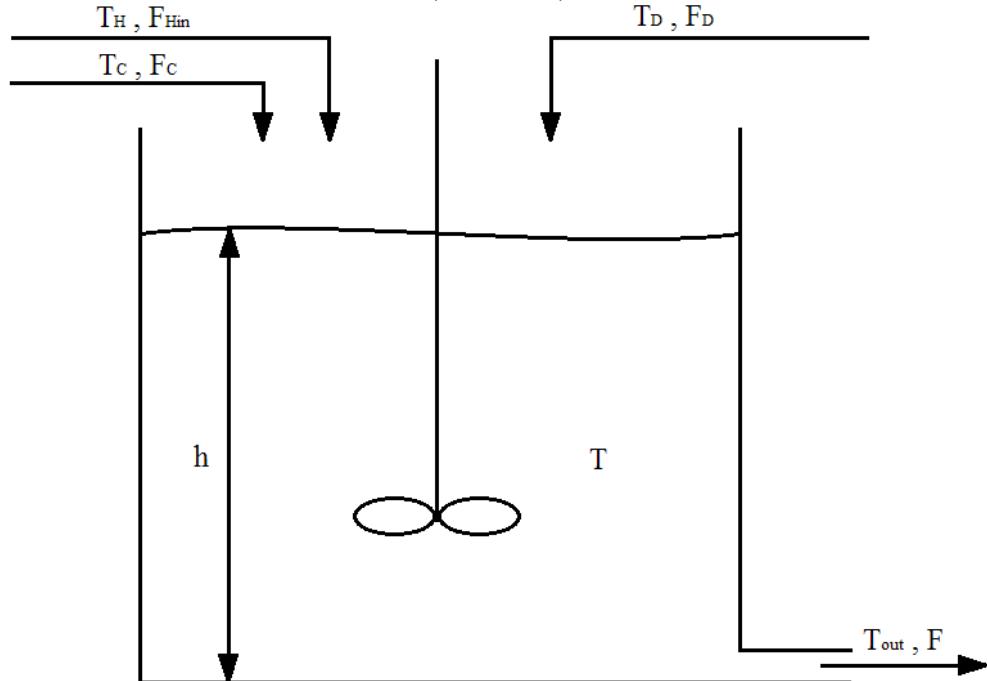


Technika Automatyzacji Procesów – projekt
 semestr letni 2017

I sprawozdanie częściowe

Zbiornik z mieszaniem
 (zadanie 3)



Mieszanie wody gorącej (T_H, F_H) z zimną (T_C, F_C) z dopływem zakłócającym (T_D, F_D).
 Równania opisujące działanie obiektu:

$$\begin{cases} A \frac{dh}{dt} = F_H + F_C + F_D - F(h) \\ A \cdot h \frac{dT}{dt} = F_H \cdot T_H + F_C \cdot T_C + F_D \cdot T_D - (F_H + F_C + F_D) \cdot T \\ F(h) = \alpha \sqrt{h}, T_{out}(t) = T(t - \tau), F_H(t) = F_{Hin}(t - \tau_H) \end{cases}$$

Po przekształceniu:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} = \frac{F_H + F_C + F_D - \alpha \sqrt{h}}{A} \\ \frac{dT}{dt} = \frac{F_H \cdot T_H + F_C \cdot T_C + F_D \cdot T_D - (F_H + F_C + F_D) \cdot T}{A \cdot h} \end{cases}$$

Stałe:

$$A = 500 \text{ cm}^2, \alpha = 22$$

Punkt pracy:

$$\begin{aligned} T_{C0} &= 17^\circ C, T_{H0} = 75^\circ C, T_{D0} = 42^\circ C, \\ F_{C0} &= 60 \text{ cm}^3/\text{s}, F_{H0} = 20 \text{ cm}^3/\text{s}, F_{D0} = 15 \text{ cm}^3/\text{s}, \\ \tau_H &= 230 \text{ s}, \tau = 270 \text{ s}, h_0 = 18,65 \text{ cm}, T_0 = 33,16^\circ C \end{aligned}$$

- a) Modele zlinearyzowane (ciągły w postaci równań stanu i transmitancji) we wskazanym punkcie pracy

Ze względu na nieliniowość równań różniczkowych opisujących działanie obiektu należy poddać je linearyzacji we wskazanym punkcie pracy. Równania po linearyzacji mają następującą postać:

$$\begin{cases} \frac{dh}{dt} \approx \frac{1}{A} \left(\frac{-\alpha}{2\sqrt{h_0}} h + F_H + F_C + F_D - \frac{\alpha\sqrt{h_0}}{2} \right) \\ \frac{dT}{dt} \approx \frac{1}{Ah_0} \left[-\left(\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{h_0} \right) h - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) T \right. \\ \quad \left. + (T_{H0} - T_0) F_H + F_{H0} T_H + (T_{C0} - T_0) F_C + F_{C0} T_C + (T_{D0} - T_0) F_D + F_{D0} T_D \right] \end{cases}$$

Dla wektorów zmiennych stanu, wejść i wyjść w postaci:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{E} \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) \end{aligned}$$

, gdzie:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \mathbf{0}, \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \frac{-\alpha\sqrt{h_0}}{2A} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -0.0051 & 0 \\ 1.15 \cdot 10^{-6} & -0.0102 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 0.002 & 0 & 0.002 & 0 & 0.002 & 0 \\ 0.0045 & 0.0021 & -0.0017 & 0.0064 & 0.0009 & 0.0016 \end{bmatrix}u + \begin{bmatrix} -\alpha \sqrt{h_0} \\ 2A \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}x$$

Następnie za pomocą funkcji programu Matlab wyznaczono model w postaci transmitancji:

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & G_{13}(s) & G_{14}(s) & G_{15}(s) & G_{16}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & G_{23}(s) & G_{24}(s) & G_{25}(s) & G_{26}(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(s)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.004487s+2.286 \cdot 10^{-5}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.002145}{s+0.01019} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{-0.001733s-8.826 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.006434}{s+0.01019} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.000948s+4.832 \cdot 10^{-6}}{s^2+0.01528s+5.19 \cdot 10^{-5}} \\ 0 & \frac{0.001609}{s+0.01019} \end{bmatrix}$$

Model w postaci transmitancji można zastosować tylko w przypadku modeli liniowych (zlinearyzowanych). Transmitancja jest uproszczeniem, gdyż nie zawiera informacji na temat warunków początkowych oraz stałych.

Powyżej wyznaczono modele zlinearyzowane bez występujących opóźnień występujących w obiekcie. Uwzględniając opóźnienia dla wektorów zmiennych stanu, wejść i wyjść w postaci:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \end{bmatrix}, x(t-\tau_H) = \begin{bmatrix} h(t-\tau_H) \\ T(t-\tau_H) \end{bmatrix}, x(t-\tau) = \begin{bmatrix} h(t-\tau) \\ T(t-\tau) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(t-\tau) \\ T_{out}(t) \end{bmatrix},$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix}, u(t-\tau_H) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t-\tau_H) \\ T_H(t-\tau_H) \\ F_C(t-\tau_H) \\ T_C(t-\tau_H) \\ F_D(t-\tau_H) \\ T_D(t-\tau_H) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t-\tau_H) \\ F_C(t-\tau_H) \\ T_C(t-\tau_H) \\ F_D(t-\tau_H) \\ T_D(t-\tau_H) \end{bmatrix}, u(t-\tau) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(t-\tau) \\ T_H(t-\tau) \\ F_C(t-\tau) \\ T_C(t-\tau) \\ F_D(t-\tau) \\ T_D(t-\tau) \end{bmatrix}, y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T_{out}(t) \end{bmatrix}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) + \mathbf{A}_1x(t-\tau_H) + \mathbf{B}_1u(t-\tau_H) + \mathbf{A}_2x(t-\tau) + \mathbf{B}_2u(t-\tau) + \mathbf{E}$$

$$y(t) = \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t) + \mathbf{C}_1x(t-\tau_H) + \mathbf{D}_1u(t-\tau_H) + \mathbf{C}_2x(t-\tau) + \mathbf{D}_2u(t-\tau)$$

, gdzie:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, A_1 = \mathbf{0}, A_2 = \mathbf{0}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ 0 & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \mathbf{0},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \mathbf{0}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, D = \mathbf{0}, D_1 = \mathbf{0}, D_2 = \mathbf{0}, E = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha\sqrt{h_0}}{2A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Oraz model w postaci transmitancji:

$$G(s)^T = \begin{bmatrix} \frac{0.002}{s+0.005094} \cdot e^{-230s} & \frac{0.004487s + 2.286 \cdot 10^{-5}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-500s} \\ 0 & \frac{0.002145}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{-0.001733s - 8.826 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270s} \\ 0 & \frac{0.006434}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \\ \frac{0.002}{s+0.005094} & \frac{0.000948s + 4.832 \cdot 10^{-6}}{s^2 + 0.01528s + 5.19 \cdot 10^{-5}} \cdot e^{-270s} \\ 0 & \frac{0.001609}{s+0.01019} \cdot e^{-270s} \end{bmatrix}$$

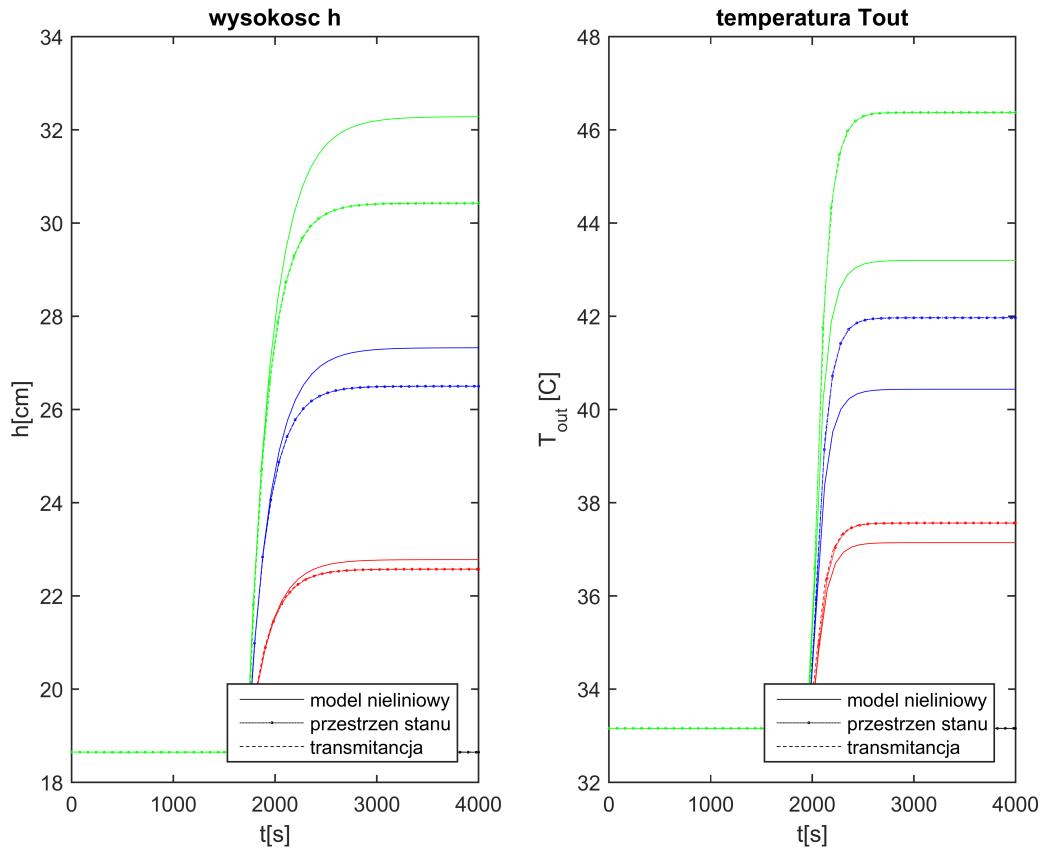
b) Porównanie działania modeli liniowych z działaniem modelu nieliniowego

Poniżej przedstawiono przebiegi otrzymane dla modelu nieliniowego i modelu zlinearyzowanego w postaci równań stanu oraz transmitancji. Dla zmiennych wejściowych zastosowano skoki (startując z podanego punktu równowagi – dla którego wykresy są oznaczone kolorem czarnym):

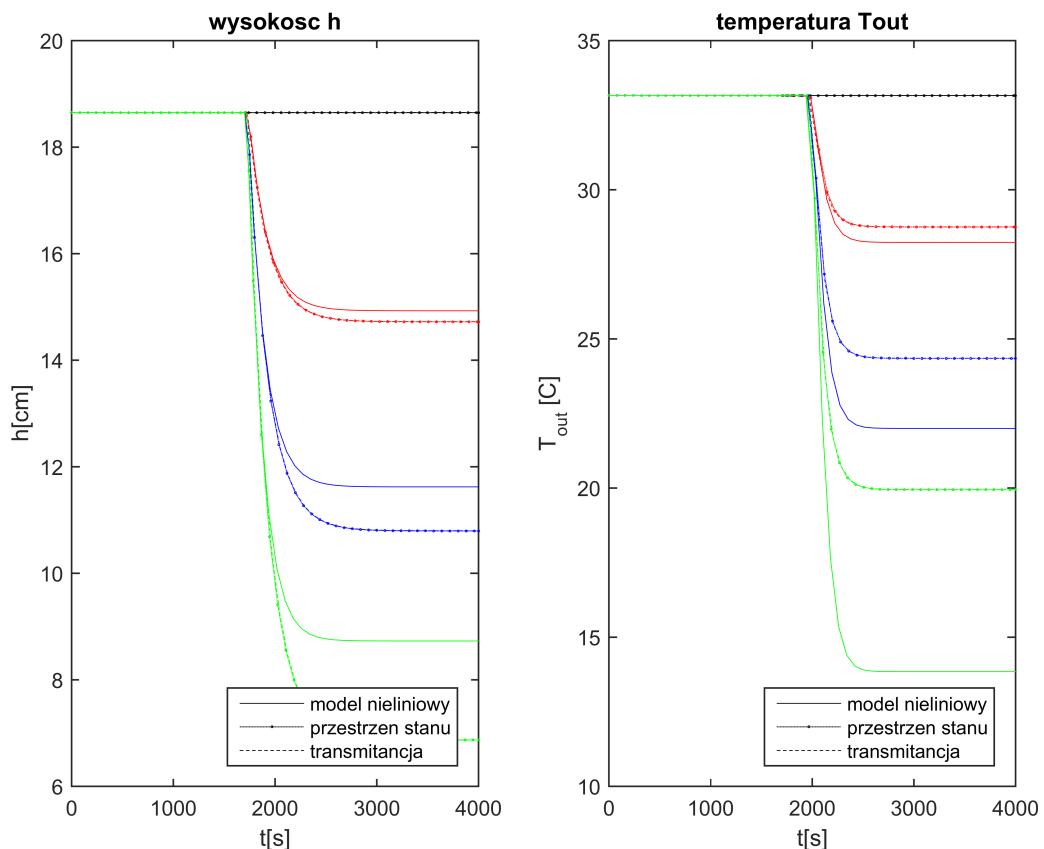
- +10 oraz -10 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem czerwonym;
- +20 oraz -20 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem niebieskim;
- +30 oraz -30 $\frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub $^{\circ}C$ (dla temperatur) – oznaczone kolorem zielonym;

Wykresy dla transmitancji są poprowadzone linią przerywaną, dla modelu w przestrzeni stanu wykresy są zaprezentowane za pomocą linii kropkowanej z markerami, zaś dla modelu nieliniowego linią ciągłą. Skoki wprowadzane są w 1500 sekundzie czasu symulowanego.

