# Charakterystyki częstotliwościowe

Wojciech Konury 241488

Data laboratorium: 25.10.2019
Data oddania sprawozdania: 08.10.2019
Grupa: piątek 13-15 TN

## 1 Wstęp

Celem ćwiczenia było zbadanie charakterystyk częstotliwościowych zadanych modeli, na podane wejścia. Należało również narysować otrzymane przebiegi i odczytać z nich amplitude oraz przesunięcie fazowe dla danych pulsacji.

## 2 Model obiektu inercyjnego

$$K(s) = \frac{k \cdot e^{s\tau}}{Ts + 1}$$

$$K(j\omega) = \frac{k \cdot e^{-s\tau}}{Tj\omega + 1} = \frac{k \cdot e^{-s\tau}}{Tj\omega + 1} \cdot \frac{1 - Tj\omega}{1 - Tj\omega} = \frac{k \cdot e^{-s\tau}(1 - Tj\omega)}{1 + T^2\omega^2}$$

Korzystając z poniższego wzoru, możemy wyznaczyć część rzeczywistą oraz urojoną licznika transmitancji widmowej:

$$e^{-sT} = cos(\omega\tau) - j\sin\omega\tau \tag{1}$$

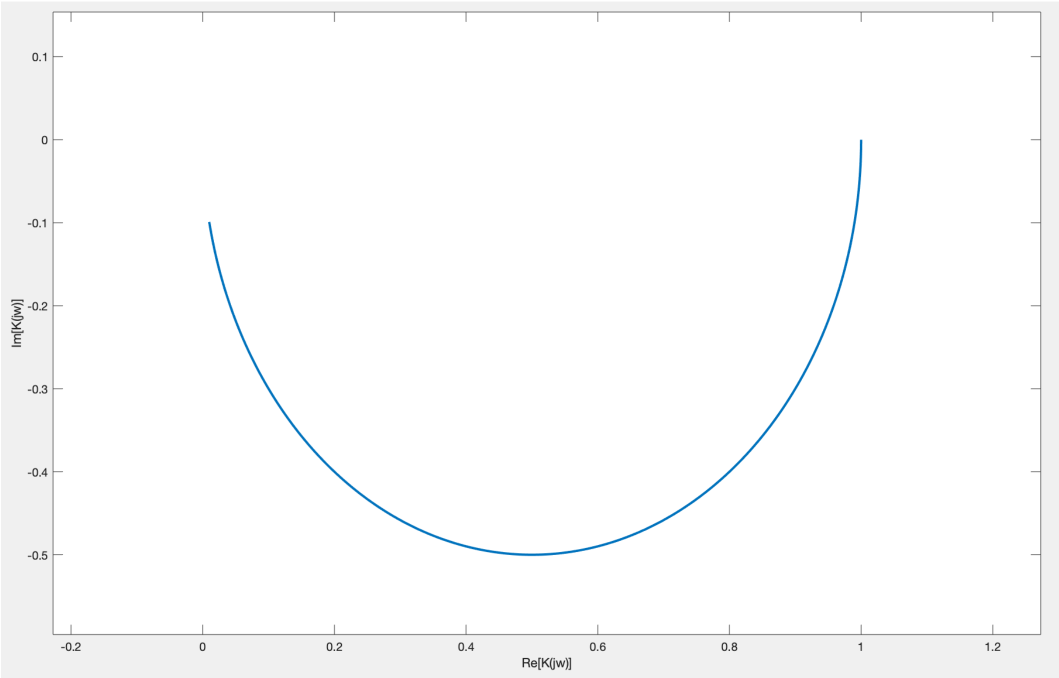
$$L(K(j\omega)) = k(\cos(\omega\tau) - j\sin(\omega\tau)) - jT\omega k(\cos(\omega\tau) - j\sin(\omega\tau)) =$$

$$L(K(j\omega)) = k\cos(\omega\tau) - T\omega k\sin(\omega\tau) - j[k\sin(\omega\tau) + T\omega k\cos(\omega\tau)]$$

