Politechnika
Warszawska

MSI

3. Logika predykatów

Włodzimierz Kasprzak

Układ

1. Składnia logiki predykatów
2. Semantyka logiki predykatów
3. Własności wnioskowania
4. Podstawienie. Unifikacja.
5. Eliminacja kwantyfikatorów
6. Rachunek sytuacji

1. Składnia logiki predykatów

Symbole języka

Podczas gdy w rachunku zdań zakłada się, że świat składa się z faktów, to **logika predykatów** (logika **pierwszego rzędu** – L1R) zakłada, podobnie jak język naturalny, że w świecie występują:

- Obiekty: osoby, domy, liczby, kolory, gry, wojny, …
- Relacje: jest czerwony, jest okrągły, jest liczbą pierwszą, jest bratem, większy niż, jest częścią, jest pomiędzy, …
- Funkcje: jego ojciec, jego najlepszy przyjaciel, o jeden więcej, suma, …

Składnia logiki predykatów (L1R)

Podstawowe elementy składni L1R:

- Stałe np. *KrólJan, 2, PW*,...
- Symbole predykatów np. *Brat, >*,...
- Symbole funkcji np. *Sqrt, LewaNoga*,...
- Zmienne *x, y, a, b*,...
- Negacja i spójniki $\neg, \Rightarrow, \wedge, \vee, \Leftrightarrow$
- Predykat równości =
- Kwantyfikatory (dla wyrażenia własności zbioru obiektów) $\forall, \exists$

Wyrażenia: termy i formuły

Termy (wskazują na obiekty) = *funkcja* ($term_1$,...,$term_n$)
lub *stała* lub *zmienna*

Formuła atomowa = *predykat* ($term_1$,...,$term_n$)
lub $term_1 = term_2$

Przykłady: *Brat(Jan, Ryszard);*

>(Długość(LewaNoga(Ryszard)), Długość(LewaNoga(Jan)))

Formuły powstają z połączenia formuł atomowych spójnikami z możliwością wykorzystania kwantyfikatorów i negacji:

$$\neg S,\ S_1 \wedge S_2,\ S_1 \vee S_2,\ S_1 \Rightarrow S_2,\ S_1 \Leftrightarrow S_2,$$

Przykłady

Rodzeństwo(*Jan, Ryszard*) $\Rightarrow$ *Rodzeństwo*(*Ryszard, Jan*)

$>(1,2) \vee \leq (1,2)$

$>(1,2) \wedge \neg >(1,2)$

Uniwersalny kwantyfikator

- $\forall$<*zmienne*> <formuły>

  Np. „*Każdy osoba studiująca na PW jest inteligentna*”:

  $$\forall x\ \ (Studiuje(x, \mathrm{PW}) \Rightarrow Inteligentna(x))$$

- Formuła $\forall \mathrm{x}\ P$ jest prawdziwa w modelu *M* wtw. gdy P jest prawdziwe dla x wartościowanego dowolnym obiektem w tym modelu.
- W przybliżeniu jest to równoważne koniunkcji wszystkich możliwych wartościowań P:

$$(Studiuje(\mathrm{Jan, PW}) \Rightarrow Inteligentna(\mathrm{Jan}))$$

$$\wedge\ (Studiuje(\mathrm{Ryszard, PW}) \Rightarrow Inteligentna(\mathrm{Ryszard}))$$

$$\wedge\ (Studiuje(\mathrm{PW, PW}) \Rightarrow Inteligentna(\mathrm{PW})\ )$$

$$\wedge\ \ldots$$

Częsty błąd użycia $\forall$

- Typowo spójnik implikacji $\Rightarrow$ jest głównym łącznikiem formuł dla $\forall$
- *Częsty błąd*: stosowanie spójnika koniunkcji $\wedge$ jako głównego łącznika formuł dla $\forall$:

$$\forall x \ (\mathit{Studiuje}(x, PW) \wedge \mathit{Inteligentna}(x))$$

oznacza

"*Każdy studiuje na PW i każdy jest inteligentny*".

