

Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych
Politechnika Warszawska

Sterowanie Procesami

Sprawozdanie z projektu nr 1
Zadanie 47

Michał Pióro
324881

Warszawa, kwiecień 2024

Spis treści

1. Obiekt	2
1.1. Transmitancja	2
1.2. Reprezentacja w przestrzeni stanu	2
1.3. Reprezentacja graficzna	3
1.4. Transmitancja z przestrzeni stanu	3
2. Regulator ze sprzężeniem od stanu	4
2.1. Parametry regulatora	4
2.2. Reprezentacja graficzna systemu	4
2.3. Symulacje	5
2.3.1. Przebiegi	6
2.3.2. Podsumowanie	8
3. Obserwator pełnego rzędu	9
3.1. Parametry obserwatora	9
3.2. System z pomiarem zmiennych stanu	9
3.2.1. Reprezentacja graficzna	9
3.2.2. Symulacje dla warunków zerowych	11
3.2.3. Symulacje dla warunków niezerowych	13
3.2.4. Podsumowanie	15
3.3. System bez pomiaru zmiennych stanu	15
3.3.1. Reprezentacja graficzna	15
3.3.2. Symulacje	17
3.3.3. Podsumowanie	18
4. Regulator ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem	19
4.1. Parametry regulatora	19
4.2. Reprezentacja graficzna systemu	19
4.3. Symulacje	20
4.3.1. Przebiegi dla zadanej macierzy B	21
4.3.2. Przebiegi dla powiększonych wartości macierzy B	23
4.3.3. Podsumowanie	26

1. Obiekt

1.1. Transmitancja

$$G = \frac{(s+2,5)(s+7)}{(s+8)(s+9)(s+10)} \quad (1.1)$$

1.2. Reprezentacja w przestrzeni stanu

Reprezentacja została wyznaczona za pomocą pierwszej metody bezpośredniej z wykorzystaniem programu MATLAB.

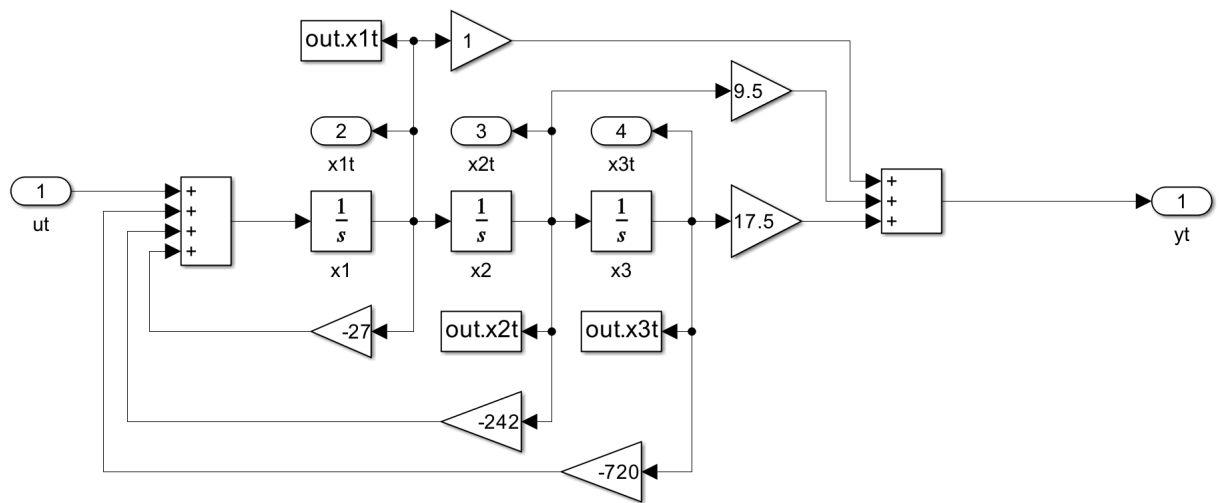
```
function [A,B,C,D]=transmitancja_na_przestrzen_stanu(G_l, G_m)
syms s
a_n = double(flip(coeffs(G_m,s)));
a_n = a_n(2:end)*(-1);
b_n = double(flip(coeffs(G_l,s)));

A = [a_n;eye(2,3)];
B = [1;zeros(2,1)];
C = b_n;
D = 0;
end
```

Wynik przeprowadzonej zmiany reprezentacji przedstawiają równania 1.2

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -27x_1(t) - 242x_2(t) - 720x_3(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_2(t) \\ y(t) &= x_1(t) + 9,5x_2(t) + 17,5x_3(t) \end{aligned} \quad (1.2)$$

1.3. Reprezentacja graficzna



Rys. 1.1. Reprezentacja graficzna obiektu

1.4. Transmitancja z przestrzeni stanu

Wyznaczenie symbolicznie

```
G=collect(C/(s*eye(3)-A)*B+D);
```

Wyznaczenie numeryczne

```
[G_n1, G_nm]=ss2tf(A,B,C,D);
```

Podsumowując obydwa sposoby dały taką samą transmitancję jak we wzorze 1.1. Pokazuje to, że możliwe jest przechodzenie z transmitancji do przestrzeni stanu oraz w odwrotną stronę bez utraty początkowej postaci transmitancji. Zgodność otrzymanych transmitancji z początkową potwierdza prawidłowość otrzymanej reprezentacji w przestrzeni stanu (1.2).

2. Regulator ze sprzężeniem od stanu

2.1. Parametry regulatora

Parametry regulatora do wzoru 4.1.

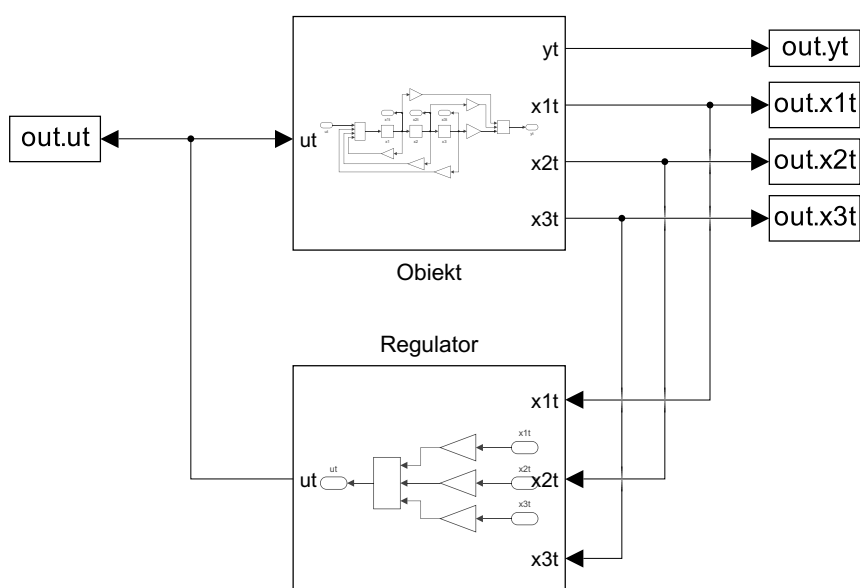
$$u(t) = -Kx(t) \quad (2.1)$$

Wektor parametrów K wyznaczono korzystając z polecenia *acker* pozwalającego skrócić zapis obliczeń wykorzystujący równania charakterystyczne regulatora ze sprzężeniem od stanu.

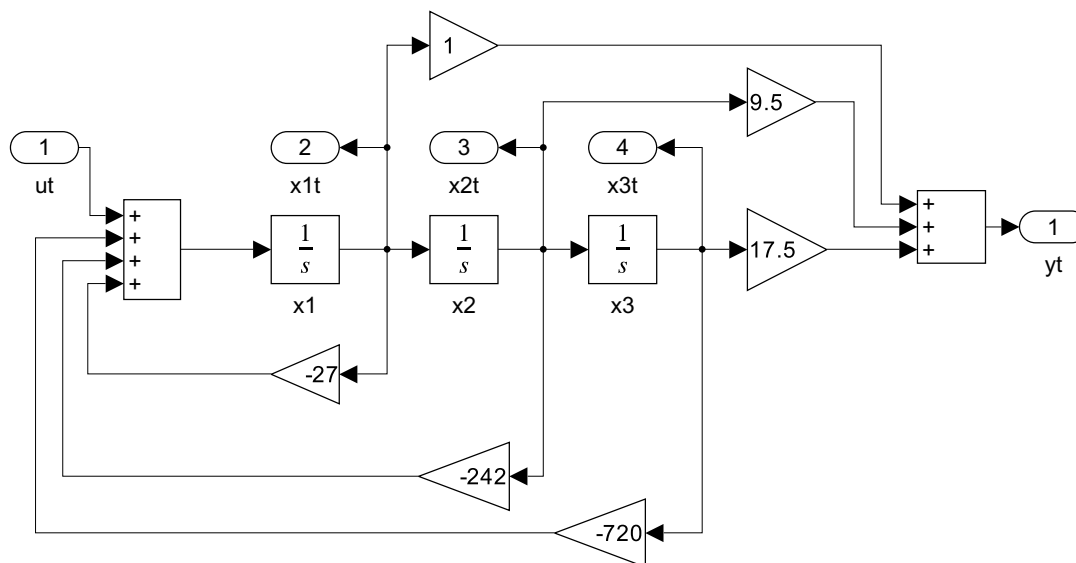
```
function [K]=oblicz_parametry_regulatora(A, B, s_b)
    K=acker(A, B, [s_b s_b s_b]);
end
```

Obliczany wektor parametrów dla danego obiektu jest zależny od bieguna obserwatora, którego wpływ został zbadany doświadczalnie i jest przedstawiony dalej w obecnym rozdziale.

