

## 1. Cel ćwiczenia

Wartość rezystancji można mierzyć w układach pomiarowych zasilanych prądem stałym lub przemiennym. Zależnie od rodzaju badanego elementu, jego rezystancja zależy w różny sposób od częstotliwości prądu pomiarowego. Występujące zjawiska strat w ferromagnetykach w dielektrykach i zjawisko naskórkowości decydują, że rezystancje mierzone przy prądzie przemiennym są niejednoznaczne – są funkcją częstotliwości. Pomiar rezystancji wykonuje się najczęściej w obwodach zasilanych prądem stałym. Celem ćwiczenia jest poznanie metod pomiaru rezystancji.

## 2. Wprowadzenie teoretyczne

Istnieje wiele przyrządów, układów i metod stosowanych do pomiaru rezystancji w obwodach prądu stałego.

Omomierze szeregowe umożliwiają pomiar rezystancji w zakresie od ok.  $10\Omega$  do ok.  $100k\Omega$ .

Omomierze równoległe są przeznaczone do pomiaru małych wartości rezystancji zwykle w zakresie od ok.  $1\Omega$  do ok.  $100\Omega$ .

Omomierze szeregowe i równoległe są miernikami magnetoelektrycznymi bez wzmacniaczy.

Analogowe omomierze elektroniczne, zawierające wzmacniacze, wykorzystują mechanizm magnetoelektryczny. Budowane są na różne zakresy pomiarowe, umożliwiają pomiary rezystancji od ok.  $10\Omega$  do wielu  $M\Omega$ .

Omomierze te są zasilane z wewnętrznej baterii elektrochemicznej. Ze względu m.in. na małą dokładność (błąd pomiaru do 10%) są wypierane przez dokładniejsze omomierze cyfrowe.

Omomierze cyfrowe stanowią zwykle część multimetru cyfrowego. Spośród kilku funkcji pomiarowych umożliwiają pomiary rezystancji na kilku zakresach. Multimetry są budowane jako przenośne, o zasilaniu bateryjnym, zwykle o średniej dokładności oraz laboratoryjne o zasilaniu sieciowym, zapewniające lepszą dokładność pomiarów.

Cyfrowe omomierze przenośne mają kilka zakresów pomiarowych np.  $0-200\Omega-2k\Omega-20k\Omega-200k\Omega-2M\Omega-20M\Omega$ . Wskaźnik cyfrowy ma najczęściej  $3\frac{1}{2}$  cyfry (1999), a błąd pomiaru producent podaje w postaci np.  $0.8\%$  odczytu  $\pm 4$  cyfry, co oznacza, że ostatnia cyfra może różnić się o 4 jednostki.

Laboratoryjne omomierze cyfrowe mają także kilka zakresów pomiarowych i wskaźnik cyfrowy  $4\frac{1}{2}$  cyfry lub  $5\frac{1}{2}$  cyfry (199999). Błąd pomiaru podawany w instrukcji obsługi może mieć różne wartości na poszczególnych zakresach pomiaru. Pomiary dużych wartości rezystancji są mniej dokładne.

Multimetry laboratoryjne umożliwiają pomiar rezystancji 2- lub 4-przewodowo. W pomiarach 4-przewodowych stosuje się oddzielne pary przewodów doprowadzających prąd do badanego obiektu i odprowadzających powstający na nim spadek napięcia. Dzięki tej technice eliminowane są błędy pomiaru powodowane spadkami napięć na przewodach łączących i stykach. Podobne efekty można uzyskać przy pomiarze 2-przewodowym wykorzystując funkcję Null multimetru. Należy wówczas wykonać pomiar rezystancji przy zwartych przewodach łączących, a zmierzona wartość rezystancji zostanie zapisana w pamięci multimetru i będzie odejmowana od wszystkich kolejnych pomiarów. Na płycie czołowej multimetru (wyposażonego w funkcję 4-przewodowego pomiaru rezystancji) są dwie pary zacisków. Zaciski prądowe są oznaczone jako **Source**, a zaciski napięciowe jako **Sense**. Przy pomiarach 2-przewodowych badany opornik należy podłączyć do zacisków Source.

