## 9. Dystrybucja kluczy kryptograficznych

### 9.1 Algorytm Diffiego-Hellmanna

Jeśli mamy ustalony system kryptograficzny to o jego bezpieczeństwie decyduje sposób uzgadniania kluczy kryptograficznych.

Sposób uzgadniania kluczy nazywa się również

- systemem wymiany kluczy lub
- systemem dystrybucji kluczy lub
- algorytmem wymiany kluczy lub
- protokołem wymiany kluczy

Dobrym algorytmem często stosowanym np. do uzgadniania kluczy w symetrycznych systemach kryptograficznych (np. tzw. kluczy sesyjnych) jest algorytm Diffiego – Hellmanna uzgadniania klucza.

### Algorytm Diffiego-Hellmana uzgadniania klucza

- 1. Wybieramy duże ciało skończone  $F_q$ , liczba q (liczba elementów w ciele  $F_q$ ) jest publicznie znana. Liczba elementów q w ciele skończonym jest zawsze potęgą pewnej liczby pierwszej.
- 2. Wybieramy generator g grupy multiplikatywnej  $F_q^*$ . Z pewnych względów jest lepiej jeśli g jest generatorem grupy multiplikatywnej  $F_q^*$  ale nie jest to konieczne. Element g jest publicznie znany. Istnieje twierdzenie, które mówi, że każda grupa multiplikatywna ciała skończonego jest cykliczna tzn. zawsze istnieje w niej generator.
- 3. Strony A i B chcą uzgodnić klucz symetryczny, jakiego będą używać. Strona A wybiera losowo tajną liczbę  $a \in <2, q-2>$ . Ogólnie rzecz biorąc możemy przyjąć, że  $a \in <1, q-1>$  ale a=1 i a=q-1 nie są bezpiecznymi wyborami. Następnie strona A oblicza  $g^a$  i podaje  $g^a$  do publicznej wiadomości lub przesyła do strony B. Wybór a jest tajemnicą strony A.
- 4. Strona B wybiera losowo tajną liczbę  $b \in <2, q-2>$ . Ogólnie rzecz biorąc możemy przyjąć, że  $b \in <1, q-1>$  ale b=1 i b=q-1 nie są bezpiecznymi wyborami. Następnie strona B oblicza  $g^b$  i podaje  $g^b$  do publicznej wiadomości lub przesyła do strony A. Wybór b jest tajemnicą strony B.

5. Wspólny tajny klucz to  $g^{ab}$ . Obie strony A i B potrafią łatwo obliczyć tę liczbę, bo

$$(g^a)^b = g^{ab} i (g^b)^a = g^{ab}$$

natomiast inne osoby nie znają a i b, znają tylko  $g^a$  i  $g^b$  i nie potrafią znaleźć  $g^{ab}$ !

#### Bezpieczeństwo algorytmu Diffiego-Hellmana.

Bezpieczeństwo algorytmu Diffiego-Hellmana wynika z faktu, że tzw. problem Diffiego-Hellmana polegający na obliczeniu  $g^{ab}$ , gdy znane są jedynie  $g^a$  oraz  $g^b$  jest problemem obliczeniowo trudnym.

Zauważmy, że gdyby istniał efektywny algorytm rozwiązujący problem logarytmu dyskretnego to również istniałby efektywny algorytm rozwiązujący problem Diffiego-Helmana.

Reasumując bezpieczeństwo algorytmu Diffiego-Hellmana wynika z faktu, że zarówno problem Diffiego-Hellmana jak i problem logarytmu dyskretnego są trudne obliczeniowo.

Algorytm Diffiego-Hellmana w wersji podanej wyżej jest podatny na atak typu "man in the midlle".

## 9.2 Protokół szerokogębnej żaby

Protokół szerokogębnej żaby (ang. Wide-Mouth Frog protocol) jest prostym protokołem wykorzystującym szyfr z kluczem symetrycznym *E* do dystrybucji klucza. Celem jest przesłanie klucza stronie B przez stronę A. Protokół wykorzystuje tzw. zaufaną trzecią stronę T .

