



MSI

C1. Reprezentacja wiedzy w logice

Włodzimierz Kasprzak

Zad 1. „Agent odkurzający” realizujący cel

Dla „agenta odkurzającego” (z pamięcią) wyznaczyć sekwencję akcji wiodącą do celu „wszędzie czysto” w trzech różnych sytuacjach:

- 1) Środowisko jest deterministyczne i w pełni obserwowalne → problem jednostanowy (1 stan problemu to 1 stan środowiska). Agent dokładnie zna stan przed i po wykonaniu operacji - rozwiązaniem jest sekwencja akcji bezpośrednio prowadząca do zadanego celu.
- 2) Środowisko jest deterministyczne ale nie w pełni obserwowalne - na skutek braku pewnych czujników → problem wielostanowy – niepewność aktualnego stanu środowiska (1 stan problemu to wiele możliwych stanów środowiska). Agent nie ma pełnej wiedzy o stanie środowiska, ale zna wpływ wykonania swoich akcji na środowisko - rozwiązaniem jest sekwencja akcji najpierw redukująca niepewność stanu środowiska.
- 3) Środowisko jest niedeterministyczne → problem ewentualności – niepewność następnego stanu środowiska. Obserwacje dostarczają nowych informacji o środowisku. Rozwiązaniem może być warunkowanie wykonanie akcji, warunkowane nową obserwacją.

Rozwiązanie 1.A) Problem jedno-stanowy.

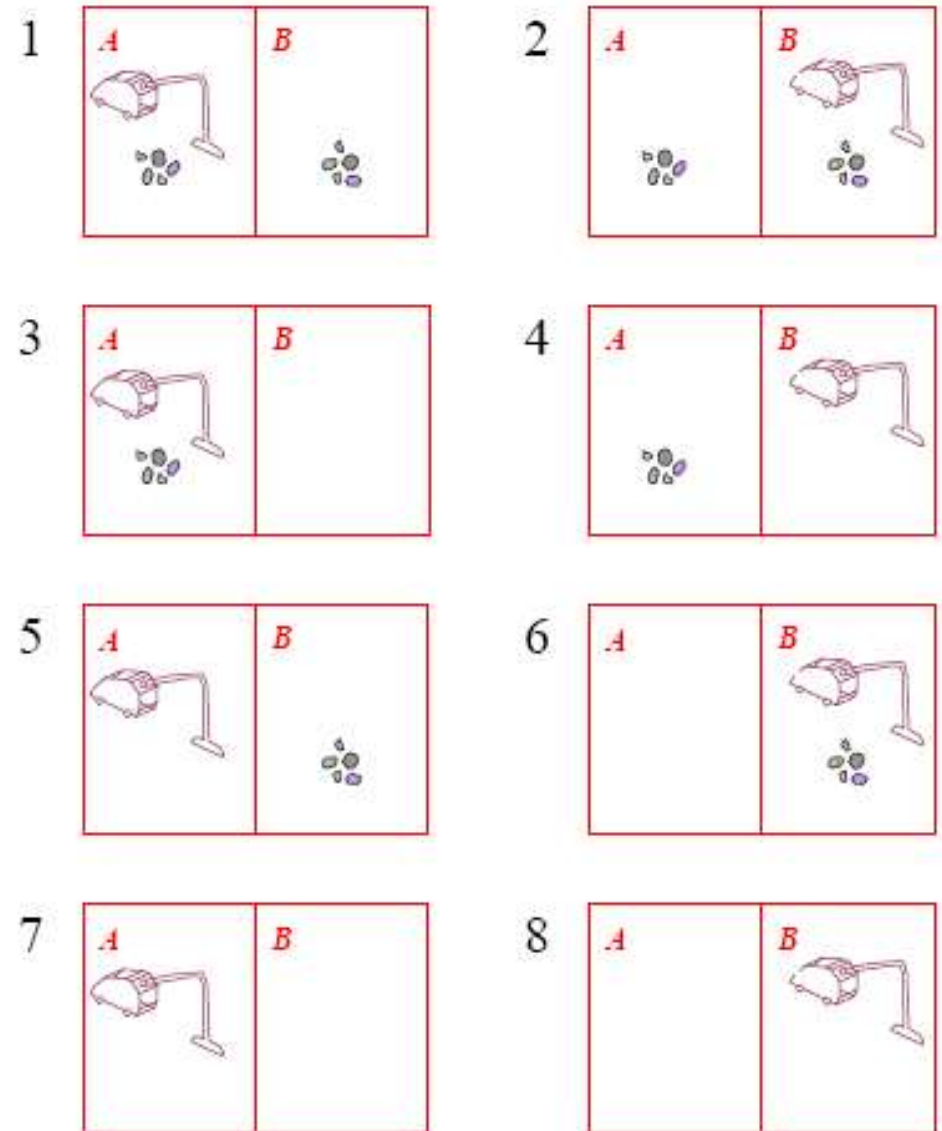
Problem jedno-stanowy

- Pełna obserwowalność oznacza możliwość identyfikacji stanu początkowego.
- Załóżmy start agenta w stanie #5 środowiska

Agent typu 1

- Rozwiązaniem jest sekwencja akcji:

[w prawo, odkurzaj]



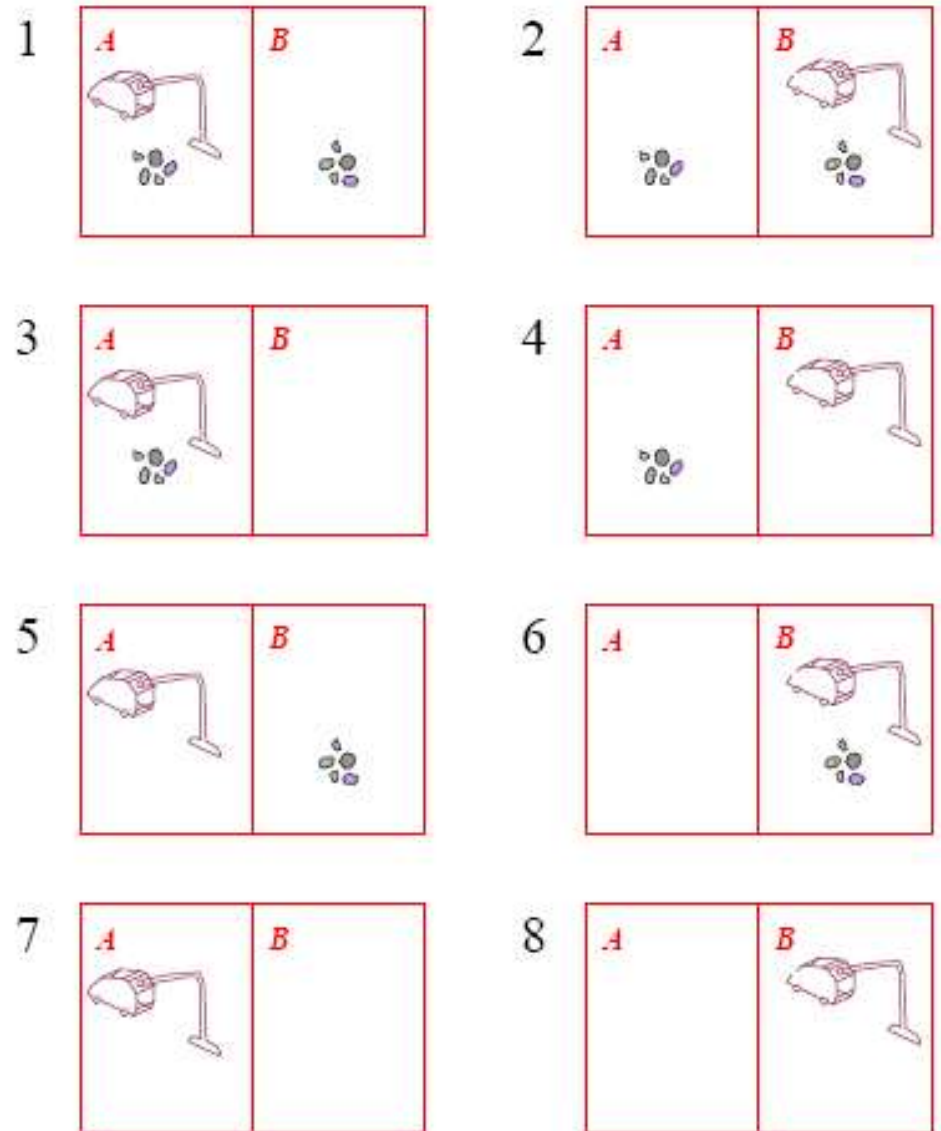
Rozwiązanie 1.B) Problem wielostanowy

Brak czujników –
problem wielo-stanowy.