Egzystencjalny kwantyfikator

- ∃<*zmienne*> <formuły>

Np. „*Ktoś spośród osób studiujących na PW jest inteligentny*":

$$\exists x\ (\mathit{Studiuje}(\mathrm{x}, \mathrm{PW}) \wedge \mathit{Inteligentna}(\mathrm{x})\ )$$

- Formuła $\exists x\ P$ jest prawdziwa w modelu *M* wtw. gdy P jest prawdziwe dla x wartościowanego jakimś obiektem modelu.
- W przybliżeniu jest to równoważne alternatywie różnych wartościowań P. Np.

$$(\mathit{Studiuje}(\mathrm{Jan}, \mathrm{PW}) \wedge \mathit{Inteligentna}(\mathrm{Jan}))$$
$$\vee\ (\mathit{Studiuje}(\mathrm{Ryszard}, \mathrm{PW}) \wedge \mathit{Inteligentna}(\mathrm{Ryszard}))$$
$$\vee\ (\mathit{Studiuje}(\mathrm{PW}, \mathrm{PW}) \wedge \mathit{Inteligentna}(\mathrm{PW})\ )$$
$$\vee\ \ldots$$

Częsty błąd użycia $\exists$

- Typowo spójnik koniunkcji $\wedge$ jest głównym łącznikiem formuł dla $\exists$.
- *Częsty błąd*: stosowanie implikacji $\Rightarrow$ jako głównego łącznika dla $\exists$:

$$\exists x\ \mathit{Studiuje}(\mathrm{x}, \mathrm{PW}) \Rightarrow \mathit{Inteligentna}(\mathrm{x})$$

jest zawsze prawdziwa dla każdego, kto **nie** studiuje na PW.

Własności kwantyfikatorów

- $\forall x \; \forall y$ jest taka sama jak $\forall y \; \forall x$
- $\exists x \; \exists y$ jest taka sama jak $\exists y \; \exists x$
- $\exists x \; \forall y$ nie jest taka sama jak $\forall y \; \exists x$

$\exists x \; \forall y \; \mathit{Kocha}(x, y)$

“*Istnieje osoba, która kocha wszystkich w świecie*.”

$\forall y \; \exists x \; \mathit{Kocha}(x,y)$

“*Każdy na świecie jest kochany przez przynajmniej jedną osobę*”.

- Dualność kwantyfikatorów: każdy kwantyfikator może być wyrażony przez drugi z nich. Np.:

$\forall x \; \mathit{Lubi}(x, \mathrm{Lody})$ $\qquad$ $\neg\exists x \; \neg \mathit{Lubi}(x, \mathrm{Lody})$

$\exists x \; \mathit{Lubi}(x, \mathrm{Brokuły})$ $\qquad$ $\neg\forall x \; \neg \mathit{Lubi}(x, \mathrm{Brokuły})$

2. Semantyka języka predykatów

- Znaczenie formuły określamy ze względu na ustalony zbiór D = [O, R, F], funkcję interpretacji symboli predykatów i funkcji m oraz funkcję interpretacji stałych i zmiennych (*wartościowanie*) a.
- Zbiór D zawiera obiekty O, relacje R oraz funkcje F tych obiektów.
- Model zbioru formuł X jest teraz postaci: M(X) = [[D, m], a(X)], gdzie [D, m] wyznacza dziedzinę zastosowania a wartość formuły określa się z pomocą funkcji wartościowania a.
- Funkcja wartościowania a przyporządkowuje symbolom stałych i zmiennych $\rightarrow$ obiekty, czyli elementy zbioru $O \subseteq$ D

- Funkcja interpretacji m przyporządkowuje:
  - n-argumentowym symbolom predykatów $\rightarrow$ n-argumentowe relacje określone na O^n
  - n-argumentowym symbolom funkcyjnym $\rightarrow$ funkcje z O^n na O

Semantyka (2)

Formuła atomowa o postaci

predykat ($term_1,...,term_n$)

jest prawdziwa (*True*) w dziedzinie [*D*, *m*] wtw. gdy obiekty wyznaczone przez wartościowanie (funkcja a) wyrażeń $term_1,...,term_n$ spełniają relację referowaną przez *predykat.*

W jaki sposób wyznaczamy obiekt będący wartością termu (wyrażenia)? Wymaga to nadania wartości zmiennym występującym w wyrażeniu a następnie wykonania funkcji referowanych w wyrażeniu.

