

# ***Technika Pomiarowa***

## **Wprowadzenie do techniki pomiarowej**

**Obiekty i informacja pomiarowa**

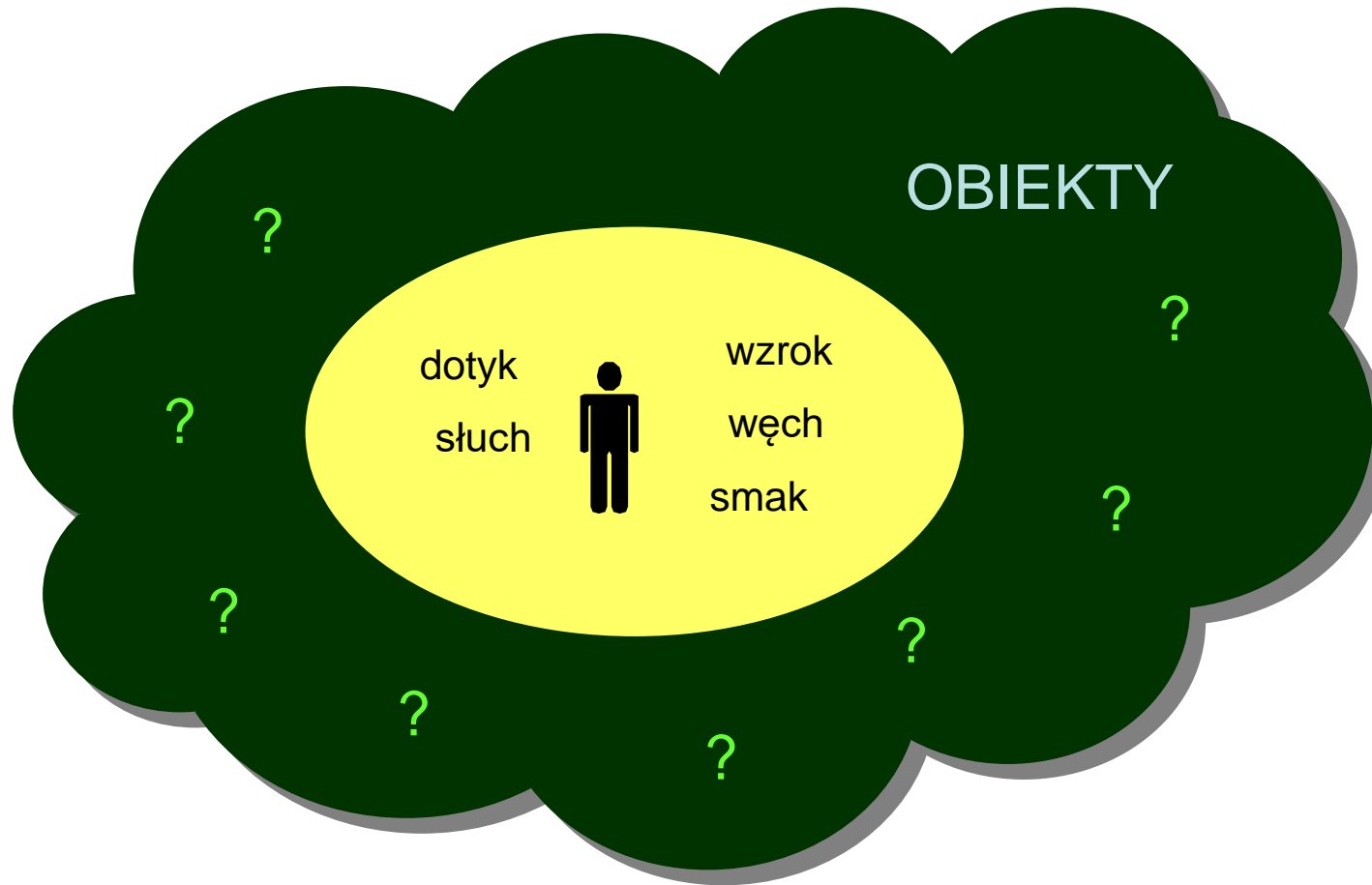
**Parametry sygnałów w dziedzinie czasu i częstotliwości**

**Parametry obwodów elektrycznych**

**Właściwości bloków funkcjonalnych współczesnego układu pomiarowego**

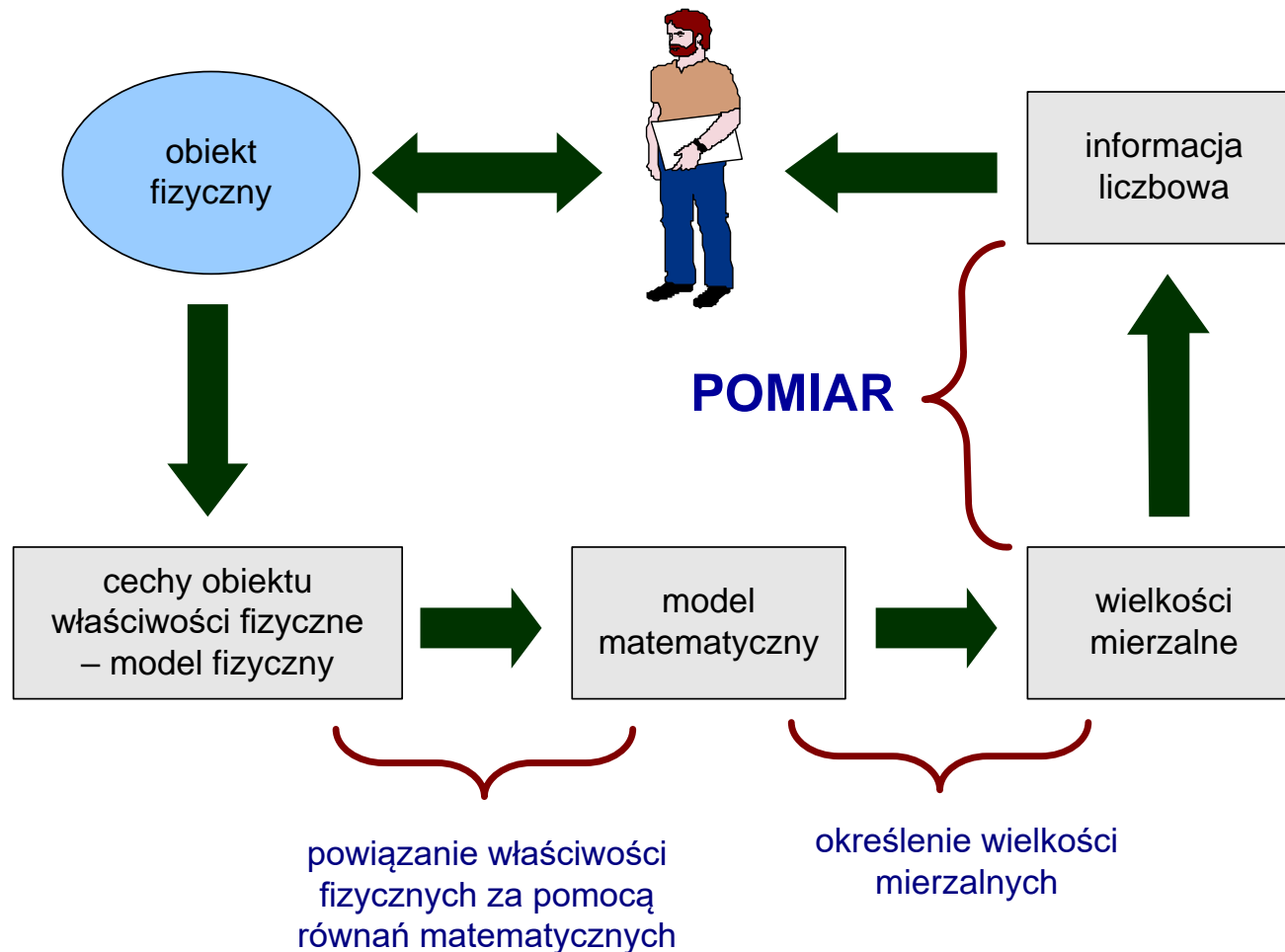
**studia niestacjonarne I stopnia (tryb „na odległość”)**

# Obiekty



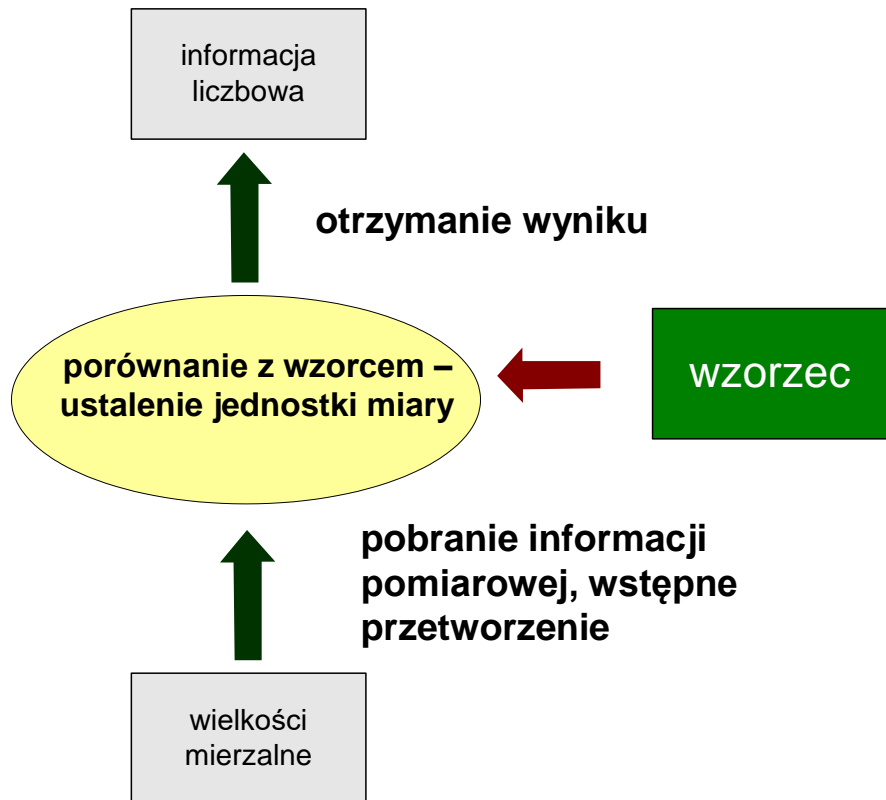
*Podobnie jak w wielu innych dziedzinach wiedzy tak i w technice pomiarowej stosuje się uniwersalne określenie – obiekt. Dążeniem człowieka jest poznanie właściwości i cech obiektów, przy czym (na tym etapie rozważań) nie ma znaczenia co ten obiekt reprezentuje. Człowiek ma do dyspozycji jako narzędzie poznawcze pewien zestaw zmysłów. Możliwości identyfikacji cech obiektów za pomocą zmysłów są jednak bardzo ograniczone. Standardowe przykłady to zakres częstotliwości pasma słyszalnego (20Hz do 20kHz), rozdzielczość wzroku (na poziomie 0.1mm) czy też trudne do zdefiniowania właściwości węchu lub smaku.*

# Informacja pomiarowa



*Proces poznawania obiektu można zilustrować w postaci toru przepływu informacji pomiarowej. W pierwszym etapie określamy cechy obiektu (to jest model fizyczny), następnie opisujemy te cechy w postaci równań matematycznych (czyli tworzymy model matematyczny obiektu). W równaniach występują wielkości fizyczne, z których wybieramy wielkości mierzalne i realizujemy pomiar, co sprowadza się do nadania wielkościom fizycznym konkretnych wartości liczbowych.*

# Jednostki miary i wzorce



Pojawia się jednak pytanie jak wyrazić w postaci liczbowej wartość wielkości? Można to zrobić tylko przez porównanie ze wzorcem odtwarzającym jednostkę miary danej wielkości fizycznej. To jest bardzo ważna cecha wszystkich pomiarów. W każdym urządzeniu czy systemie pomiarowym musi występować wzorec. Źródło napięcia referencyjnego w przetworniku analogowo-cyfrowym czy też generator wzorcowy w liczniku uniwersalnym to właśnie wzorec. W mierniku o odczycie analogowym wzorcem jest po prostu podziałka na skali pomiarowej – przyrząd został wcześniej wyskalowany i do każdej działki została przypisana konkretna wartość liczbową. Praktycznie to na ile wzorec funkcjonuje prawidłowo decyduje o wartości i sensie pomiaru.

Zagadnienie odtwarzania jednostek miary poprzez wzorce jest bardzo szeroko analizowane i badane. Istnieje ogólna tendencja do zastępowania wzorców materialnych przez zjawiska kwantowe. I tak np. jako wzorec napięcia stałego jest wykorzystywane obecnie złącze Josephsona zamiast nasyczonego ogniwa Westona, wzorcem częstotliwości są drgania emitowane przez atom cezu ( $1\text{Hz} = 1/9\,192\,631\,770$  okresów drań). Oczywiście w tej postaci występują wzorce pierwotne (państwowe), w codziennej praktyce mamy do czynienia z wzorcami użytkowymi (stabilizatory elektroniczne, generatory kwarcowe, oporniki wzorcowe).

## Wzorce

- niezmiennie w czasie
- porównywalne
- proste w stosowaniu
- proste do odtworzenia
- dokładne

# Systemowo-poznawcza teoria pomiaru

## Pomiar

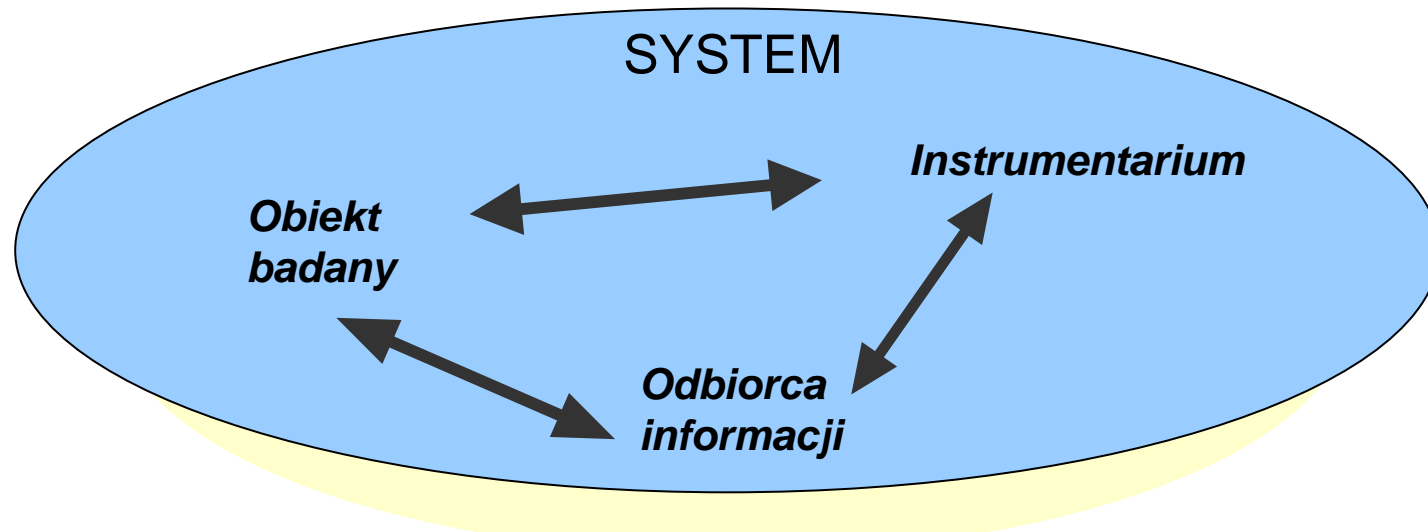


### Eksperyment

parametryczna identyfikacja matematycznego modelu obiektu badanego

### Proces poznawczy

porównanie wartości wielkości mierzonej z wartością przyjętą za jednostkę miary



*Zatem podchodząc do zagadnienia pomiaru w sposób naukowy definiuje się pomiar jako eksperyment lub proces poznawczy mający na celu zidentyfikowanie i wyrażenie w postaci liczbowej parametrów modelu matematycznego obiektu badanego.*