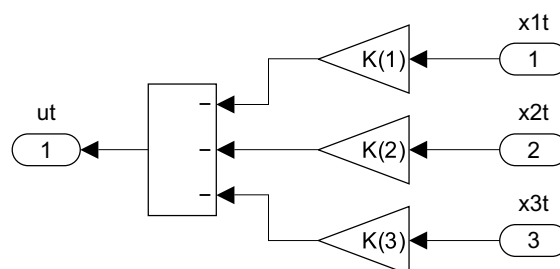
2.2. Reprezentacja graficzna systemu



Rys. 2.1. Reprezentacja graficzna systemu Obiekt-Regulator



Rys. 2.2. Reprezentacja graficzna obiektu



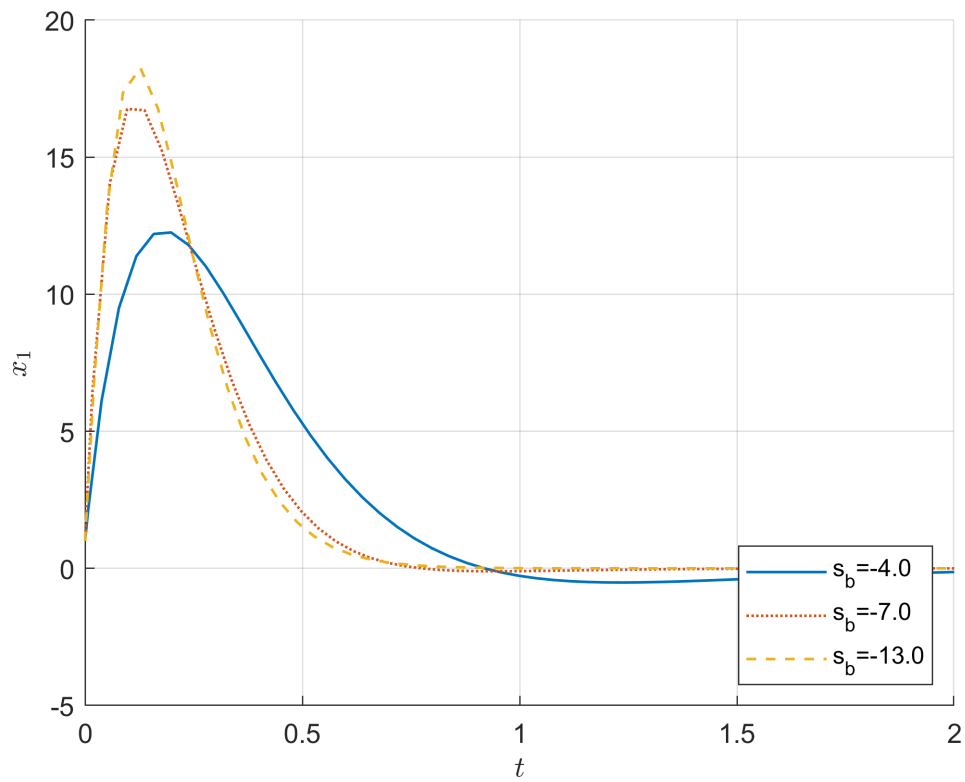
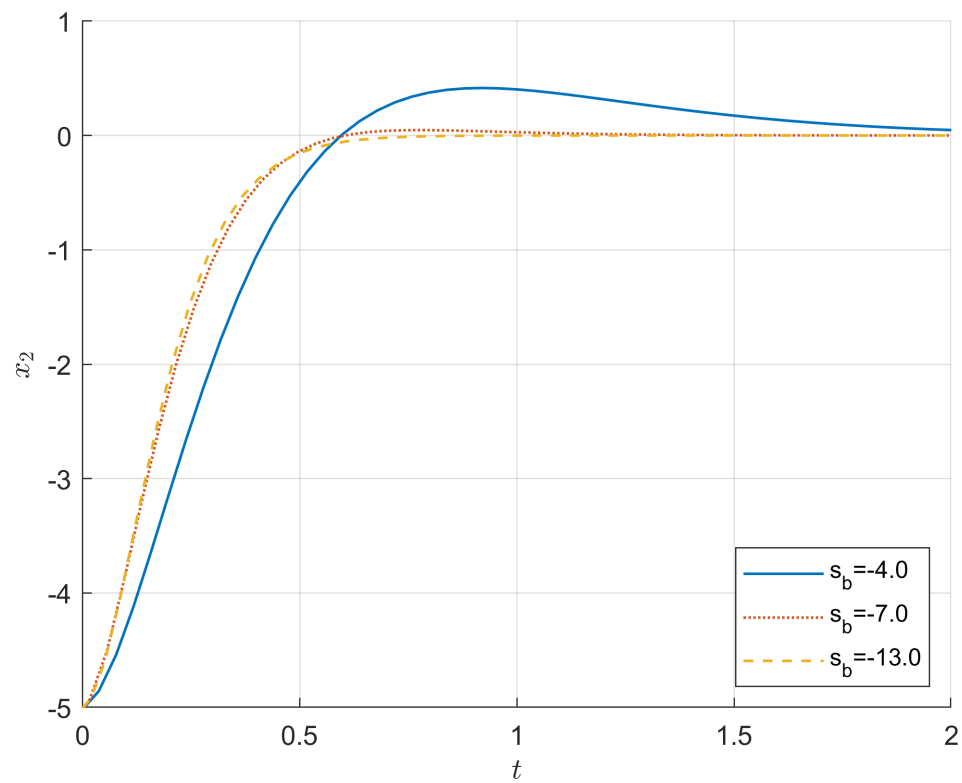
Rys. 2.3. Reprezentacja graficzna regulatora

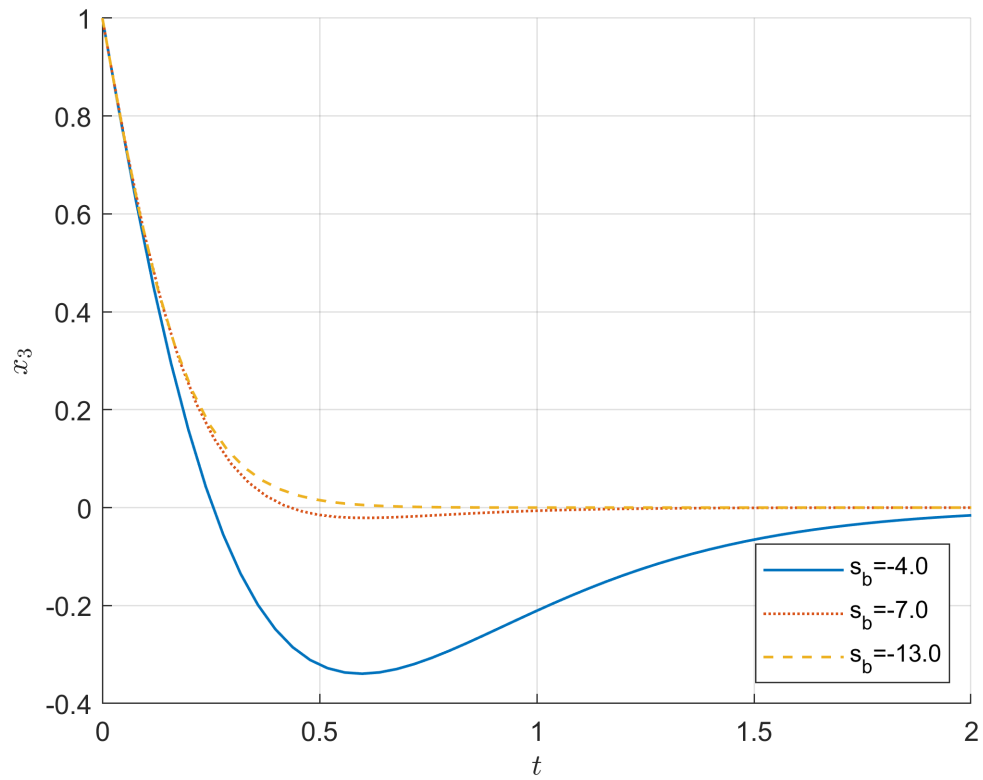
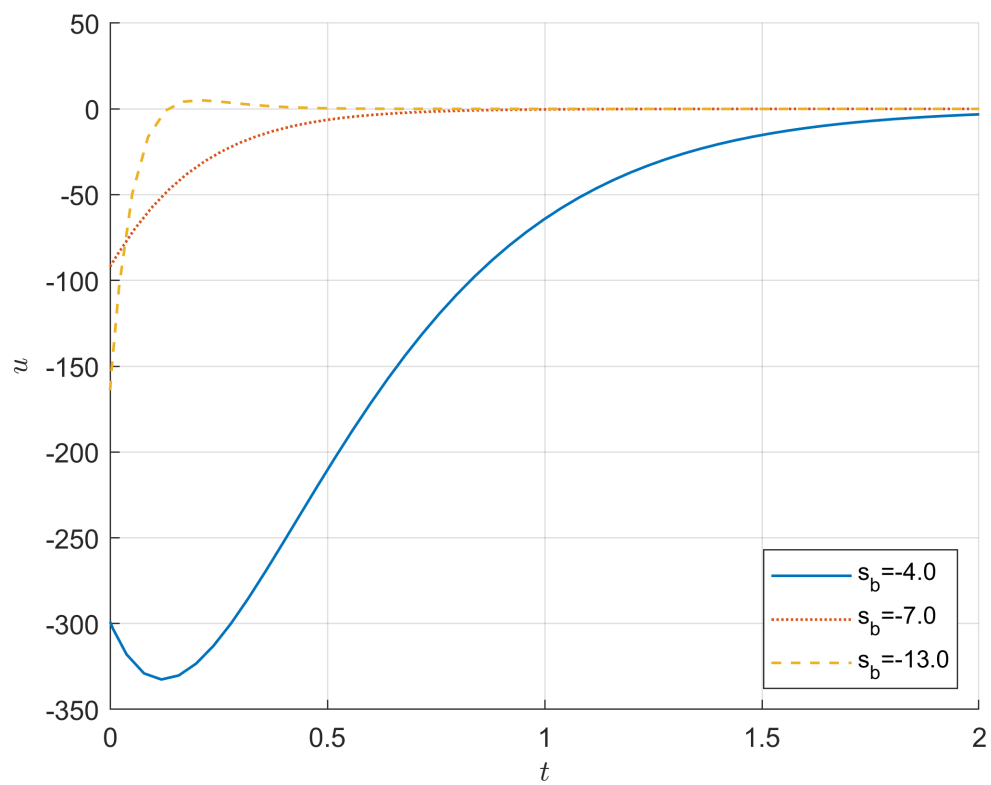
2.3. Symulacje

Symulacje zostały przeprowadzone dla wartości:

- Początkowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [1 \ -5 \ 1]^T$
- Warunków końcowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$
- Czas symulacji: $t = 2s$
- Wykorzystane wartości biegunów s_b :
 - „mały”: -4
 - „średni”: -7
 - „duży”: -13

Badanymi wartościami były zmienne stanu obiektu oraz jego wejście. Celem symulacji było zbadanie wpływu wartości biegunu s_b na jakość regulacji zmiennych obiektu przez regulator.

2.3.1. PrzebiegiRys. 2.4. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$ Rys. 2.5. Wykres przebiegu zmiennej $x_2(t)$

Rys. 2.6. Wykres przebiegu zmiennej $x_3(t)$ Rys. 2.7. Wykres przebiegu zmiennej $u(t)$

2.3.2. Podsumowanie

Jak można zauważyć na powyższych wykresach, im większy (bardziej na minusie) jest biegun to tym szybciej wartości zmiennych stanu zbiegają do zera, jednakże powoduje to coraz większe skoki wartości wejścia jak w przykładzie dla bieguna $s_b = -20$ na wykresie 4.12, jednakże również dla zbyt małych wartości bieguna s_b te skoki się zwiększają. Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że najlepszym wyborem jest biegun $s_b = -7$.

