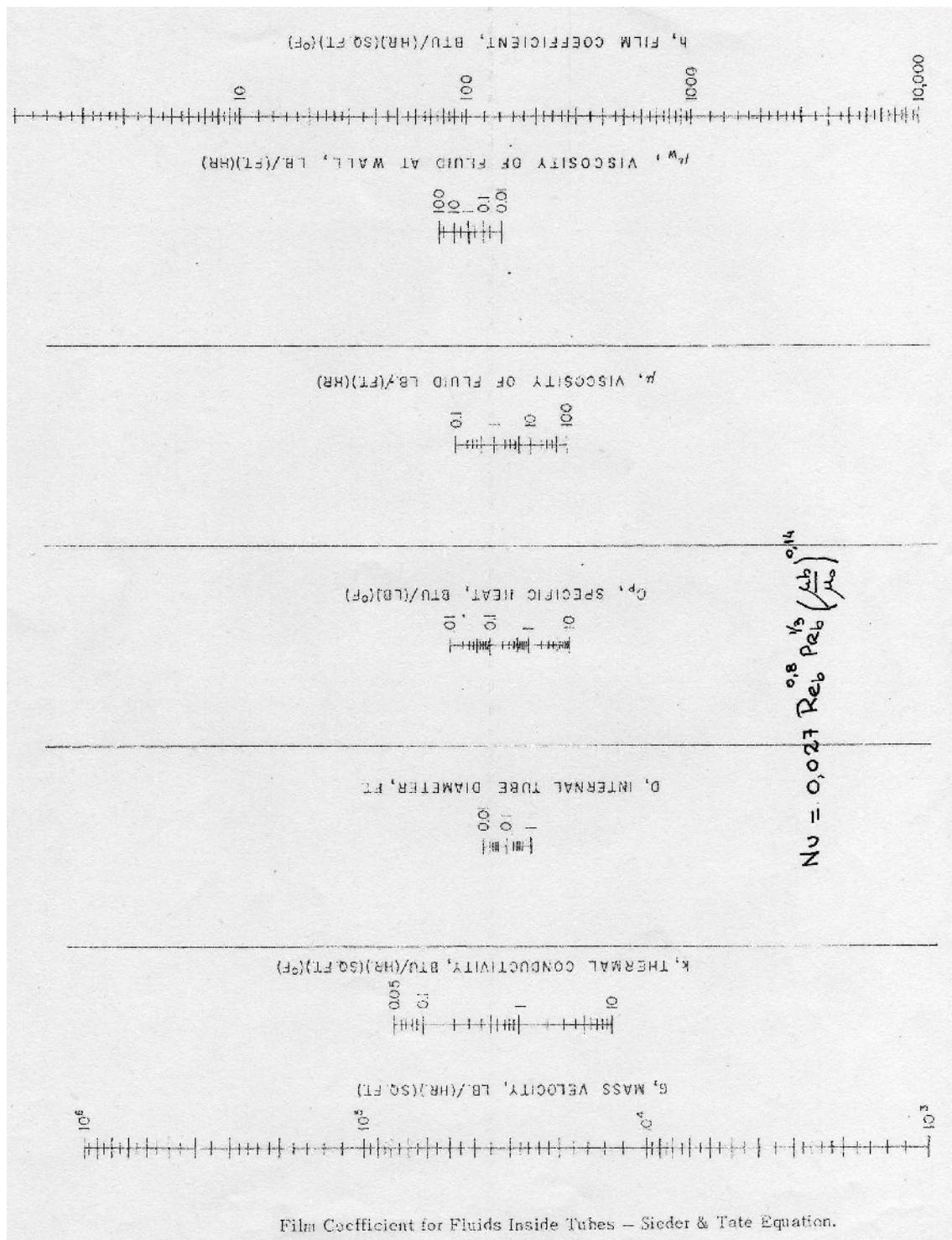
## Apéndice 6.A.2



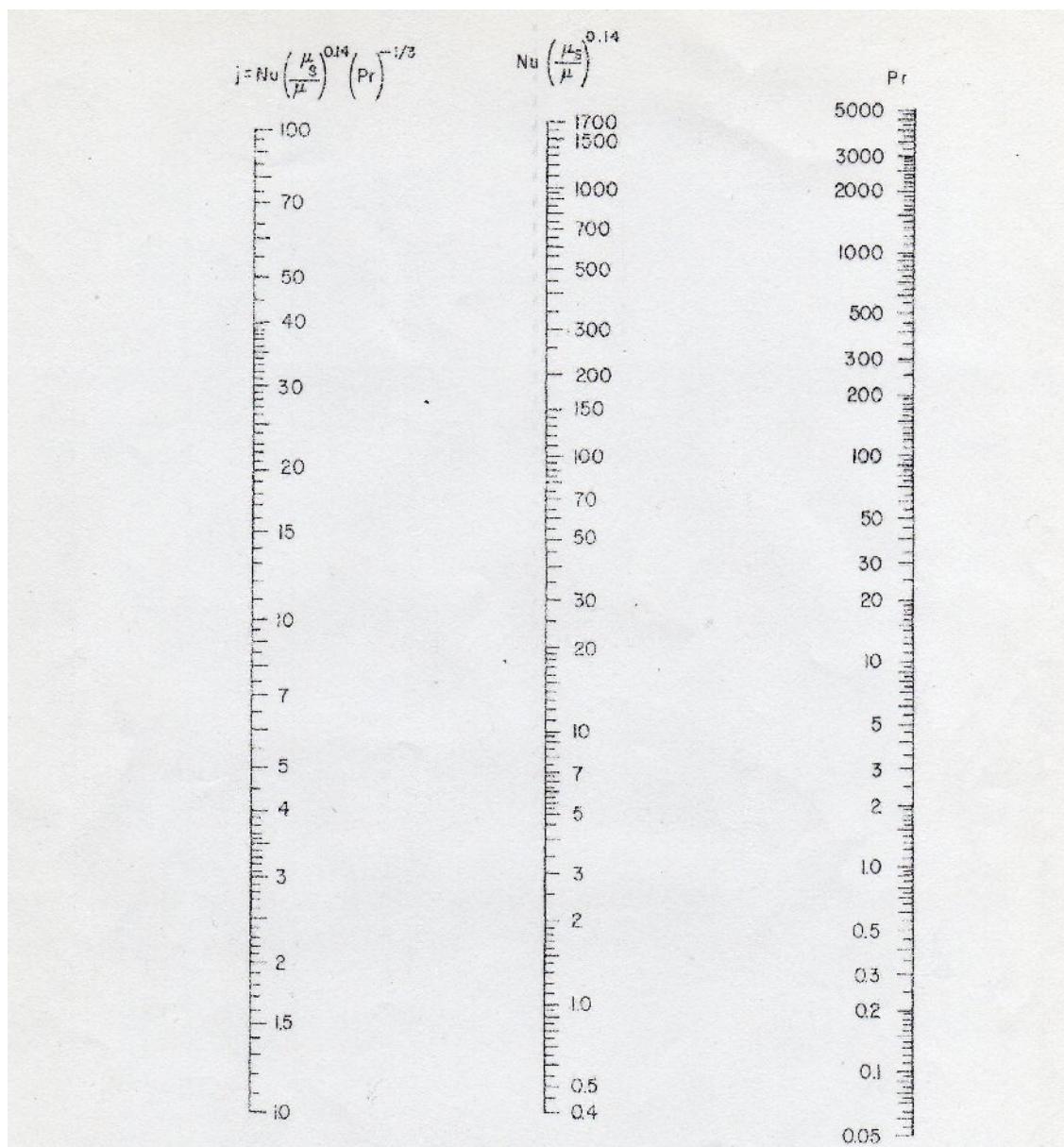
### Apéndice 6.A.3



## Apéndice 6.A.4

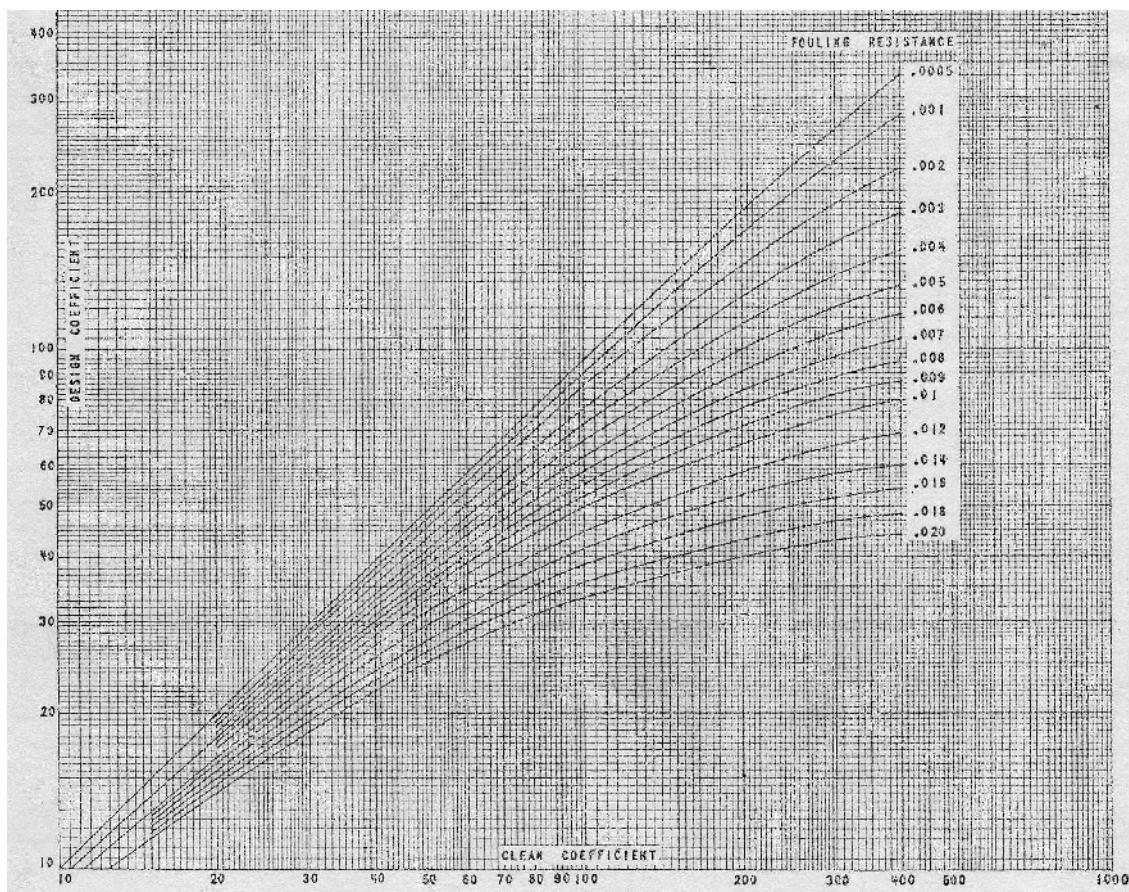


## Apéndice 6.A.5



Heat Transfer for Liquids Inside Tubes in the Transition Zone. (Reproduced by permission, *Petroleum Refiner*, Vol. 38, copyright 1959).

