

**Lista 3**

**Zadanie 3.1.**

Pokazać, że dla dowolnej liczby naturalnej  $n$ :

- (a)  $3 \mid 10^n + 17$ ,
- (b)  $10 \mid 3^{4n+3} - 17$ ,
- (c)  $19 \mid 24^{2n+1} \cdot 21^{n+2} - 3^{n+2} \cdot 17^{2n+1}$ ,
- (d)  $13 \mid 1 + 16^{3n+1} + 48^{3n+1}$ ,
- (e)  $9 \mid 10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$ ,
- (f)  $14 \mid 3^{4n+2} + 5^{2n+1}$ .

**Zadanie 3.2.**

- (a) Jaką cyfrą może kończyć się kwadrat liczby naturalnej w systemie pozycyjnym szesnastkowym?
- (b) Jaką cyfrą może kończyć się iloczyn dwóch kolejnych liczb naturalnych nieparzystych w systemie pozycyjnym o podstawie 12?

**Zadanie 3.3.**

W grupie multiplikatywnej  $\mathbb{Z}_{30}^*$  pierścienia  $\mathbb{Z}_{30}$  dla każdego elementu  $a \in \mathbb{Z}_{30}^*$  wyznaczyć element  $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{30}^*$ . Czy grupa  $\mathbb{Z}_{30}^*$  jest cykliczna?

**Zadanie 3.4.**

W grupie multiplikatywnej  $\mathbb{Z}_{15}^*$  pierścienia  $\mathbb{Z}_{15}$  dla każdego elementu  $a \in \mathbb{Z}_{15}^*$  wyznaczyć element  $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{15}^*$ . Czy grupa  $\mathbb{Z}_{15}^*$  jest cykliczna?

**Zadanie 3.5.**

W grupie multiplikatywnej  $\mathbb{Z}_{14}^*$  pierścienia  $\mathbb{Z}_{14}$  dla każdego elementu  $a \in \mathbb{Z}_{14}^*$  wyznaczyć element  $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{14}^*$ . Czy grupa  $\mathbb{Z}_{14}^*$  jest cykliczna?

**Zadanie 3.6.**

W grupie multiplikatywnej  $\mathbb{Z}_{22}^*$  pierścienia  $\mathbb{Z}_{22}$  dla każdego elementu  $a \in \mathbb{Z}_{22}^*$  wyznaczyć element  $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{22}^*$ . Czy grupa  $\mathbb{Z}_{22}^*$  jest cykliczna?