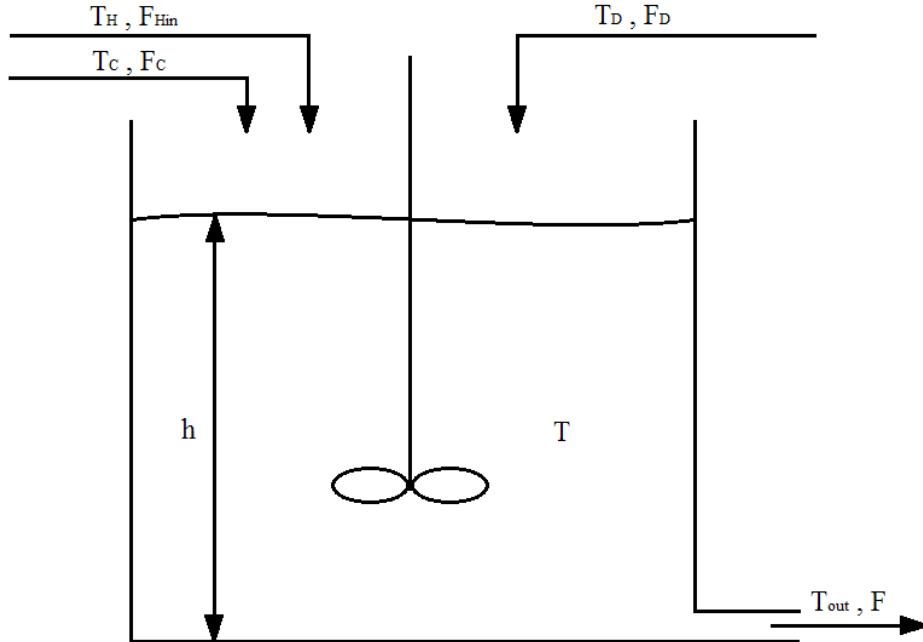


Technika Automatyzacji Procesów – projekt
 semestr letni 2017

I sprawozdanie częściowe

Zbiornik z mieszaniem
 (zadanie 3)



Mieszanie wody gorącej (T_H, F_H) z zimną (T_C, F_C) z dopływem zakłócającym (T_D, F_D).
 Równania opisujące działanie obiektu:

$$\begin{cases} A \frac{dh}{dt} = F_H + F_C + F_D - F(h) \\ A \cdot h \frac{dT}{dt} = F_H \cdot T_H + F_C \cdot T_C + F_D \cdot T_D - (F_H + F_C + F_D) \cdot T \\ F(h) = \alpha \sqrt{h}, T_{out}(t) = T(t - \tau), F_H(t) = F_{Hin}(t - \tau_H) \end{cases}$$

Po przekształceniu:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{F_H + F_C + F_D - \alpha \sqrt{h}}{A} \\ \frac{dT}{dt} = \frac{F_H \cdot T_H + F_C \cdot T_C + F_D \cdot T_D - (F_H + F_C + F_D) \cdot T}{A \cdot h} \end{cases}$$

Stałe:

$$A = 500 \text{ cm}^2, \alpha = 22$$

Punkt pracy:

$$\begin{aligned} T_{C0} &= 17^\circ C, T_{H0} = 75^\circ C, T_{D0} = 42^\circ C, \\ F_{C0} &= 60 \text{ cm}^3/\text{s}, F_{H0} = 20 \text{ cm}^3/\text{s}, F_{D0} = 15 \text{ cm}^3/\text{s}, \\ \tau_H &= 230 \text{ s}, h_0 = 18,65 \text{ cm}, T_0 = 33,16^\circ C \end{aligned}$$

- a) Modele zlinearyzowane (ciągły w postaci równań stanu i transmitancji) we wskazanym punkcie pracy

Ze względu na nieliniowość równań różniczkowych opisujących działanie obiektu należy poddać je linearyzacji we wskazanym punkcie pracy. Równania po linearyzacji mają następującą postać:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} \approx \frac{1}{A} \left(\frac{-\alpha \sqrt{h_0}}{2\sqrt{h_0}} h + F_H + F_C + F_D - \frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2} \right) \\ \frac{dT}{dt} \approx \frac{1}{Ah_0} \left[-\left(\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{h_0} \right) h - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) T \right. \\ \quad \left. + (T_{H0} - T_0) F_H + F_{H0} T_H + (T_{C0} - T_0) F_C + F_{C0} T_C + (T_{D0} - T_0) F_D + F_{D0} T_D \right] \end{cases}$$

Dla wektorów zmiennych stanu, wejścia i wyjścia w postaci:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + E \\ y(t) &= C x(t) + D u(t) \end{aligned}$$

, gdzie:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \mathbf{0}, E = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha \sqrt{h_0}}{2A} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.0051 & 0 \\ 1.15 \cdot 10^{-6} & -0.0102 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.002 & 0 & 0.002 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0.0045 & 0.0021 & -0.0017 & 0.0064 & 0.0009 & 0.0016 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -\alpha \sqrt{h_0} \\ 2A \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

Następnie za pomocą funkcji programu Matlab wyznaczono model w postaci transmitancji:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) & G_{14}(s) & G_{15}(s) & G_{16}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) & G_{24}(s) & G_{25}(s) & G_{26}(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(s)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.004487s+2.286 \cdot 10^{-5}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.002145}{s+0.01019} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{-0.001733s-8.826 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.006434}{s+0.01019} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.000948s+4.832 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.001609}{s+0.01019} \end{bmatrix}$$

Model w postaci transmitancji można zastosować tylko w przypadku modeli liniowych (zlinearyzowanych). Transmitancja jest uproszczeniem, gdyż nie zawiera informacji na temat warunków początkowych oraz stałych.

Powyżej wyznaczono modele zlinearyzowane bez występujących opóźnień występujących w obiekcie. Uwzględniając opóźnienia dla wektorów zmiennych stanu, wejść i wyjście w postaci:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix}, x(t-\tau_H) = \begin{bmatrix} h(t-\tau_H) \\ T(t-\tau_H) \end{bmatrix}, x(t-\tau) = \begin{bmatrix} h(t-\tau) \\ T(t-\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(t-\tau) \\ T_{out}(t) \end{bmatrix},$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix}, u(t-\tau_H) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t-\tau_H) \\ T_H(t-\tau_H) \\ F_C(t-\tau_H) \\ T_C(t-\tau_H) \\ F_D(t-\tau_H) \\ T_D(t-\tau_H) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t-\tau_H) \\ F_C(t-\tau_H) \\ T_C(t-\tau_H) \\ F_D(t-\tau_H) \\ T_D(t-\tau_H) \end{bmatrix}, u(t-\tau) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t-\tau) \\ T_H(t-\tau) \\ F_C(t-\tau) \\ T_C(t-\tau) \\ F_D(t-\tau) \\ T_D(t-\tau) \end{bmatrix}, y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T_{out}(t) \end{bmatrix}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{A}_1x(t-\tau_H) + \mathbf{B}_1u(t-\tau_H) + \mathbf{A}_2x(t-\tau) + \mathbf{B}_2u(t-\tau) + \mathbf{E}$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) + \mathbf{C}_1x(t-\tau_H) + \mathbf{D}_1u(t-\tau_H) + \mathbf{C}_2x(t-\tau) + \mathbf{D}_2u(t-\tau)$$

, gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, A_1 = \mathbf{0}, A_2 = \mathbf{0}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \mathbf{0},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \mathbf{0}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \mathbf{0}, D_1 = \mathbf{0}, D_2 = \mathbf{0}, E = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha\sqrt{h_0}}{2A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Oraz model w postaci transmitancji:

$$G(s)^r = \begin{bmatrix} \frac{0.002}{s+0.005094} \cdot e^{-230s} & \frac{0.004487s + 2.286 \cdot 10^{-5}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-500s} \\ 0 & \frac{0.002145}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{-0.001733s - 8.826 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270s} \\ 0 & \frac{0.006434}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.000948s + 4.832 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270s} \\ 0 & \frac{0.001609}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \end{bmatrix}$$

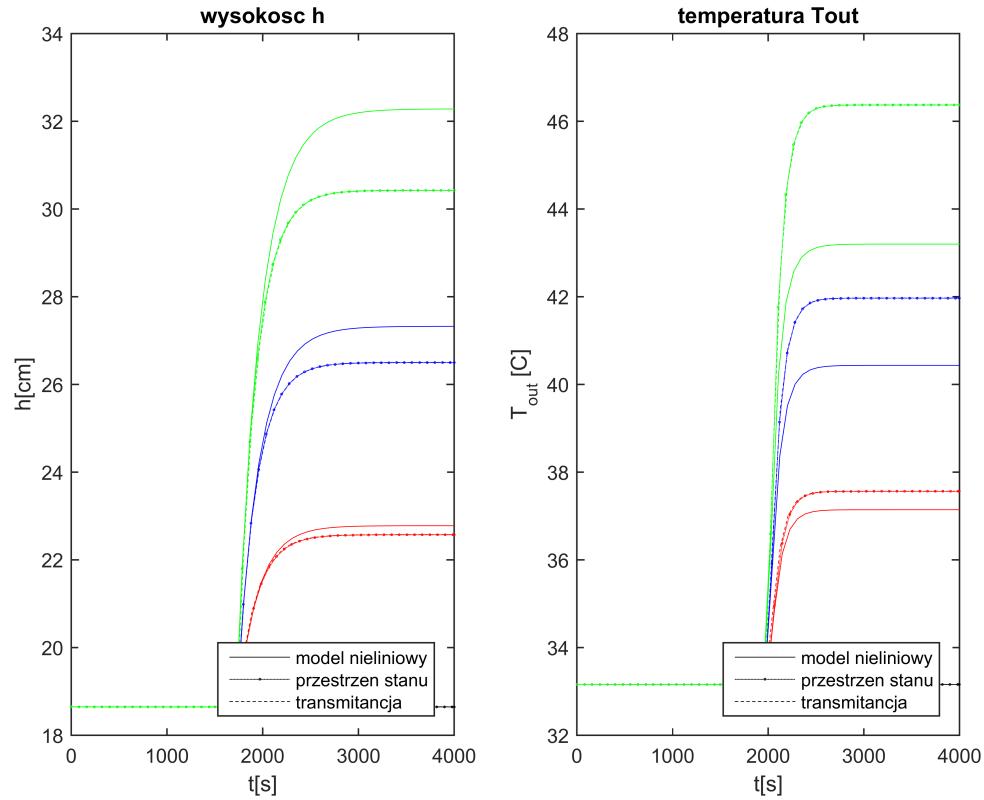
b) Porównanie działania modeli liniowych z działaniem modelu nieliniowego

Poniżej przedstawiono przebiegi otrzymane dla modelu nieliniowego i modelu zlinearyzowanego w postaci równań stanu oraz transmitancji. Dla zmiennych wejściowych zastosowano skoki (startując z podanego punktu równowagi – dla którego wykresy są oznaczone kolorem czarnym):

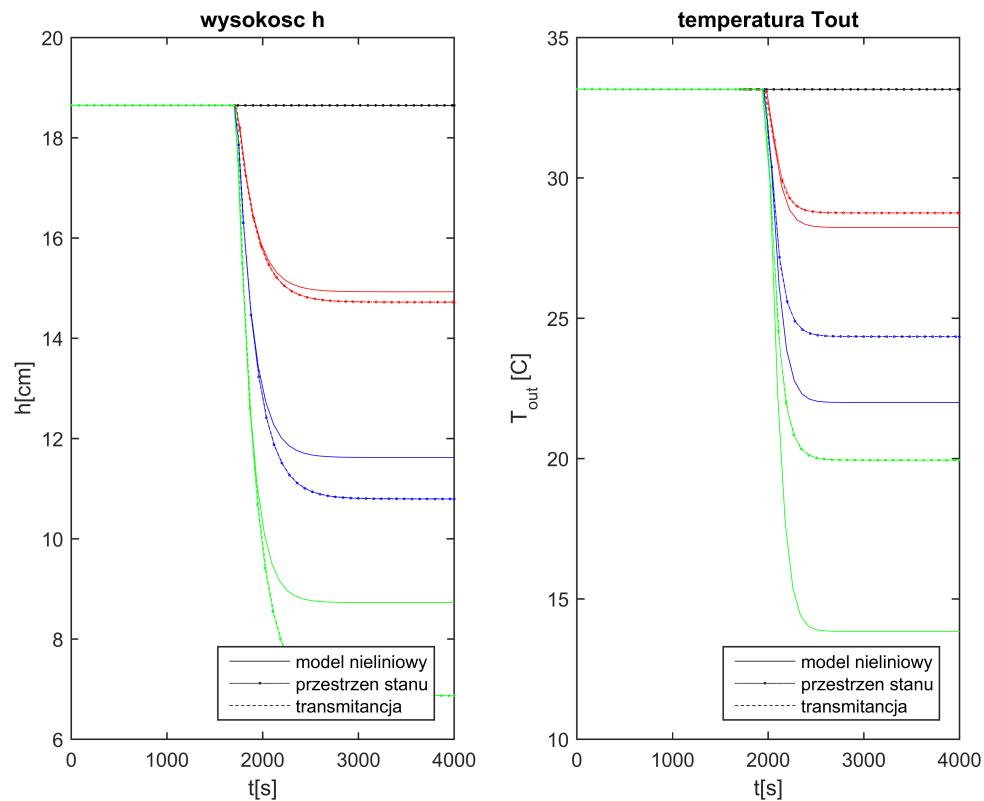
- +10 oraz -10 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem czerwonym;
- +20 oraz -20 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem niebieskim;
- +30 oraz -30 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem zielonym;

Wykresy dla transmitancji są poprowadzone linią przerywaną, dla modelu w przestrzeni stanu wykresy są zaprezentowane za pomocą linii kropkowanej z markerami, zaś dla modelu nieliniowego linią ciągłą. Skoki wprowadzane są w 1500 sekundzie czasu symulowanego.

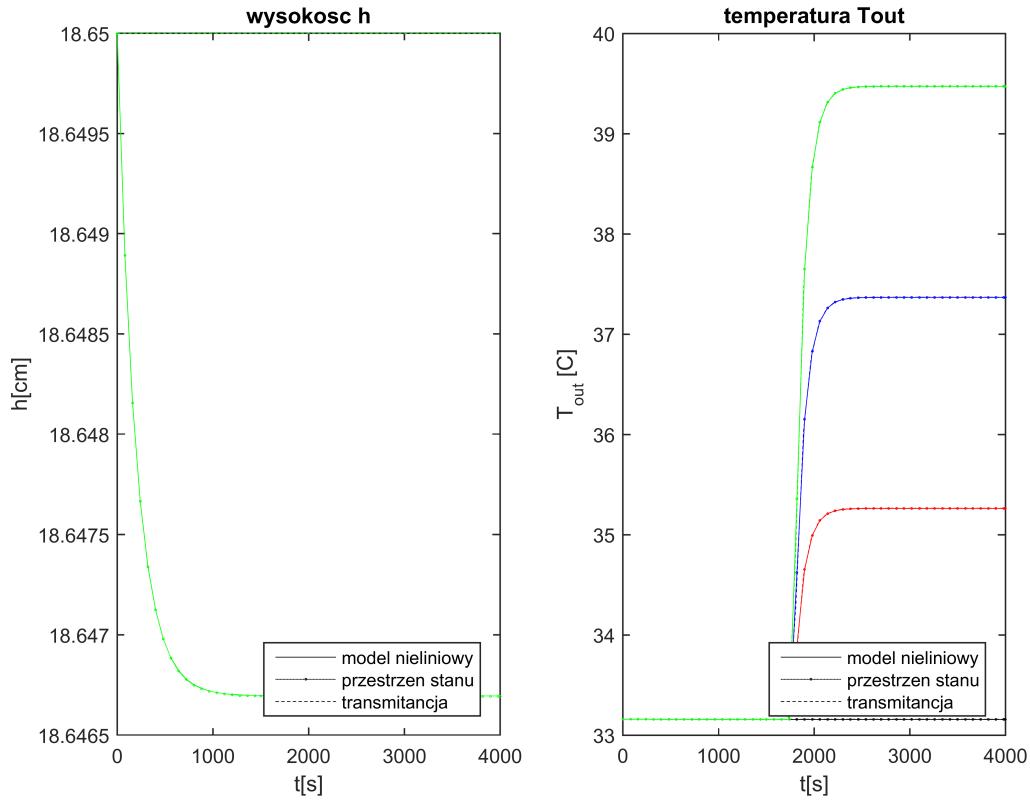
- Odpowiedzi na dodatni skok F_H :



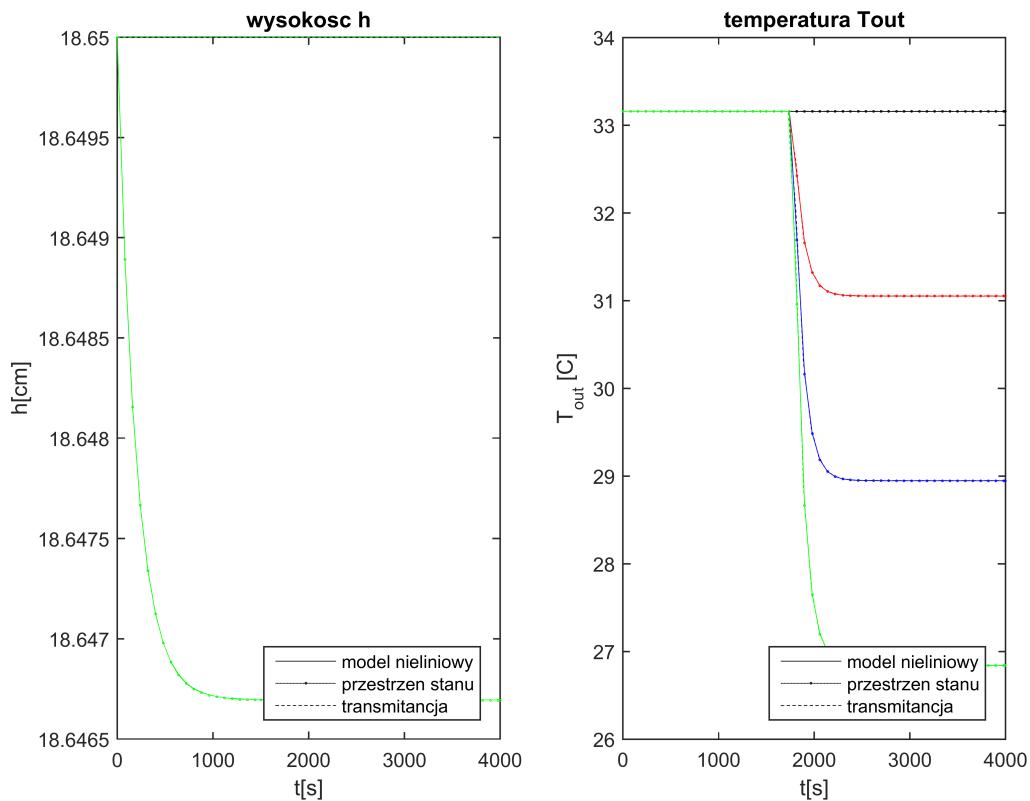
- Odpowiedzi na ujemny skok F_H :



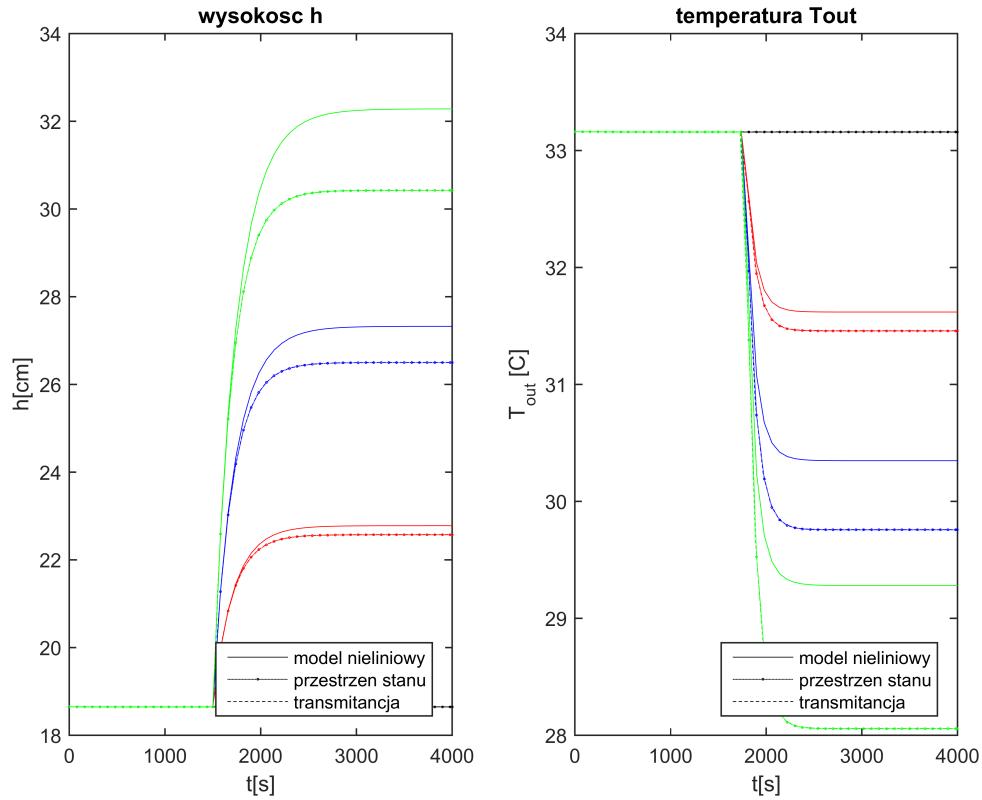
- Odpowiedzi na dodatni skok T_H :



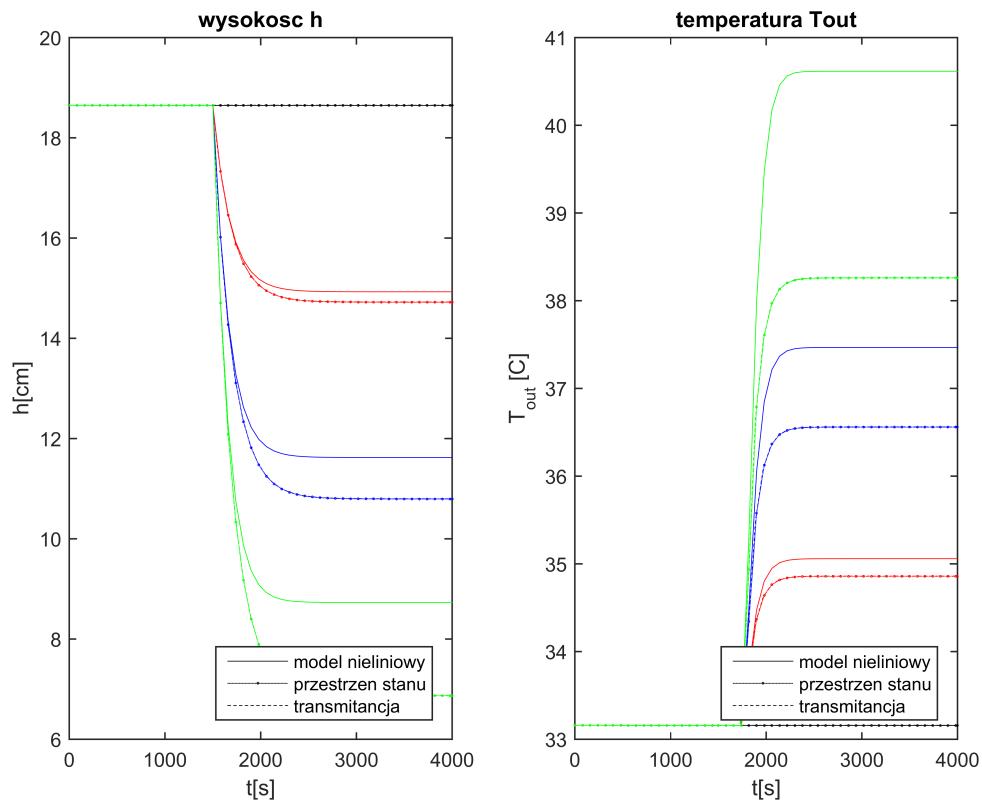
- Odpowiedzi na ujemny skok T_H :