3. Obserwator pełnego rzędu

3.1. Parametry obserwatora

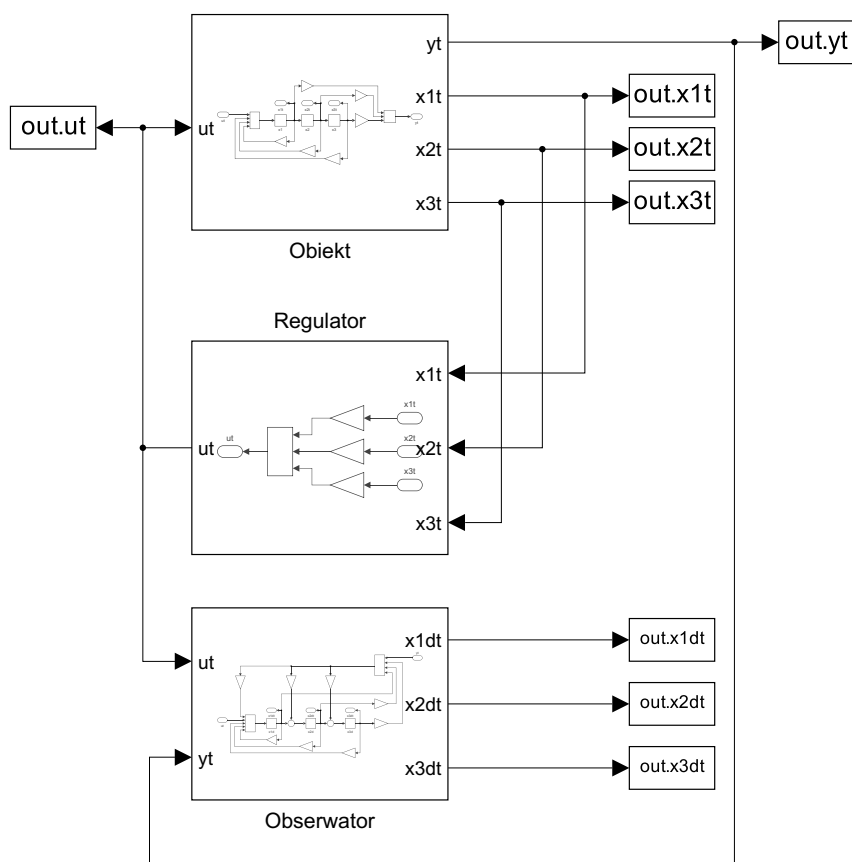
$$\dot{\hat{x}}(t) = \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (3.1)$$

Wektor parametrów obserwatora L ze wzoru 4.1 wyznaczono korzystając z polecenia *acker* pozwalającego skrócić zapis obliczeń wykorzystujących równania charakterystyczne obserwatora. Ten sposób wyznaczania jest stosowany w obydwu przedstawionych poniżej systemach.

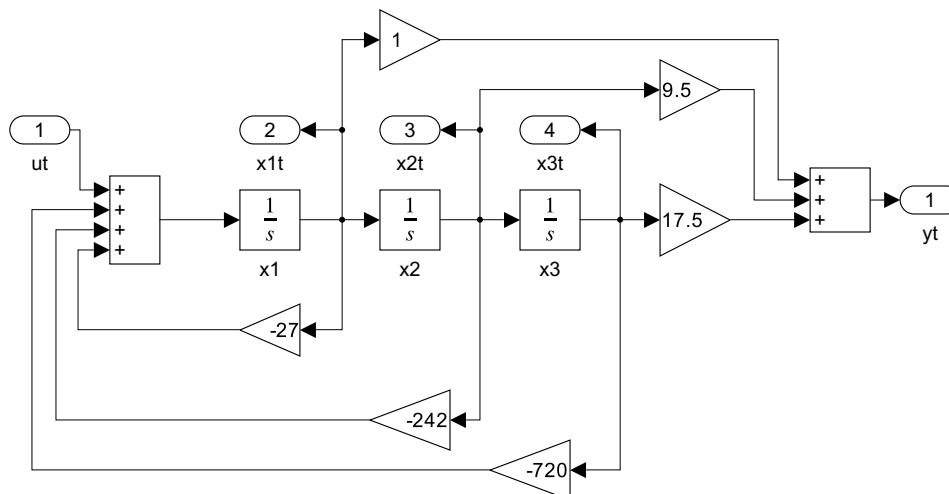
```
function [L]=oblicz_parametry_obserwatora(A, C, s_o)
L=acker(A', C', [s_o s_o s_o])';
end
```

3.2. System z pomiarem zmiennych stanu

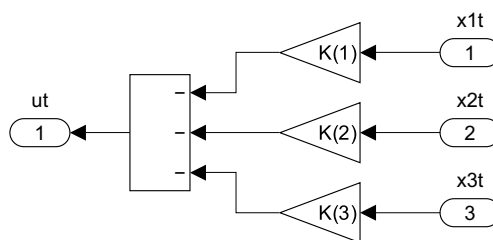
3.2.1. Reprezentacja graficzna



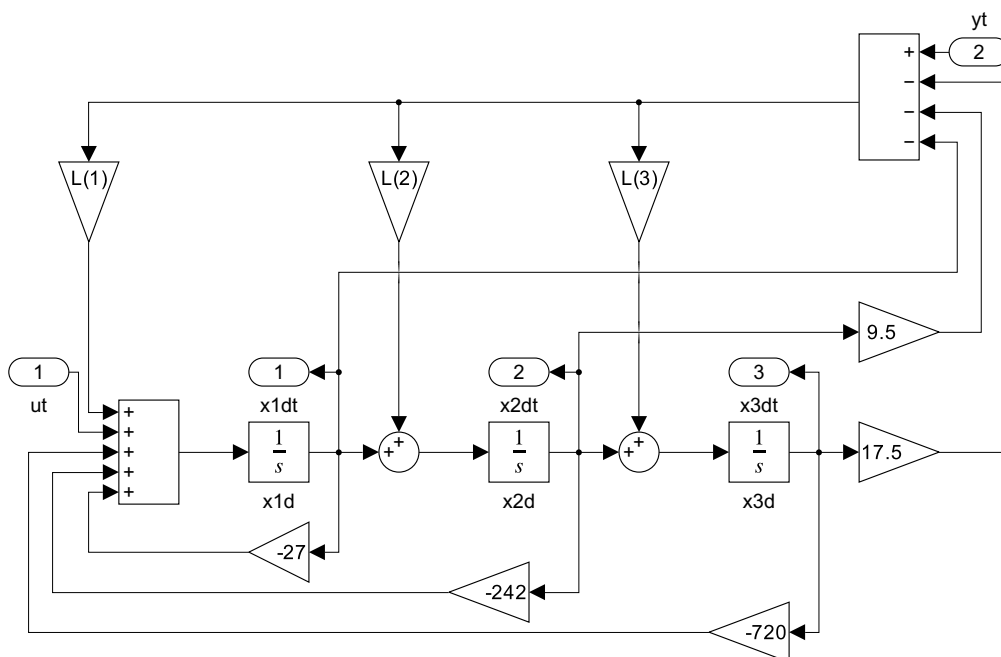
Rys. 3.1. Reprezentacja graficzna systemu Obiekt-Regulator-Obserwator



Rys. 3.2. Reprezentacja graficzna obiektu



Rys. 3.3. Reprezentacja graficzna regulatora



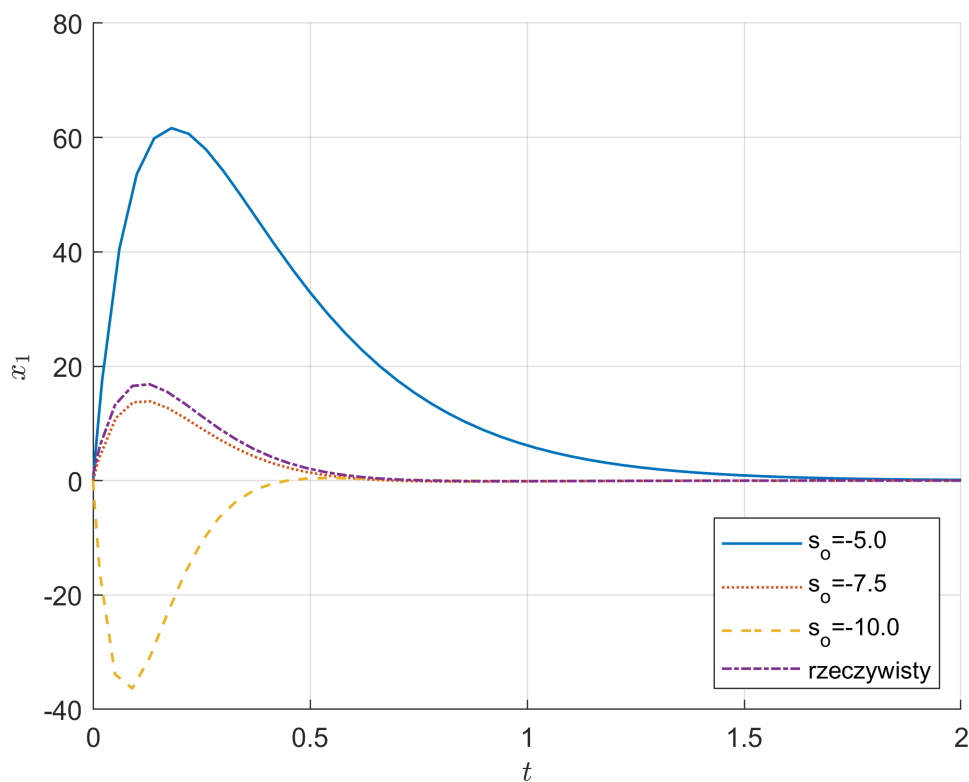
Rys. 3.4. Reprezentacja graficzna obserwatora

3.2.2. Symulacje dla warunków zerowych

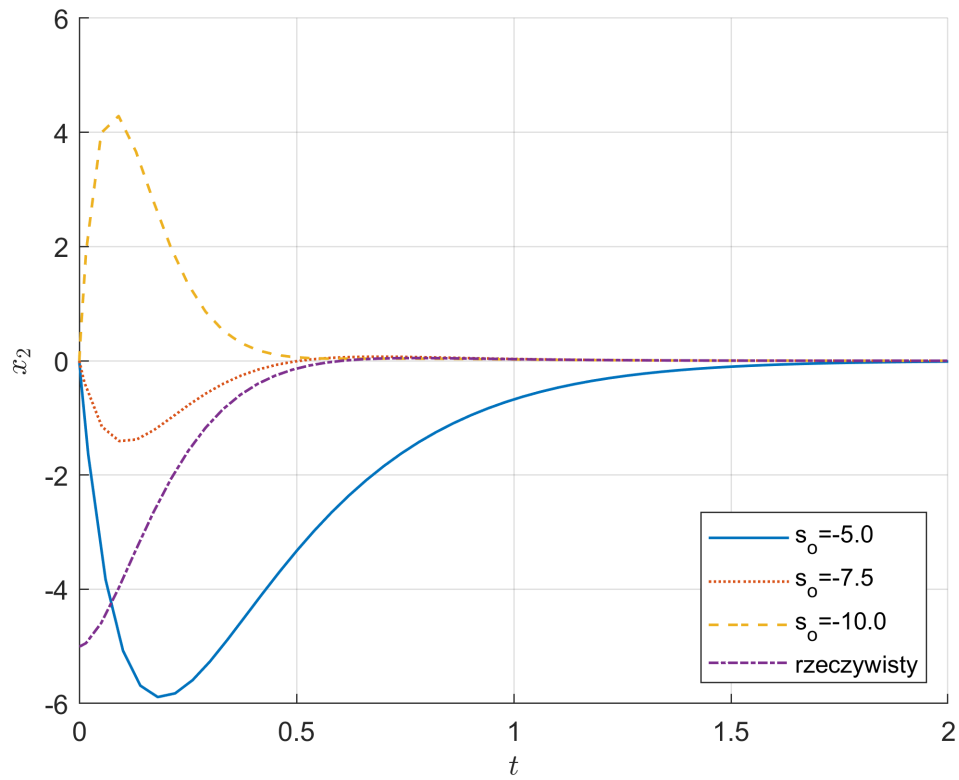
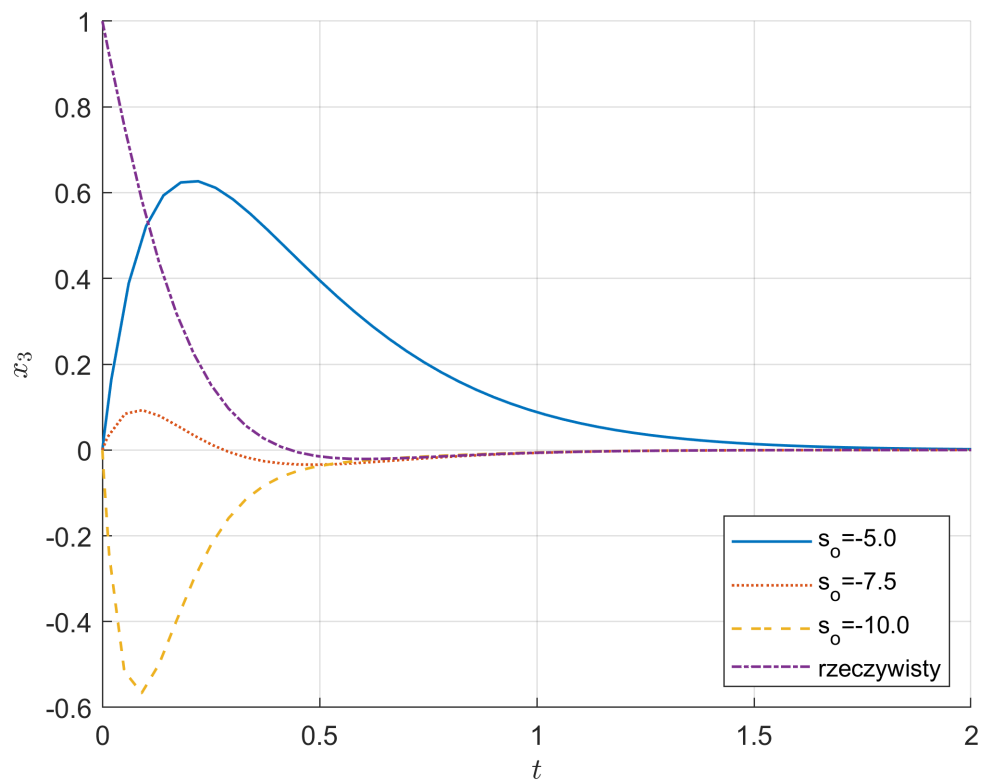
Symulacje zostały przeprowadzone dla wartości:

- Warunków początkowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [1 \ -5 \ 1]^T$
- Warunków końcowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T$
- Warunków początkowych obserwatora: $\hat{\mathbf{x}}(0) = [10 \ 20 \ 30]^T$
- Biegun regulatora: $s_b = -7$
- Czas symulacji: $t = 2s$
- Wykorzystane wartości biegunów s_o :
 - „mały”: -5
 - „średni”: -7,5
 - „duży”: -10

Badanymi wartościami były zmienne stanu obiektu oraz estymowane zmienne stanu przez obserwator. Celem symulacji było zbadanie wpływu wartości bieguna s_o na jakość estymacji zmiennych obiektu przez obserwator.



Rys. 3.5. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$

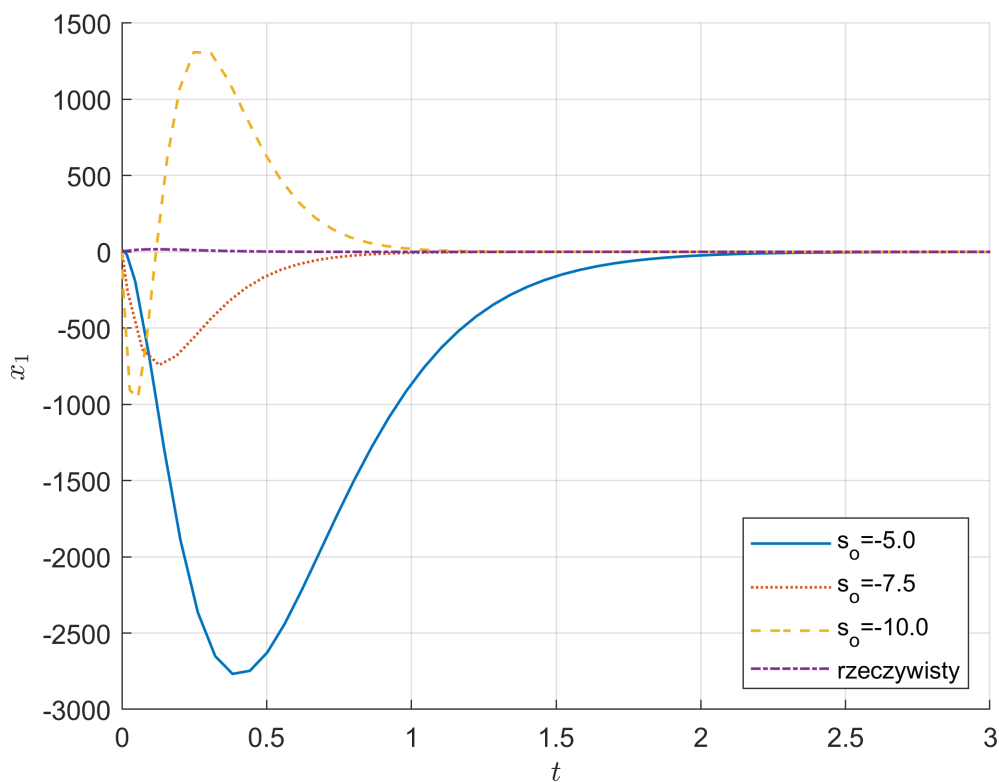
Rys. 3.6. Wykres przebiegu zmiennej $x_2(t)$ Rys. 3.7. Wykres przebiegu zmiennej $x_3(t)$

3.2.3. Symulacje dla warunków niezerowych

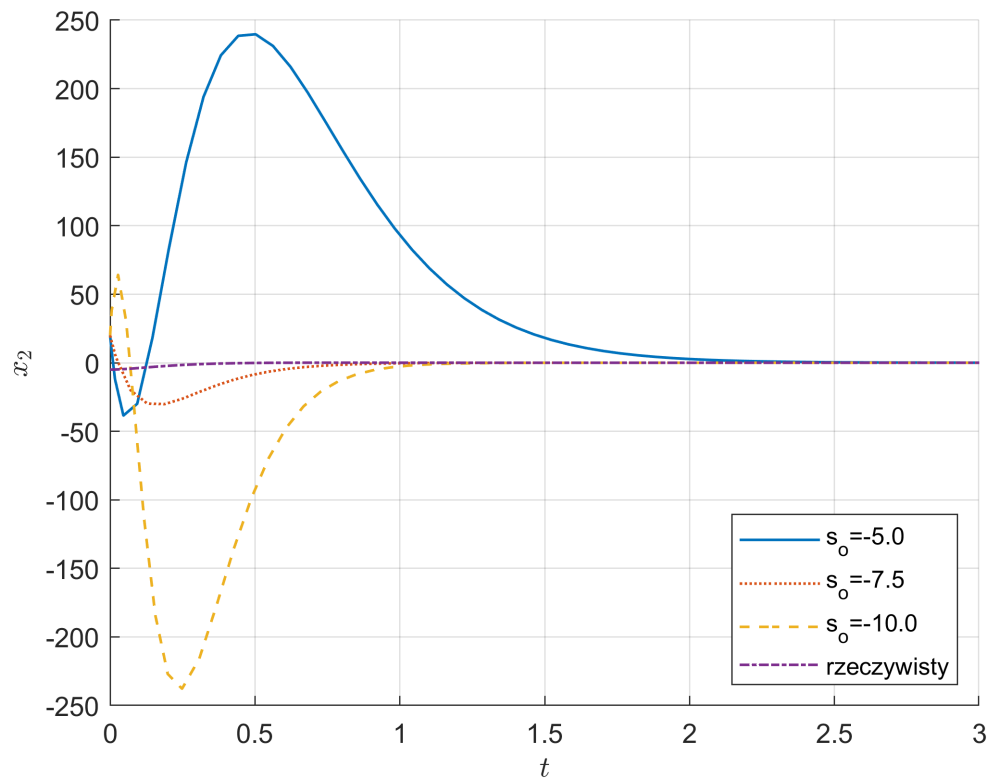
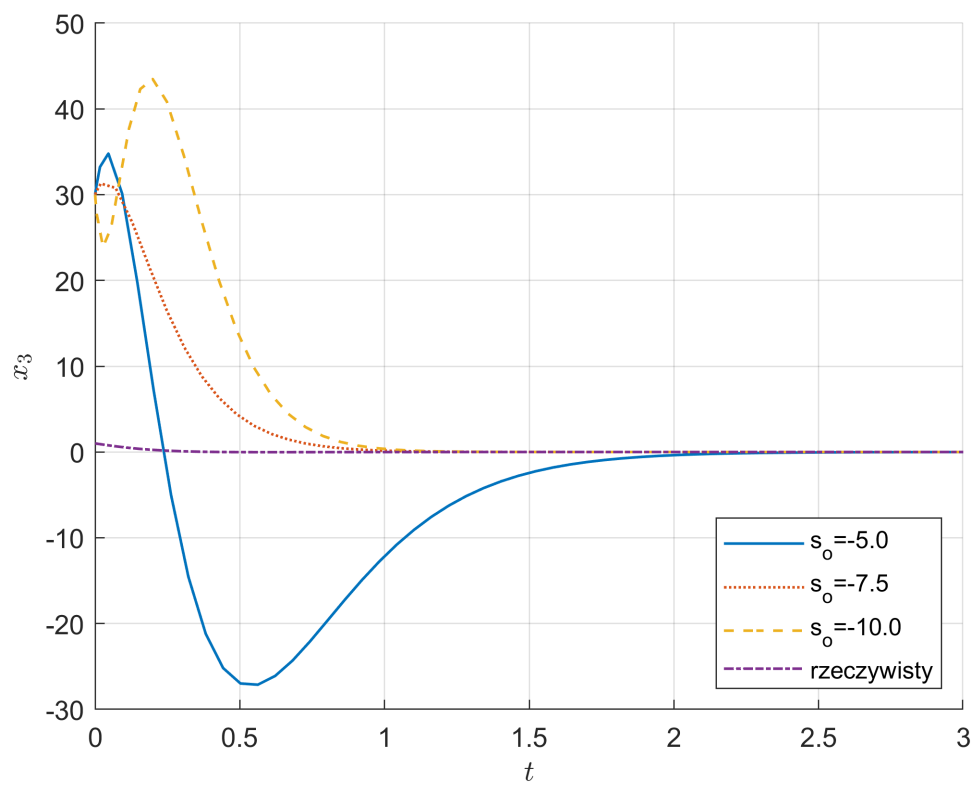
Symulacje zostały przeprowadzone dla wartości:

- Warunków początkowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [1 \ -5 \ 1]^T$
- Warunków końcowych obiektu: $\mathbf{x}(t_{konc}) = [0 \ 0 \ 0]^T$
- Warunków początkowych obserwatora: $\hat{\mathbf{x}}(0) = [10 \ 20 \ 30]^T$
- Biegun regulatora: $s_b = -7$
- Czas symulacji: $t = 3s$
- Wykorzystane wartości biegunów s_o :
 - „mały”: -5
 - „średni”: -7,5
 - „duży”: -10

Badanymi wartościami były zmienne stanu obiektu oraz estymowane zmienne stanu przez obserwator. Celem symulacji było zbadanie wpływu wartości biegunu s_o na jakość estymacji zmiennych obiektu przez obserwator.