*Pomiar wykonywany jest w ramach systemu obejmującego zarówno obiekt badany, wszelkie środki techniczne (instrumentarium) jak i odbiorcę informacji. To jest dosyć istotna uwaga, sformułowana w celu podkreślenia, że wyniki pomiarów zawsze obarczone są pewną niepewnością wynikającą z właściwości używanej aparatury jak i warunków wykonywania badań.*

# Dokładność pomiaru

dokładność ? niedokładność

niepewność ? błąd

niepewność typu A

niepewność typu B

błąd przypadkowy

błąd systematyczny

błąd bezwzględny  $\Delta = W_w - W_r$

błąd względny  $\delta = \frac{\Delta}{W_w}$

*Jak zaznaczono wcześniej przypisanie wartości liczbowej do wielkości mierzonej wymaga porównania tej wielkości z wzorcem odtwarzającym jednostkę miary. Oczywiście takie porównanie zachodzi z pewną skończoną dokładnością uwarunkowaną chociażby przez metodę porównania. Generalnie, wykonując jakiegokolwiek pomiary, bardzo ważna jest umiejętność lokalizacji źródeł błędów i ich eliminacji oraz oszacowania niepewności pomiaru. Aktualnie obowiązującą formą określania dokładności pomiaru jest właśnie **niepewność**, którą można utożsamiać z określeniem **błąd pomiaru**. Każdy wynik pomiaru powinien być podawany razem z oszacowaniem niepewności, a ściślej przedziału niepewności. Niestety szacowanie niepewności jest procesem bardzo złożonym i czasochłonnym, a stosowany aparat matematyczny wykorzystuje pojęcia z zakresu statystyki matematycznej. Wprowadza się pojęcia niepewności typu A i typu B. Niepewność typu A jest związana z występowaniem błędów przypadkowych. Szacowanie niepewności typu A wymaga wykonania serii pomiarów i wyznaczenia wariancji oraz odchylenia standardowego przy założeniu, że najlepszym przybliżeniem prawdziwego wyniku jest estymator wartości oczekiwanej. Nieco prostsze jest wyznaczanie niepewności typu B związanej z niedoskonałością aparatury pomiarowej i metody pomiaru. Oprócz wspomnianych błędów przypadkowych, na które użytkownik nie ma wpływu, ale może je oszacować metodami statystycznymi, występują błędy systematyczne. Teoretycznie takie błędy można wyeliminować i uwzględnić w wyniku pomiaru przez wprowadzenie poprawki.*

*W praktyce dokonując pomiaru za pomocą dowolnego przyrządu powinno się przynajmniej skorzystać ze specyfikacji przyrządu i uzupełnić wynik pomiaru o wartość tak określonej niepewności. Będzie to tzw. błąd bezwzględny stanowiący różnicę pomiędzy wartością zmierzoną, a rzeczywistą. Użytkownik nie zna oczywiście wartości rzeczywistej i to producent sprzętu zapewnia, że dokonując pomiaru popełni się błąd nie większy niż wynikający ze specyfikacji. Wynik pomiaru można też uzupełnić o podanie błędu względnego stanowiącego iloraz błędu bezwzględnego i wartości zmierzonej.*

## Aspekty pomiaru

Czasami wyróżnia się dwa aspekty pomiarów:

- *narzędzia* – *środki techniczne* – odpowiadają na pytanie *czym mierzyć* ?
- *metody* – *procesy* – odpowiadają na pytanie *jak mierzyć* ?



# Przyrządy pomiarowe

Przyrząd  
analogowy

Przyrząd  
cyfrowy

Przyrząd  
systemowy

Przyrząd  
wirtualny

Przyrząd  
autonomiczny

## Przyrządy do pomiaru wielkości ciągłych

- multimetry cyfrowe
- przyrządy do pomiaru parametrów obwodów elektrycznych
- przyrządy do pomiaru mocy i energii

## Przyrządy do pomiaru wielkości ziarnistych (czas, częstotliwość)

## Przyrządy do analizy sygnałów pomiarowych

- oscyloskopy
- analizatory widma
- analizatory sygnałów logicznych

## Przyrządy – źródła sygnałów

- generatory
- zasilacze

*Analizując rozwój przyrządów pomiarowych można wskazać cztery fazy dominacji określonych przyrządów: przyrządy analogowe, przyrządy cyfrowe, przyrządy systemowe i przyrządy wirtualne. O ile dawniej rozróżniało się przyrządy analogowe i cyfrowe na podstawie sposobu ekspozycji wyniku, o tyle obecnie przy niemal całkowitym zaniku przyrządów analogowych i wyposażeniu przyrządów cyfrowych w możliwość współpracy w systemie pomiarowym, należy raczej mówić o przyrządach autonomicznych i wirtualnych. Dyskusyjna jest teza o stopniowym zastępowaniu przyrządów autonomicznych przez wirtualne. Nastąpi raczej scalenie technologii typowo informatycznej i pomiarowej. Nowoczesny przyrząd pomiarowy może być wyposażony w twardy dysk, interfejsy typu LAN, USB i obsługiwany za pomocą myszki.*

*Czasami można spotkać się z podziałem przyrządów ze względu na przeznaczenie, aczkolwiek taki podział staje się umowny z uwagi na to, że coraz częściej korzystamy z urządzeń wielofunkcyjnych, łączących możliwość obserwacji sygnałów i pomiaru różnych wielkości.*



# Metrologia, miernictwo, technika pomiarowa

Metrologia

Miernictwo

Technika Pomiarowa

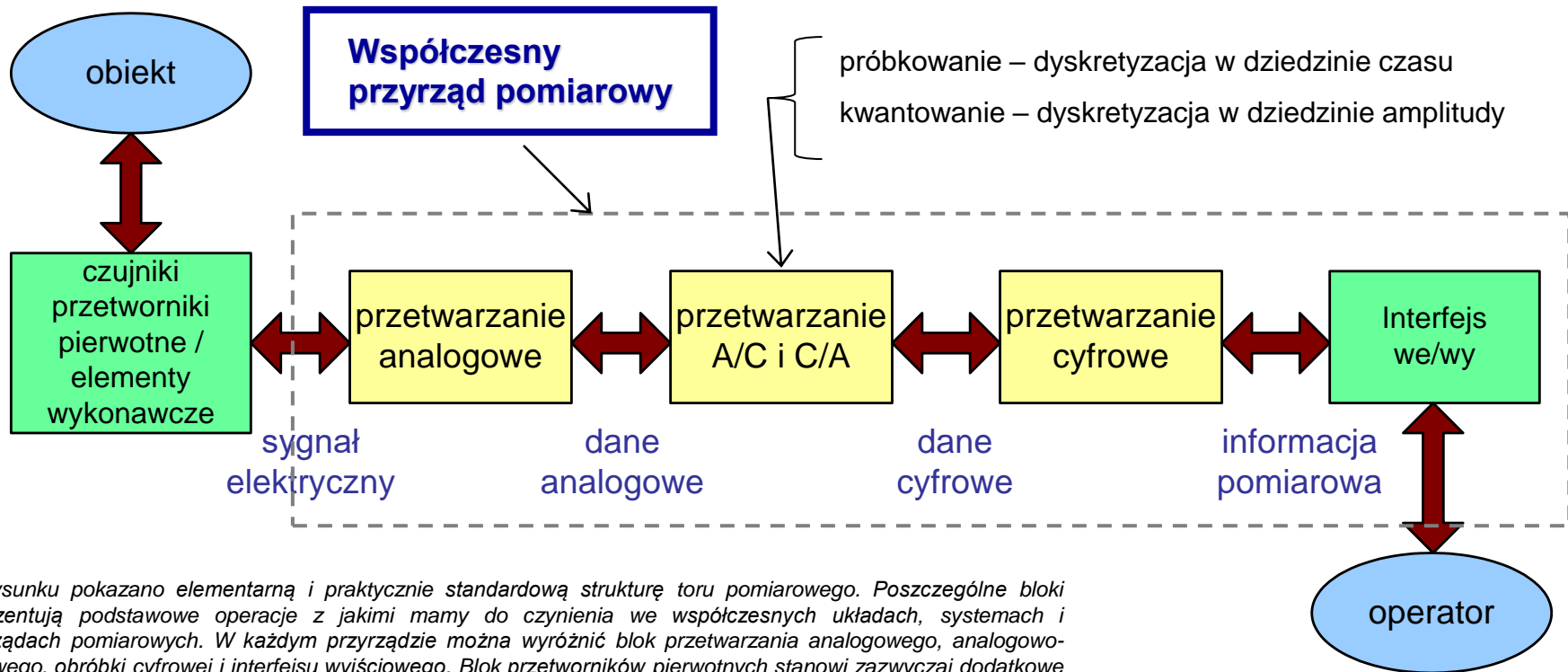
## Podstawowe zmiany w technice pomiarowej

- znaczenie przetwarzania sygnałów
- zastosowanie mikroprocesorów w przyrządach autonomicznych
- zastosowanie komputerów i sieci komputerowych do budowy przyrządów i systemów pomiarowych

*Wszelkie rozważania na temat szeroko rozumianych pomiarów powinny być usytuowane w określonym obszarze wiedzy. Dwa podstawowe określenia dotyczące pomiarów to metrologia i miernictwo. Pojęcia te nie są jednak tożsame. Przez wiele lat funkcjonowało głównie pojęcie miernictwa, ale współcześnie utożsamia się je z **techniką pomiarową** będącą domeną działań inżynierskich. Metrologia jest dziedziną naukową zajmującą się teorią pomiarów w różnych dyscyplinach nie mających wiele wspólnego z techniką, jak chociażby ekonomia czy socjologia.*

*Analogicznie jak i w innych dyscyplinach inżynierskich, tak i w technice pomiarowej, rozwój cyfrowych technik przetwarzania informacji spowodował zmiany zarówno w konstrukcji przyrządów jak i w podejściu do zagadnień pomiarowych. Uniwersalność i standaryzacja rozwiązań układowych oraz powszechna konieczność wykonywania pomiarów przyczyniły się do ukształtowania poglądu o usługowym charakterze techniki pomiarowej. Tak jest w istocie czego przykładem może być względna prostota konstrukcji przyrządów wirtualnych przy wykorzystaniu uniwersalnych kart zbierania danych i zintegrowanych środowisk programistycznych.*

# Tor przetwarzania sygnałów pomiarowych



Na rysunku pokazano elementarną i praktycznie standardową strukturę toru pomiarowego. Poszczególne bloki reprezentują podstawowe operacje z jakimi mamy do czynienia we współczesnych układach, systemach i przyrządach pomiarowych. W każdym przyrządzie można wyróżnić blok przetwarzania analogowego, analogowo-cyfrowego, obróbki cyfrowej i interfejsu wyjściowego. Blok przetworników pierwotnych stanowi zazwyczaj dodatkowe wyposażenie przyrządu (np. sondy pomiarowe). Przetwarzanie analogowe (kondycjonowanie sygnału) może dotyczyć takich operacji jak filtracja, separacja galwaniczna, tłumienie lub wzmacnianie sygnału, ale najważniejszym zadaniem tego bloku jest dopasowanie parametrów sygnału (w praktyce napięciowego) do wejścia przetworników a/c. Po przetworzeniu do postaci cyfrowej sygnał może być poddany różnym algorytmom pomiarowych realizowanym przez mikroprocesor będący standardowym elementem praktycznie każdego przyrządu pomiarowego. Interfejs we/wy należy tutaj rozumieć jako wszelkie środki interakcji przyrządu zarówno z użytkownikiem (np. pola odczytowe, ekrany, pokrętki, przyciski), jak i innym elementem sprzętowym (np. magistrale komunikacyjne). Strzałki na rysunku zaznaczono jako obustronne dla podkreślenia faktu, że użytkownik może prowadzić badania obiektu wymuszając jego określony stan. Klasyczny przykład to pomiary i badania charakterystyk elementów biernych i czynnych.

Na poprzednim slajdzie zwrócono uwagę na znaczenie przetwarzania cyfrowego we współczesnej technice pomiarowej. Takie przetwarzanie ma określone zalety (patrz obok). Następuje tu zatem swoiste sprzężenie zwrotne: tanie, łatwo dostępne mikroprocesory pozwalają na zaprojektowanie i zrealizowanie efektywnych algorytmów pomiarowych.

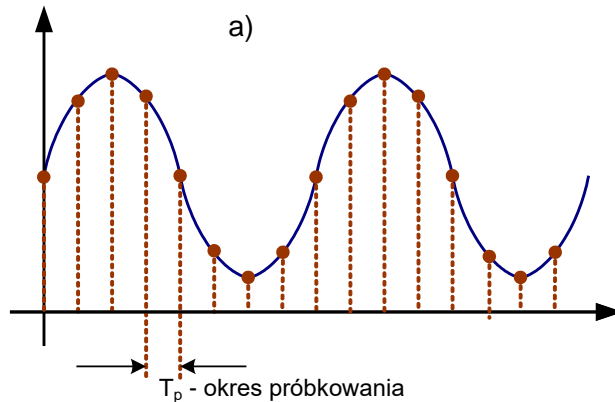
Należy jednak pamiętać, że przetworzenie sygnałów (czy też ogólnie wielkości fizycznych) do zapisu w postaci cyfrowej jest zawsze związane z pewną utratą informacji.

## Podstawowe zalety przetwarzania cyfrowego :

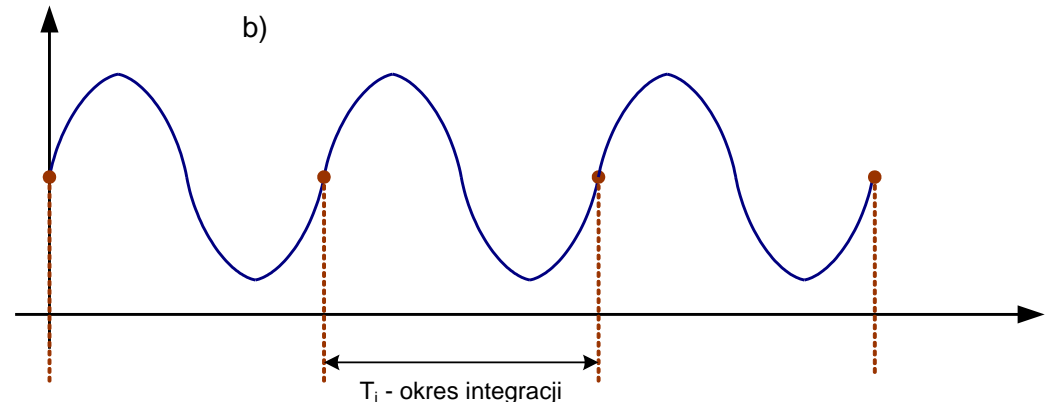
- uniwersalność
- stabilność
- powtarzalność
- realizowalność

# Próbkowanie sygnału

Próbka sygnału  $\Leftrightarrow$  wartość chwilowa



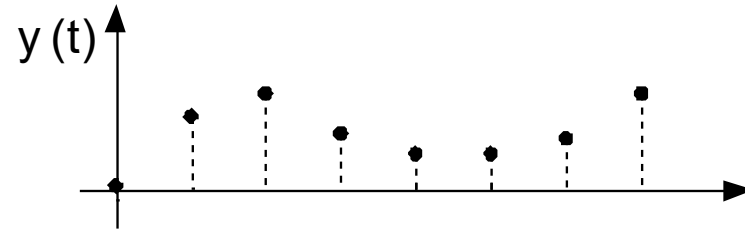
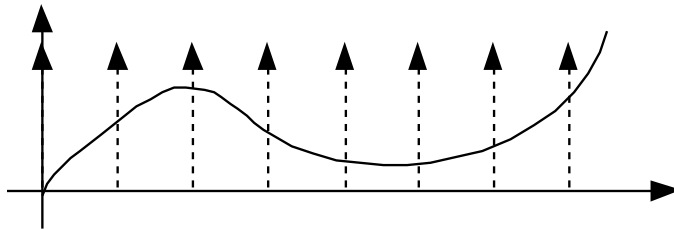
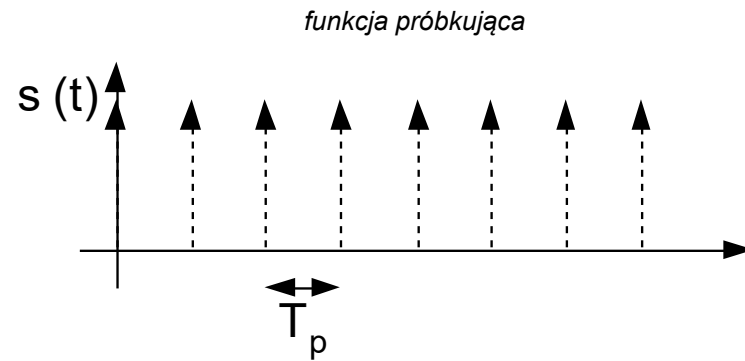
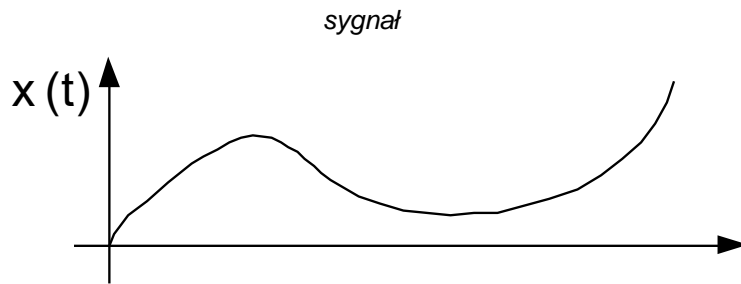
Próbka sygnału  $\Leftrightarrow$  wartość średnia  $f_s \geq 2 * f_{max} \quad (1)$