Mostki do pomiaru rezystancji są stosowane w dwóch odmianach. Klasyczne mostki Wheatstone'a umożliwiają pomiary rezystancji od ok.  $1\Omega$  do ok.  $1M\Omega$ . Mostki Thomsona są przeznaczone do pomiaru rezystancji w granicach  $10^{-6}\Omega$  do  $10\Omega$ . Oba rodzaje mostków mają wykonania w postaci mostków technicznych mniej dokładnych ( $\delta_R \approx 1\%$ ) i mostków laboratoryjnych znacznie dokładniejszych. Mostki techniczne zostały wyparte przez cyfrowe omomierze przenośne.

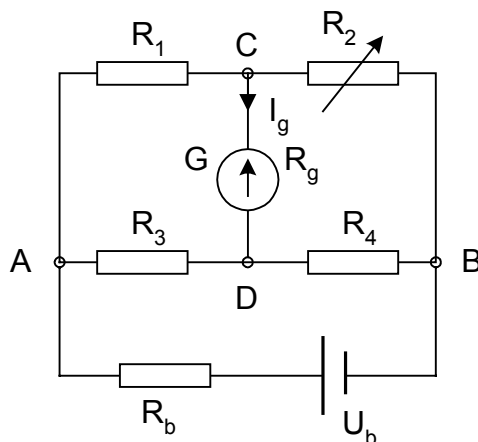
Laboratoryjne motki Wheatstone'a są układami o czterech ramionach  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  i o dwóch przekątnych: zasilania AB i wskaźnika zera CD, rys. 1.

Mostki laboratoryjne umożliwiają wyznaczenie wartości rezystancji jednego z ramion, gdy wartości pozostałych trzech ramion mostka są znane. W stanie równowagi mostka, gdy  $I_g = 0$ , obowiązuje równanie:

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (1)$$

Włączając mierzoną rezystancję  $R_x$  w miejsce  $R_1$  można wyznaczyć wartość:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2)$$



Rys. 1. Układ mostka Wheatstone'a

Stan równowagi uzyskuje się nastawiając odpowiednią wartość opornika wielodekadowego  $R_2$  przy wybranej wartości oporników stosunkowych  $R_3$  i  $R_4$ . Wartości stosunku  $R_3/R_4$  dobiera się tak, aby, do zrównoważenia mostka, wykorzystać możliwie wszystkie dekadę zestawu  $R_2$  [ $10 \times (10000; 1000; 100; 10; 1; 0.1) \Omega$ ]. Jako wskaźnik zera – wskaźnik równowagi stosuje się galwanometr magnetoelektryczny o dużej czułości lub czuły wskaźnik elektroniczny.

Do zasilania mostka stosuje się źródła o napięciu od 2V do kilkudziesięciu woltów. Większe napięcia stosuje się przy pomiarze większych wartości  $R_x$  (100k $\Omega$  do kilku M $\Omega$ ).

Pomiary rezystancji mostkiem Wheatstone'a są obarczone błędami wynikającymi z niedokładności oporników  $R_2$ ,  $R_3$  i  $R_4$  oraz niewystarczającej czułości mostka.

Niedokładność wykonania oporników decyduje o błędzie, nazywanym systematycznym, określa go równanie:

$$\delta_{R_{xs}} = \delta_{R_2} + \delta_{R_3} - \delta_{R_4} \quad (3)$$

Ponieważ niedokładność oporników jest podawana jako tolerancja ze znakiem  $\pm$ , to licząc się z niekorzystnym ułożeniem znaków oblicza się błąd graniczny systematyczny w postaci:

$$\delta_{R_{xsg}} = \pm \left( |\delta_{R_2}| + |\delta_{R_3}| + |\delta_{R_4}| \right) \quad (4)$$

W mostkach laboratoryjnych błędy poszczególnych oporników mogą wynosić  $\delta_R = \pm 0.01\%$  lub jeszcze mniej.

Błąd nieczułości mostka obserwuje się, w mostku zrównoważonym, gdy mała zmiana rezystancji  $\Delta R_2$  nie powoduje wytrącenia mostka z równowagi. Świadczy to o zbyt małej czułości wskaźnika zera, za małej wartości napięcia zasilającego lub źle dobranych rezystancjach w mostku.