Wartościowanie zmiennych

- Oznaczmy przez $V_a^M(t)$ **wartość termu** t w dziedzinie $M=[D, m]$, przy wartościowaniu a.

Wartość stałej lub zmiennej:

- $V_a^M(C) = a(C)$, gdzie C jest stałą.
- $V_a^M(x) = a(x)$, gdzie x jest zmienną.

Wartość termu $f(t_1,\dots,t_n)$:

- $V_a^M(f(t_1,\dots,t_n)) = m(f)(V_a^M(t_1) ,\dots, V_a^M(t_n))$.

Wartość formuły

Oznaczmy przez $V_a^M(\tau)$ <u>wartość formuły</u> τ w dziedzinie $M = [D, m]$ względem wartościowania $\boldsymbol{a}$.

- Dla predykatu P:

$$V_a^M(P(t_1,\dots,t_n)) = m(P)(V_a^M(t_1)\ ,\dots,\ V_a^M(t_n)\ ).$$

- Dla równości:

$$V_a^M(t_1 = t_2)) = (V_a^M(t_1) = V_a^M(t_2)\ ).$$

- Dla formuł złożonych:

$$V_a^M(B \wedge C) = V_a^M(B) \wedge V_a^M(C)$$

$$V_a^M(B \vee C) = V_a^M(B) \vee V_a^M(C)$$

$$V_a^M(B \Rightarrow C) = V_a^M(B) \Rightarrow V_a^M(C)$$

$$V_a^M(B \Leftrightarrow C) = V_a^M(B) \Leftrightarrow V_a^M(C)$$

Wartość formuły (c.d.)

- Dla kwantyfikatorów:

$$V_a^M(\forall x\ B) \quad = \quad \min_{d\in D}[V^M_{a(x\leftarrow d)}(B)]$$

$$V_a^M(\exists x\ B) \quad = \quad \max_{d\in D}[V^M_{a(x\leftarrow d)}(B)]$$

- gdzie *min*(True, False) wynosi False

  a *max*(True, False) wynosi True.
- $\boldsymbol{a}(x\leftarrow d)$ oznacza wartościowanie identyczne z $\boldsymbol{a}$ dla wszystkich zmiennych poza x, w którym zmiennej x nadawana jest wartość d. Czyli $\boldsymbol{a}(x\leftarrow d)$ różni się od $\boldsymbol{a}$ co najwyżej wartościowaniem zmiennej x.

Równość

- Równość jest takim predykatem, który w każdej interpretacji ma to samo znaczenie – oznacza on relację identyczności, tzn. $(\mathrm{term}_1 = \mathrm{term}_2)$ jest prawdziwe wtw. gdy term_1 i term_2 referują ten sam obiekt.
- Zastosowanie równości: dla opisu własności funkcji i dla definiowania predykatów poprzez wprowadzenie wymogu równości lub różności obiektów.

Np. definicja predykatu *Rodzeństwo* korzystająca z równości bądź nierówności termów i prawdziwości relacji *Rodzic*:

$$\forall x,y\ \mathit{Rodzeństwo}(\mathrm{x,y}) \Leftrightarrow$$

$$[\neg(\mathrm{x} = \mathrm{y}) \wedge \exists \mathrm{m,f} \neg(\mathrm{m} = \mathrm{f}) \wedge \mathit{Rodzic}(\mathrm{m,x}) \wedge \mathit{Rodzic}(\mathrm{f,x}) \wedge \mathit{Rodzic}(\mathrm{m,y}) \wedge \mathit{Rodzic}(\mathrm{f,y})]$$

Spełnialność, aksjomat, tautologia

Badamy znaczenie formuł względem [*D*, *m*] i wartościowania a.

- Formuła A jest ***spełnialna*** w dziedzinie [*D*, *m*] jeśli istnieje wartościowanie a przy którym A jest spełniona (tzn. formuła ma wartość $True$) .

A jeśli jej prawdziwość nie zależy od wartościowania?

- Formuła A jest ***prawdziwa*** w dziedzinie [*D*, *m*], jeśli ma wartość $True$ przy **każdym wartościowaniu** a. Mówimy wtedy, że formuła A jest aksjomatem dziedziny [*D*, *m*].