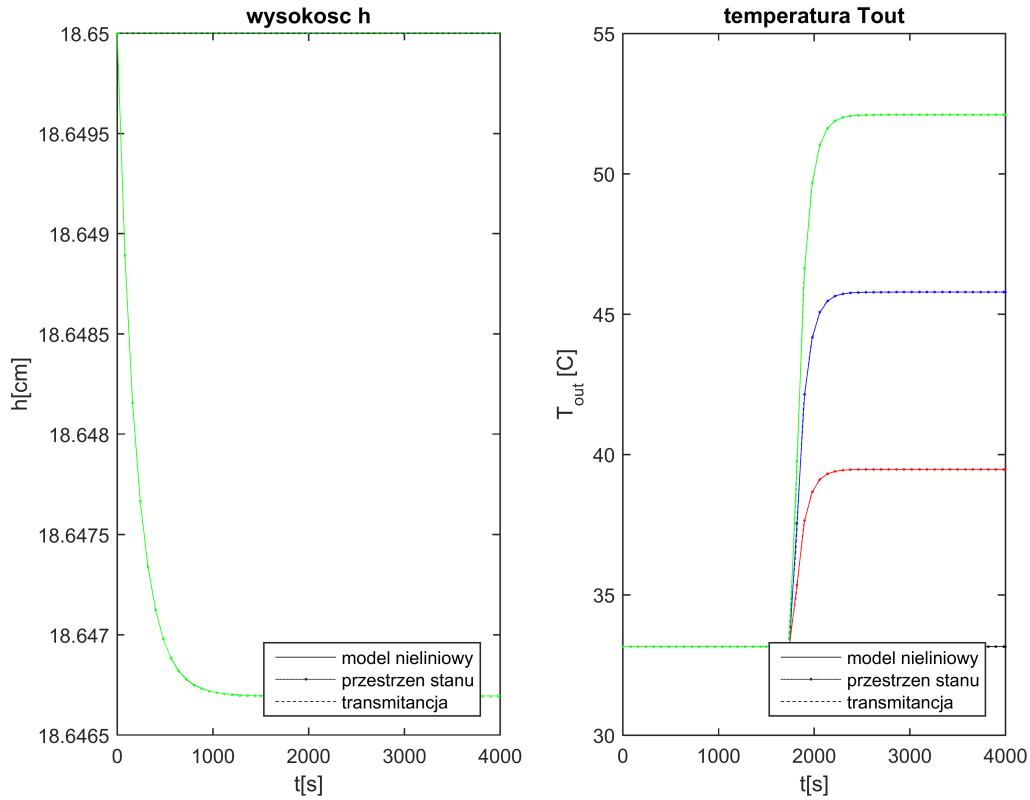
- Odpowiedzi na dodatni skok F_C :



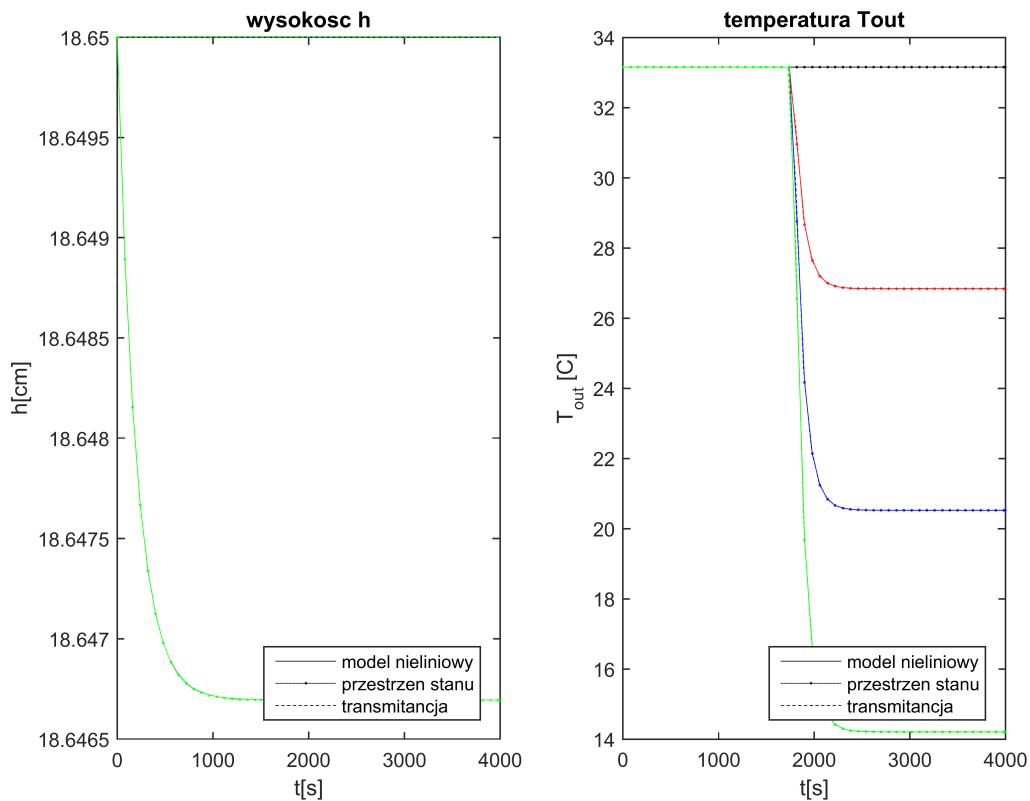
- Odpowiedzi na ujemny skok F_C :



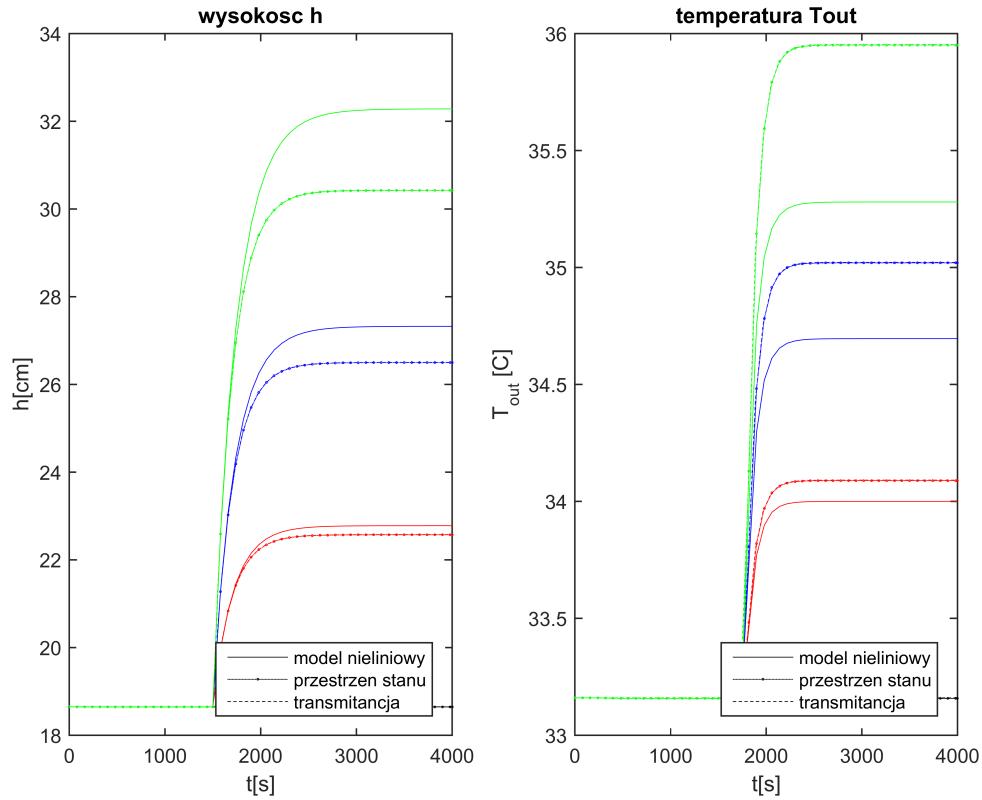
- Odpowiedzi na dodatni skok T_C :



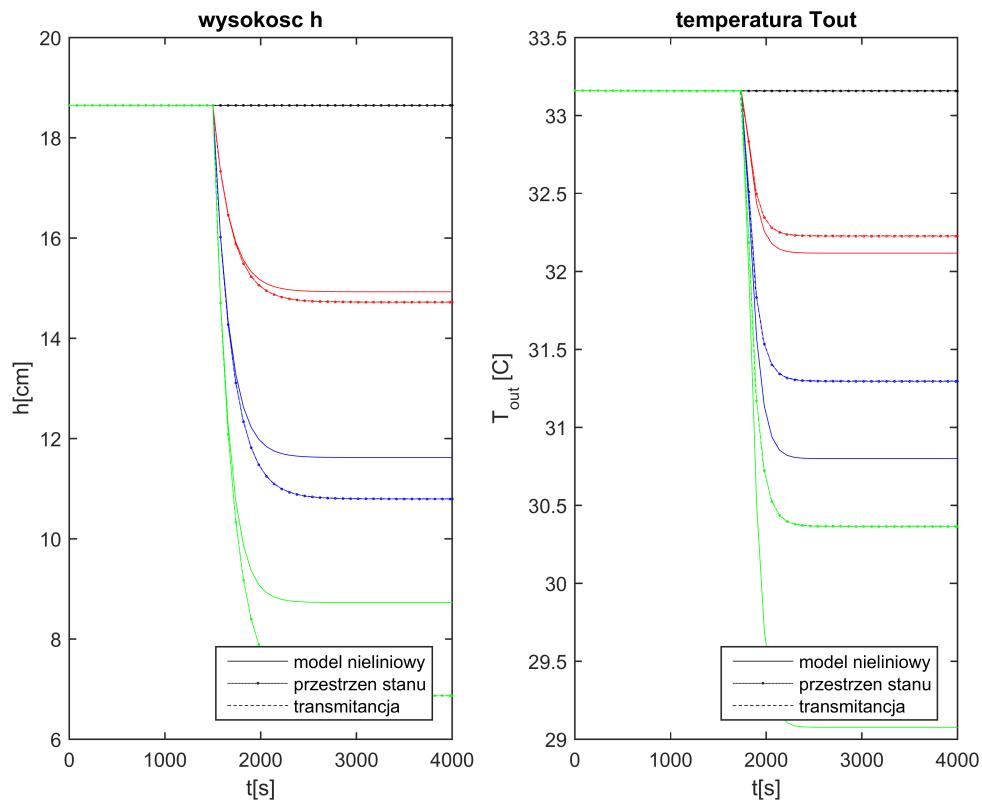
- Odpowiedzi na ujemny skok T_C :



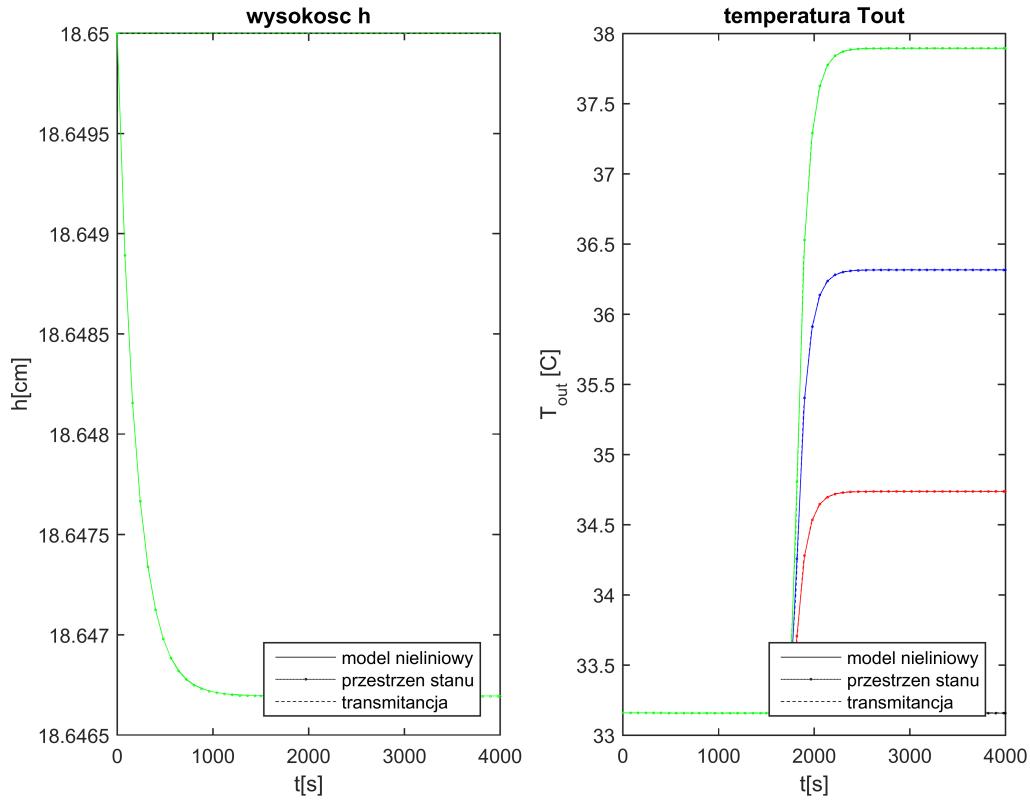
- Odpowiedzi na dodatni skok F_D :



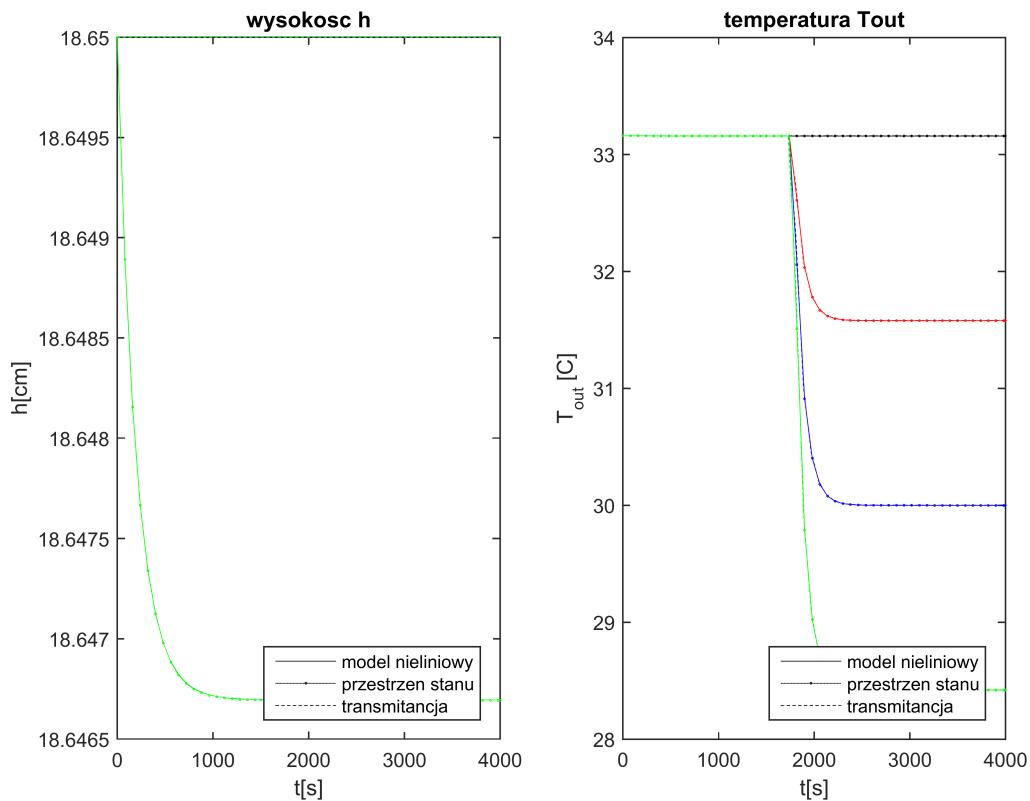
- Odpowiedzi na ujemny skok F_D :



- Odpowiedzi na dodatni skok T_D :



- Odpowiedzi na ujemny skok T_D :



- c) Dyskusja na temat jakości przybliżenia liniowego, w zależności od wielkości zmian sygnałów wejściowych

Odpowiedzi otrzymane dla modeli zlinearyzowanych w postaci równań stanu oraz transmitancji pokrywają się. Analizując otrzymane charakterystyki widoczny jest wyraźny wzrost wielkości błędu względnego (różnicy między wartościami uzyskiwanymi na podstawie modelu nieliniowego i modelu liniowego w postaci równań stanu) wraz ze wzrostem wartości bezwzględnej skoku wielkości wejściowej. Według modelu nie ma zależności pomiędzy wyjściem h a temperaturami T_H, T_C, T_D . Zatem ich skoki nie powodują zmiany wysokości słupa cieczy w zbiorniku. Dla skoków tych wielkości wejściowych nie występuje różnica pomiędzy odpowiedziami modelu nieliniowego i liniowego w postaci równań stanu. Widać tylko niewielką różnicę odpowiedzi tych modeli w stosunku do odpowiedzi transmitancji. Wynika to z faktu, iż punkt pracy podany w zadaniu $h_0 = 18,65$ w zadaniu nie odpowiada rzeczywistemu, który w przybliżeniu wynosi $h_0 = 18,6467$ cm i do niego dążą wartości odpowiedzi modeli w przestrzeni stanu.

- d) Modele liniowe, dyskretne (w postaci równań stanu i transmitancji)

Przyjęto okres próbkowania $T_p = 10$ s

Za pomocą funkcji programu Matlab wyznaczono model w postaci transmitancji:

$$G(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) & G_{13}(z) & G_{14}(z) & G_{15}(z) & G_{16}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) & G_{23}(z) & G_{24}(z) & G_{25}(z) & G_{26}(z) \end{bmatrix}$$

$$G(z)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} \cdot z^{-23} & \frac{0.02135z^2 + 0.001061z - 0.02029}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-50} \\ 0 & \frac{0.0102z + 0.0102}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \\ \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} & \frac{-0.008245z^2 - 0.0004095z + 0.007835}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-27s} \\ 0 & \frac{0.03061z + 0.03061}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \\ \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} & \frac{0.00451z^2 + 0.0002242z - 0.004286}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-27} \\ 0 & \frac{0.007653z + 0.007653}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \end{bmatrix}$$

Uwzględniając opóźnienia dla wektorów zmiennych stanu, wejść i wyjście w postaci:

$$\begin{aligned}
x(k) &= \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}, x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) = \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix}, x(k - \frac{\tau}{T_p}) = \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T(k - \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_{out}(k) \end{bmatrix}, \\
u(k) &= \begin{bmatrix} F_{Hin}(k) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}, u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H(k) \\ T_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix}, u(k - \frac{\tau}{T_p}) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_H(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix}, \\
y(t) &= \begin{bmatrix} h(k) \\ T_{out}(k) \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\begin{aligned}
x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + A_1x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + B_1u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + A_2x(k - \frac{\tau}{T_p}) + B_2u(k - \frac{\tau}{T_p}) + E \\
y(k) &= Cx(k) + Du(k) + C_1x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + D_1u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + C_2x(k - \frac{\tau}{T_p}) + D_2u(k - \frac{\tau}{T_p}) + F
\end{aligned}$$

, gdzie:

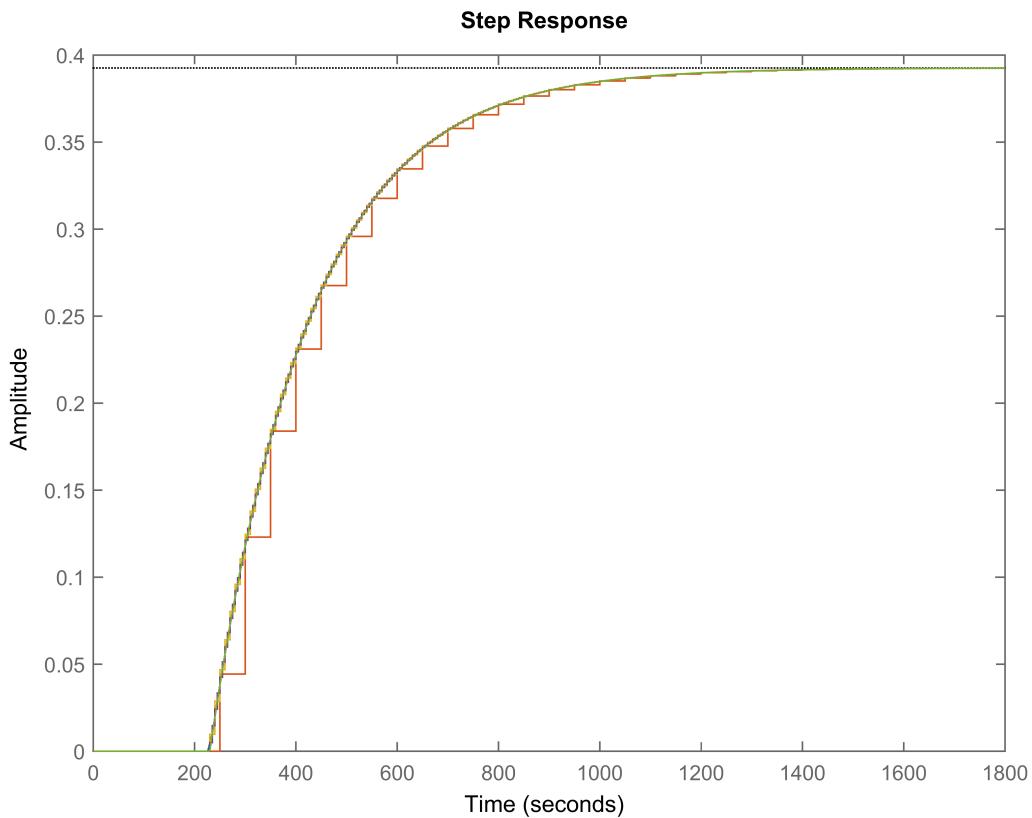
$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} 0.9503 & 0 \\ 1.067 \cdot 10^{-05} & 0.9031 \end{bmatrix}, A_1 = \mathbf{0}, A_2 = \mathbf{0}, \\
B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 \\ 0 & 0.02041 & -0.01649 & 0.06122 & 0.009021 & 0.01531 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.0195 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.04269 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
B_2 &= \mathbf{0}, C = \begin{bmatrix} 0.9752 & 0 \\ 5.335 \cdot 10^{-06} & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \mathbf{0}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.9515 \end{bmatrix}, \\
D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 \\ 0 & 0.0102 & -0.008245 & 0.03061 & 0.00451 & 0.007653 \end{bmatrix}, \\
D_1 &= \begin{bmatrix} 0.009752 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02135 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \mathbf{0}, E = \begin{bmatrix} -0.9265 \\ -5.0691 \cdot 10^{-06} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -0.4632 \\ -2.5346 \cdot 10^{-06} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Dokonanie dyskretyzacji układu wymaga odpowiedniego doboru czasu próbkowania, który umożliwi jak najlepsze odwzorowanie odpowiedzi modelu ciągłego stosując model dyskretny. Zwiększenie okresu próbkowania powoduje zwiększenie różnicy pomiędzy odpowiedzą modelu dyskretnego i ciągłego. Mniejsze wartości okresu próbkowania powodują zwiększenie kosztów oraz czasu obliczeń. Celem zatem jest uzyskanie kompromisu pomiędzy jakością dyskretyzacji,