- Start problemu - wszystkie stany środowiska są możliwe
Start $\leftrightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.
- Operacja „w prawo”
*przeprowadza startowy
zbiór stanów w zbiór $\{2, 4, 6, 8\}$.*

Agent typu 2:

- Rozwiązaniem jest sekwencja:
[w prawo, odkurzaj, w lewo, odkurzaj]



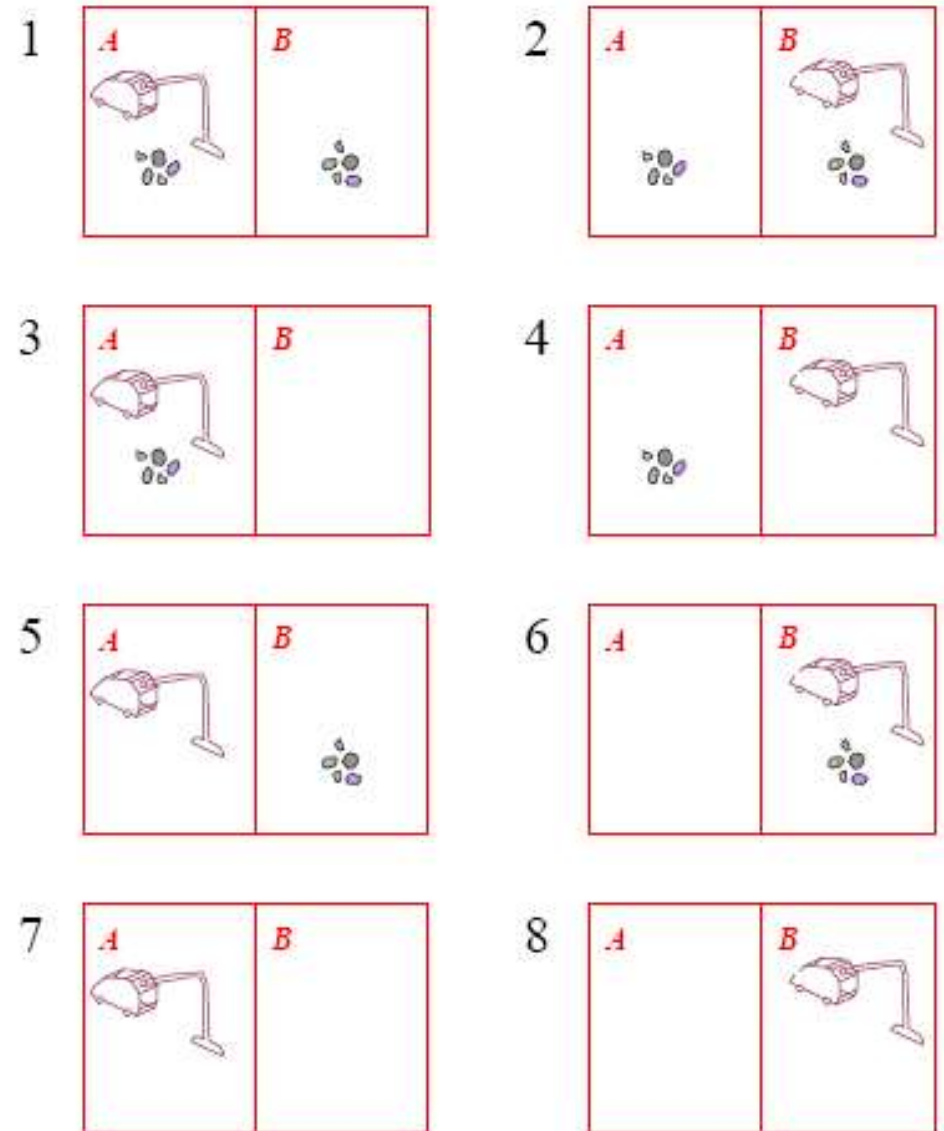
Rozwiązanie 1.C) Problem „ewentualności”

Niedeterministyczne środowisko – problem ewentualności.

- Niedeterministyczne efekty: *zabrudzenie może pojawić się w każdej chwili.*
- Częściowa obserwowalność: [pozycja, brud w tej pozycji]
- Niech stan startowy problemu to obserwacja: [Lewo, Czysto]
Wtedy: Start \leftrightarrow stan #5 lub #7.

Agent typu 3

- Rozwiązaniem jest sekwencja warunkowana aktualną obserwacją:
*[w prawo, **if brud then odkurzaj**]*



Zad 2. Przykład agenta „*świata Wumpusa*”

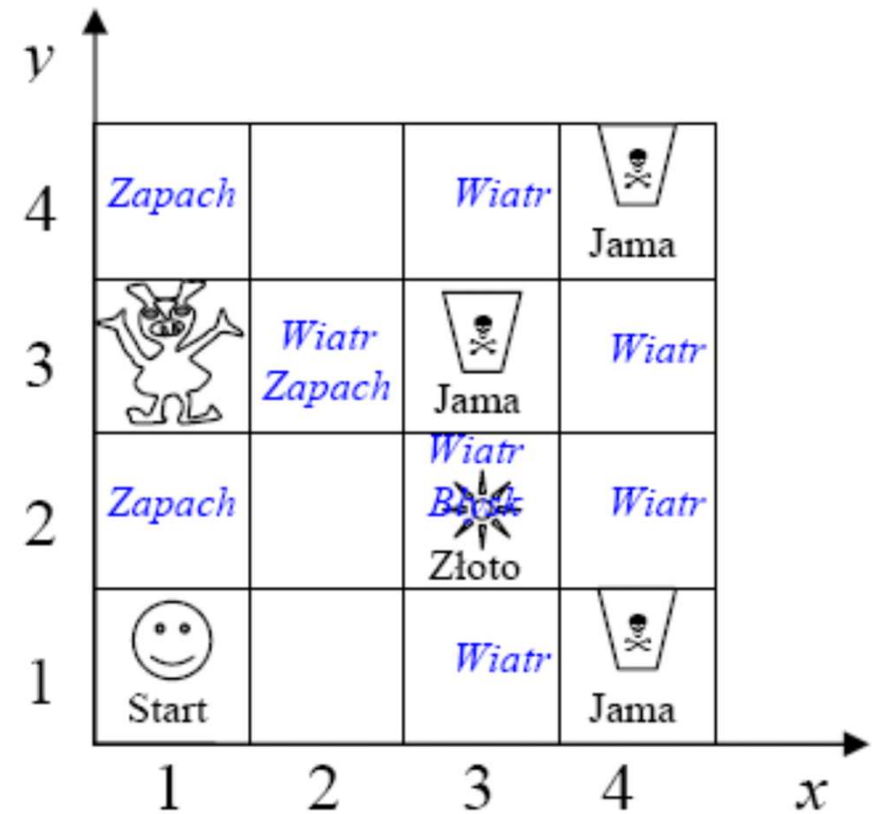
„*Wumpus*” to wczesna gra komputerowa.

Celem agenta jest znalezienie złota i wydostanie się z jaskini (powrót do kwadratu startowego [1,1]).

Miara skuteczności agenta:

złoto: +1000 pkt., śmierć: -1.000 pkt,
-1 pkt. za każdą akcję, -10 pkt. za skorzystanie z jedynej strzały.

Nie zawsze agent może uzyskać dodatni wynik - świat może być „źły”
zdefiniowany: złoto może być w jamie lub być niedostępne – otoczone jamami i/lub Wumpusem.



Zad. 2 (c.d.) obserwacje i akcje w „świecie Wumpusa”

Obserwacje tworzą wektor 5-elementowy: [zapach, **wiatr**, **błysk**, **uderzenie**, **krzyk**]

- W kwadracie, gdzie mieszka Wumpus oraz w ściśle przylegających agent czuje **zapach** (*smród Wumpusa*);
- W kwadratach przylegających do jamy agent czuje **wiatr**;
- W kwadracie, gdzie znajduje się złoto agent obserwuje **błysk**;
- Jeśli agent wejdzie na ścianę to czuje **uderzenie**;
- Kiedy Wumpus zostaje zabity, w całej jaskini słychać **krzyk**.