A jeśli jej prawdziwość nie zależy od dziedziny?

- Formuła A jest ***tautologią*** jeśli jest *prawdziwa* w każdej dziedzinie [D, *m*] i wartościowaniu a elementów tej dziedziny (jest zawsze prawdziwa niezależnie od wyboru [[*D*,*m*], a]).

Teoria. Aksjomaty.

Teoria jest to zbiór formuł tworzony dla określonej dziedziny.

- Teoria jest niesprzeczna jeśli istnieje funkcja wartościująca przy której prawdziwe są wszystkie formuły teorii.
- Aksjomaty teorii to formuły (uznane za) prawdziwe niezależnie od wartościowania.

Interesują nas teorie, których formuły dadzą się wyprowadzić w procesie wnioskowania z aksjomatów i podzbioru formuł bazy wiedzy.

Np. aksjomaty w teorii (w świecie) „Osoby spokrewnione”:

- „Bracia są rodzeństwem” : $\forall x,y\ Brat(x,y) \Leftrightarrow Rodzeństwo(x,y)$
- „Matka jest rodzicem i kobietą”

  $\forall m,c\ Matka(c) = m \Leftrightarrow (Kobieta(m) \wedge Rodzic(m,c))$
- “Rodzeństwo” jest symetryczną relacją

  $\forall x,y\ Rodzeństwo(x,y) \Leftrightarrow Rodzeństwo(y,x)$

Przykład teorii

Przykład. Aksjomaty w teorii zbiorów:

- $\forall s\ \mathit{Zbiór}(s) \Leftrightarrow (s = \{\}\ ) \vee (\exists x,s_2\ \mathit{Zbiór}(s_2) \wedge s = \{x|s_2\})$
  gdzie *Zbiór* jest predykatem prawdziwym tylko dla zbiorów, a $\mathit{Dołącz}(x,s_2) = \{x|s_2\}$ jest funkcją dołączenia x.
- $\neg\exists x,s\ \{x|s\} = \{\}$ - zbiór pusty nie posiada elementów
- $\forall x,s\ x \in s \Leftrightarrow s = \{x|s\}$ – dołączenie istniejącego elementu nie zmienia zbioru, pozostaje bez efektu;
- $\forall x,s\ x \in s \Leftrightarrow [\ \exists y,s_2\}\ (s = \{y|s_2\} \wedge (x = y \vee x \in s_2))]$ – wszystkie elementy zbioru zostały dołączone do niego;
- $\forall s_1,s_2\ s_1 \subseteq s_2 \Leftrightarrow (\forall x\ x \in s_1 \Rightarrow x \in s_2)$ – podzbiór zbioru
- $\forall s_1,s_2\ (s_1 = s_2) \Leftrightarrow (s_1 \subseteq s_2 \wedge s_2 \subseteq s_1)$ – równość zbiorów
- $\forall x,s_1,s_2\ x \in (s_1 \cap s_2) \Leftrightarrow (x \in s_1 \wedge x \in s_2)$ – iloczyn zbiorów.
- $\forall x,s_1,s_2\ x \in (s_1 \cup s_2) \Leftrightarrow (x \in s_1 \vee x \in s_2)$ – suma zbiorów.

3. Przekształcanie formuł

Postać predykatowa

- Załóżmy, że KB składa się z formuł:

  $\forall x\ \mathit{Król}(x) \wedge \mathit{Chciwy}(x) \Rightarrow \mathit{Zły}(x)$

  $\mathit{Król}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Chciwy}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Brat}(\mathrm{Ryszard,Jan})$

- Wartościując formułę uniwersalną na wszystkie możliwe sposoby otrzymamy:

  $\mathit{Król}(\mathrm{Jan}) \wedge \mathit{Chciwy}(\mathrm{Jan}) \Rightarrow \mathit{Zły}(\mathrm{Jan})$

  $\mathit{Król}(\mathrm{Ryszard}) \wedge \mathit{Chciwy}(\mathrm{Ryszard}) \Rightarrow \mathit{Zły}(\mathrm{Ryszard})$

  $\mathit{Król}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Chciwy}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Brat}(\mathrm{Ryszard, Jan})$

- Tak powstała KB ma **predykatowy** charakter. Symbolami predykatowymi są:

  $\mathit{Król}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Chciwy}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Zły}(\mathrm{Jan})$, $\mathit{Król}(\mathrm{Ryszard})$, itd..