Próbkowanie polega na rejestracji wartości sygnału z odstępem czasowym określanym jako okres próbkowania. Elementarnym zagadnieniem jest tutaj kwestia dopasowania częstotliwości próbkowania do pasma przetwarzanych sygnałów. Z twierdzenia Nyquista, opisanego zależnością (1) wynika, że aby można było odtworzyć sygnał z jego próbek bez zniekształceń, częstotliwość próbkowania  $f_s$  musi być przynajmniej 2 razy większa od częstotliwości najwyższej harmonicznej występującej w sygnale  $f_{max}$ . W rzeczywistości sygnały pomiarowe rzadko mają ograniczone pasmo, a ponadto częstotliwość  $f_{max}$  musiałaby być znana przed rozpoczęciem procesu przetwarzania. Stąd spełnienie warunku (1) wymaga zastosowania dodatkowego układu wejściowego tzw. filtru antyaliasingowego. W praktyce relacja pomiędzy częstotliwością próbkowania, a częstotliwością sygnału zależy zarówno od celu przetwarzania (pomiar parametrów, rejestracja, analiza widmowa) jak i charakteru zmienności sygnału (ciągły sygnał okresowy, przebieg jednokrotny, sygnał logiczny). Inne zatem będą warunki próbkowania w multimetrach, oscyloskopach cyfrowych, analizatorach widma czy analizatorach stanów logicznych. Proces próbkowania może być realizowany zarówno przez sam przetwornik analogowo-cyfrowy jak i przez specjalny układ próbkująco-pamiętający (S/H). Układy scalone, realizujące przetwarzanie analogowo-cyfrowe, często zawierają w swojej strukturze układ S/H i właściwy przetwornik a/c.

Na rys. (b) pokazano przetwarzanie, którego celem nie jest wyznaczenie chwilowych wartości sygnału, ale wartości średniej w pewnym przedziale czasowym określanym jako czas integracji. W odniesieniu do przetworników a/c rysunek sygnalizuje podstawowy podział tych przetworników na układy przetwarzające wartość chwilową i wartość średnią.

# Próbkowanie sygnału, funkcja próbkująca



Matematycznie proces próbkowania polega na wyznaczeniu iloczynu sygnału ciągłego i funkcji próbkującej.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \delta(t - nT_p) \quad (1)$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} x(t) \delta(t - nT_p) \quad (2)$$

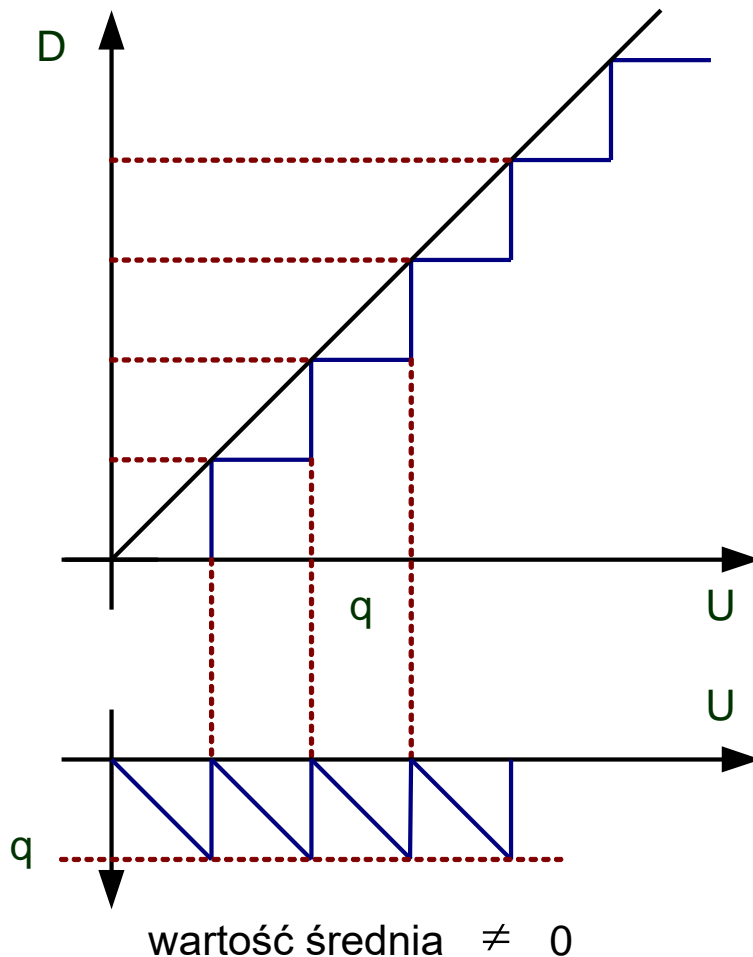
# Kwantowanie sygnału 1

przedział kwantowania

$$q = \frac{U_{FS}}{2^n} \quad (1)$$

równanie przetwarzania

$$D = rnd\left(\frac{U_i}{U_{REF}} 2^n\right) \quad (2)$$

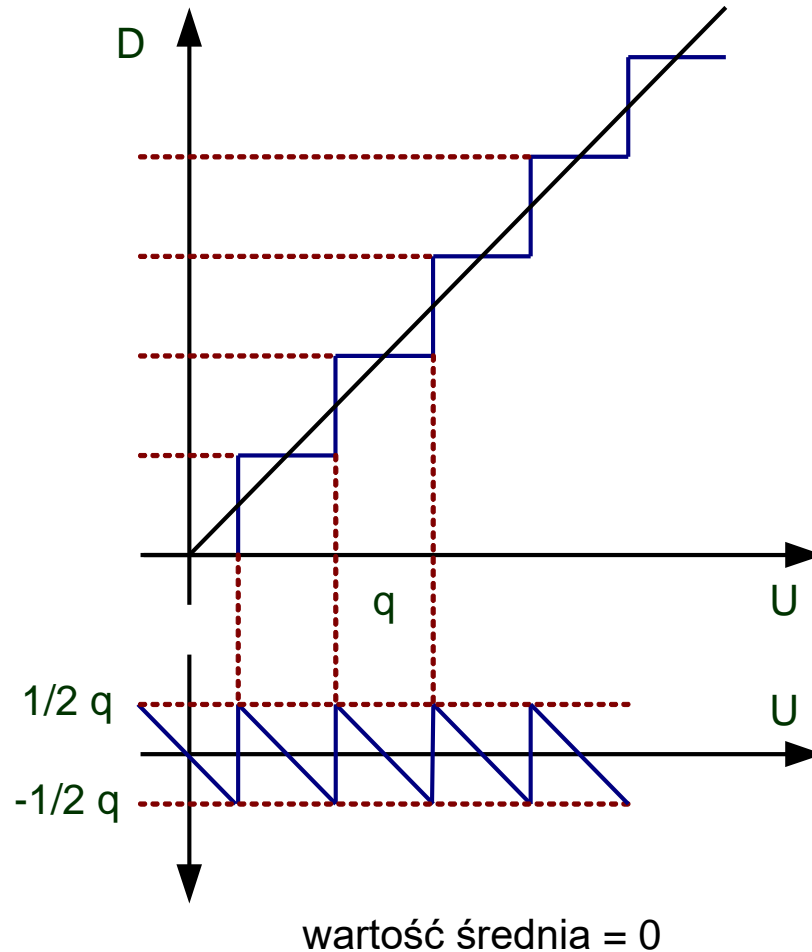


Kwantowanie sygnału polega na przyporządkowaniu ciągłym przedziałom wartości sygnału analogowego pewnych wartości dyskretnych w postaci cyfrowej. Nieuchronnie następuje przy tym strata informacji, ponieważ nieskończonej liczbie wartości sygnału w każdym przedziale jest przypisana tylko jedna wartość cyfrowa. Odzworowanie ciągłych wartości sygnału analogowego (w praktyce napięcia) na cyfrowe będzie tym dokładniejsze im przedział wartości analogowych będzie mniejszy. Ten elementarny przedział jest określany jako przedział kwantowania i opisany jako  $q$  ( $U_{FS}$  jest pełnym zakresem przetwarzania, a  $n$  liczbą bitów przetwornika).

Matematycznie proces kwantowania (czasami również całego przetwarzania a/c) jest opisany równaniem (2), gdzie  $U_i$  – napięcie wejściowe,  $U_{REF}$  – napięcie odniesienia określające zakres przetwarzania. Na rysunkach pokazano charakterystykę przejściową unipolarnego przetwornika a/c (o dodatniej polaryzacji napięcia wejściowego). Charakterystyka ma postać przebiegu schodkowego. Na rysunku pokazano również fragment teoretycznej (o nieskończenie małym przedziale kwantowania) charakterystyki przetwarzania łączącej punkt o współrzędnych  $[0V, \text{najmniejszy co do wartości bezwzględnej stan przetwornika}]$  z punktem o współrzędnych  $[U_{FS}, \text{maksymalny stan przetwornika}]$ . Taki opis charakterystyki wynika z stąd, że przetwornik może działać w dowolnym kodzie i niekoniecznie najmniejszy stan przetwornika musi oznaczać, że wszystkie bity są równe 0. Poniżej charakterystyki przejściowej pokazano jak zmienia się błąd kwantowania stanowiący różnicę pomiędzy wartościami rzeczywistymi z charakterystyki schodkowej, a wartościami z idealnej charakterystyki przetwarzania. Z rysunku widać, że charakterystyka rzeczywista znajduje się zawsze poniżej charakterystyki idealnej, a błąd kwantowania zmienia się od 0 do  $q$ . Wartość średnia tego błędu jest różna od zera. Dodatkowy problem stanowi przejście przez 0, gdyby taki przetwornik miał pracować jako bipolarny (powstaje nieciągłość lub charakterystyka w ogóle nie przechodzi przez 0).

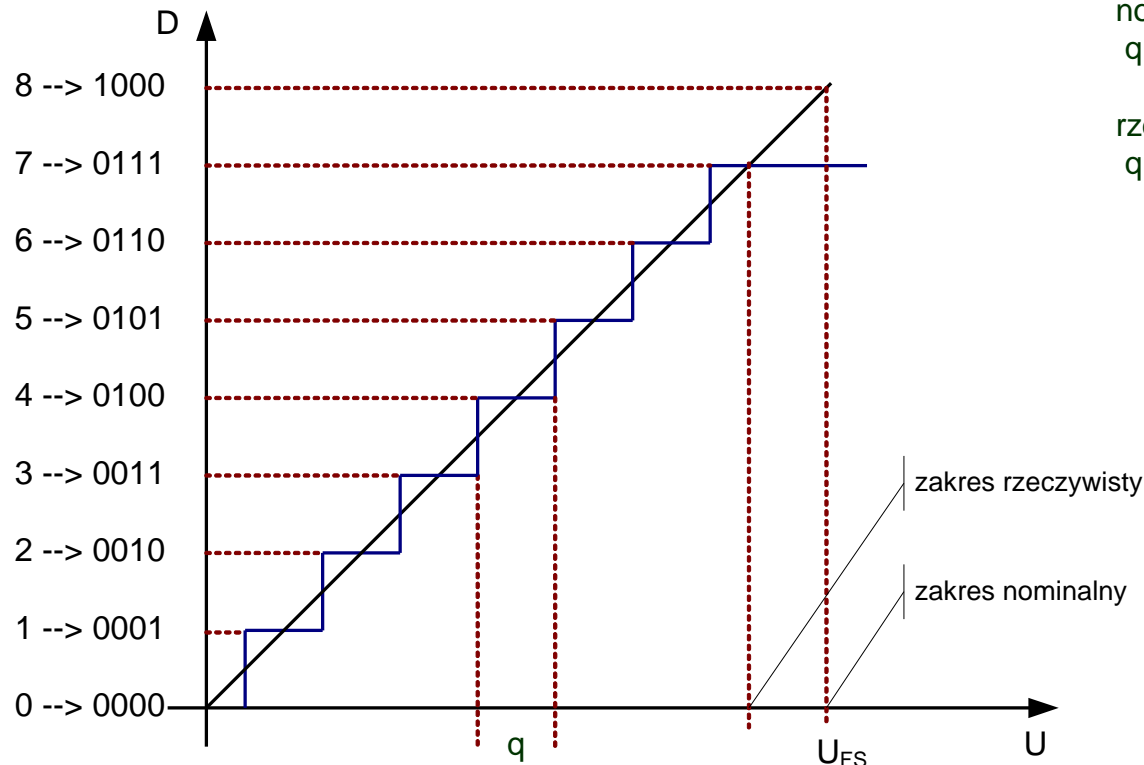
## Kwantowanie sygnału 2

charakterystyka skorygowana o  $\frac{1}{2} q$



Charakterystykę przejściową kształtuje się (tak jak na rysunku) przez przemieszczenie jej o wartość odpowiadającą  $\frac{1}{2} q$ . Wówczas wartość średnia błędu kwantowania wynosi 0, a charakterystyka dla przetwornika bipolarnego ma przebieg monotoniczny.

# Charakterystyki przetwarzania



nominalny zakres przetwarzania  
 $q \cdot 2^n$  (oznaczany  $U_{FS}$ )

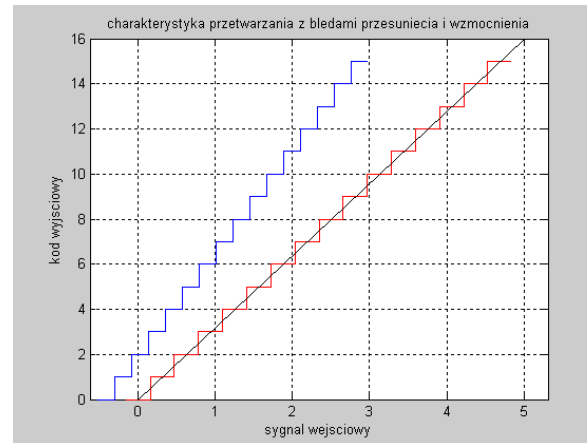
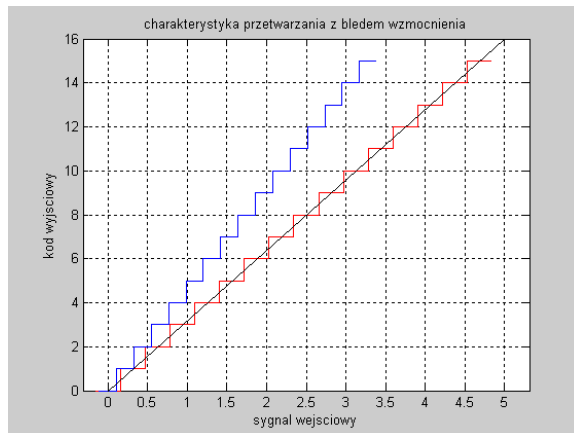
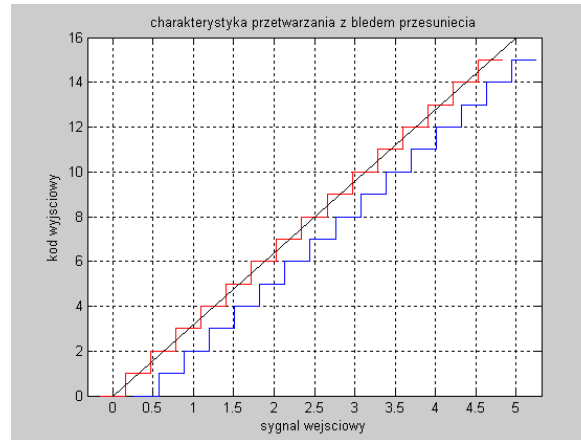
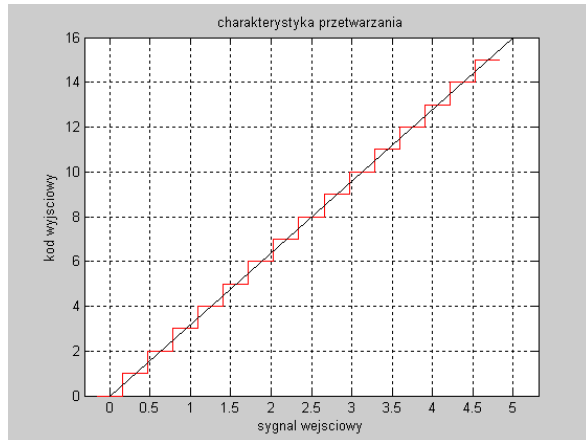
rzeczywisty zakres przetwarzania  
 $q \cdot 2^{n-1}$

Przykładową charakterystykę dla przetwornika 3-bitowego pokazano na rysunku.

