

Piotr Durniat  
I rok, Fizyka  
Wtorek, 8:00-10:15

Data wykonania pomiarów:  
06.05.2025

Prowadząca:  
dr Iwona Mróz

## Ćwiczenie nr 29

### Anomalia rozszerzalności cieplnej wody

#### Spis treści

1	Wstęp teoretyczny	2
2	Opis doświadczenia	2
3	Opracowanie wyników pomiarów	3
3.1	Tabele pomiarowe . . . . .	3
3.2	Zmiana objętości wody . . . . .	4
3.3	Względna zmiana gęstości . . . . .	4
4	Ocena niepewności pomiarowych	5
4.1	Niepewność pomiaru temperatury . . . . .	5
4.2	Niepewność pomiaru wysokości słupa cieczy . . . . .	5
5	Wnioski	5
6	Wykresy	6

# 1 Wstęp teoretyczny

Większość ciał zmienia swoją objętość liniowo wraz z temperaturą zgodnie z równaniem:

$$V = V_0(1 + \beta T) \quad (1)$$

gdzie  $V$  to objętość w temperaturze  $T$  (w  $^{\circ}\text{C}$ ),  $V_0$  to objętość w  $0^{\circ}\text{C}$ , a  $\beta$  to współczynnik rozszerzalności objętościowej, który zależy od rodzaju substancji i stanu skupienia.

W cząsteczkach występują różne rodzaje wiązań atomowych:

- wiązania kowalencyjne - powstają przez nakładanie się orbitali atomowych
- wiązania jonowe - między jonami dodatnimi i ujemnymi
- wiązania wodorowe - szczególnie istotne w przypadku wody

Cząsteczka wody ( $\text{H}_2\text{O}$ ) jest dipolem, gdzie atomy wodoru mają ładunek dodatni, a atom tlenu ujemny. Wiązania OH tworzą kąt  $104,5^{\circ}$ , co jest spowodowane polarnością wiązań. W stanie ciekłym cząsteczki wody łączą się wiązaniami wodorowymi, tworząc strukturę przypominającą kryształ z bliskim porządkiem.

Woda zachowuje się nietypowo w zakresie temperatur  $0-4^{\circ}\text{C}$ . Powyżej  $4^{\circ}\text{C}$  jej objętość maleje wraz z obniżaniem temperatury, jak u większości ciał. Jednak w zakresie  $0-4^{\circ}\text{C}$  objętość wody rośnie przy ochładzaniu, osiągając minimum (a więc maksymalną gęstość) w temperaturze  $4^{\circ}\text{C}$ . To zjawisko nazywamy anomalną rozszerzalnością cieplną wody.

Poniżej  $4^{\circ}\text{C}$  cząsteczki wody intensywnie asocjują, tworząc heksagonalną strukturę podobną do lodu. Ta struktura ma duże, otwarte przestrzenie, co prowadzi do zmniejszenia gęstości (około  $0,9 \text{ g/cm}^3$  dla lodu). Podczas topnienia wiązania wodorowe pękają, pozwalając cząsteczkom na ciaśniejsze ułożenie, co powoduje zmniejszenie objętości o około 10% względem fazy ciekłej.

Ta anomalia ma istotne znaczenie ekologiczne - zimą woda o temperaturze  $4^{\circ}\text{C}$  opada na dno zbiornika, podczas gdy zimniejsza unosi się do góry i zamarza na powierzchni. Lód izoluje zbiornik, a woda przy dnie pozostaje w okolicach  $4^{\circ}\text{C}$ , umożliwiając przetrwanie organizmów wodnych.

Wstęp teoretyczny opracowano na podstawie następujących źródeł: podręcznika [1], który zawiera podstawowe informacje o rozszerzalności cieplnej ciał, oraz wstępu do ćwiczenia [2].