Akcje: { **ObrótWLewo**, **ObrótWPrawo**, **RuchWPrzód**, **Podnieść**, **Upuścić**, **Strzelić**, **Wyjść**, **Zginać** }

- „**Strzelić**” - zużywa jedyną strzałę w kierunku patrzenia agenta;
- „**Podnieść**” złoto, jeśli jest w tej samym kwadracie;
- „**Upuścić**” złoto, pozostawiając je w tym samym kwadracie;
- „**Wyjść**” - pozwala agentowi opuścić jaskinię, o ile znajduje się on w kwadracie startowym.
- „**Zginać**” - agent ginie jeśli wejdzie na kwadrat, w którym znajduje się **Wumpus** lub *jama*.

Zad. 2 (c.d.)

Nieformalne wnioskowanie w świecie Wumpusa

Przedstawić sekwencję obserwacji i akcji agenta oraz (stanu rozpoznania środowiska) wiodącą go do kratki ze złotem w poniższej wersji świata (na początku zupełnie nieznanego agentowi).

Początkowa obserwacja w kwadracie $[x,y]=[1,1]$: agent nie odczuwa zapachu ani wiatru.

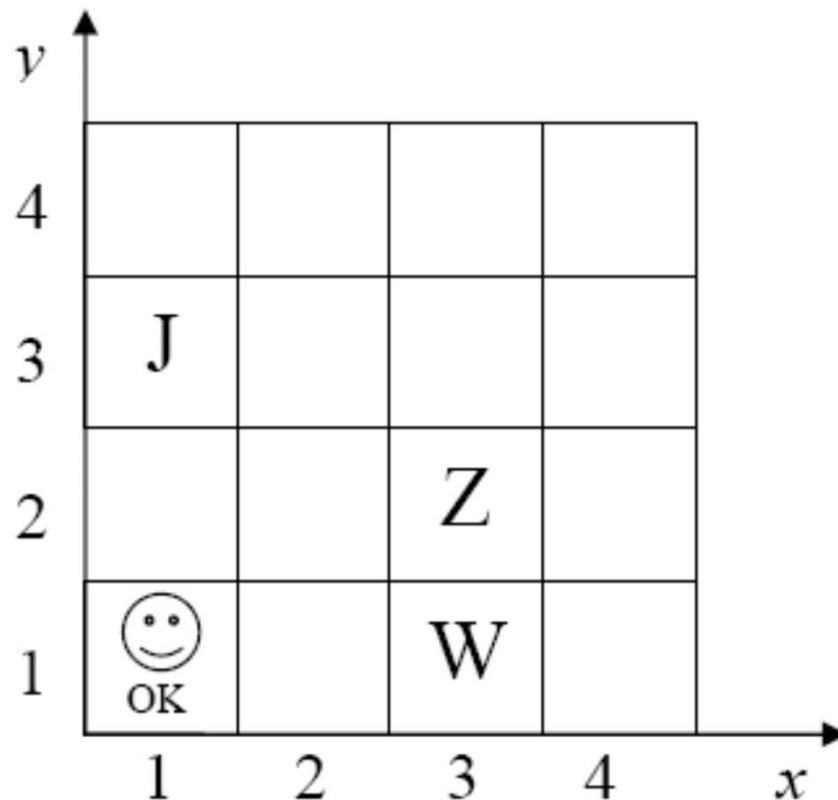
😊 oznacza
położenie agenta.

OK – kratka jest
„bezpieczna”.

J - jama

W - Wumpus.

Z - złoto



Rozwiązanie 2.

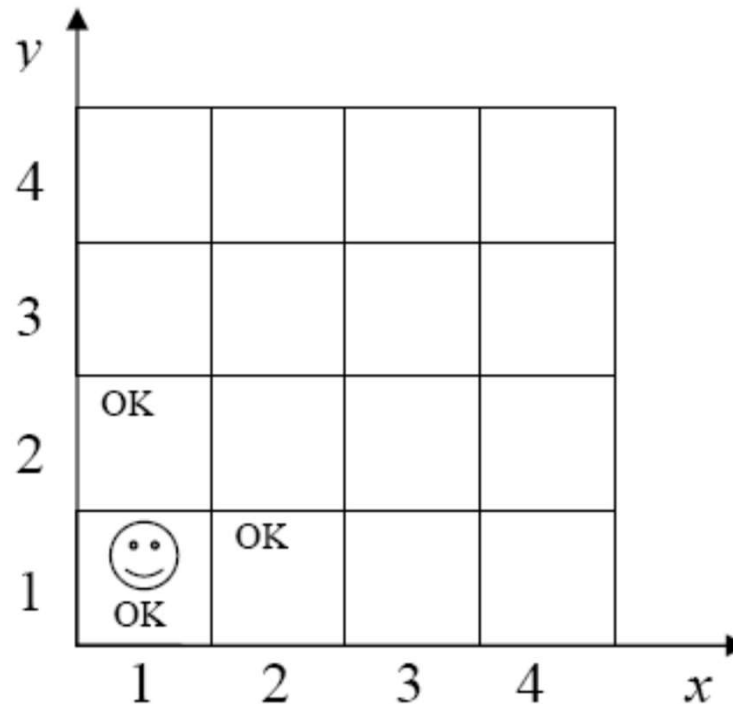
Wnioskowanie w świecie Wumpusa (1)

Początkowa obserwacja w kwadracie $[x,y]=[1,1]$: agent nie odczuwa zapachu ani wiatru.

Agent może wywnioskować, że kratki $[1,2]$ i $[2,1]$ są bezpieczne, co oznaczono przez OK. Z faktu, że znajduje się w kratce $[1,1]$ i jest ciągle żywy, agent wnioskuje, że $[1,1]$ też jest bezpieczna.

☺ oznacza położenie agenta.

OK – „bezpiecznie”.



Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (2)

Założmy, że agent zdecydował się przejść do kratki [1,2].

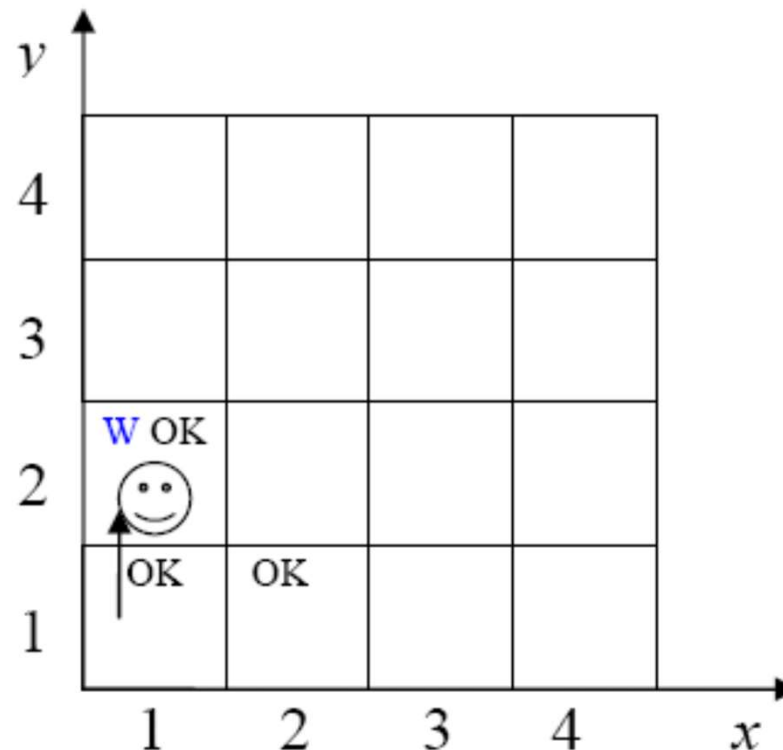
Teraz agent odczuwa wiatr, a to oznacza, że w sąsiedniej kratce znajduje się jama.

Sąsiednie kratki to [1,3], [2,2] i [1,1].

☺ oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.



Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (3)

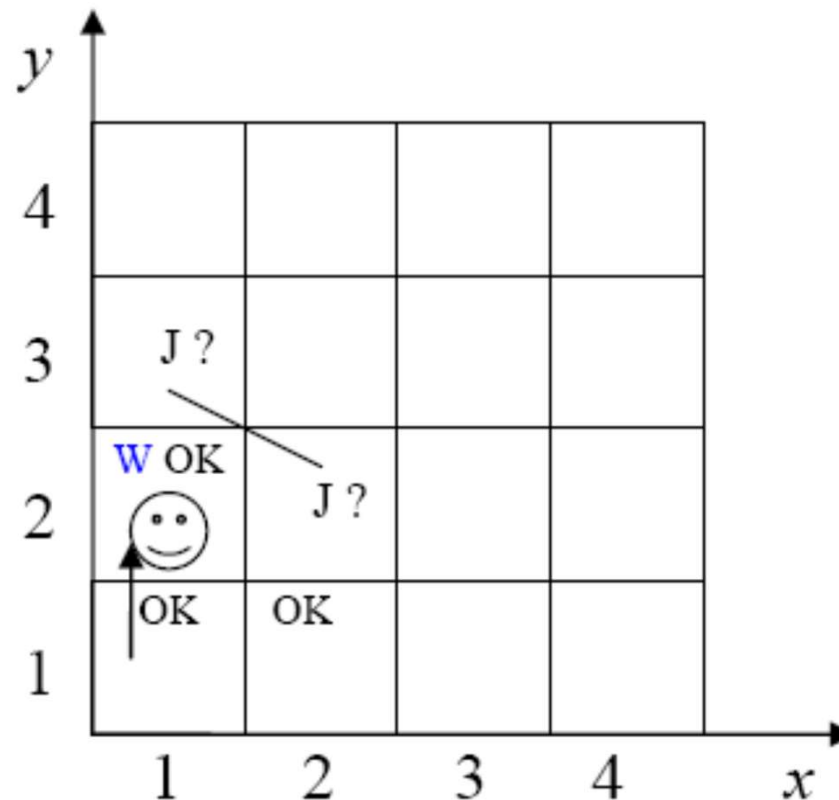
Agent wnioskuje, że w sąsiednich kratkach, $[1,3]$ i $[2,2]$, może znajdować się jama (co oznaczono przez P?). W kratce $[1,1]$ agent już był i nie wpadł do jamy, więc tam jej nie ma.

☺ oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.

J? oznacza możliwe położenie jamy.



Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (4)

W tej chwili agentowi znana jest tylko jedna kratka, oznaczona jako OK, czyli bezpieczna. Jest nią [2,1].

Ostrożny agent wróci do [1,1] i wykona ruch do kratki [2,1].

Teraz niech agent odczuwa zapach po przejściu do [2,1].

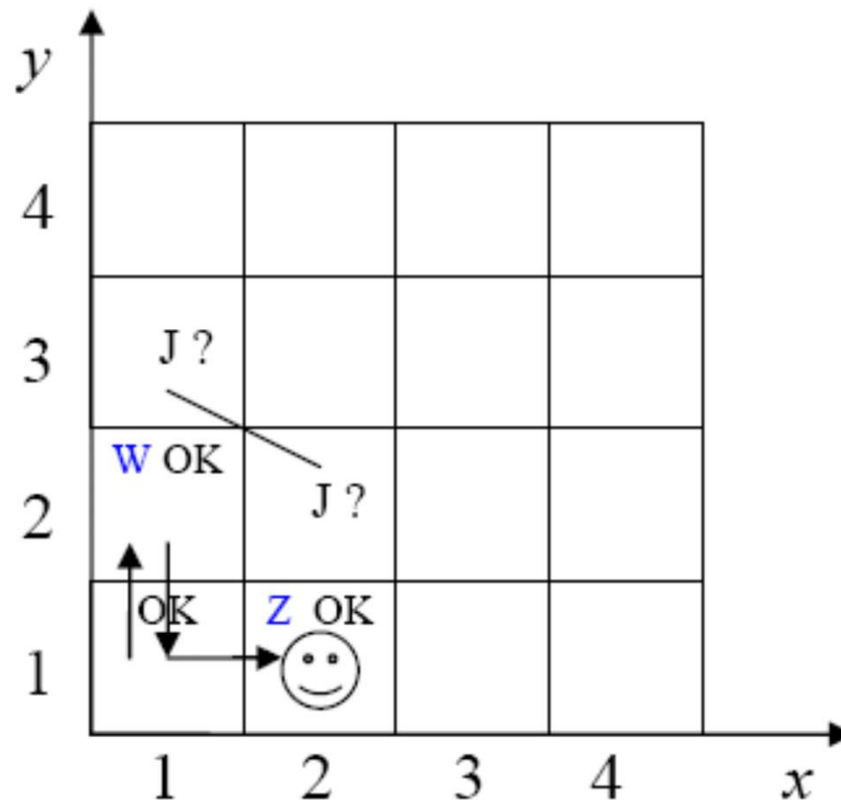
☺ oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.

J? oznacza możliwe położenie jamy.

Z oznacza zapach.



Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (5)

Zapach w kratce [2,1] oznacza, że w sąsiedniej kratce znajduje się *Wumpus*. Nie ma go na pewno w kratce [1,1], bo inaczej agent już by został „zjedzony”. Nie ma go też w kratce [2,2], bo agent musiałby odczuwać zapach będąc w kratce [1,2]. Czyli agent wnioskuje, że *Wumpus* jest w [3,1]. Ponieważ agent nie odczuwa wiatru to nie ma jamy w [2,2], czyli musi być w [1,3].

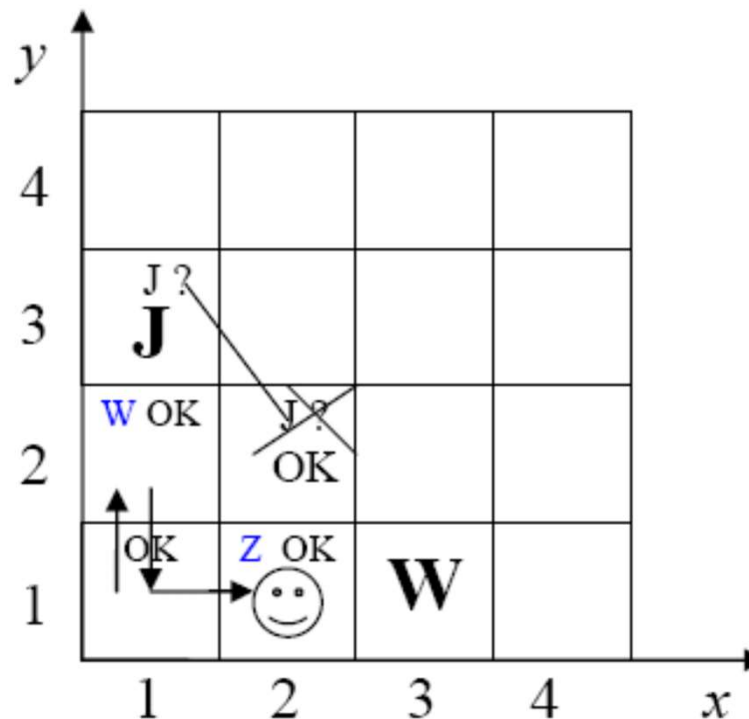
😊 oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.

J? oznacza możliwe położenie jamy.

Z oznacza zapach.



J - pewność jamy.

W – pewność Wumpusa.

Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (6)

Agent przemieszcza się do kratki [2,2], gdyż wie już, że jest ona bezpieczna.

Obserwacje w tej kratce są puste, czyli sąsiednie kratki [3,2] i [2,3] są bezpieczne, podobnie jak wizytowane już [1,2] i [2,1]

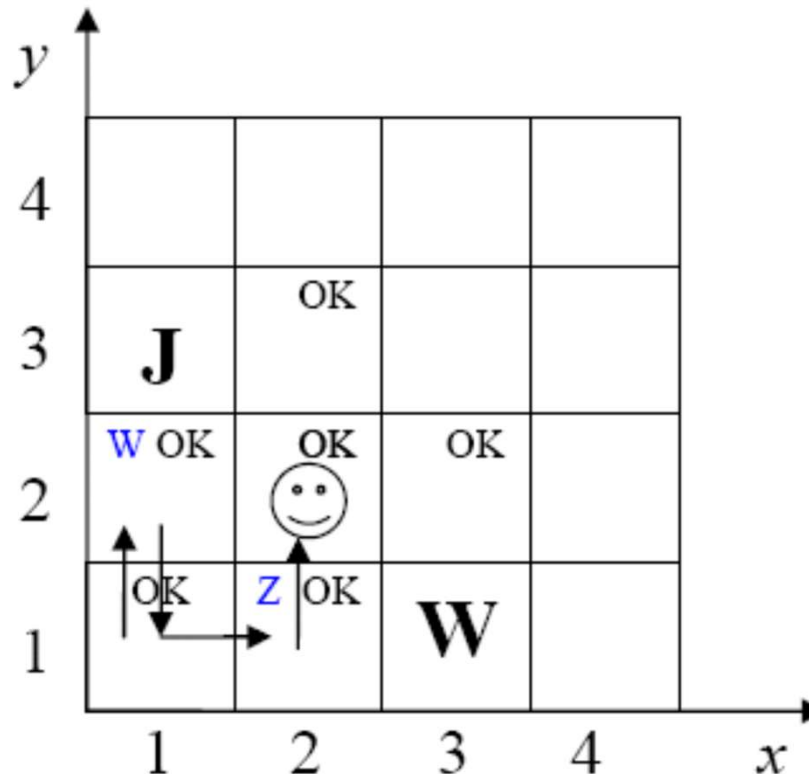
☺ oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.