## Apéndice 6.A.6



Valores de  $U$  diseño obtenidas de  $U$  limpio más la suma de resistencias internas y externas.

Nota: Los factores se refieren a la superficie externa.

## **6.A.2. FLUJO DE CALOR ALREDEDOR DE OBJETOS SUMERGIDOS**

### **6.A.2.1. CONVECCIÓN FORZADA**

El mecanismo de la transmisión calórica es diferente al de la convección forzada en conductos al encontrarse el efecto de resistencia de forma. En el interior de los conductos cilíndricos no hay variación en el coeficiente de transmisión de calor local en los distintos puntos de una circunferencia de radio dado, y por lo tanto, la analogía entre fricción y transmisión del calor es estrecha. Además, hay una diferencia marcada entre el flujo laminar y turbulento.

Para flujo alrededor de un objeto sumergido, a excepción de velocidades muy bajas (flujo reptante), se produce la separación de la capa límite y se desarrolla una estela, pero sin una transición marcada entre flujo laminar y turbulento. Para este caso, el valor local de la densidad de flujo de calor, varía de un punto a otro de una circunferencia de radio dado, y por lo tanto, el coeficiente local y el número de Nusselt varían con la posición angular. (Figuras 6.8 (a) y (b)).

Se observará que la densidad de flujo de calor es máxima en la zona frontal y trasera, siendo mínima lateralmente con una relación aproximada de 2,5 veces. Por esto se acostumbra a usar valores medios ( $h_m$ ) en lugar del valor local ( $h_{loc}$ ). Además, una superficie externa puede intercambiar calor por radiación hacia o desde otras superficies, y en el caso de gases el flujo de calor por radiación llega a ser considerable comparado con el mecanismo de conducción-convección. El flujo total de calor será igual a la suma de los flujos independientes y que deberán calcularse por separado.

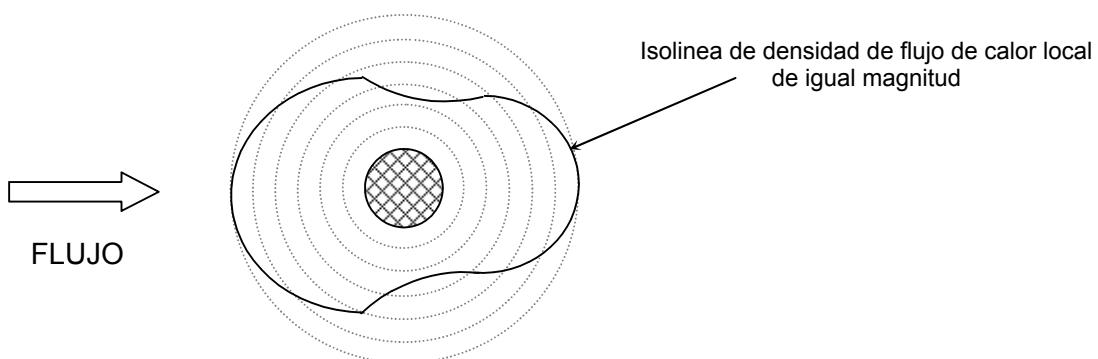


Fig. 6.8 (a) Distribución de  $q=\text{constante}$  alrededor de un cilindro.

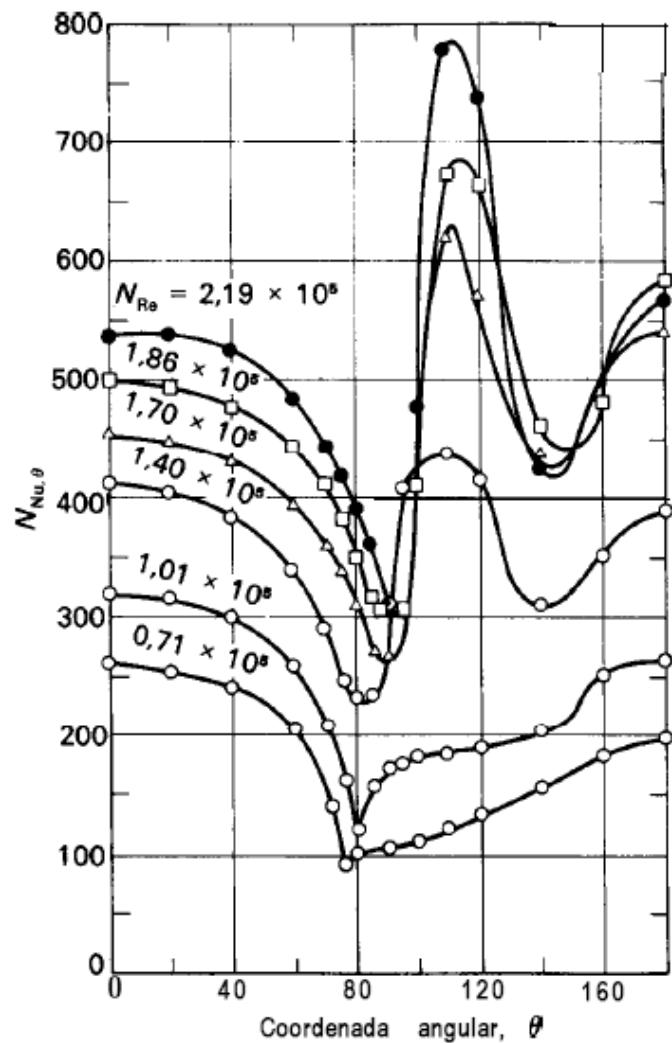


Fig. 6.8 (b) Distribución de  $Nu_{loc}$  alrededor de un cilindro.

Por último, si la velocidad alrededor del objeto es baja, el mecanismo es una superposición de convección forzada y natural, cuya importancia relativa deberá ser determinada.

### Coefficientes de transmisión de calor:

Para el caso de cilindros, esferas o haces de tubos, el flujo calorífico se acostumbra a expresar como,

$$Q = h_m \cdot A \cdot |(T_o - T_\infty)|$$

Siendo;

- $h_m$  el coeficiente medio de transmisión del calor
- A un área característica

- $|T_o - T_\infty|$  una diferencia de temperatura característica (valor absoluto)
- $Q$  el flujo calorífico desde la superficie al fluido.

Para objetos sumergidos, la elección del área es diferente en el caso de transmisión del calor que en el de transporte de cantidad de movimiento, utilizándose el área efectiva da la superficie. Así por ejemplo:

Cilindros;  $A = \pi DL$  para longitud  $L$  y diámetro  $D$

Esferas;  $A = \pi D^2 \equiv 4\pi R^2$

En todos los casos  $T_o$  es la temperatura de la superficie y  $T_\infty$  la temperatura de la “aproximación” del fluido, una temperatura determinada a suficiente distancia antes de iniciarse el cambio de temperatura.

También se podría definir:

$$dQ = h_{local} \cdot dA \cdot |(T_o - T_\infty)|$$

Siendo  $h_{local}$  el coeficiente local en el área ( $dA$ ) considerada y que permite indicar la distribución de la densidad de flujo de calor en el área.

### Flujo alrededor de un cilindro transversal:

La aplicación de las técnicas de análisis dimensional muestran la misma funcionalidad que para convección forzada dentro de tubos, del tipo;

$$\frac{h_m D_e}{k_f} = \varphi \left( \frac{\rho V_\infty D_e}{\mu}, \frac{\hat{C}_p \mu}{k} \right)$$

No obstante, las relaciones funcionales son diferentes a aquellas. Para el calentamiento o enfriamiento de líquidos que circulan normalmente a cilindros largos se utiliza,

$$\frac{h_m D_e}{k_f} \left( \frac{\hat{C}_p}{k} \right)_f^{-0.3} = 0.35 + 0.56 \left( \frac{D_e \rho_f V_\infty}{\mu f} \right)^{0.52}$$

Donde el subíndice  $f$  significa que la correlación se basa en la temperatura media de película  $T_f = \frac{T_o - T_\infty}{2}$ .