Rys. 3.8. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$

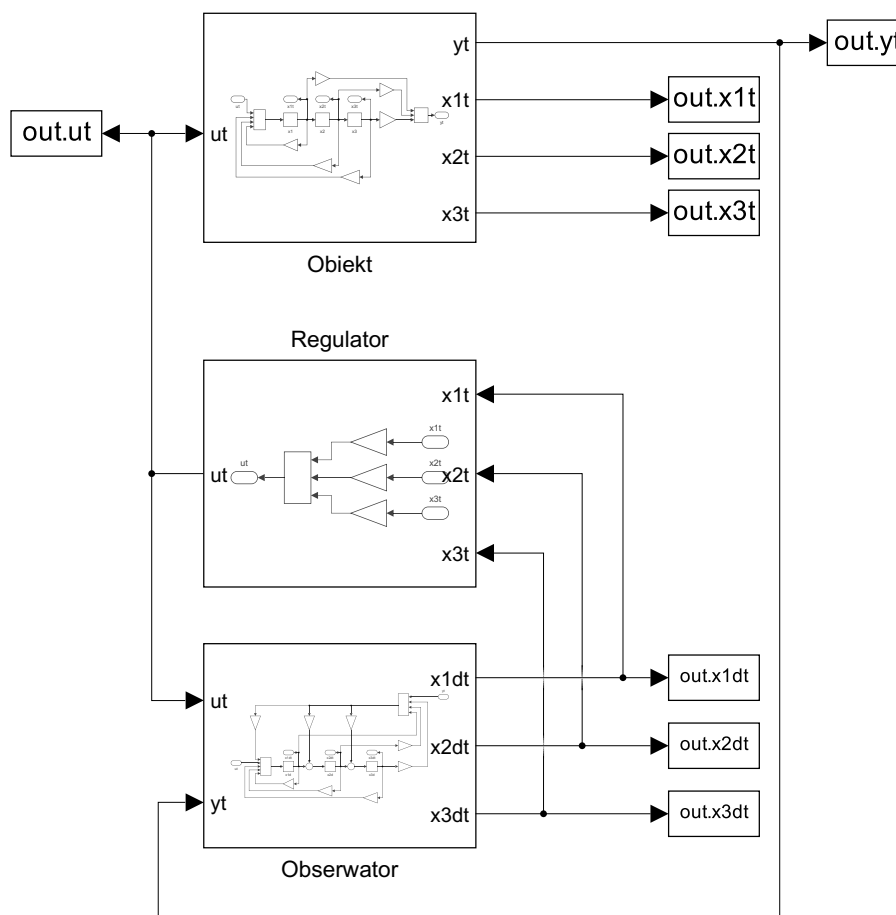
Rys. 3.9. Wykres przebiegu zmiennej $x_2(t)$ Rys. 3.10. Wykres przebiegu zmiennej $x_3(t)$

3.2.4. Podsumowanie

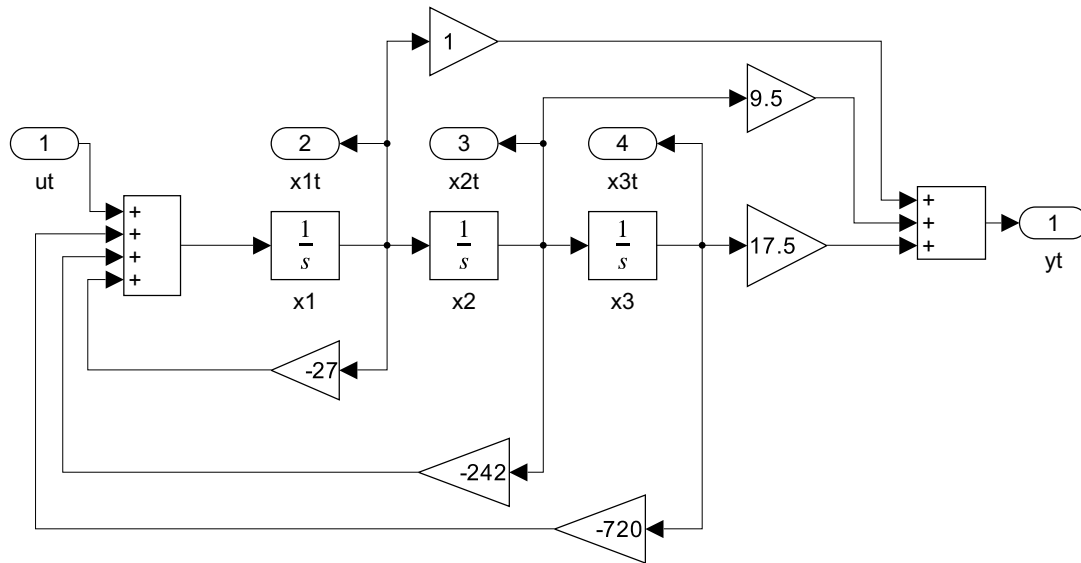
Jak można zauważyć na przeprowadzonych symulacjach systemu z obserwatorem, układ radzi sobie znacznie lepiej w momencie gdy obserwator startuje z warunkami zerowymi. Jest to spowodowane po części tym, że warunki niezerowe są odległe kilkukrotnie bardziej niż zerowe od warunków początkowych obiektu. Stąd można wnioskować, że warto sprawdzić działanie obserwatora dla kilku różnych konfiguracji warunków początkowych, gdyż może to skutkować znalezieniem bardziej optymalnego obserwatora. Na przebiegach z przeprowadzonych symulacji, można również dostrzec wpływ wartości bieguna obserwatora s_o na szybkość dążenia do poprawnej estymacji wartości realnej. Jest on taki, że im bardziej ujemny jest biegun s_o tym szybciej estymata jest zbieżna z realnymi wartościami zmiennych stanu, widać to porównując wykresy dla biegunów małych, średnich oraz dużych. Jednakże przy zbyt dużych wartościach s_o w początkowej fazie obserwator z biegunem dużym może oddalić się znacznie bardziej od estymowanej zmiennej stanu, niż np obserwator ze średnim biegunem.

3.3. System bez pomiaru zmiennych stanu

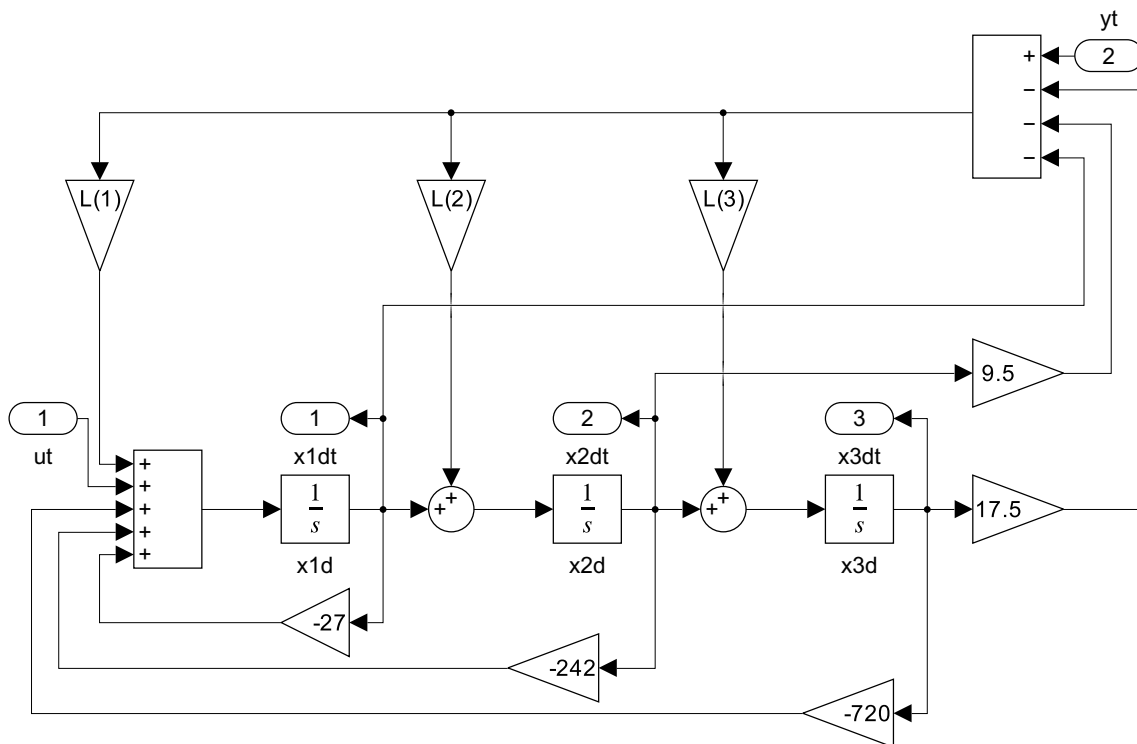
3.3.1. Reprezentacja graficzna



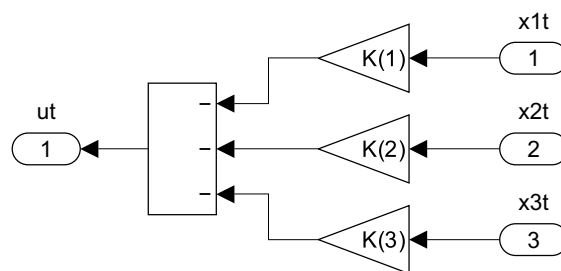
Rys. 3.11. Reprezentacja graficzna systemu Obiekt-Regulator-Obserwator



Rys. 3.12. Reprezentacja graficzna obiektu



Rys. 3.13. Reprezentacja graficzna obserwatora



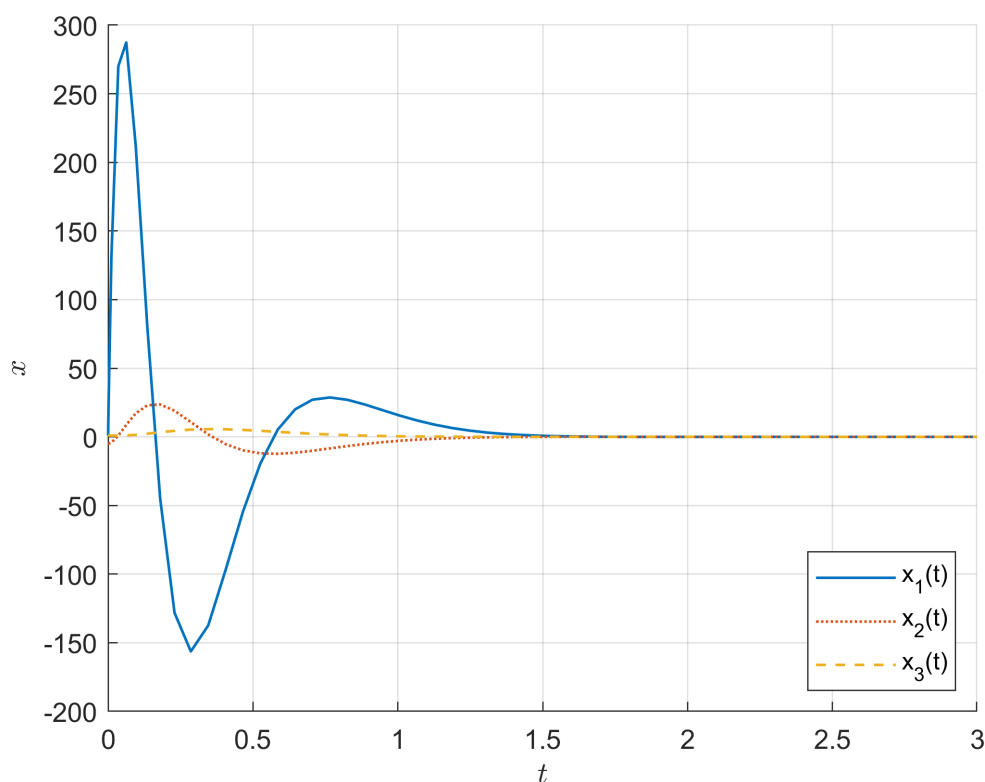
Rys. 3.14. Reprezentacja graficzna regulatora