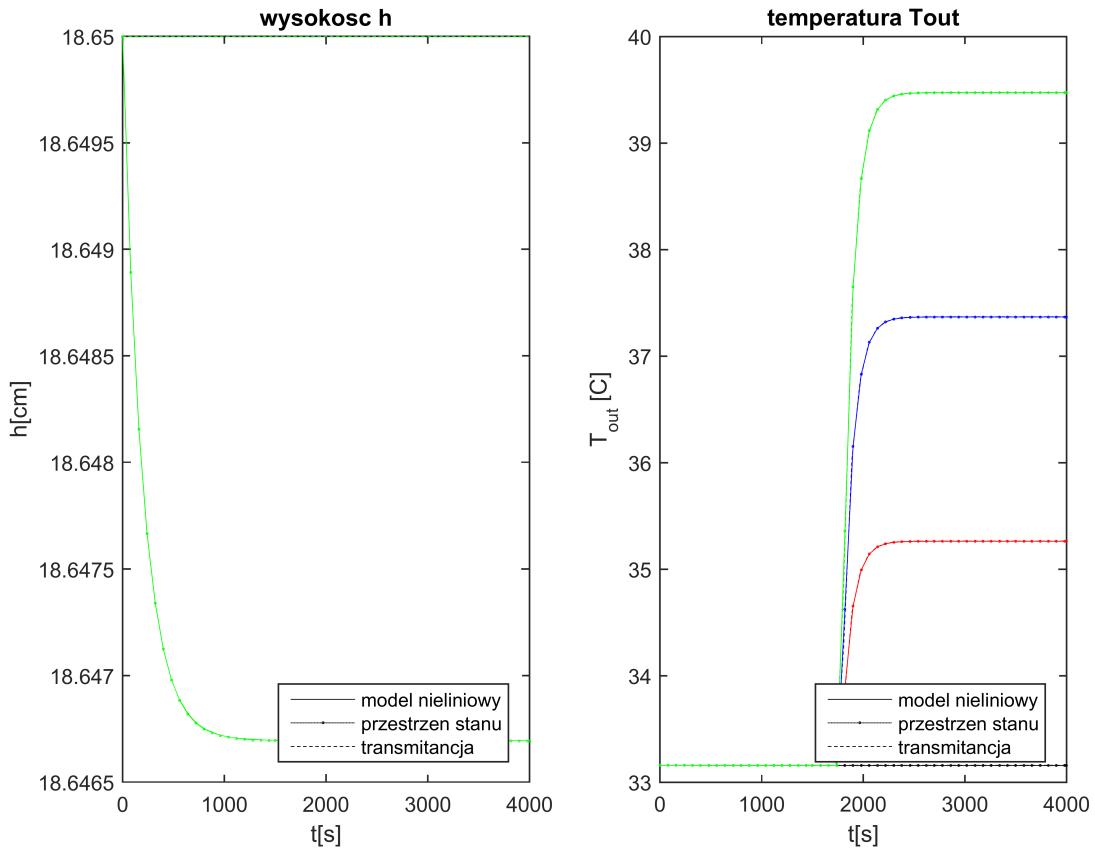
- Odpowiedzi na dodatni skok F_H :



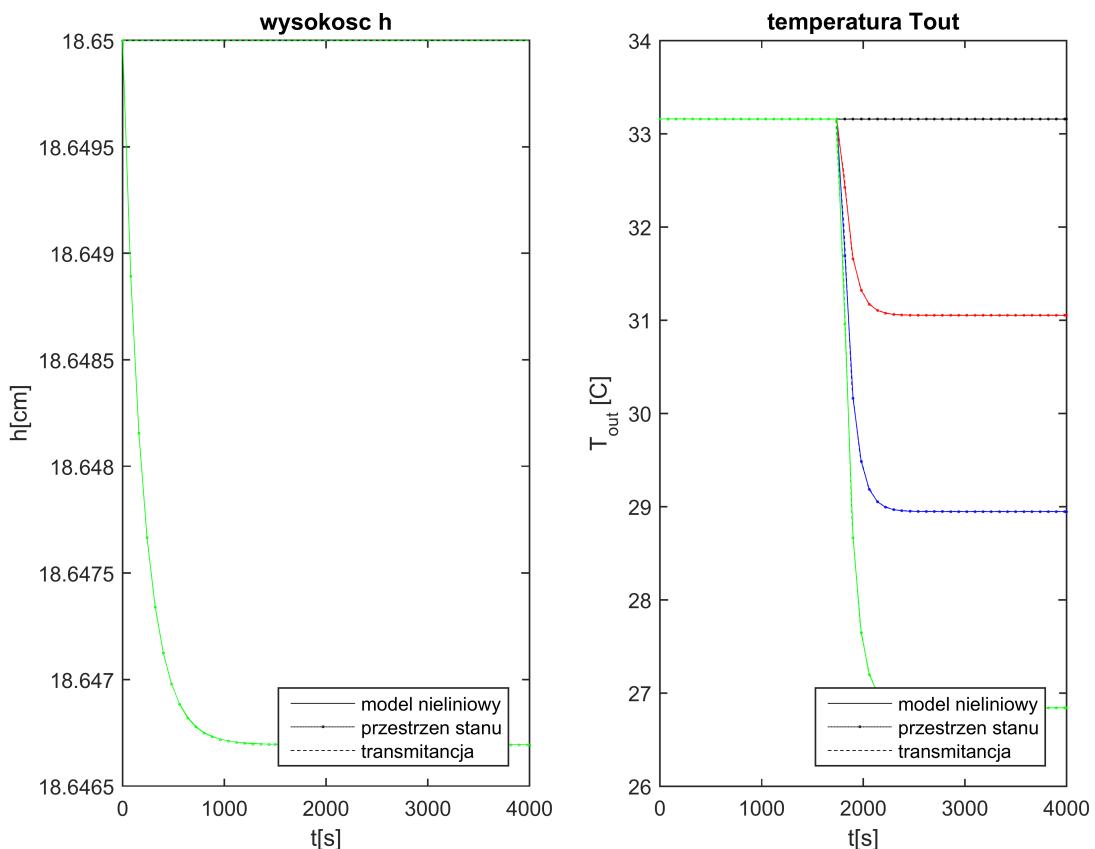
- Odpowiedzi na ujemny skok F_H :



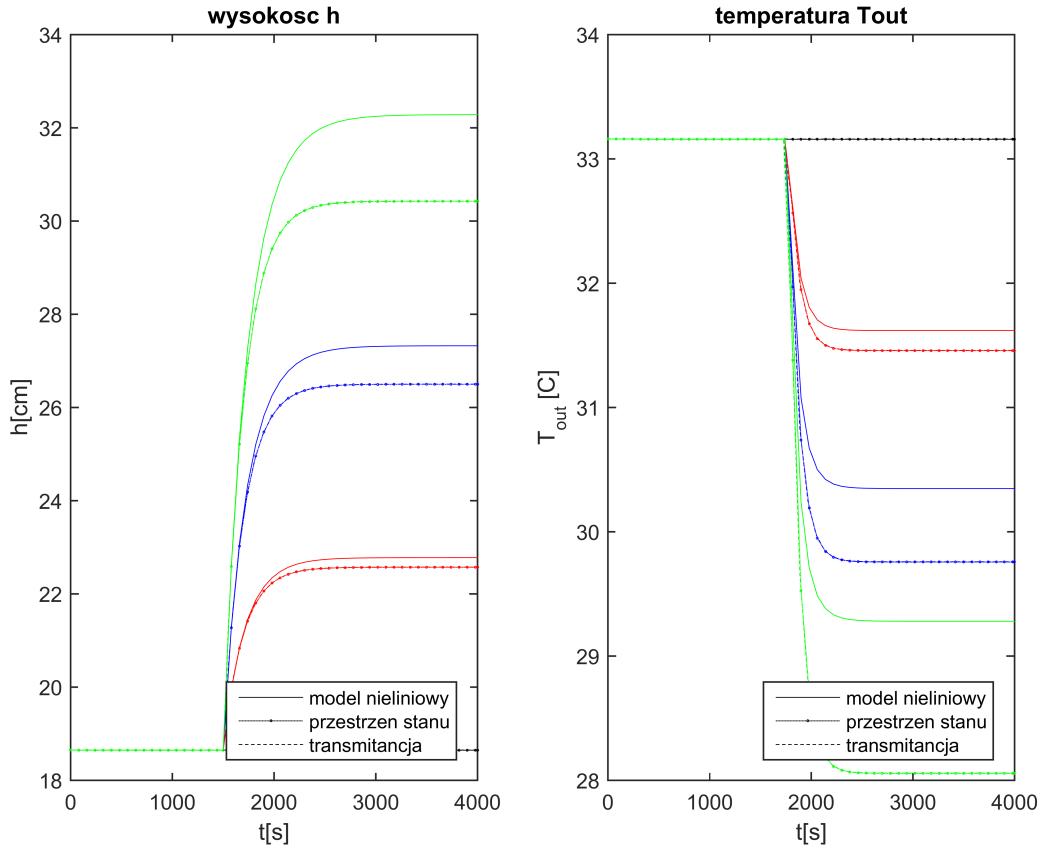
- Odpowiedzi na dodatni skok T_H :



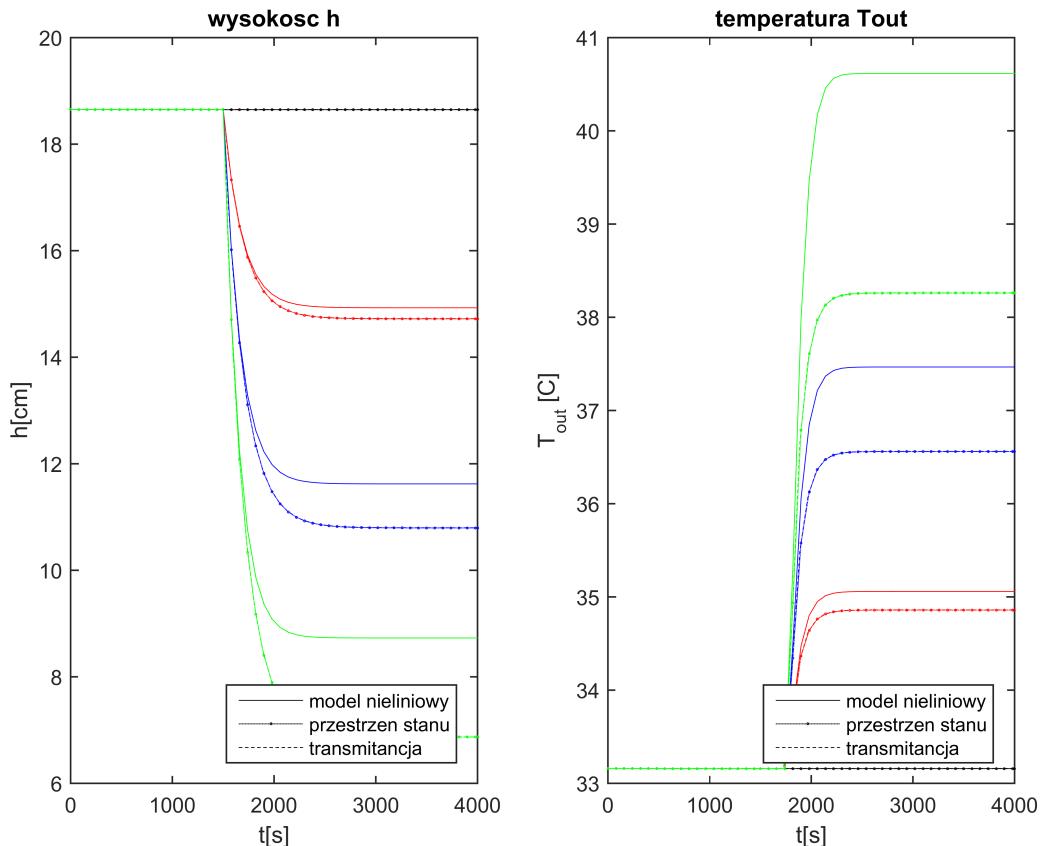
- Odpowiedzi na ujemny skok T_H :



