

Uzupełnienie do modelowania dwójników liniowych pasywnych i pomiarów ich parametrów w obwodach o prądzie sinusoidalnym
odniesione do treści zawartej w opisie ogólnym zagadnienia

Oznaczenia i zależności funkcyjne

Definicja: φ - zorientowany kąt przesunięcia fazowego mierzony pomiędzy położeniem wektora napięcia \underline{U} występującego na dwójniku badanym a położeniem wektora prądu \underline{I} w nim płynącego czyli kąt fazowy impedancji zespolonej \underline{Z} tego dwójnika

$\underline{Z} = \underline{U}/\underline{I} = Z \cdot \exp(j\varphi) \rightarrow 1/\underline{Z} = (1/Z) \cdot \exp(-j\varphi)$, w której:

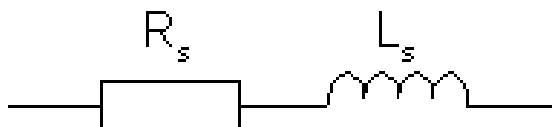
moduł $Z = |\underline{Z}|$, argument $\varphi = \arctg(\operatorname{Im} \underline{Z})/(\operatorname{Re} \underline{Z})$, $\varphi = \alpha_U - \alpha_I$

Są rozpatrywane dwa podstawowe układy zastępcze każdego z dwójników rzeczywistych, które powinny być równoważne.

Standardowo cewkę indukcyjną rzeczywistą rozpatruje się przy założeniu szeregowego układu zastępczego definiując jej rezystancję szeregową R_s , indukcyjność szeregową L_s i stratność D_L .

Standardowo kondensator rzeczywisty rozpatruje się przy założeniu równoległego układu zastępczego definiując jego rezystancję równoległą R_p , pojemność równoległą C_p i stratność dielektryczną D_c .

Podstawowy model dwójnika indukcyjnego opisuje parametry podstawowego układu zastępczego cewki indukcyjnej rzeczywistej.



Impedancja zespolona modelu układu szeregowego cewki rzeczywistej

$\underline{Z}_s = R_s + jX_s = R_s + jX_{Ls} = Z_s \cdot \exp(j\varphi)$, której:

| | |
|------------------------------------|--|
| część rzeczywista jest rezystancją | $\operatorname{Re} \underline{Z}_s = R_s$ |
| część urojona jest reaktancją | $\operatorname{Im} \underline{Z}_s = X_s = X_{Ls}$ |
| ze składową reaktancją indukcyjną | $X_{Ls} = \omega L_s = 2\pi f L_s$ |
| moduł | $Z_s = \underline{Z}_s \rightarrow (Z_s)^2 = (R_s)^2 + (X_{Ls})^2$ |
| argument | $\varphi = \arctg(X_{Ls}/R_s) > 0$ |

Admitancja zespolona modelu układu szeregowego cewki rzeczywistej

$\underline{Y}_s = 1/\underline{Z}_s = 1/(R_s + jX_{Ls}) = R_s/(Z_s)^2 + j(-X_{Ls})/(Z_s)^2 = Y_s \cdot \exp(-j\varphi)$, której:

| | |
|-------------------------------------|---|
| część rzeczywista jest konduktancją | $\operatorname{Re} \underline{Y}_s = R_s/(Z_s)^2$ |
| część urojona jest susceptancją | $\operatorname{Im} \underline{Y}_s = (-X_{Ls})/(Z_s)^2$ |
| ze składową susceptancją indukcyjną | $X_{Ls}/(Z_s)^2$ |
| moduł | $Y_s = 1/Z_s = \underline{Y}_s \rightarrow (Y_s)^2 = (\operatorname{Re} \underline{Y}_s)^2 + (\operatorname{Im} \underline{Y}_s)^2$ |
| argument | $(-\varphi) = \arctg(-X_{Ls}/R_s) < 0$ |

