

## Programowanie obiektowe | Specyfikacja projektu

Piotr Machura, Kacper Ledwosiński

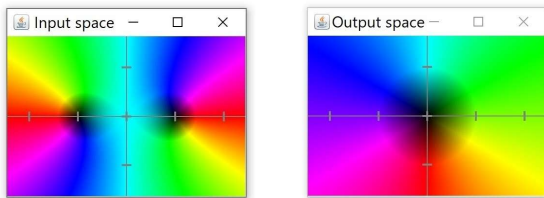
# Kalkulator rozwiązujący i rysujący funkcje zespolone

## Cel główny

Celem projektu jest stworzenie kalkulatora znajdującego miejsca zerowe funkcji zespolonych zmiennej zespolonej. Użytkownik za pomocą interfejsu graficznego podaje funkcję, z której zostaje utworzony obiekt `Function` zawierający listę rozwiązań `solutions`. Następnie algorytm matematyczny wykorzystujący "winding number" (indeks punktu względem krzywej, patrz sekcja "Podłoże matematyczne") oraz rekurencyjną bisekcję na płaszczyźnie zespolonej **znajduje przybliżone miejsca zerowe** `Function` i umieszcza je w `solutions`, skąd mogą zostać **wyświetlone na ekran**.

Dodatkowo kalkulator wykorzystuje metodę kolorowania dziedziny aby wyświetlić obszary *input space* i *output space* funkcji (patrz sekcja "Podłoże matematyczne") oraz rysuje przeprowadzaną na płaszczyźnie zespolonej bisekcję w czasie rzeczywistym.

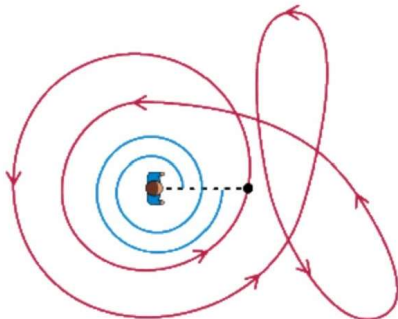
## Podłoże matematyczne

Kolorowanie dziedziny:  $z^2 - 1$ 

### Metoda kolorowania dziedziny

Narysowanie wykresu funkcji  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  ze względu na naturę liczb zespolonych wymagałoby czterowymiarowego układu współrzędnych. Z pomocą przychodzi metoda kolorowania dziedziny, polegająca na nadaniu każdemu punktowi w *input space* koloru odpowiadającego fazie  $\phi = \arg(f(z))$  o jasności proporcjonalnej do  $r = |f(z)|$ . Pozwala to na łatwą wizualną ocenę przybliżonych miejsc zerowych.

### Indeks punktu względem krzywej

Źródło: [https://pl.wikipedia.org/wiki/Indeks\\_punktu\\_wzgl%C4%99dem\\_krzywej](https://pl.wikipedia.org/wiki/Indeks_punktu_wzgl%C4%99dem_krzywej)

**Indeks punktu  $z_0$  względem krzywej  $C$**  jest to ilość okrążeń wykonywanych przez punkt  $z$  wokół  $z_0$  przy jednym okrążeniu krzywej  $C$ . Przyjmuje on zatem jedynie wartości całkowite lub 0, jeśli  $z_0$  nie zawiera się wewnątrz krzywej  $C$ . Na płaszczyźnie zespolonej określony jest jako:

$$W(C, z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{dz}{z - z_0}$$

Przyjmijmy, że punktem  $z_0$  jest punkt  $0 + 0i$  w *output space*. Mamy zatem:

$$W(C) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{dz}{z}$$

Rozważmy prostokąt **R** (w rozumieniu: krzywa będąca krawędzią prostokąta) zawierający się w *input space* oraz oznaczmy jego obraz  $C = f(R)$ . Zatem jeśli indeks  $W(C) \neq 0$ , to 0 *output space* znajduje się wewnątrz  $C$ , a zatem **wewnątrz R znajduje się miejsce zerowe f**.

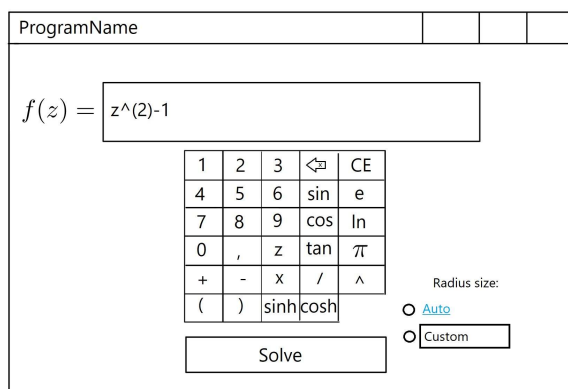
Liczbę obrotów  $W$  nazywać będziemy dalej zamiennie z *winding number* i jest to właściwość danego prostokąta **R**.