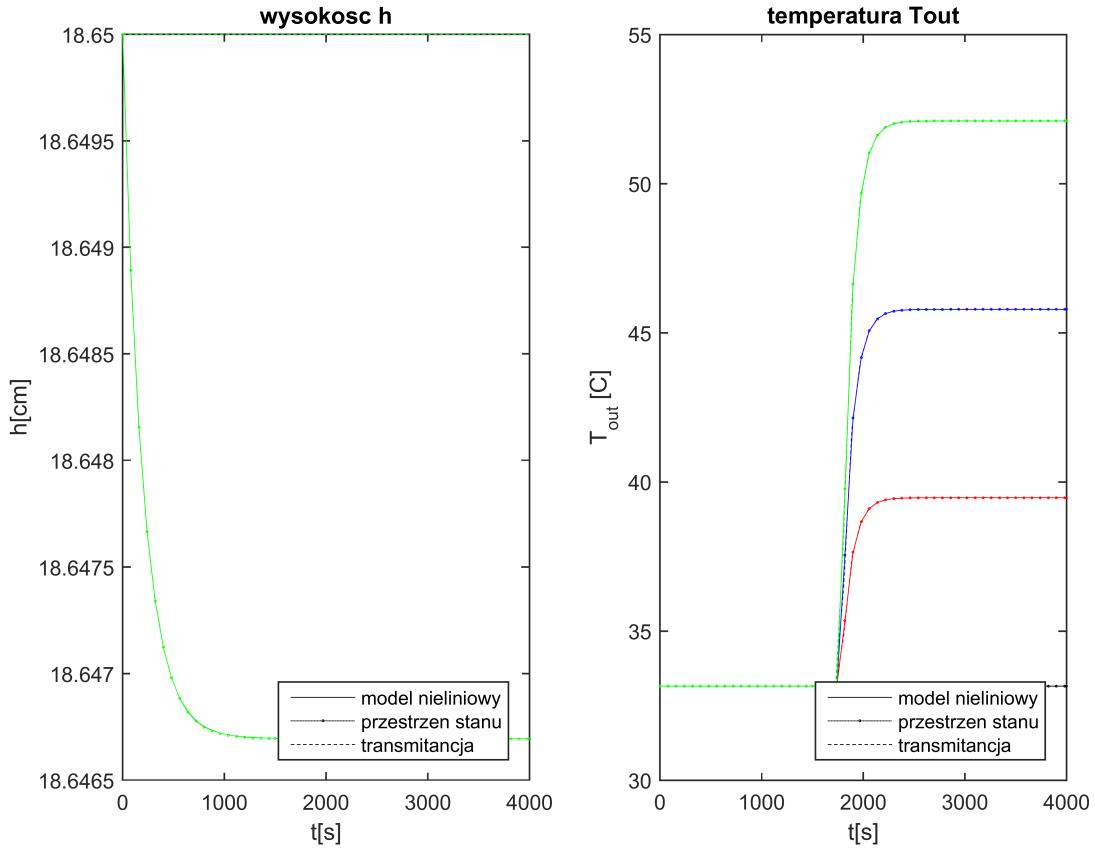
- Odpowiedzi na dodatni skok F_C :



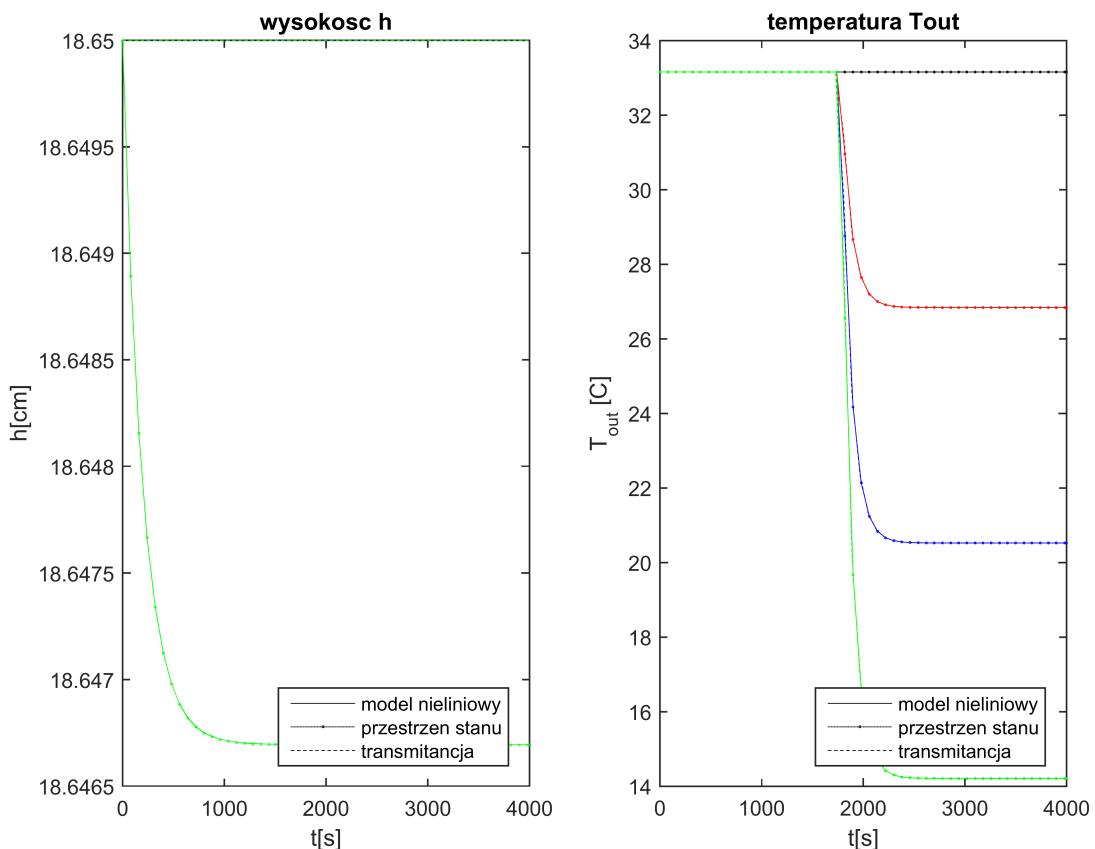
- Odpowiedzi na ujemny skok F_C :



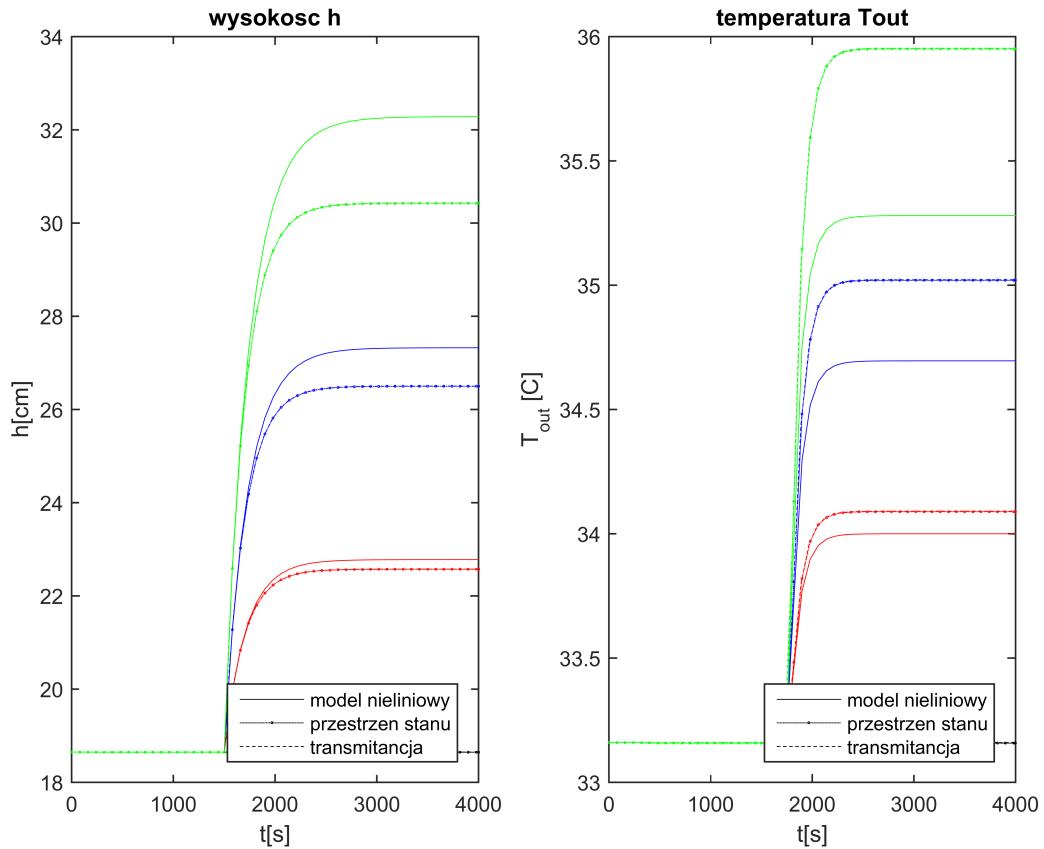
- Odpowiedzi na dodatni skok T_c :



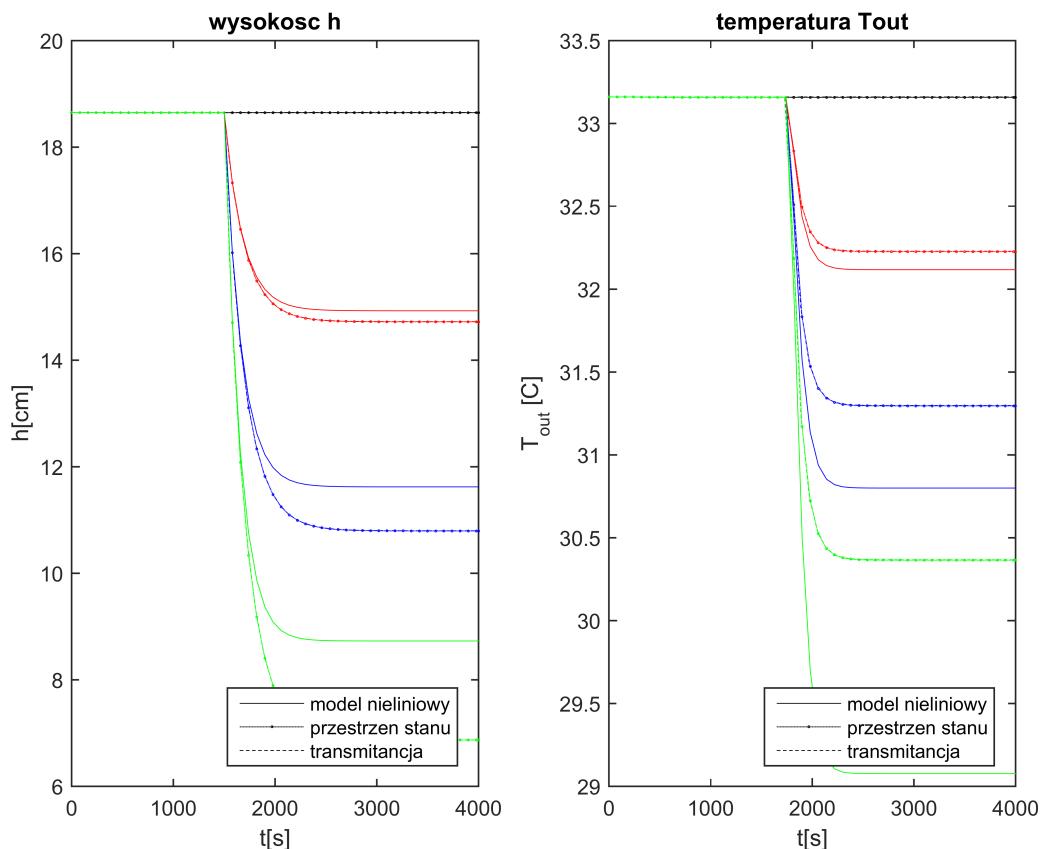
- Odpowiedzi na ujemny skok T_c :



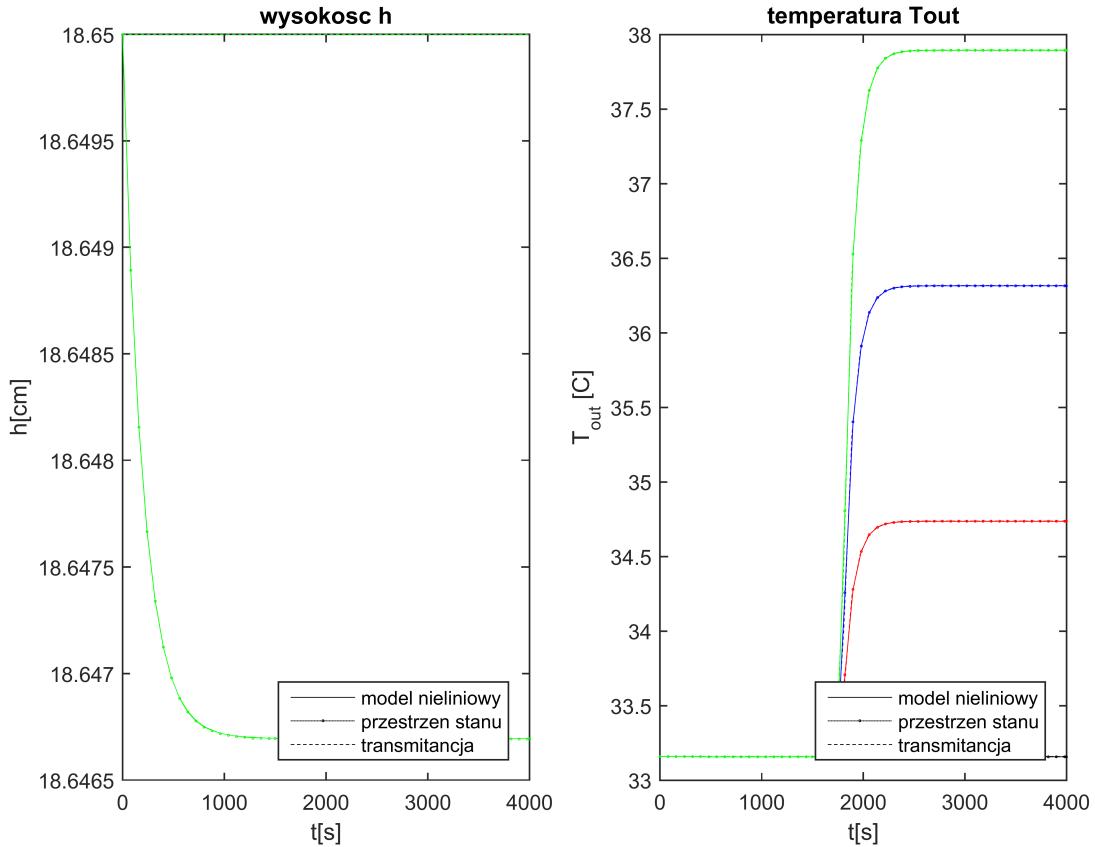
- Odpowiedzi na dodatni skok F_D :