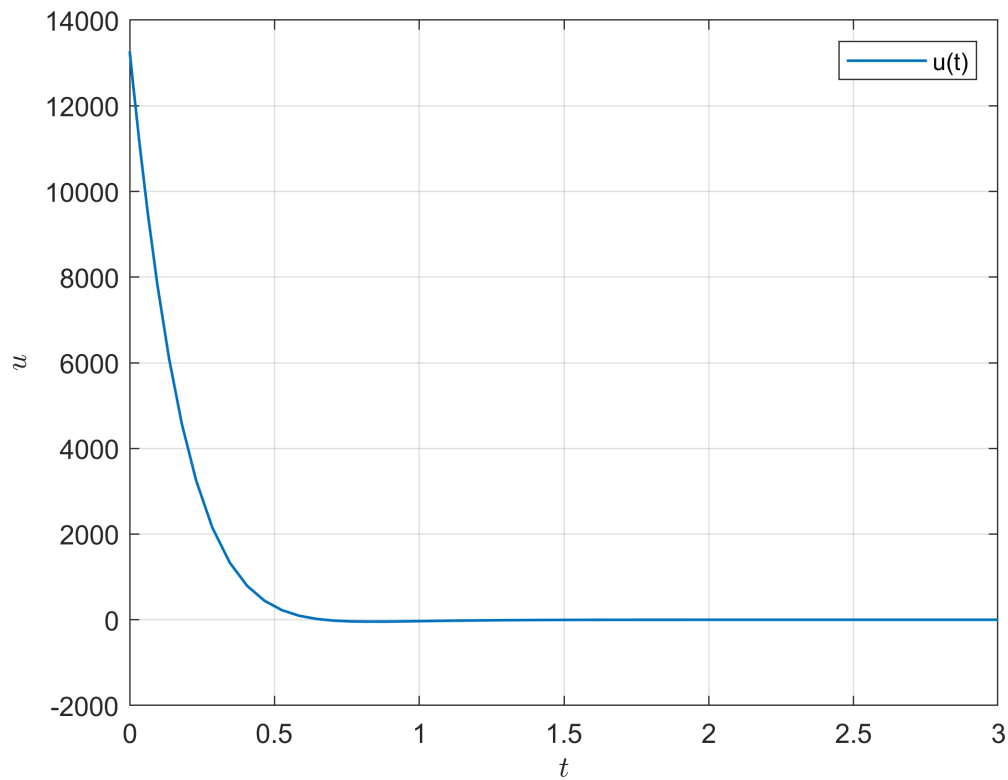
3.3.2. Symulacje

Symulacje zostały przeprowadzone dla wartości:

- Warunków początkowych obiektu: $\mathbf{x}(0) = [1 \ -5 \ 1]^T$
- Warunków końcowych obiektu: $\mathbf{x}(t_{konc}) = [0 \ 0 \ 0]^T$
- Warunków początkowych obserwatora: $\hat{\mathbf{x}}(0) = [10 \ 20 \ 30]^T$
- Biegun regulatora: $s_b = -7$
- Biegun obserwatora: $s_o = -7, 5$
- Czas symulacji: $t = 3s$

Badanymi wartościami były zmienne stanu obiektu oraz wartość wejścia obiektu. Celem symulacji było zbadanie jakości regulatora o dobranym biegunie s_b , korzystającego ze zmiennych estymowanych przez obserwator z dobranym biegunem s_o .

Rys. 3.15. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$

Rys. 3.16. Wykres przebiegu wejścia $u(t)$

3.3.3. Podsumowanie

System regulatora z obserwatorem z dobranymi parametrami wydaje się być wystarczająco dobrze dobrany pod względem efektów działania na zmienne stanów. Niestety sprawą komplikującą sytuację jest bardzo duża wartość wejścia, która w wielu przypadkach może być nierealna do osiągnięcia, jednakże w tym konkretnym przypadku nie można jednoznacznie uznać, że jest to problem, ponieważ nie jest znana maksymalna możliwa wartość wejścia u .

4. Regulator ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem

4.1. Parametry regulatora

Parametry regulatora ze wzoru 4.1.

$$u(t) = - \begin{bmatrix} K & K_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_e(t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Parametry wyznaczono korzystając z polecenia *acker* pozwalającego skrócić zapis obliczeń wykorzystującym równania charakterystyczne regulatora.

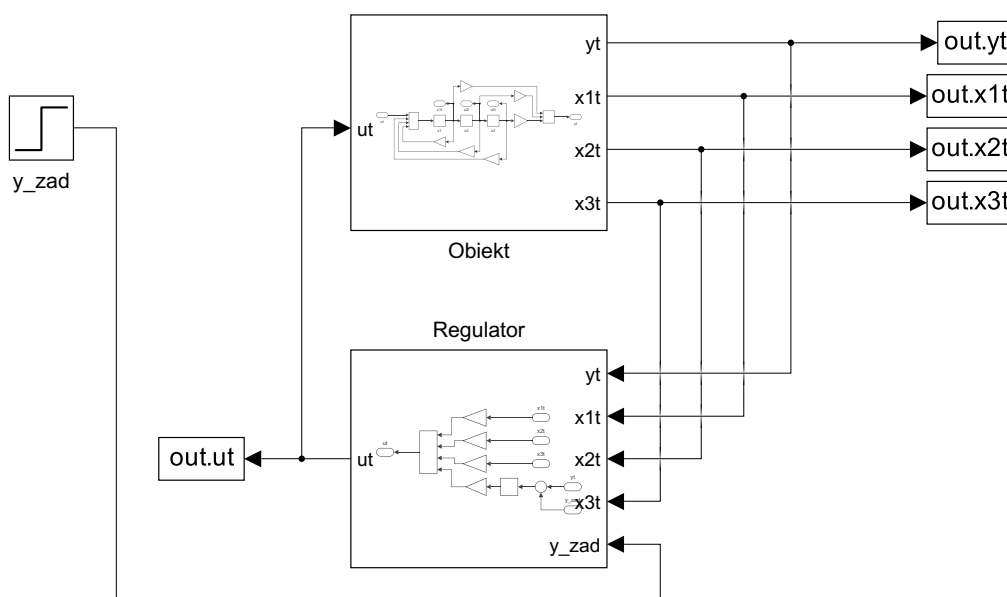
```
function [K_e,K] = oblicz_parametry_obserwatora_z_calkowaniem(A,B,C,s_b)

A_r = [A, [0; 0; 0]; -1.*C, 0];
B_r = [B; 0];

K_r=acker(A_r, B_r, [s_b s_b s_b s_b]);
K_e=K_r(end);
K=K_r(1:end-1);
end
```

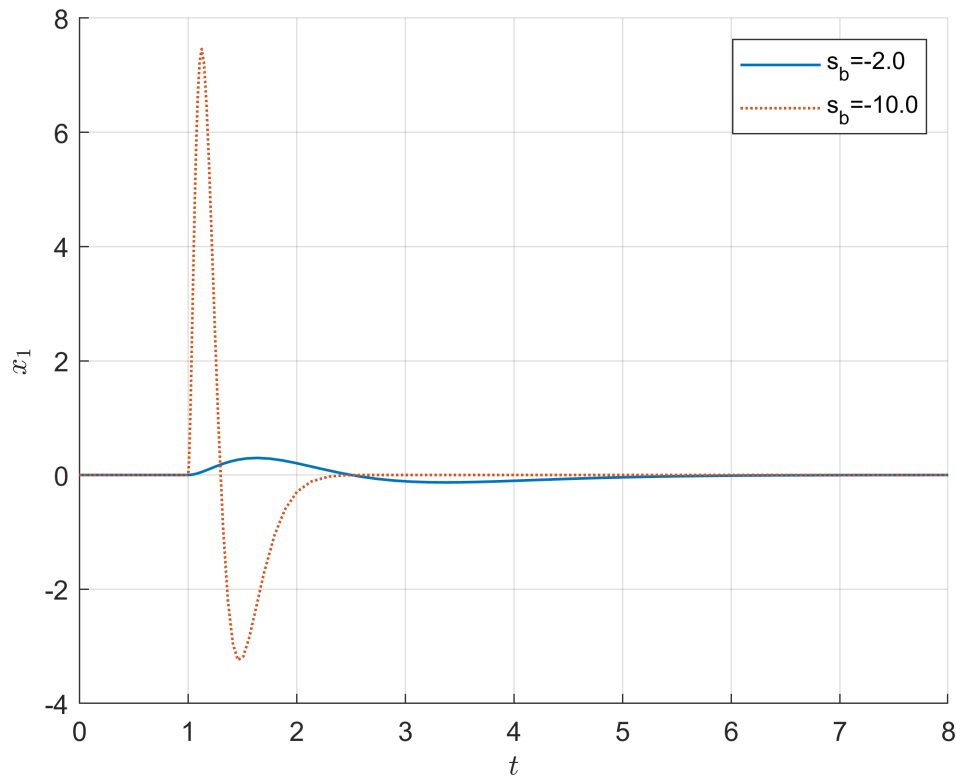
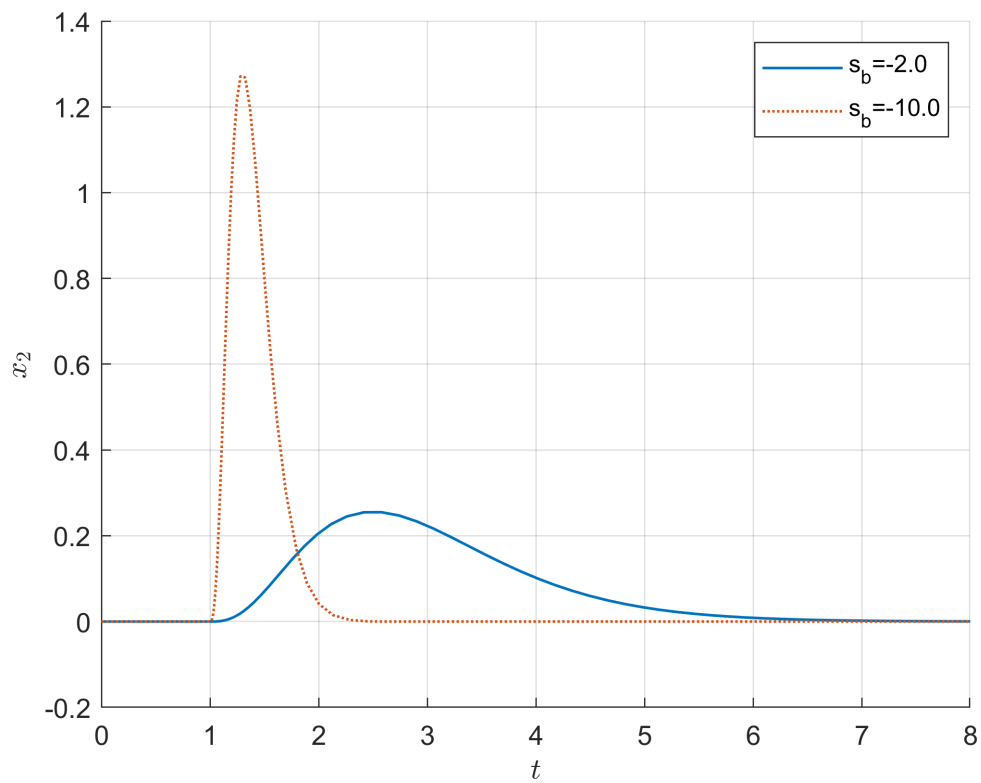
Obliczany wektor parametrów dla danego obiektu jest zależny od zadanego biegunu regulatora, którego wpływ został zbadany doświadczalnie i jest przedstawiony w tym samym rozdziale.