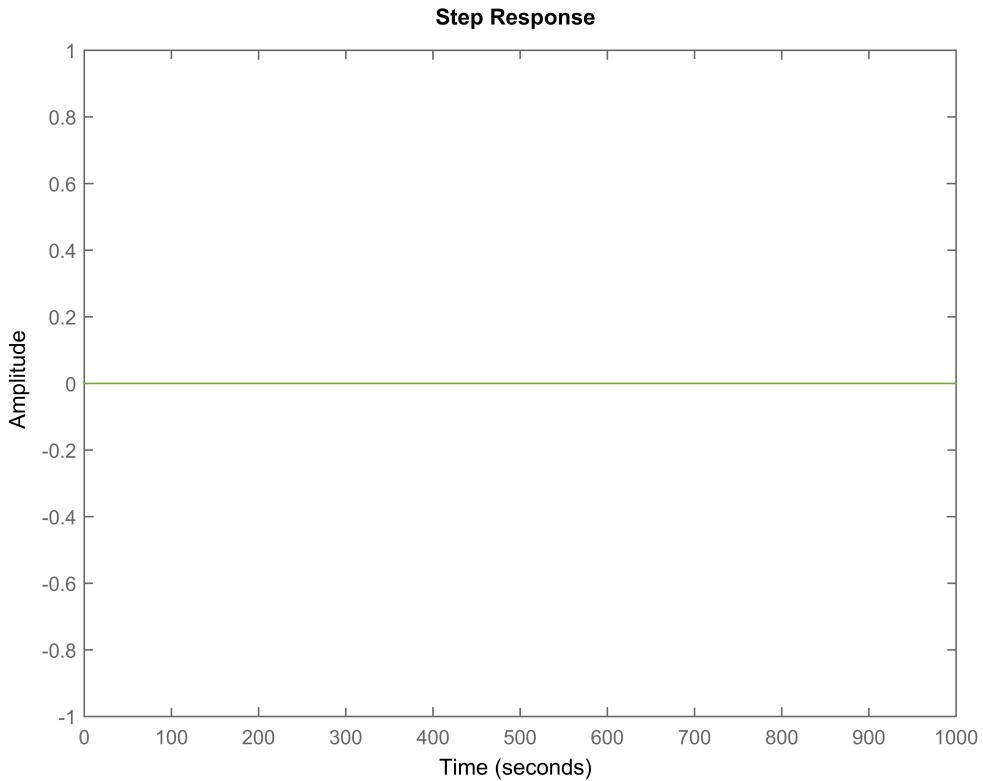
a czasem obliczeń (symulacji). Modele w postaci równań stanu oraz transmitancji wyznaczono za pomocą funkcji programu Matlab `c2d(sys1, Tp, metoda)`. Do wygenerowania modeli dyskretnych wykorzystano metodę trapezów. Przeanalizowano charakterystyki odpowiedzi na skok jednostkowy dla różnych kombinacji wejść oraz wyjść, stosując okresy próbkowania T_p równe 50s , 10s, 5s oraz 1s. Analizując wykresy umieszczone poniżej widać, że najlepsze wyniki utrzymuje się dla coraz mniejszych wartości okresu próbkowania, jednak zadowalające odpowiedzi uzyskuje się dla czasu próbkowania $T_p = 10s$. Okres próbkowania, dla którego występujące opóźnienia w układzie nie są jego wielokrotnością wprowadza błędy w odpowiedziach układu. Dla T_p równego 50s występują różne wielkości przesunięcia odpowiedzi modelu dyskretnego, względem odpowiedzi modelu ciągłego. Wynika to z zaokrąglenia liczby próbek prezentujących wartość opóźnienia. Opóźnienia występujące w układzie to $\tau_H = 230s$, $\tau = 270s$ i każde z nich jest zaokrąglane do liczby próbek równej 5, które w reprezentacji czasowej wynoszą 250s. Z tego względu występują różne wielkości przesunięcia odpowiedzi modelu dyskretnego z okresem próbkowania 50s, względem odpowiedzi modelu ciągłego. Wybór odpowiednio małego okresu próbkowania jest konieczny ze względu na szybkie zmiany amplitudy temperatury T_{out} w odpowiedzi na skok jednostkowy.

Otrzymane odpowiedzi na skok jednostkowy:

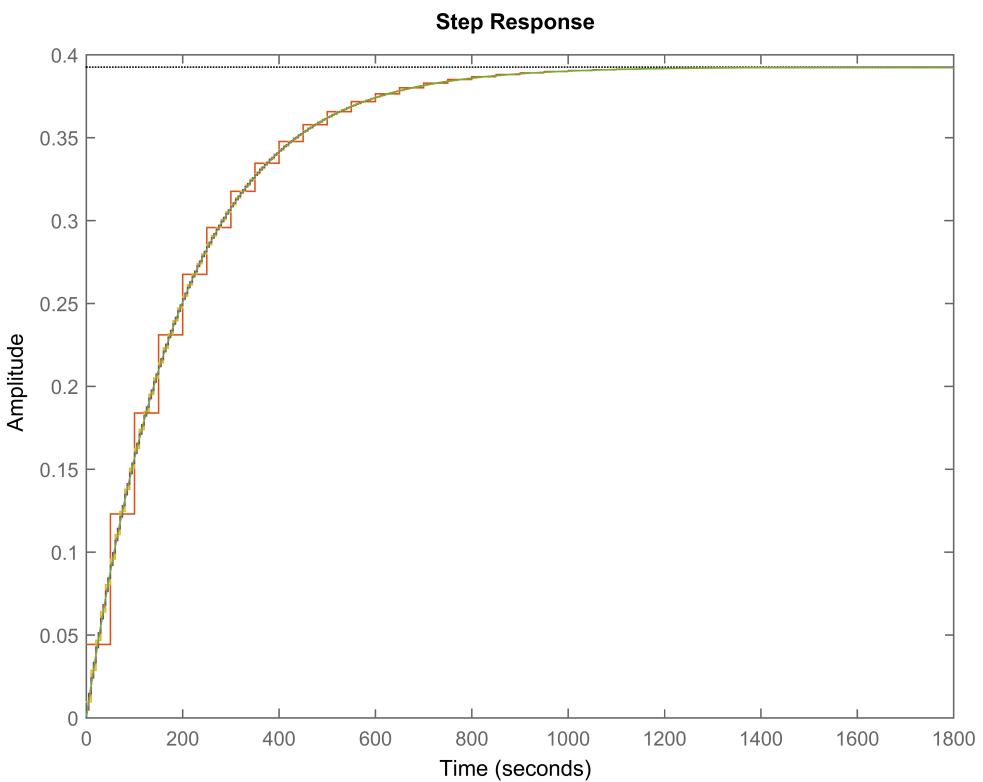
Wejście F_H wyjście h



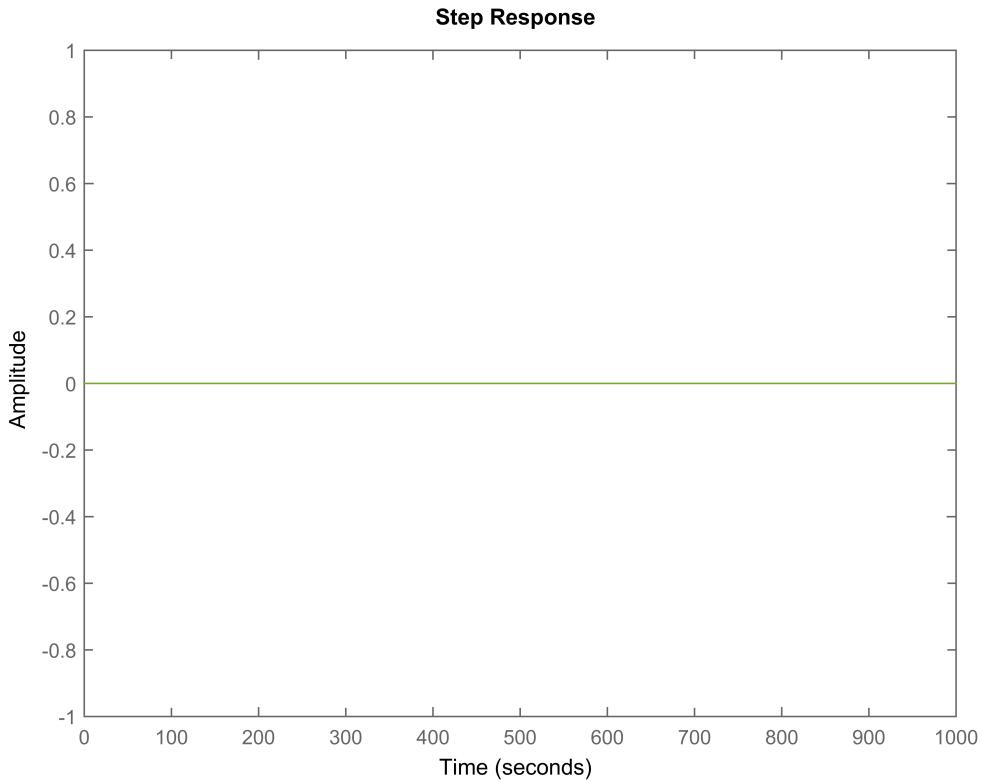
Wejście T_H wyjście h



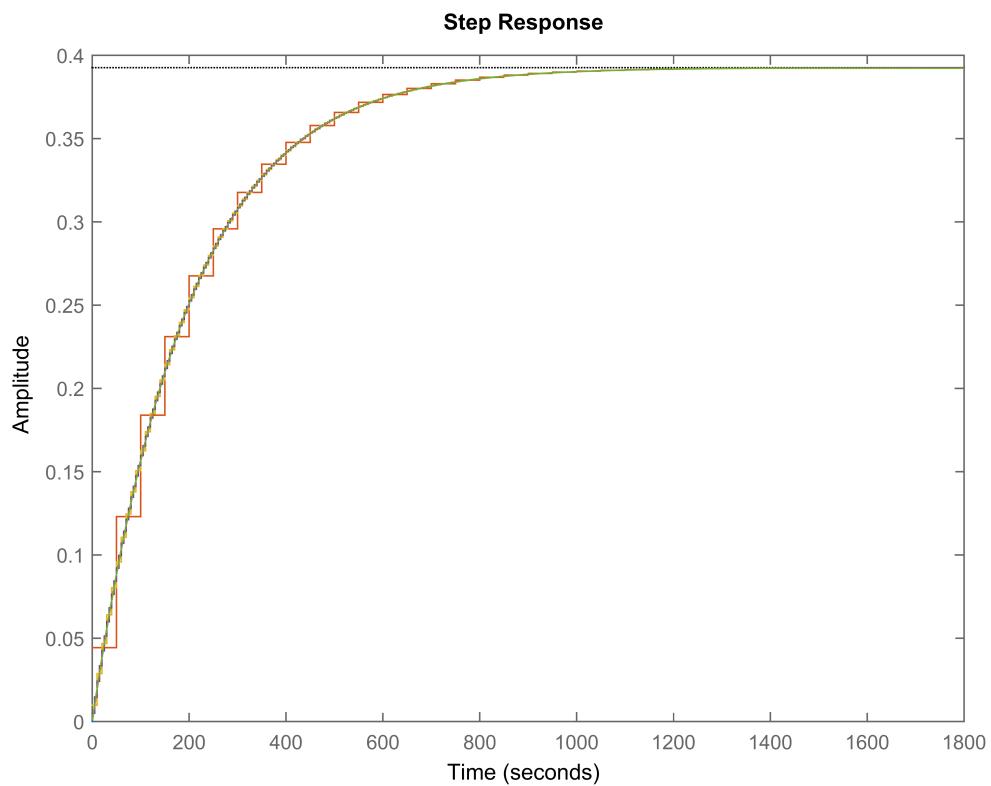
Wejście F_C wyjście h



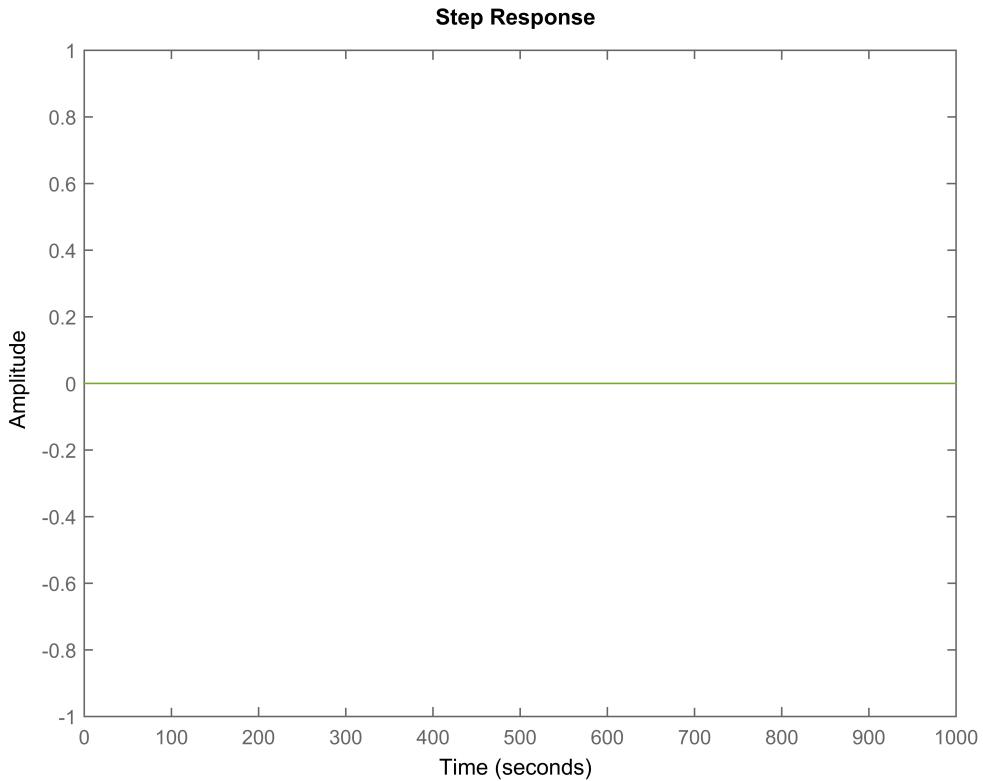
Wejście T_C wyjście h



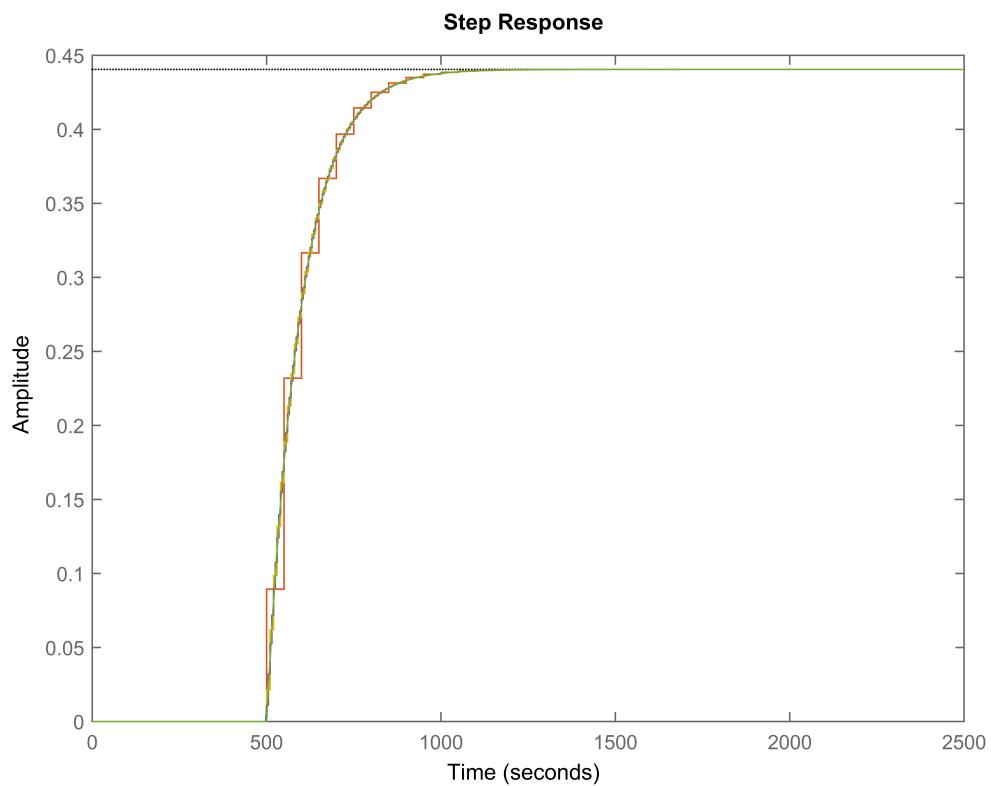
Wejście F_D wyjście h



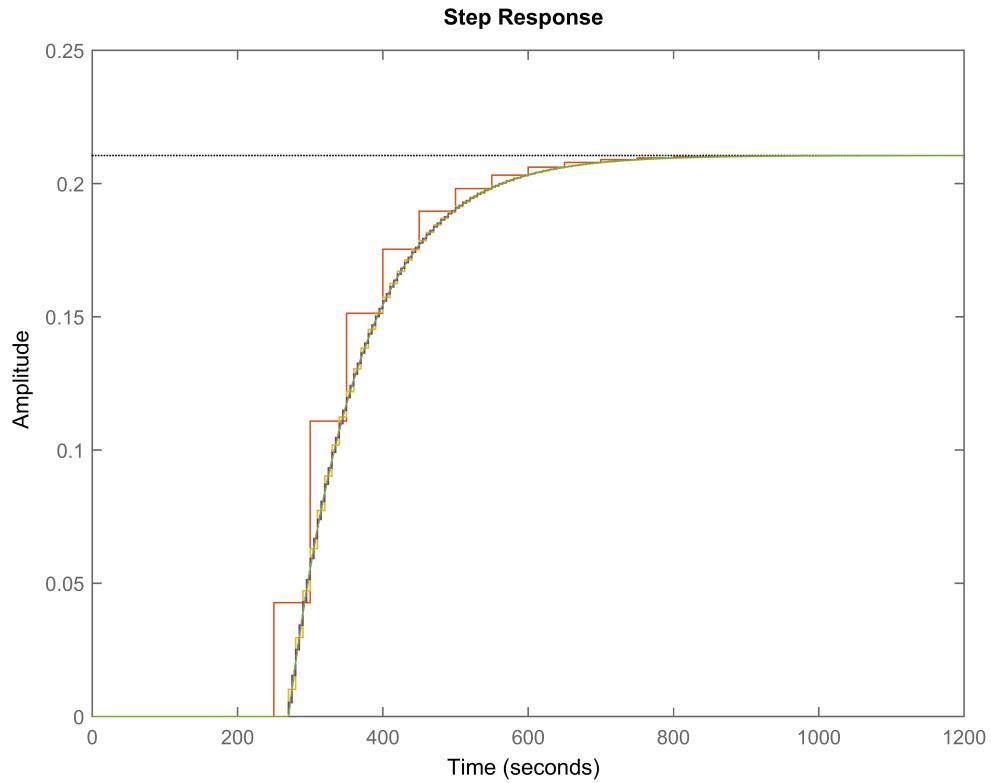
Wejście T_D wyjście h



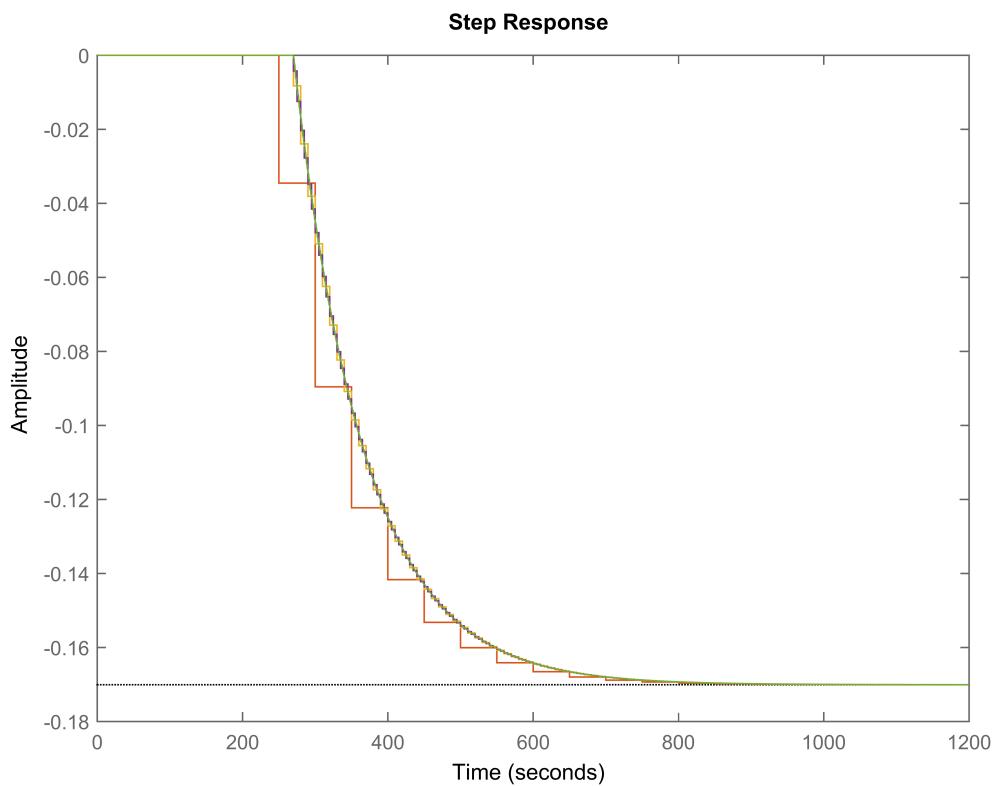
Wejście F_H wyjście T_{out}



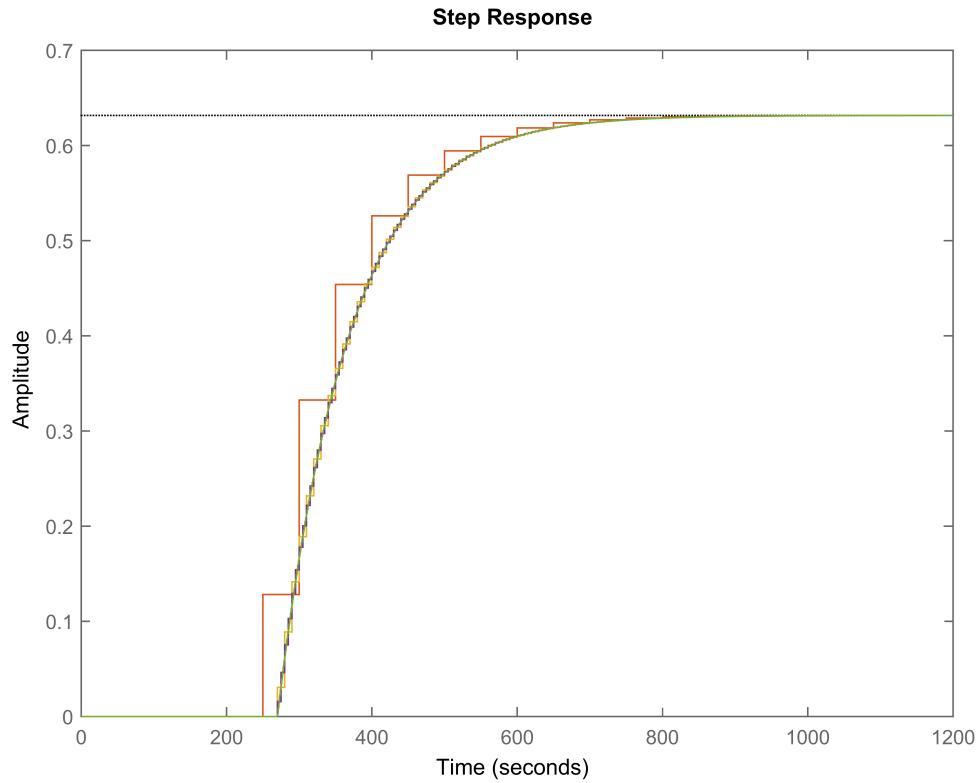
Wejście T_H wyjście T_{out}



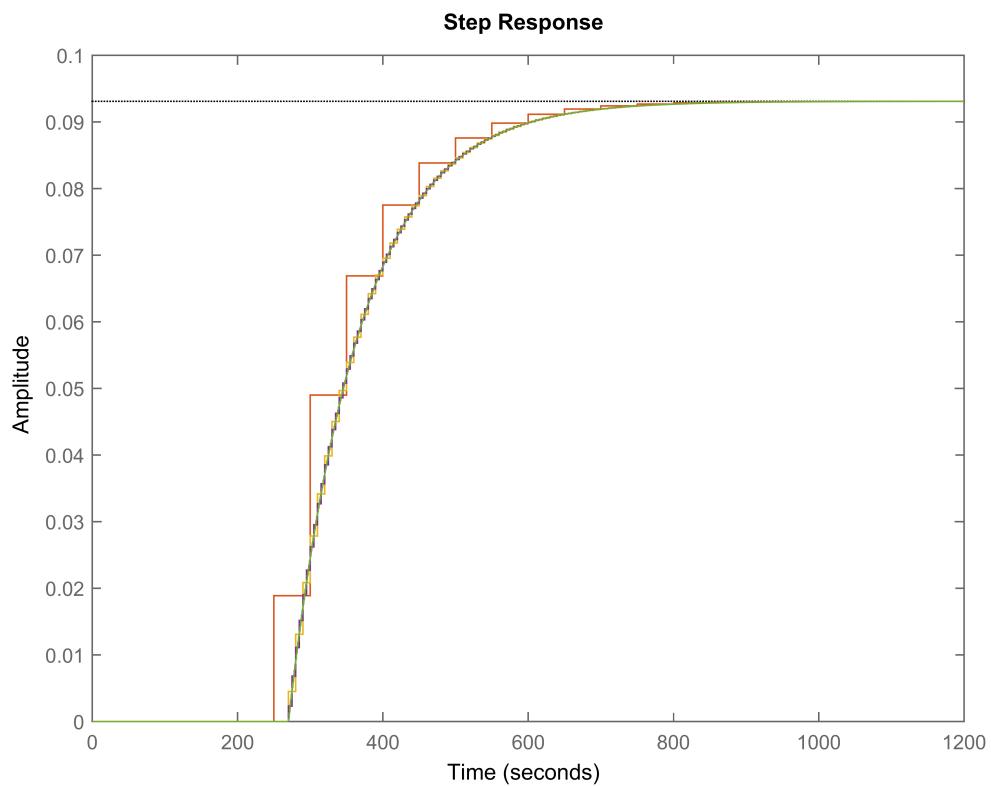
Wejście F_C wyjście T_{out}



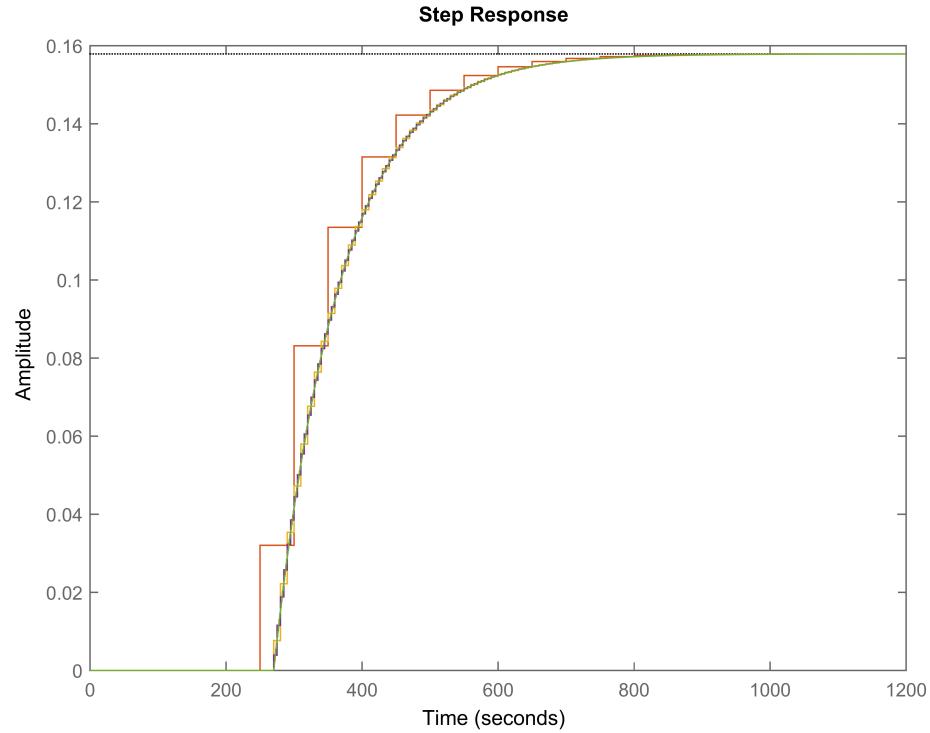
Wejście T_C wyjście T_{out}



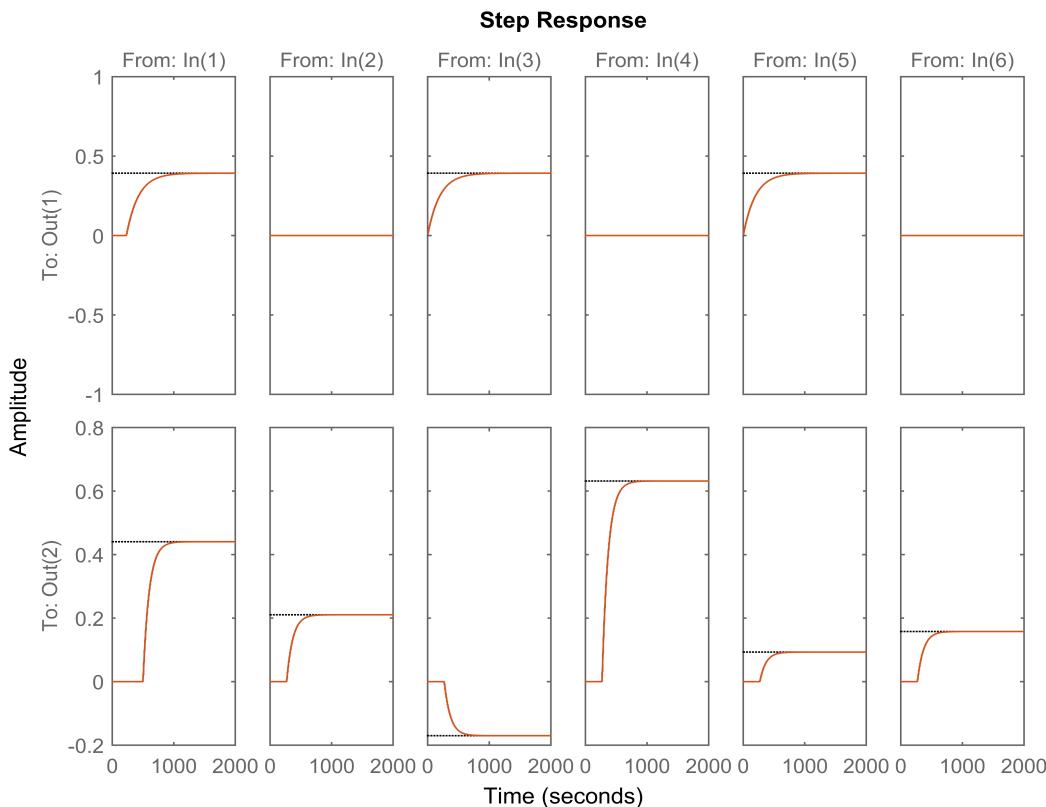
Wejście F_D wyjście T_{out}



Wejście T_D wyjście T_{out}



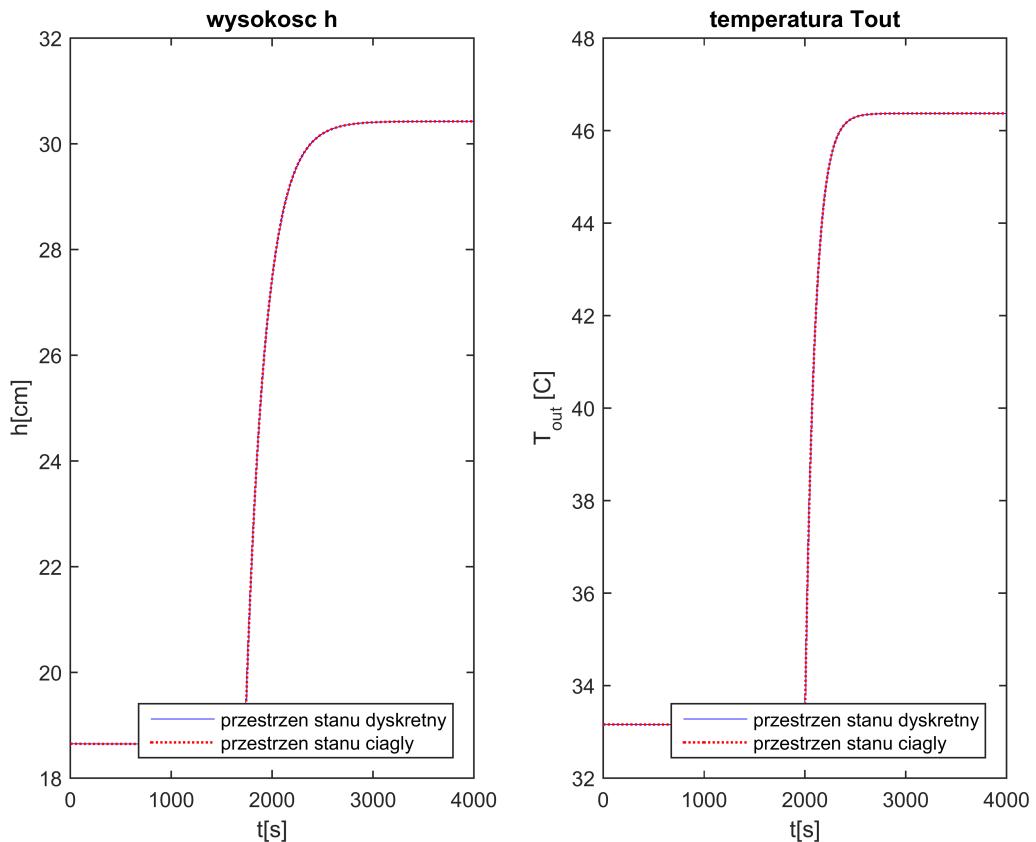
Modele wygenerowane na podstawie równań stanu i transmitancji zarówno dla reprezentacji ciągłej jak i dyskretnej generują takie same rezultaty działań – ich odpowiedzi pokrywają się.
Modele ciągły oraz dyskretny na podstawie transmitancji – odpowiedź skokowa:



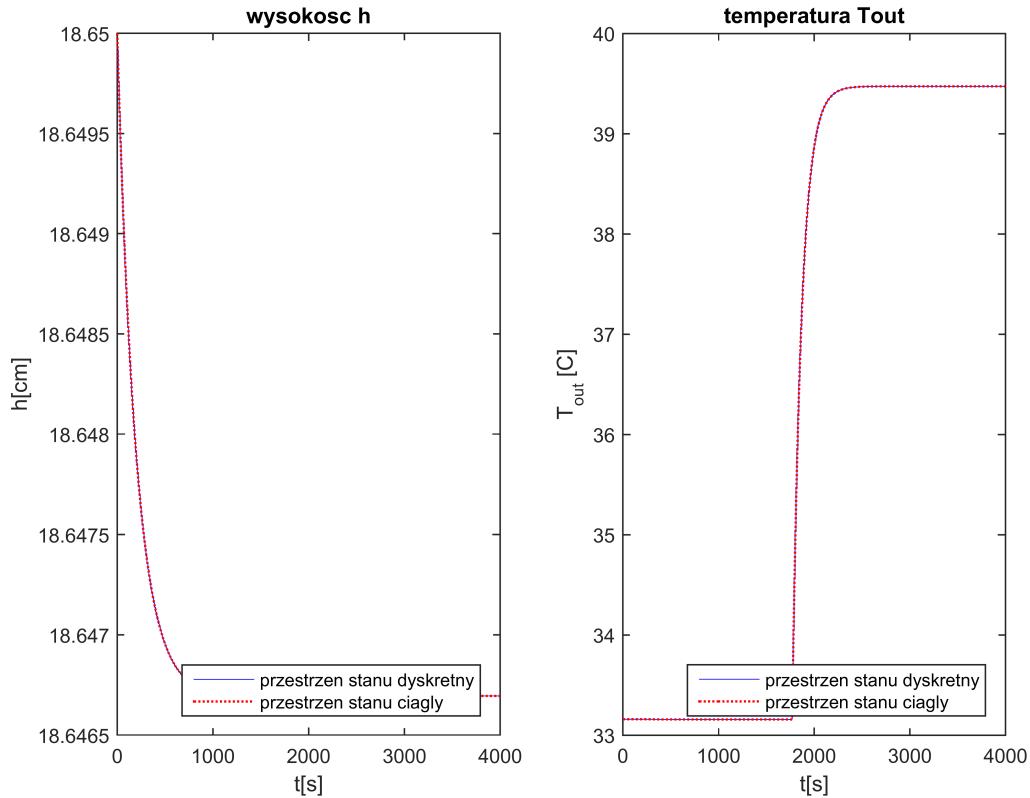
Odpowiedzi zlinearyzowanego modelu dyskretnego oraz ciągłego w postaci równań stanu również mają takie podobne przebiegi. Poniżej przedstawiono otrzymane dla tych modeli dla skoku zmiennych wejściowych o wartości $+30 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$ (dla przepływów) lub ${}^\circ\text{C}$ (dla temperatur).

Przebiegi startowały z podanego punktu równowagi. Wykresy dla modelu ciągłego w przestrzeni stanu są zaprezentowane za pomocą czerwonej linii kropkowanej, zaś dla modelu dyskretnego w przestrzeni stanu niebieska linią ciągłą. Skoki wprowadzane są w 1500 sekundzie czasu symulowanego.

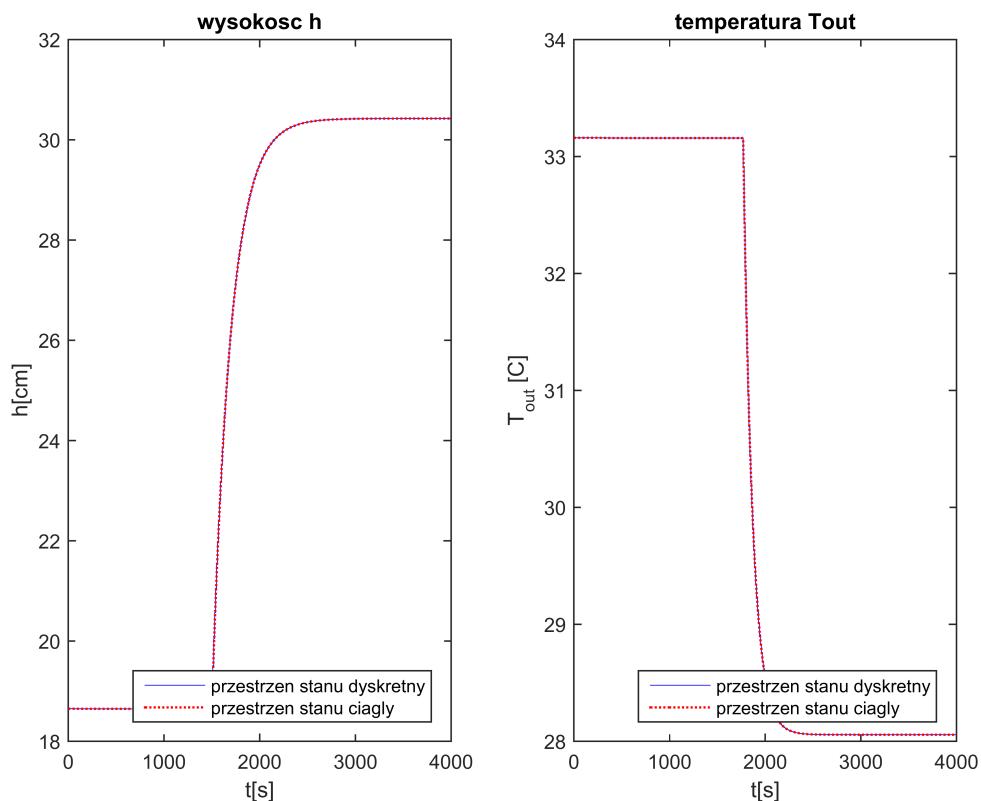
- Odpowiedzi na skok F_H :



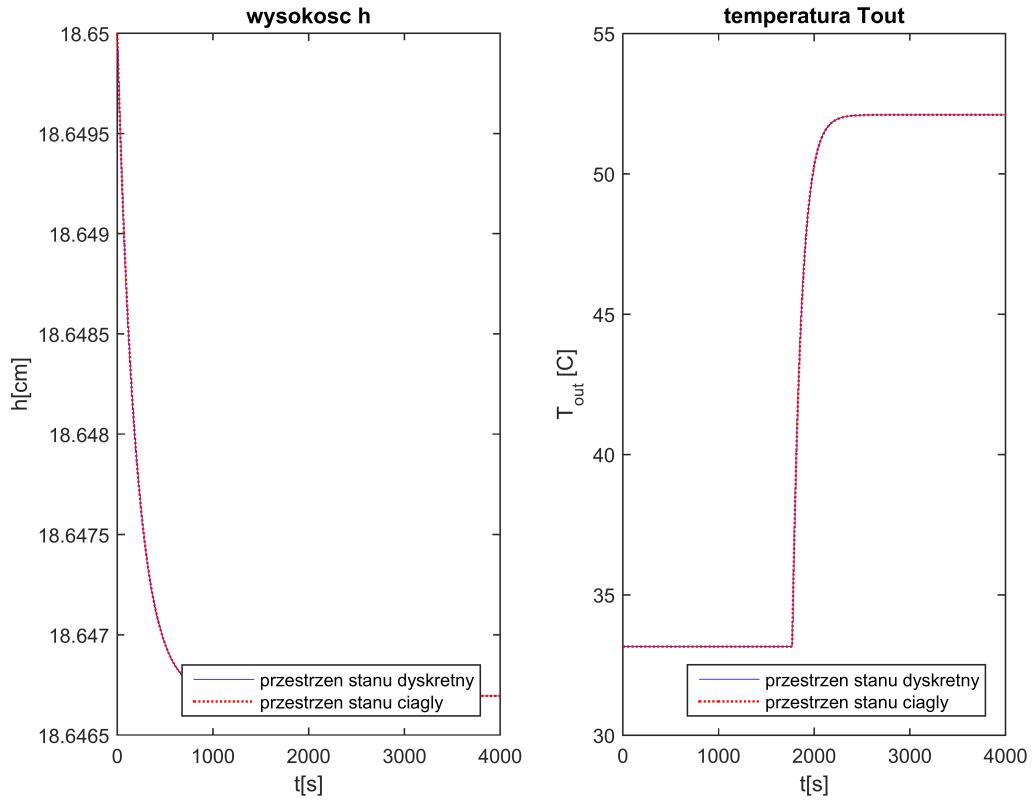
- Odpowiedzi na skok T_H :



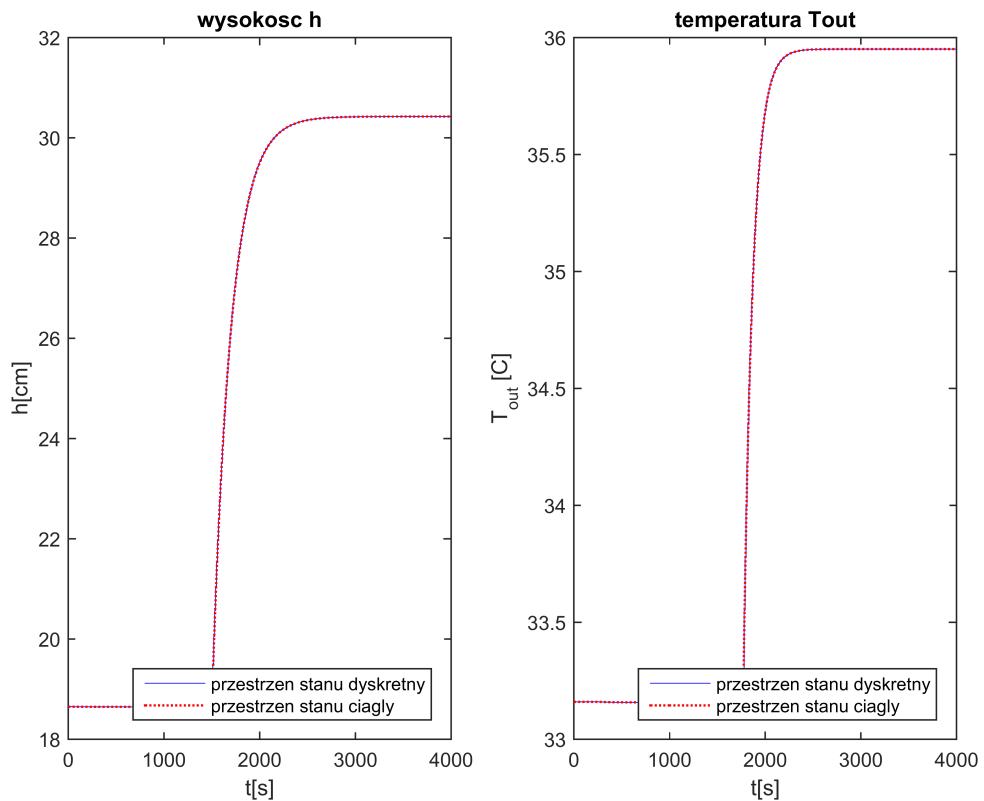
- Odpowiedzi na skok F_C :