### Algorytm szukający miejsc zerowych

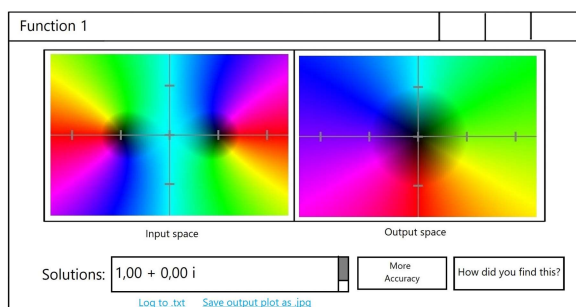
Algorytm zaczyna więc od narysowania prostokąta wystarczająco dużego, aby zawierało się w nim co najmniej jedno miejsce zerowe (*ustawienie Radius size - auto*). Następnie dzieli prostokąt na cztery mniejsze i sprawdza, czy *winding number* każdego z nich jest niezerowy. Jeśli jest **zerowy**, to wewnątrz nie ma miejsca zerowego i taki prostokąt zostaje **odrzucony**. Jeśli jest **niezerowy**, to taki prostokąt zostaje znowu podzielony na cztery itd. (tzw. struktura *quad tree*)

Rekurencja zatrzymuje się w momencie, gdy pola prostokątów o niezerowym  $W$  są **odpowiednio małe** i zwraca ich **środk** jako przybliżone miejsca zerowe funkcji.

### Interfejs użytkownika



Program akceptuje wzór funkcji zarówno z klawiatury jak z wbudowanych przycisków. Rozmiar początkowego prostokąta określa *Radius size - Auto* narysuje prostokąt 20x20 lub wystarczająco duży, by znaleźć jedno miejsce zerowe (hiperłącze wyświetla tę informację), pole tekstowe *Custom* pozwala wprowadzić własny rozmiar startowego prostokąta. Po kliknięciu przycisku *Solve* otwiera się nowe okno z rozwiązaniem, podczas gdy główne okno pozostaje otwarte do dalszego wykorzystania.



Wykresy *Input space* i *Output space* można przewijać oraz "rozszerzać", okienko *Solutions* wyświetla listę znalezionych rozwiązań (z suwakiem), przycisk *More Accuracy* pozwala dokładniej obliczyć miejsca zerowe (zmniejsza najmniejszy dopuszczalny prostokąt np. 10-krotnie), przycisk *How did you find this?* odtwarza na *Input space* animację algorytmu rysującego prostokąty i liczącego ich *winding number* w spowolnieniu (nie będzie też śledził całego procesu, tylko do pewnego momentu). Hiperłącza *Log to .txt* i *Save output as .jpg* robią to, co na nich pisze.

## Scenariusz użycia

Użytkownik wpisuje funkcję którą chce rozwiązać i otrzymuje wykres oraz miejsca zerowe. program pozwala na otwarcie wielu okien `Function`, pozwalając porównywać wykresy i miejsca zerowe. Wyniki mogą zostać zapisane jako pliki `.txt` (rozwiązania) oraz `.jpg` (wykres `Output space`).

## Cele dodatkowe

- Użycie systemu kontroli wersji `git`
- Program napisany w `JavaFX`
- Program wielojęzyczny (wersja po po polsku)
- Program dostępny w licencji *Open Source*

## Terminarz realizacji projektu

1. Specyfikacja - III. zajęcia
2. Prototype - GUI, działający algorytm (dla zakodowanych "na twardo" funkcji) oraz kolorowanie dziedzin - V. zajęcia
3. Release candidate - obiekt `Function`, odczytywanie funkcji z przycisków, miejsca zerowe dowolnych funkcji - X. zajęcia
4. Final - odczytywanie funkcji z klawiatury, reszta funkcjonalności - XV. zajęcia

## Tabela zadań projektu

Funkcjonalność	Max. pkt.	Uzyskane pkt.	Notatki
GUI	...		Wprowadzanie funkcji przyciskami
Wprowadzanie funkcji z klawiatury	...		
Kolorowanie dziedzin	...		Wraz z wyświetleniem i zapisywaniem do pliku <code>.jpg</code>
Algorytm liczący <i>winding number</i>	...		Wraz ze znajdowaniem miejsc zerowych i zapisywaniem do <code>.txt</code>
Rozwiązanie dowolnych złożań funkcji	...		Obiekt <code>Function</code> z podanych danych tworzy funkcję
Rysowanie prostokątów w czasie rzeczywistym	...		
Użycie systemu <code>git</code>	...		<a href="https://github.com/piotrmachura16/AP4-project-java">https://github.com/piotrmachura16/AP4-project-java</a>
Wielojęzyczność programu	...		Język podstawowy: ENG
Zapisywanie wyników do plików <code>.jpg</code> i <code>.txt</code>	...		
<b>SUMA</b>	...		

Za poprawnie wykonany projekt chcielibyśmy uzyskać ocenę 5.