Admitancja zespolona modelu układu równoległego cewki rzeczywistej

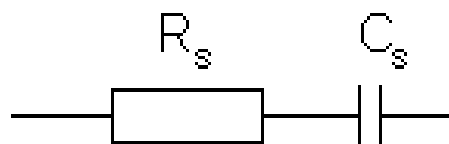
$\underline{Y}_p = G_p + jB_p = G_p + j(-B_{Lp}) = Y_p \cdot \exp(-j\varphi)$, której:

| | |
|-------------------------------------|--|
| część rzeczywista jest konduktancją | $\operatorname{Re} \underline{Y}_p = G_p = 1/R_p$ |
| część urojona jest susceptancją | $\operatorname{Im} \underline{Y}_p = B_p = -B_{Lp}$ |
| ze składową susceptancją indukcyjną | $B_{Lp} = 1/X_{Lp} = 1/\omega L_p = 1/2\pi f L_p$ |
| moduł | $Y_p = \underline{Y}_p \rightarrow (Y_p)^2 = (G_p)^2 + (-B_{Lp})^2$ |
| argument | $(-\varphi) = \operatorname{arctg}(-B_{Lp}/G_p) = \operatorname{arctg}(R_p/(-X_{Lp})) < 0$ |

Oba układy zastępcze cewki indukcyjnej są równoważne gdy $\underline{Y}_p = \underline{Y}_s$, czyli:

| | | |
|-------------------------|---|--|
| konduktancja | $G_p = 1/R_p = R_s/(Z_s)^2$ | |
| susceptancja indukcyjna | $B_{Lp} = 1/X_{Lp} = X_{Ls}/(Z_s)^2$ | |
| Dobroć | $Q_L = X_{Ls}/R_s = \omega L_s/R_s = \operatorname{tg} \varphi$ | oraz $Q_L = B_{Lp}/G_p = R_p/\omega L_p = \operatorname{tg} \varphi$ |
| Stratność | $D_L = R_s/X_{Ls} = R_s/\omega L_s$ | oraz $D_L = G_p/B_{Lp} = \omega L_p/R_p$ |

Podstawowy model dwójnika pojemnościowego opisuje parametry podstawowego układu zastępczego kondensatora rzeczywistego.



Impedancja zespolona modelu układu szeregowego kondensatora rzeczywistego

$\underline{Z}_s = R_s + jX_s = R_s + j(-X_{Cs}) = Z_s \cdot \exp(j\varphi)$, której:

| | |
|--------------------------------------|---|
| część rzeczywista jest rezystancją | $\operatorname{Re} \underline{Z}_s = R_s$ |
| część urojona jest reaktancją | $\operatorname{Im} \underline{Z}_s = X_s = -X_{Cs}$ |
| ze składową reaktancją pojemnościową | $X_{Cs} = 1/\omega C_s = 1/2\pi f C_s$ |
| moduł | $Z_s = \underline{Z}_s \rightarrow (Z_s)^2 = (R_s)^2 + (-X_{Cs})^2$ |
| argument | $\varphi = \operatorname{arctg}(-X_{Cs}/R_s) < 0$ |

Admitancja zespolona modelu układu równoległego kondensatora rzeczywistego

$\underline{Y}_p = G_p + jB_p = G_p + jB_{Cp} = Y_p \cdot \exp(-j\varphi)$, której:

| | |
|--|--|
| część rzeczywista jest konduktancją | $\operatorname{Re} \underline{Y}_p = G_p = 1/R_p$ |
| część urojona jest susceptancją | $\operatorname{Im} \underline{Y}_p = B_p = B_{Cp}$ |
| ze składową susceptancją pojemnościową | $B_{Cp} = 1/X_{Cp} = \omega C_p = 2\pi f C_p$ |
| moduł | $Y_p = \underline{Y}_p \rightarrow (Y_p)^2 = (G_p)^2 + (B_{Cp})^2$ |
| argument | $(-\varphi) = \operatorname{arctg}(B_{Cp}/G_p) = \operatorname{arctg}(R_p/X_{Cp}) > 0$ |

Impedancja zespolona modelu układu równoległego kondensatora rzeczywistego

$\underline{Z}_p = 1/\underline{Y}_p = 1/(G_p + jB_{Cp}) = G_p/(Y_p)^2 + j(-B_{Cp})/(Y_p)^2 = Z_p \cdot \exp(j\varphi)$, której:

| | |
|--------------------------------------|---|
| część rzeczywista jest rezystancją | $\operatorname{Re} \underline{Z}_p = G_p/(Y_p)^2 = 1/(Y_p)^2 R_p$ |
| część urojona jest reaktancją | $\operatorname{Im} \underline{Z}_p = (-B_{Cp})/(Y_p)^2 = 1/(Y_p)^2 (-X_{Cp})$ |
| ze składową reaktancją pojemnościową | $B_{Cp}/(Y_p)^2 = 1/(Y_p)^2 X_{Cp}$ |
| moduł | $Z_p = 1/Y_p = \underline{Z}_p \rightarrow (Z_p)^2 = (\operatorname{Re} \underline{Z}_p)^2 + (\operatorname{Im} \underline{Z}_p)^2$ |