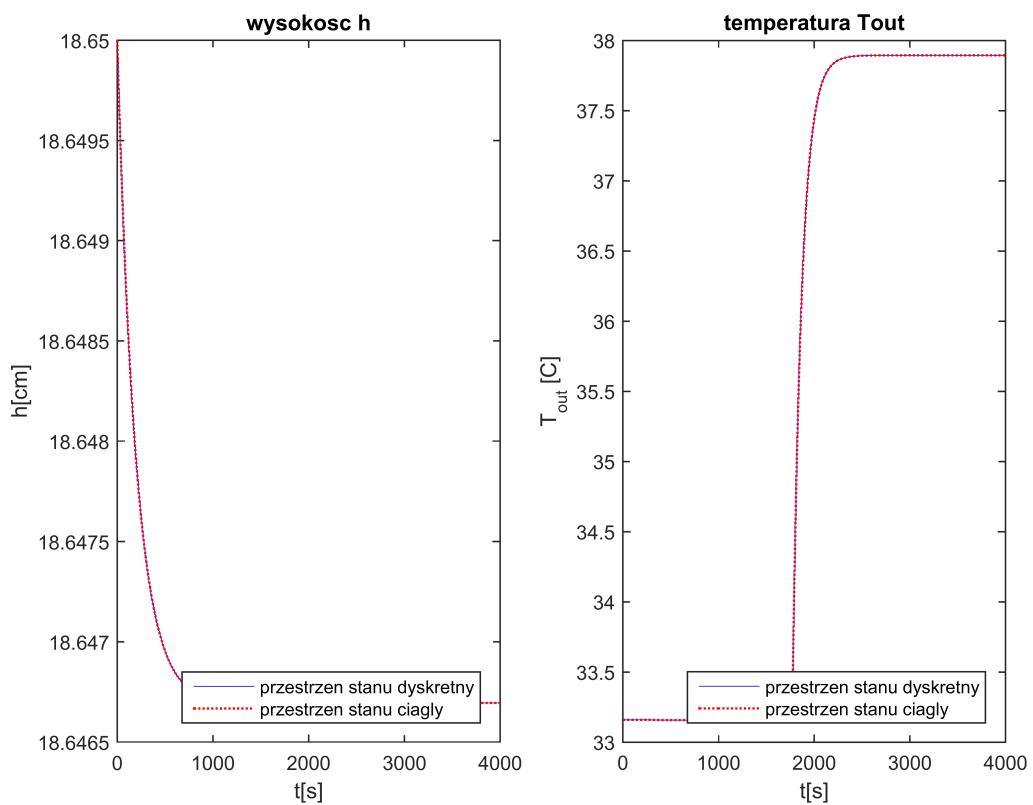
- Odpowiedzi na skok T_c :



- Odpowiedzi na skok F_D :



- Odpowiedzi na skok T_D :



Implementacja modelu dyskretnego w postaci równań stanu

Implementacja modelu dyskretnego w postaci równań stanu przebiegła z wykorzystaniem polecenia programu Matlab `c2d(sys_1, Tp, metoda)`, w którym wykorzystano metodę trapezów z okresem próbkowania 10s. Polecenie to wywołano na modelu ciągłym w przestrzeni stanu sys_1, które jest modelem rozszerzonym, z powodu uwzględnienia składowej stałej występującej w równaniach różnicowych zlinearyzowanych. Stała tą dodano do wektora zmiennych stanu. Model ciągły bez uwzględnienia występujących opóźnień ma następującą postać:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t)\end{aligned}$$

, gdzie:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \\ -\alpha\sqrt{h_0} \\ \frac{-}{2A} \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 & 1 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Otrzymane dyskretne równania stanu w postaci macierzowej, wykorzystane w skrypcie Matlabowym (z uwzględnieniem powrotu do pierwotnego rzędu obiektu) mają następującą postać:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} h(k+1) \\ T(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9503 & 0 \\ 1.067 \cdot 10^{-05} & 0.9031 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 \\ 0.04269 & 0.02041 & -0.01649 & 0.06122 & 0.009021 & 0.01531 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 9.752 \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \\ 5.335 \cdot 10^{-05} \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \end{bmatrix}$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} h(k) \\ T_{out}(k + \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9752 & 0 \\ 5.335 \cdot 10^{-06} & 0.9515 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 \\ 0.02135 & 0.0102 & -0.008245 & 0.03061 & 0.00451 & 0.007653 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 4.876 \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \\ 2.668 \cdot 10^{-05} \cdot 10^{-05} \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \end{bmatrix}$$

W skrypcie Matlabowym z pierwszego równania macierzowego wyznaczono równania na zmienne stanu $h(k)$ oraz $T(k)$. Z drugiego równania macierzowego wyznaczono równania na wyjścia procesu $h(k)$ oraz $T_{out}(k)$ – po przesunięciu próbek o $-\frac{\tau}{T_p}$.

Technika automatyzacji procesów

Projekt - etap 2

Rafał Goluch
 Łukasz Meyer
 Arkadiusz Piórkowski

1 czerwca 2017

1 Uproszczenie transmitancji

W pierwszej części projektu uzyskano model w postaci transmitancji:

$$G(s)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.002}{s+0.005094} \cdot e^{-230s} & \frac{0.004487s+2.286 \cdot 10^{-5}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-500} \\ 0 & \frac{0.002145}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{-0.001733s-8.826 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270} \\ 0 & \frac{0.006434}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.000948+4.832 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270} \\ 0 & \frac{0.001609}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \end{bmatrix}$$

Człony z transmitancjami drugiego rzędu można uprościć poprzez zapisanie mianownika w formie iloczynowej, skracając go z licznikiem (skracając się stabilny składnik - inercja pierwszego rzędu). Uzyskujemy wtedy:

$$G(s)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.3926}{196.3s+1} \cdot e^{-230s} & \frac{2.23}{100s+1} \cdot e^{-500} \\ 0 & \frac{0.21}{98.1s+1} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.3926}{196.3s+1} & \frac{-0.173}{100s+1} \cdot e^{-270} \\ 0 & \frac{0.63}{98.1s+1} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.3926}{196.3s+1} & \frac{10.5}{100s+1} \cdot e^{-270} \\ 0 & \frac{0.16}{98.1s+1} \cdot e^{-270s} \end{bmatrix}.$$

2 Analiza RGA

Kolejnym krokiem było wyznaczenie macierzy RGA w celu określenia struktury regulacji, to znaczy przyporządkowania wielkości sterowanych F_{Hin} oraz F_C do wyjść h oraz T_{out} . Konieczne jest określenie macierzy transmitancji tylko dla wejść sterowanych (pominięcie wejść niesterowanych T_H, T_C, F_D, T_D).

$$G_{RGA}(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.3926}{196.3s+1} \cdot e^{-230s} & \frac{2.23}{100s+1} \cdot e^{-500} \\ \frac{0.3926}{196.3s+1} & \frac{-0.173}{100s+1} \cdot e^{-270} \end{bmatrix}$$

Macierz wzmacnień statycznych K :

$$K = \begin{bmatrix} 0.3926 & 0.3926 \\ 2.23 & -0.173 \end{bmatrix}.$$

Natomiast macierz \bar{K} :

$$\bar{K} = (K^{-1})^T = \begin{bmatrix} -0.1834 & 2.364 \\ -0.4161 & -0.4161 \end{bmatrix}.$$

Zgodnie z [1] mamy wzór na względne wzmacnianie w torze $u_j \rightarrow y_i$:

$$\lambda_{ij} = k_{ij} \cdot \bar{k}_{ij},$$

co po obliczeniu wartości daje macierz RGA:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -0.072 & 1.072 \\ 0.928 & 0.072 \end{bmatrix}.$$

Na diagonali rozpoczynającej się w górnym lewym rogu macierzy uzyskano niekorzystne wartości współczynników λ , to znaczy wartości nie są bliskie 1, a także jedna z komórek ma ujemną wartość. Na drugiej diagonali uzyskano natomiast korzystne wartości, zbliżone do 1.

Powyższe oznacza, że przyporządkowanie wielkości sterowanych do wielkości regulowanych powinno być następujące:

$$F_{Hin} \rightarrow T_{out}$$

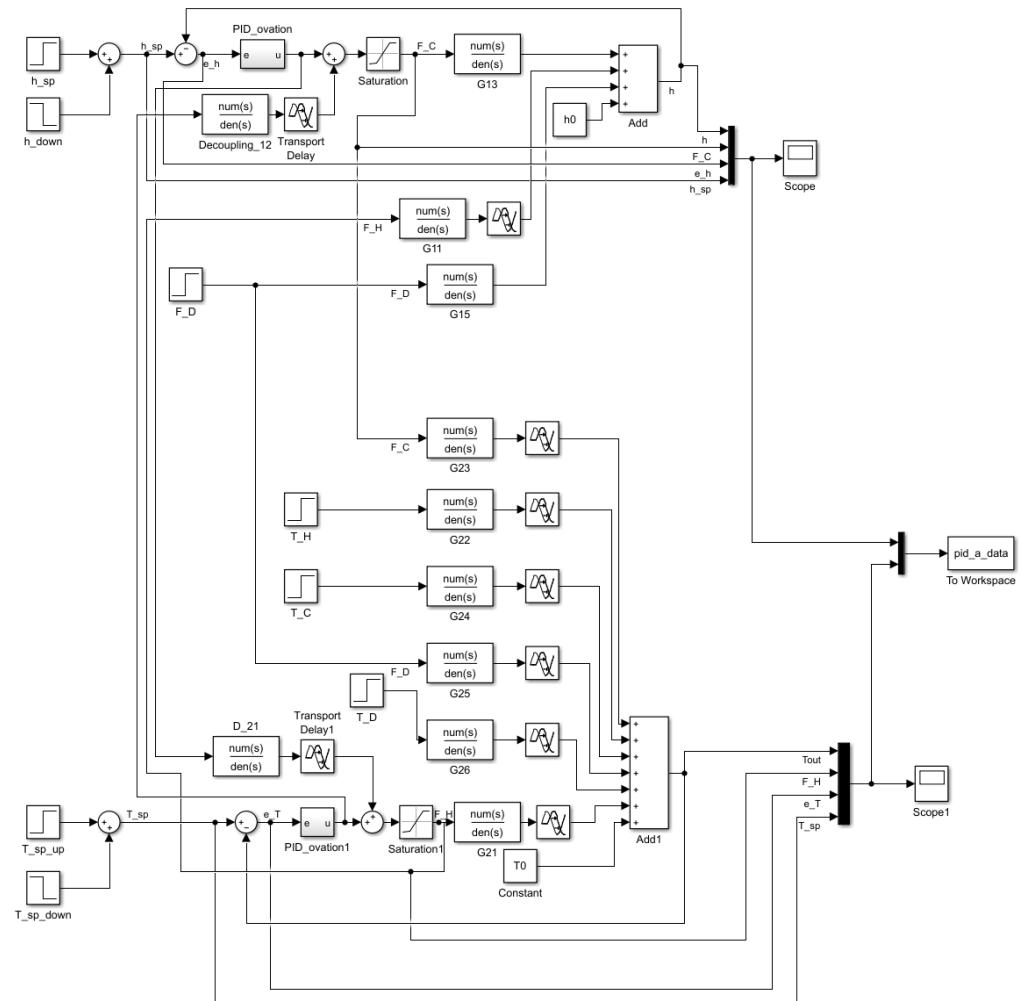
$$F_C \rightarrow h$$

Takie przyporządkowanie sprawia, że w pętli regulacji temperatury występuje bardzo duże opóźnienie (łącznie 500 sekund), jednak uznano, że istotniejsze jest spełnienie warunku o nieujemności wartości komórek macierzy RGA.

3 Struktura regulacji

Utworzony schemat regulacji w Simulinku przedstawiono na rysunku 1. Zawiera on już człyony odsprzęgające, opisane w rozdziale 4. Układ pozwala na włączenie i wyłączenie transmitancji skrośnych oraz odsprzęgających z poziomu Matlaba.

Układ posiada także bloki obcinające sygnały sterujące F_C i F_H (*Saturation* i *Saturation1*), które mogą być deaktywowane z poziomu Matlaba. Bloki te obcinają sygnał względem punktu pracy, przyjęto że może się mieścić on w zakresie $-60 \frac{cm^3}{s}$ do $40 \frac{cm^3}{s}$ w przypadku ΔF_C (w ten sposób sygnał F_C zmienia się w zakresie od $0 \frac{cm^3}{s}$ do $100 \frac{cm^3}{s}$). Dla ΔF_H zakres wynosi od $-20 \frac{cm^3}{s}$ do $80 \frac{cm^3}{s}$, więc dopuszczalna wartość F_H zmienia się od $0 \frac{cm^3}{s}$ do $100 \frac{cm^3}{s}$.



Rysunek 1: Schemat regulacji wysokości i temperatury

4 Człony odsprzęgające

W układzie regulacji dodano bloki odsprzęgające:

- $D_{12}(s)$ - transmitancja odsprzęga wpływ zmian sygnału F_H na wyjście h
- $D_{21}(s)$ - transmitancja odsprzęga wpływ zmian sygnału F_C na wyjście T

W przypadku analizowanego układu transmitancje te mają postać:

$$D_{12}(s) = -\frac{G_{11}(s)}{G_{13}(s)} = -\frac{\frac{0.3926}{196.3s+1} \cdot e^{-230s}}{\frac{0.3926}{196.3s+1}} = -e^{-230s}$$

$$\widetilde{D_{21}(s)} = -\frac{G_{23}(s)}{G_{21}(s)} = -\frac{\frac{-0.173}{100s+1} \cdot e^{-270}}{\frac{2.23}{100s+1} \cdot e^{-500}} = 0.0776 \cdot e^{230s}$$

Transmitancja $D_{12}(s)$ jest realizowalna, więc uzyskamy pełne odsprzęganie na wyjściu h . Transmitancja $D_{21}(s)$ zawiera blok przyspieszający e^{230s} , co oznacza, że nie jest realizowalna. W związku z tym transmitancję tę sprowadzono do postaci realizowalnej:

$$D_{21}(s) = 0.0776$$

5 Realizacja regulatora PID

Zgodnie z wytycznymi prowadzącego zaimplementowano algorytm PID taki jak w systemie OVATION. Równania opisujące algorytm:

$$\begin{aligned} u1_k &= K_e e_k \\ u2_k &= u2_{k-1} + \frac{T_p}{2T_i} e_k + \frac{T_p}{2T_i} e_{k-1} \\ u2_k &= \frac{2\tau_d - T_p}{T_p + 2\tau_d} u3_{k-1} + \frac{2K_d}{T_p + 2\tau_d} e_k - \frac{2K_d}{T_p + 2\tau_d} e_{k-1}. \end{aligned}$$

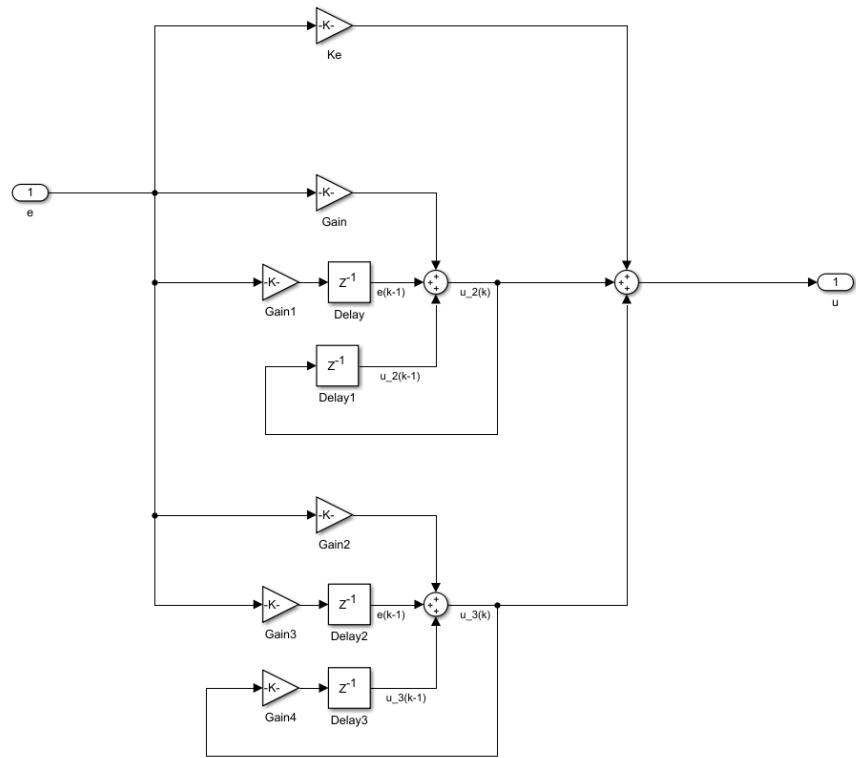
Parametry strojeniowe algorytmu to K_e, T_i, K_d, τ_d .

Struktura w Simulinku przedstawiona jest na rysunku 2.

6 Działanie regulatorów bez interakcji skrośnych

Kolejnym krokiem była symulacja działania układu regulacji tylko z transmitancjami głównymi, bez transmitancji skrośnych. Do doboru nastaw wykorzystano heurystyczną metodę bazującą na wizualnej ocenie uzyskiwanych przebiegów i korekcie uzyskiwanych wartości.

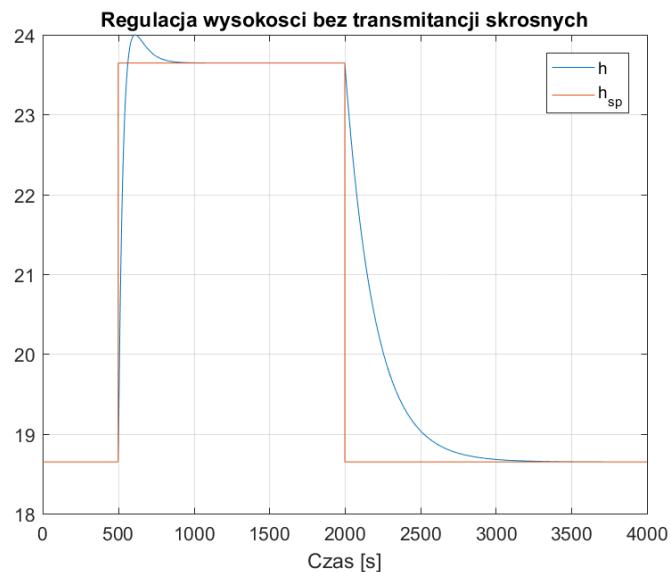
W wyniku przeprowadzonych testów zdecydowano się zastosować w regulatorze wysokości regulator z członami PID, natomiast do regulacji temperatury zastosowano człony PI.



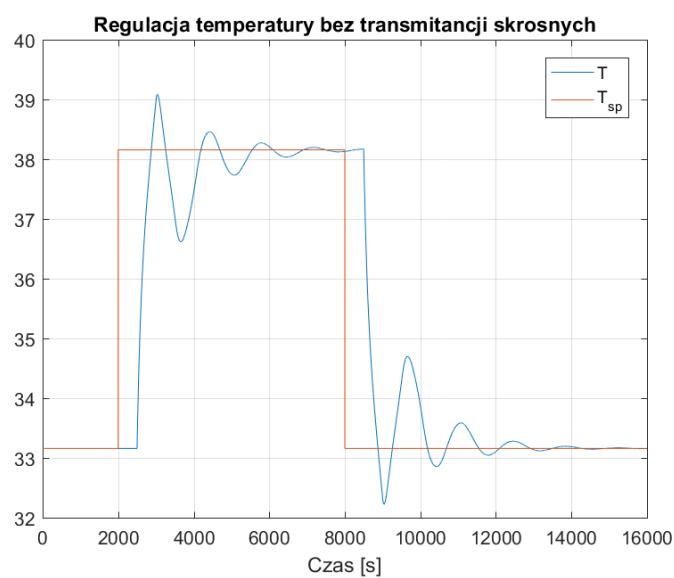
Rysunek 2: Schemat struktury PID (jak w systemie OVATION)

Uzyskane przebiegi na skokowe zmiany wartości zadanych przedstawiono na rysunkach 3 i 4.

Na przebiegach temperatury widoczny jest negatywny wpływ dużego opóźnienia (równego 500 sekund), czas regulacji jest dość długi. Odpowiedź układu regulacji na skok wartości zadanej cechuje się sporym przeregulowaniem, odpowiedź ma oscylacyjny charakter.