Zakładając, że przetwornik działa w naturalnym kodzie binarnym, wartościom napięcia z przedziału  $0 \div \frac{1}{2}q$  odpowiada stan bitów 000, wartościom  $\frac{1}{2}q \div 1\frac{1}{2}q$  stan 001. Jeżeli przetwornik jest  $n$ -bitowy to może znajdować się w  $2^n$  stanach (od 0 do  $2^{n-1}$ ). Przejście do maksymalnego stanu (czyli 0111 dla przetwornika 3-bitowego) następuje przy wartości napięcia wejściowego równej  $U_{FS} - 1\frac{1}{2}q$ . Rozróżnia się dwa określenia dotyczące zakresu przetwarzania: nominalny i rzeczywisty zakres przetwarzania. W dokumentacji przetworników jest podawany zakres nominalny, wówczas zakres rzeczywisty (odpowiadający połowie ostatniego schodka) wynosi  $(U_{FS} - q)$ . Kody cyfrowe, odpowiadające napięciom różniącym się o wartość przedziału kwantowania  $q$ , powinny różnić się na pozycji najmniej znaczącego bitu (LSB). Stąd przedział kwantowania jest utożsamiany z najmniej znaczącym bitem i oznaczany jako LSB.

Wartość przedziału kwantowania determinuje rozdzielczość przetwornika, z tym, że rozdzielczość jest wyrażana zazwyczaj przez liczbę bitów. W tym ujęciu przetwornik 16-bitowy będzie miał większą rozdzielczość niż przetwornik 10-bitowy. Rozdzielczość można odnieść do wyniku przetwarzania w postaci cyfr dziesiętnych (choć nie jest to dokładna równoważność). Przykładowo przetwornik 10-bitowy może znajdować się w 1024 stanach co odpowiada trzem cyfrm dziesiętnym, a przetwornik 16-bitowy to w dużym przybliżeniu 5 cyfr dziesiętnych. O multimetrze laboratoryjnym 6½ (np. Agilent 34401A) można powiedzieć, że ma rozdzielczość 22-bity.

# Błędy przetwarzania 1



Błędy przetworników dzieli się na błędy statyczne i dynamiczne. W zależności od szybkości zmian przetwarzanych sygnałów większe znaczenie mogą mieć błędy statyczne (sygnały wolnozmiennne jak dla multimetrów) lub dynamiczne (sygnały szybkozmiennne jak dla oscyloskopów).

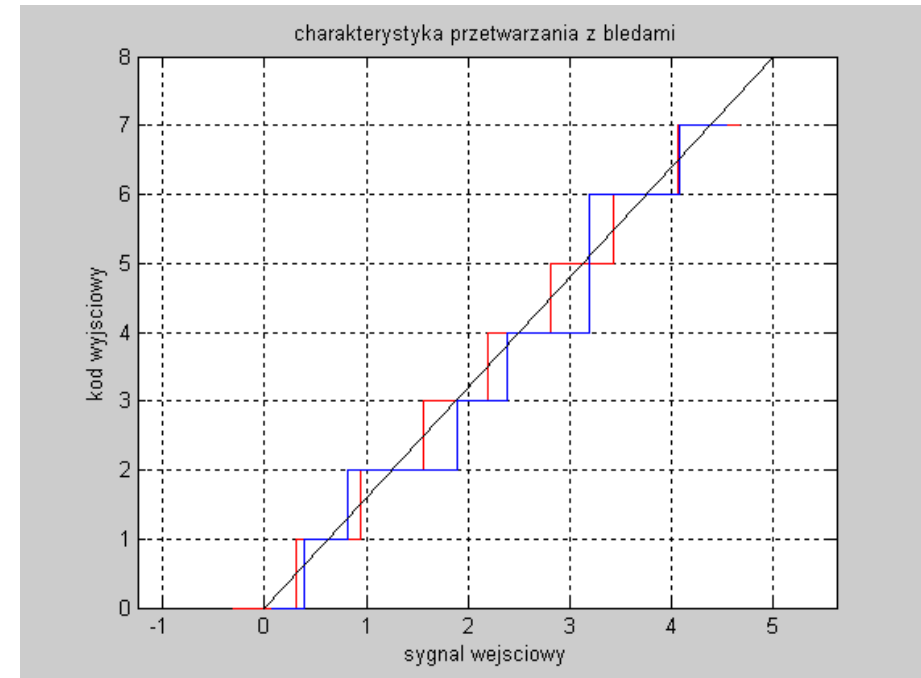
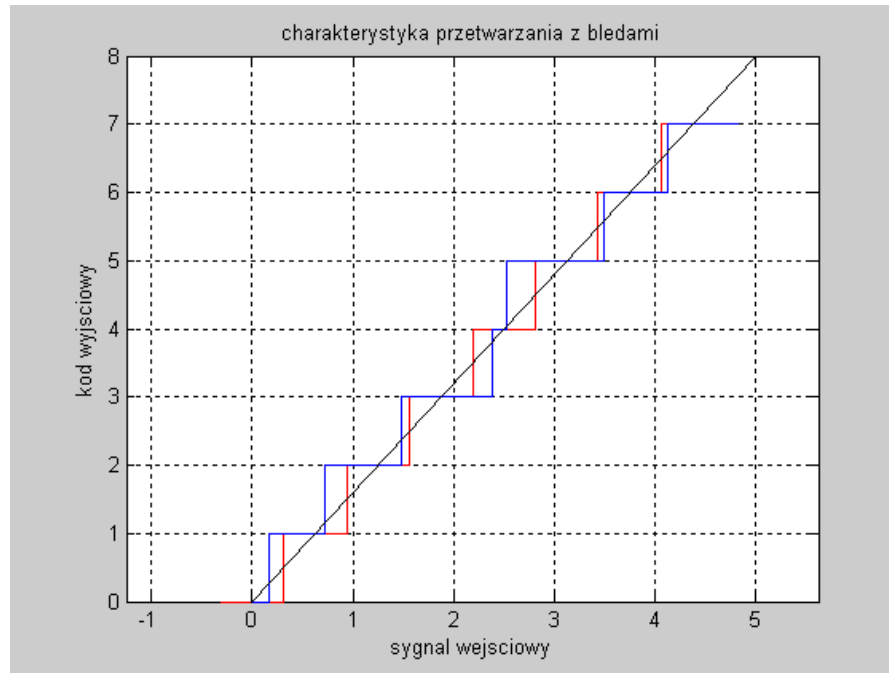
Błędy statyczne przejawiają się odchyleniami rzeczywistej charakterystyki przetwarzania od charakterystyki idealnej.

- błąd przesunięcia (offset)
- błąd wzmocnienia (gain) – wszystkie przedziały kwantowania nieco różnią się od przedziału idealnego
- błąd pełnej skali (offset + gain)

te błędy mogą być skorygowane !



# Błędy przetwarzania 2



## Błędy nieliniowości:

- różniczkowej DNL
- całkowej INL

Różnica napięć wejściowych dla kolejnych dwóch stanów powinna zawsze wynosić 1 LSB. Błąd nieliniowości różniczkowej jest różnicą między idealną wartością, a wartością rzeczywistą dla kolejnych kodów. Jeżeli zmiana stanu przetwornika nastąpiła przy zmianie napięcia wejściowego o wartość większą niż 2 LSB to wystąpił efekt gubienia kodów.

Błąd nieliniowości całkowej jest odchyleniem rzeczywistej charakterystyki przejściowej (środki przedziałów kwantowania) od charakterystyki idealnej. Różnica jest odnoszona do pełnego zakresu przetwarzania i wówczas INL jest określany jako błąd względny przetwornika.

Można zamiast charakterystyki idealnej wyznaczać błąd INL względem prostej najlepszego dopasowania (liniowa aproksymacja środków przedziałów charakterystyki rzeczywistej).

Błędy DNL i INL powinny być wyznaczane po skorygowaniu charakterystyki przejściowej (tzn. wyeliminowaniu błędów przesunięcia zera i błędu wzmocnienia).

# Właściwości przetworników a/c

zakres dynamiczny  $\left. \frac{U_{FS}}{q} \right|_{dB} = 20 \log 2^n = 6.02n \quad (1)$

stosunek sygnału do szumu (max)  $SNR_{dB} = 6.02 * n + 1.76 \quad (2)$

$$RMS(signal) = \frac{q * 2^n}{2\sqrt{2}} \quad (3)$$

$$RMS(szum) = \frac{q}{\sqrt{12}} \quad (4)$$

wartość skuteczna szumu kwantyzacji  
(przebieg piłokształtny – patrz rysunek na  
slajdzie 14 )

efektywna liczba bitów

$$ENOB = \frac{SNR - 1.76}{6.02} \quad (5)$$

dynamiczny zakres przetwornika wzrasta o 6dB na 1 bit

SNR – stosunek wartości skutecznej sygnału (RMS) do wartości skutecznej szumu wyrażony w decybelach (z pominięciem zniekształceń harmonicznych i składowej stałej)

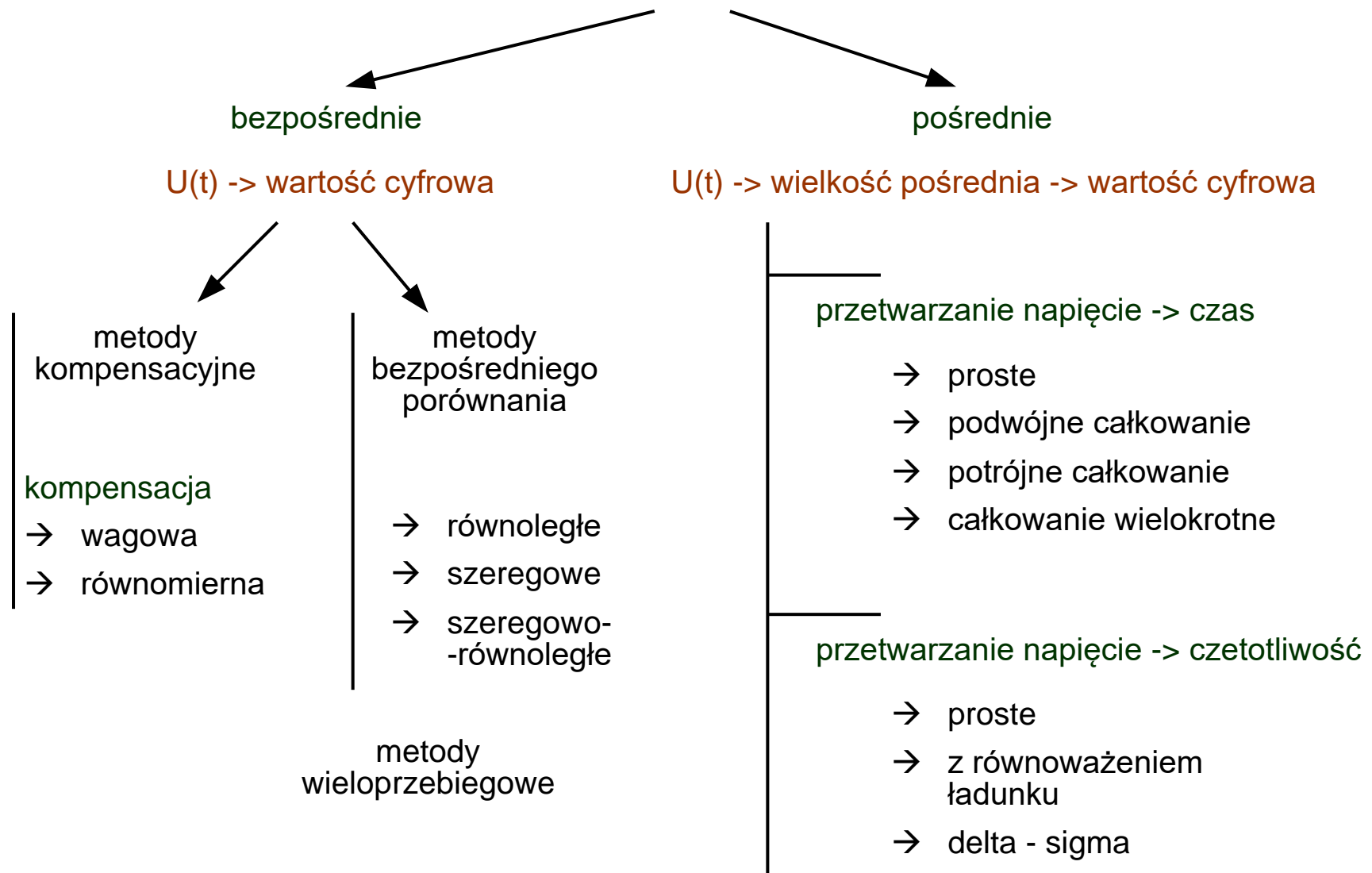
Maksymalną wartość SNR jest wtedy, gdy jedynym szumem jest szum kwantyzacji (wzór 2)

Stosowane jest również określenie SINAD (S/[N+D]) – stosunek sygnału do szumu i zniekształceń (z pominięciem składowej stałej).

Ze wzoru na SNR można wyznaczyć efektywną liczbę bitów (wzór 5) – to jest ważne spostrzeżenie, bo jeżeli uda się ograniczyć szumy (zwiększyć SNR) to przetwornik będzie miał większą rozdzielczość niż wynika z rzeczywistej liczby bitów.