# 3 Charakterystyka amplitudowo-fazowa

## 3.1 Bez opóźnienia:

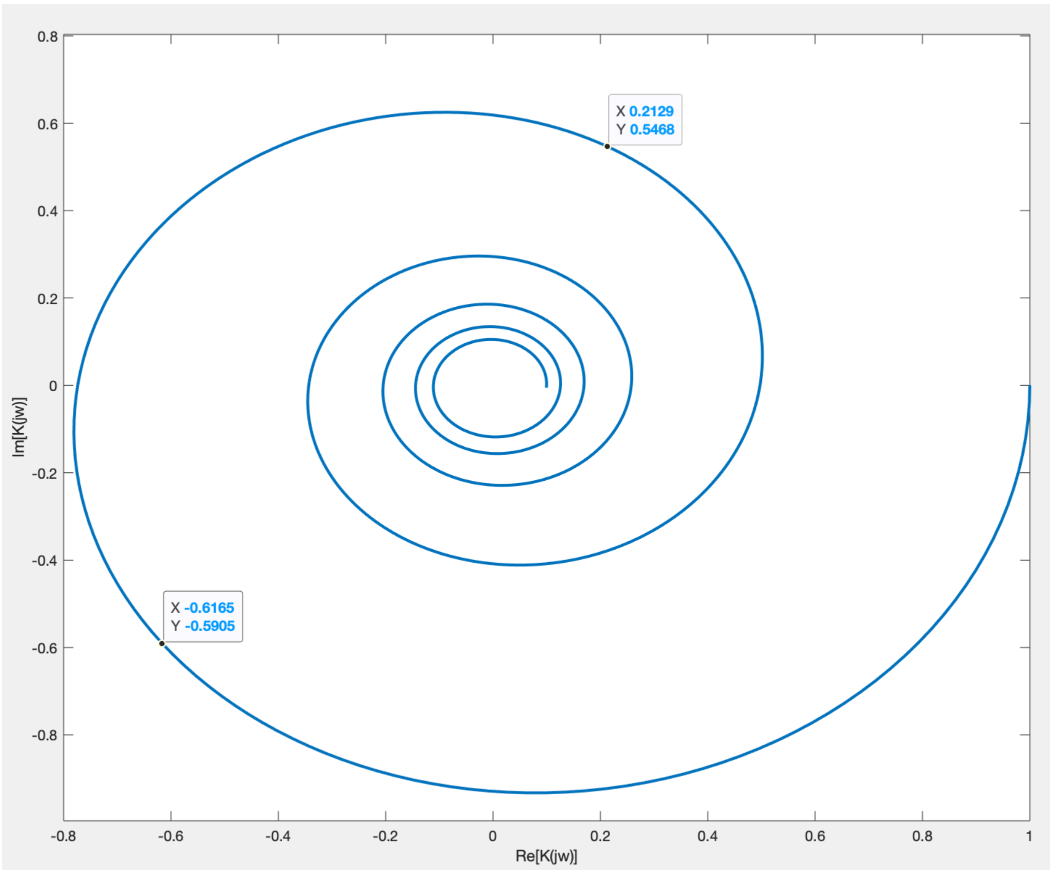
$$\text{Parametry:} \quad \begin{array}{l} \tau = 0 \\ k = 1 \\ T = 1 \end{array}$$




Rysunek 1: Charakterystyka amplitudowo-fazowa obiektu o podanych parametrach

## 3.2 Z opóźnieniem

$$\text{Parametry:} \quad \begin{array}{l} \tau = 3 \\ k = 1 \\ T = 1 \end{array}$$




Rysunek 2: Charakterystyka amplitudowo-fazowa obiektu o podanych parametrach

Z powyższej charakterystyki A-F możemy odczytać dwa punkty odpowiadajace pulsacją:

$$\begin{array}{c|c} \omega_0 & \omega_1 \\ Re(\omega_0) = 0.2129 & Re(\omega_1) = -0.6165 \\ Im(\omega_0) = 0.5468 & Im(\omega_1) = -0.5905 \\ A_{\omega_0} = 0.5867 & A_{\omega_1} = 0.8536 \\ \phi_{\omega_0} = 1.1995[rad] & \phi_{\omega_1} = -2.3777[rad] \end{array}$$