Existen múltiples graficas para diversos fluidos, aunque gran número de ellas se han estudiado para aire y otros gases. Una de ellas [McCabe, pag. 369, Fig. 6.9] para aire, sin

considerar la radiación y teniendo en cuenta que  $NP_R$  es prácticamente independiente de la temperatura, se escribe;

$$\frac{h_m D_e}{k_f} = \varphi_1 \left( \frac{\rho v_\infty D_e}{\mu_f} \right)$$

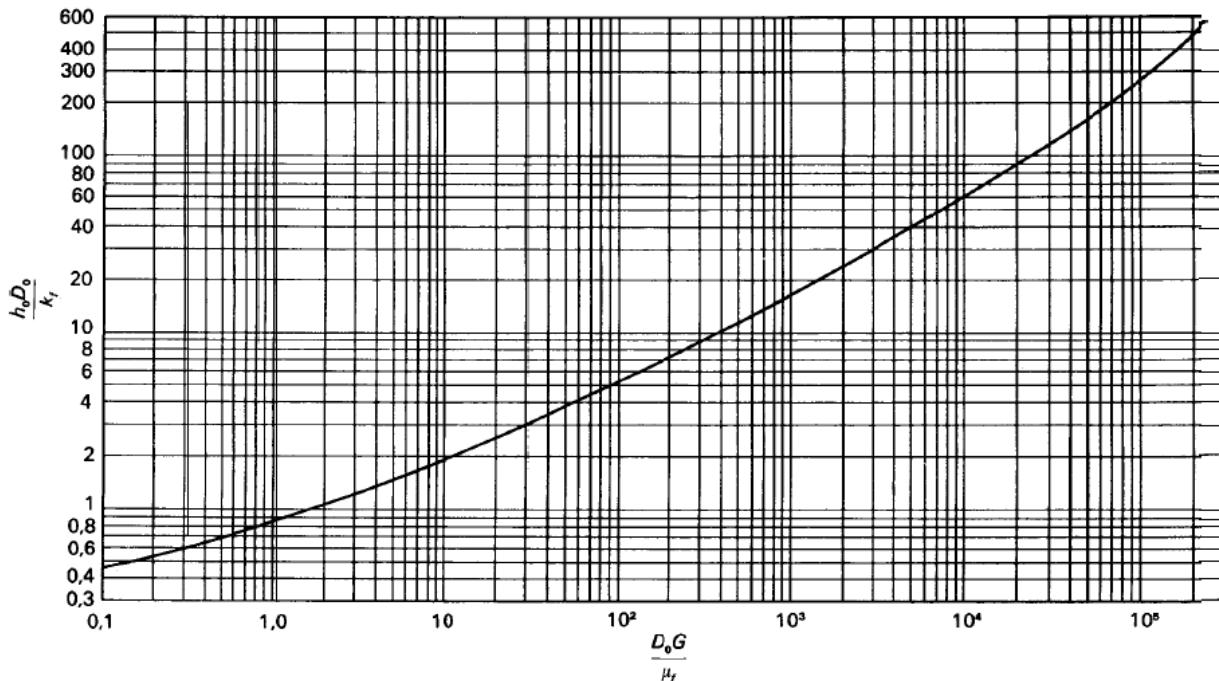


Fig. 6.9 Transmisión de calor al aire que circula en dirección normal a un solo tubo.

Otro tipo representa la función; Figura 6.10:

$$j_H = \frac{h_m}{\rho_f C_{pf}^\wedge v_\infty} \left( \frac{C_p^\wedge \mu}{k} \right)_f^{2/3} = \varphi_2 \left( \frac{D v_\infty \rho_f}{\mu_f} \right)$$

Donde se copara con el factor de fricción, observando que para este tipo de sistemas  $j_H < f/2$ , ya que la resistencia de forma retiene un equivalente en la transmisión del calor.

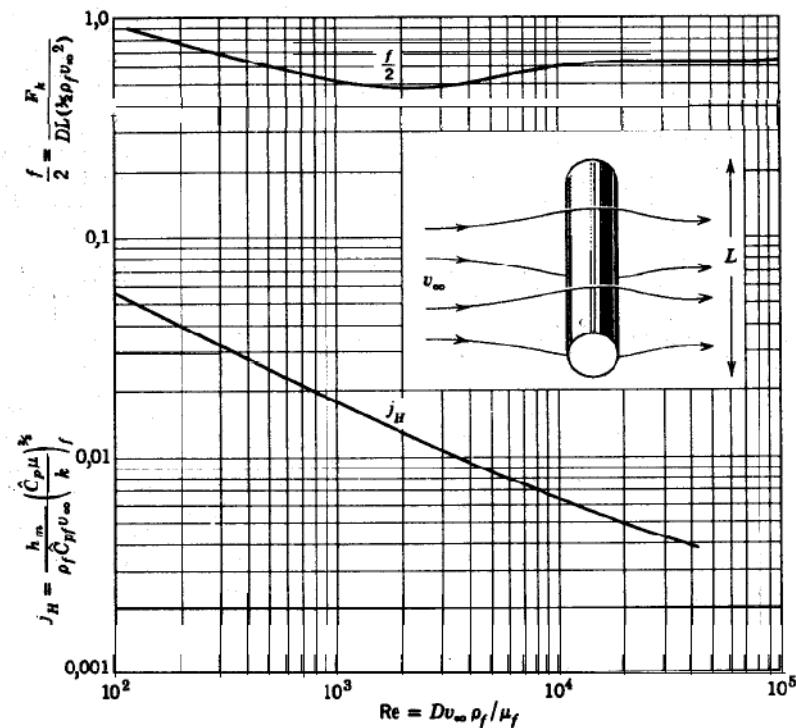


Fig. 6.10 Transferencia de calor y cantidad de movimiento entre un cilindro largo y una corriente transversal

### Flujo alrededor de una esfera única:

Se recomienda,

$$\frac{h_m D}{k_f} = 2 + 0.60 \left( \frac{D v_\infty \rho_f}{\mu_f} \right)^{1/2} \left( \frac{\hat{C}_p \mu}{k} \right)_f^{1/3}$$

que se encuentra gráficamente (Figura 6.11) y observando que si  $N_{Re}=0$  corresponde  $N_{Um}=2$ , que implica la transferencia de calor por convección natural.

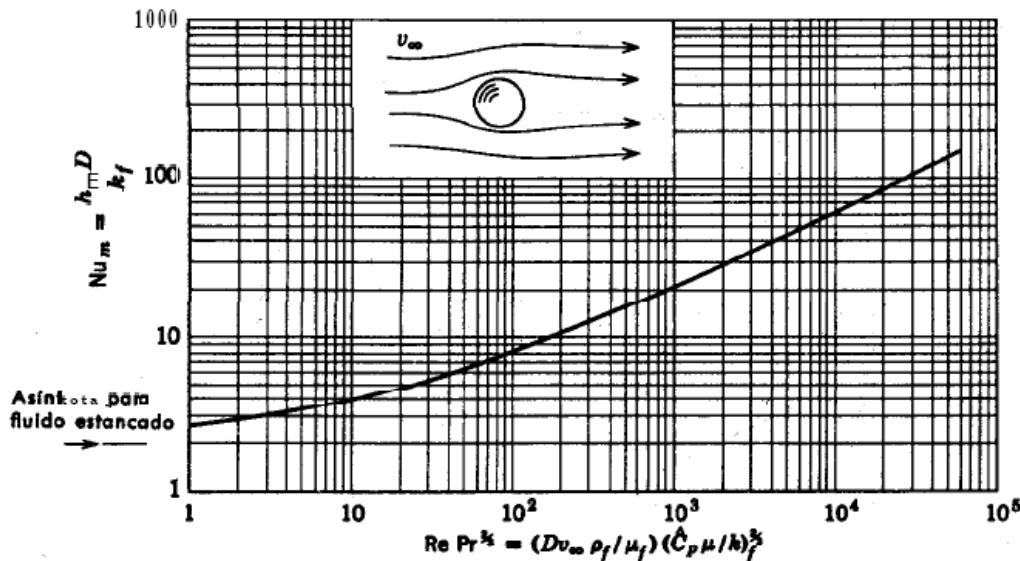


Fig. 6.11 Transmisión de calor por convección forzada desde una esfera aislada.

### Flujo tangencial a una lámina plana,

En el caso de una lámina plana semi infinita e isotérmica se cumplen bien las analogías de Taylor-Prandtl y Colburn entre transmisión de calor y cantidad de movimiento, ya que no hay resistencia de forma (Figura 6.12).

Los coeficientes para un punto en la superficie se definen como;

$$h_{local} = \frac{q_o}{T_o - T_\infty}$$

$$f_{local} = \frac{\tau_o}{\frac{1}{2} \cdot \rho_f \cdot v_\infty^2}$$

En la zona laminar (cerca del borde de ataque) la analogía se cumple muy bien, con un error máximo de 2% para  $P_R > 0,6$ . Escribiendo

$$j_H \equiv f/2$$

$$\frac{f}{2} = 0.332 \left( \frac{v_\infty \rho_f x}{\mu_f} \right)^{-0.5}$$

Para estos sistemas, las graficas empíricas [Bird y otros, Pág.13-23] se cumple bastante bien para las regiones laminar y turbulenta.

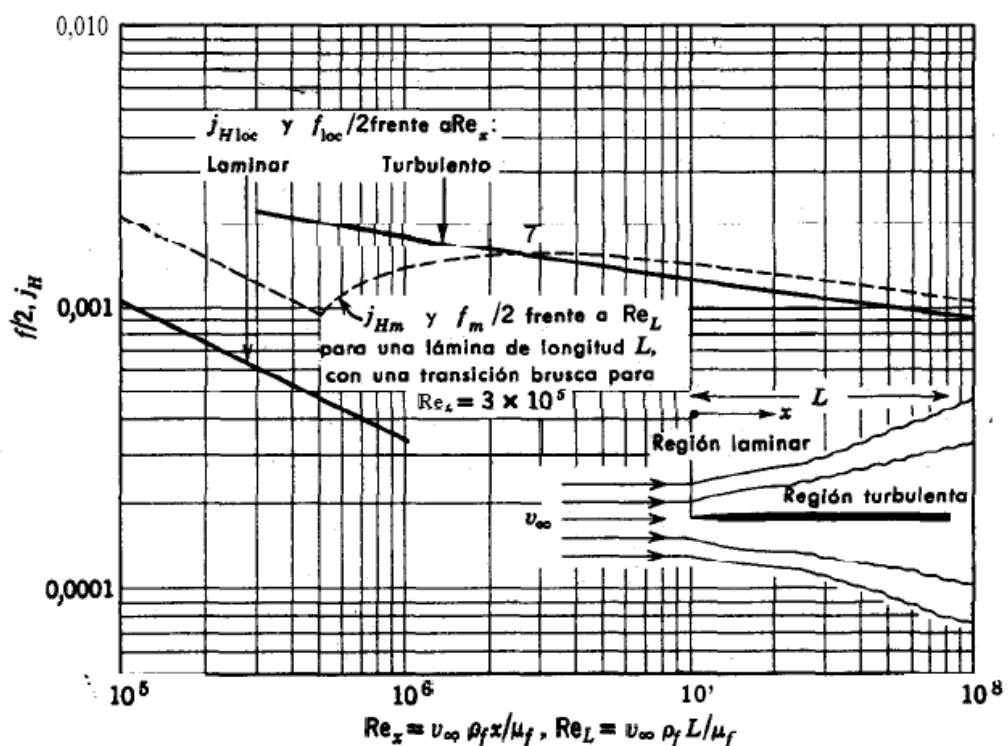


Fig. 6.12 Coeficientes de transmisión de calor para flujo tangencial en una lámina plana lisa.