## 2 Opis doświadczenia

Doświadczenie polegało na badaniu zmiany objętości wody w funkcji temperatury. Wykonano je w następujących etapach:

- Przygotowano aparaturę pomiarową składającą się z:
  - kolby z wodą destylowaną ( $V_{\text{kolby}} = 300 \text{ cm}^3$ )
  - kapilary o średnicy wewnętrznej  $d = 1,7 \text{ mm}$
  - termometru elektronicznego o dokładności  $0,1^{\circ}\text{C}$
  - mieszadła magnetycznego
- Przeprowadzono pomiary w dwóch seriach:
  - ochładzanie: od  $11^{\circ}\text{C}$  do  $0,3^{\circ}\text{C}$  (co  $0,2^{\circ}\text{C}$ )
  - ogrzewanie: od  $0,3^{\circ}\text{C}$  do  $11^{\circ}\text{C}$  (co  $0,2^{\circ}\text{C}$ )
- Dla każdej temperatury zmierzono wysokość słupa wody w kapilarze
- Na podstawie pomiarów obliczono:
  - objętość wody w kapilarze
  - całkowitą objętość wody

- zmianę objętości względem minimalnej
- względną zmianę gęstości

### 3 Opracowanie wyników pomiarów

#### 3.1 Tabele pomiarowe

$T$ [°C]	$h$ [mm]	
	Seria 1	Seria 2
11,0	80	71
10,8	77	70
10,6	75	68
10,4	74	66
10,2	72	64
10,0	69	62
9,8	68	60
9,6	66	58
9,4	64	56
9,2	63	55
9,0	61	54
8,8	61	51
8,6	60	51
8,4	56	49
8,2	55	48
8,0	53	46
7,8	52	44
7,6	51	44
7,4	50	43
7,2	49	41
7,0	47	40
6,8	46	39
6,6	45	37
6,4	44	37
6,2	43	36
6,0	42	40
5,8	42	36
5,6	42	34
5,4	40	32
5,2	40	32
5,0	39	< 30

$T$ [°C]	$h$ [mm]	
	Seria 1	Seria 2
4,8	38	< 30
4,6	38	< 30
4,4	38	< 30
4,2	37	< 30
4,0	37	< 30
3,8	37	< 30
3,6	37	< 30
3,4	37	< 30
3,2	37	< 30
3,0	37	< 30
2,8	37	30
2,6	37	30
2,4	38	30
2,2	38	32
2,0	38	33
1,8	39	34
1,6	39	34
1,4	40	35
1,2	40	36
1,0	41	37
0,8	41	38
0,6	42	39
0,4	43	40
0,2	43	41

Tabela 1: Wyniki pomiarów wysokości słupa wody w zależności od temperatury

Średnica wewnętrzna kapilary wynosi  $d = 1,7$  mm.

Do obliczeń wybrano serię 1, gdyż w drugiej serii doszło do przesunięcia poziomu wody w kapilarze względem serii pierwszej, oraz ze względu na wyjście poniżej wartości 30°C nie było możliwości dokładnego pomiaru.

### 3.2 Zmiana objętości wody

Na podstawie zmierzonej wysokości słupa wody obliczono objętość wody w kapilarze według wzoru:

$$V = V_{\text{kolby}} + \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h \quad (2)$$

gdzie  $d = 1,7 \text{ mm}$  jest średnicą wewnętrzną kapilary, a  $h$  jest wysokością słupa wody,  $V_{\text{kolby}} = 300 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$  jest objętością kolby.

Obliczono również zmianę objętości  $\Delta V$  względem objętości minimalnej (dla temperatury  $4^\circ\text{C}$ ):

$$\Delta V = V - V_{4^\circ\text{C}} \quad (3)$$

Tabela 2: Wartości objętości wody oraz zmiany objętości (wybrane temperatury)