Wartość względnego błędu nieczułości można wyznaczyć doświadczalnie w zrównoważonym mostku. Regulowaną rezystancję  $R_2$  należy zmienić o najmniejszą wartość  $\Delta R_2$ , która spowoduje dostrzegalne odchylenie plamki galwanometru z położenia zerowego np. o 0.1 działki. Wtedy błąd nieczułości liczy się z zależności:

$$\delta_{R_{xn}} = \frac{\Delta R_2}{R_2} 100\% \quad (5)$$

W dobrze zestawionym mostku błąd nieczułości powinien być ok. 10 razy mniejszy niż błąd systematyczny. Wówczas w analizie błędów pomija się błąd nieczułości (5).

Poprawę czułości mostka, a więc zmniejszenie błędu  $\delta_{R_{xn}}$ , można osiągnąć poprzez zastosowanie wskaźnika zera o większej czułości, zwiększenie napięcia zasilającego do wartości dopuszczalnej i przez właściwy dobór rezystancji w mostku.

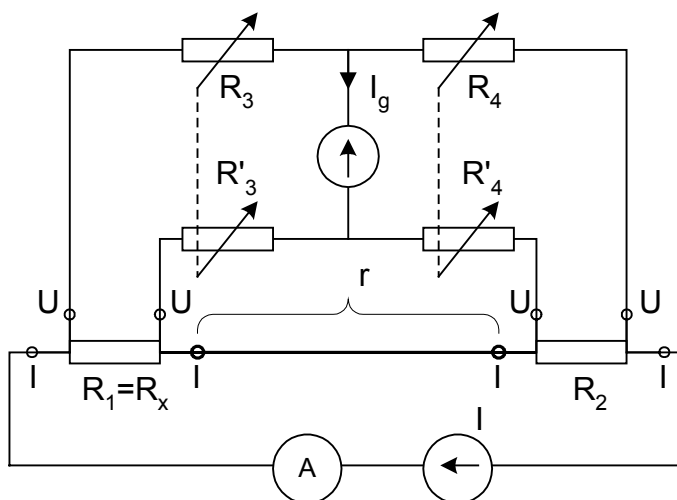
Dopuszczalne napięcie zasilania mostka wynika z mocy, jaka może wydzielić się w poszczególnych opornikach  $P = \frac{U^2}{R}$ . Stąd dopuszczalna wartość napięcia na opornikach powinna spełniać zależność:

$$U \leq \sqrt{PR} \quad (6)$$

Znając układ mostka można oszacować, który z oporników będzie obciążony największą mocą i dla niego sprawdzić obliczanie dopuszczalnego napięcia. W większości mostków dopuszczalna moc jednego elementu rezystancyjnego wynosi 0.5W.

Poprawa czułości poprzez właściwy dobór rezystancji ramion jest dość ograniczona w mostkach wykonanych fabrycznie, ponieważ użytkownik ma ograniczoną możliwość doboru rezystancji. Jednak należy wiedzieć, że na ogół czułość mostka rośnie, gdy prąd pobierany przez mostek rośnie, a więc gdy przy dopuszczalnym napięciu zasilania możemy zmniejszyć wartość rezystancji gałęzi. Przykładowo stosunek  $R_3/R_4=10$  można utworzyć z rezystancji 10000Ω/1000Ω lub 100Ω/10Ω, korzystniejszy jest drugi przypadek.

Mostki Thomsona laboratoryjne przeznaczone do pomiaru małych rezystancji są mostkami sześcioramiennymi. Umożliwiają dzięki temu znaczne ograniczenie wpływu rezystancji przewodów łączących na wynik pomiaru, które mogą być współmierne z mierzoną rezystancją  $R_x$ . Ideowy układ połączeń mostka Thomsona przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Układ mostka Thomsona

W mostku oporniki  $R_3$  i  $R'_3$  są zestawami jednakowych oporników zwykle 4-dekadowych mechanicznie sprzężonych (umieszczonych na wspólnych osiach przełączników) tak, że zawsze  $R_3 = R'_3$ , również oporniki  $R_4 = R'_4$  nastawia się na jednakowe wartości np. 10Ω, 100Ω, 1000Ω. W mostku zrównoważonym tzn. gdy  $I_g=0$

oraz gdy  $\frac{R_3}{R'_3} = \frac{R_4}{R'_4}$  obowiązuje równanie:

$$R_x = R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (7)$$

w którym:  $R_x$  – jest rezystancją mierzoną o 4 zaciskach – dwóch prądowych i dwóch napięciowych,

$R_2$  – jest opornikiem wzorcowym o 4 zaciskach,

$R_3$  – jest opornikiem równoważącym.