J? oznacza możliwe położenie jamy.

Z oznacza zapach.



J - pewność jamy.

W – pewność Wumpusa.

Rozwiązanie 2.

Wnioskowanie w świecie Wumpusa (7)

Agent przemieszcza się do kratki [3,2], chociaż równie dobrze mógłby przejść do [2,3]. Obserwacje w tej kratce to [W,B,Z], czyli m.in. **błysk złota**. Agent znalazł złoto i może wykonać akcję podniesienia go a następnie powrócić do kratki [1,1] (po znanej sobie ścieżce – jeśli pamięta swoje położenia) i wyjść z jaskini.

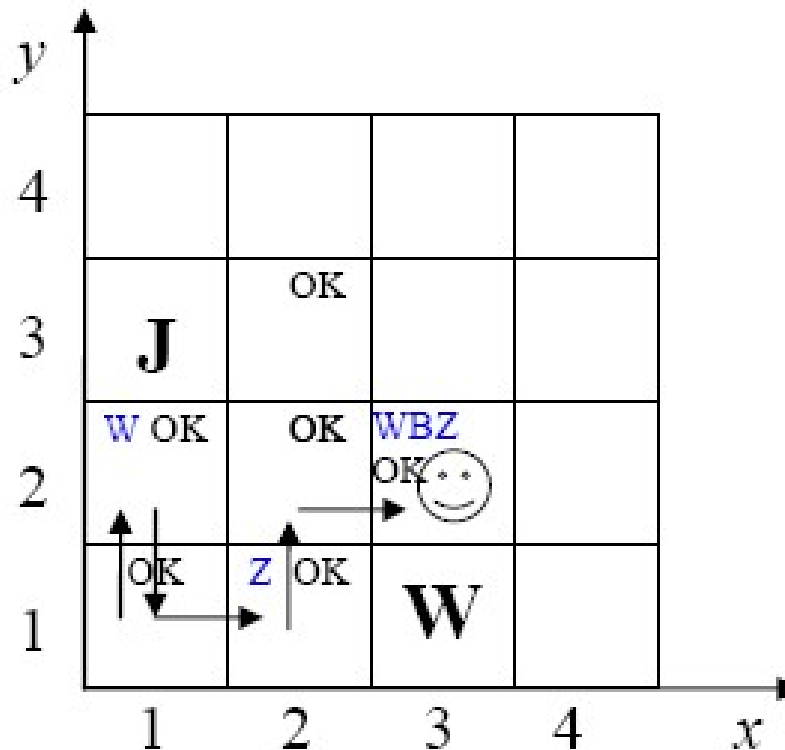
☺ oznacza położenie agenta.

OK oznacza bezpieczną kratkę.

W oznacza obserwację wiatru.

J? oznacza możliwe położenie jamy.

Z oznacza zapach.



J - pewność jamy.

W – pewność Wumpusa.

B oznacza obserwację błysku złota.

Zad 3. Wynikanie zdań w świecie *Wumpusa*

W świecie *Wumpusa* założmy sytuację powstałą po:

(1) pustej obserwacji w [1,1],

ruchu w prawo do [2,1] i

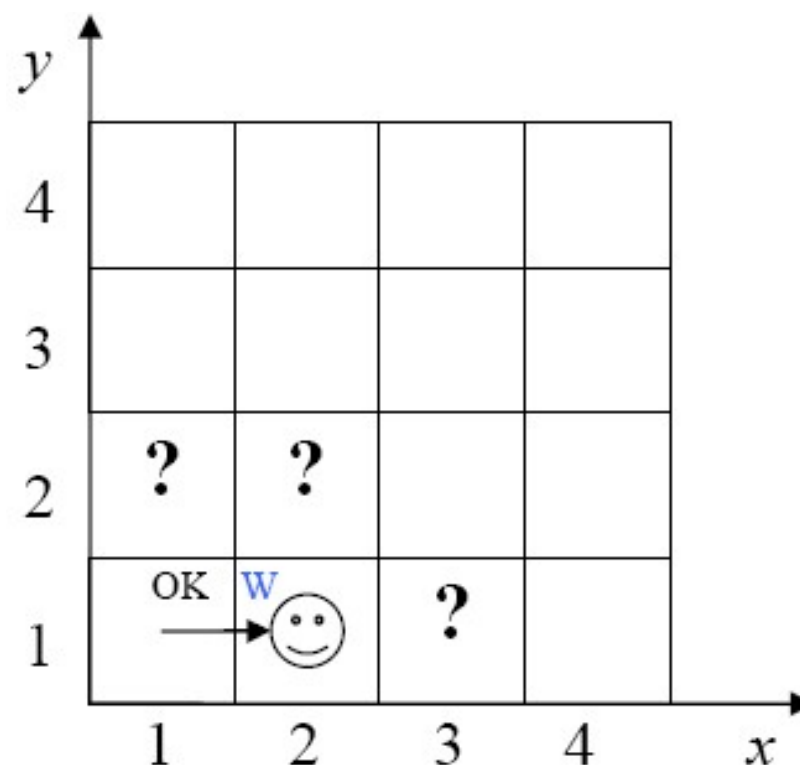
(2) obserwacji wiatru w [2,1].

Teraz agent chciałby wiedzieć, czy w sąsiednich kratkach: [1,2], [2,2] i [3,1], występują jamy.

Sprawdzić wynikanie, lub nie, poniższych zdań z aktualnej bazy wiedzy, poprzez sprawdzenie zawierania się modeli, dla zdań:

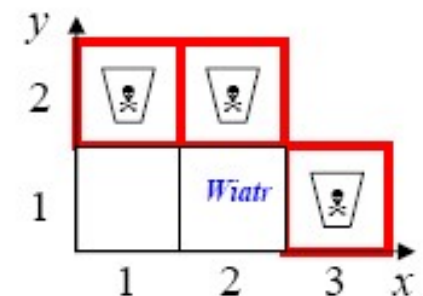
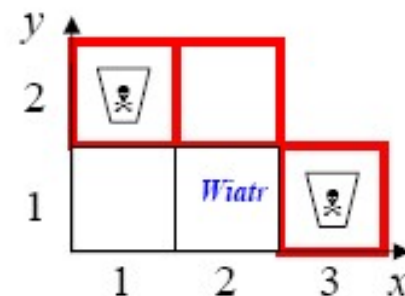
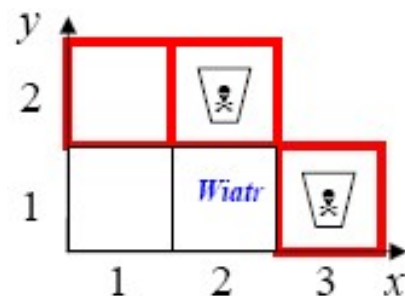
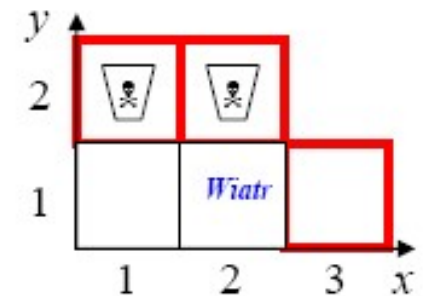
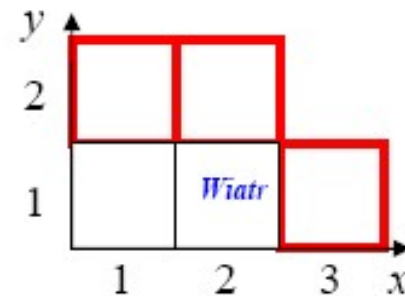
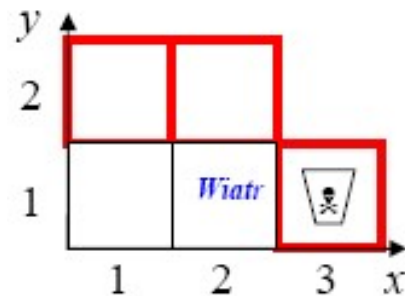
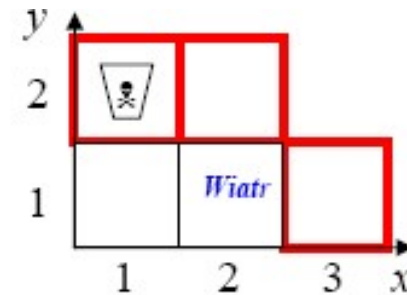
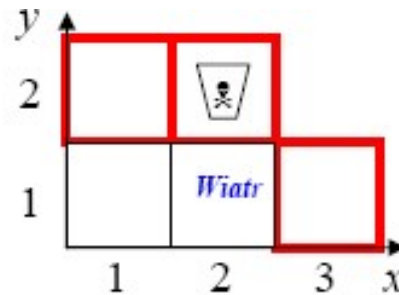
A) α_1 = „w kratce [1,2] nie ma jamy”