Redukcja do postaci predykatowej

- Każda *KB* w L1R może zostać przekształcona do **postaci predykatowej**, zachowującej własność wynikania, czyli:

  bazowa formuła wynika z nowej KB wtw. gdy wynika z oryginalnej KB.
- Pomysł: zamień KB do postaci predykatowej, wykonaj zapytanie, wykonaj rezolucję, zwróć wynik.
- Problem: z powodu istnienia symboli **funkcji** istnieje nieskończenie wiele bazowych termów:

  Np. $Ojciec(Jan)$ …

  $Ojciec(Ojciec(Ojciec(Jan)))$ …

- Wniosek: potrzebne są uogólnione reguły wnioskowania.

Podstawienie

Podstawienie: jest to zbiór par postaci $\{x_1/t_1,\ldots,x_n/t_n\}$, gdzie $x_1,\ldots,x_n$ są różnymi zmiennymi, natomiast $t_1,\ldots,t_n$ są termami. Dopuszczamy podstawienie puste ε.

Niech θ będzie podstawieniem i niech α będzie wyrażeniem (tzn. formułą lub termem). Przez $\mathrm{SUBST}(\theta, \alpha)$ oznaczamy wyrażenie powstałe w wyniku jednoczesnego zastąpienia wszystkich wolnych wystąpień zmiennych $x_1,\ldots,x_n$ termami $t_1,\ldots,t_n$.

Np. jeśli $\theta = \{x/\mathrm{Jan}, y/\mathrm{Ewa}\}$, to

$$\mathrm{SUBST}(\theta, \mathit{Lubi}(x, y)) = \mathit{Lubi}(\mathrm{Jan}, \mathrm{Ewa}).$$

Literał: formuła atomowa lub negacja formuły atomowej.

Zdanie: formuła bez zmiennych.

Przykład

- Stosując predykatowanie generujemy wiele niepotrzebnych formuł. Np. ze zbioru $\forall x\ Król(x) \wedge Chciwy(x) \Rightarrow Zły(x)$, $Król(Jan)$, $\forall y\ Chciwy(y)$, $Brat(Ryszard, Jan)$ wydaje się być oczywiste, że zachodzi $Zło(Jan)$, ale predykatowanie produkuje również szereg innych faktów, takich jak: $Chciwy(Ryszard)$, które nie mają modelu.
- W ogólności, gdy dziedzina liczy p k-argumentowych predykatów i n obiektow, istnieje $p \cdot n^k$ możliwych wartościowań.
- Łatwo unikniemy tego nadmiaru formuł, jeśli w jednym kroku wnioskowania znajdziemy podstawienie θ takie, dla którego formuły $Król(x)$ i $Chciwy(x)$ są równoważne z istniejącymi $Król(Jan)$ i $Chciwy(y)$. Pasuje nam tu: $\theta = \{x/Jan, y/Jan\}$.

Unifikacja (uzgadnianie) zmiennych

- Obecność symboli zmiennych w logice predykatów powoduje, że nie możemy poprzestać na prostym wymaganiu identyczności formuł tworzących poprzednik reguły wnioskowania.
- Stosujemy łagodniejsze wymaganie, że pierwsza i druga formuła wejściowa (tworzące poprzednik reguły wnioskowania) są ***unifikowalne***, czyli mogą zostać sprowadzone do postaci identycznej przez zastosowanie odpowiednich **podstawień** dla zmiennych, czyli przypisanie im obiektów lub pewnych termów.

Uzgadnianie zmiennych

- W istocie mamy do czynienia z dwoma przypadkami uzgadniania zmiennych na potrzeby unifikacji formuł.
  - **Ujednolicanie zmiennych -** jeśli dwie formuły różnią się jedynie tym, że w odpowiednich miejscach występują w nich konsekwentnie inne symbole zmiennych;
  - **Uszczegółowienie -** jeśli w miejscach, gdzie w jednej z nich występuje pewien symbol zmiennej (związany kwantyfikatorem ogólnym), w drugiej konsekwentnie występuje pewien term nie będący zmienną (stała albo zastosowanie symbolu funkcyjnego).