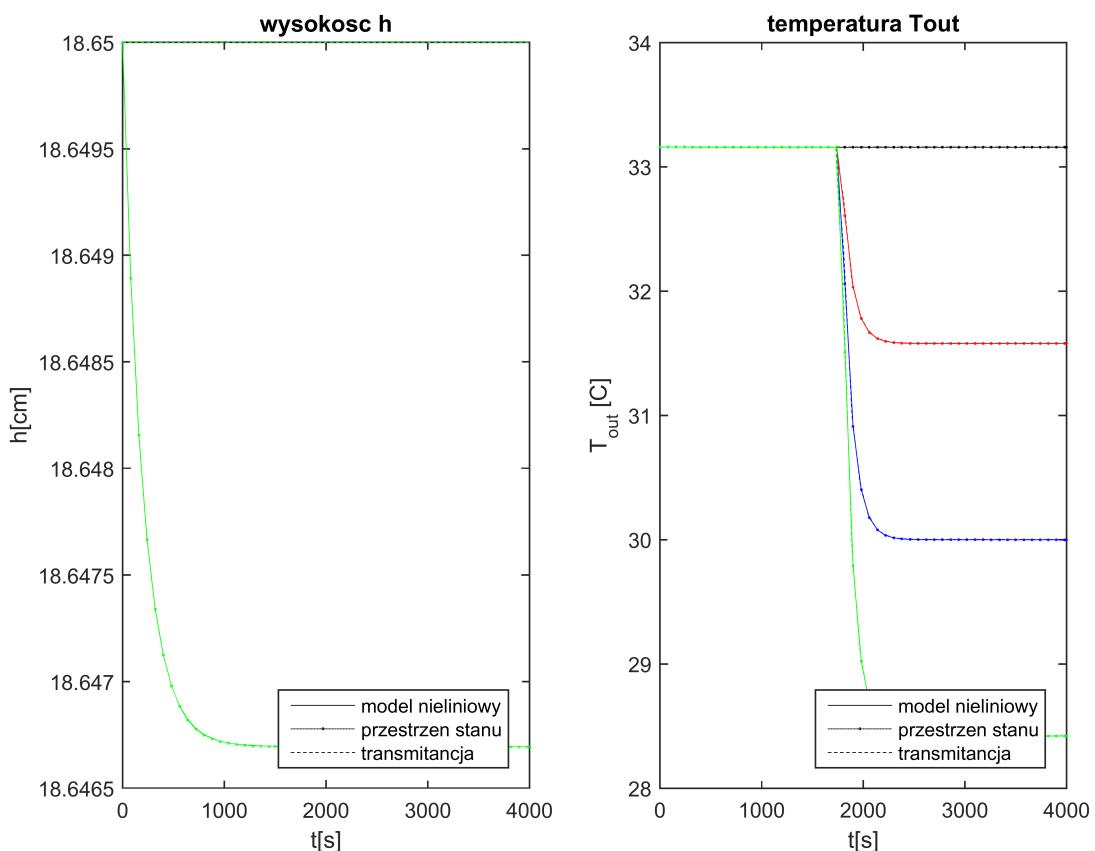
- Odpowiedzi na ujemny skok F_D :



- Odpowiedzi na dodatni skok T_D :



- Odpowiedzi na ujemny skok T_D :



- c) Dyskusja na temat jakości przybliżenia liniowego, w zależności od wielkości zmian sygnałów wejściowych

Odpowiedzi otrzymane dla modeli zlinearyzowanych w postaci równań stanu oraz transmitancji pokrywają się. Analizując otrzymane charakterystyki widoczny jest wyraźny wzrost wielkości błędu względnego (różnicy między wartościami uzyskiwanymi na podstawie modelu nieliniowego i modelu liniowego w postaci równań stanu) wraz ze wzrostem wartości bezwzględnej skoku wielkości wejściowej. Według modelu nie ma zależności pomiędzy wyjściem h a temperaturami T_H, T_C, T_D . Zatem ich skoki nie powodują zmiany wysokości słupa cieczy w zbiorniku. Dla skoków tych wielkości wejściowych nie występuje różnica pomiędzy odpowiedziami modelu nieliniowego i liniowego w postaci równań stanu. Widać tylko niewielką różnicę odpowiedzi tych modeli w stosunku do odpowiedzi transmitancji. Wynika to z faktu, iż punkt pracy podany w zadaniu $h_0 = 18,65$ w zadaniu nie odpowiada rzeczywistemu, który w przybliżeniu wynosi $h_0 = 18,6467$ cm i do niego dążą wartości odpowiedzi modeli w przestrzeni stanu.

- d) Modele liniowe, dyskretnie (w postaci równań stanu i transmitancji)

Przyjęto okres próbkowania $T_p = 10$ s

Za pomocą funkcji programu Matlab wyznaczono model w postaci transmitancji:

$$\mathbf{G}(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & G_{12}(z) & G_{13}(z) & G_{14}(z) & G_{15}(z) & G_{16}(z) \\ G_{21}(z) & G_{22}(z) & G_{23}(z) & G_{24}(z) & G_{25}(z) & G_{26}(z) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}(z)^r = \begin{bmatrix} \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} \cdot z^{-23} & \frac{0.02135z^2 + 0.001061z - 0.02029}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-50} \\ 0 & \frac{0.0102z + 0.0102}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \\ \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} & \frac{-0.008245z^2 - 0.0004095z + 0.007835}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-27s} \\ 0 & \frac{0.03061z + 0.03061}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \\ \frac{0.009752z + 0.009752}{z - 0.9503} & \frac{0.00451z^2 + 0.0002242z - 0.004286}{z^2 - 1.853z + 0.8582} \cdot z^{-27} \\ 0 & \frac{0.007653z + 0.007653}{z - 0.9031} \cdot z^{-27} \end{bmatrix}$$

Uwzględniając opóźnienia dla wektorów zmiennych stanu, wejścia i wyjścia w postaci:

$$\begin{aligned}
 x(k) &= \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}, x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) = \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix}, x(k - \frac{\tau}{T_p}) = \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T(k - \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_{out}(k) \end{bmatrix}, \\
 u(k) &= \begin{bmatrix} F_{Hin}(k) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}, u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_H(k) \\ T_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \end{bmatrix}, u(k - \frac{\tau}{T_p}) = \begin{bmatrix} F_{Hin}(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_H(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ F_C(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_C(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ F_D(k - \frac{\tau}{T_p}) \\ T_D(k - \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix}, \\
 y(t) &= \begin{bmatrix} h(k) \\ T_{out}(k) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Otrzymano model ciągły zlinearyzowany w postaci równań stanu:

$$\begin{aligned}
 x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + A_1x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + B_1u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + A_2x(k - \frac{\tau}{T_p}) + B_2u(k - \frac{\tau}{T_p}) + E \\
 y(k) &= Cx(k) + Du(k) + C_1x(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + D_1u(k - \frac{\tau_H}{T_p}) + C_2x(k - \frac{\tau}{T_p}) + D_2u(k - \frac{\tau}{T_p}) + F
 \end{aligned}$$

, gdzie:

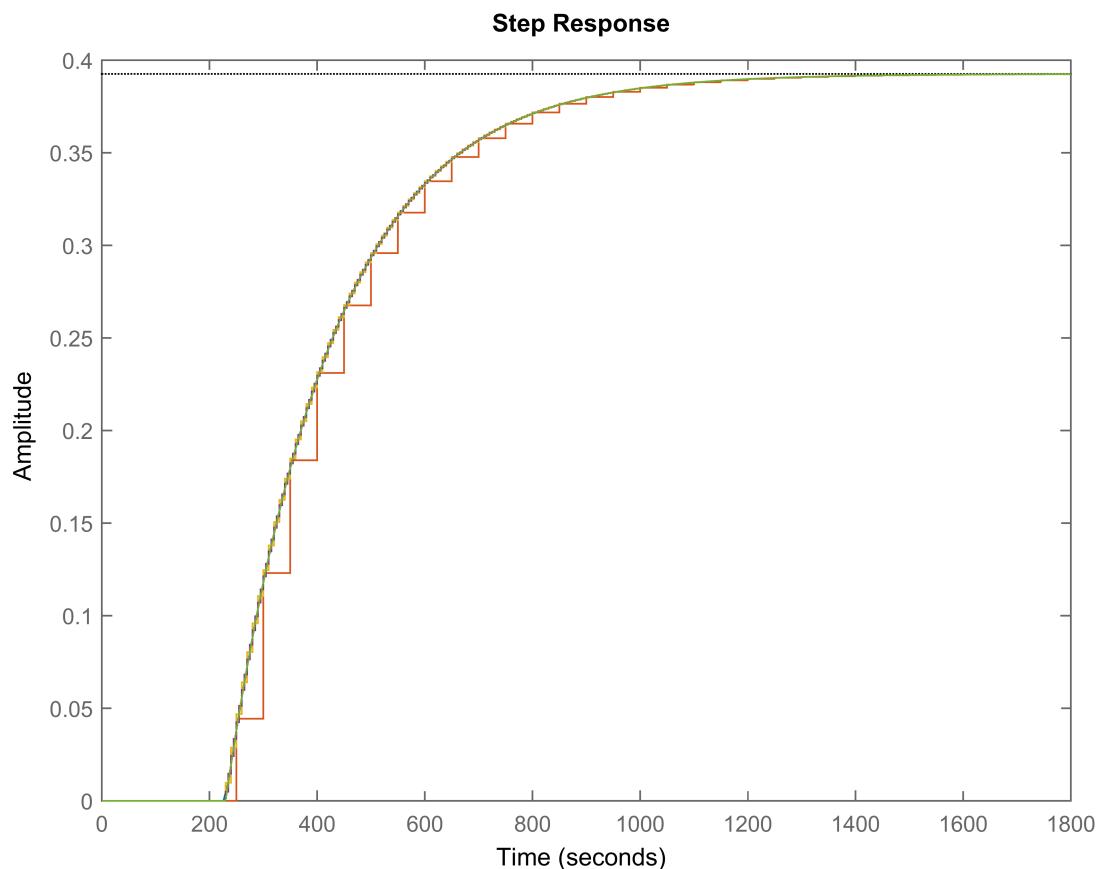
$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0.9503 & 0 \\ 1.067 \cdot 10^{-05} & 0.9031 \end{bmatrix}, A_1 = \mathbf{0}, A_2 = \mathbf{0}, \\
 B &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 \\ 0 & 0.02041 & -0.01649 & 0.06122 & 0.009021 & 0.01531 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.0195 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.04269 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
 B_2 &= \mathbf{0}, C = \begin{bmatrix} 0.9752 & 0 \\ 5.335 \cdot 10^{-06} & 0 \end{bmatrix}, C_1 = \mathbf{0}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.9515 \end{bmatrix}, \\
 D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 \\ 0 & 0.0102 & -0.008245 & 0.03061 & 0.00451 & 0.007653 \end{bmatrix}, \\
 D_1 &= \begin{bmatrix} 0.009752 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02135 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_2 = \mathbf{0}, E = \begin{bmatrix} -0.9265 \\ -5.0691 \cdot 10^{-06} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -0.4632 \\ -2.5346 \cdot 10^{-06} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Dokonanie dyskretyzacji układu wymaga odpowiedniego doboru czasu próbkowania, który umożliwi jak najlepsze odwzorowanie odpowiedzi modelu ciągłego stosując model dyskretny. Zwiększenie okresu próbkowania powoduje zwiększenie różnicy pomiędzy odpowiedzą modelu dyskretnego i ciągłego. Mniejsze wartości okresu próbkowania powodują zwiększenie kosztów oraz czasu obliczeń. Celem zatem jest uzyskanie kompromisu pomiędzy jakością dyskretyzacji,