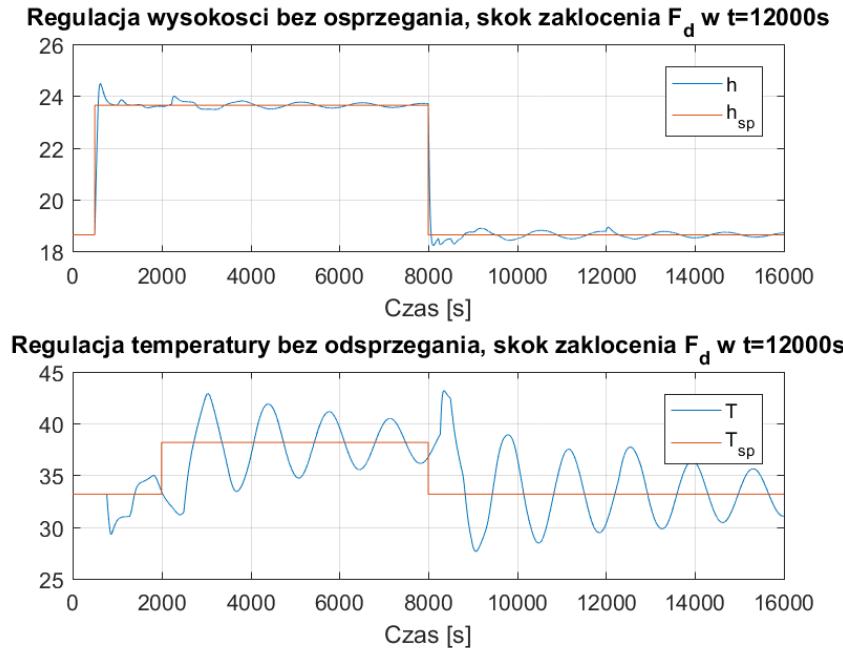
Rysunek 3: Działanie układu regulacji wysokości bez interakcji skrośnych. $K_e = 10, T_i = 5, K_d = 4, \tau_d = 2$



Rysunek 4: Działanie układu regulacji temperatury bez interakcji skrośnych. $K_e = 1.5, T_i = 350$

7 Działanie regulatorów z interakcjami skrośnymi

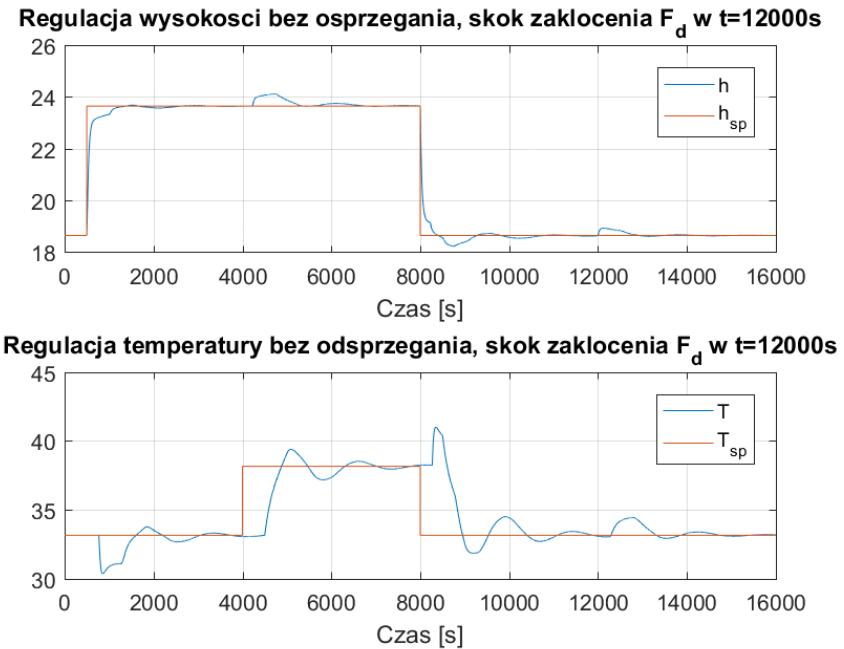
Następnie uruchomiono układ regulacji z interakcjami skrośnymi, bez zmieniających nastaw uzyskanych w poprzednim punkcie. Uzyskany układ był stabilny (amplituda oscylacji malała z czasem), jednak przebiegi wartości regulowanych były dalekie od zadowalających. Przebiegi temperatury wyjściowej zawierały sinusoidę o amplitudzie kilku stopni Celsjusza, co widać na rysunku 5. Ponow-



Rysunek 5: Działanie układu regulacji wysokości i temperatury przy nastawach uzyskanych w poprzednim rozdziale

nie przeprowadzono dobór nastaw regulatora metodą prób i błędów. Uzyskane przebiegi wartości regulowanych (wraz ze skokiem zakłócenia F_D) przedstawiono na rysunku 6. Regulacja wysokości poziomu cieczy działa stosunkowo dobrze, ale regulacja temperatury jest daleka od idealnej. W przebiegach temperatury widoczne są gasnące oscylacje, czas regulacji jest długi. Niestety w analizowanym układzie (to znaczy regulatory PID i duże opóźnienia w pętli regulacji temperatury) ciężko uzyskać lepszej jakości przebiegi.

Ciekawe zachowanie układu można zaobserwować na przebiegu temperatury w okolicach czasu 8500 sekund, niedługo po skoku wartości zadanych w dół. Widoczny jest wzrost temperatury wyjściowej, podczas gdy skok zadanej temperatury był w dół. Zjawisko to jednak da się łatwo wyjaśnić. W momencie skoku



Rysunek 6: Działanie układu regulacji wysokości i temperatury. Nastawy regulatora wysokości: $K_e = 5, T_i = 50, K_d = 4, \tau_d = 2$, nastawy regulatora temperatury: $K_e = 1, T_i = 400$

wartości zadanych (czas 8000s) oba regulatory zmieniają wartość sterującą (wynikającą z obecności członu P oraz D). Regulator wysokości zmniejsza dopływ cieczy (zimnej) do zbiornika (by uzyskać spadek poziomu cieczy), a regulator temperatury zmniejsza dopływ cieczy cieplej, by uzyskać spadek temperatury. Ze względu na obecność transmitancji skrośnych oraz fakt, że regulator wysokości może 'silniej' sterować sygnałem F_C (ze względu na brak opóźnień w pętli regulacji), uzyskujemy wzrost temperatury na wyjściu. Dopiero gdy regulator temperatury 'zauważ' wzrost tej temperatury, może zareagować na tę sytuację.

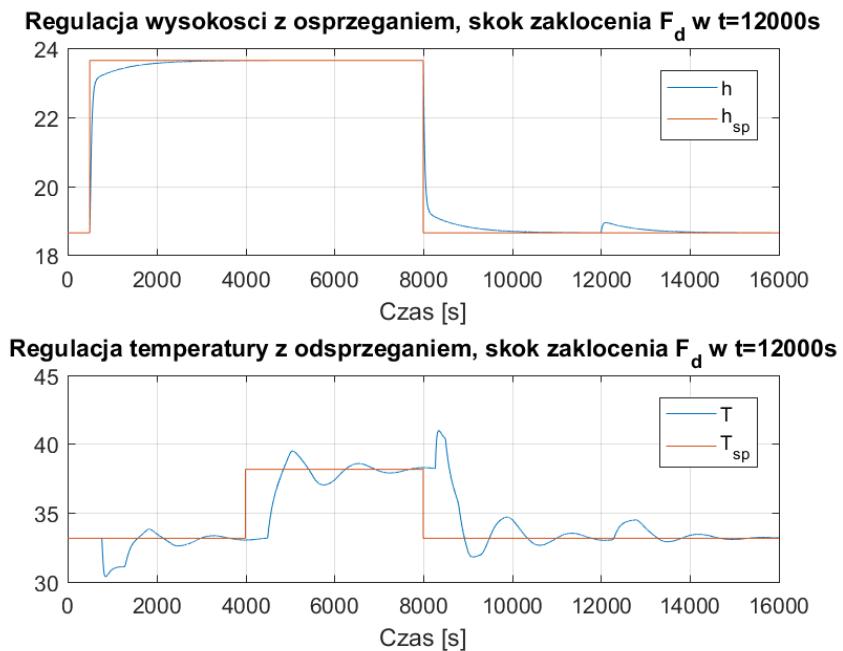
8 Działanie regulatorów z interakcjami skrośnymi i odsprzęganiem

W modelu uwzględniono również transmitancje osprzęgające (wyznaczone w rozdziale 4) $D_{12}(s)$ oraz $D_{21}(s)$, które mają postać

$$D_{12}(s) = -e^{-230s}$$

$$D_{21}(s) = 0.0776.$$

Do obiektu wprowadzono takie same zmiany wartości zadanych oraz zakłóceń jak w poprzednim rozdziale, wynik symulacji z niezmienionymi nastawami (tzn. uzyskanyimi dla układu regulacji bez odsprzęgania) przedstawiono na rysunku 7.



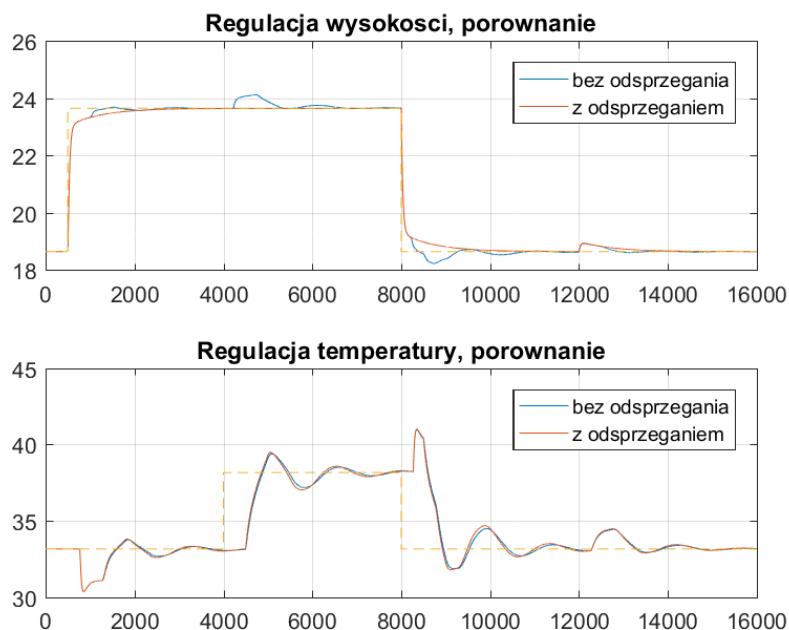
Rysunek 7: Działanie układu regulacji wysokości i temperatury z odsprzęganiem. Nastawy takie jak w przebiegach na rysunku 6

9 Porównanie działania układów bez i z odsprzęganiem

Na rysunku 8 przedstawiono porównanie przebiegów wartości regulowanych.

Analizując przebieg zmian wysokości poziomu cieczy nie ma wielkiego zaskoczenia, to znaczy dzięki realizowalnej postaci obliczonego członu odsprzęgającego $D_{12}(s)$ uzyskano pełne odsprzeganie, więc działanie regulatora temperatury nie 'przedostaje się' na wyjście temperatury. Uzyskane przebiegi zmian wysokości są płynniejsze. Dodanie odsprzegania wydłuża jednak nieco czas regulacji przy skokowej zmianie zakłócenia.

W przypadku regulacji temperatury nie zaobserwowano znaczącej poprawy jakości regulacji, uzyskane przebiegi są do siebie podobne. Niestety brak możliwości zrealizowania wyliczonego członu odsprzęgającego $\tilde{D}_{21}(s)$ sprawia, że odsprzeganie jest nieskuteczne. Opóźnienie (w zasadzie to przyspieszenie) pominięte w bloku odsprzęgającym, równe 230 sekund, jest zbyt duże względem stałej czasowej obiektu.



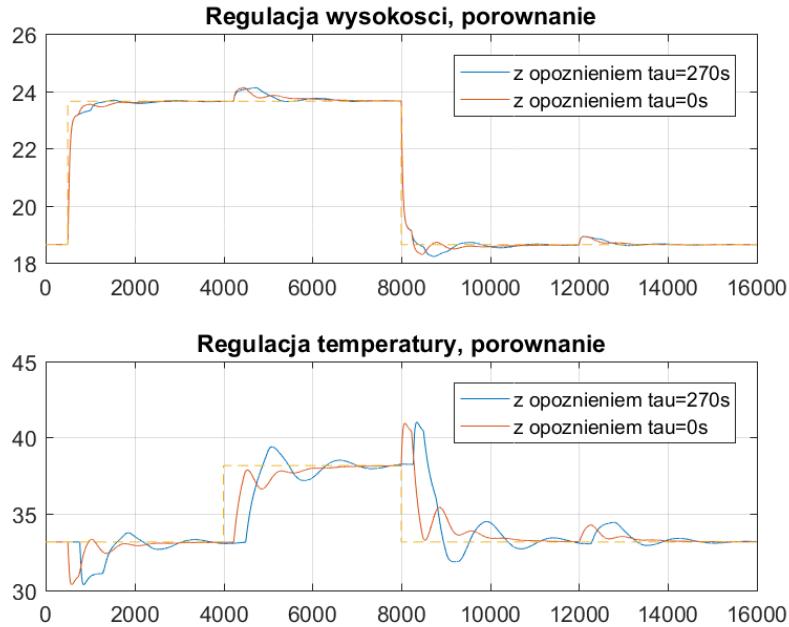
Rysunek 8: Porównanie działania układów regulacji wysokości i temperatury bez i z odsprzęganiem

10 Analiza wpływu likwidacji opóźnienia na wyjściu T_{out}

W ramach dodatkowych testów przeprowadzono symulację zachowania układu w momencie, gdy nie będzie opóźnienia na wyjściu temperatury, czyli $\tau = 0s$. W takim przypadku transmitancja odsprzęgająca $D_{21}(s)$ nadal ma nierealizowalne opóźnienie (przyspieszenie) i zachowanie układu jest analogiczne jak w rozdziale 8. Dlatego też skupiono się na porównaniu zachowania układów bez odsprzęgania.

Pierwszym krokiem po zlikwidowaniu opóźnienia τ było dostrojenie regulatora temperatury. Dzięki likwidacji sporej części opóźnienia (z 500 sekund do 230 sekund) można było nieco 'podkręcić' nastawy regulatora i uzyskać szybszą i lepszą stabilizację temperatury. Ostatecznie uzyskane nastawy regulatora temperatury to $K_e = 1.2, T_i = 350$.

Wykonano wykres porównujący zachowanie układu regulacji dla opóźnienia $\tau = 270s$ oraz $\tau = 0s$, przedstawiono go na rysunku 9.



Rysunek 9: Działanie układu regulacji wysokości i temperatury. Nastawy regulatora wysokości: $K_e = 5, T_i = 50, K_d = 4, \tau_d = 2$, nastawy regulatora temperatury: $K_e = 1.2, T_i = 350$

Widoczna jest pozytywna zmiana w zachowaniu działania układu regulacji, szczególnie w przypadku regulacji temperatury. Układ reguluje temperaturę

szybciej, a amplituda oscylacji jest mniejsza. Jest to zgodne z przewidywaniami.

Pomiar temperatury bez opóźnienia powinien być możliwy do przeprowadzenia na rzeczywistym obiekcie - wystarczy umieścić sensor temperatury na początku rury wylotowej ze zbiornika, a nie w jej dalszym biegu (zakładając, że w czasie przepływu cieczy przez rurę nie pojawiają się jakieś znaczące zakłócenia). Niewielkim kosztem można w dość znaczący sposób poprawić jakość regulacji.

Literatura

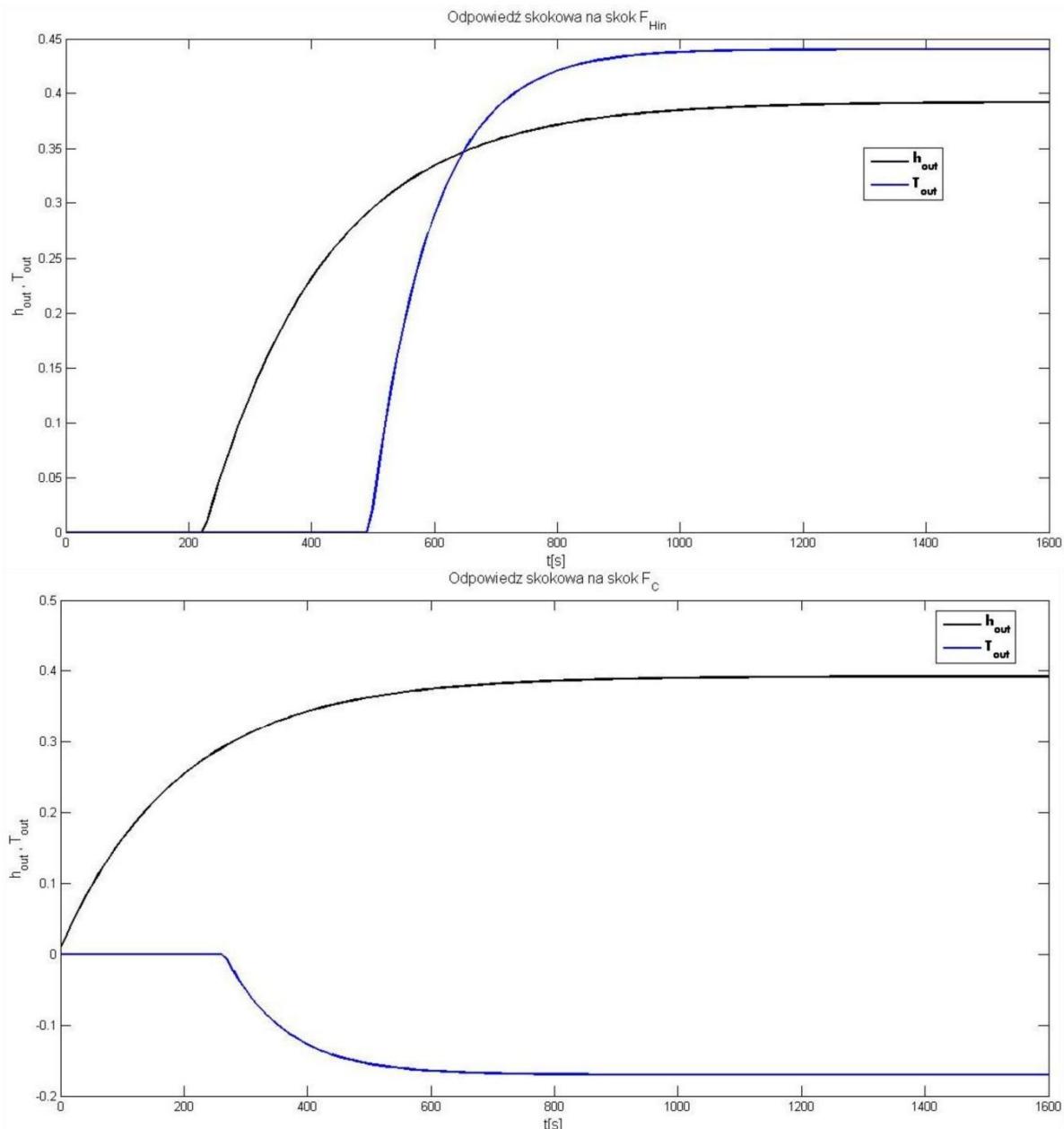
- [1] Piotr Tatjewski, *Regulacja wielopętlowa PID, wykład*, Politechnika Warszawska, Warszawa, 2017.

11. Analityczny regulator predykcyjny DMC

Dla badanego obiektu zaprojektowano analityczny regulator predykcyjny DMC z uwzględnianiem ograniczeń sterowania poprzez rzutowanie. Mając zaimplementowany dyskretny model obiektu wyznaczono odpowiedzi skokowe na sygnały sterujące F_{Hin} i F_C . Następnie na ich podstawie oraz na podstawie parametrów regulatora wyznaczono macierze M , M_p oraz K .

11.1.Odpowiedzi skokowe na sygnały sterujące F_{Hin} i F_C .

Odpowiedzi skokowe uzyskano poprzez użycie funkcji *step(args)* w Matlabie na podstawie transmitancji opisującej badany obiekt uwzględniającej opóźnienia w obiekcie. Następnie wybrano odpowiednie charakterystyki obiektu - na sygnały sterujące F_{Hin} i F_C . Analizując dynamikę obiektu ukazaną w etapie 1, początkowo przyjęto horyzont dynamiki równy 100. Dla czasu próbkowania $T_p = 10s$, czas predykcji wynosił $D \cdot T_p = 1000 s$. Natomiast po przeprowadzeniu symulacji działania DMC i analizie odpowiedzi skokowych ustalono horyzont dynamiki równy 160. Po tym czasie można przyjąć, że odpowiedzi skokowe osiągnęły stan ustalony. Poniżej przedstawiono otrzymane charakterystyki skokowe.



Rysunek 1 Odpowiedzi skokowe symulowanego obiektu na skok sygnałów sterujących F_{Hin} i F_C .

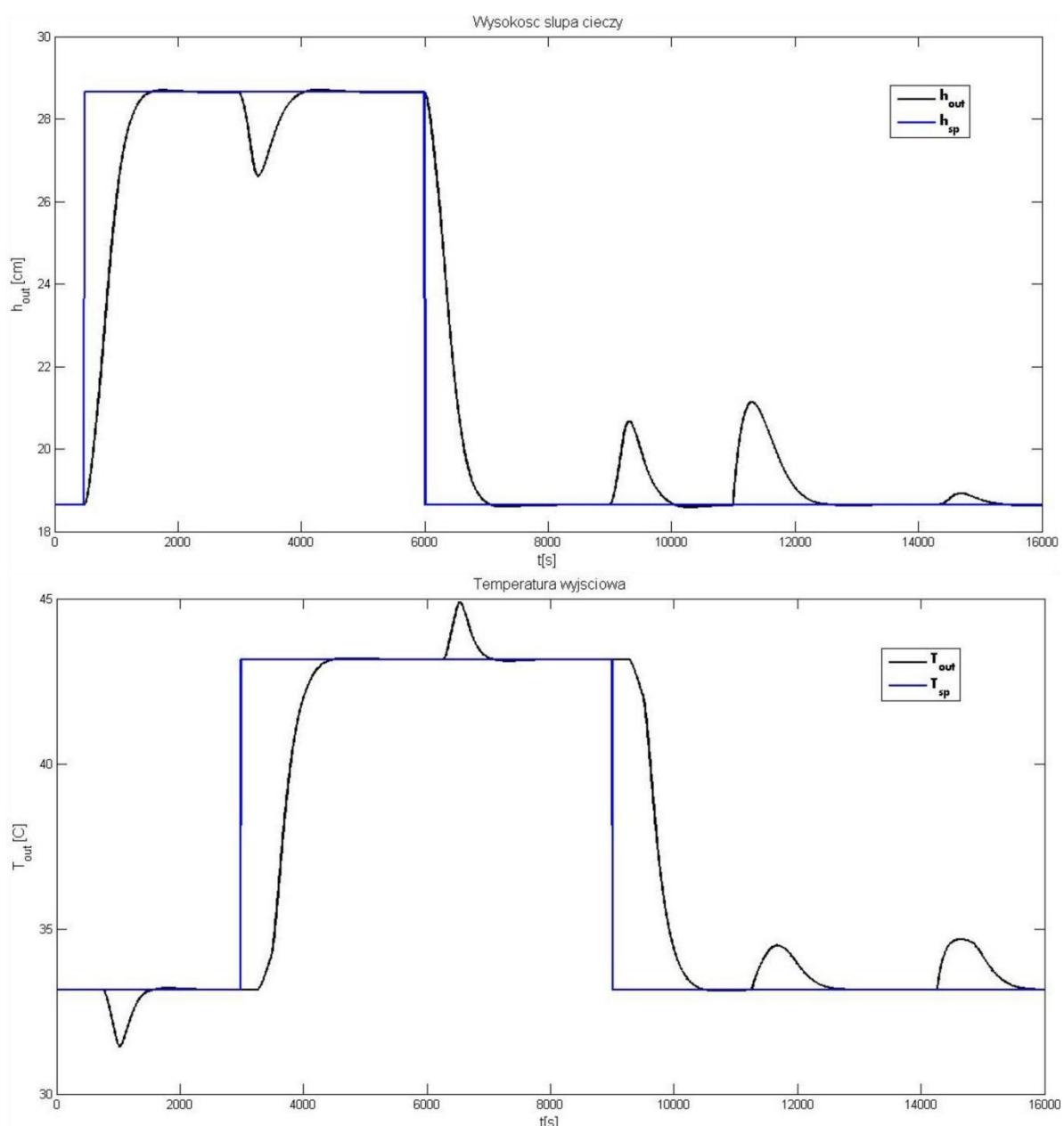
11.2.Dobranie optymalnych parametrów regulatora

Po przeprowadzeniu szeregu symulacji z różnymi nastawami ostatecznie wybrano następujące parametry:

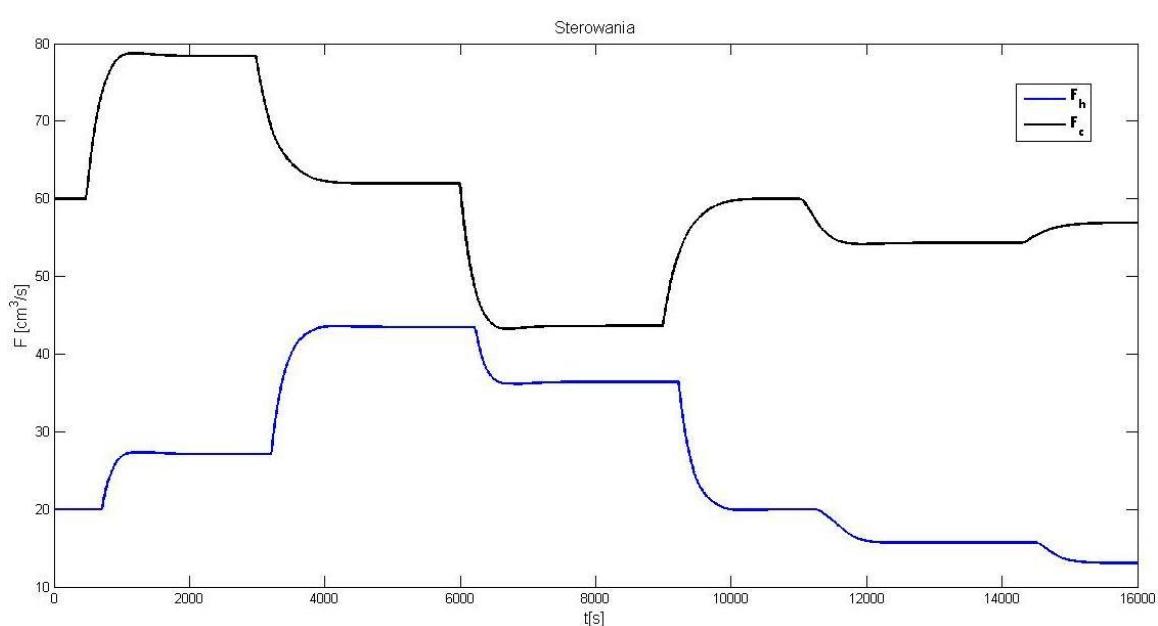
horizont dynamiki $D = 160$,
horizont predykcji $N = 120$,
horizont sterowania $N_u = 20$,
współczynnik lambda λ_1 i $\lambda_2 = 130$,
współczynnik $\psi = 1$,
przy czasie próbkowania $T_p = 10s$.