### **Flujo Transversal a un Haz de Tubos;**

La circulación de fluidos por el exterior de haces tubulares es más compleja de estudiar, ya que se debe tener en cuenta la disposición de los tubos. No existe hasta el momento ninguna correlación general sencilla, pero teniendo en cuenta que gran parte de los intercambiadores de calor operan parcialmente con circulación transversal, se puede encontrar en un gran número de correlaciones de diseño en la bibliografía.

El estudio detallado del diseño de un intercambiador cae fuera de los alcances de la asignatura, no obstante se presentan algunas conclusiones muy difundidas a modo de introducción al tema.

Basándose en el factor  $j_H$  de Colburn, una conclusión es

$$j_{\max} = \frac{h_m}{\hat{C}_p G_{\max}} \left( \frac{\hat{C}_p}{k} \mu \right)_f^{2/3} \left( \frac{\mu_0}{\mu_b} \right)^{0,14}$$

Siendo  $G_{\max}$  es la velocidad mísica  $(pv)_{\max}$  basada en el promedio de las velocidades locales mísicas y estos valores locales en general difieren porque la sección libre de flujo no es idéntica, es decir, las distintas hileras de tubos no tienen igual número de estos.

La representación de la función  $j_{\max} = \phi(\frac{D_e G_{\max}}{\mu})$  se puede encontrar en McCabe-Smith, Pág. 438 (Figura 6.13).

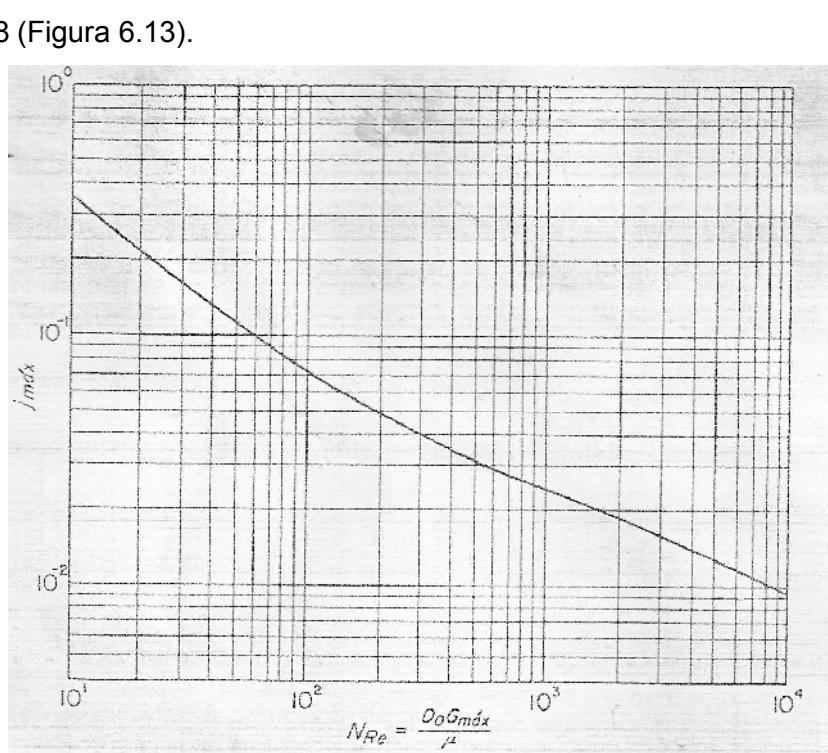


Fig. 6.13. Coeficientes de transmisión de calor del lado de la carcaza

Se debe tener en cuenta que el coeficiente de transmisión de calor  $h_m$  puede variar hasta en un 60% del valor previsto merced a una mala distribución del flujo en el intercambiador.

La disposición de los tubos en la carcasa responde a las formas más difundidas de “arreglo triangular”, donde los centros de los tubos son equidistantes y ocupan los vértices de triángulos equiláteros, y “arreglo cuadrangular” donde se encuentran en vértices de cuadrados.

En la Figura 6.14 se observa las dos disposiciones mencionadas, donde  $P_t$  (“pítele”) es la distancia entre centros y  $C'$  es el espacio entre las superficies exteriores (“clearance”).

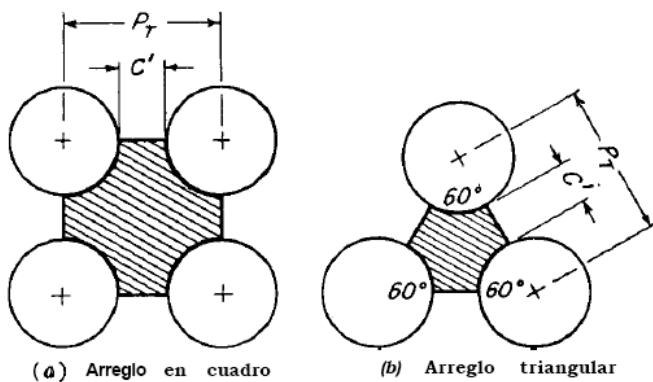


Fig. 6.14. “Arreglos” de tubos

En forma ilustrativa se incluye una gráfica muy difundida del factor de Colburn  $j_H$  en función del número de Reynolds (Re) para el cálculo de coeficientes de transmisión del calor en el lado de la carcasa (“shell side”) con deflectores (“baffles”), tipos de intercambiadores muy usados. El “diámetro” utilizado depende de la disposición de los tubos y su espaciado, se denomina “diámetro equidistante” y representa un radio hidráulico (Figura 6.15).

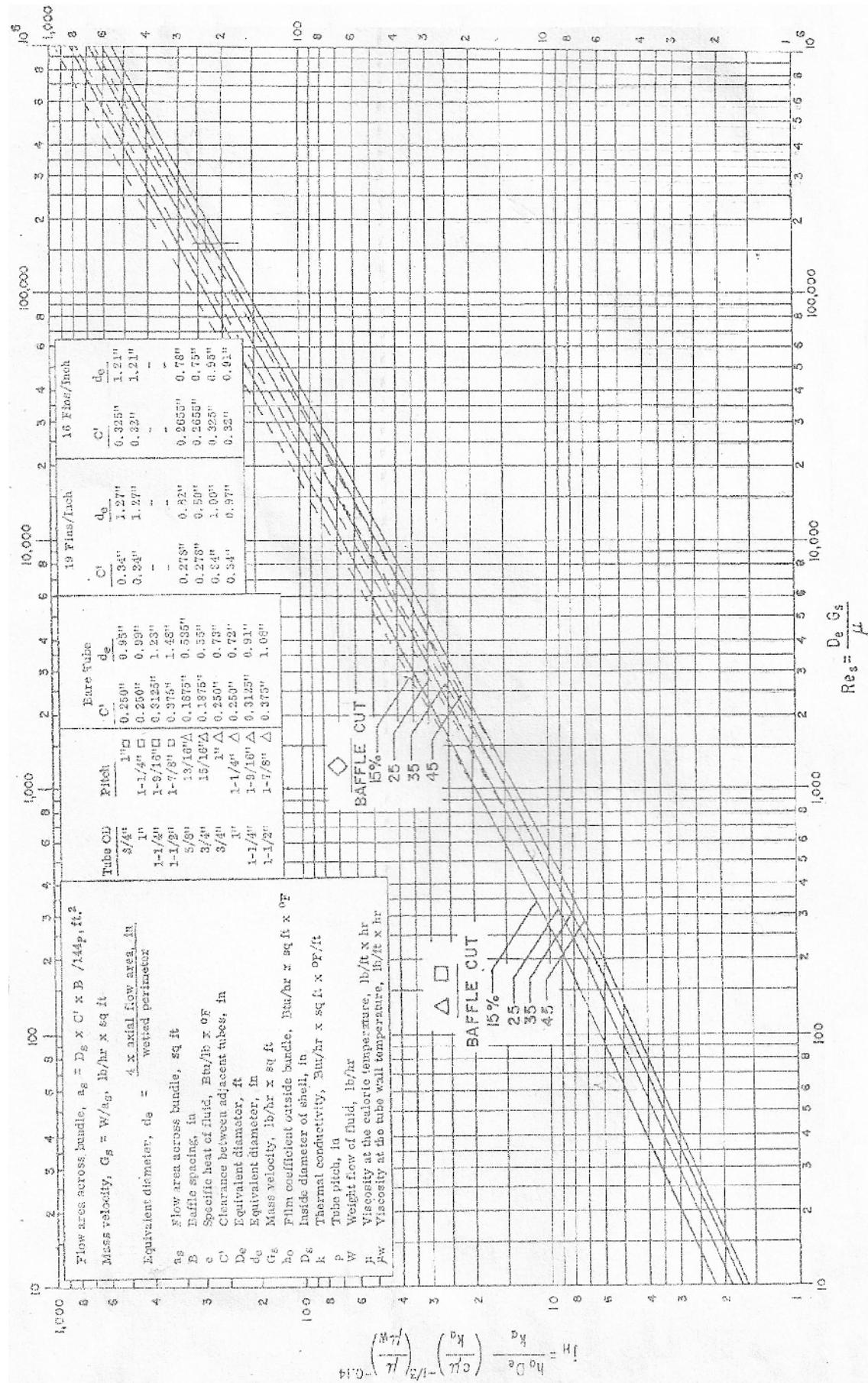


Figura 6.15

La ecuación de Donohue propuesta para el cálculo en el lado carcasa;

$$\frac{hD}{k} = 0,22 \left( \frac{DG_e}{\mu} \right)^{0,6} \left( \frac{\hat{C}_p \mu}{k} \right) \left( \frac{\mu_b}{\mu_0} \right)^{0,16}$$

Se representa en forma de nomograma (Figura 6.16), donde  $G_e$  es la media geométrica de la velocidad másica ( $G_c G_b$ )<sup>0,5</sup>;  $G_c$  la velocidad másica a través del haz de tubos y  $G_b$  la velocidad másica en la abertura del baffle (área libre menos el área de los tubos).