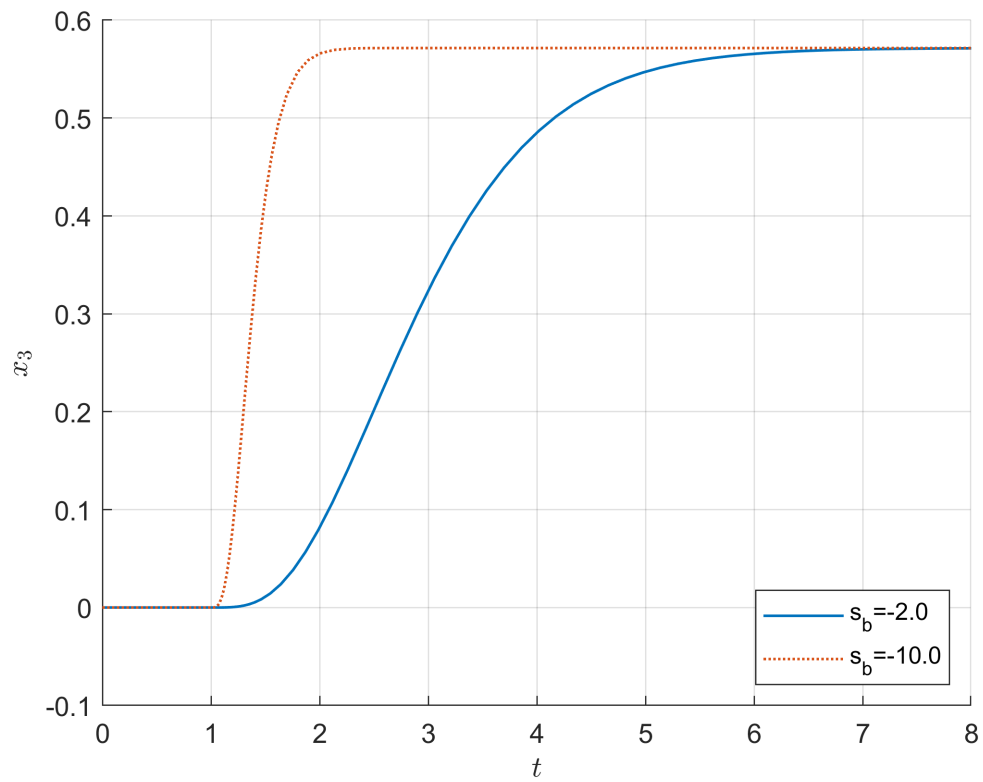
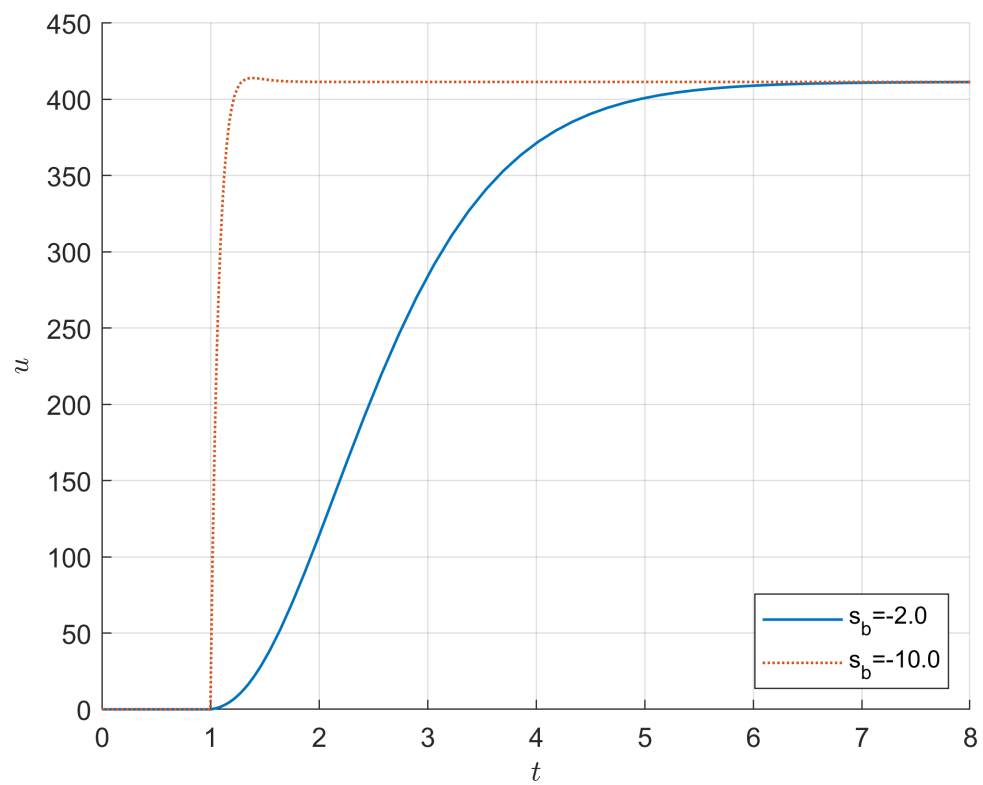
4.2. Reprezentacja graficzna systemu

