Programowanie obiektowe | Specyfikacja projektu

Piotr Machura, Kacper Ledwosiński

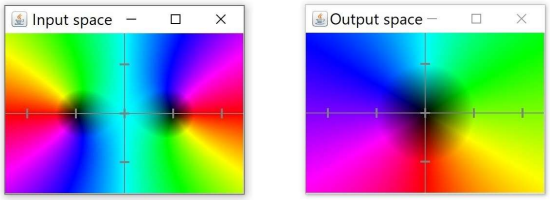
Kalkulator rozwiązujący i rysujący funkcje zespolone

Cel główny

Celem projektu jest stworzenie kalkulatora znajdującego miejsca zerowe funkcji zespolonych zmiennej zespolonej. Użytkownik za pomocą interfejsu graficznego podaje funkcję, z której zostaje utworzony obiekt `Function` zawierający listę rozwiązań `solutions`. Następnie algorytm matematyczny wykorzystujący *"winding number" (indeks punktu względem krzywej, patrz sekcja "Podłoże matematyczne")* oraz rekurencyjną bisekcję na płaszczyźnie zespolonej **znajduje przybliżone miejsca zerowe** `Function` i umieszcza je w `solutions`, skąd mogą zostać **wyświetlone na ekran**.

Dodatkowo kalkulator wykorzystuje metodę kolorowania dziedziny aby wyświetlić obszary *input space* i *output space* funkcji *(patrz sekcja "Podłoże matematyczne)* oraz rysuje przeprowadzaną na płaszczyźnie zespolonej bisekcję w czasie rzeczywistym.

Podłoże matematyczne

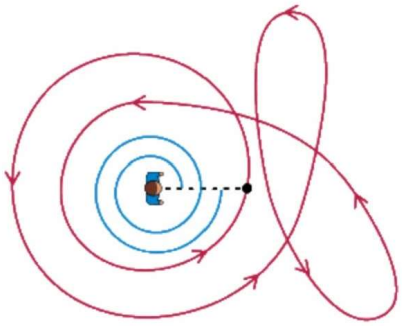


Kolorowanie dziedziny: z^2-1

Metoda kolorowania dziedziny

NArysowanie wykresu funkcji $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ ze względu na naturę liczb zespolonych wymagałoby czterowymiarowego układu współrzędnych. Z pomocą przychodzi metoda kolorowania dziedziny, polegajaca na nadaniu każdemu punktowi w *input space* koloru odpowiadającego fazie $\phi = arg(f(z))$ o jasności proporcjonalnej do $r = |f(z)|$. Pozwala to na łatwą wizualną ocenę przybliżonych miejsc zerowych.

Indeks punktu względem krzywej



Źródło: https://pl.wikipedia.org/wiki/Indeks_punktu_wzgl%C4%99dem_krzywej

Indeks punktu z_0 **względem krzywej** C jest to ilość okrążeń wykonywanych przez punkt z wokół z_0 przy jednym okrążeniu krzywej C. Przyjmuje on zatem jedynie wartości całkowite lub 0, jeśli z_0 nie zawiera się wewnatrz krzywej C. Na płaszczyźnie zespolonej określony jest jako:

$$W(C, z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{dz}{z - z_0}$$

Przyjmijmy, że punktem z_0 jest punkt $0 + 0i$ w *output space*. Mamy zatem:

$$W(C) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{dz}{z}$$

Rozważmy prostokąt **R** (w rozumieniu: krzywa będąca krawędzią prostokąta) zawierający się w *input space* oraz oznaczmy jego obraz $C = f(R)$. Zatem jeśli indeks $W(C) \neq 0$, to 0 *output space* znajduje się wewnątrz C, a zatem **wewnątrz R znajduje się miejsce zerowe** f.

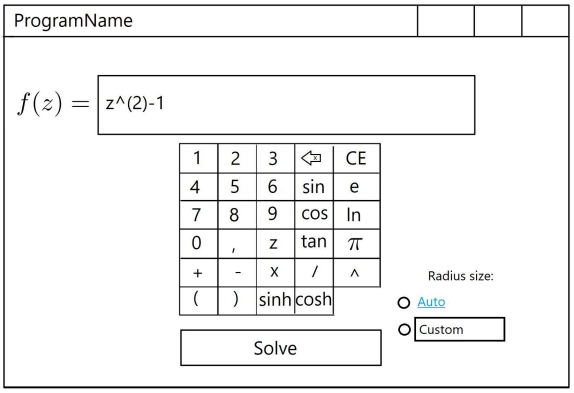
Liczbę obrotów *W* nazywać będziemy dalej zamiennie z *winding number* i jest to właściwość danego prostokąta **R**.