Eliminacja kwantyfikatorów

W bazie wiedzy występują formuły pozbawione kwantyfikatorów.

Formuła definiowana przez eksperta, w której zmienne związane są kwantyfikatorami, może zostać przekształcona do równoważnej postaci formuły pozbawionej kwantyfikatorów.

Zasada przekształcenia (eliminacji kwantyfikatorów):

1. Standaryzacja rozłączna zmiennych – każdy kwantyfikator wiąże unikalną zmienną.
2. Skolemizacja – eliminacja kwantyfikatorów szczegółowych (egzystencjalnych).
3. Eliminacja kwantyfikatorów uniwersalnych.

Eliminacja egzystencjalnego kwantyfikatora

- Dla każdej formuły α, zmiennej v, i symbolu stałej K, który nie występuje nigdzie indziej w bazie wiedzy:

$$\frac{\exists v\, \alpha}{SUBST(\{v / K\}, \alpha)}$$

- Np. z formuły, $\exists x\, Korona(x) \wedge NaGłowie(x,Jan)$, wynika:

$$Korona(C_1) \wedge NaGłowie(C_1,Jan),$$

  pod warunkiem, że C_1 jest nowym symbolem stałej, zwanej **stałą Skolema**.
- Jeśli kwantyfikator egzystencjalny formuły poprzedzony jest kwantyfikatorem uniwersalnym zmiennej x to za v podstawiamy unikalny symbol funkcji, zwanej funkcją Skolema, o parametrze x:

$$\frac{\forall x\, \exists v\, \alpha}{SUBST(\{v / F(x)\}, \alpha)}$$

Eliminacja uniwersalnego kwantyfikatora

- Każde wartościowanie formuły związanej uniwersalnym kwantyfikatorem wynika z tej formuły :

$$\frac{\forall v\ \alpha}{\mathrm{SUBST}(\{v/g\}, \alpha)}$$

dla każdej zmiennej v i *bazowego* termu g.

- Np. z $\forall x\ Król(x) \wedge Chciwy(x) \Rightarrow Zły(x)$ wynika:

$$Król(Jan) \wedge Chciwy(Jan) \Rightarrow Zły(Jan)$$

$$Król(Ryszard) \wedge Chciwy(Ryszard) \Rightarrow Zły(Ryszard)$$

$$Król(Ojciec(Jan)) \wedge Chciwy(Ojciec(Jan)) \Rightarrow Zły(Ojciec(Jan))$$

- Zastosowanie powyższej reguły oznacza, że po standaryzacji rozłącznej zmiennych i po eliminacji kwantyfikatorów szczegółowych można już opuścić kwantyfikatory uniwersalne w formule.

4. Rachunek sytuacji

- Agent w „świecie Wumpusa” swoim działaniem **zmienia** własności środowiska **w czasie**.

  Np. przemieszcza się z kratki do kratki, posiada złoto lub nie, posiada strzałę lub nie.
- Wprowadzimy podzbiór języka predykatów określany jako *rachunek sytuacji.*
- **Rachunek sytuacji** („*situation calculus*” - Hayes, McCarthy) – sposób opisu zmian wyrażony w logice pierwszego rzędu, przeznaczony do formalizacji dynamicznie zmieniającego się świata.

Obiekty „sytuacje”

- Główne założenia:
  - Świat to **ciąg sytuacji**, z których każda opisuje stan świata w pewnym momencie czasu.
  - Nowa sytuacja powstaje z bieżącej sytuacji w wyniku **wykonania akcji**.

- Obiekty „sytuacje”

  Każdy symbol predykatu w KB reprezentujący relację (lub własność) **zmieniającą się w czasie** posiada dodatkowy argument, określający **sytuację**.

  „Sytuacje” są to obiekty należące do specyficznej kategorii *czasu-stanu*.