B) α_2 = „w kratce [2,2] nie ma jamy”

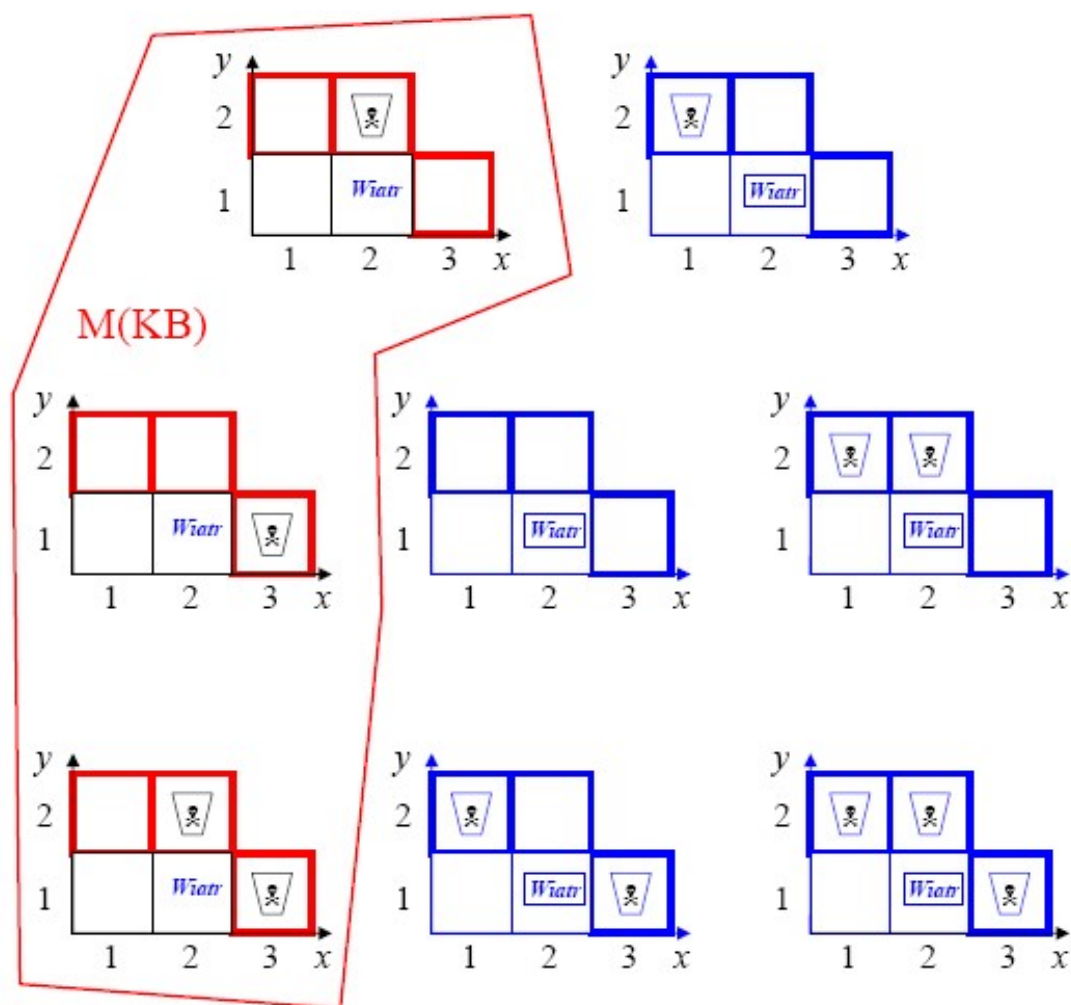


Rozwiązanie 3. Wynikanie w świecie Wumpusa (1)

Możliwych jest
 $2^3 = 8$ modeli
tego problemu.



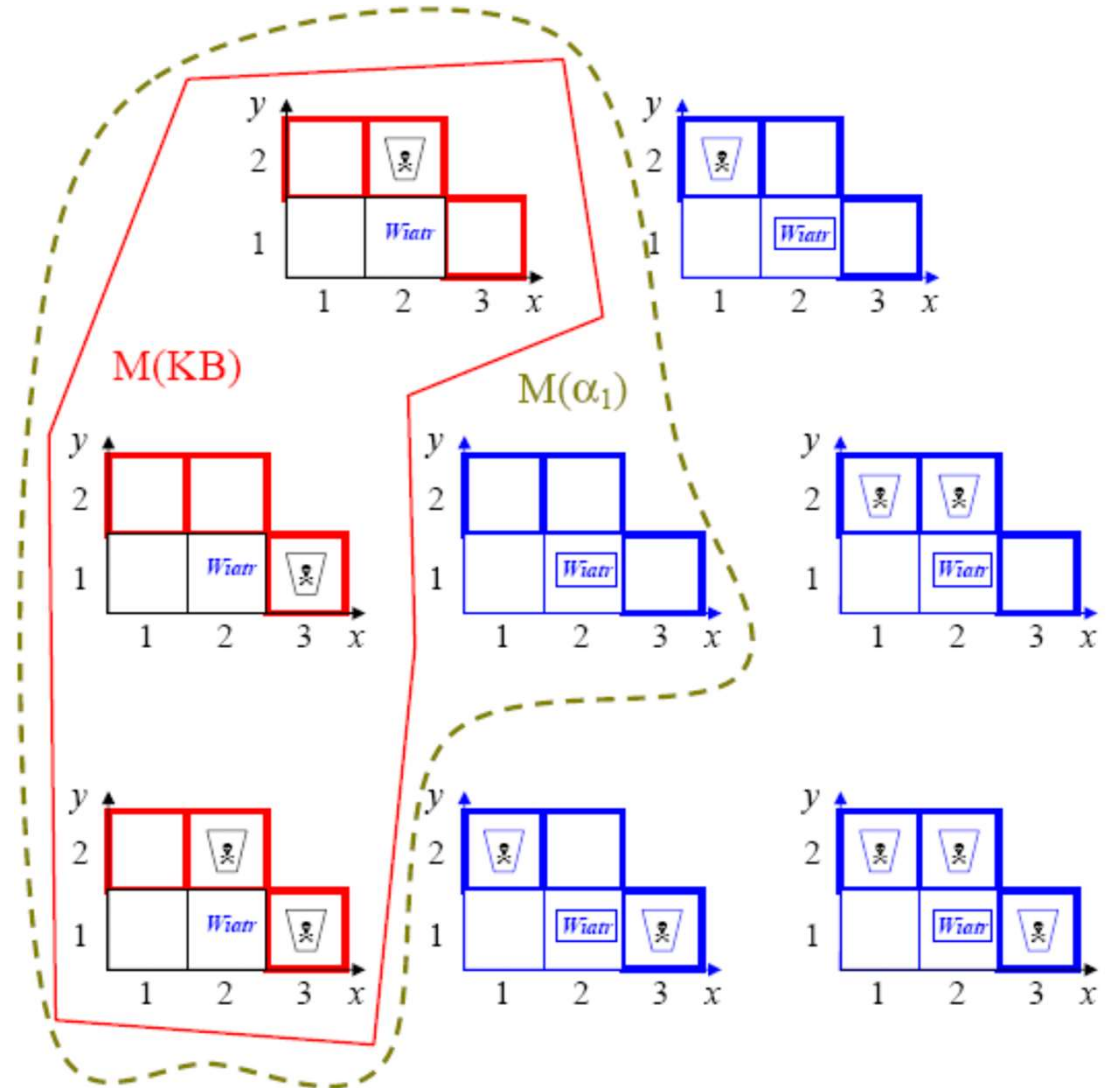
Rozwiązanie 3. Wynikanie w świecie Wumpusa (2)



- $KB = \{ \text{reguły świata „Wumpusa”} + \text{obserwacje (1) i (2)} \}$
- Aktualny model KB jest w sprzeczności z 5 potencjalnymi modelami sytuacji.

