Sprawozdanie z projektu nr 4,
Metody Numeryczne II

Piotr Onyszczuk, gr. F3

9.12.2018 r.

1 Temat 43.

Wzory empiryczne. Baza: 1, x, x^2, e^x. Graficzne przedstawienie punktów pomiarowych i funkcji przybliżającej.

2 Implementacja.

• *approx* - skrypt będący główną częścią programu (zawiera dane wejściowe, rysuje wykres i oblicza błąd średniokwadratowy)
• *matrix* - funkcja obliczająca macierz Grama oraz wektor wyrazów wolnych złożone z dyskretnych iloczynów skalarnych
• *values* - funkcja obliczająca wartości funkcji aproksymującej dla zadanych argumentów.

Funkcja *approx* przyjmuje wektor argumentów $x_1, x_2, \ldots, x_n$, funkcję aproksymującą f oraz funkcje z bazy f_1, f_2, f_3, f_4. Zwraca macierz Grama postaci:
$A = \{A_{i,j}\} = \{< f_i, f_j >\}_{i,j=1}^4$ oraz wektor wyrazów wolnych postaci
$b = \{b_i\}_{i=1}^4 = \{< f, f_i >\}_{i=1}^4$, gdzie $(< f, g >= \sum_{i=1}^n (f(x_i) * g(x_i)))$.

Współczynniki interpolacji obliczane są z układu równań $A * coefs = b$.

Funkcja *values* na podstawie otrzymanego wektora współczynników $(coefs)$ oraz funkcji bazowych (f_1, f_2, f_3, f_4), w każdym z zadanych punktów oblicza wartość funkcji aproksymującej $(f(x) = \sum_{i=1}^4 coefs(i) * f_i(x))$.