Opornikami  $R_2$  i  $R_4$  zmienia się zakres pomiaru. Korzystnie jest, gdy  $R_2$  jest tego samego rzędu co  $R_x$ .

Podobnie jak w mostkach Wheatstone'a pomiary mostkiem Thomsona mogą być obarczone błędem systematycznym granicznym:

$$\delta_{R_{xsg}} = \pm \left[ |\delta_{R_2}| + |\delta_{R_3}| + |\delta_{R_4}| + \frac{r}{R_2 + R_x} (|\delta_{R_3}| + |\delta_{R'_3}| + |\delta_{R_4}| + |\delta_{R'_4}|) \right] \quad (8)$$

W równaniu tym  $r$  jest rezystancją połączenia między  $R_x$  i  $R_2$ , dąży się żeby rezystancja  $r$  była możliwie mała, aby  $\frac{r}{R_2 + R_x} \ll 1$ . Połączenie oporników  $R_x$  i  $R_2$  wykonuje się krótkim grubym przewodem miedzianym.

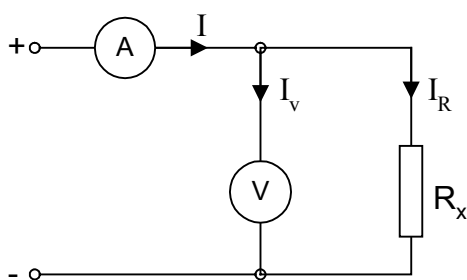
Błąd nieczułości wyznacza się analogicznie jak motku Wheatstone'a:

$$\delta_{R_{xn}} = \frac{\Delta R_3}{R_3} 100\% \quad (9)$$

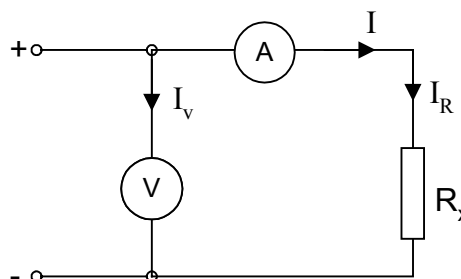
Poprawę czułości można osiągnąć poprzez wymianę wskaźnika zera na większej czułości, a także przez zwiększenie prądu zasilającego obwód  $R_x$  i  $R_2$ , w granicach prądu dopuszczalnego dla obu oporników.

Metoda techniczna pomiaru rezystancji polega na zastosowaniu woltomierza i amperomierza, którymi mierzy się napięcie i prąd w badanym oporniku rys.3.

a)



b)



Rys. 3. Układy połączeń mierników do pomiaru rezystancji metodą techniczną.

Mierzoną rezystancję  $R_x$  wyznacza się na podstawie pomiarów z zależności:

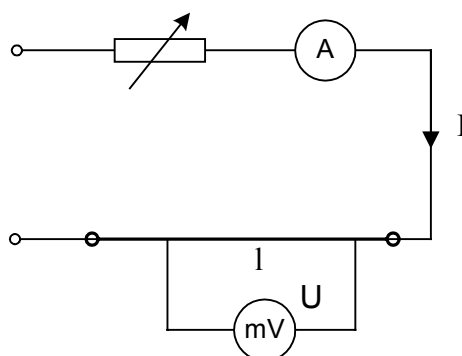
$$R_x = \frac{U}{I} \quad (10)$$

Układ z rysunku 3a) stosuje się w przypadku, gdy rezystancja woltomierza  $R_v$  jest dużo większa niż  $R_x$ . Ten warunek jest najczęściej spełniony, gdy stosuje się woltomierz elektroniczny, wtedy  $R_v$  jest rzędu  $M\Omega$ . Wówczas prąd  $I$  mierzony amperomierzem jest praktycznie prądem w oporniku  $R_x$ , ponieważ  $I_R \gg I_v$ . Błąd pomiaru wynikający z nieuwzględnienia prądu woltomierza  $I_v$  jest zwykle do pominięcia.