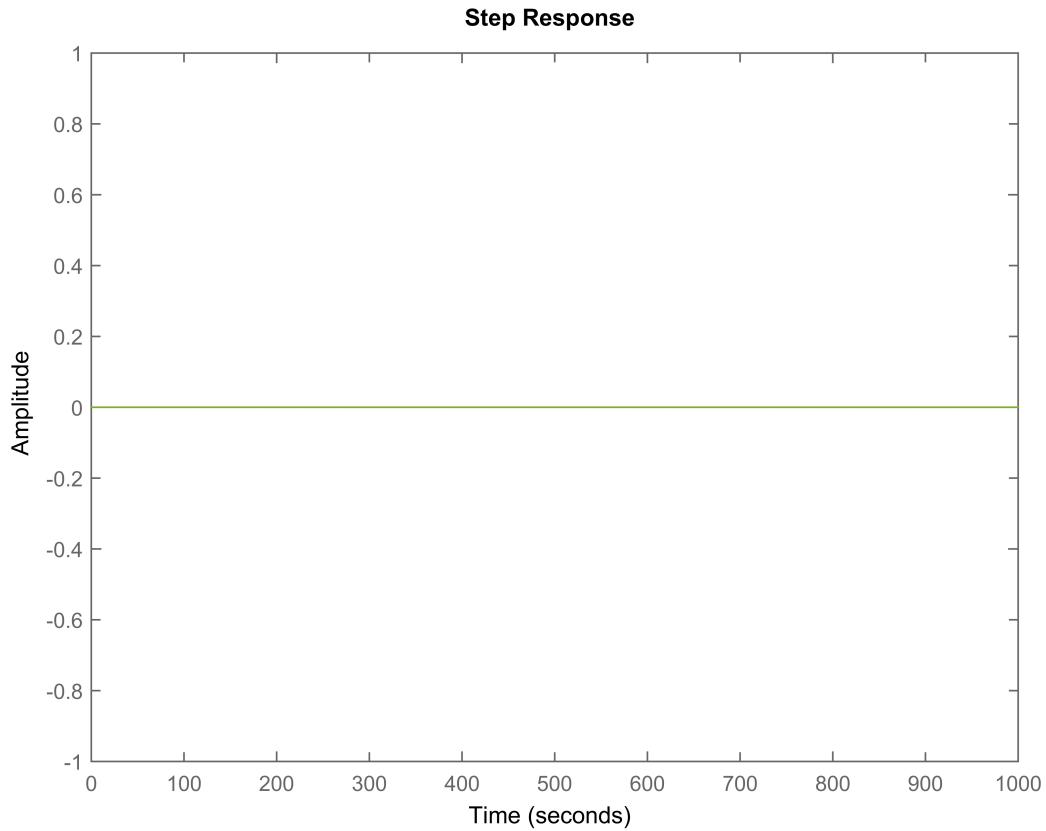
a czasem obliczeń (symulacji). Modele w postaci równań stanu oraz transmitancji wyznaczono za pomocą funkcji programu Matlab `c2d(sys1, Tp, metoda)`. Do wygenerowania modeli dyskretnych wykorzystano metodę trapezów. Przeanalizowano charakterystyki odpowiedzi na skok jednostkowy dla różnych kombinacji wejść oraz wyjść, stosując okresy próbkowania T_p równe 50s, 10s, 5s oraz 1s. Analizując wykresy umieszczone poniżej widać, że najlepsze wyniki utrzymuje się dla coraz mniejszych wartości okresu próbkowania, jednak zadowalające odpowiedzi uzyskuje się dla czasu próbkowania $T_p = 10s$. Okres próbkowania, dla którego występujące opóźnienia w układzie nie są jego wielokrotnością wprowadza błędy w odpowiedziach układu. Dla T_p równego 50s występują różne wielkości przesunięcia odpowiedzi modelu dyskretnego, względem odpowiedzi modelu ciągłego. Wynika to z zaokrąglenia liczby próbek prezentujących wartość opóźnienia. Opóźnienia występujące w układzie to $\tau_H = 230s$, $\tau = 270s$ i każde z nich jest zaokrąglane do liczby próbek równej 5, które w reprezentacji czasowej wynoszą 250s. Z tego względu występują różne wielkości przesunięcia odpowiedzi modelu dyskretnego z okresem próbkowania 50s, względem odpowiedzi modelu ciągłego. Wybór odpowiednio małego okresu próbkowania jest konieczny ze względu na szybkie zmiany amplitudy temperatury T_{out} w odpowiedzi na skok jednostkowy.

Otrzymane odpowiedzi na skok jednostkowy:

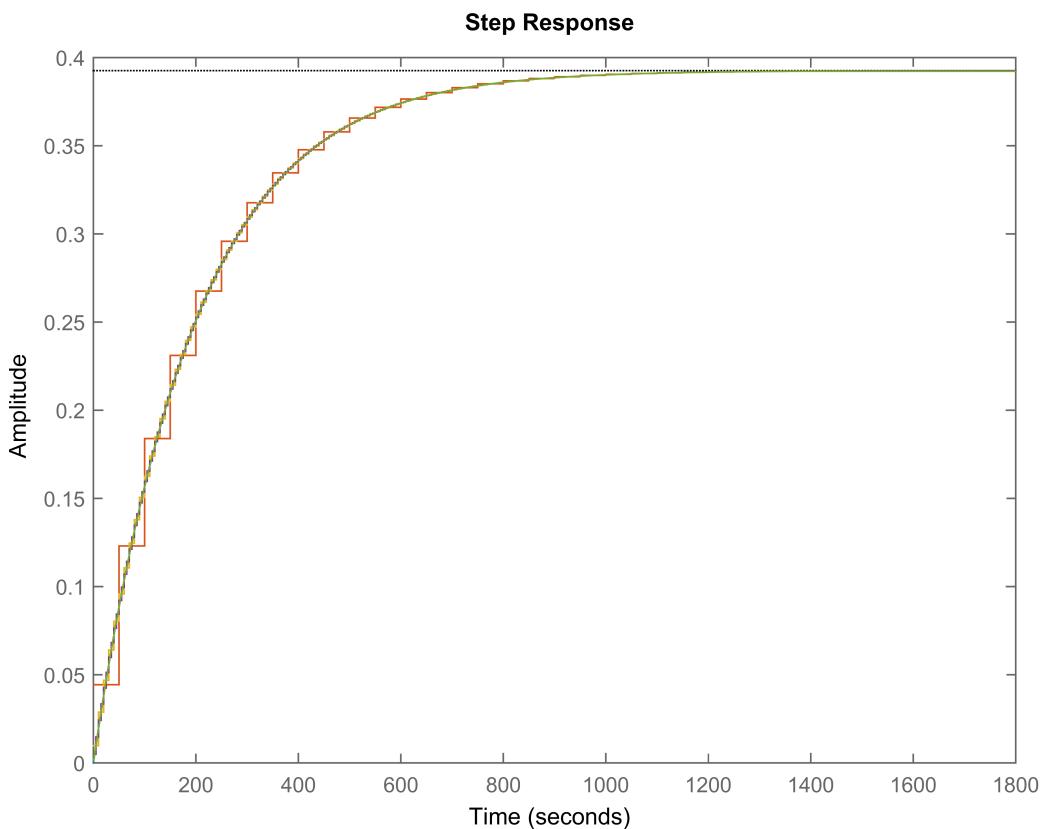
Wejście F_H wyjście h



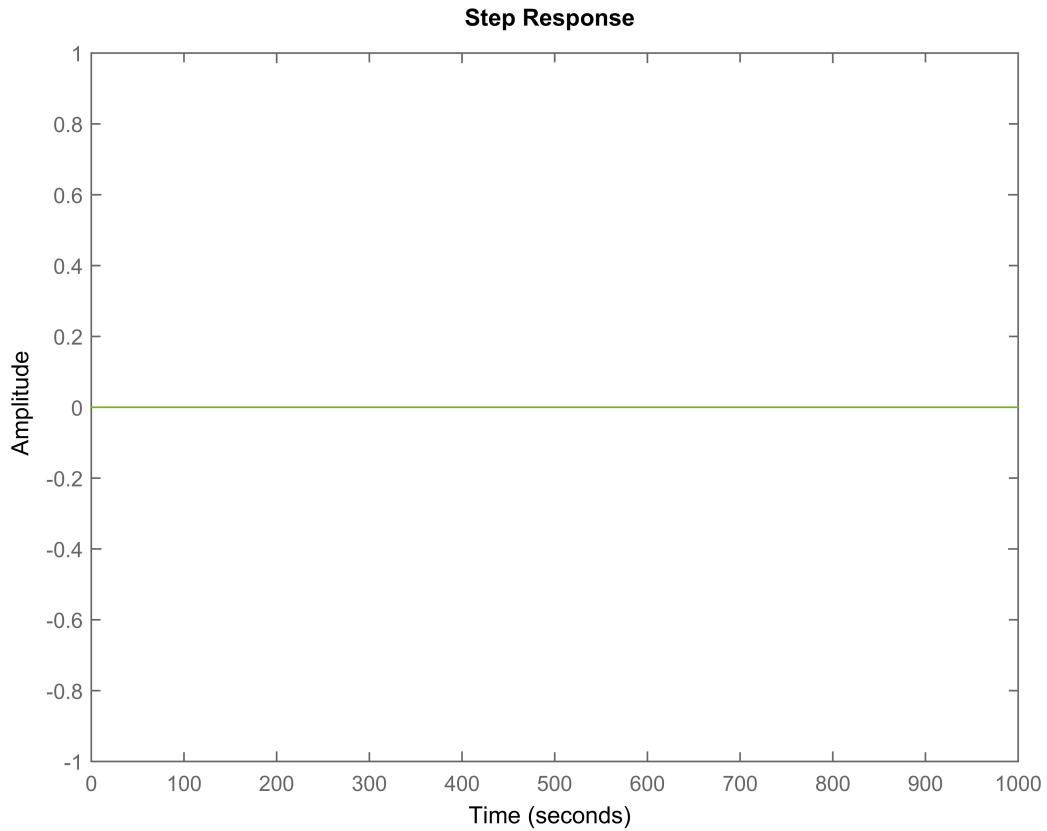
Wejście T_H wyjście h



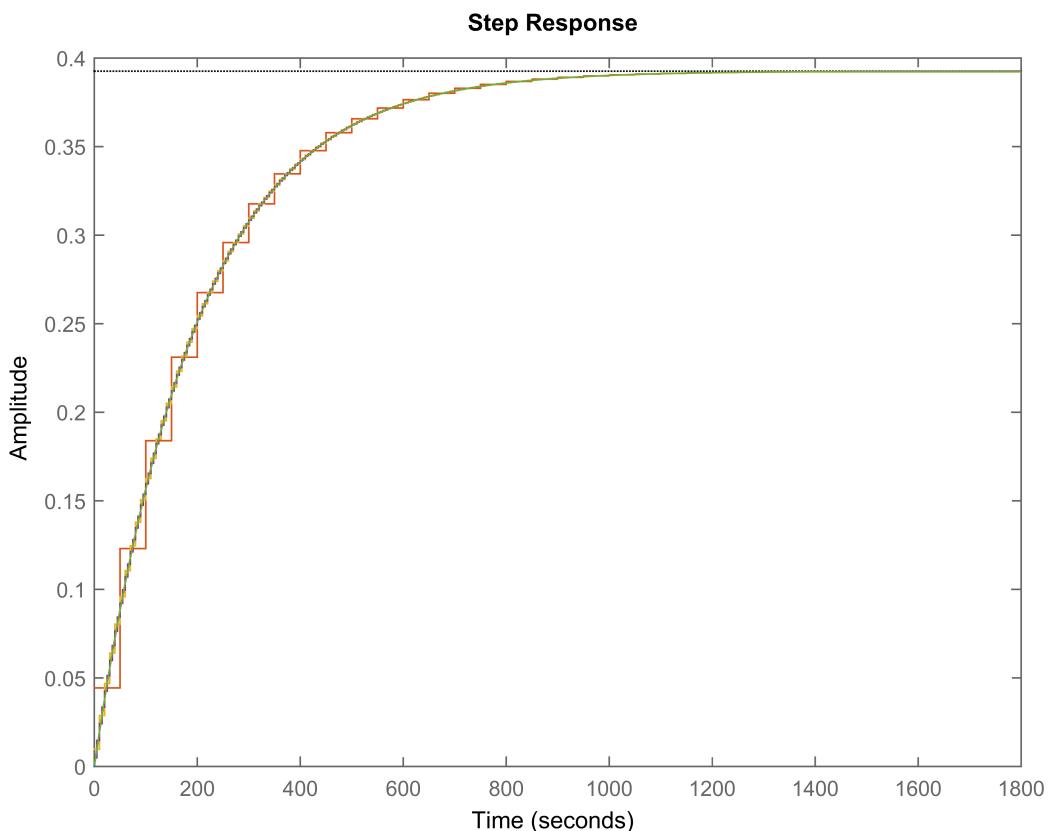
Wejście F_C wyjście h



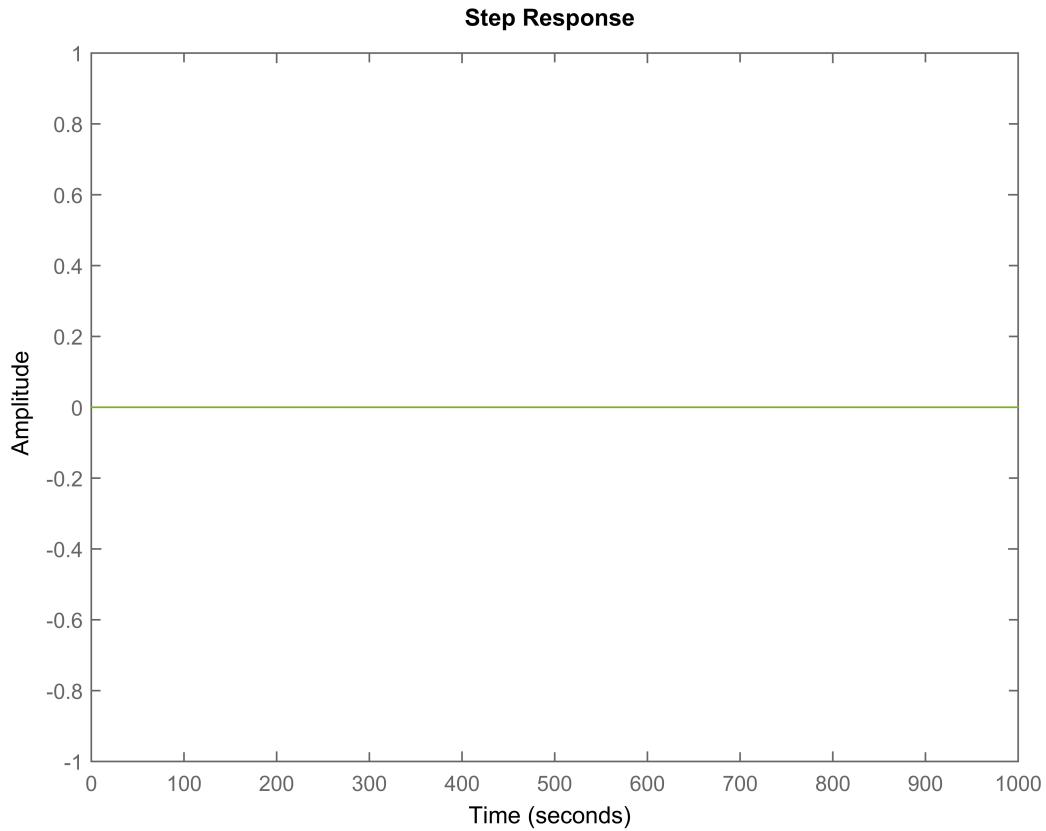
Wejście T_C wyjście h



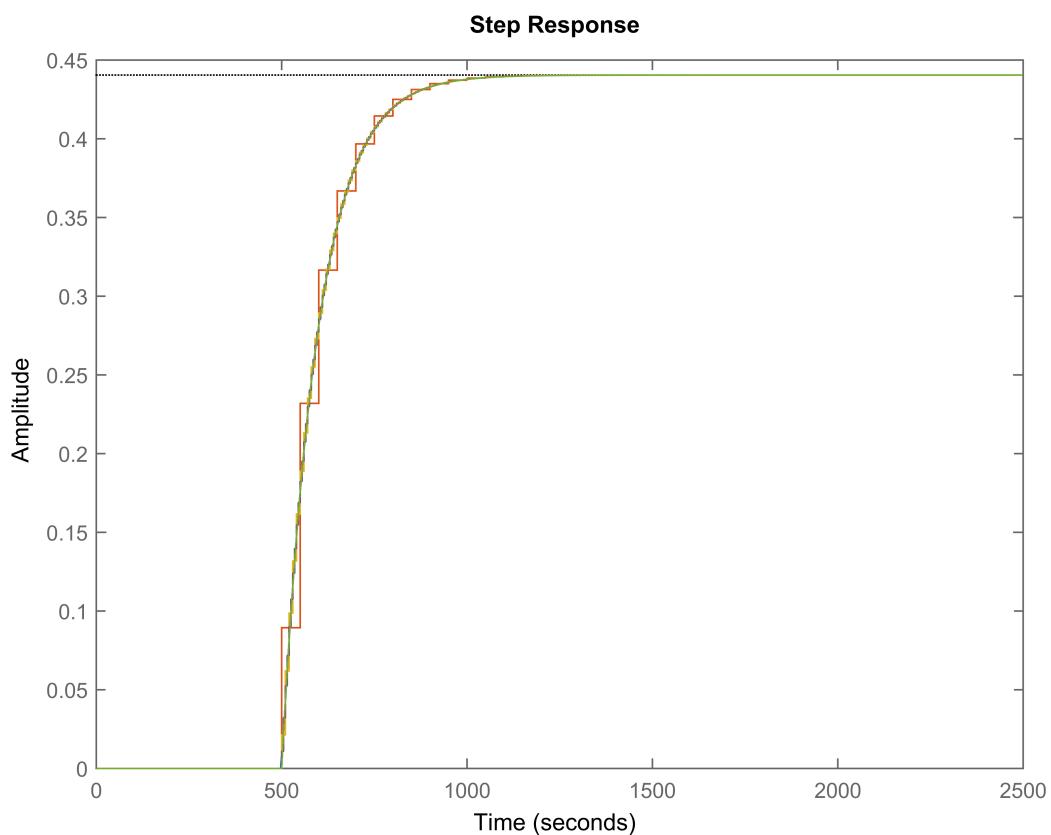
Wejście F_D wyjście h



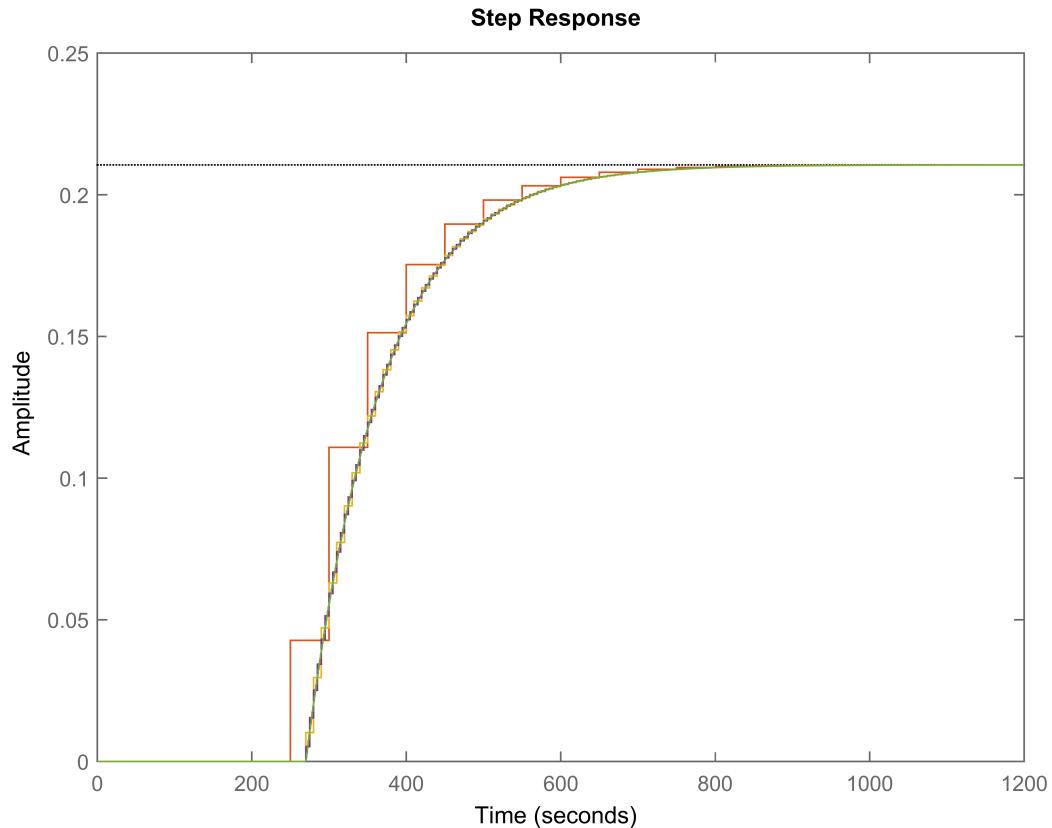
Wejście T_D wyjście h



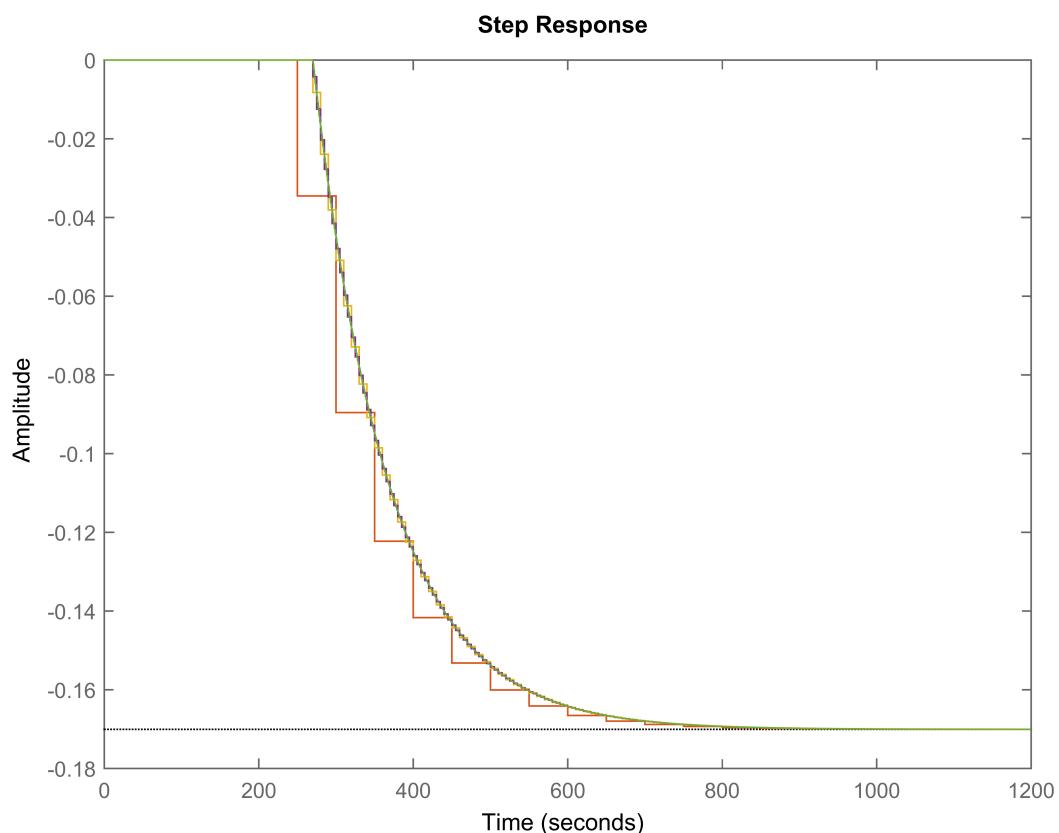
Wejście F_H wyjście T_{out}



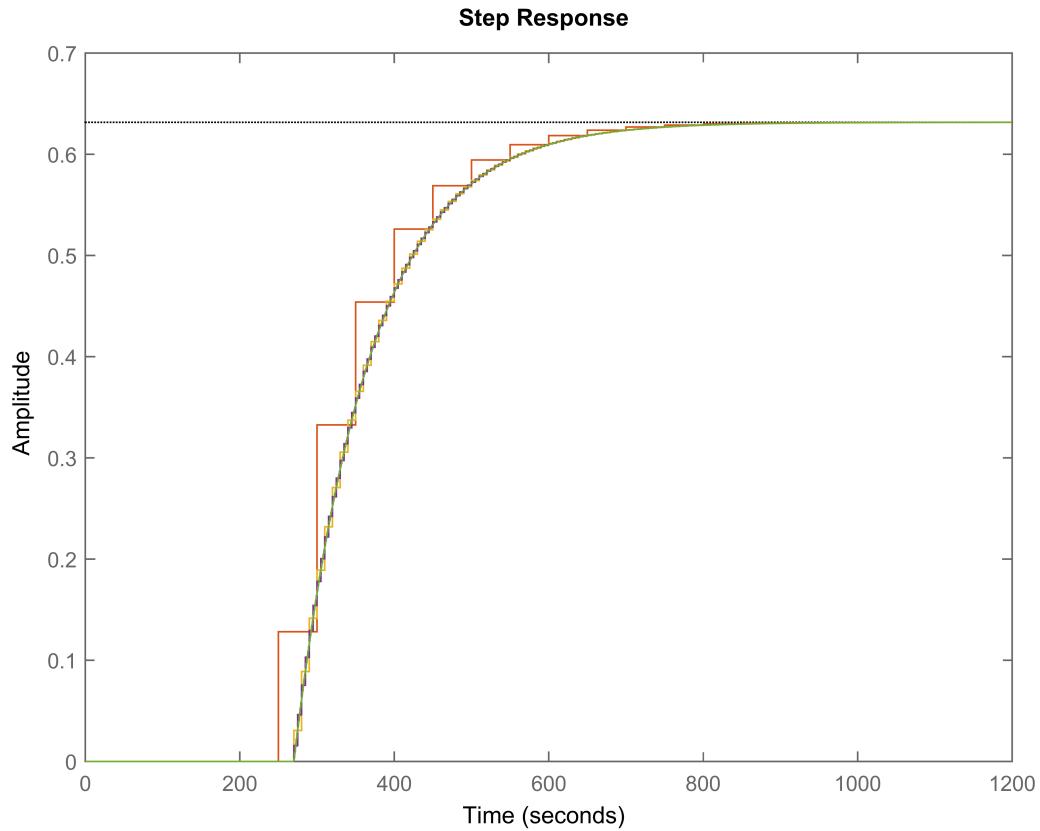
Wejście T_H wyjście T_{out}



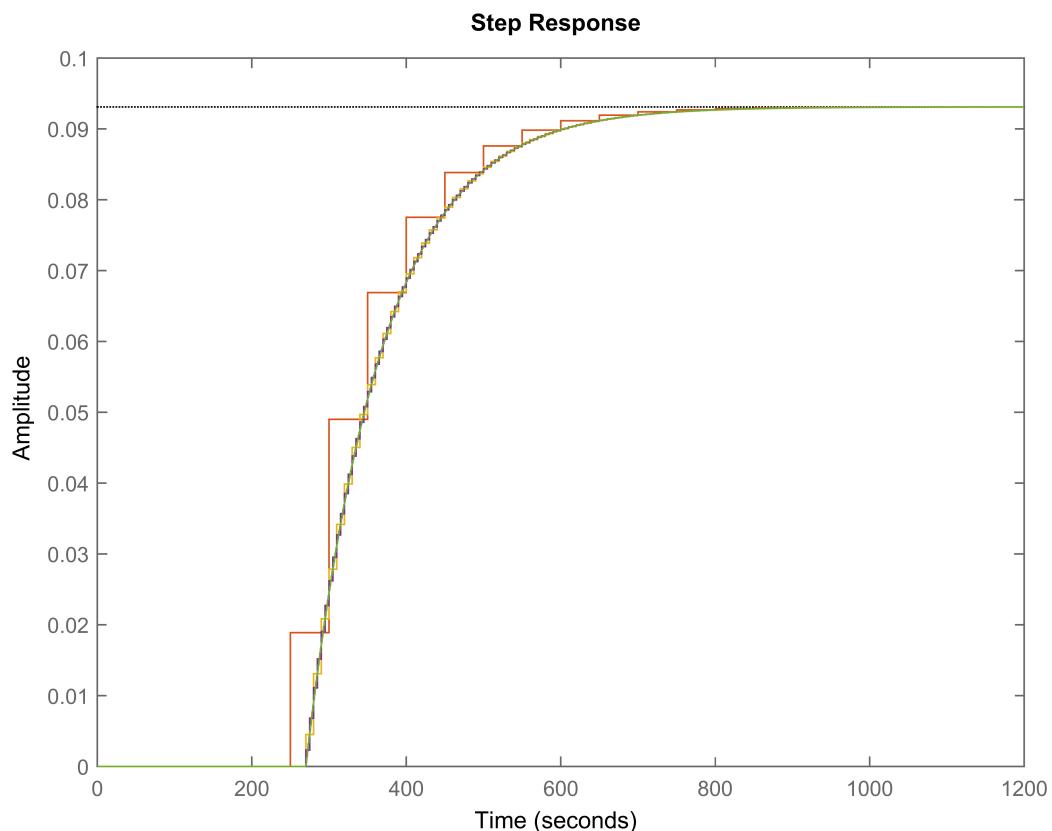
Wejście F_C wyjście T_{out}



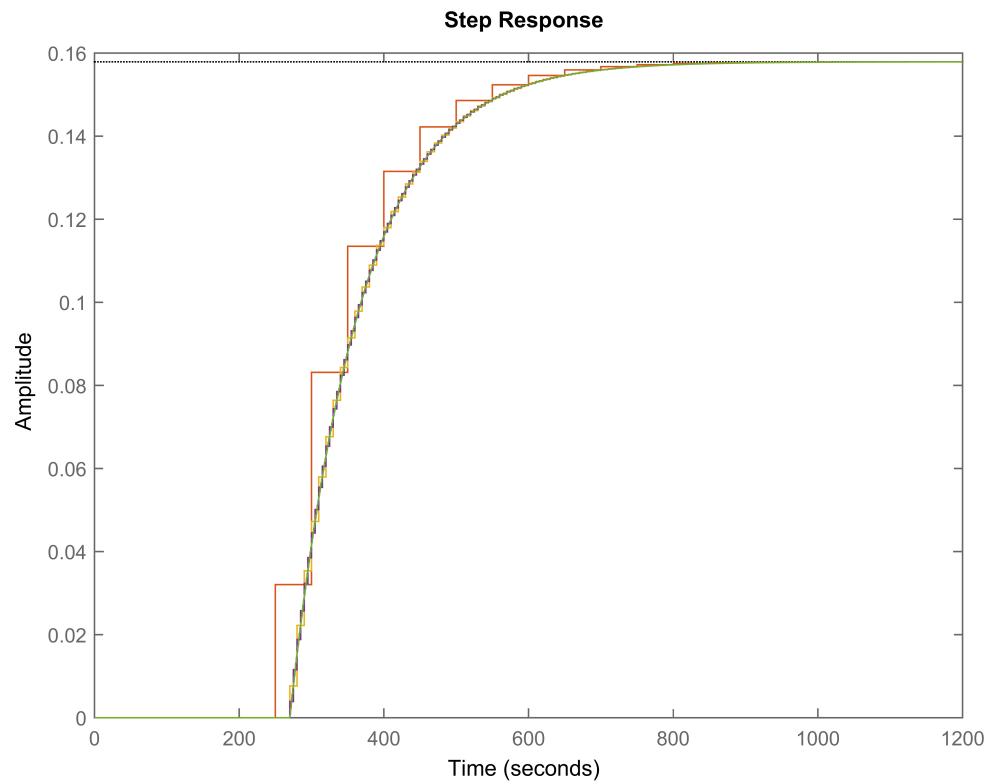
Wejście T_C wyjście T_{out}



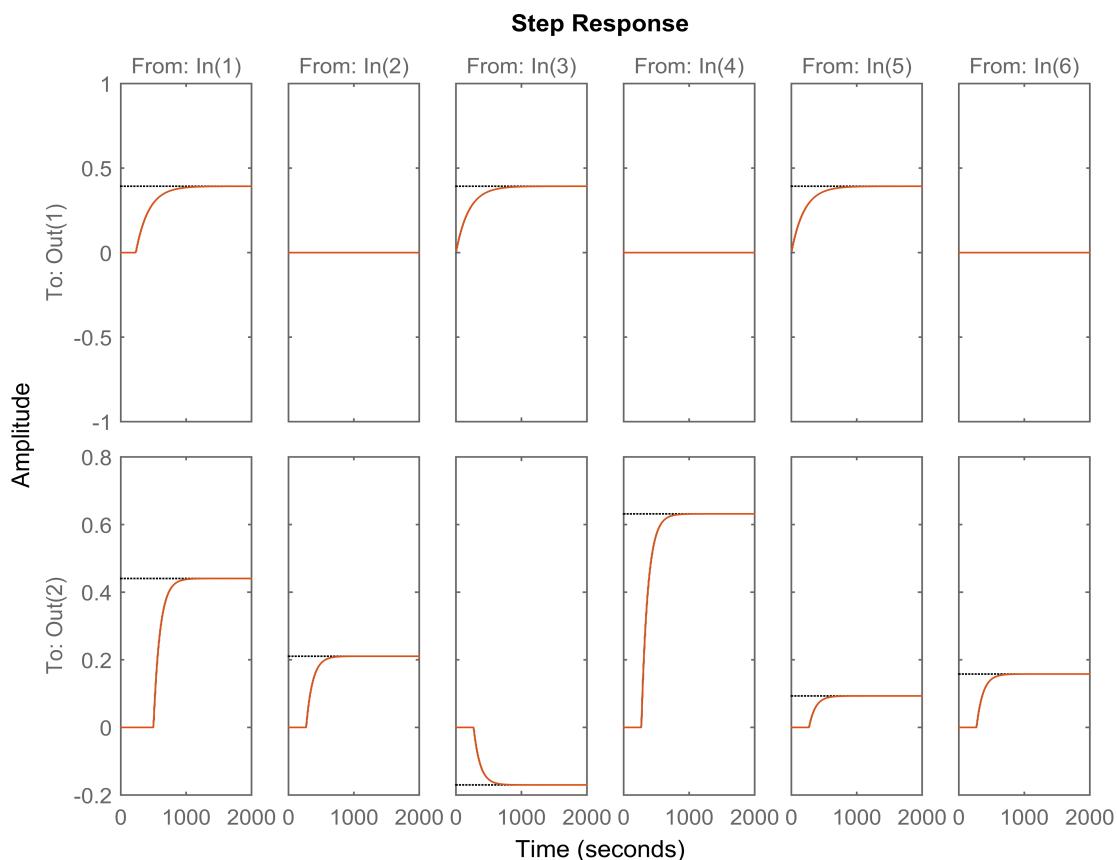
Wejście F_D wyjście T_{out}



Wejście T_D wyjście T_{out}



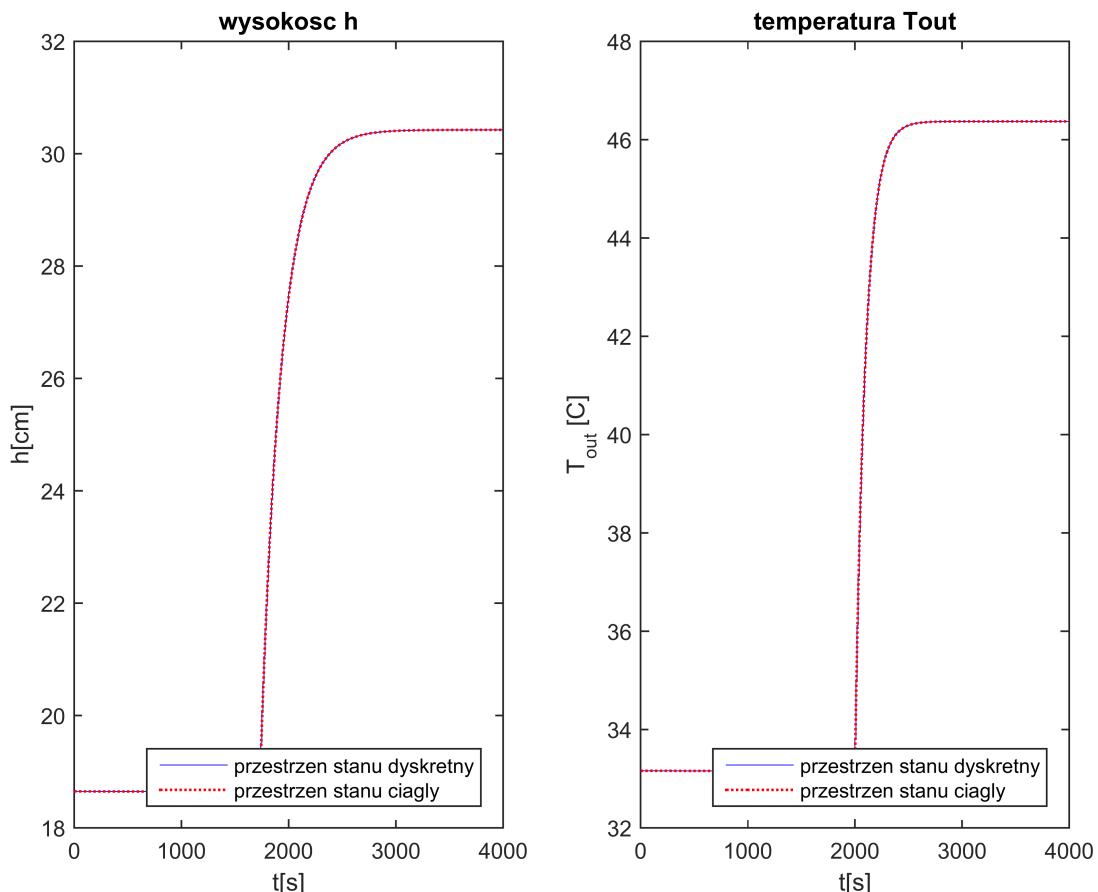