El nomograma adjunto se encuentra en unidades inglesas, y se resuelve en el siguiente orden:

$$G_e \text{ con } D \rightarrow R_1 \text{ con } k \rightarrow R_2 \text{ con } \hat{C}_p \rightarrow R_3 \text{ con } \mu \rightarrow R_4 \text{ con } \mu_w \rightarrow h$$

El valor de  $G_e$  también puede calcularse de,

$$G_e = \frac{\omega}{S_e}$$

Siendo  $\omega$  la velocidad del flujo de masa y  $S_e = [S_{\text{crujetubos}} \cdot S_{\text{abert.baffle}}]^{0,5}$

La conversión de viscosidad,

$$\mu \left[ \frac{l b}{\text{pie} \cdot h} \right] = \mu [\text{ctp}] \cdot 2,42$$

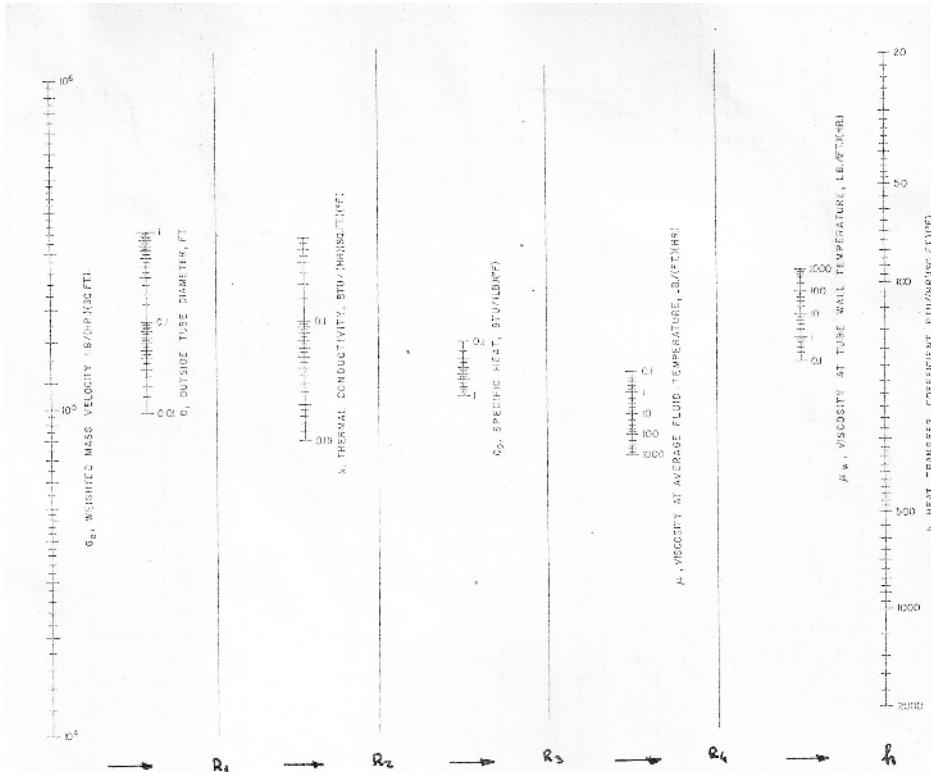


Figura 6.16. Coeficiente Transmisión de calor intercambiador.

**Bibliografía:**

- Bird, Stewart y Lighfoot; Fenómenos de Transporte; capítulo 13
- Bennet y Myers; Transferencia de Masa, energía y cantidad de movimiento; capítulo 24.
- Mc. Cabe y Smith; Operaciones básicas de ingeniería; capítulos 12 y 15
- Perry y otros; Manual del Ingeniero Químico (3ra. Edición); capítulo 6.

**6.A.2.2. CONVECCIÓN LIBRE O NATURAL**

Mediante el análisis dimensional de las ecuaciones de variación se encuentra que un objeto sumergido en una cantidad infinita de fluido puede disipar o recibir calor por convección libre según,

$$Nu_m = \Phi(G_R, P_R)$$

siendo  $Nu_m$  el número de Nusselt basado en el coeficiente de transmisión calórica ( $h_m$ ) para toda la superficie del objeto. La temperatura de la superficie ( $T_0$ ) y la del fluido lejos de la misma ( $T_\infty$ ) son constantes, y las propiedades físicas se evalúan a  $T_f = \frac{T_0 + T_\infty}{2}$

**Láminas verticales:**

Considerando una lámina plana vertical a temperatura  $T_0$  sumergida en un fluido (tal como aire) a  $T_\infty$ . Desde la superficie de la lámina se establece un gradiente de temperaturas, el mismo es muy grande en la zona interior y origina una disipación de calor por conducción desde la superficie. Por tanto, el aire que rodea a la lámina aumenta su temperatura y cambia su densidad. La disminución de la densidad origina una fuerza de flotación que supera al peso de la columna estableciéndose un movimiento ascendente. Esta circulación da lugar a un gradiente de velocidades, con una velocidad máxima en las cercanías de la superficie. Además, nuevas cantidades de aire reemplazan en el fondo al que ha ascendido.

Si se representan las velocidades locales y las temperaturas, en función de la distancia transversal desde la superficie, se encuentra que la velocidad aumenta a distintas distancias desde el fondo, pero que el gradiente de velocidad tiende a disminuir (es decir, la velocidad máxima se localiza más lejos de la superficie). Además, el gradiente de temperaturas también disminuye y tiende a una condición asintótica a grandes alturas.

Las ecuaciones para la transmisión de calor entre fluidos y sólidos (superficies verticales o planos horizontales) son de la forma,

$$\frac{h_m \cdot L}{k_f} = b \left[ \left( \frac{L^3 \cdot \rho_f^2 \cdot g \cdot \beta_f \cdot \Delta T}{\mu_f^2} \right) \cdot \left( \frac{\hat{C}_p \cdot \mu}{k} \right)_f \right]^n$$

donde b y n son constantes y L la longitud de la superficie.

Datos basados en láminas verticales y aire se han graficado (Bird, página 13-27). En el intervalo  $10^4 < G_R P_R < 10^9$  se puede expresar,

$$Nu_m = 0.59 (G_R P_R)^{1/4}$$

Para  $G_R P_R > 10^9$  el flujo es turbulento (Figura 6.18).

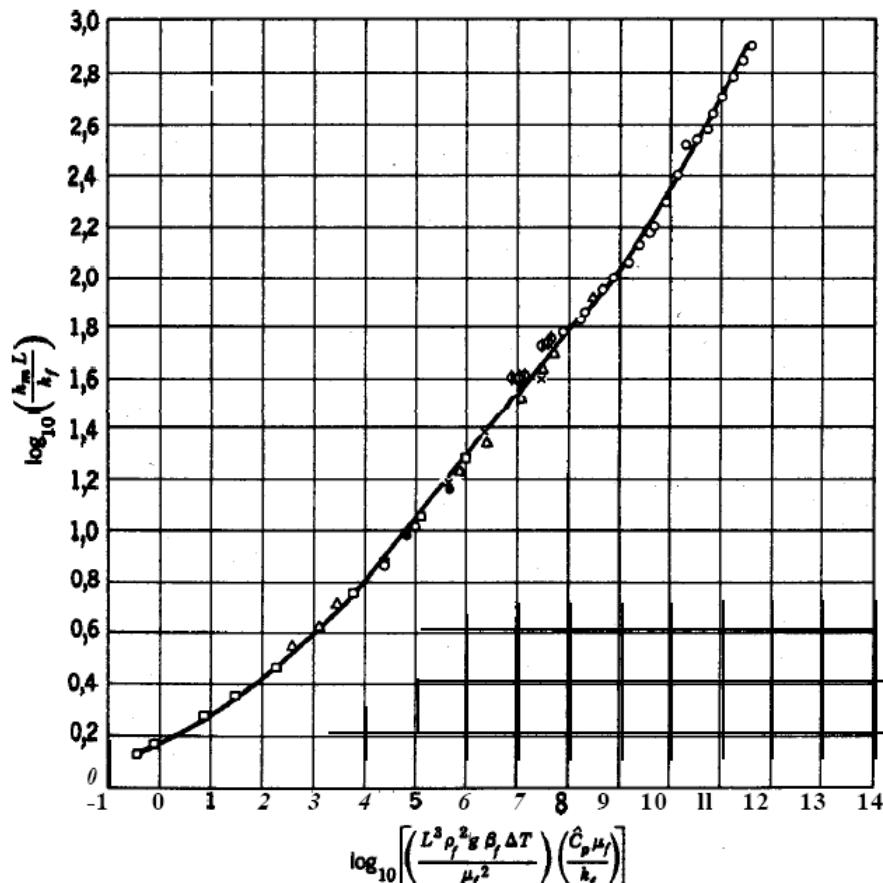


Figura 6.18. Convección libre desde láminas verticales, basada en datos para el aire.

### Cilindros Horizontales:

Las corrientes que rodean a una tubería horizontal son más complicadas, ya que el fluido ubicado en la zona inferior y los laterales se calienta y tiende a ascender, separándose de la tubería cerca de la parte superior formando dos corrientes independientes, que ascienden dejando entre ellas una zona más fría.

Las correlaciones se presentan bajo la forma de gráfico (Bird, página 13-26 o Mc Cabe Smith, página 374) que cubren un amplio campo para el caso de  $(G_R P_R)_f > 10^4$ , la gráfica se representa por la figura 6.19,

$$Nu_m = 0.525 (G_R P_R)_f^{1/4}$$

y ha sido comprobada para gases y líquidos con  $P_R > 0,6$ .