Układ z rysunku 3b) stosuje się przy pomiarach dużych rezystancji, gdy rezystancja  $R_x$  jest dużo większa niż rezystancja  $R_A$  amperomierza.

Przy dużej dostępności omiery cyfrowych pomiar rezystancji metodą techniczną stosuje się w przypadkach szczególnych: a) małych rezystancji, b) rezystancji nieliniowych.

Pomiar rezystancji bocznika o 4 zaciskach lub rezystancji odcinka drutu o wybranej długości  $l$ , można zmierzyć w układzie z rys. 4.



Rys. 4. Układ do pomiaru rezystancji z wykorzystaniem 4 zacisków – 2 prądowych  $I$  i 2 napięciowych  $U$

Mierzoną rezystancję wyznacza zależność  $R_x = U/I$ .

Metoda techniczna jest szczególnie przydatna do pomiaru rezystancji elementów nieliniowych, w których rezystancja jest zależna od wartości prądu w elemencie. Właściwości elementu nieliniowego określa jego statyczna charakterystyka prądowo-napięciowa  $U(I)$ . Wyznacza się ją w warunkach termicznie ustalonych tzn. w stałej temperaturze otoczenia i ustalonej temperaturze elementu nagrzewanego przepływającym prądem. Na

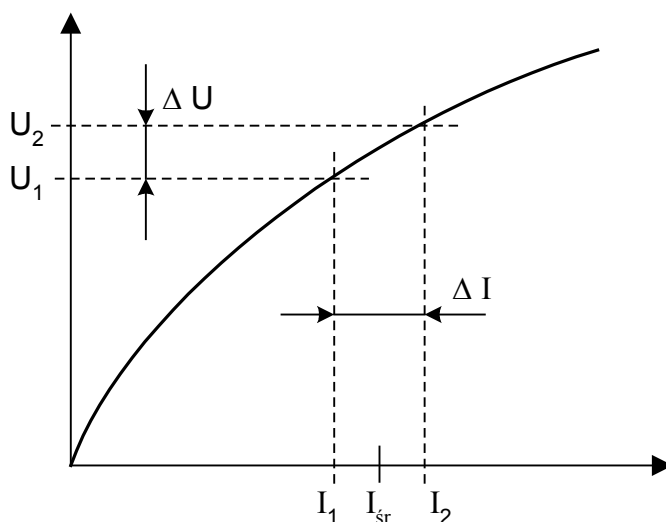
podstawie charakterystyki  $U(I)$  wyznacza się zależności rezystancji statycznej  $R_{st}$  i przyrostowej  $R_p$  od prądu. Rysunek 5 przedstawia przykładowy przebieg charakterystyki elementu nieliniowego.

Dla wybranych wartości prądu wyznacza się wartości rezystancji statycznej  $R_{st}$  przy prądzie np.  $I_1$

$$R_{st} = \frac{U_1}{I_1} \quad (11)$$

oraz rezystancji przyrostowej  $R_p$  dla średniej wartości prądu  $I_{sr} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)$

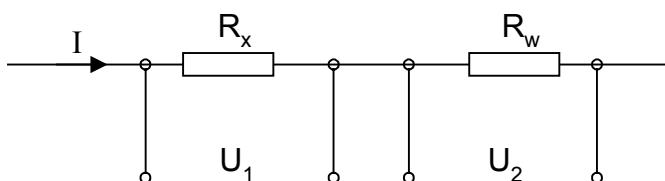
$$R_p = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} \quad (12)$$



Rys. 5 Przykładowa charakterystyka  $U(I)$  elementu nieliniowego.

Ponadto dla elementów nieliniowych wyznacza się rezystancję dynamiczną  $R_d$ , której wartość wyznacza się ze stosunku składowej zmiennej napięcia do składowej zmiennej prądu nałożonego na prąd stały. Składowa zmienna prądu powinna być dużo mniejsza niż prąd stały. Wartości rezystancji przyrostowej  $R_p$  i dynamicznej  $R_d$  zwykle są różne.