Symulacja działania regulatora rozpoczyna się w punkcie pracy obiektu. W 500s zmieniono wartość zadaną h_{out} o 10 cm. Następnie w 3000s zmieniono wartość zadaną T_{out} o $10^{\circ}C$. Następnie w 6000s wartość zadana h_{out} wróciła do wartości z punktu pracy, a w 9000s również wartość zadana T_{out} wróciła do wartości początkowej. W 11000s w celu przetestowania odporności regulatora na zakłócenia wprowadzono zakłócenie F_d i zwiększonego o $10 \frac{cm^3}{s}$, a w 14000s wprowadzono zakłócenie T_d , zwiększając jej wartość o $10^{\circ}C$.

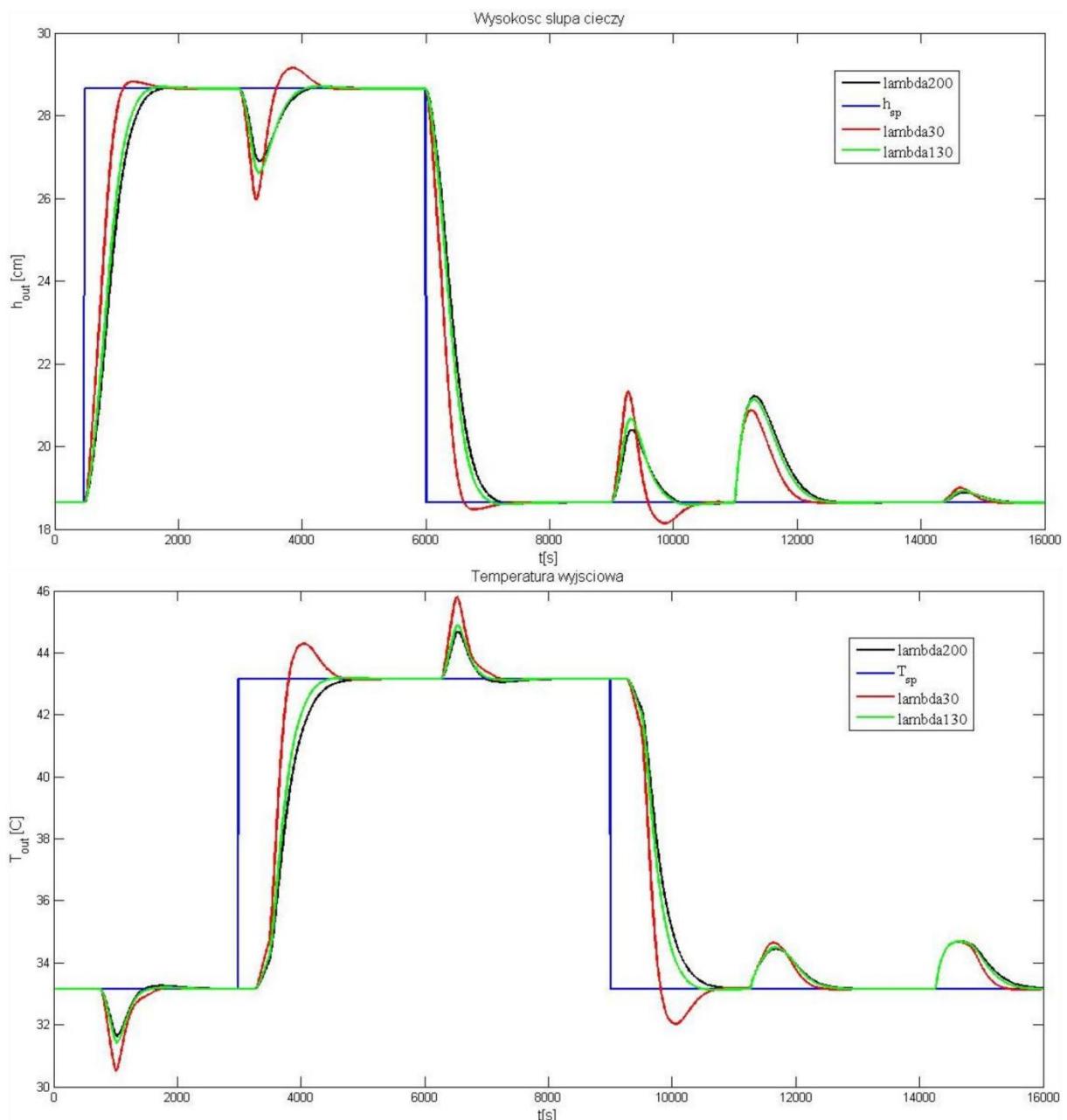
Na podstawie tak skonstruowanego przebiegu testowano i dobierano optymalne nastawy regulatora DMC. Dodatkowo przyjęto następujące ograniczenia sterowania $F_{Cmax} = 100 \frac{cm^3}{s}$, $F_{Cmin} = 0 \frac{cm^3}{s}$, $F_{Hmin} = 0 \frac{cm^3}{s}$, $F_{Hmax} = 80 \frac{cm^3}{s}$ oraz przyrostów sterowania $\Delta U_{max} = 1 \frac{cm^3}{s}$. Poniżej zostaną przedstawione przebiegi dla różnych wartości nastaw regulatora DMC.



Rysunek 2 Regulacja symulowanego obiektu z optymalnymi nastawami regulatora DMC.

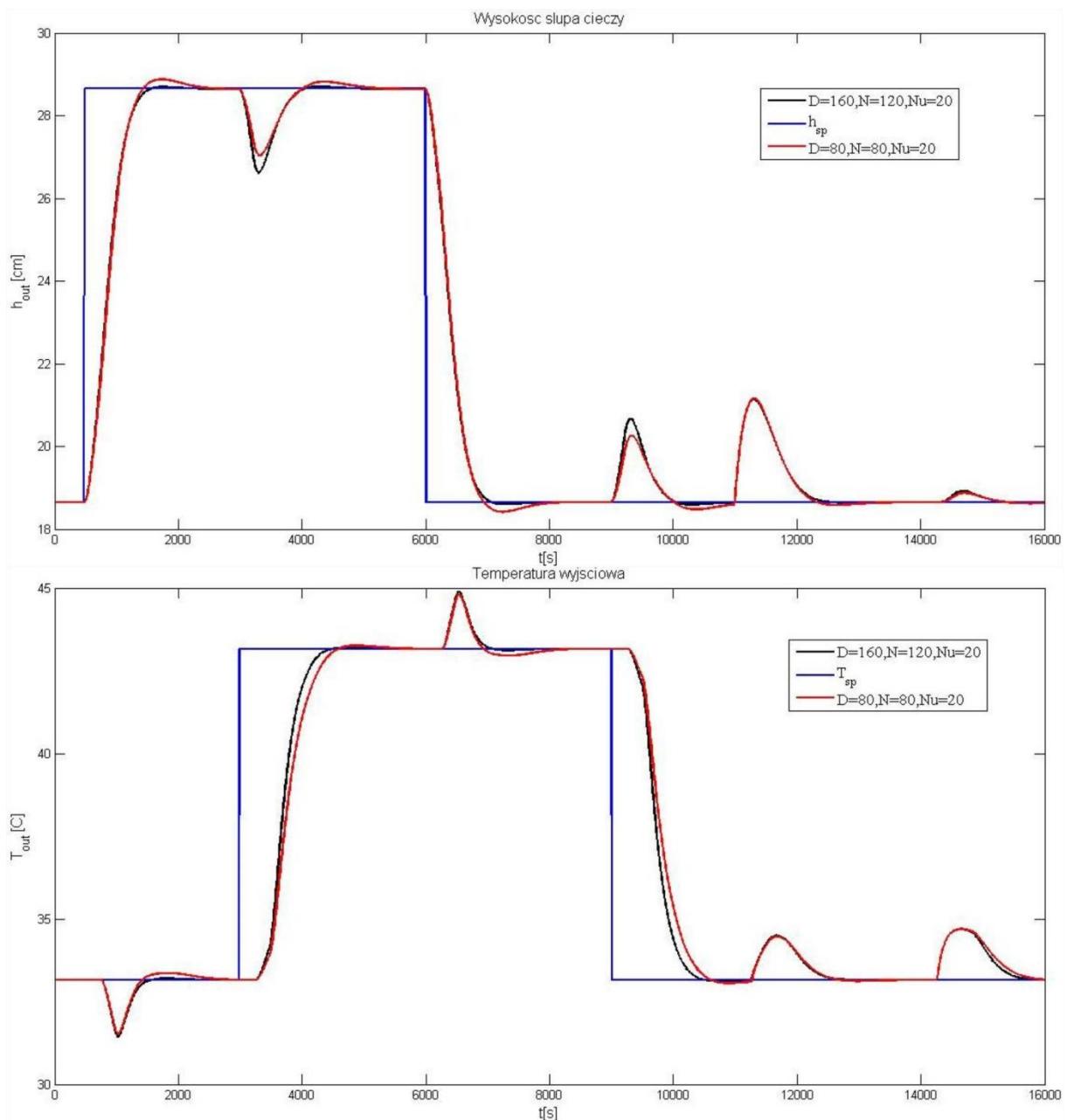


Rysunek 3 Wartości sygnałów sterujących dla optymalnych nastaw regulatora DMC.



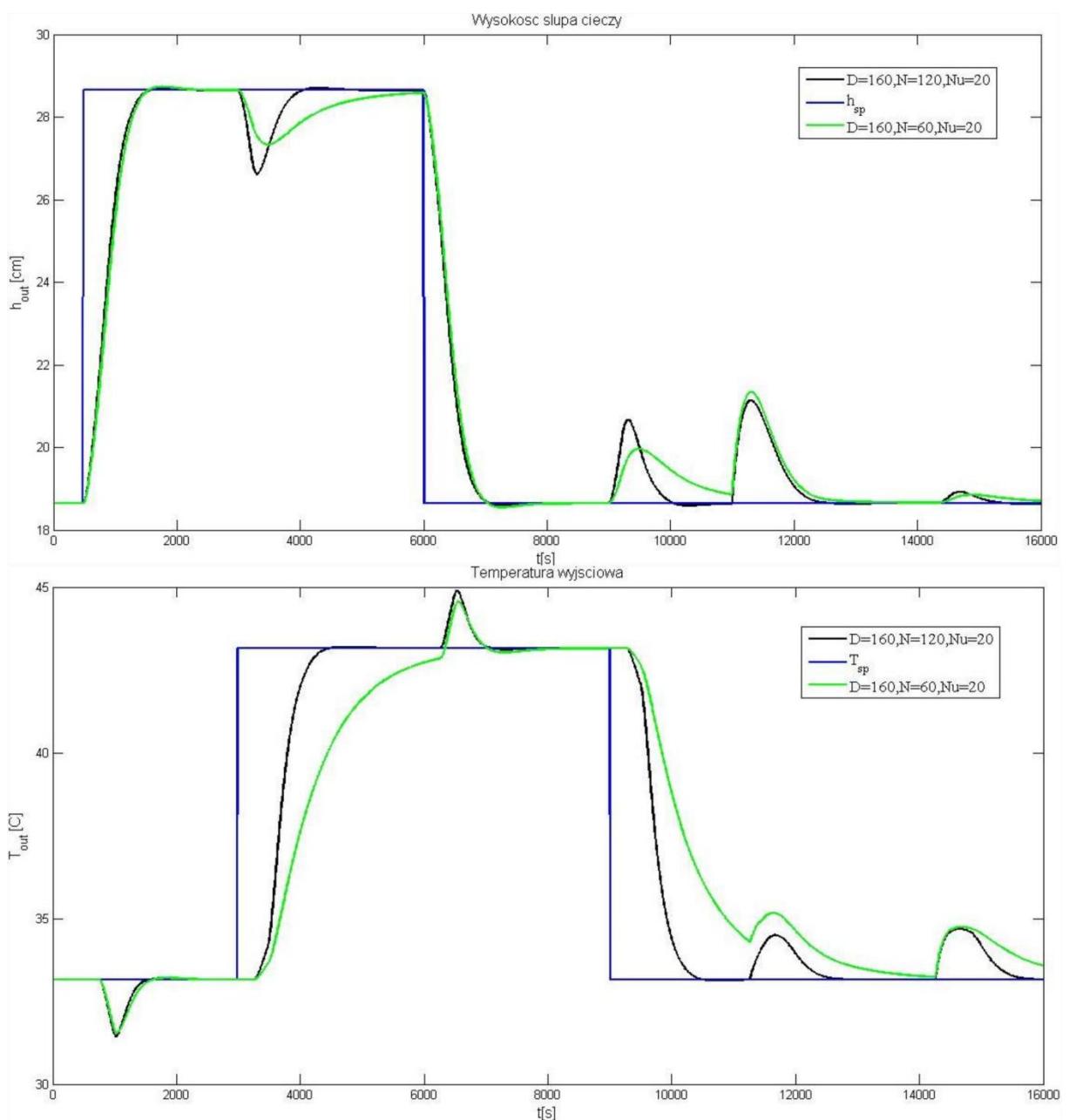
Rysunek 4 Porównanie przebiegów regulacji w zależności od współczynnika λ .

Z rysunku 4 wynika, że najlepszą regulację, czyli brak przeregulowań i najkrótszy czas regulacji w większości przypadków uzyskano dla lambdy wynoszącej 130. Znaczne zmniejszenie współczynnika lambda powoduje powstanie znacznych przeregulowań oraz większe wahania wartości wyjściowej w przypadku zmiany pozostałą wartości zadanej. Z drugiej strony za duży współczynnik lambda powoduje wydłużenie czasu regulacji. Dlatego należało dobrać odpowiednią wartość lambda, aby uzyskać jak najlepszą regulację. Zdecydowano się na wartość współczynnika, dla którego nie występują jeszcze przeregulowania, lub jeśli występują to o nieznaczącej wartości.



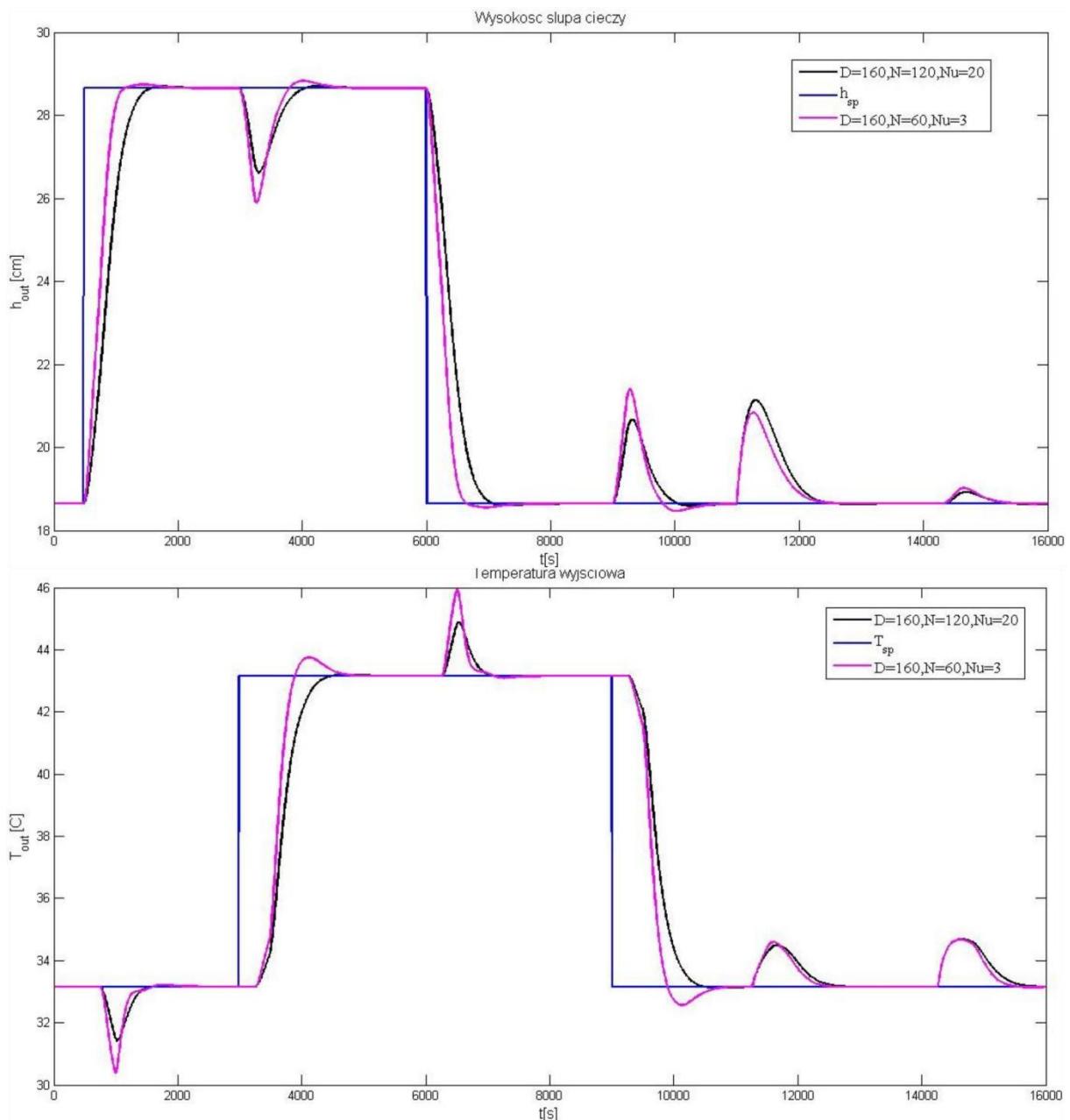
Rysunek 5 Porównanie przebiegów regulacji w zależności od horyzontu dynamiki.

Z powyższego rysunku łatwo zauważać, że obniżenie horyzontu dynamiki ma wpływ na przebieg regulacji. Zbyt mały horyzont dynamiki pogarsza jakość regulacji.



Rysunek 6 Porównanie przebiegów regulacji w zależności od horyzontu predykcji.

Dobranie odpowiedniego horyzontu predykcji ma krytyczny wpływ na jakość regulacji. Gdy horyzont predykcji jest zbyt mały to drastycznie spada jakość regulacji. Przy niewłaściwym doborze horyzontu predykcji regulacja jest praktycznie niemożliwa.

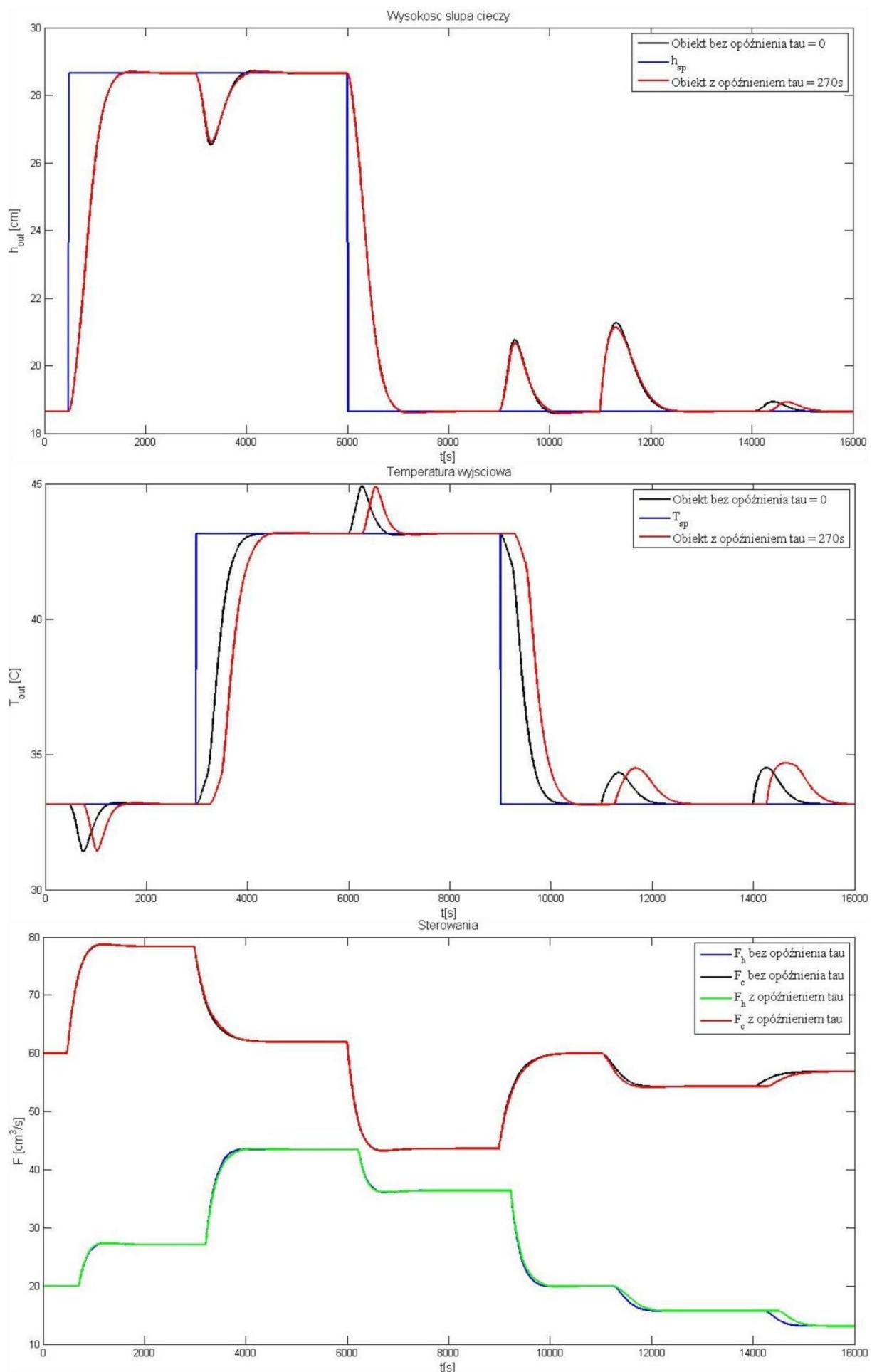


Rysunek 7 Porównanie przebiegów regulacji w zależności od horyzontu sterowania.