Rozwiązanie 3.A) Wynikanie zdania α_1

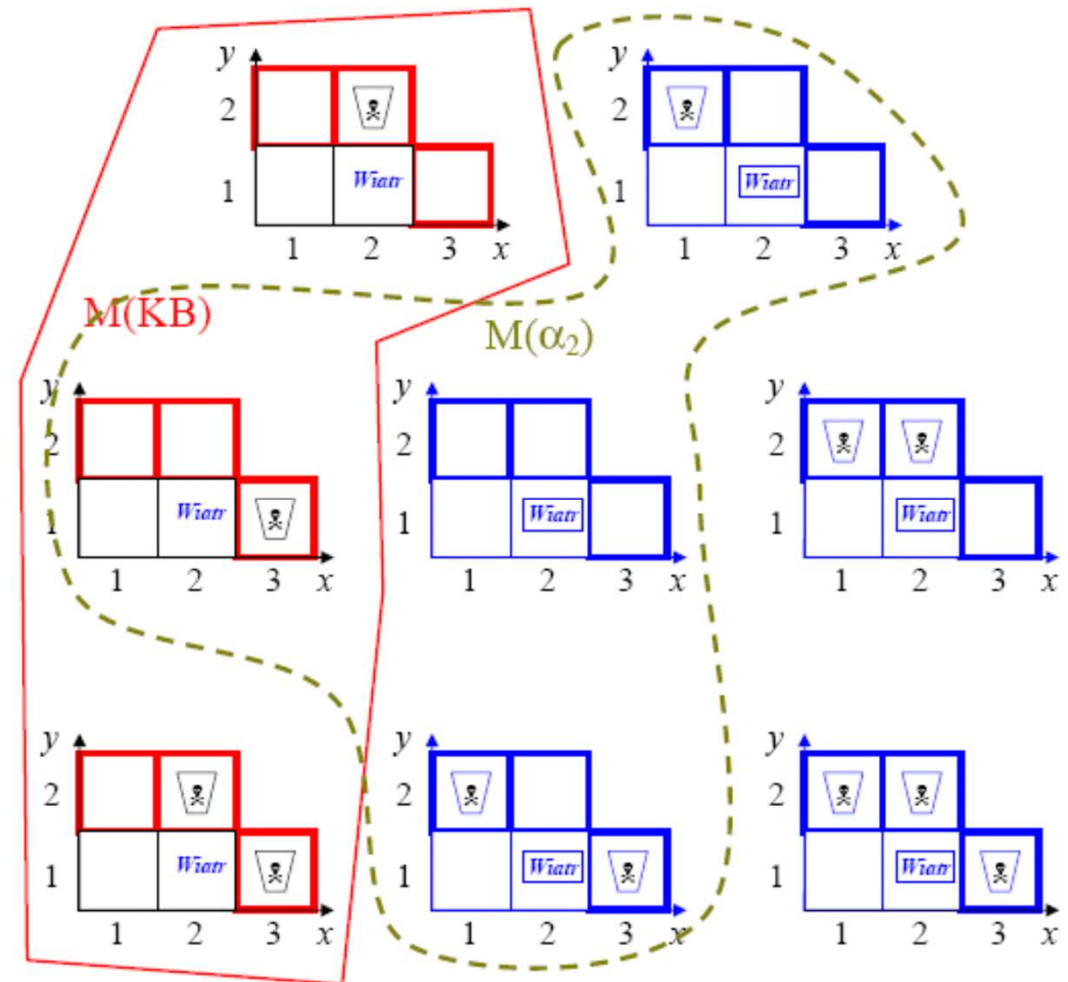
- $KB = \{ \text{reguły świata „Wumpusa”} + \text{obserwacje (1) i (2)} \}$
- Zdanie (wniosek) $\alpha_1 = \text{„w kratce [1,2] nie ma jamy - jest ona bezpieczna”}$.
- Sprawdzamy relację dwóch modeli: $M(KB) \subseteq M(\alpha_1)$.
- Stąd wynika, że $KB \models \alpha_1$ czyli powyższe zdanie wynika z KB (jest prawdziwe w świetle dotychczasowej wiedzy).



Rozwiązanie 3.B) Wynikanie zdania α_2

Ponownie: KB = { reguły świata „Wumpusa” + obserwacje (1) i (2) }

- Zdanie (wniosek) α_2 = „w kratce [2,2] nie ma jamy - jest ona bezpieczna”.
- Sprawdzamy relację dwóch modeli: $M(KB) \not\subset M(\alpha_2)$.
- Powiemy, że zdanie α_2 nie wynika z KB: $KB \not\models \alpha_2$.



Zad. 4. Wnioskowanie z tablicą prawdy w rachunku zdań dla świata *Wumpusa*.

Niech formuła $J_{i,j}$ będzie prawdziwa, gdy jest jama w kratce $[i, j]$.

Niech formuła $W_{i,j}$ będzie prawdziwa, gdy jest wiatr w kratce $[i, j]$.

Jak wiemy, każdy *model* KB wyznacza wartość „*prawda*” dla zdań zawartych w KB. Przyjmijmy założenie dla *stanu początkowego* -

Zdanie R_1 : $\neg J_{11}$ („nie ma jamy w kratce $[1,1]$ ”)

Zasada budowy świata: dla każdej kratki zachodzi „agent odczuwa wiatr gdy w sąsiedniej kratce jest jama”. Możemy to wyrazić dla dwóch pierwszych kratek jako:

Zdanie R_2 : $W_{11} \Leftrightarrow (J_{12} \vee J_{21})$

Zdanie R_3 : $W_{21} \Leftrightarrow (J_{11} \vee J_{22} \vee J_{31})$

Niech po dwóch obserwacjach (wykonanych w kratkach $[1,1]$ i $[2,1]$) baza wiedzy zawiera też zdania:

Zdanie R_4 : $\neg W_{11}$ („agent nie odczuwa wiatru w $[1,1]$ ”)

Zdanie R_5 : $W_{2,1}$ („agent odczuwa wiatr w $[2,1]$ ”).

Metodą tablicy prawdy wyznaczyć (przeliczyć) modele aktualnej bazy wiedzy ograniczonej do zdań $R_1 - R_5$.

Rozwiązanie 4. Wnioskowanie z tablicą prawdy w świecie Wumpusa.

W 1,1	W 2,1	J 1,1	J 1,2	J 2,1	J 2,2	J 3,1	R 1	R 2	R 3	R 4	R 5	KB
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0

W zdaniach R_1, \dots, R_5 występuje 7 symboli. Liczba potencjalnych modeli dla tej sytuacji wynosi: $2^7 = 128$.

Tylko dla trzech modeli wszystkie zdania R_1, \dots, R_5 są prawdziwe i są to modele aktualnie rozpatrywanej bazy KB.

Zad. 5. Zdefiniować w rachunku zdań aksjomaty ukrytych własności dla świata Wumpusa.

Aksjomaty „ukrytych własności” łączą widoczne obserwacje z ukrytymi przyczynami (zasadami świata).

Rozwiązanie 5.

Oczywiste są założenia o **początkowym miejscu** [1,1]:

$$\neg J_{1,1} \text{ („nie ma jamy w [1,1]”),}$$

$$\neg WP_{1,1} \text{ („nie ma Wumpusa w [1,1]”),}$$

Dla każdego miejsca [x,y] znana jest **zasada powstawania „wiatru”**:

$$W_{x,y} \Leftrightarrow (J_{x,y+1} \vee J_{x,y-1} \vee J_{x+1,y} \vee J_{x-1,y})$$

Dla każdego miejsca [x,y] znana jest **zasada powstawania „smrodu”**:

$$Z_{x,y} \Leftrightarrow (WP_{x,y+1} \vee WP_{x,y-1} \vee WP_{x+1,y} \vee WP_{x-1,y}).$$

Wiemy też, że jest **przynajmniej** jeden Wumpus: $WP_{11} \vee WP_{12} \vee \dots \vee WP_{nn}$
ale tak naprawdę wiemy więcej – jest **dokładnie jeden** – dla każdej pary miejsc w jednej z nich nie ma Wumpusa:

$$\neg WP_{11} \vee \neg WP_{12}, \neg WP_{11} \vee \neg WP_{13}, \dots:$$

Jest $n(n-1)/2$ takich par, gdzie n oznacza liczbę miejsc świata Wumpusa.