Do bardzo dokładnych pomiarów rezystancji stosuje się metodę porównania z opornikiem wzorcowym. Metoda ta polega na porównaniu spadku napięcia  $U_1$  na oporniku mierzonym  $R_x$  ze spadkiem napięcia  $U_2$  na oporniku wzorcowym  $R_w$ , w którym płynie ten sam prąd stały  $I$  – rys. 6.



Rys. 6. Układ do pomiaru rezystancji  $R_x$  metodą porównania z rezystancją wzorcową  $R_w$

Zgodnie z oznaczeniami na rysunku 6:

$$I = \frac{U_1}{R_x} = \frac{U_2}{R_w} \quad (13)$$

stąd:

$$R_x = R_w \frac{U_1}{U_2} \quad (14)$$

Pomiary napięć  $U_1$  i  $U_2$  wykonuje się kompensatorem lub laboratoryjnym woltomierzem cyfrowym, wtedy  $R_v \gg R_x$ . Błąd pomiaru  $R_x$  wynikający z błędów użytych narzędzi oblicza się jako:

$$\delta_{R_x} = \delta_{R_w} + \delta_{U_1} - \delta_{U_2} \quad (15)$$

W przypadku, gdy prąd w oporniku jest stabilny i gdy  $R_x \approx R_w$ , a pomiaru obu napięć dokonuje się tym samym przyrządem, wtedy praktycznie  $\delta_{U_1} = \delta_{U_2}$ , a błąd pomiaru rezystancji  $\delta_{R_x} = \delta_{R_w}$ . Typowe oporniki wzorcowe mają klasę dokładności 0.01 ( $\delta_{R_w} = \pm 0.01\%$ ), zaś najdokładniejsze oporniki wzorcowe mają klasę dokładności 0.0005.

### 3. Program ćwiczenia

1. Wykonaj pomiar wartości rezystancji opornika wzorcowego o rezystancji  $< 1\Omega$  wykorzystując multimetr laboratoryjny. Zrealizuj połączenie 2 i 4-przewodowe, skorzystaj również z funkcji Null. Wyznacz błąd pomiaru. Włącz rezystor dekadowy ( $R_b$ ) w jeden z przewodów doprowadzających prąd do mierzonego opornika. Ustaw na rezystorze wartości 1, 10 i  $100\Omega$ . Sprawdź jaki wpływ na wynik pomiaru ma wartość dołączonej rezystancji przy połączeniu 4-przewodowym.
2. Zmierz, wykorzystując multimetr laboratoryjny i techniczny mostek Wheatstone'a, wartości kilku rezystorów. Wyznacz błędy pomiarów.
3. Wykonaj pomiary wartości rezystancji tych samych elementów wykorzystując laboratoryjny mostek Wheatstone'a. Dobierz wartości oporników stosunkowych tak, aby wykorzystać wszystkie stopnie dekady równoważonej. Po zrównoważeniu mostka wyznacz błąd nieczułości. Sprawdź jaki wpływ na ten błąd ma wartość napięcia zasilania mostka.
4. Wykorzystując mostek Thomsona zmierz wartości rezystancji drutów o długości 1 m. Dla jednego z pomiarów wyznacz błąd nieczułości i błąd systematyczny graniczny. Oblicz konduktywności badanych drutów i na tej podstawie zidentyfikuj z jakiego są wykonane materiału.
5. Wyznacz charakterystykę prądowo-napięciową elementu nieliniowego (żarówka 6V). Do pomiaru prądu i napięcia wykorzystaj multimetry. Zwróć uwagę na możliwość różnego połączenia elementów obwodu. Wyznacz wartości rezystancji statycznej i przyrostowej. Oblicz błąd pomiaru rezystancji wyznaczonej metodą pośrednią.
6. W sprawozdaniu przedstaw uzyskane wyniki pomiarów i obliczeń oraz scharakteryzuj zastosowane metody pod względem funkcjonalności, zakresów pomiarowych i dokładności wyników.