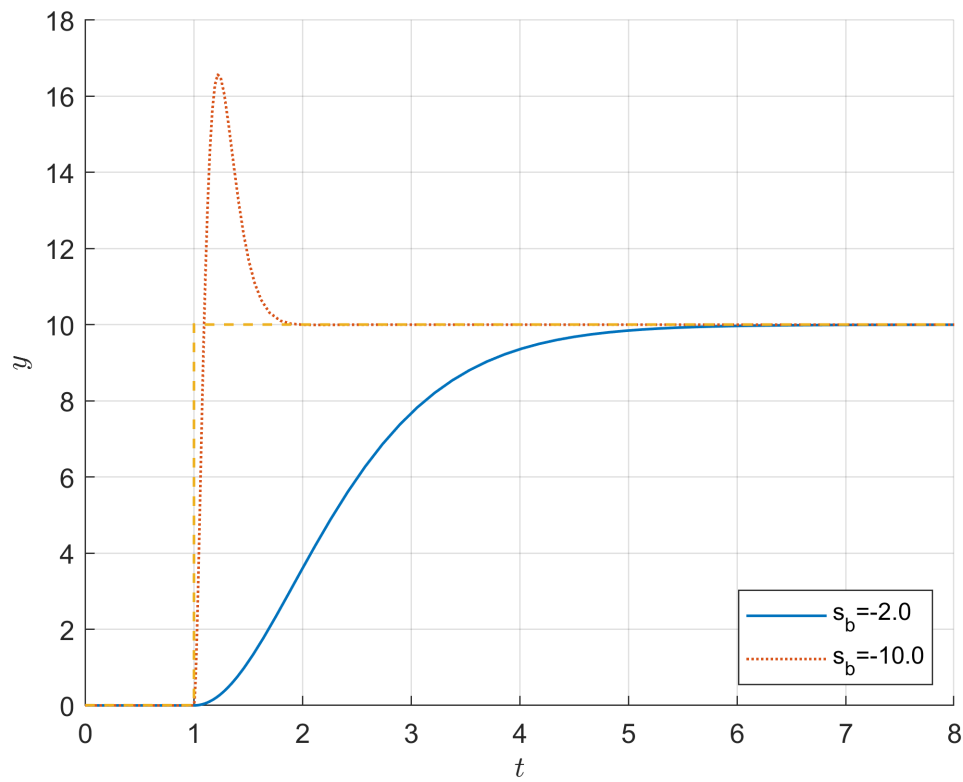


Rys. 4.1. Reprezentacja graficzna systemu Obiekt-Regulator Całkujący

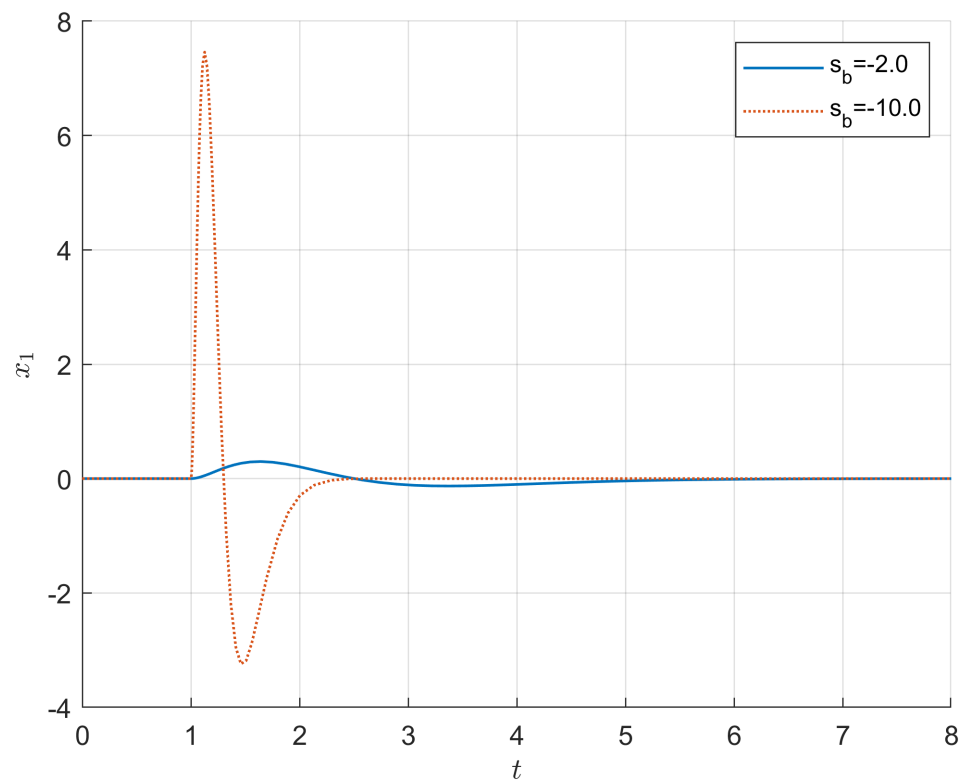
4.3.1. Przebiegi dla zadanej macierzy B

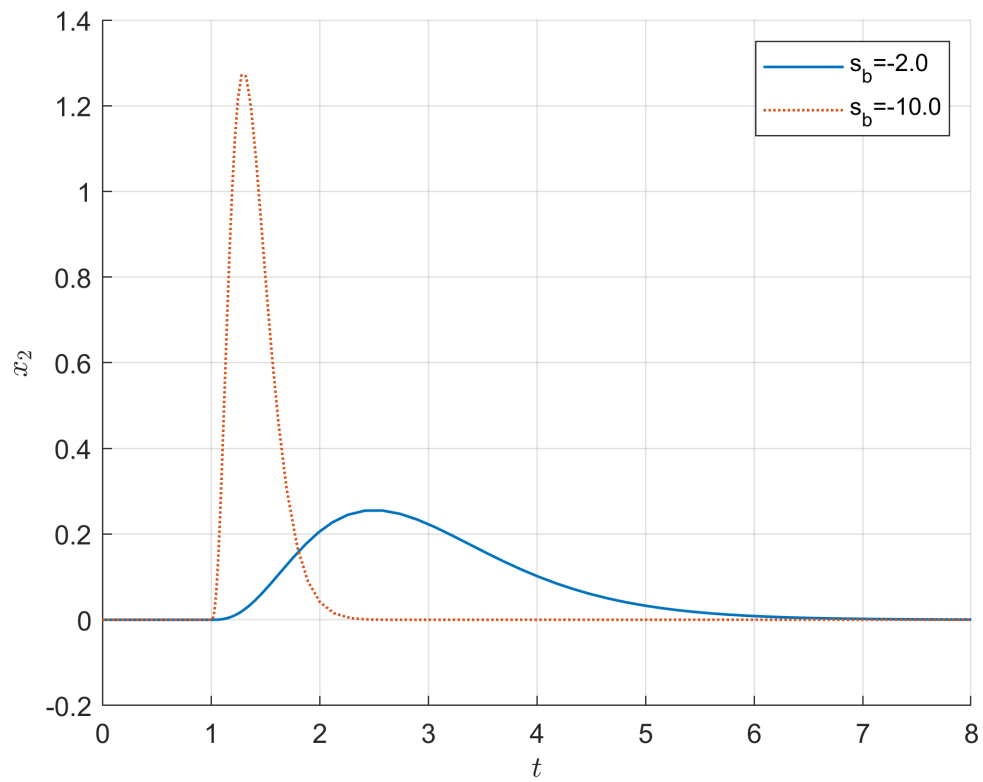
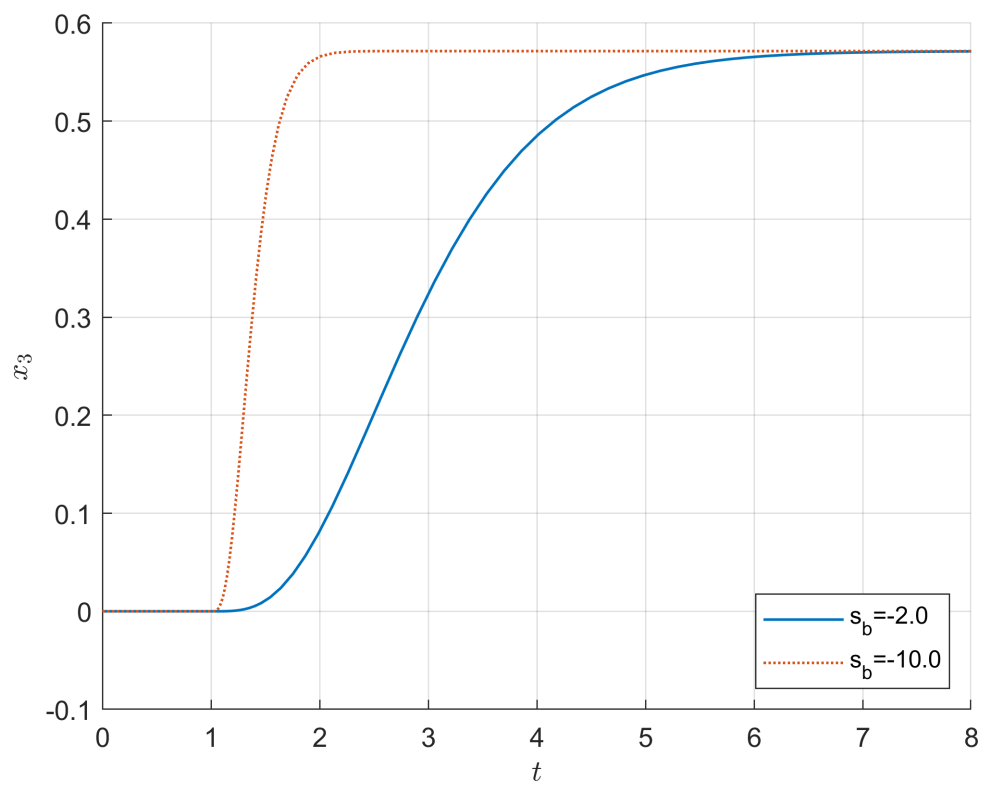
Rys. 4.4. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$ Rys. 4.5. Wykres przebiegu zmiennej $x_2(t)$

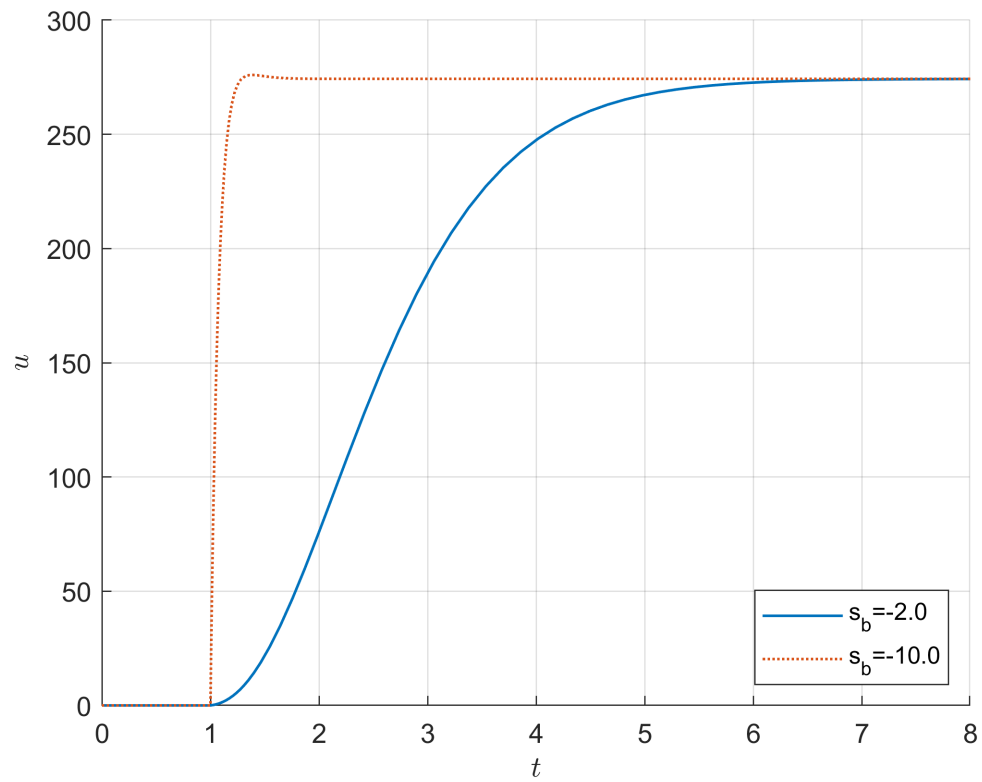
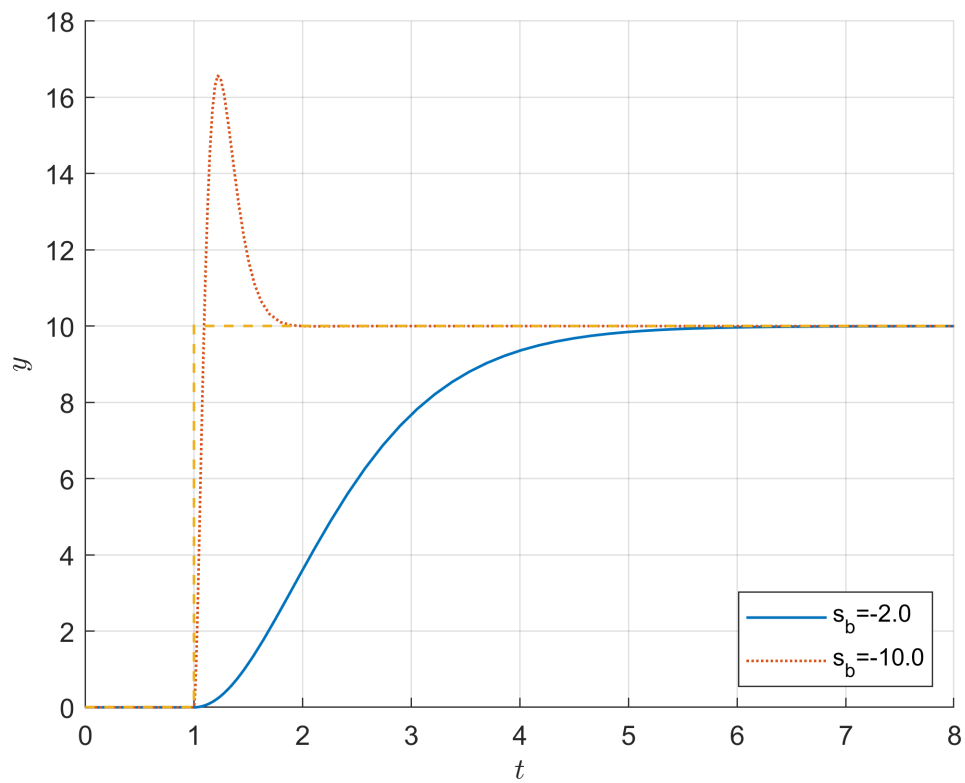
Rys. 4.6. Wykres przebiegu zmiennej $x_3(t)$ Rys. 4.7. Wykres przebiegu zmiennej $u(t)$

Rys. 4.8. Wykres przebiegu zmiennej $y(t)$ oraz $y_{zad}(t)$

4.3.2. Przebiegi dla powiększonych wartości macierzy B

Rys. 4.9. Wykres przebiegu zmiennej $x_1(t)$

Rys. 4.10. Wykres przebiegu zmiennej $x_2(t)$ Rys. 4.11. Wykres przebiegu zmiennej $x_3(t)$

Rys. 4.12. Wykres przebiegu zmiennej $u(t)$ Rys. 4.13. Wykres przebiegu zmiennej $y(t)$ oraz $y_{zad}(t)$

4.3.3. Podsumowanie

Analizując symulacje przeprowadzone dla systemu można zauważyć, że regulator ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem pozwala na dokładne osiągnięcie zadanej wartości wyjścia y_{zad} przez wyjście y . Z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że im bardziej na minusie jest wartość bieguna regulatora s_b tym szybciej osiągana jest wartość zadana, jednakże powoduje to przeregulowania, które w pewnych zastosowaniach mogą być nieakceptowalne. Dodatkowo porównując wykresy między symulacjami dla zadanej macierzy B , powiększonej o 50% można zauważyć, że zmiany samej macierzy B wpływają jedynie na wartość wyjścia. W podanym przykładzie po zwiększeniu wartości w macierzy B 1,5 krotnie wartość sygnału sterującego zmalała 1,5 krotnie.