Horyzont sterowania wpływa na jakość regulacji jedynie przy już bardzo małych wartościach. Zmiany sąauważalne przy horyzoncie mniejszym niż 5. Dla jak najlepszych wyników regulacji przyjęto horyzont sterowania równy 20.

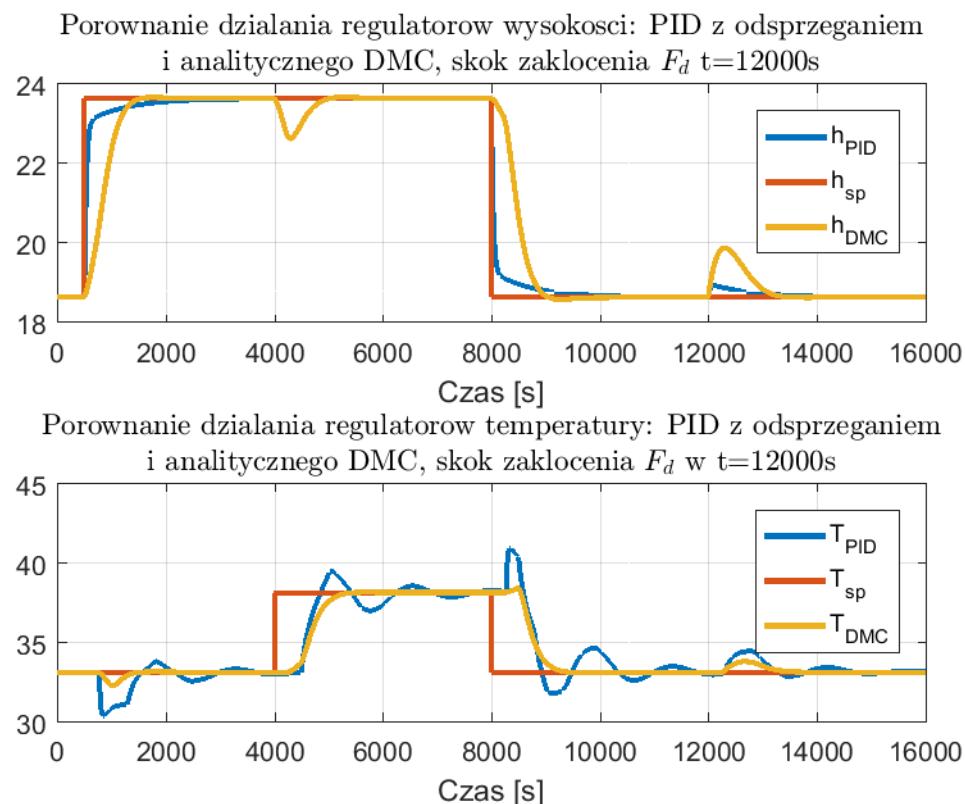
11.3. Analiza wpływu likwidacji opóźnienia na wyjściu T_{out} na przebieg regulacji

Przeprowadzono również analizę analogiczną jak dla układu regulacji PI/PID w punkcie 10. Dla obiektu bez opóźnienia przetestowano regulator DMC. Zmieniano współczynnik lambda regulatora, aby polepszyć jakość regulacji. Z przeprowadzonych badań wynika, że najlepszą regulację uzyskano dla tych samych nastaw, co dla regulatora dla obiektu z opóźnieniem na wyjściu T_{out} . Oznacza to, że opóźnienie na sygnale wyjściowym nie ma znaczącego wpływu na działanie regulatora DMC. Jedynie można zaobserwować przesunięcie przebiegu o wartość opóźnienia na wyjściu sygnału T_{out} .



Rysunek 8 Porównanie przebiegów regulacji w zależności od opóźnienia na sygnale wyjściowym Tout.

11.4. Porównanie regulacji za pomocą analitycznego algorytmu DMC z dwupiętlowym układem regulacji PI/PID.



Rysunek 9 Porównanie przebiegów regulacji z wykorzystaniem algorytmu DMC oraz PID.

W przypadku regulacji wysokości przebiegi regulacji PID i DMC są zbliżone. Regulator PID dobrze reguluje wysokość. Radzi sobie nawet lepiej niż regulator DMC analityczny dzięki członom odprzegającym. Przy zmianie wartości zadanej wysokości czas, po którym osiągnięty zostanie stan ustalony jest podobny dla obu algorytmów. Dodatkowo PID dla regulacji wysokości ma lepszą reakcję na zakłócenie.

Natomiast regulacja temperatury jest zdecydowanie lepsza dla algorytmu DMC. Spowodowane jest to opóźnieniem na wyjściu sygnału T_{out} . Dla regulatora DMC występowanie takiego opóźnienia nie jest problemem i doskonale sobie radzi z regulacją zarówno przy zmianach wartości zadanej, jak i przy wystąpieniu zakłócenia. Regulator PID znacznie gorzej radzi sobie z regulacją temperatury. Występujące opóźnienie nie pozwala na szybką regulację i jest przyczyną występowania znacznego przeregulowania oraz oscylacji. Dla tego przypadku dobrze widać przewagę w jakości regulacji algorytmu DMC nad algorytmem PID.

12. Numeryczny regulator predykcyjny DMC

Zaprojektowany regulator numeryczny DMC bazuje na tych samych danych wejściowych (tej samej odpowiedzi skokowej). Różnica pomiędzy regulatorem numerycznym, a analitycznym polega na tym, że regulator numeryczny uwzględnia ograniczenia sterowania, przyrostów sterowania oraz wyjścia. Algorytm regulatora numerycznego DMC polega na rozwiązywaniu zadania optymalizacji przy każdej interwencji regulatora.

$$\min_{\Delta U(k)} \{ \|Y^{zad}(k) - Y^0(k) - M\Delta U(k)\|_\psi^2 + \|\Delta U(k)\|_\lambda^2 \}$$

z ograniczeniami: $u_{\min} \leq u(k+p|k) \leq u_{\max}$, $p = 0, \dots, N_u - 1$
 $-\Delta u_{\max} \leq \Delta u(k+p|k) \leq \Delta u_{\max}$, $p = 0, \dots, N_u - 1$
 $y_{\min} \leq y^0(k+p|k) + M_p \Delta U(k) \leq y_{\max}$, $p = 0, \dots, N_u - 1$

Zadanie to sprowadzono do postaci standardowej dla zadania programowania kwadratowego.

$$\min J(x) = \frac{1}{2} x^T H x + f^T x$$

z ograniczeniami: $x_{\min} \leq x \leq x_{\max}$,
 $Ax \leq b$

Przyjmując $x = \Delta U(k)$ przekształcono odpowiednio zapis funkcji celu i ograniczeń i wyznaczono poszukiwane parametry H , f , x_{\min} , x_{\max} , A i b .

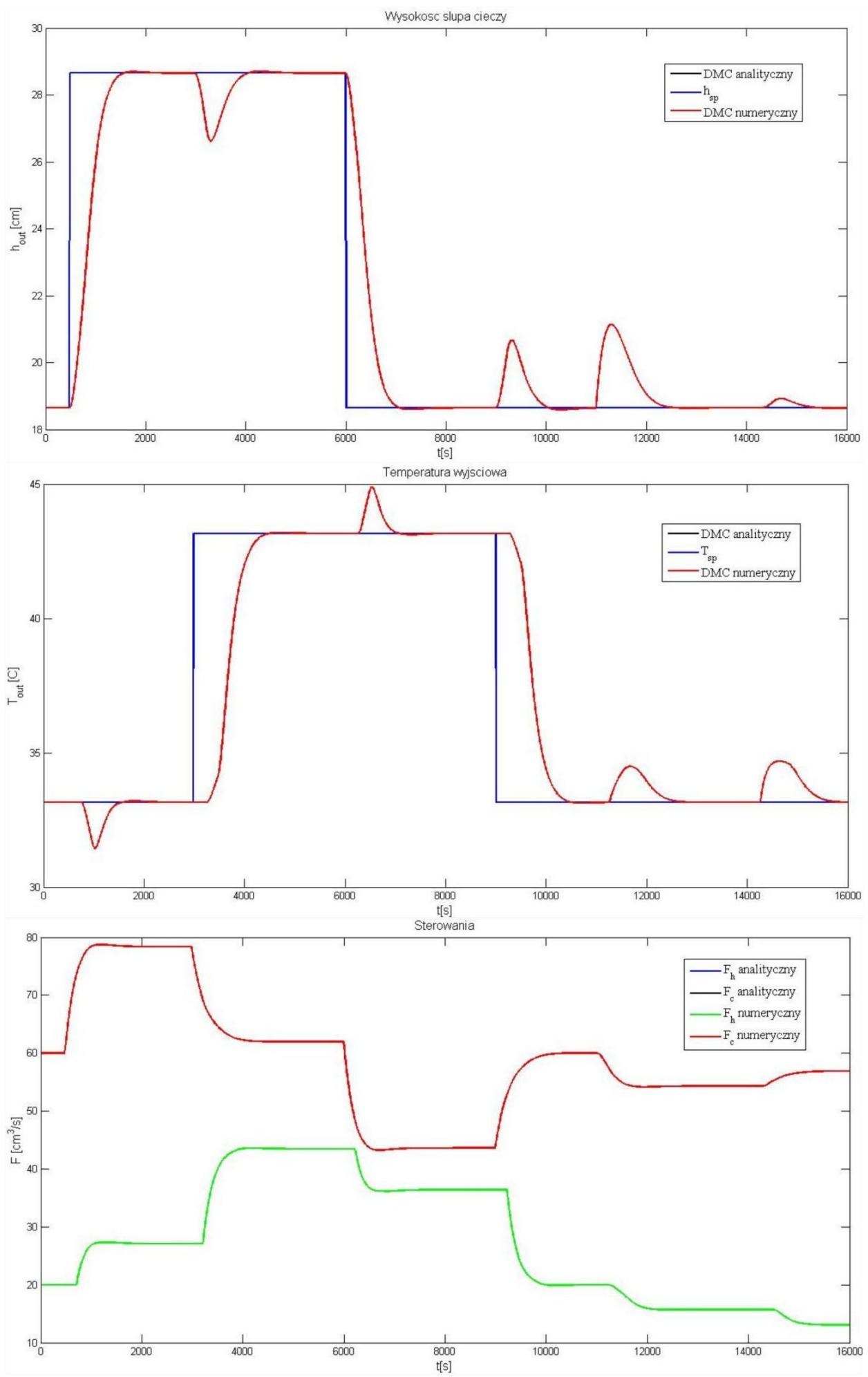
Parametry regulatora nastawiono na takie same wartości jak dla regulatora analitycznego.

Porównanie regulatora DMC analitycznego i numerycznego zostanie przeprowadzone dla różnych wartości ograniczeń. Przebieg symulacji będzie miał taki sam charakter jak zastosowany w poprzednim rozdziale.

dla pierwszego porównania przyjęto następujące ograniczenia:

$$F_{C\max} = 100 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, F_{C\min} = 0 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, F_{H\min} = 0 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, F_{H\max} = 80 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}, \Delta U_{\max} = 1 \frac{\text{cm}}{\text{s}},$$
$$h_{\text{out min}} = 0 \text{ cm}, h_{\text{out max}} = 40 \text{ cm}, T_{\text{out min}} = 10^\circ\text{C}, T_{\text{out max}} = 60^\circ\text{C}.$$

Dla przyjętych powyższych ograniczeń regułacja z wykorzystaniem obu algorytmów regulacji jest taka sama. Brak różnic wynika z tego, że ograniczenia nie są przekraczane w żadnej z zaistniałych sytuacji podczas symulacji pracy obiektu.

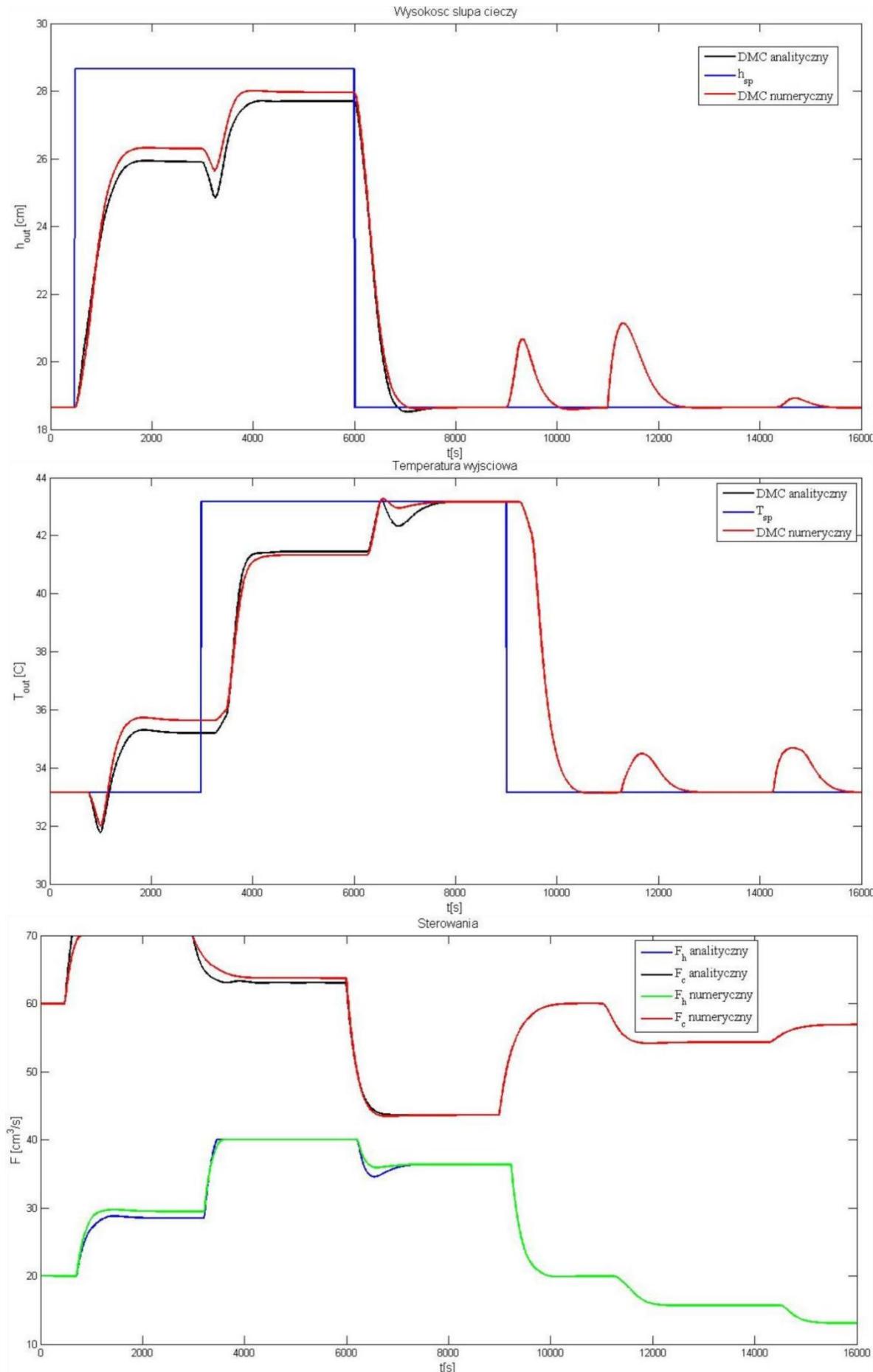


Rysunek 10 Porównanie regulacji za pomocą algorytmu DMC analitycznego i numerycznego.

W celu zauważenia różnicy pomiędzy algorytmami zmniejszono ograniczenia:

$$F_{C\max} = 70 \frac{cm^3}{s}, F_{C\min} = 0 \frac{cm^3}{s}, F_{H\min} = 0 \frac{cm^3}{s}, F_{H\max} = 40 \frac{cm^3}{s}, \Delta U_{\max} = 1 \frac{cm^3}{s},$$

$$h_{out\ min} = 0 \text{ cm}, h_{out\ max} = 40 \text{ cm}, T_{out\ min} = 10^\circ\text{C}, T_{out\ max} = 60^\circ\text{C}.$$



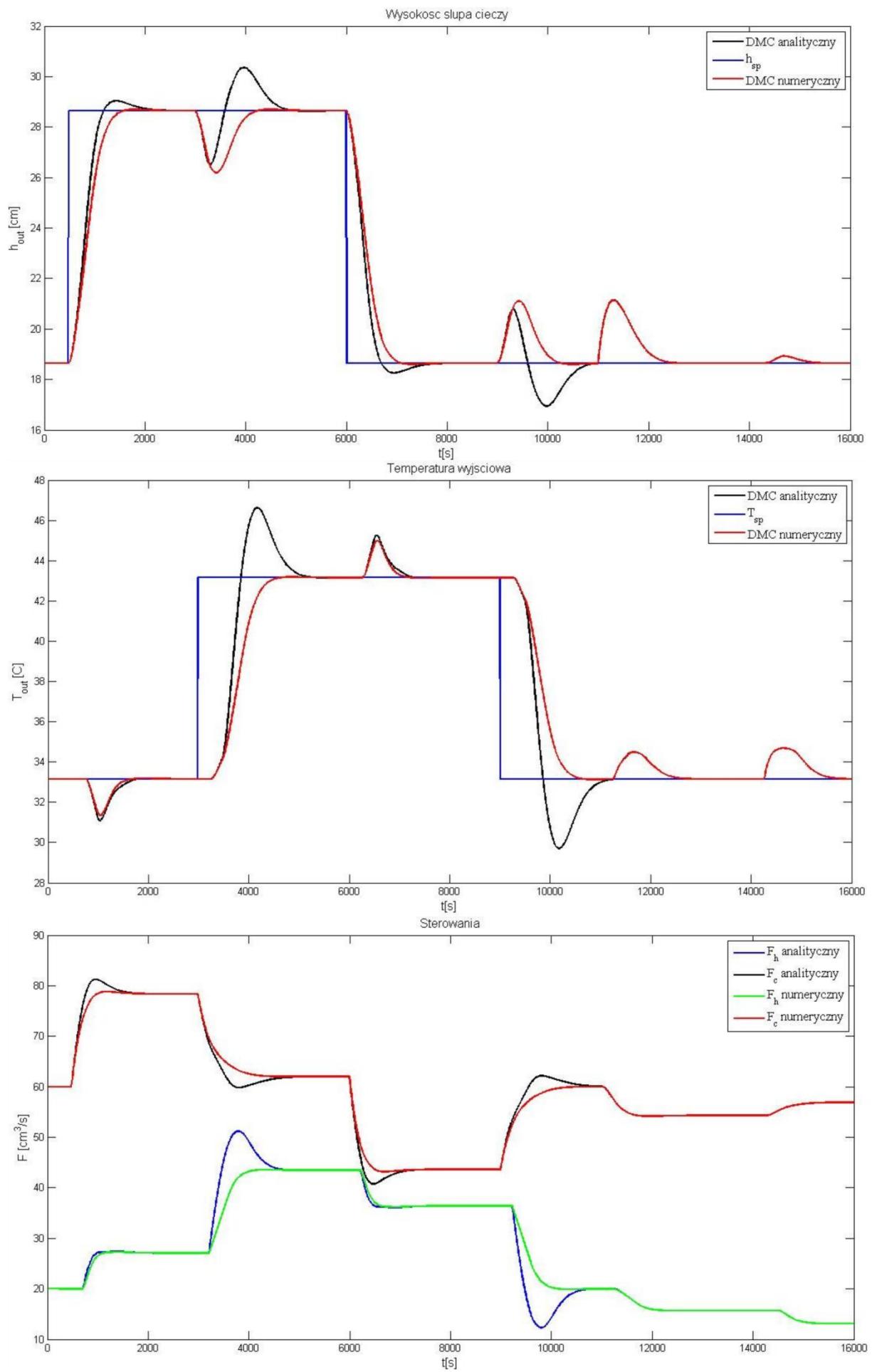
Rysunek 11 Porównanie regulacji za pomocą algorytmu DMC analitycznego i numerycznego.

W związku z tym, że w czasie pracy regulatora praktycznie przeregulowania nie występują, trudno zauważyc różnicę w działaniu obu regulatorów stosując takie ograniczenia aby regulacja była prawidłowa. Dlatego zdecydowano się wprowadzić ograniczenia, które uniemożliwiają osiągnięcie niektórych stanów, jednak pozwalają zauważyc różnicę w działaniu regulatorów. Na rysunku 11 widać, że regulator numeryczny lepiej sobie radzi z regulacją obiektu w takich warunkach niż regulator analityczny.

Dla porównania regulatorów pod kątem ograniczeń przyrostów sterowania wprowadzono następujące ograniczenia:

$$F_{C\max} = 100 \frac{cm^3}{s}, F_{C\min} = 0 \frac{cm^3}{s}, F_{H\min} = 0 \frac{cm^3}{s}, F_{H\max} = 80 \frac{cm^3}{s}, \Delta U_{\max} = 0.3 \frac{cm^3}{s},$$
$$h_{out\ min} = 0 \text{ cm}, h_{out\ max} = 40 \text{ cm}, T_{out\ min} = 10^\circ\text{C}, T_{out\ max} = 60^\circ\text{C}.$$

Dla tego przypadku zarejestrowano znacznie lepszą regulację dla regulatora numerycznego. Regulator numeryczny uwzględnia ograniczenia przyrostu sterowania i odpowiednio reaguje, jego właściwości regulacji niewiele się różnią od tej dla obiektu bez ograniczeń. Natomiast regulator analityczny jest bardzo wrażliwy na wprowadzane ograniczenia przyrostów sterowania. Powstają znaczne przeregulowania, wydłuża się czas regulacji oraz regulator wykorzystuje większe wartości sterowania w trakcie regulacji.



Rysunek 12 Porównanie regulacji za pomocą algorytmu DMC analitycznego i numerycznego przy zmianie ograniczenia przyrostu sterowania.