Zad. 6 Zdania wynikające z obserwacji

Założmy, że KB agenta świata *Wumpusa* zawiera zdania zdefiniowane w rozwiązaniu zad. 5 do których dodane zostały zdania obserwacji po wizytacji 2 dalszych krutek [1,2] i [2,1]: $\neg Z_{11}$, $\neg W_{11}$, $\neg Z_{21}$, W_{21} , Z_{12} , $\neg W_{12}$.

Pokazać, czy z tak rozszerzonej bazy wiedzy wynikają zdania:

$WP_{13} ?$, $J_{31} ?$

Wskazówka do rozwiązania 6

Bezpośrednio wynikają następniki implikacji:

$$\neg Z_{11} \Rightarrow \neg WP_{11} \wedge \neg WP_{12} \wedge \neg WP_{21}$$

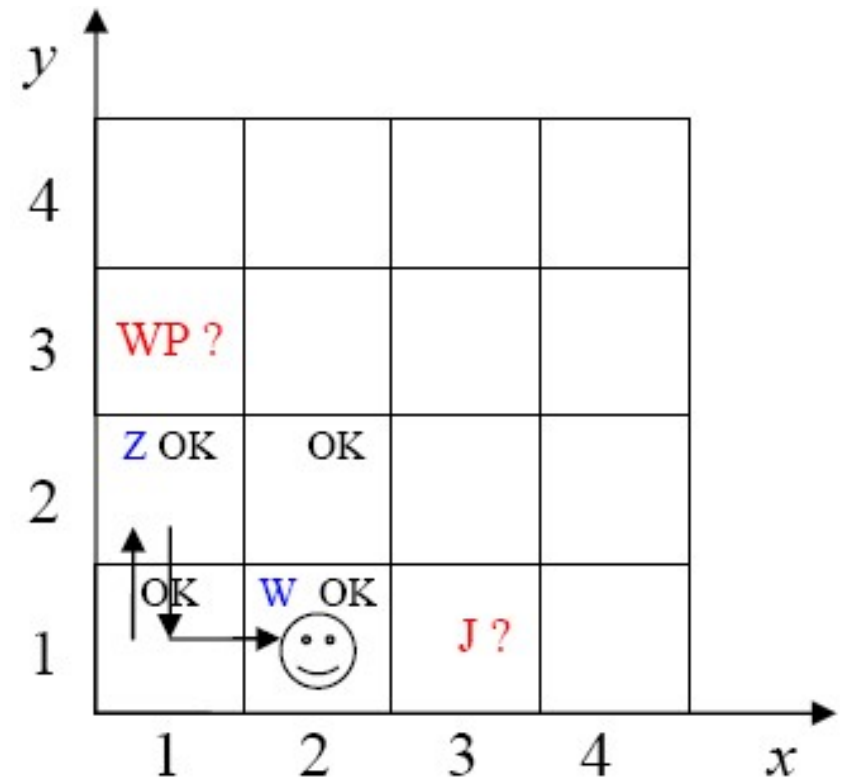
$$\neg Z_{21} \Rightarrow \neg WP_{11} \wedge \neg WP_{21} \wedge \neg WP_{22} \wedge \neg WP_{31}$$

$$\neg W_{11} \Rightarrow \neg J_{11} \wedge \neg J_{12} \wedge \neg J_{21}$$

$$\neg W_{12} \Rightarrow \neg J_{11} \wedge \neg J_{12} \wedge \neg J_{22} \wedge \neg J_{13}$$

$$W_{21} \Rightarrow (J_{11} \vee J_{22} \vee J_{31}) \wedge \neg J_{21}$$

$$Z_{12} \Rightarrow (WP_{11} \vee WP_{22} \vee WP_{13}) \wedge \neg WP_{12}$$



Zad. 7 Reguły wnioskowania

Które z podanych niżej reguł wnioskowania są poprawne? Uzasadnić odpowiedź.

$$1) \quad \frac{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma}{\alpha \rightarrow \gamma}$$

$$2) \quad \frac{\alpha \rightarrow \beta, \beta \rightarrow \gamma, \alpha}{\gamma}$$

$$3) \quad \frac{\alpha \vee \beta, \alpha \vee \neg \beta}{\alpha}$$

$$4) \quad \frac{\alpha \rightarrow \beta}{\neg \beta \rightarrow \neg \alpha}$$

$$5) \quad \frac{\alpha \rightarrow \beta}{\neg \alpha \rightarrow \neg \beta}$$

$$6) \quad \frac{\alpha \rightarrow (\beta \rightarrow \gamma)}{\beta \rightarrow (\alpha \rightarrow \gamma)}$$

Rozwiązanie 7 (wskazówka)

Można zastosować tabelę prawdy dla pokazania, że każdy model zdań (czyli takich wartościowań symboli zdaniowych α , β , γ , dla których zdania te są spełnione) występujących w poprzedniku danej reguły jest jednocześnie modelem zdania występującego w następniku reguły.

Można też wyprowadzić następnik z poprzednika w sposób analityczny stosując przekształcenia równoważnościowe lub implikacje.

Zad. 8. Postać normalna CNF w rachunku zdań

Przekształcić poniższe zdanie do postaci normalnej dla wnioskowania z regułą rezolucji: $A1 \Leftrightarrow (L1 \vee L2)$.

Wyjaśnić realizowane przekształcenia.

Rozwiązanie 8

1. Usuwamy \Leftrightarrow , zamieniając $\alpha \Leftrightarrow \beta$ na $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$.

$$(A1 \Rightarrow (L1 \vee L2)) \wedge ((L1 \vee L2) \Rightarrow A1)$$

2. Usuwamy \Rightarrow , zamieniając $\alpha \Rightarrow \beta$ na $\neg\alpha \vee \beta$.

$$(\neg A1 \vee L1 \vee L2) \wedge (\neg(L1 \vee L2) \vee A1)$$

3. Wprowadzamy \neg do środka nawiasów stosując reguły de Morgana i ewentualnie eliminujemy podwójną negację:

$$(\neg A1 \vee L1 \vee L2) \wedge ((\neg L1 \wedge \neg L2) \vee A1)$$

4. Stosujemy prawo rozdzielczości (\wedge nad \vee)

$$(\neg A1 \vee L1 \vee L2) \wedge (\neg L1 \vee A1) \wedge (\neg L2 \vee A1)$$

5. Stosujemy regułę eliminacji koniunkcji, uzyskując zbiór klauzul:

$$(\neg A1 \vee L1 \vee L2); \quad (\neg L1 \vee A1); \quad (\neg L2 \vee A1)$$

Zad. 9. Jak reprezentować własności zmienne w czasie na gruncie rachunku zdań?

Rozwiązanie 9.

Omówmy to na przykładzie „świata Wumpusa”. Wprowadźmy symbole zdaniowe $L_{x,y}$ dla oznaczenia, że agent znajduje się w kratce o współrzędnych $[x,y]$. Wtedy efekty możliwych akcji podawałyby formuły typu:

$$L_{1,1} \wedge \text{ZwróconyWPrawo} \wedge \text{RuchWPrzód} \Rightarrow L_{2,1}$$

Jednak to nie prowadzi do prawidłowego wnioskowania. Po wykonaniu akcji oba zdania $L_{1,1}$ i $L_{2,1}$ będą w bazie danych uważane za prawidłowe, tymczasem już tak nie jest, gdyż świat Wumpusa **zmienia się** wraz z upływem czasu.

Jak reprezentować te zmiany w rachunku zdań? Jedynym sposobem jest odpowiednie **indeksowanie symboli**. Np. wprowadzając dodatkowy indeks górny, dla oznaczenia dyskretnej chwili czasu, otrzymamy:

$$L^1_{1,1} \wedge \text{ZwróconyWPrawo}^1 \wedge \text{RuchWPrzód}^1 \Rightarrow L^2_{2,1}$$

$$\text{ZwróconyWPrawo}^1 \wedge \text{ObrótWLewo}^1 \Rightarrow \text{ZwróconyWGóre}^2$$

Cwiczenie 1

Rozwiązanie 9 (c.d.) ekstensywna reprezentacja zmian na gruncie rachunku zdań

Musimy wprowadzić **osobne formuły dla każdej chwili czasu t i każdego miejsca $[x,y]$** .

Np. w „świecie Wumpusa” dla każdej kratki i czasu istnieć musi formuła postaci:

$$L^t_{x,y} \wedge \text{ZwróconyWPrawo}^t \wedge \text{RuchWPrzód}^t \Rightarrow L^{t+1}_{x+1,y}$$