# Metody przetwarzania

## Metody przetwarzania a/c



## Metody przetwarzania - opis

*Spośród metod klasyfikacji przetworników-analogowo cyfrowych jedną z częściej stosowanych jest klasyfikacja według kryterium zasady działania. Na rysunku przedstawiono schemat ilustrujący taką klasyfikację. Podstawowy podział dotyczy przetwarzania sygnału wejściowego bezpośrednio na kod cyfrowy lub na wielkość pośrednią (częstotliwość lub czas). We wprowadzeniu zwrócono uwagę na rozróżnienie przetworników w zależności od tego czy wyjściowy kod cyfrowy jest proporcjonalny do wartości chwilowej czy średniej napięcia wejściowego. W metodach bezpośrednich jest przetwarzana wartość chwilowa napięcia natomiast w większości metod pośrednich - wartość średnia. W kontekście metrologii i techniki pomiarowej podstawowe znaczenie mają: metody integracyjne, bezpośredniego porównania równoległego, metody wieloprzebiegowe (potokowe), metoda kompensacji wagowej.*

*W metodach integracyjnych charakterystyczną cechą jest występowanie procesu całkowania napięcia przetwarzanego przez ładowanie lub rozładowanie kondensatora w układzie RC. Proces całkowania jest realizowany na pewnym odcinku czasu (przedział integracji), a sygnał wyjściowy jest proporcjonalny do wartości średniej napięcia wyjściowego w okresie całkowania. Uśrednianie napięcia jest jedną z podstawowych zalet tej metody ze względu na możliwość skutecznej eliminacji (przez uśrednianie) zakłóceń nakładających się na przetwarzany sygnał. Drugą ważną cechą jest rozdzielczość i dokładność przetwarzania szczególnie przy stosowaniu całkowania wielokrotnego. Metody integracyjne są powszechnie stosowane w multimetrach cyfrowych (od prostych multimetrów przenośnych do precyzyjnych multimetrów laboratoryjnych), w których dokładność przetwarzania jest ważniejsza od szybkości rejestracji sygnałów. Do metod integracyjnych nie należy metoda czasowa prosta. W tej metodzie jest całkowane napięcie odniesienia, a nie napięcie przetwarzane zatem jest to metoda przetwarzania wartości chwilowej sygnału wejściowego.*

*Metoda bezpośredniego porównania równoległego jest metodą najszybszą spośród metod przetwarzania a/c. Znajduje zastosowanie przede wszystkim w oscyloskopach cyfrowych oraz analizatorach sygnałów i analizatorach widma. Metoda ta wymaga stosowania odpowiedniej ilości układów porównujących równej ilości stanów przetwornika ( $2^n$  dla przetwornika  $n$ -bitowego). Zatem uzyskanie dużej rozdzielczości powoduje znaczą rozbudowę układu.*

*Istotna modyfikacja metody bezpośredniego porównania równoległego polegająca na podziale procesu przetwarzania na dwa lub więcej etapów doprowadziła do powstania metod wieloprzebiegowych. Metody te można również określić nazwą szeregowo-równoległe. Idea przetwarzania polega na tym, że na każdym etapie są przetwarzane (np. metodą równoległą) bity o różnych wagach. Ostateczny wynik przetwarzania powstaje przez sumowanie wyników częściowych. Czas przetwarzania jest zatem dłuższy niż w metodzie bezpośredniego porównania równoległego, ale uzyskuje się znaczny wzrost rozdzielczości. Metody wieloprzebiegowe są stosowane w analizatorach sygnałów.*

*Metoda kompensacji wagowej (SAR) jest podstawową metodą przetwarzania a/c w mikrokontrolerach oraz w układach i systemach pomiarowych. Większość uniwersalnych kart zbierania danych jest wyposażona w kompensacyjne przetworniki a/c. Powszechność stosowania układów z kompensacją wagową wynika z relatywnie prostej konstrukcji tych przetworników w postaci monolitycznej. Cechą charakterystyczną metod kompensacyjnych jest występowanie w ich strukturze przetwornika c/a wytwarzającego napięcie porównywane z napięciem przetwarzanym.*

*(Metody przetwarzania w odniesieniu do konkretnych układów pomiarowych są omawiane w module 2 i 3.)*

# Sygnał w dziedzinie czasu

*W praktyce, wykonując pomiary, bardzo często mamy do czynienia z sygnałami, a celem badań jest wyznaczenie konkretnych parametrów sygnałów.*

sygnał zdeterminowany

*opis i analiza*

metody analityczne

sygnał losowy



metody probabilistyczne

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi_0), \quad -\infty < t < \infty \quad (1)$$

$A$  – amplituda

$\omega_0$  – pulsacja podstawowa

$\phi_0$  – faza

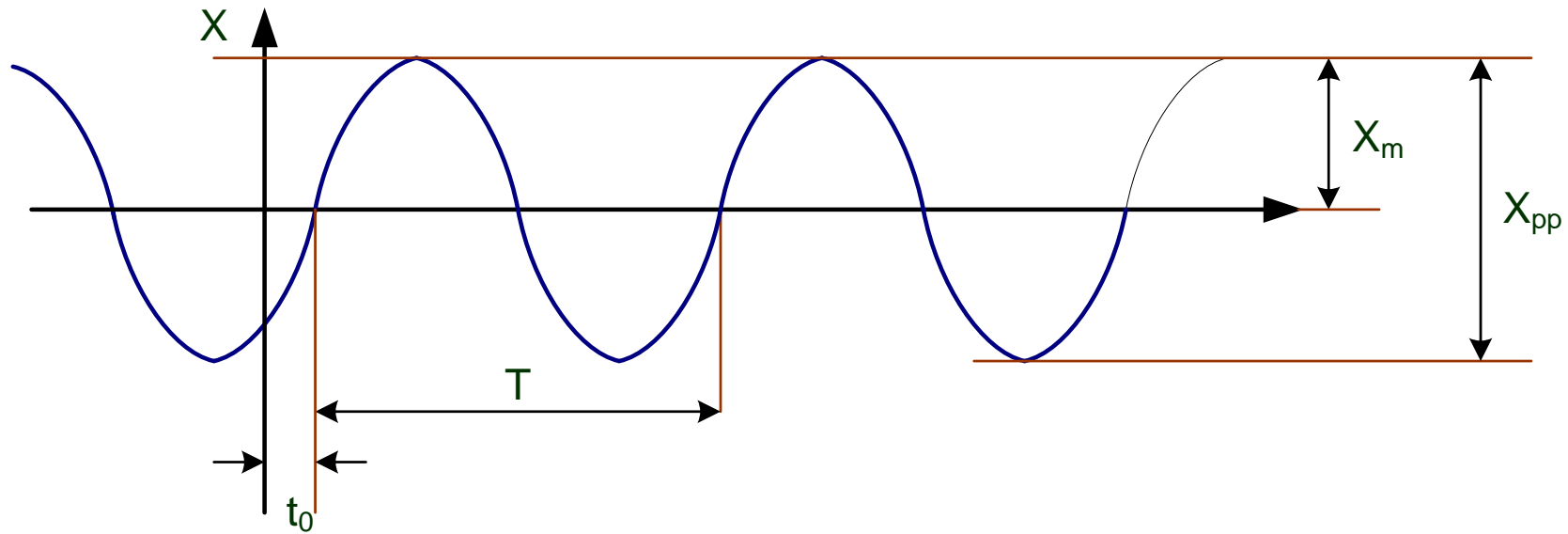
$$x(t) = x(t + mT), \quad -\infty < t < \infty \quad (2)$$

$m$  – liczba naturalna

$T$  – okres

*Podstawowe znaczenie ma sygnał harmoniczny (1). Znaczenie tego sygnału przejawia się w tym, że jest to sygnał, jaki występuje w sieci energetycznej, z której zasilane są urządzenia techniczne. Zauważmy, że różnego typu zjawiska i procesy mogą powodować zmiany parametrów sygnału, powodując, że parametry stają się nośnikami informacji. Ponadto sygnały harmoniczne (sinus i cosinus) stanowią jedną z baz sygnałów ortogonalnych umożliwiając analizę sygnałów złożonych (rozłożenie na elementy składowe). Szczególne znaczenie ma okresowość sygnałów (2) oznaczająca powtarzalność wartości parametrów z interwałem czasowym (okresem).*

# Parametry amplitudowe sygnału w dziedzinie czasu



$X_m$  – amplituda

$X_{pp}$  – wartość międzyszczytowa

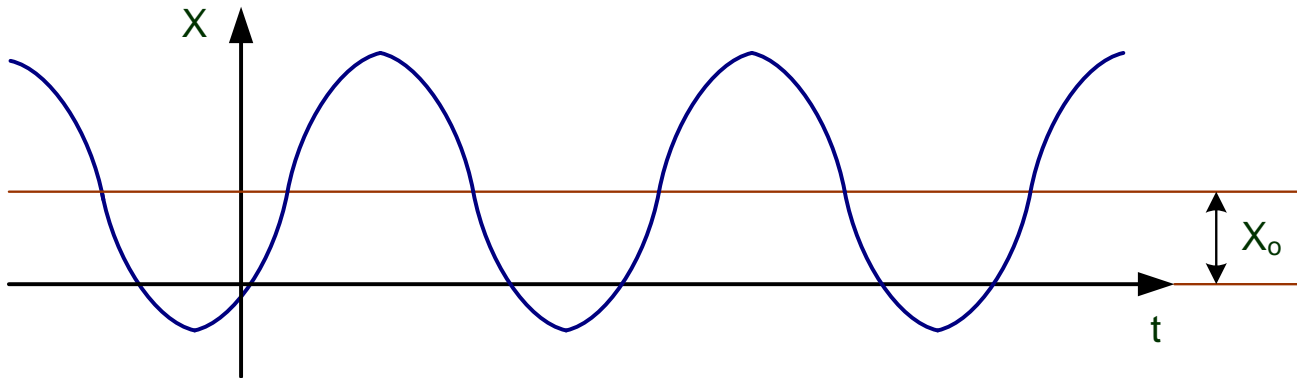
$t_0$  – czas początkowy związany z fazą początkową

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{T} t_0$$

Przebieg sygnału opisanego zależnością (1) [slajd 21] pokazano na rysunku. Zauważmy, że wartości minimalna i maksymalna sygnału są równe, co do wartości bezwzględnych, i zgodne z amplitudą sygnału.

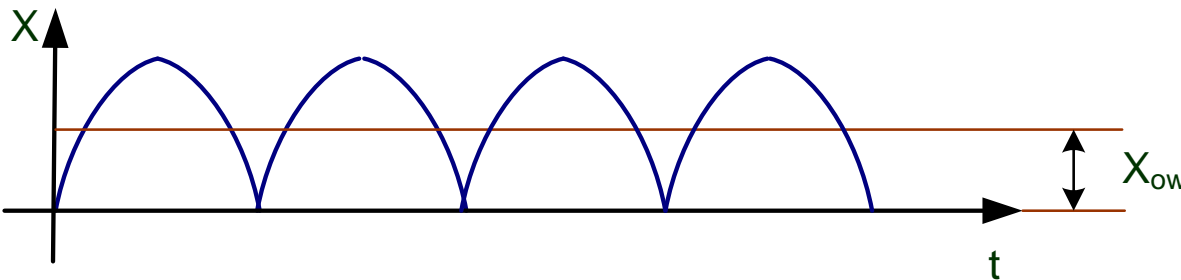
# Sygnał przemienny ze składową stałą

$$x(t) = X_o + X_m \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$



składowa stała = wartość średnia sygnału za okres

$$X_o = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt \quad (2)$$

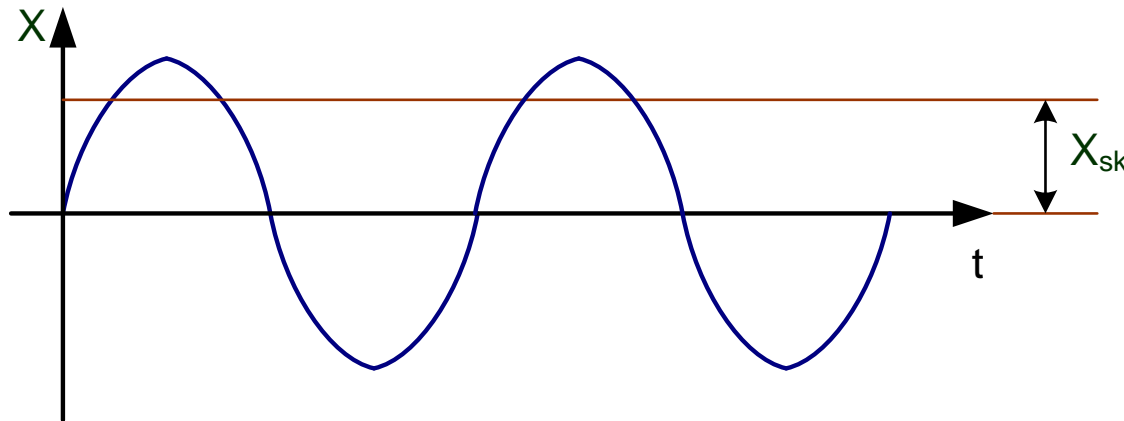


wartość średnia (za okres) sygnału wyprostowanego

$$X_{ow} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)| dt \quad (3)$$

*W rzeczywistości tak być nie musi i wartości minimalna i maksymalna mogą być różne. Wówczas mówimy, że sygnał ma składową stałą; przy czym określenie amplituda nadal jednoznacznie definiuje największą, co do wartości bezwzględnej wartość sygnału bez składowej stałej. Oczywiście dla sygnału opisanego zależnością (1)[slajd 21] wartość stała jest równa 0. Z powodów praktycznych definiuje się również pojęcie wartości średniej sygnału wyprostowanego (3), która jest różna od 0.*

# Wartość skuteczna sygnału



wartość skuteczna przebiegu przemiennego

$$X_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt} \quad (1) \quad !$$

wartość skuteczna przebiegu zmiennego  
(ze składową stałą)

$$X_{sk(AC+DC)} = \sqrt{X_0^2 + X_{sk}^2} \quad (2)$$

współczynnik szczytu  $\frac{X_m}{X_{sk}} \quad (3)$

Najważniejszym parametrem sygnału przemiennego jest jednak jego wartość skuteczna. Opisowo można wyjaśnić, że wartość skuteczna sygnału przemiennego jest równa wartości sygnału stałego, który powoduje takie same skutki energetyczne jak sygnał przemieniczny. Zatem wartość skuteczna jest „miarą mocy” sygnału, stąd jej podstawowe znaczenie. Wszystkie przyrządy pomiarowe przy włączonej funkcji pomiaru parametrów sygnału zmiennego pokazują właśnie wartość skuteczną. Problem interpretacji wskazań przyrządów pomiarowych jest bardzo istotny, chodzi przecież o odpowiedź na pytanie – co mierzy przyrząd ?. Kontrowersje wzbudza tak prozaiczny problem jak wartość skuteczna sygnału ze składową stałą. Zależność (2) opisuje tę wartość jako złożenie dwóch wartości: składowej stałej i wartości skutecznej składowej przemiennej. Z kolejnej zależności (3) wyraża stosunek amplitudy do wartości skutecznej i jest ważnym parametrem określającym „strzelistość” (ostrość sygnału). Z reguły przetworniki mają ograniczoną możliwość przetwarzania sygnałów w postaci wąskich impulsów, których współczynnik szczytu jest duży (np. większy od 10).



# Analiza wartości skutecznej

Wartość skuteczna sygnału może być wyznaczona z zależności (5). Uzasadnieniem tego wzoru jest równoważność energetyczna sygnału przemiennego i stałego. Moc chwilowa jest opisana wzorem (1) jako iloczyn chwilowych wartości prądu i napięcia. Moc czynna (2) jest wartością średnią mocy chwilowej za okres. Z równania (4) wyrażającego moc wydzieloną na rezystancji  $R$  przy przepływie prądu zmiennego i stałego wynika właśnie zależność (5).