Algortym szukający miejsc zerowych

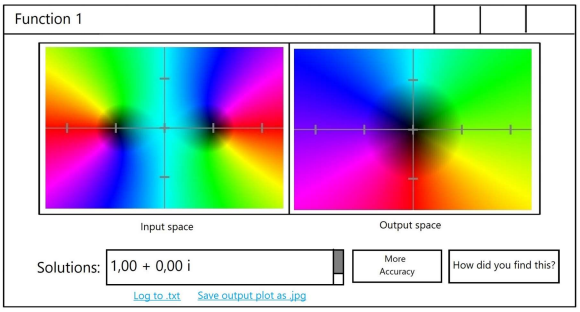
Algorytm zaczyna więc od narysowania prostokąta wystarczająco dużego, aby zawarło się w nim co najmniej jedno miejsce zerowe (*ustawienie* `Radius size - auto`). Następnie dzieli prostokąt na cztery mniejsze i sprawdza, czy *winding number* każdego z nich jest niezerowy. Jeśli jest **zerowy**, to wewnątrz nie ma miejsca zerowego i taki prostokąt zostaje **odrzucony**. Jeśli jest **niezerowy**, to taki prostokąt zostaje znowu podzielony na cztery itd. (*tzw. struktura quad tree*)

Rekurencja zatrzymuje się w momencie, gdy pola prostokątów o niezerowym *W* są **odpowiednio małe** i zwraca ich **środki** jako przybliżone miejsca zerowe funkcji.

Interfejs użytkownika



Program akceptuje wzór funkcji zarówno z klawiatury jak z wbudowanych przycisków. Rozmiar początkowego prostokąta określa `Radius size - Auto` narysuje prostokąt 20x20 lub wystarczająco duży, by znaleźć jedno miejsce zerowe (hiperłącze wyświetla tą informację), pole tekstowe `Custom` pozwala wprowadzić własny rozmiar startowego prostokąta. Po kliknięciu przycisku `Solve` otwiera się nowe okno z rozwiązaniem, podczas gdy główne okno pozostaje otwarte do dalszego wykorzystania.



Wykresy `Input space` i `Output space` można przewijać oraz "rozszerzać", okienko `Solutions` wyświetla listę znalezionych rozwiązań (z suwakiem), przycisk `More Accuracy` pozwala dokładniej obliczyć miejsca zerowe (zmniejsza najmniejszy dopuszczalny prostokąt np. 10-krotnie), przycisk `How did you find this?` odtwarza na `Input space` animację algorytmu rysujacego prostokąty i liczącego ich *winding number* w spowolnieniu (nie będzie też śledził całego procesu, tylko do pewnego momentu). Hiperłącza `Log to .txt` i `Save output as .jpg` robią to, co na nich pisze.

Scenariusz użycia

Użytkownik wpisuje funckję którą chce rozwiązać i otrzymuje wykres oraz miejsca zerowe. program pozwala na otwarcie wielu okien `Function`, pozwalając porównywać wykresy i miejsca zerowe. Wyniki mogą zostać zapisane jako pliki .txt (rozwiązania) oraz .jpg (wykres `Output space`).

Cele dodatkowe

- Użycie systemu kontroli wersji `git`
- Testy programu napisane w `JUnit`
- Program wielojęzyczny (wersja po po polsku)
- Program dostępny w licencji *Open Source*

Terminarz realizacji projektu

1. Specyfikacja - III. zajęcia
2. Prototype - GUI, działający algorytm (dla zakodowanych "na twardo" funkcji) oraz kolorowanie dziedziny - V. zajęcia
3. Release candidate - obiekt `Function`, odczytywanie funkcji z przycisków, miejsca zerowe dowolnych funkcji - X. zajęcia
4. Final - odczytywanie funkcji z klawiatury, reszta funkcjonalności - XV. zajęcia

Tabela zadań projektu

Funkcjonalność	**Max. pkt.**	**Uzyskane pkt.**	**Notatki**
GUI	...		Wprowadzanie funkcji przyciskami
Wprowadzanie funkcji z klawiatury	...		
Kolorowanie dziedziny	...		Wraz z wyświetleniem i zapisywaniem do pliku .jpg
Algorytm liczący *winding number*	...		Wraz ze znajdowaniem miejsc zerowych i zapisywaniem do .txt
Rozwiązanie dowolnych złożeń funkcji	...		Obiekt `Function` z podanych danych tworzy funkcję
Rysowanie prostokątów w czasie rzeczywistym	...		
Użycie systemu `git`	...		https://github.com/piotrmachura16/AP4-project-java
Wielojęzyczność programu	...		Język podstawowy: ENG
Zapisywanie wyników do plików .jpg i .txt	...		
SUMA	...		

Za poprawnie wykonany projekt chcielibyśmy uzyskać ocenę 5.