Funkcja następstwa sytuacji

Przykład. Dla opisu KB agenta „świata Wumpusa" wprowadzamy predykat *Jest*(Agent, *pozycja*, *sytuacja*) dla określenia położenia agenta w określonej sytuacji w 2-wymiarowym świecie. Np. możemy zapisać:

$$Jest(\mathrm{Agent}, [(1,1),90], S_0) \wedge Jest(\mathrm{Agent}, [(1,2),90], S_1)$$

gdzie zmienna lokalizacji jest wektorem - np. $\{\mathbf{x}/[(1,1),90]\}$.

Funkcja następstwa sytuacji

Wprowadzamy funkcję *Rezultat*(*akcja*, *sytuacja*) dla wyznaczenia sytuacji będącej wynikiem wykonania akcji w zadanej sytuacji.

Np. wyznaczamy nową sytuację jako:

$$S_1 = Rezultat(\mathrm{RuchWPrzód}, S_0)\ .$$

Aksjomaty efektów akcji

W nowej sytuacji będącej wynikiem wykonanej akcji będą zachodzić nowe własności – reprezentowane predykatami.

Wnioskujemy je dzięki **aksjomatom efektów akcji**, zwykle zadanym w postaci formuł połączonych spójnikiem implikacji.

Np. efektem akcji „Podnieś" będzie:

$$\forall \mathbf{x},s\ PrzyZłocie(s) \wedge Jest(Agent, \mathbf{x}, s) \Rightarrow TrzymaZłoto(\mathbf{x}, \mathrm{Rezultat}(\mathrm{Podnieś}, s))$$

Np. efektem akcji „Puść" (niezależnie od tego czy trzyma złoto czy nie, będzie):

$$\forall \mathbf{x},s\ Jest(Agent,\mathbf{x},s) \Rightarrow \neg TrzymaZłoto(\mathbf{x}, \mathrm{Rezultat}(\mathrm{Puść}, s))$$

Np. wyznaczamy nową lokalizację agenta funkcją Wynik(): $\mathbf{y}=\mathrm{Wynik}(\mathbf{x}, \mathrm{RuchWPrzod})$

Aksjomaty następstwa stanów

Aksjomaty **tła** – reprezentują one relacje (własności), które nie zmieniają się po przejściu świata do następnej sytuacji.

Np. *agent trzymający złoto, którego nie upuścił, w następnej sytuacji nadal będzie to złoto trzymał*:

$$\forall a,\mathbf{x},s\ \mathit{TrzymaZłoto}(\mathbf{x}, s) \wedge (a \neq \text{Puść}) \Rightarrow \mathit{TrzymaZłoto}(\text{Wynik}(a, \mathbf{x}), \text{Rezultat}(a, s))$$

Np. *jeśli agent nie trzymał ani nie podniósł złota, to go nie trzyma*:

$$\forall a,\mathbf{x},s\ \neg\mathit{TrzymaZłoto}(\mathbf{x}, s) \wedge (a \neq \text{Podnieś}) \Rightarrow \neg\mathit{TrzymaZłoto}(\text{Wynik}(a, \mathbf{x}), \text{Rezultat}(a,s))$$

Łączymy aksjomaty efektów akcji i aksjomaty tła dla tego samego predykatu w jeden aksjomat **następstwa stanów.** Zebrane są w nim wszystkie warunki zmiany wartości danego predykatu.

Np. dla predykatu *TrzymaZłoto*:

$$\forall a,\mathbf{x},s\ \mathit{TrzymaZłoto}(\text{Wynik}(a, \mathbf{x}), \mathit{Rezultat}(a, s)) \Leftrightarrow (\mathit{PrzyZłocie}(s) \wedge (a = \text{Podnieś})) \vee (\mathit{TrzymaZłoto}(\mathbf{x}, s) \wedge (a \neq \text{Puść}))$$

Pytania

1. Omówić elementy składni logiki predykatów.
2. Omówić semantykę logiki predykatów.
3. Przedstawić problem predykatowania formuł.
4. Na czym polegają: podstawienie i uzgadniania zmiennych?
5. Omówić typową kwantyfikację formuł i reguły eliminacji kwantyfikatorów
6. Omówić proces unifikacji formuł.
7. Przedstawić rachunek sytuacji – przeznaczenie, podstawowe elementy.