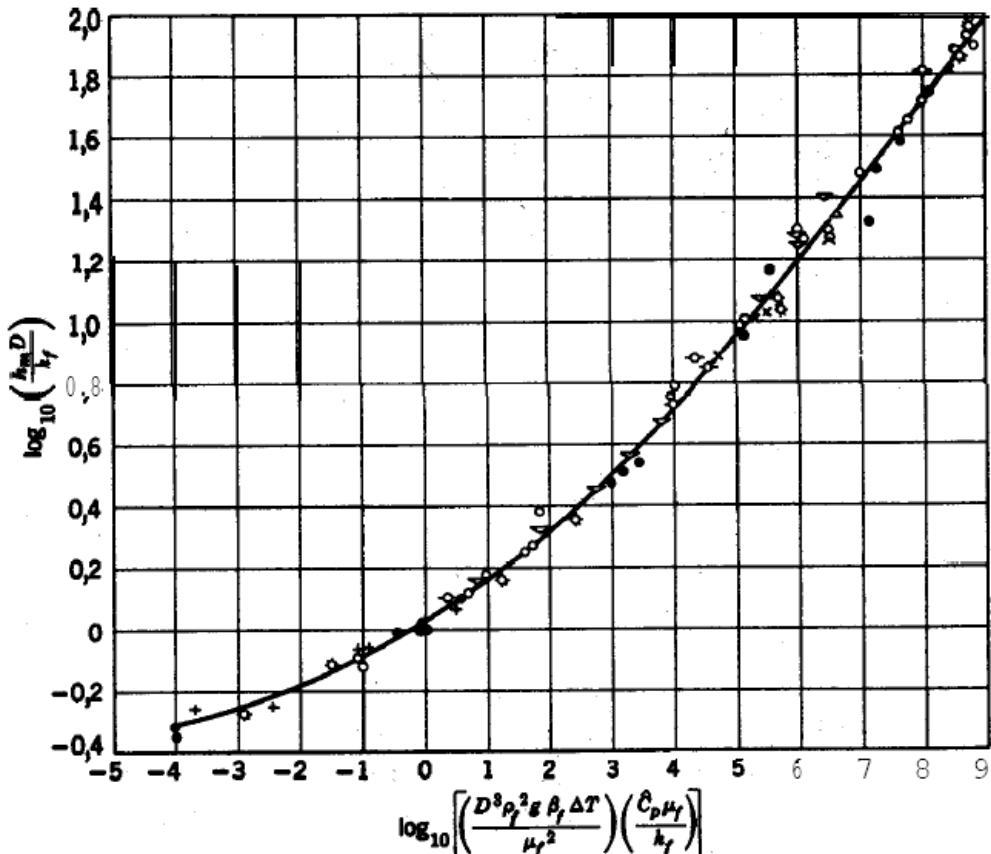


Figura 6.19. Convección libre a diversos fluidos desde largos tubos horizontales.

### Esferas:

Para una esfera única, en una gran masa de fluido, la siguiente ecuación que se cumple para  $(G_R^{1/4} P_R^{1/3})_f < 200$  coincide bien con los datos experimentales,

$$\frac{h_m \cdot D}{k_f} = 2 + 0,60 \cdot (G_R)_f^{1/4} \cdot (P_R)_f^{1/3}$$

Observamos que se obtiene  $Nu_m=2$  para fluidos en reposo igualmente a la de convección forzada.

### Convección natural en el flujo laminar:

En el flujo en conductos de gran diámetro en régimen laminar se produce un efecto de convección libre considerable. Esto no ocurre para las zonas de transición y turbulencia.

Por lo tanto, la ordenada de la gráfica de Sieder y Tate se multiplica por un factor de corrección, válido para tubos horizontales.

$$\varphi_{LIBRE} = \frac{2,25 \cdot (1 + 0,01 \cdot G_R^{1/3})}{\log \text{Re}}$$

### **Convección natural y radiación:**

La radiación puede llegar a ser un factor muy importante en la disipación de calor por convección libre.

De aquí que en estos casos se acostumbra a expresar,

$$q = (h_m + h_r) \cdot (T_0 - T_\infty)$$

siendo  $h_r$  un “coeficiente de transmisión por radiación”, que varía fuertemente con la diferencia de temperaturas  $(T_0 - T_\infty)$  así como también con los valores absolutos de  $T_0$  y  $T_\infty$ .

El cálculo se puede realizar conociendo la temperatura de la superficie ( $T_0$ ), de los alrededores ( $T_\infty$ ) y la emisividad de la superficie.

### **Convección natural en tubos verticales:**

Cuando el flujo es ascendente, la convección natural aumenta la velocidad de transporte de calor, siendo el efecto considerable para  $G_R$  entre 10 y 10000.

### **6.A.2.3. CONDENSACIÓN**

Cuando la transmisión del calor se realiza con cambio de fase se introduce una complicación adicional, ya que interviene el flujo de dos fases fluidas (vapor y condensado), adición o eliminación de grandes cantidades de energía, velocidad de nucleación de gotas, composición del vapor y el condensado, etcétera.

La temperatura de condensación de una sustancia pura depende exclusivamente de la presión (isotérmico), mientras que una mezcla de vapores que condensan a presión constante se produce en un intervalo de temperatura (excepto ciertos casos particulares).

Para el caso de un vapor puro que condensa en una pared vertical, el mismo circula hacia la superficie debido al pequeño gradiente de presión existente. El líquido sobre la superficie se va eliminando por flujo debido a la gravedad. Algunas moléculas de la fase vapor rebotan al chocar contra la superficie del líquido, otras la atraviesan y ceden su calor latente de condensación.

El calor atraviesa el condensado hacia la pared y por conducción desde ésta hacia la otra superficie. Por lo tanto el condensado es la única resistencia importante que se opone a la disipación del calor (Figura 6.20).

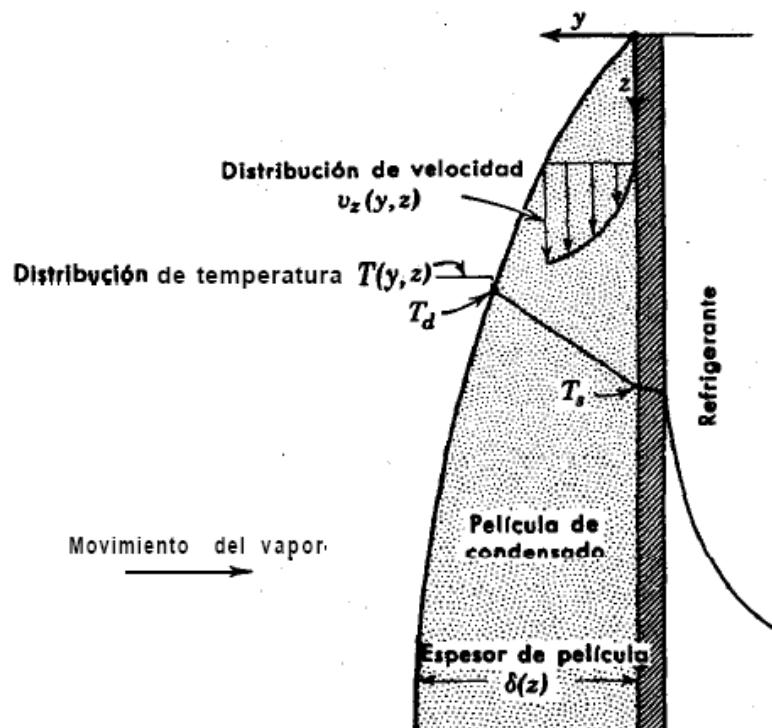


Figura 6.20

### Tipos de condensación:

Un líquido condensado en una superficie puede formar una capa continua o película que fluye sobre la superficie, proporcionando la resistencia al flujo de calor y fijando el coeficiente de transmisión, mientras que también es posible que el condensado se forme en núcleos microscópicos, formando gotas que crecen uniéndose a las adyacentes hasta que por su tamaño se deslizan y barren el condensado en su camino. En este caso siempre hay superficie expuesta al vapor y la resistencia al flujo de calor en estas zonas libres de condensado es muy pequeña, obteniendo coeficientes de transmisión de calor más elevados.

La forma de condensación depende en gran medida de que el líquido condensado moje o no la superficie, no obstante la forma puede cambiar de condensación en gotas a condensación de película en forma errática. La mayor parte de los datos se han compilado con vapor de agua y así se obtienen algunas conclusiones:

- 1-. Para superficies limpias de metales comunes la condensación de un vapor limpio es del tipo película, no interesa si la superficie es rugosa o pulimentada, o el vapor es puro.
- 2-. Superficies lisas contaminadas (por ej. con ácido oleico) con muy pequeña cantidad de un promotor produce condensación en gotas. Estos no son simples humectantes sino deben ser adsorvidos por la superficie.
- 3-. Algunos materiales son difíciles de tratar para obtenerla, tal como acero y aluminio; mientras que en cobre y sus aleaciones basta la gratitud de la mano para conseguirla.

Si bien los coeficientes para condensación en gotas son más elevados, como la resistencia a la transmisión del calor se origina principalmente en la otra fase y además el fenómeno es inestable, en el diseño se utiliza la predicción para condensación tipo película.

### **Coeficientes de transferencia en la condensación:**

Las ecuaciones de uso provienen en su mayoría de la solución original de Nusselt, que se basa en que la internase de condensado-vapor se encuentra en equilibrio, y la resistencia a la disipación del calor la ofrece la capa de condensado. Otras suposiciones son que en la superficie líquido-vapor no hay resistencia al movimiento del condensado y que las temperaturas de la pared ( $T_0$ ) y del vapor ( $T_d$ ) son constantes.

Las propiedades físicas se evalúan a la temperatura media de película, pero ésta puede venir determinada de forma diferente a los casos sin cambio de fase.