Strona A wybiera klucz sesyjny K. Za pomocą protokołu szerokogębnej żaby przekazuje się klucz od A do B za pośrednictwem zaufanej trzeciej strony T w dwu krokach. Stosuje się przy tym zsynchronizowane zegary (i znaczniki czasu) podnoszące bezpieczeństwo protokołu.

Strona A i B mają swoje wspólne z T klucze oznaczmy je przez  $k_{\scriptscriptstyle A}$  i  $k_{\scriptscriptstyle B}$  .

Protokół szerokogębnej żaby składa się z 2 kroków i jest następujący.

1. Strona A wylosowała klucz i wysyła do strony T takie dane:

$$A, E(T_1, B, K', k_A)$$

gdzie A jest identyfikatorem strony A a wiadomość  $T_1, B, K'$  podaje znacznik czasu  $T_1$ , identyfikator strony B i proponowany klucz K.

2. Zaufana trzecia strona odszyfrowuje wiadomość strony A i przesyła do strony B kryptogram

$$E(T_2, A, K', k_B)$$

z własnym znacznikiem czasu  $T_2$ , identyfikatorem strony A i zaproponowanym przez stronę A kluczem K.

Istota rzeczy. Zaufana trzecia strona pełni rolę zaufanego operatora centrali telefonicznej. Jako strona A nie musimy znać klucza  $k_B$  strony B wystarczy znać tylko jeden klucz  $k_A$ .

### 9.3 Protokół Needhama-Schroedera

Protokół Needhama-Schroedera jest protokołem wykorzystującym szyfr z kluczem symetrycznym E do dystrybucji klucza. Celem jest przesłanie klucza stronie B przez stronę A. Protokół wykorzystuje tzw. zaufaną trzecią stronę T . Strony A i B mają swoje wspólne z T klucze oznaczmy je przez  $k_A$  i  $k_B$ .

Protokół Needhama-Schroedera składa się z 6 kroków i jest następujący.

1.Strona A przesyła do T wiadomość

'
$$A, B, r_A$$
'

gdzie A jest identyfikatorem strony A, B jest identyfikatorem strony B a  $r_A$  jest liczbą losową.

2. Zufana trzecia strona T generuje klucz sesyjny K i przesyła go stronie A w kryptogramie:

$$E('r_4, B, K, E('K, A', k_B)', k_A)$$

- 3. Strona A deszyfruje kryptogram otrzymuje własne  $r_A$  co ją upewnia, że protokół nie jest powtórzeniem jakiegoś fragmentu starej wymiany danych (atak typu "replay"). Strona A otrzymuje jednocześnie klucz sesyjny K i kryptogram  $E('K, A', k_B)$ , który odsyła stronie B.
- 4. Strona B deszyfruje soim kluczem  $k_B$  kryptogram  $E('K, A', k_B)$  otrzymując klucz sesyjny K i identyfikator strony A. Następnie strona B losuje liczbę  $r_B$  i szyfruje ją kluczem K wysyłając do strony A kryptogram

$$E(r_B,K)$$

5. Strona A deszyfruje kluczem K kryptogram  $E(r_B,K)$  uzyskując  $r_B$ . Oblicza liczbę  $r_B-1$  i szyfruje ją kluczem K odsyłając do B kryptogram

$$E(r_R-1,K)$$

6. Strona B deszyfruje kryptogram  $E(r_B-1,K)$ . Jeśli po deszyfracji uzyskana liczba jest równa  $r_B-1$  to znaczy, że połączenie działa poprawnie.

# **Literatura**

- [1] A. Menezes, P. Oorschot, S. Vanstone; Handbook of Applled Cryptography; CRC Press Inc., 1997. (treść jest na stronie: http://cacr.math.uwaterloo.ca/hac)
- [2] J.Stokłosa, T.Bilski, T.Pankowski; Bezpieczeństwo danych w systemach informatycznych; PWN, Warszawa 2001.
- [3] B.Schneier; Kryptografia dla praktyków; WNT, 2002.