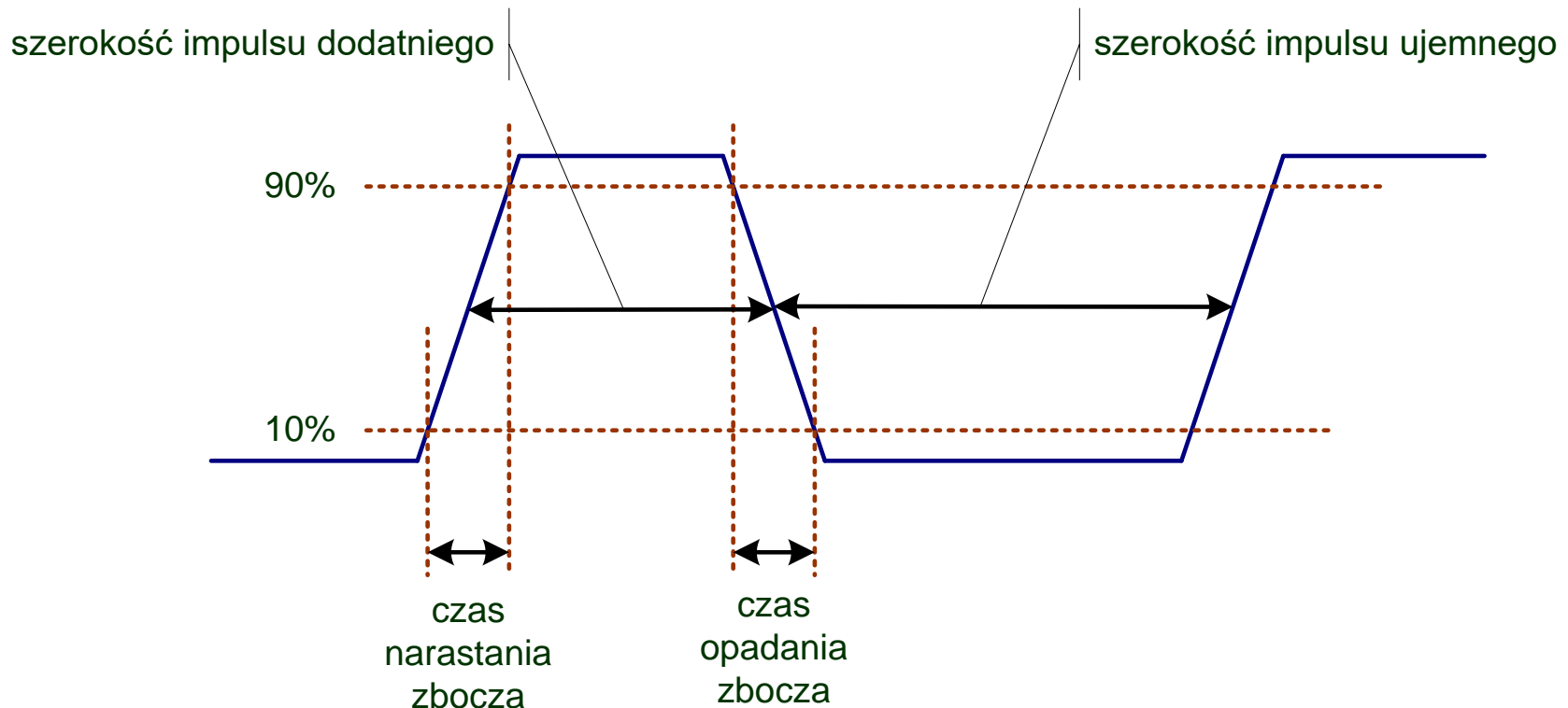
**moc chwilowa**  $p = u(t) \cdot i(t) \quad (1)$

**moc czynna**  $P = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p \, dt \quad (2)$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} \quad (3)$$
$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} \frac{u^2(t)}{R} \, dt = \frac{U^2}{R} \quad (4)$$

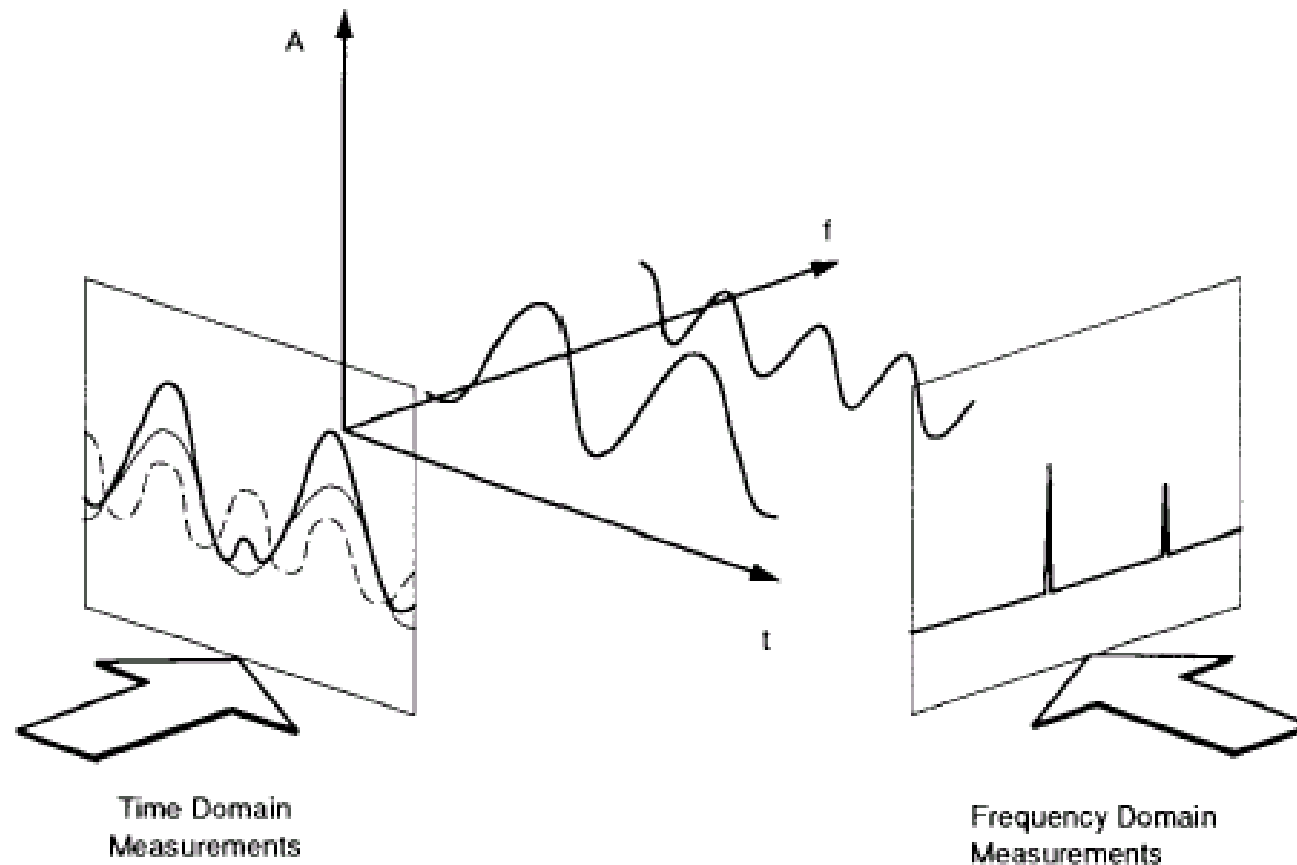
**wartość skuteczna**  $U = U_{sk} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_t^{t+T} u^2(t) \, dt} \quad (5)$

# Parametry czasowe sygnału impulsowego



Dla sygnału harmonicznego o kształcie sinusoidalnym podstawowym parametrem czasowym jest okres i jego odwrotność, czyli częstotliwość. W przypadku przebiegów o charakterze impulsowym istotne znaczenie mają parametry takie jak: czasy trwania dodatniej lub ujemnej części impulsu czy czasy narastania i opadania zboczy. Oczywiście wielkości takie mogą być badane również dla sygnałów sinusoidalnych, ale ich znaczenie jest większe dla sygnałów impulsowych. W szczególności ważnym parametrem może być stosunek czasu trwania wysokiego poziomu sygnału do okresu nazywany współczynnikiem wypełnienia. Pomiary parametrów czasowych sygnałów mają o tyle znaczenie, że mogą być wykonywane z dużą dokładnością, znacznie większą niż parametry amplitudowe.

# Dziedzina czasu → dziedzina częstotliwości

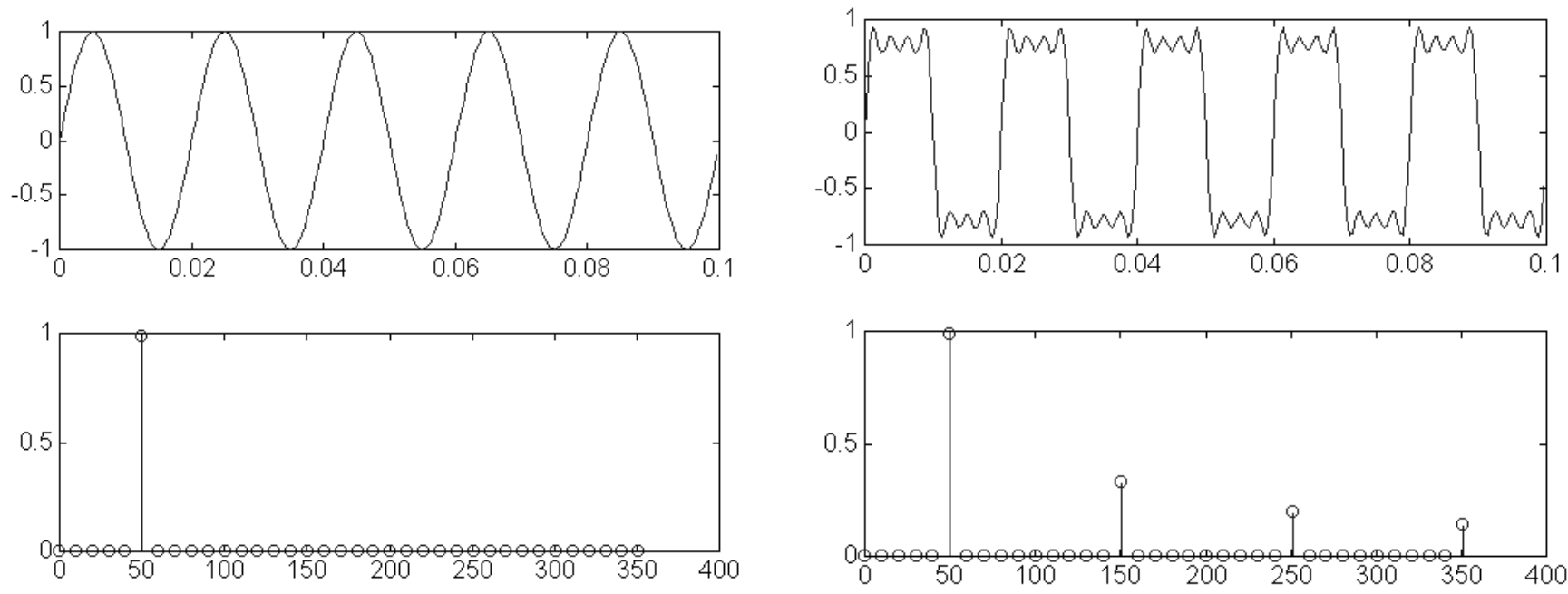


Alternatywnie w stosunku do dziedziny czasu, sygnały można przedstawiać w dziedzinie częstotliwości. Na rysunku przedstawiono poglądowo obraz sygnału w dziedzinie czasu i częstotliwości. W dziedzinie częstotliwości stanowią go prążki o wysokości odpowiadającej wartości amplitud poszczególnych harmoniczných.

Signal in the time and frequency domain

$$x(t) = \sin(\omega_0 t)$$

$$x_7(t) = \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 t) + \frac{1}{7} \sin(7\omega_0 t)$$

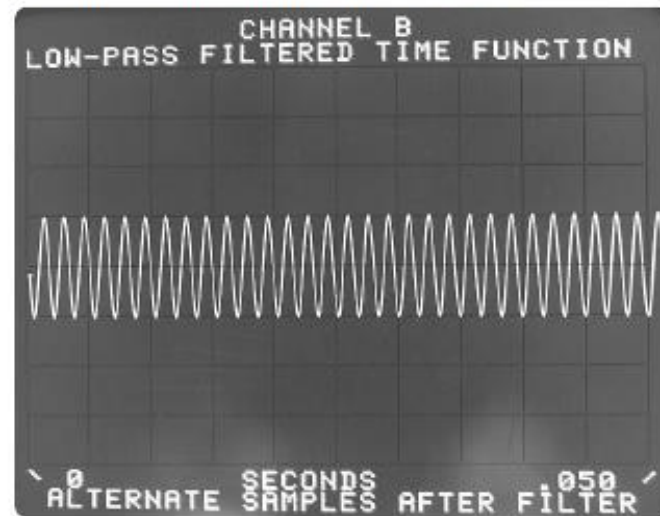


Zatem sygnał sinusoidalny o częstotliwości 50 Hz (okresie 20 ms) będzie w dziedzinie częstotliwości reprezentowany przez pojedynczy prążek usytuowany na osi poziomej w punkcie odpowiadającym 50 Hz.

Zauważmy, że jeżeli zaczniemy dodawać kolejne sinusoidy o częstotliwościach stanowiących nieparzyste wielokrotności częstotliwości podstawowej i malejących amplitudach zgodnie z numerem harmonicznej, to w dziedzinie czasu przebieg będzie się „zbliżał” kształtem do przebiegu prostokątnego.

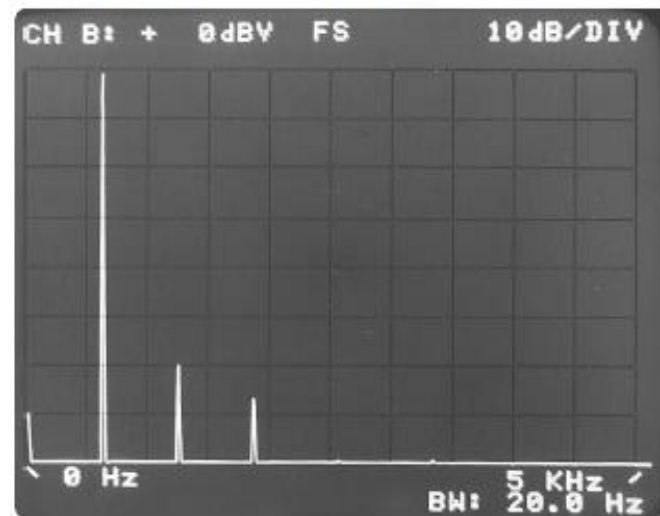
# Obraz sygnału w dziedzinie czasu i częstotliwości

a) Time Domain - small signal not visible



Na rysunku pokazano rzeczywisty obraz sygnału sinusoidalnego w dziedzinie czasu. Praktycznie trudno ocenić czy jest to sygnał „czysto” sinusoidalny. Obserwując jednak ten sam sygnał w dziedzinie częstotliwości widać, że zawiera on oprócz składowej podstawowej także dodatkowe harmoniczne.

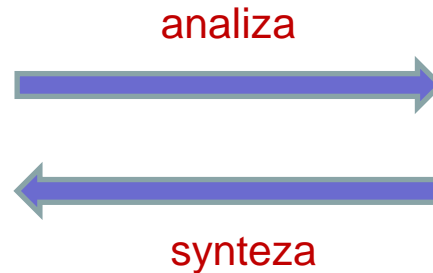
b) Frequency Domain - small signal easily resolved



# Przekształcenie Fouriera

## przekształcenie Fouriera

sygnał ciągły w  
dziedzinie czasu  
(nieokresowy)



widmo ciągłe w  
dziedzinie  
częstotliwości

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

Związek między dziedziną czasu a dziedziną częstotliwości jest matematycznie opisany przez przekształcenie Fouriera. Zależności pokazane na slajdzie stanowią tzw. parę transformat Fouriera. Zależność  $X(\omega)$  reprezentuje prostą transformatę, a  $x(t)$  transformatę odwrotną.

Przejście z dziedziny czasu do dziedziny częstotliwości jest określone jako analiza sygnału, a z dziedziny częstotliwości do dziedziny czasu jako synteza sygnału. Zauważmy, że przekształcenie Fouriera dotyczy sygnałów ciągłych w obu dziedzinach.

## Szereg Fouriera

szereg  
Fouriera

sygnał **ciągły** w  
dziedzinie czasu  
(okresowy)

analiza



synteza

widmo **dyskretne** w  
dziedzinie  
częstotliwości

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)]$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\omega_0 t} \quad c_k = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt$$

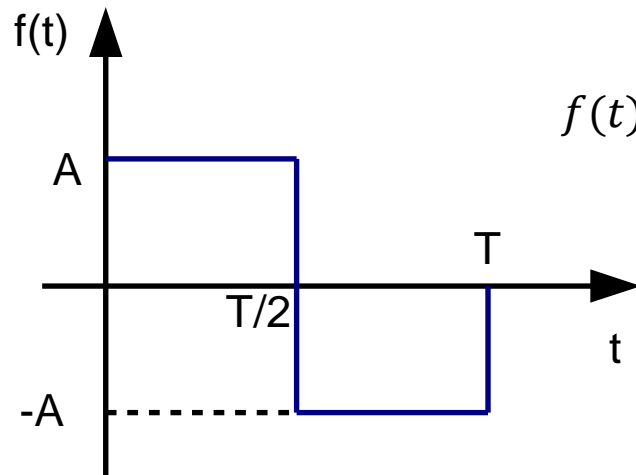
$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) dt$$

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$$

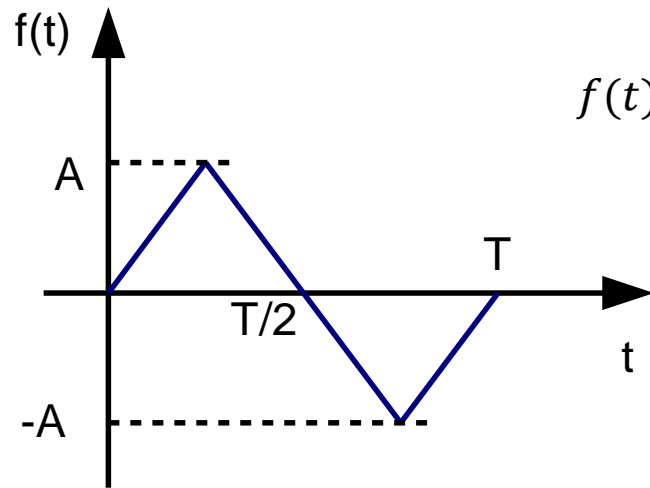
$$b_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$$

Pewnym szczególnym przypadkiem jest sytuacja kiedy analizowany sygnał jest sygnałem okresowym (aczkolwiek w praktyce bardzo często mamy do czynienia z takimi właśnie sygnałami). Wówczas zamiast przekształcenia Fouriera możemy do analizy sygnału użyć szeregu Fouriera. O ile w dziedzinie czasu sygnał jest nadal ciągły, o tyle w dziedzinie częstotliwości sygnał (widmo sygnału) ma już charakter dyskretny tzn. jest określony w tylko w pewnych punktach na osi częstotliwości.