Podstawiając powyższe parametry ($\tau = 3$, $k = 1$, $T = 1$) oraz wyliczone wartości części rzeczywistej oraz urojonej danych pulsacji do odpowiednich częsci wzoru:

$$K(j\omega) = \frac{k\cos(\omega\tau) - T\omega k \sin(\omega\tau)}{1 + T^2\omega^2} - j\frac{k\sin(\omega\tau) + T\omega k\cos(\omega\tau)}{1 + T^2\omega^2}$$

$$Re(K(j\omega)) = \frac{k\cos(\omega\tau) - T\omega k\sin(\omega\tau)}{1 + T^2\omega^2}$$

$$Im(K(j\omega)) = \frac{k\sin(\omega\tau) + T\omega k\cos(\omega\tau)}{1 + T^2\omega^2}$$

możemy wyliczyć wartości poszczególnych pulsacji:

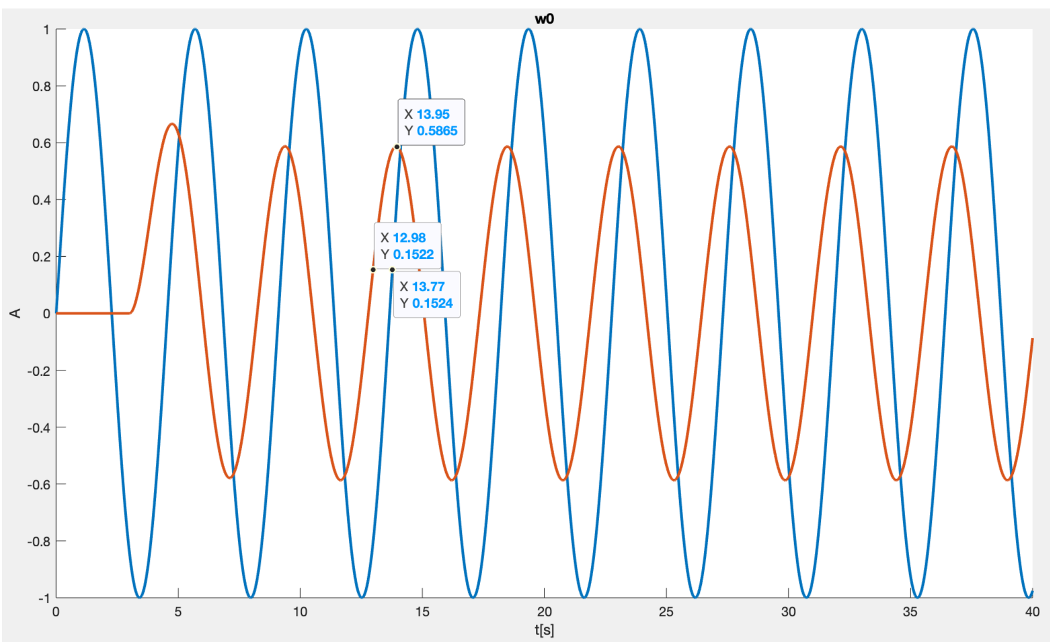
$$\omega_0 \approx 1.38$$

$$\omega_1 \approx 0.61$$

# 4 Odpowiedź na pobudzenie sinusoidalne

Obiekt pobudzono sygnałem sinusoidalnym $\sin(\omega\tau)$, gdzie za pulsacje $\omega$ podstawiono wyżej wyliczone wartości $\omega_1$ i $\omega_2$. Następnie z otrzymanych odpowiedzi odczytano wartości amplitudy oraz przesunięcia fazowego pomiędzy sygnałem wejściowym a wyjściowym.