$T [^\circ\text{C}]$	$V_1 [\text{m}^3]$	$V_2 [\text{m}^3]$	$\Delta V_1 [\text{m}^3]$	$\Delta V_2 [\text{m}^3]$
11,0	$3,0018 \cdot 10^{-4}$	$3,0016 \cdot 10^{-4}$	$9,76 \cdot 10^{-8}$	$9,31 \cdot 10^{-8}$
10,0	$3,0016 \cdot 10^{-4}$	$3,0014 \cdot 10^{-4}$	$7,26 \cdot 10^{-8}$	$7,26 \cdot 10^{-8}$
9,0	$3,0014 \cdot 10^{-4}$	$3,0012 \cdot 10^{-4}$	$5,45 \cdot 10^{-8}$	$5,45 \cdot 10^{-8}$
8,0	$3,0012 \cdot 10^{-4}$	$3,0010 \cdot 10^{-4}$	$3,63 \cdot 10^{-8}$	$3,63 \cdot 10^{-8}$
7,0	$3,0011 \cdot 10^{-4}$	$3,0009 \cdot 10^{-4}$	$2,27 \cdot 10^{-8}$	$2,27 \cdot 10^{-8}$
6,0	$3,0010 \cdot 10^{-4}$	$3,0008 \cdot 10^{-4}$	$1,36 \cdot 10^{-8}$	$1,36 \cdot 10^{-8}$
5,0	$3,0009 \cdot 10^{-4}$	$3,0007 \cdot 10^{-4}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$
4,0	$3,0008 \cdot 10^{-4}$	$3,0007 \cdot 10^{-4}$	$0,00 \cdot 10^{-8}$	$0,00 \cdot 10^{-8}$
3,0	$3,0008 \cdot 10^{-4}$	$3,0007 \cdot 10^{-4}$	$2,27 \cdot 10^{-9}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$
2,0	$3,0009 \cdot 10^{-4}$	$3,0007 \cdot 10^{-4}$	$4,54 \cdot 10^{-9}$	$9,08 \cdot 10^{-9}$
1,0	$3,0009 \cdot 10^{-4}$	$3,0008 \cdot 10^{-4}$	$6,81 \cdot 10^{-9}$	$1,13 \cdot 10^{-8}$
0,2	$3,0010 \cdot 10^{-4}$	$3,0009 \cdot 10^{-4}$	$9,08 \cdot 10^{-9}$	$1,36 \cdot 10^{-8}$

Pełne dane objętości dla wszystkich pomiarów przedstawiono na wykresie (Rys. 1). Można zauważyć, że woda osiąga najmniejszą objętość (największą gęstość) w okolicy temperatury  $4^\circ\text{C}$ , co potwierdza zjawisko anomalii rozszerzalności cieplnej wody.

### 3.3 Względna zmiana gęstości

Względna zmiana gęstości wody w temperaturze  $10^\circ\text{C}$  względem maksymalnej gęstości. Na podstawie wykresu (Rys. 1) woda osiąga największą gęstość w temperaturze  $4^\circ\text{C}$ .

$$\begin{aligned}
 V_{10^\circ\text{C}} &= 300 \cdot 10^{-6} + \frac{\pi \cdot 0,0017^2 \cdot 0,037}{4} = 0,00030008 \text{ m}^3 \\
 V_{4^\circ\text{C}} &= 300 \cdot 10^{-6} + \frac{\pi \cdot 0,0017^2 \cdot 0,069}{4} = 0,0003001 \text{ m}^3 \\
 \frac{\rho(T=4^\circ\text{C}) - \rho(T=10^\circ\text{C})}{\rho_{T=4^\circ\text{C}}} &= \frac{\frac{m}{V(4^\circ\text{C})} - \frac{m}{V(10^\circ\text{C})}}{\frac{m}{V(4^\circ\text{C})}} \\
 &= \frac{V_{10^\circ\text{C}} - V_{4^\circ\text{C}}}{V_{10^\circ\text{C}}} = \frac{0,0003001 - 0,00030008}{0,0003001} = 0,00024 = 2,4 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

## 4 Ocena niepewności pomiarowych

### 4.1 Niepewność pomiaru temperatury

Do pomiaru temperatury użyto termometru elektronicznego o niepewności maksymalnej  $\Delta_d T = 0,1^\circ\text{C}$ . Niepewność standardową oszacowano za pomocą metody typu B:

$$u(t) = \frac{\Delta_d T}{\sqrt{3}} = \frac{0,1}{\sqrt{3}} \approx 0,0577^\circ\text{C} \quad (4)$$

### 4.2 Niepewność pomiaru wysokości słupa cieczy

Wysokość słupa wody w kapilarze była odczytywana z niepewnością maksymalną  $\Delta_d h = 0,001\text{ m}$ . Niepewność standardową oszacowano za pomocą metody typu B:

$$u(h) = \frac{\Delta_d h}{\sqrt{3}} = \frac{0,001}{\sqrt{3}} \approx 0,00058\text{ m} \quad (5)$$

Wykres razem z niepewnościami przedstawiono na Rys. 2.