# Przykład 1 – szeregi Fouriera



$$f(t) = \frac{4A}{\pi} \left[ \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5} \sin(5\omega_0 t) + \dots \right]$$

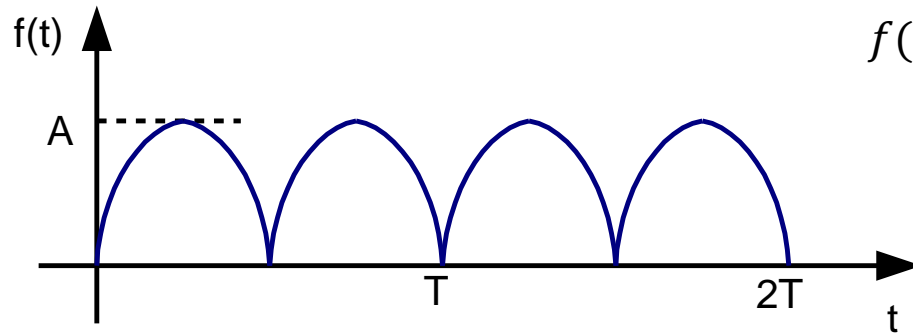


$$f(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[ \sin(\omega_0 t) - \frac{1}{3^2} \sin(3\omega_0 t) + \frac{1}{5^2} \sin(5\omega_0 t) + \dots \right]$$

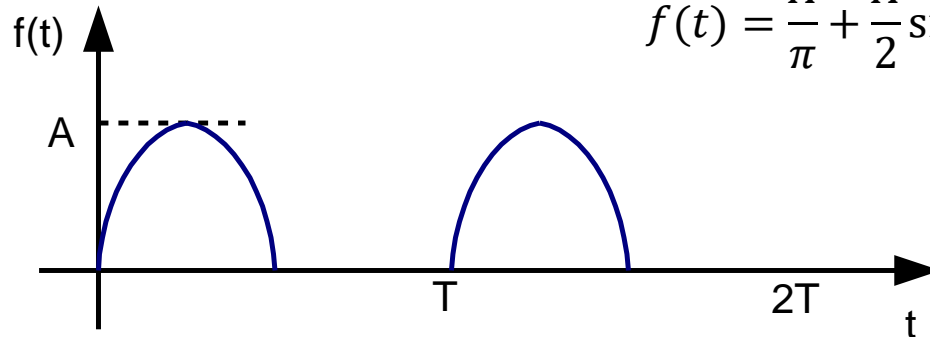
Na slajdzie pokazano przykłady rozwinięcia w szereg Fouriera przebiegów o kształcie prostokątnym i trójkątnym. Jak widać oba sygnały zawierają harmoniczne będące nieparzystymi wielokrotnościami harmonicznej podstawowej. Inne spostrzeżenie jest takie, że amplituda pierwszej harmonicznej dla przebiegu prostokątnego jest większa od amplitudy sygnału (czynnik  $4/\pi > 1$ ), ale dla sygnału trójkątnego jest odwrotnie (czynnik  $8/\pi^2 < 1$ ).



## Przykład 2 – szeregi Fouriera



$$f(t) = \frac{2A}{\pi} - \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \cos 2n\omega_0 t$$



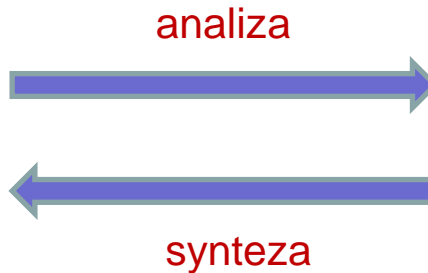
$$f(t) = \frac{A}{\pi} + \frac{A}{2} \sin \omega_0 t - \frac{2A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} \cos 2n\omega_0 t$$

Podobnie, na slajdzie pokazano przykłady rozwinięcia w szereg Fouriera przebiegów sinusoidalnych prostowanych dwu- i jedno-połówkowo. W rozwinięciu w szereg widać składową stałą.

## Dyskretne w czasie przekształcenie Fouriera - DTFT

przekształcenie  
Fouriera

sygnał **dyskretny** w  
dziedzinie czasu  
(nieokresowy)



widmo **ciągłe** w  
dziedzinie  
częstotliwości  
**(okresowe)**

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\theta) e^{jn\theta} d\theta$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-jn\theta}$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

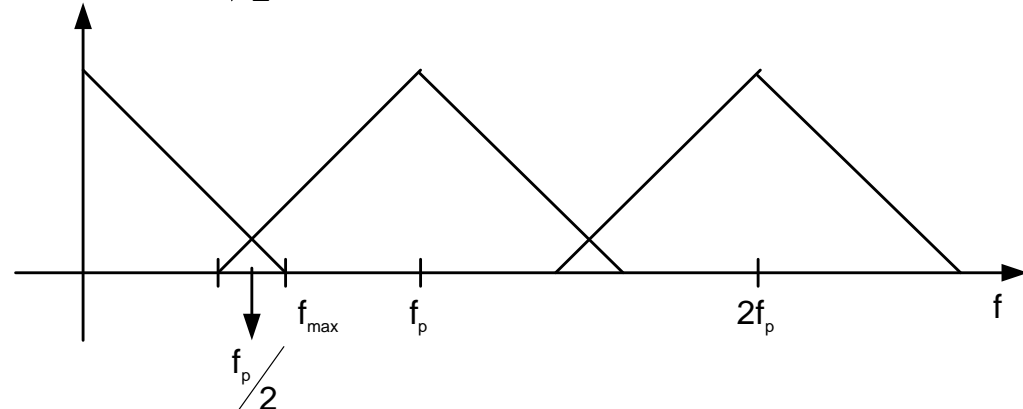
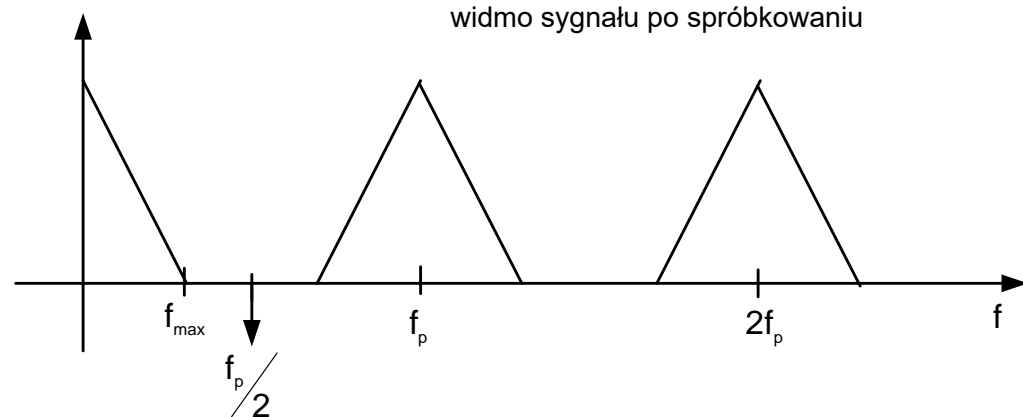
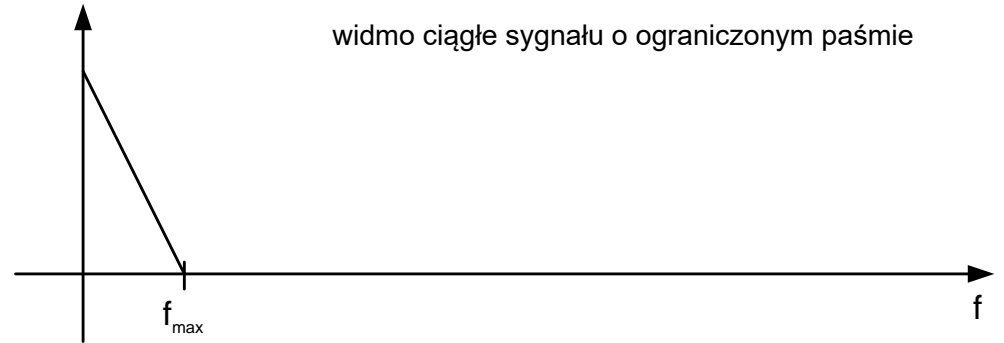
$$\theta = \omega T_p = \omega / f_p = 2\pi f / f_p.$$

*Rozważmy teraz przypadek bardzo ważny – sygnału nieokresowego poddanego próbkowaniu. Sygnał w dziedzinie czasu jest reprezentowany tylko w pewnych chwilach czasowych, ale jego widmo, uzyskane w wyniku przekształcenia Fouriera, ma charakter ciągły i do tego okresowy. Zatem okresowość w dziedzinie częstotliwości jest konsekwencją próbkowania sygnału. Co więcej okresem widma jest częstotliwość próbkowania.*

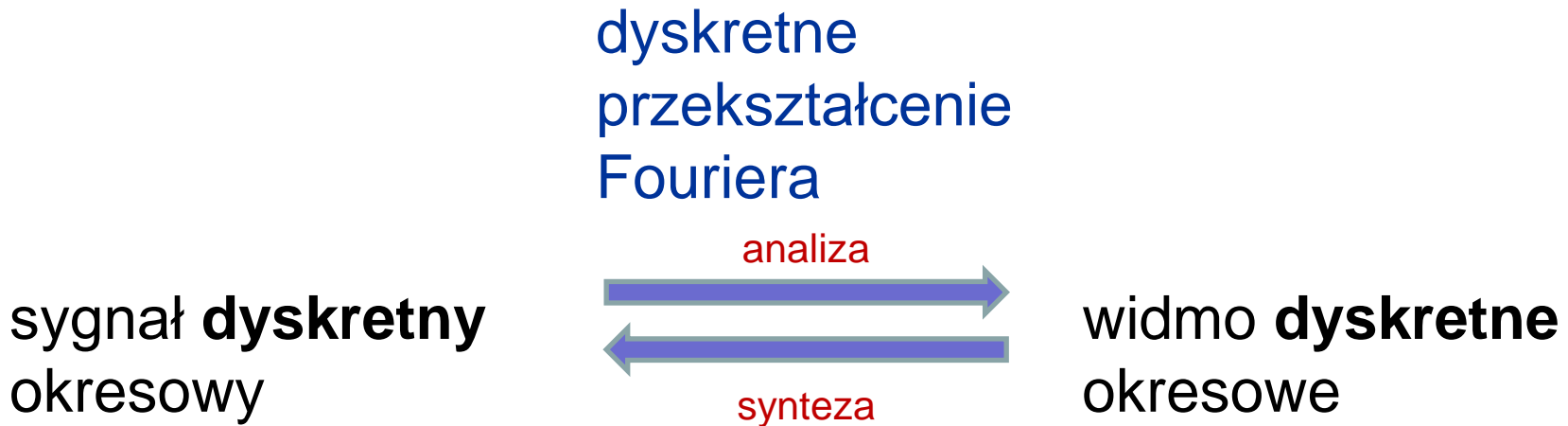
# Aliasing

Na slajdzie pokazano widmo przebiegu ciągłego o ograniczonym paśmie, widmo przebiegu po próbkowaniu z częstotliwością  $f > 2f_{\max}$ , gdzie  $f_{\max}$  jest najwyższą częstotliwością występującą w sygnale oraz widmo sygnału próbkowanego z częstotliwością  $f < 2f_{\max}$ . Jak widać na dolnym rysunku widma „nachodzą” na siebie (nakładają się) i powstaje tzw. aliasing, który jest zjawiskiem niepożądanym.

Wartość częstotliwości próbkowania musi być dwukrotnie większa od wartości maksymalnej częstotliwości zawartej w widmie tego sygnału



# Dyskretne przekształcenie Fouriera - DFT



**FFT**

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n) W_N^{2nk} + W_N^k \sum_{n=0}^{N/2-1} x(2n+1) W_N^{2nk}$$

$$W_N = e^{-j2\pi/N}$$

Wszystkie rozważane dotychczas przypadki charakteryzowały się ciągłością sygnału w dziedzinie czasu lub częstotliwości. Do obliczeń numerycznych niezbędna jest jednak postać cyfrowa sygnałów (tzn. zdyskretyzowana w czasie i amplitudzie). Matematycznym narzędziem umożliwiającym wyznaczanie widma sygnału (jak i samego sygnału na podstawie znajomości jego widma) jest dyskretne przekształcenie Fouriera. Zauważmy, że założenie o okresowości sygnału może być zawsze spełnione z uwagi na skończony czas rejestracji próbek sygnału (czas akwizycji) – zawsze możemy przyjąć, że zebrane do bufora próbki sygnału stanowią jeden okres badanego sygnału. Obliczenia wykonywane bezpośrednio przy wykorzystaniu dyskretnego przekształcenia Fouriera są dosyć skomplikowane (wymagają realizacji mnożeń i dodawań zespolonych) i w praktyce do wyznaczania widma stosuje się algorytm Szybkiej Transformaty Fouriera (FFT). Algorytm FFT znacząco redukuje nakłady obliczeniowe i jest standardowo stosowany we wszystkich współczesnych przyrządach do analizy sygnałów.

# Parametry sygnału w dziedzinie częstotliwości

## amplitudy i częstotliwości harmonicznyc

współczynnik kształtu

$$\frac{X_{sk}}{X_{av}} \tag{1}$$

współczynnik szczytu

$$\frac{X_m}{X_{sk}} \tag{2}$$

współczynnik zniekształceń  
nieliniowych

THD

$$\sqrt{\frac{X_{2m}^2 + X_{3m}^2 + X_{4m}^2 \dots}{X_{1m}^2 + X_{2m}^2 + X_{3m}^2 + X_{4m}^2 \dots}} \tag{3}$$
$$\sqrt{\frac{X_{2m}^2 + X_{3m}^2 + X_{4m}^2 \dots}{X_{1m}^2}} \tag{4}$$

Oczywistymi parametrami sygnału w dziedzinie częstotliwości będą zatem amplitudy i wartości częstotliwości harmonicznyc. Mniej oczywiste są współczynniki określające kształt sygnału – relacje między podstawowymi parametrami sygnału przemienneo: wartością średnią, skuteczną i amplitudą. Współczynniki można wyznaczyć dla sygnałów o ściśle określonych kształtach (opisanych analitycznie wzorami), ale analizując sygnał rzeczywisty powinniśmy mieć miarę odkształcenia sygnału od przebiegu sinusoidalnego. Taką miarą jest współczynnik zawartości wyższych harmonicznyc THD, który określa jaka jest relacja pomiędzy wartością średniokwadratową wyższych harmonicznyc w stosunku do podstawowej (4). Analogiczną i bardziej użyteczną miarą może być określenie relacji wyższych harmonicznyc do całego sygnału (3).