Modele wygenerowane na podstawie równań stanu i transmitancji zarówno dla reprezentacji ciągłe jak i dyskretnej generują takie same rezultaty działań – ich odpowiedzi pokrywają się.
Modele ciągły oraz dyskretny na podstawie transmitancji – odpowiedź skokowa:



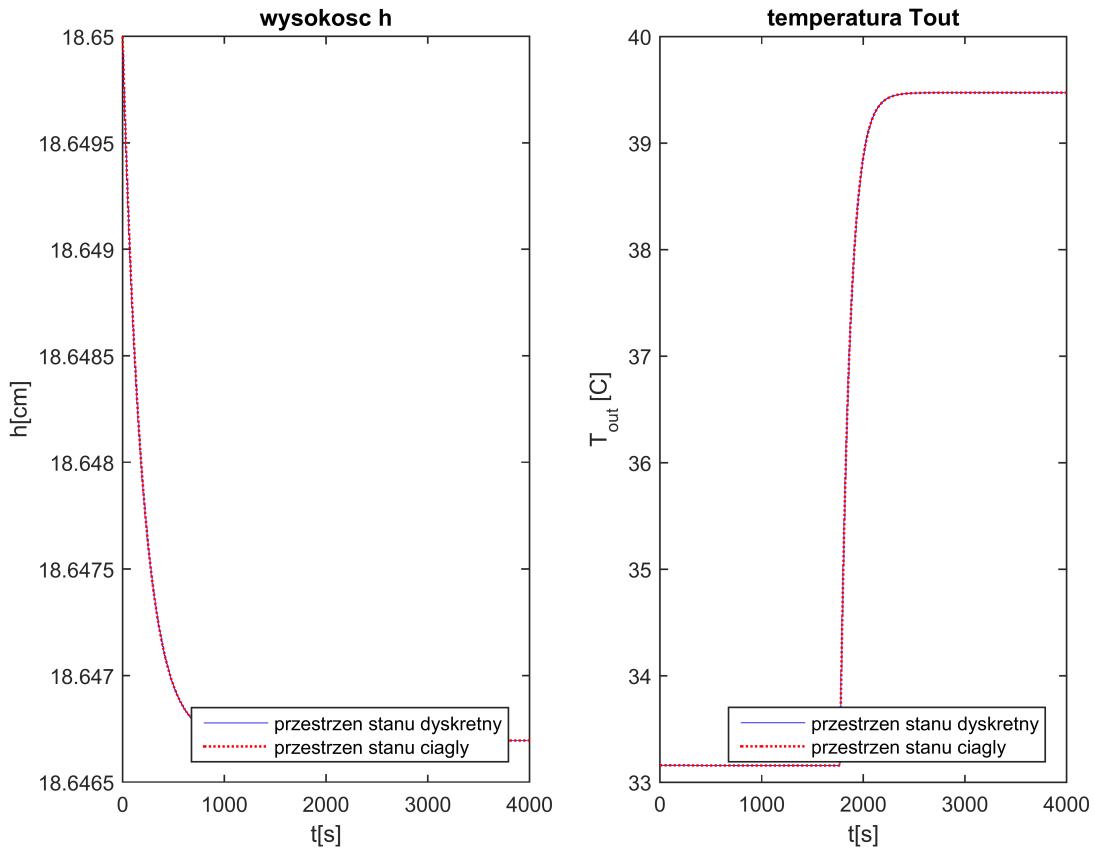
Odpowiedzi zlinearyzowanego modelu dyskretnego oraz ciągłego w postaci równań stanu również mają takie podobne przebiegi. Poniżej przedstawiono otrzymane dla tych modeli dla skoku zmiennych wejściowych o wartości $+30 \frac{cm^3}{s}$ (dla przepływów) lub ${}^\circ C$ (dla temperatur).

Przebiegi startowały z podanego punktu równowagi. Wykresy dla modelu ciągłego w przestrzeni stanu są zaprezentowane za pomocą czerwonej linii kropkowanej, zaś dla modelu dyskretnego w przestrzeni stanu niebieska linią ciągłą. Skoki wprowadzane są w 1500 sekundzie czasu symulowanego.