**Tubos verticales:** Estableciendo que la película de condensado se forma en la parte superior del tubo y que el espesor aumenta rápidamente en los primeros centímetros y luego lentamente, así como que el calor circula por conducción, se puede escribir:

$$h_{LOCAL} = \frac{k_f}{\delta(z)} \quad \text{para el espesor de película } \delta(z)$$

Resolviendo un balance de energía para la condensación e introduciendo la expresión del espesor de la película  $\delta(z)$  de un balance de cantidad de movimiento, se puede integrar para toda la longitud de tubo y obtener el coeficiente de transmisión del calor ( $h_m$ ) para la condensación en tubos verticales cuando la película se mueve en régimen laminar:

$$h_m = \frac{4}{3} \cdot \left[ \frac{k_f^3 \cdot \rho_f^2 \cdot g}{3 \cdot \mu_f \cdot \Gamma} \right]^{\frac{1}{3}}$$

y:

$$h_m = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{3} \left[ \frac{k_f^3 \cdot \rho_f^2 \cdot g \cdot \Delta H_{VAP}}{\mu_f \cdot L \cdot (T_d - T_0)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

siendo:

- $\Delta H_{VAP}$  el calor latente de vaporización
- $L$  la longitud total del tubo vertical
- $\Gamma$  la “carga” de condensado en el fondo del tubo (velocidad de flujo en el fondo por unidad de ancho,  $\Gamma = \frac{\omega}{\pi D}$ )

Las propiedades se evalúan a una “temperatura de película” ( $T_f$ ):

$$T_f = T_{vs} - \frac{3}{4}(T_{vs} - T_0)$$

donde:

- $T_{vs}$  temperatura del vapor saturado ( $T_d$  si no hay resistencia entre el líquido-vapor)
- $T_0$  temperatura de la superficie

Se debe tener en cuenta que cuanto mayor es el espesor de la película será mayor la resistencia y menor el coeficiente  $h_m$ . Los coeficientes experimentales son hasta 20% mayor que los calculados, atribuido al flujo de ondulaciones en la superficie de la película.

Para tubos verticales cortos ( $L < 15$  cm) la concordancia es buena, y para tubos verticales largos ( $L > 240$  cm) la discrepancia es grande, se aconseja sustituir por 1,6 y 1,13 respectivamente pero la misma debe hacerse con cuidado; esta discrepancia se atribuye a una mayor amplitud de las ondulaciones.

Cuando el número de Reynolds,

$$Re = \frac{\Gamma}{\mu_f} > 350$$

se inicia el flujo turbulento. Esto ocurre en tubos largos y se proponen las siguientes ecuaciones empíricas (Bird y otros, pág. 13-31); no confundir este Re con otros, tales como

$$Re = \frac{4\Gamma}{\mu_f}.$$

$$h_m = 0,003 \left[ \frac{k_f^3 \rho_f^2 g (T_d - T_0) L}{\mu_f^3 \Delta \hat{H}_{vapor}} \right]^{1/2}$$

O también para  $\Delta T$  pequeño,

$$h_m = 0,021 \left[ \frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Gamma}{\mu_f^3} \right]^{1/3}$$

Las ecuaciones anteriores se han correlacionado en gráficos [Bird y otros, página 13-33] donde,

$$Re = \frac{\Gamma}{\mu_f} \approx \frac{h_m \cdot L \cdot (T_d - T_0)}{\mu_f \cdot \Delta \hat{H}_{vapor}} \quad \text{queda}$$

$$Re = f \left( \frac{k_f \rho_f^{2/3} g^{1/3} (T_d - T_0) L}{\mu_f^{5/3} \Delta \hat{H}_{vapor}} \right)$$

En la misma se encuentra una dispersión que se puede comparar con la representación de las ecuaciones. Ver Figuras 6.21 y 6.22.

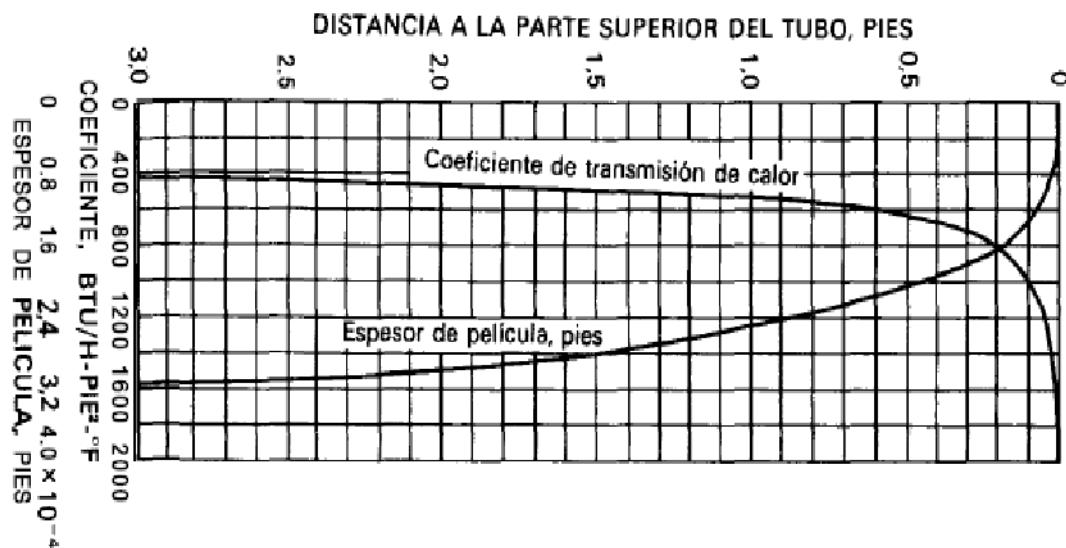


Figura 6.21. Espesor de película y coeficientes locales para una película descendente de condensado

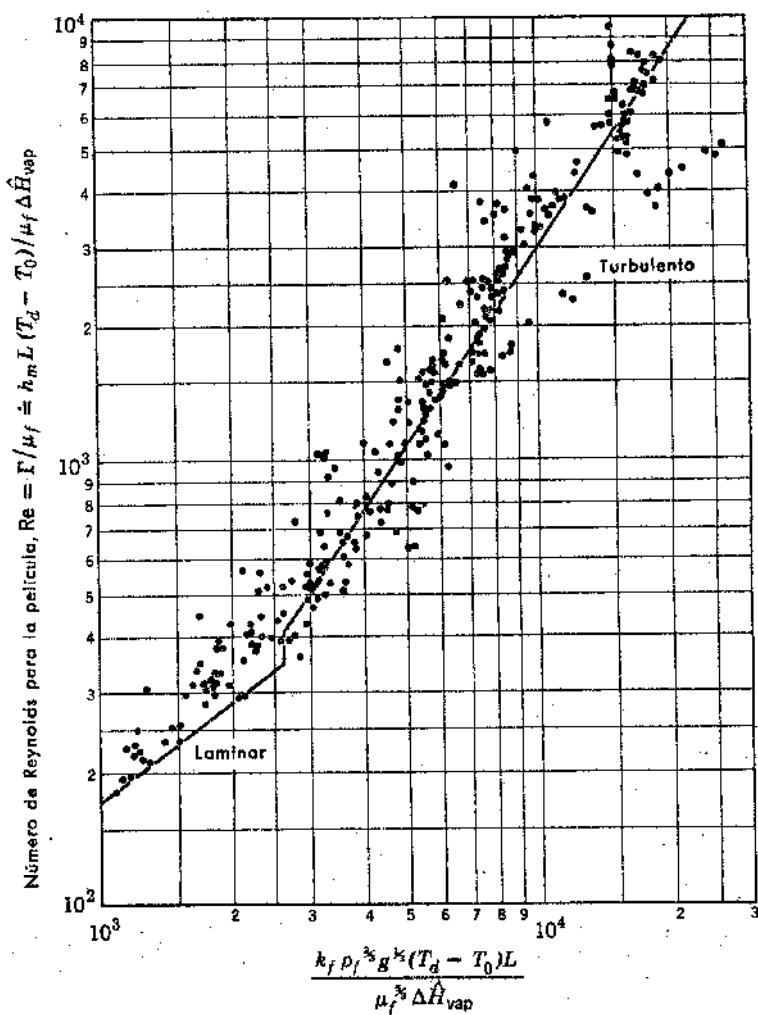


Figura 6.22. Correlación de datos de transmisión de calor para la condensación en película de vapores puros en superficies verticales

**Tubos horizontales:** Los resultados de Nusselt para condensación en película sobre un tubo horizontal de diámetro D, longitud L, y temperatura  $T_0$  en la superficie constante se expresan:

$$h_m = 0,954 \left[ \frac{k_f^3 \rho_f^2 g L}{\mu_f w} \right]^{1/3}$$

y

$$h_m = 0,725 \left[ \frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta \hat{H}_{vapor}}{\mu_f D(T_d - T_0)} \right]^{1/4}$$

siendo  $w/L$  la velocidad máscia de condensación por unidad de longitud de tubo. Éstas se cumplen con una aproximación del +/- 10% para tubos horizontales únicos.

Para haces de tubos horizontales, aquellos que se encuentran en la misma hilera vertical reciben el condensado de los tubos superiores. Para utilizar la ecuación anterior se define una carga media por tubo basada en el flujo de masa total condensado en la hilera vertical, tal que,

$$\Gamma'_s = \frac{w}{L \cdot n}$$

Siendo:

- W el condensado total de la hilera
- L la longitud del tubo
- N el número de tubos de la hilera vertical

Como algo del consensado salpica fuera de cada tubo en lugar de gotear al inmediato inferior, se calcula,

$$\Gamma'_s = \frac{w}{L \cdot n^{2/3}}$$

que llevada a la ecuación del coeficiente de transmisión del calor se transforma en,

$$h_m = 0,725 \left[ \frac{k_f^3 \rho_f^2 g \Delta \hat{H}_{vapor}}{n^{2/3} \mu_f D(T_d - T_0)} \right]^{1/4}$$

que tiene representación en forma de nomograma [PERRY, página 732], ampliamente difundida. Ver Figura 6.25, página 45.