Parametry: $\tau = 3$, $k = 1$, $T = 1$, $A = 1$

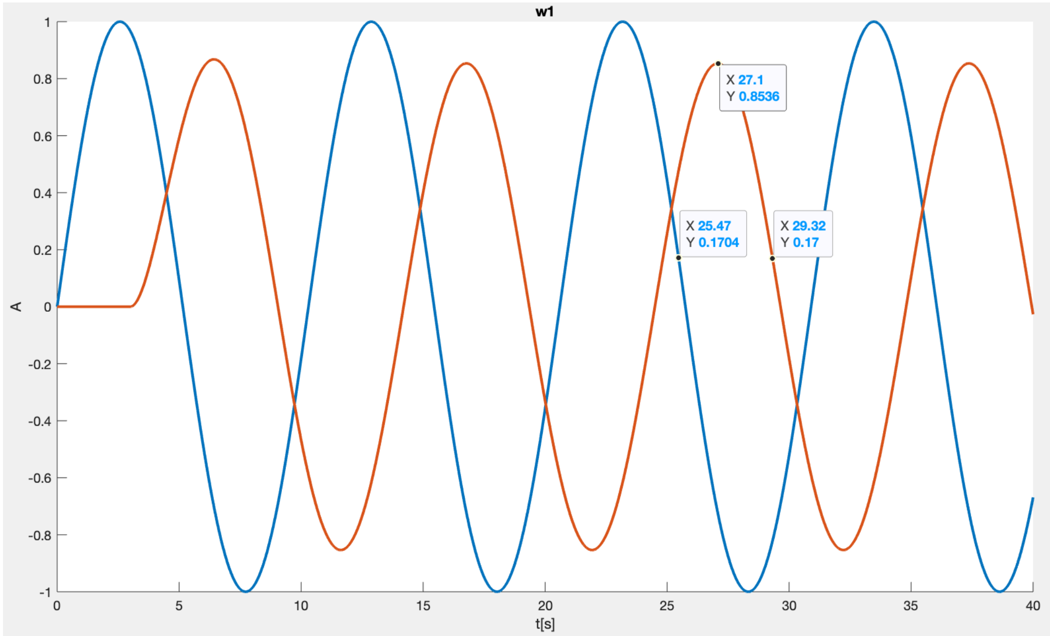



Rysunek 3: Sygnał wejściowy oraz odpowiedź dla pulsacji $= \omega_0$

Z powyższego przebiegu możemy odczytać:

$$A_{w_0} = 0.5865$$

$$\phi_{w_0} = \delta t \cdot \omega = 13.77 - 12.98 \approx 1.09[rad]$$




Rysunek 4: Sygnał wejściowy oraz odpowiedź dla pulsacji $= \omega_1$

Z powyższego przebiegu możemy odczytać:

$$A_{w_1} = 0.8536$$

$$\phi_{w_1} = \delta t \cdot \omega = 25.47 - 29.32 \approx -2.3485[rad]$$

# 5 Wnioski

Wyniki otrzymane z obliczeń są bardzo zbliżone do wyników odczytanych z symulacji dla wejścia sinusoidalnego, co może świadczyć o poprawności wykonanego ćwiczenia.

Wyniki otrzymane z obliczeń: $\begin{array}{c|c} \omega_0 = 1.38 & \omega_1 = 0.61 \\ A_{\omega_0} = 0.5867 & A_{\omega_1} = 0.8536 \\ \phi_{\omega_0} = 1.1995[rad] & \phi_{\omega_1} = -2.3777[rad] \end{array}$

Wyniki odczytane z przebiegów: $\begin{array}{c|c} \omega_0 = 1.38 & \omega_1 = 0.61 \\ A_{\omega_0} = 0.5864 & A_{\omega_1} = 0.8536 \\ \phi_{\omega_0} = 1.09[rad] & \phi_{\omega_1} = -2.3485[rad] \end{array}$

Moduł pulsacji na charakterystyce amplitudowo - fazowej obiektu pokrywa się ze wzmocnieniem odpowiedzi sinusoidalnej, a kąt tej pulsacji odpowiada przesunięciu fazowemu.

Drobne rozbieżności wyników mogą być spowodowane zaokrągleniami otrzymanych wartości oraz niedokładnością w odczytywaniu wartości z wykresów.