Pomiary parametrów elementów RLC przy prądzie sinusoidalnym

argument $\varphi = \arctg(-B_{Cp}/G_p) = \arctg[R_p/(-X_{Cp})] < 0$
 Oba układy zastępcze kondensatora są równoważne gdy $Z_s = Z_p$, czyli:

rezystancja $R_s = G_p/(Y_p)^2 = 1/(Y_p)^2 R_p$
 reaktancja pojemnościowa $X_{Cs} = B_{Cp}/(Y_p)^2 = 1/(Y_p)^2 X_{Cp}$
 Dobroć $Q_C = X_{Cs}/R_s = 1/\omega C_s R_s = \tg |\varphi|$ oraz $Q_C = B_{Cp}/G_p = \omega C_p R_p = \tg |\varphi|$
 Stratność $D_C = R_s/X_{Cs} = \omega C_s R_s = \tg \delta$ oraz $D_C = G_p/B_{Cp} = 1/\omega C_p R_p = \tg \delta$
 $\delta = (\pi/2) - |\varphi|$ - kąt strat dielektrycznych

Dane techniczne elementów układów pomiarowych

Podstawowe parametry wybranych przyrządów i proponowanych elementów układów pomiarowych:

Akustyczny generator o maksymalnym napięciu wyjściowym 0-15V, maksymalnej mocy wyjściowej 10W i rezystancji wyjściowej 6Ω jest źródłem sygnału sinusoidalnego.

Laboratoryjny multimetr cyfrowy DM o impedancji wejściowej $Z_{we} > 1M\Omega$ i założonej niepewności pomiaru ΔU wyznaczanej z sumy 0,02% wartości mierzonej napięcia U i 0,02% używanego zakresu $U_{zV} = 4,000\ 00V$ lub $40,000V$ pełni również rolę częstotściomierza.

Laboratoryjny woltomierz 4-cyfrowy, np. V541 o impedancji wejściowej $Z_{we} > 1M\Omega$ i niepewności pomiaru ΔU wyznaczanej z sumy 0,05% wartości mierzonej napięcia U i 0,05% używanego zakresu $U_{zV} = 1,000\ 0V$ lub $10,000V$.

Mostek cyfrowy typu ELC-3131D równoważony automatycznie jest obsługiwany ręcznie przyciskami na jego płycie czołowej.

Mostek półautomatyczny elektroniczny, np. typu E314 z odczytem cyfrowym jest równoważony ręcznie przełącznikami i pokrętkami na jego płycie czołowej.

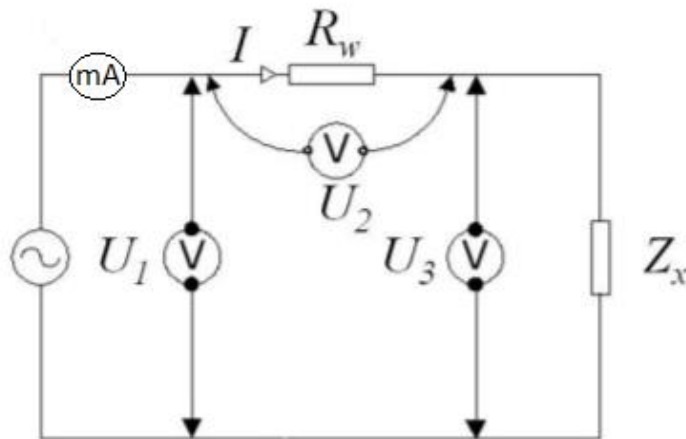
Niektóre elementy przewidziane do budowy mostka Wiena:

- generator o napięciu wyjściowym 0-15V jako źródło sygnału sinusoidalnego w pasmie akustycznym,
- transformator pomiarowy przystosowany do pracy w pasmie akustycznym,
- aktywny wskaźnik zera o regulowanym ręcznie wzmacnieniu i selektywnej charakterystyce częstotliwościowej przy 50Hz i 1kHz.
- kondensatory wzorcowe o niedokładności 0,05% i pojemności
 $C_N = 0,5\mu F$ oraz $\tg \delta_N = 0,003$ przy 1kHz,
 $C_N = 0,1\mu F$ oraz $\tg \delta_N = 0,001$ przy 1kHz,
 $C_N = 0,05\mu F$ oraz $\tg \delta_N = 0,003$ przy 1kHz.
- kondensator dekadowy o pojemności
 $C_d = [(0_11)x1+(0_11)x0,1+(0_11)x0,01+(0_11)x0,001+(0_11)x0,000\ 1]\mu F$
 i niedokładności 0,1% oraz $\tg \delta_d = 0,005$,
- kondensator dekadowy o pojemności $C_d = [(0_11)x0,1+(0_11)x0,01+(0_11)x0,001+(0_11)x0,000\ 1+(0_11)x0,000\ 01+(0_100)x0,000\ 001]\mu F$
 i niedokładności 0,1% oraz $\tg \delta_d = 0,005$.
- rezystory dekadowe 6 - zakresowy i 5 – zakresowy o niedokładności $\pm 0,1\%$ i o rozdzielczości odpowiednio $0,1\Omega$ i 1Ω

| Dane rezystora dekadowego 5-zakresowego typu D-51: klasa 0,1 | | | | | | |
|--|----------|--------|------|-----|-----|-------|
| Pozycja przełącznika obrotowego | 0-10 | 0-10 | 0-9 | 0-9 | 0-9 | 0-9 |
| Rezystancja znamionowa R_{en} jednego stopnia zakresu | Ω | 10 000 | 1000 | 100 | 10 | 1 |
| Dopuszczalna obciążalność prądowa I_{ed} jednego stopnia zakresu | mA | 8 | 30 | 80 | 300 | 1 000 |

Pomiary metodą trzech woltomierzy

R_w – rezystancja regulowana opornika dekadowego o rozdzielczości $0,1\Omega$ i niedokładności $\pm 0,1\%$, rezystor ten powinien być połączony w układzie 4W z użyciem 4-ech zacisków,
 f – częstotliwość mierzona laboratoryjnym multimetrem cyfrowym DM,
 $I_A < 150\text{mA}$ – wartość prądu w układzie ustawiona na miliamperomierzu bezpośrednim,
 $I = U_2/R_w$ – wartość prądu w układzie wyznaczona metodą pośrednią,
 U_1 – napięcie mierzone laboratoryjnym multimetrem cyfrowym DM na zakresie $U_{zV} = 4,00\ 000\text{V}$ lub $40,000\text{V}$,
 U_2, U_3 napięcie mierzone laboratoryjnym woltomierzem cyfrowym, np. V541 na zakresie $U_{zV} = 1,000\ 0\text{V}$ lub $10,000\text{V}$,
 Z_x – impedancja badanego dwójnika RLC.



Pomiary mostkiem quasi-automatycznym cyfrowym, np. typu ELC-3131D

Pomiary parametrów kondensatora rzeczywistego zestawionym mostkiem Wiena równoważonym ręcznie

Mostek powinien być zestawiony zgodnie z projektem. Należy zaproponować schemat układu mostka Wiena pracującego przy częstotliwości 1kHz i dobrać parametry jego elementów składowych do pomiaru parametrów kondensatora rzeczywistego, element udostępniony:

??? nF o tolerancji $\pm y\%$ i $\text{tg } \delta_x = \sim 0,0zz$ przy 1kHz.

Kierując się dążeniem do spełnienia kryterium maksymalnej czułości układu i zapewnienia ustalonej minimalnej niepewności pomiaru pojemności należy przedstawić drogę postępowania przy projektowaniu mostka.