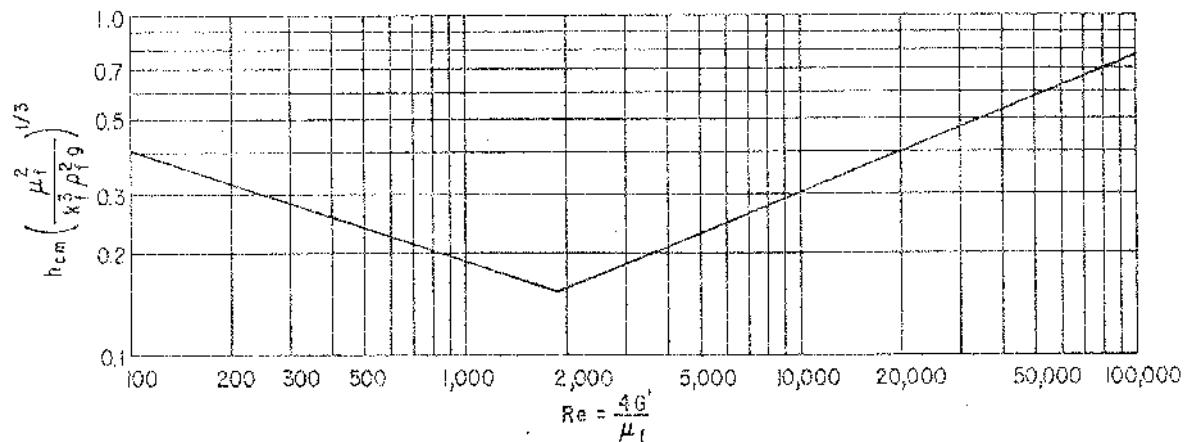
Además, una gráfica [McCabe – Smith, página 388] que representa

$$h_m \left( \frac{\mu_f^2}{k_f^3 \rho_f^2 g} \right)^{1/3} = \Phi \left( \frac{4\Gamma}{\mu_f} \right)$$

Se utiliza para tubos horizontales (línea AA) en la región laminar, y para verticales (línea BB) en igual régión. Para  $\frac{4\Gamma}{\mu_f} > 2100$  se considera turbulencia y  $h_m$  crece con el número de

Reynolds. Como en tubos horizontales no se puede representar, quedando solo la de verticales (linea CC).

Los coeficientes de transmisión del calor para tubos horizontales únicos son en general mayores que los de tubos verticales semejantes y en iguales condiciones. Solamente se prefieren tubos verticales en el subenfriamiento del condensado. La figura 6.24 se usa tanto para tubos horizontales o verticales.



*Figura 6.23. Condensación en tubos verticales*

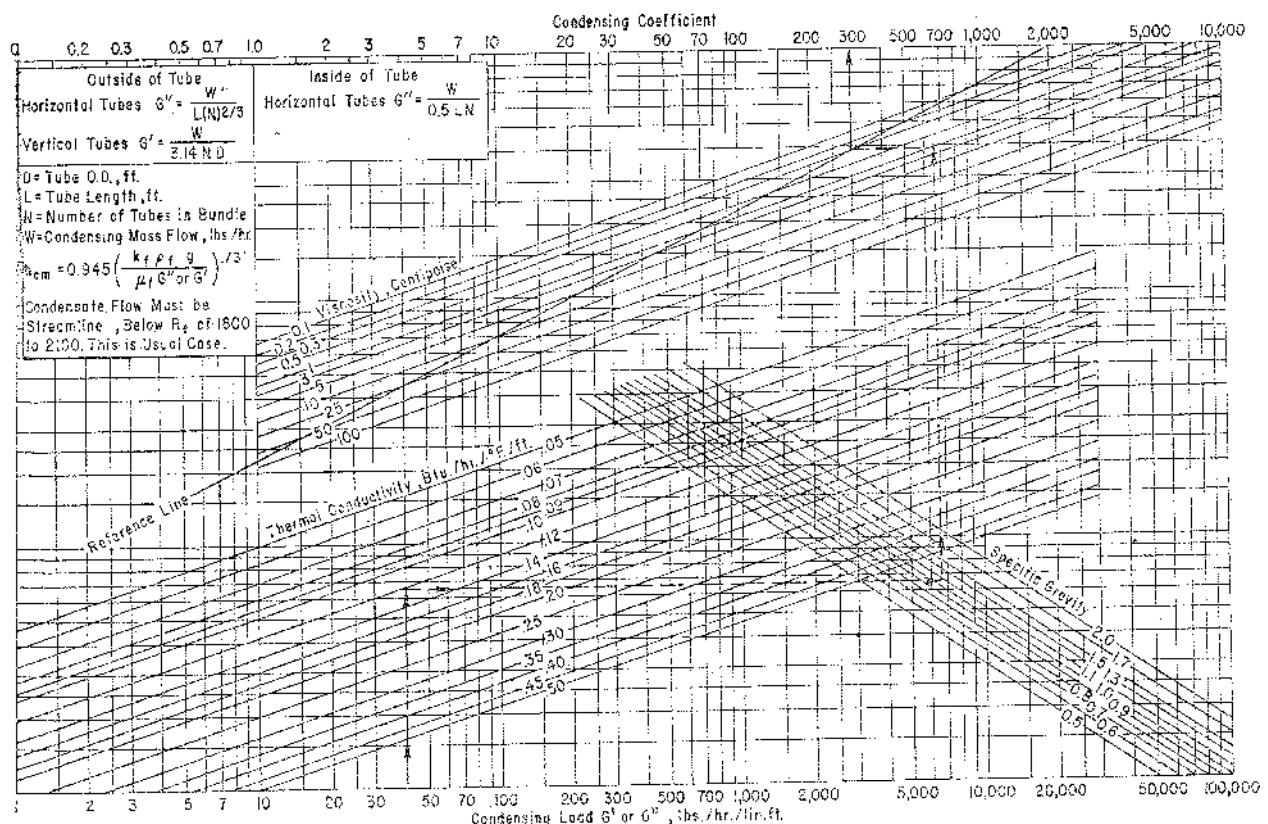


Figura 6.24. Condensación en tubos verticales u horizontales

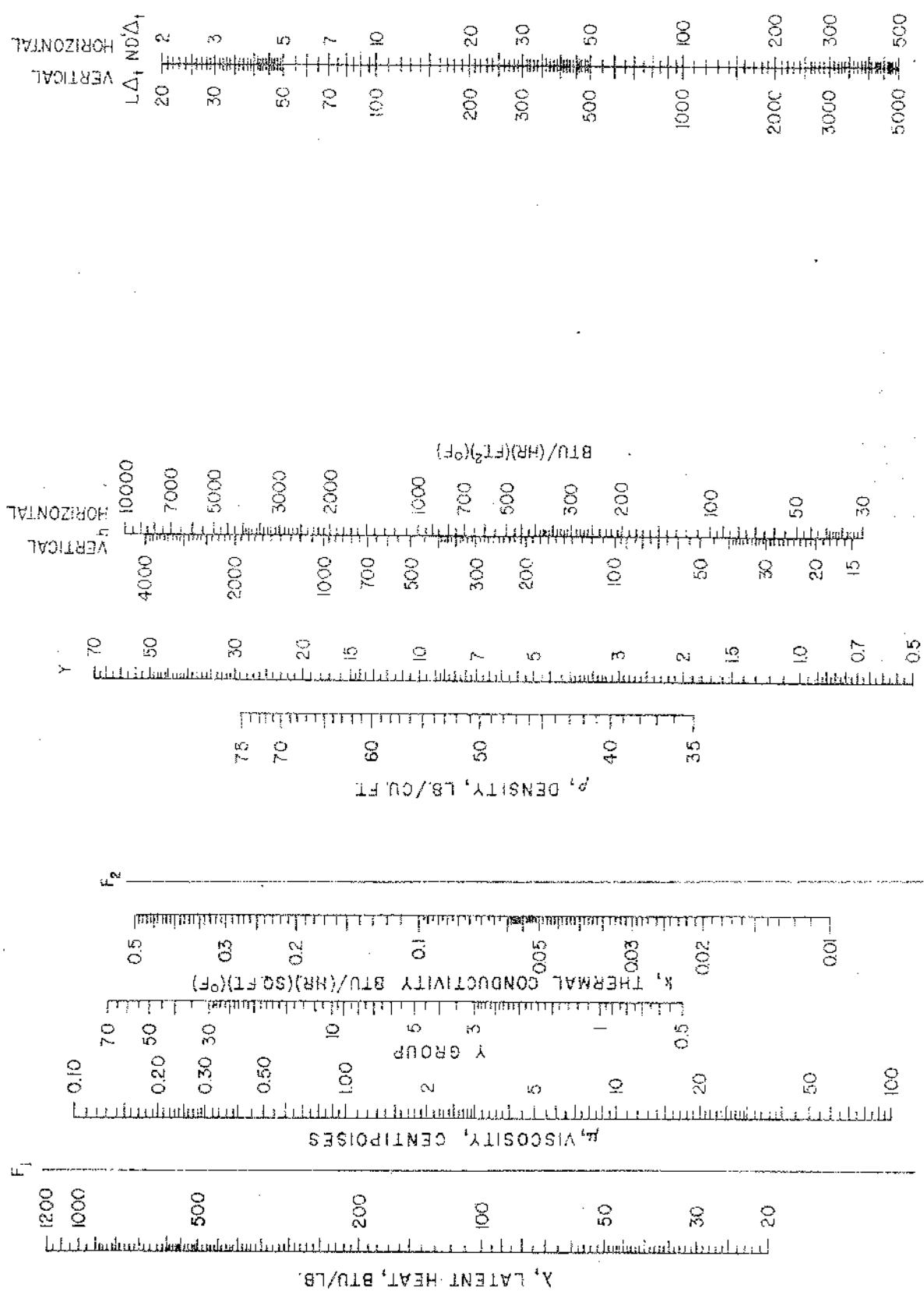


Figura 6.25.