# Pomiary względne

$$A[dB] = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$$

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1}$$

$$\text{przy } R_1 = R_2 \quad A[dB] = 10 \log \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2 \quad A[dB] = 20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$P_1 = P_{REF} = 1mW \quad A[dBm] = 10 \log \frac{P}{P_{REF}} \quad A[dBm] = 10 \log \frac{V^2/R}{P_{REF}}$$

$$A[dBm] = 20 \log \frac{V}{V_{REF}} \quad V_{REF} = \sqrt{P_{REF} \times R}$$

$$A[dB] = 20 \log \frac{V_2}{V_1} = 20 \log \frac{V_2/V_{REF}}{V_1/V_{REF}} = 20 \log \frac{V_2}{V_{REF}} - 20 \log \frac{V_1}{V_{REF}} = V_2[dBm] - V_1[dBm]$$

$$V_1 = V_{REF} = 1V \quad A[dBV] = 20 \log \frac{V}{V_{REF}}$$

**Pomiary względne** umożliwiają wyznaczenie stosunku dwóch wielkości. Zazwyczaj wynik pomiaru jest podawany w decybelach (**dB** lub **dBm**). Decybele mogą być są stosowane do określania poziomu mocy zarówno akustycznej jak i elektrycznej. Jeżeli moc wydziela się na dwóch identycznych opornikach to decybele określają poziomy napięć. Cechą charakterystyczną miary decybelowej w przyrządach pomiarowych jest występowanie określonej wielkości odniesienia – wówczas pojawia się jednostka dBm, co oznacza, że wielkością odniesienia jest **moc 1mW** wydzielona na wybranej przez użytkownika rezystancji (standardowo 600Ω).

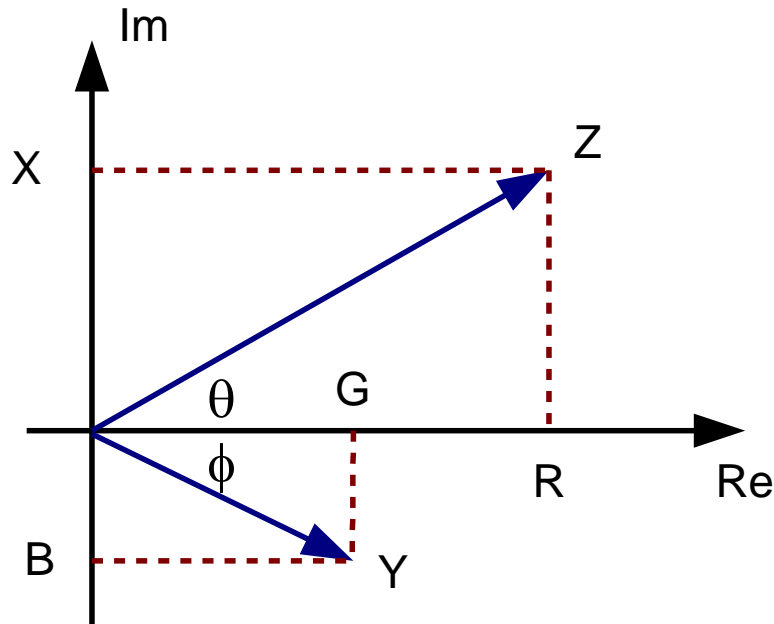
W analizatorach widma wykorzystuje się jednostkę **dBV** (decybelowolt).

# Wielkości charakteryzujące elementy obwodów elektrycznych

Prawo Ohma dla prądu zmiennego:

$$Z = \frac{U}{I}$$

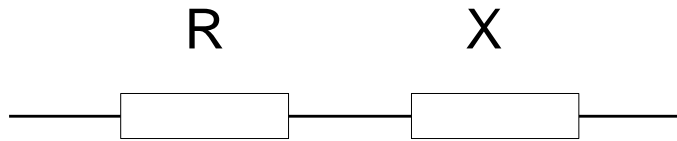
- impedancja
- admitancja
- rezystancja
- reaktancja
- konduktancja
- susceptancja



Impedancja jest podstawową wielkością charakteryzującą właściwości obwodów i elementów elektronicznych i elektrycznych. Prawo Ohma, stanowiące podstawową zależność w elektrotechnice, opisuje związek pomiędzy napięciem, prądem i rezystancją przy prądzie stałym ( $R = U / I$ ). Analogiczna zależność obowiązuje przy prądzie zmiennym, z tym, że wielkości występujące we wzorze są liczbami zespolonymi. Wielkością odwrotną do impedancji jest admitancja ( $Y = I / U$ ). Interpretację geometryczną na płaszczyźnie zespolonej obu wielkości przedstawiono na rysunku. Impedancja i admitancja jako wielkości zespolone mogą być opisane we współrzędnych biegunowych przez amplitudę i fazę oraz we współrzędnych prostokątnych przez sumę składowych rzeczywistych i urojonych.

# Impedancja

Podstawowe zależności i określenia związane z pojęciem impedancji.



$$Z = R + jX = |Z|e^{j\theta}$$

gdzie:

R – rezystancja

X – reaktancja

moduł impedancji

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

kąt fazowy impedancji

$$\theta = \arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

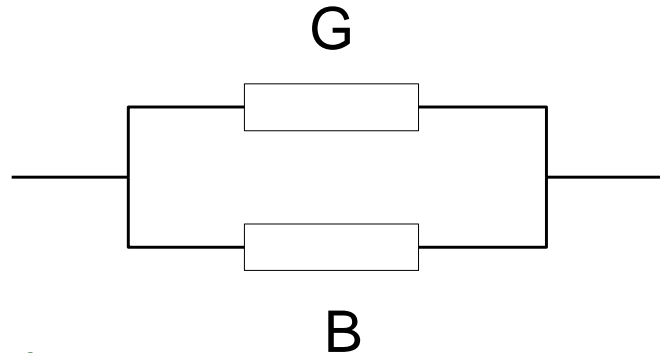
związek z parametrami admitancji

$$R = \frac{G}{G^2 + B^2}, \quad X = -\frac{B}{G^2 + B^2}$$



# Admitancja

Podstawowe zależności i określenia związane z pojęciem admitancji.



$$Y = G + jB = |Y|e^{j\varphi}$$

$$|Y| = \frac{1}{|Z|}, \quad \varphi = -\theta$$

gdzie:

G – konduktancja

B – susceptancja

moduł admitancji

$$|Y| = \sqrt{G^2 + B^2}$$

kąt fazowy admitancji

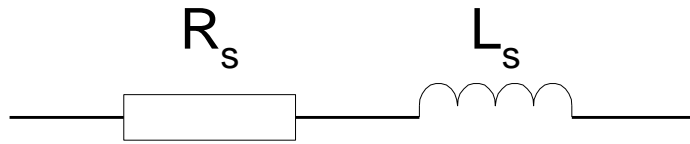
$$\varphi = \arctg \left( \frac{B}{G} \right) = -\arctg \left( \frac{X}{R} \right)$$

związek z parametrami impedancji

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad B = -\frac{X}{R^2 + X^2}$$

# Podstawowe schematy zastępcze indukcyjności

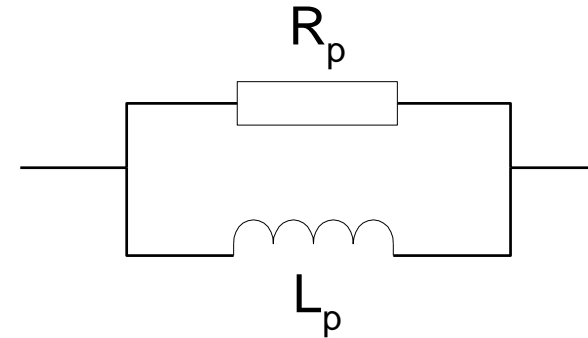
Podstawowe schematy zastępcze cewki indukcyjnej. Standardowo cewkę rozpatruje się przy założeniu szeregowego schematu zastępczego definiując:  $R_s$  (rezystancja szeregową),  $L_s$  (indukcyjność szeregową) i  $Q$  (dobroć).



$$Z = R_s + j\omega L_s = R_s + jX_L$$

$$Q = \frac{X_L}{R_s} = \frac{\omega L_s}{R_s}$$

$$D = \frac{R_s}{X_L} = \frac{R_s}{\omega L_s}$$



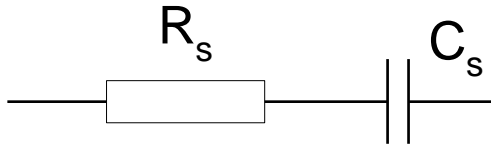
$$Y = G_p - j\frac{1}{\omega L_p} = G_p - jB_L$$

$$Q = \frac{B_L}{G_p} = \frac{R_p}{\omega L_p}$$

$$D = \frac{G_p}{B_L} = \frac{\omega L_p}{R_p}$$

# Podstawowe schematy zastępcze pojemności

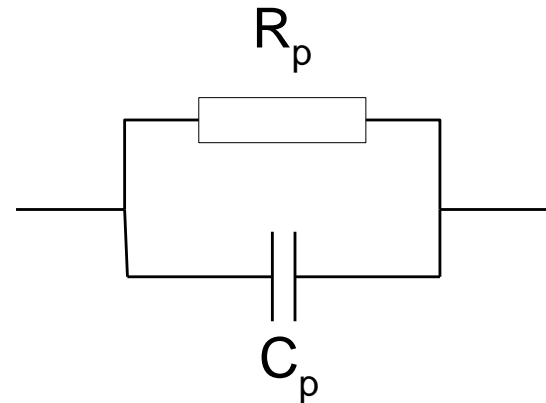
Podstawowe schematy zastępcze kondensatora. Standardowo kondensator rozpatruje się przy założeniu równoległego schematu zastępczego definiując:  $R_p$  (rezystancja równoległa),  $C_p$  (pojemność równoległa) i  $D$  (stratność).



$$Z = R_s - j \frac{1}{\omega C_s} = R_s - jX_C$$

$$D = \frac{R_s}{X_C} = \omega R_s C_s$$

$$Q = \frac{X_C}{R_s} = \frac{1}{\omega R_s C_s}$$



$$Y = G_p + j\omega C_p = G_p + jB_C$$

$$D = \frac{G_p}{B_C} = \frac{1}{\omega R_p C_p}$$

$$Q = \frac{B_C}{G_p} = \omega R_p C_p$$

## Równoważność schematów zastępczych

$$R_s = \frac{1}{1 + Q^2} R_p = \frac{D^2}{1 + D^2} R_p$$

$$R_p = (1 + Q^2) R_s = \left(1 + \frac{1}{D^2}\right) R_s$$

$$L_s = \frac{Q^2}{1 + Q^2} L_p = \frac{1}{1 + D^2} L_p$$

$$L_p = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) L_s = (1 + D^2) L_s$$

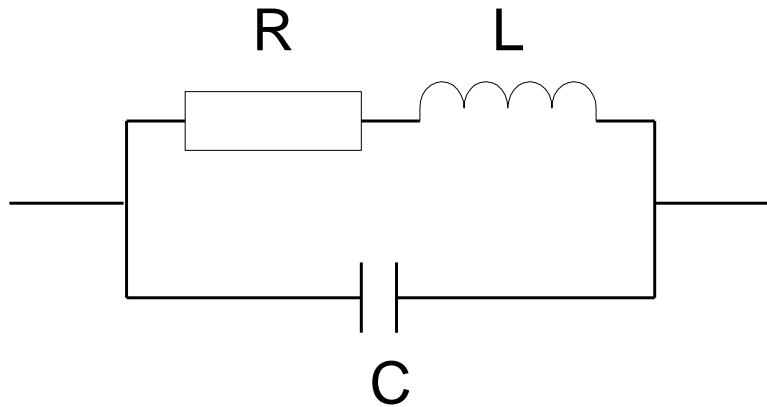
$$C_s = (1 + D^2) C_p = \left(1 + \frac{1}{Q^2}\right) C_p$$

$$C_p = \frac{1}{1 + D^2} C_s = \frac{Q^2}{1 + Q^2} C_s$$

Schematy zastępcze powinny być równoważne.

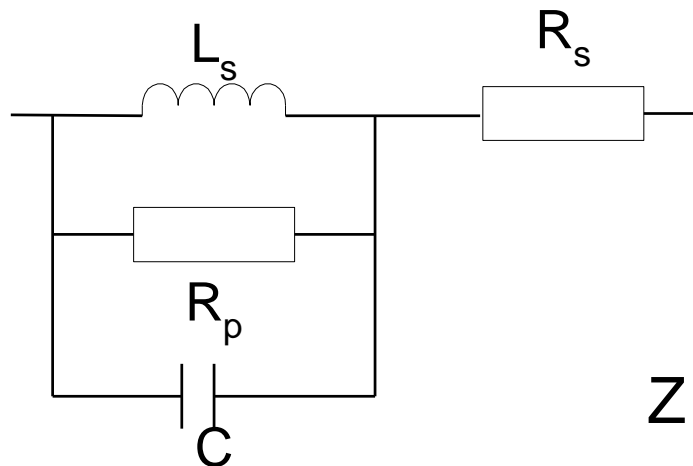
W praktyce wykorzystując przyrząd pomiarowy (np. automatyczny mostek RLC) dobieramy schemat zastępczy w zależności od badanego elementu; tym samym określamy co będzie mierzone. Jednak dobry przyrząd pomiarowy powinien wykonać prawidłowo pomiary niezależnie od tego czy użytkownik prawidłowo dobrał schemat elementu. Obserwując wyniki pomiarów można łatwo zorientować się czy schemat jest właściwy (np. otrzymujemy ujemne wartości parametrów). Uzyskane wyniki powinny dać się przeliczyć na inny schemat zastępczy, zgodnie z zależnościami przedstawionymi na slajdzie.

# Rozbudowane schematy zastępcze

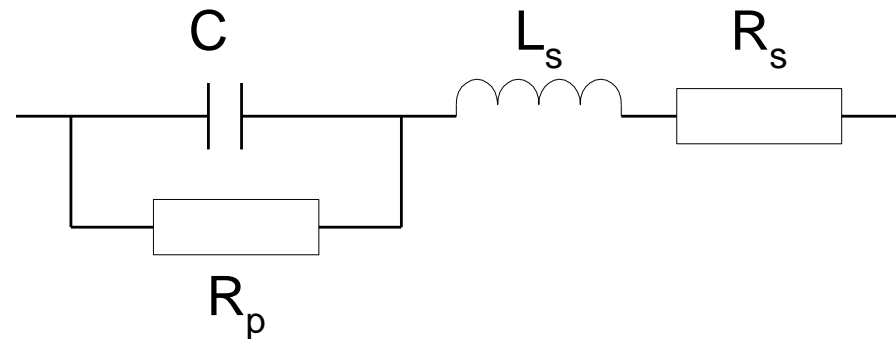


Zależności opisujące schematy zastępcze znacznie się komplikują nawet przy niewielkich modyfikacjach schematów. Na slajdzie pokazano przykładowo nieco rozbudowane schematy zastępcze rzeczywistych elementów.

$$Z_s = \frac{R}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2} + j\omega \frac{L(1 - \omega^2 LC) - R^2 C}{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}$$



$Z = ?$



# Moc i energia – zależności podstawowe

**moc chwilowa**  $p = u * i$

dla sygnałów sinusoidalnych

$$u = U_m \sin \omega t ; i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$p = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t - \varphi)$$

**moc czynna**  $P = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} p dt = UI \cos \phi$

**moc pozorna**  $S = UI$

**moc bierna**  $Q = UI \sin \varphi$

**energia**  $E = \int_t^{t+T} p dt = \int_t^{t+T} u i dt$

**wniosek:** żeby wyznaczyć moc lub energię należy pomnożyć dwa sygnały, jeden proporcjonalny do prądu, a drugi proporcjonalny do napięcia

Na podstawie elementarnych przekształceń związanych z mocą elektryczną można wyprowadzić zależności na moc czynną i bierną oraz energię. Praktyczny wniosek z przedstawionych zależności jest taki, że wykonując pomiar niezbędna jest realizacja mnożenia sygnałów, jednego proporcjonalnego do napięcia a drugiego proporcjonalnego do prądu w obwodzie.

Przyrządem umożliwiającym bezpośredni pomiar mocy czynnej jest watomierz ferrodynamiczny, który ma cztery zaciski: 2 napięciowe i 2 prądowe. Początki uzwojeń cewek: napięciowej i prądowej są oznaczone na obudowie przyrządu np. gwiazdką. Watomierz ferrodynamiczny jest przyrządem analogowym i jego wykorzystanie jest raczej znikome, ale koncepcje pomiaru mocy w sieci 3-fazowej tradycyjnie przedstawia się z wykorzystaniem watomierzy (patrz moduł 2). Takie podejście wynika stąd, że bez względu na sposób realizacji pomiaru (mnożenia) sygnałów, niezbędna jest znajomość prawidłowego dołączenia przyrządu do sieci 3-fazowej. Współczesne techniki pomiaru mocy i energii polegają na wykorzystaniu przyrządów cyfrowych w postaci mikroprocesorowych mierników parametrów sieci lub analizatorów sieci.