Wybierając kondensator wzorcowy o pojemności C_N oraz $\text{tg } \delta_N$ określonym przy 1kHz lub kondensator dekadowy o pojemności C_d oraz $\text{tg } \delta_d$ określonym przy 1kHz jako kondensator odniesienia (dokładny) C_2 należy odpowiednio zapewnić dwa warunki równowagi mostka obejmujące równoważenie modułu i fazy, układy równań (12) i (13) podane w opisie ogólnym zagadnienia. W konsekwencji należy zapewnić spełnienie układu równań (14) przy zachowaniu równania (15) poprzez ustawienie odpowiedniej wartości rezystancji R_{d2} dodatkowego rezystora dekadowego aby w stanie równowagi

$$R_2 = R_N + R_{d2} \quad \text{lub} \quad R_2 = R_d + R_{d2}, \text{ gdzie:}$$

R_N = rezystancja strat mocy kondensatora C_N obliczona na podstawie $\text{tg } \delta_N$ przy 1kHz

R_d = rezystancja strat mocy kondensatora C_d obliczona na podstawie $\text{tg } \delta_d$ przy 1kHz

Poprzez zwiększenie rozdzielczości rezystora równoważącego R_4 zapewnia się wymaganą rozdzielczość pomiaru pojemności zwykle ze stratą na czułości układu mostka.

Pomiary mostkiem Wiena półautomatycznym elektronicznym, np. typu E314.

Niepewność wyników pomiarów

W układach mostkowych niepewność ta jest określona niedokładnością elementów wzorcowych (błąd systematyczny), czułością mostka (błąd nieczułości) oraz wpływami czynników pasożytniczych (sprzężenia pojemnościowe, upływności doziemne, rezystancje przewodów łączących i zestyków). Spośród czynników pasożytniczych, najsilniej wpływających na niedokładność pomiaru, należy wymienić sprzężenia pojemnościowe. Każdy element mostka, włączając tu także źródło zasilania i wskaźnik zera, ma pewną pojemność względem ziemi i innych elementów. Przy zasilaniu układów mostkowych ze źródeł o częstotliwości sieci energetycznej 50 Hz lub źródeł o częstotliwościach rzędu kilkaset do kilku tysięcy Hz, można przyjąć, że pojemności sprzężeń są stałymi skupionymi. Podstawowym środkiem stosowanym do ograniczania wpływu sprzężeń pojemnościowych jest ekranowanie. Należy jednak zaznaczyć, że stosowanie tak pojedynczych jak i podwójnych ekranów nie usuwa sprzężeń, lecz tylko ustala ich wartości. Spośród kilku metod eliminacji wpływu przewodności doziemnych zasługuje na szczególną uwagę metoda gałęzi pomocniczej Wagnera, pozwalająca na usunięcie wpływu wszystkich sprzężeń oddziałujących na wynik pomiaru [1].

Błąd systematyczny graniczny wyznaczany jest najczęściej drogą obliczenia różniczki zupełnej wzoru określającego wielkość mierzoną. Przy szacowaniu błędu granicznego dobre wyniki daje metoda podstawienia. Polega ona na wykonaniu dwóch pomiarów. Oprócz pomiaru właściwego, tj. pomiaru parametrów badanego elementu, należy wykonać pomiar pomocniczy wzorca o parametrach zbliżonych do parametrów badanego elementu. Prosta analiza pokazuje, że w ten sposób możemy niepewność wyniku bardzo przybliżyć do niepewności wzorca.

Błędy popełnione przy pomiarach bezpośrednich w metodzie trzech woltomierzy

$\delta_{U1\%}$

$\delta_{U2\%}$

$\delta_{U3\%}$

powinny być obliczone zgodnie z ich definicją przy wykorzystaniu specyfikacji podanej przez producenta użytych przyrządów.

Do obliczeń błędów popełnianych przy pomiarach pośrednich w tej metodzie, jak

$\delta_I\%$

$\delta_{Zs\%}$

$\delta_{Rs\%}$

$\delta_{XLs\%}$

$\delta_{Ls\%}$

są zalecane metody logarytmiczna i różniczki zupełnej. Zwykle należy przeprowadzić stosowne obliczenia i przedstawić ich przykłady, porównać osiągnięte wyniki badań poparte analizą dokładnościową.

Literatura

[1] Hague B. Foord T.R.: Alternating Current Bridge Methods, 6 ed. Pitman Publishing 1971

[2] Karandiejew K. B.: Pomiary elektryczne metodami mostkowymi i kompensacyjnymi, (tłum. z ros.), Wydawnictwa Naukowo- Techniczne Warszawa 1969

[3] Karandiejew K.B.(red.): Transformatornyje izmeritelnyje mosty, Energia, Moskwa 1970

[4] Szulce A.: Mostki elektryczne pomiarowe, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne Warszawa 1977

[5] Stabrowski M. M.: Cyfrowe przyrządy pomiarowe, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 2002