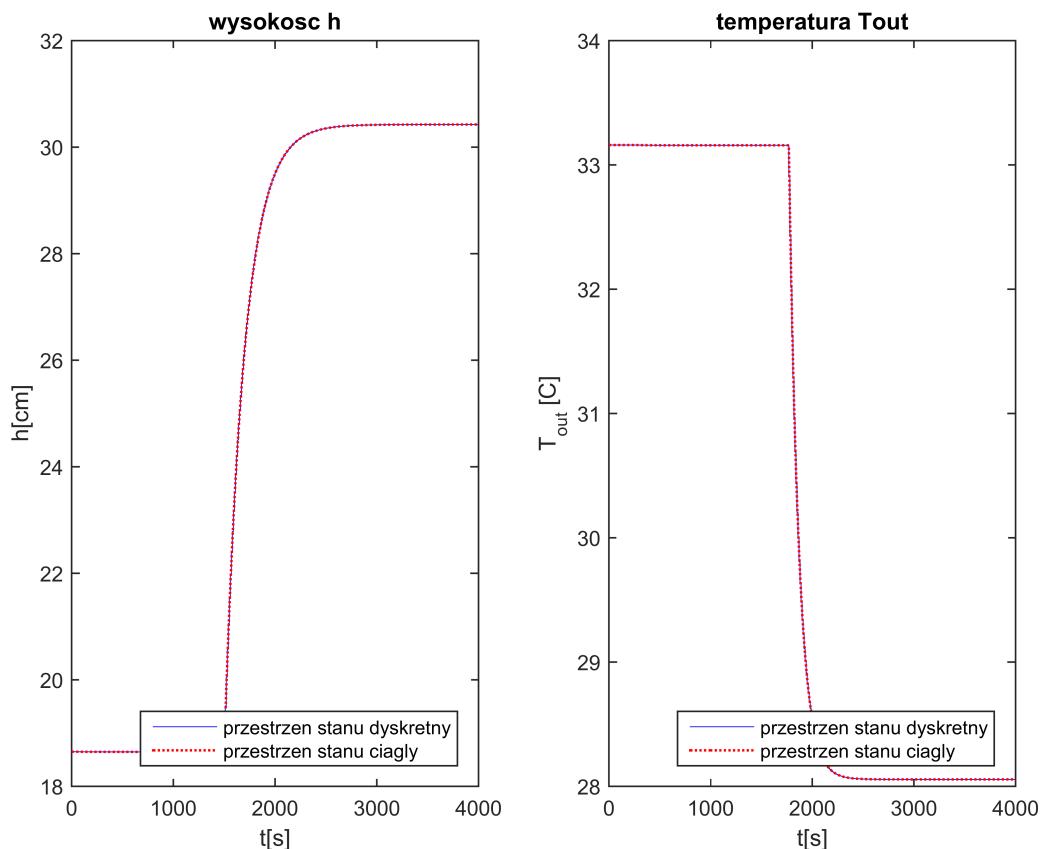
- Odpowiedzi na skok F_H :



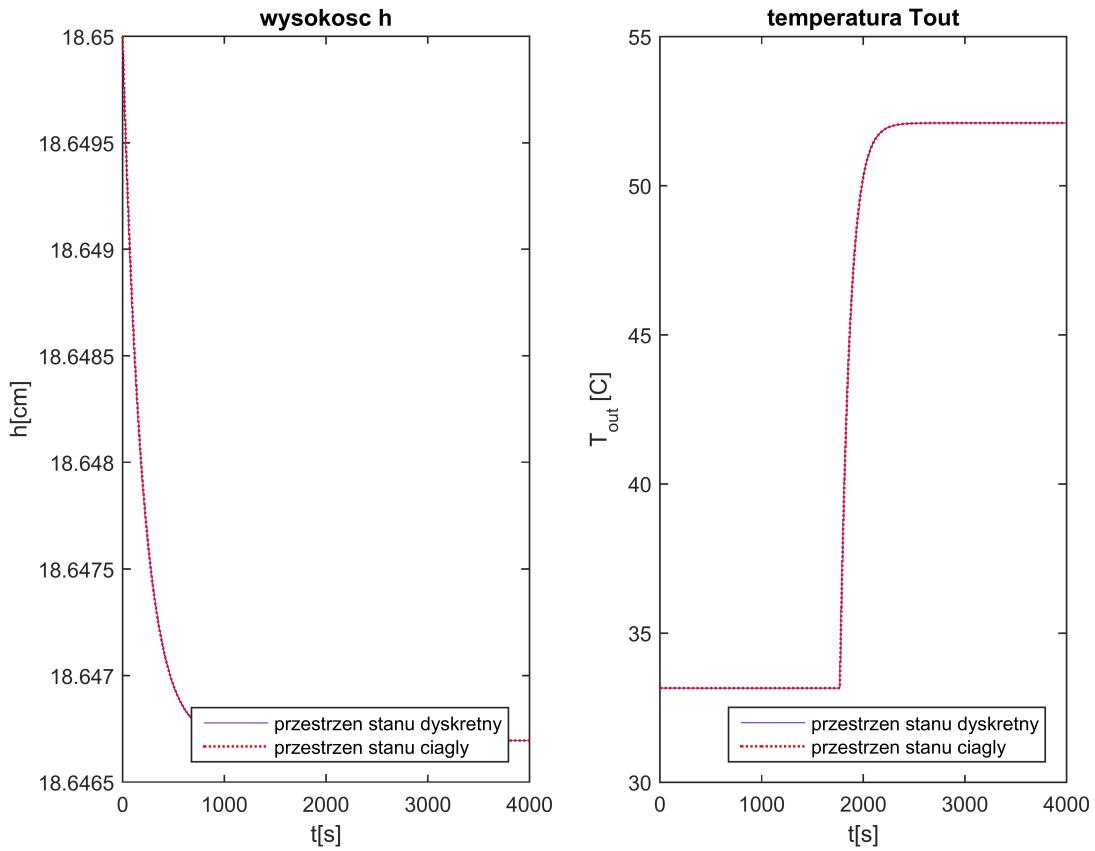
- Odpowiedzi na skok T_H :



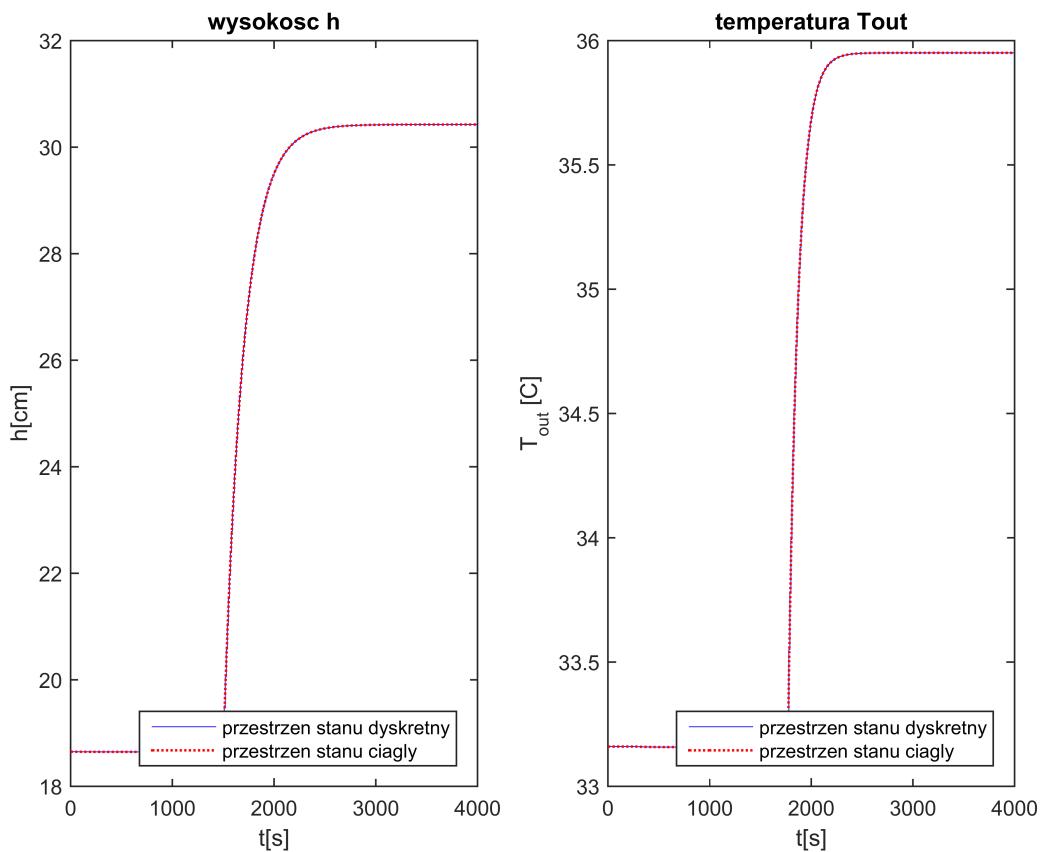
- Odpowiedzi na skok F_C :



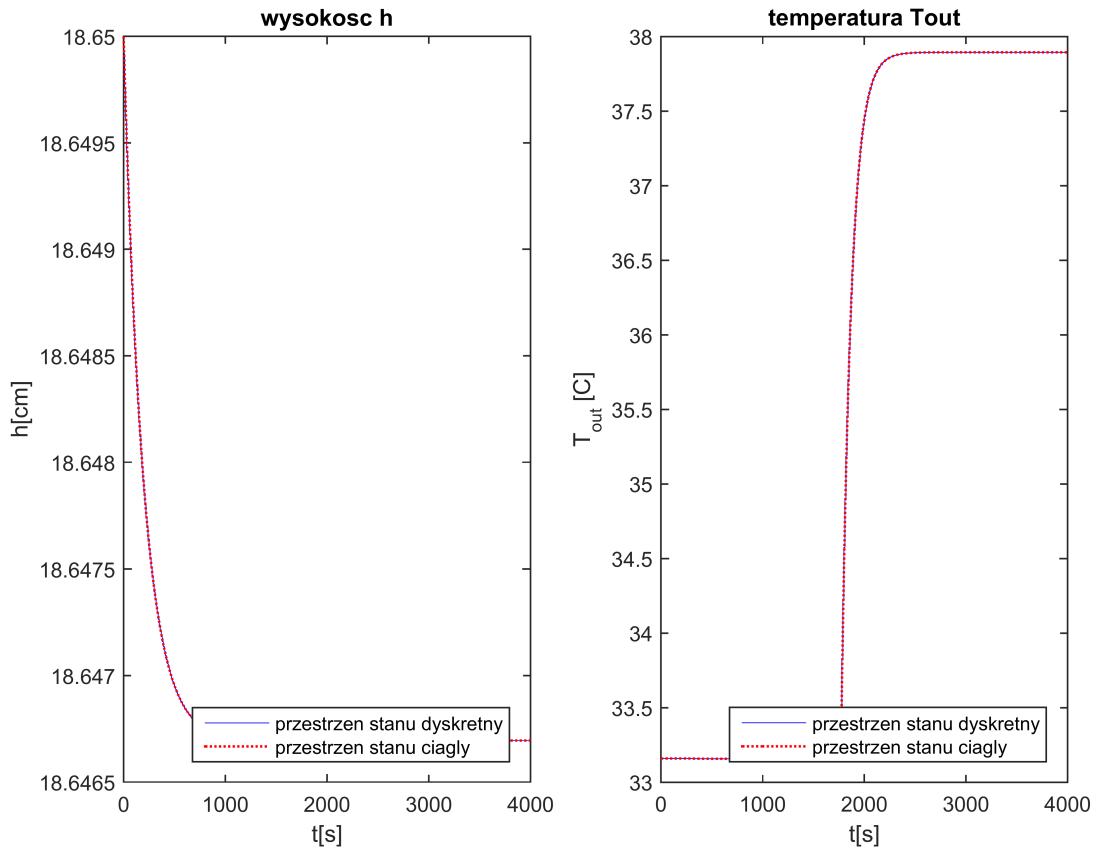
- Odpowiedzi na skok T_C :



- Odpowiedzi na skok F_D :



- Odpowiedzi na skok T_D :



Implementacja modelu dyskretnego w postaci równań stanu

Implementacja modelu dyskretnego w postaci równań stanu przebiegła z wykorzystaniem polecenia programu Matlab `c2d(sys_1, Tp, metoda)`, w którym wykorzystano metodę trapezów z okresem próbkowania 10s. Polecenie to wywołano na modelu ciągłym w przestrzeni stanu sys_1, które jest modelem rozszerzonym, z powodu uwzględnienia składowej stałej występującej w równaniach różnicowych zlinearyzowanych. Stała tą dodano do wektora zmiennych stanu. Model ciągły bez uwzględnienia występujących opóźnień ma następującą postać:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) + \mathbf{D}u(t)\end{aligned}$$

, gdzie:

$$x(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \\ -\alpha \sqrt{h_0} \\ \frac{2A}{2A} \end{bmatrix}, \quad u(t) = \begin{bmatrix} F_H(t) \\ T_H(t) \\ F_C(t) \\ T_C(t) \\ F_D(t) \\ T_D(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} h(t) \\ T(t) \\ y_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{\alpha}{2A\sqrt{h_0}} & 0 & 1 \\ -\frac{F_{H0} \cdot T_{H0} + F_{C0} \cdot T_{C0} + F_{D0} \cdot T_{D0} - (F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}) \cdot T_0}{Ah_0^2} & -\frac{F_{H0} + F_{C0} + F_{D0}}{Ah_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 & \frac{1}{A} & 0 \\ \frac{T_{H0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{H0}}{Ah_0} & \frac{T_{C0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{C0}}{Ah_0} & \frac{T_{D0} - T_0}{Ah_0} & \frac{F_{D0}}{Ah_0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Otrzymane dyskretne równania stanu w postaci macierzowej, wykorzystane w skrypcie Matlabowym (z uwzględnieniem powrotu do pierwotnego rzędu obiektu) mają następującą postać:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} h(k+1) \\ T(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9503 & 0 \\ 1.067 \cdot 10^{-05} & 0.9031 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 & 0.0195 & 0 \\ 0.04269 & 0.02041 & -0.01649 & 0.06122 & 0.009021 & 0.01531 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 9.752 \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \\ 5.335 \cdot 10^{-05} \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \end{bmatrix}$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} h(k) \\ T_{out}(k + \frac{\tau}{T_p}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9752 & 0 \\ 5.335 \cdot 10^{-06} & 0.9515 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(k) \\ T(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 & 0.009752 & 0 \\ 0.02135 & 0.0102 & -0.008245 & 0.03061 & 0.00451 & 0.007653 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_H(k - \frac{\tau_H}{T_p}) \\ T_H(k) \\ F_C(k) \\ T_C(k) \\ F_D(k) \\ T_D(k) \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 4.876 \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \\ 2.668 \cdot 10^{-05} \cdot 10^{-05} \cdot (-\frac{\alpha \sqrt{h_0}}{2A}) \end{bmatrix}$$

W skrypcie Matlabowym z pierwszego równania macierzowego wyznaczono równania na zmienne stanu $h(k)$ oraz $T(k)$. Z drugiego równania macierzowego wyznaczono równania na wyjścia procesu $h(k)$ oraz $T_{out}(k)$ – po przesunięciu próbek o $-\frac{\tau}{T_p}$.