3 Przykłady

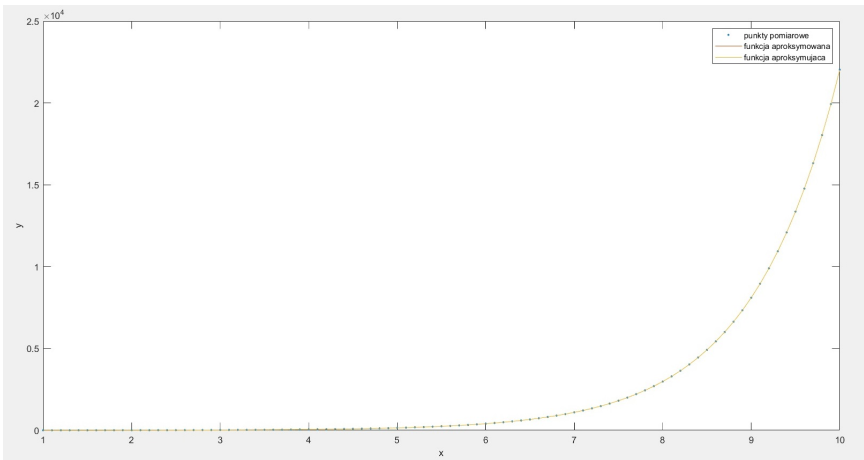

Figure 1: $f(x) = e^x$, przedział $< 1, 10 >$, krok 0.1, błąd $2.9 * 10^{-26}$

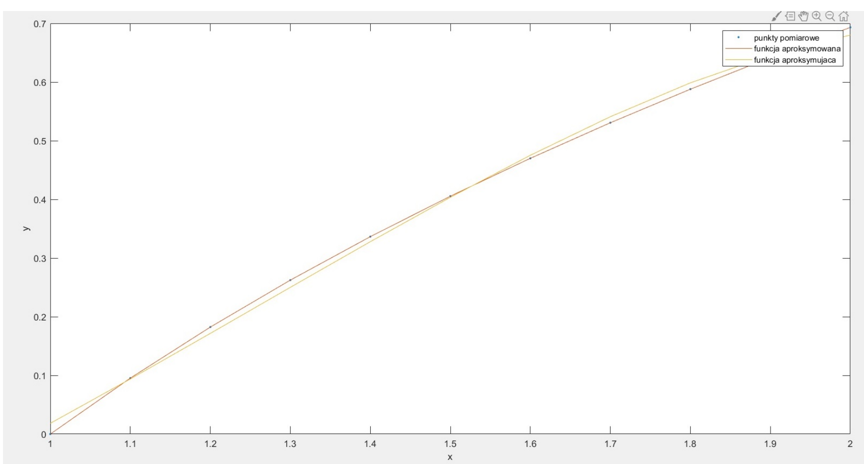

Figure 2: $f(x) = ln(x)$, przedział $< 1, 2 >$, krok 0.1, błąd $1 * 10^{-4}$

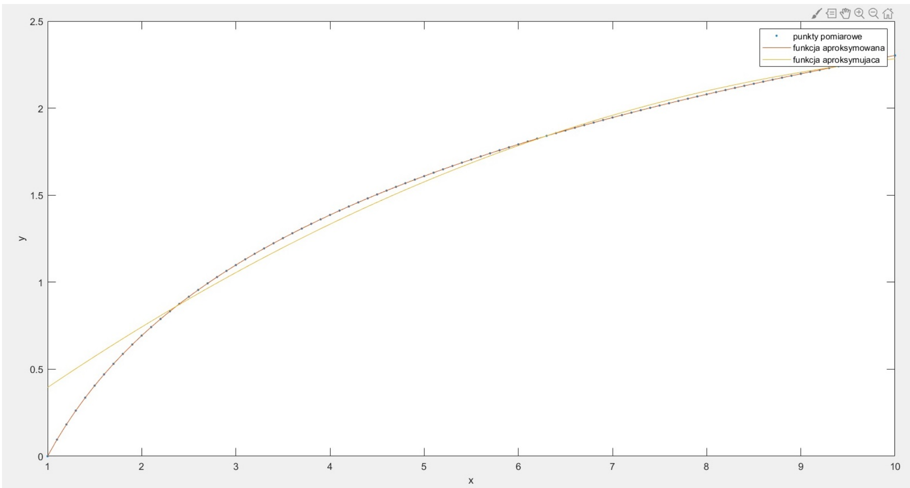

Figure 3: $f(x) = ln(x)$, przedział $< 1, 10 >$, krok 0.1, błąd $6.5 * 10^{-3}$

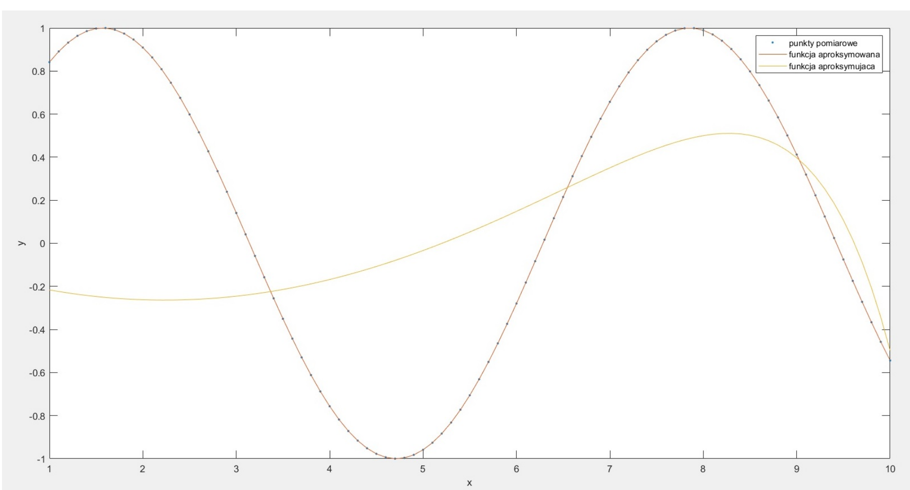

Figure 4: $f(x) = sin(x)$, przedział $< 1, 10 >$, krok 0.1, błąd 0.43

4 Wnioski

Przykład 1. jest testem kontrolującym poprawność metody. Aproksymuję w nim funkcję e^x, która jest funkcją z bazy. Widać że aproksymacja przebiega poprawnie, więc test uznaję za udany. Przykłady 2. oraz 3. dotyczą interpolacji funkcji $ln(x)$. Pokazują one interpolację na przedziałach różnej długości z jednakowymi odstępami pomiędzy punktami pomiarowymi. Można zauważyć, że w przykładzie 3. pomimo znacznie większej liczby punktów pomiarowych otrzymaliśmy błąd większy ponad dziesięciokrotnie. Można to intuicyjnie wyjaśnić tym, że na dłuższym przedziale trudniej jest oddać charakter zadanej funkcji mając do dyspozycji tylko kilka funkcji bazowych. Oczywistym wnioskiem jest zatem, że w przypadku aproksymacji większa liczba punktów pomiarowych nie zawsze wiąże się z mniejszym błędem. Ostatni przykład obrazuje jak wiele problemów może sprawić aproksymacja funkcji znacznie różnej od funkcji z bazy. Funkcja $sin(x)$ jest funkcją okresową, podczas gdy żadna z funkcji bazowych nie jest. Powoduje to duże błędy podczas aproksymacji tej funkcji.