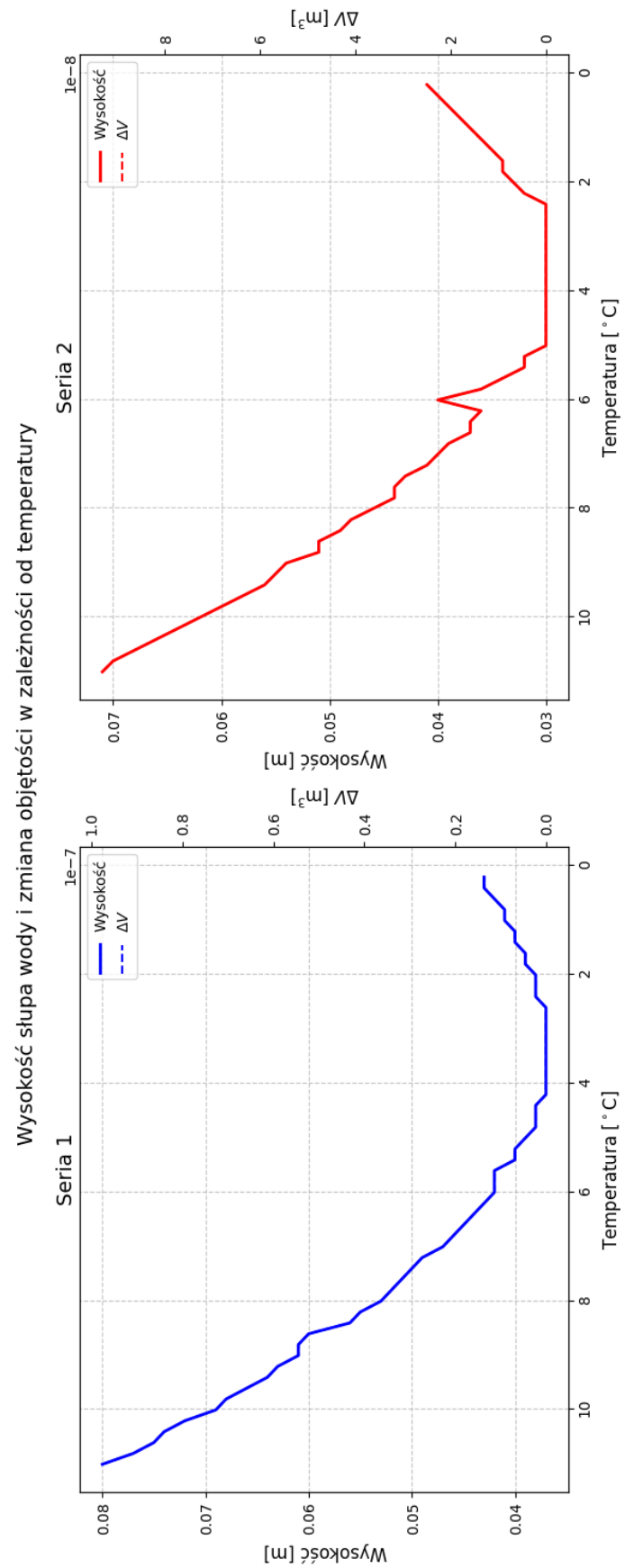
## 5 Wnioski

- Woda osiąga maksymalną gęstość w temperaturze  $4^\circ\text{C}$ , co potwierdza zjawisko anomalii rozszerzalności cieplnej wody [1].
- Względna zmiana gęstości wody między temperaturą  $10^\circ\text{C}$  a  $4^\circ\text{C}$  wynosi:

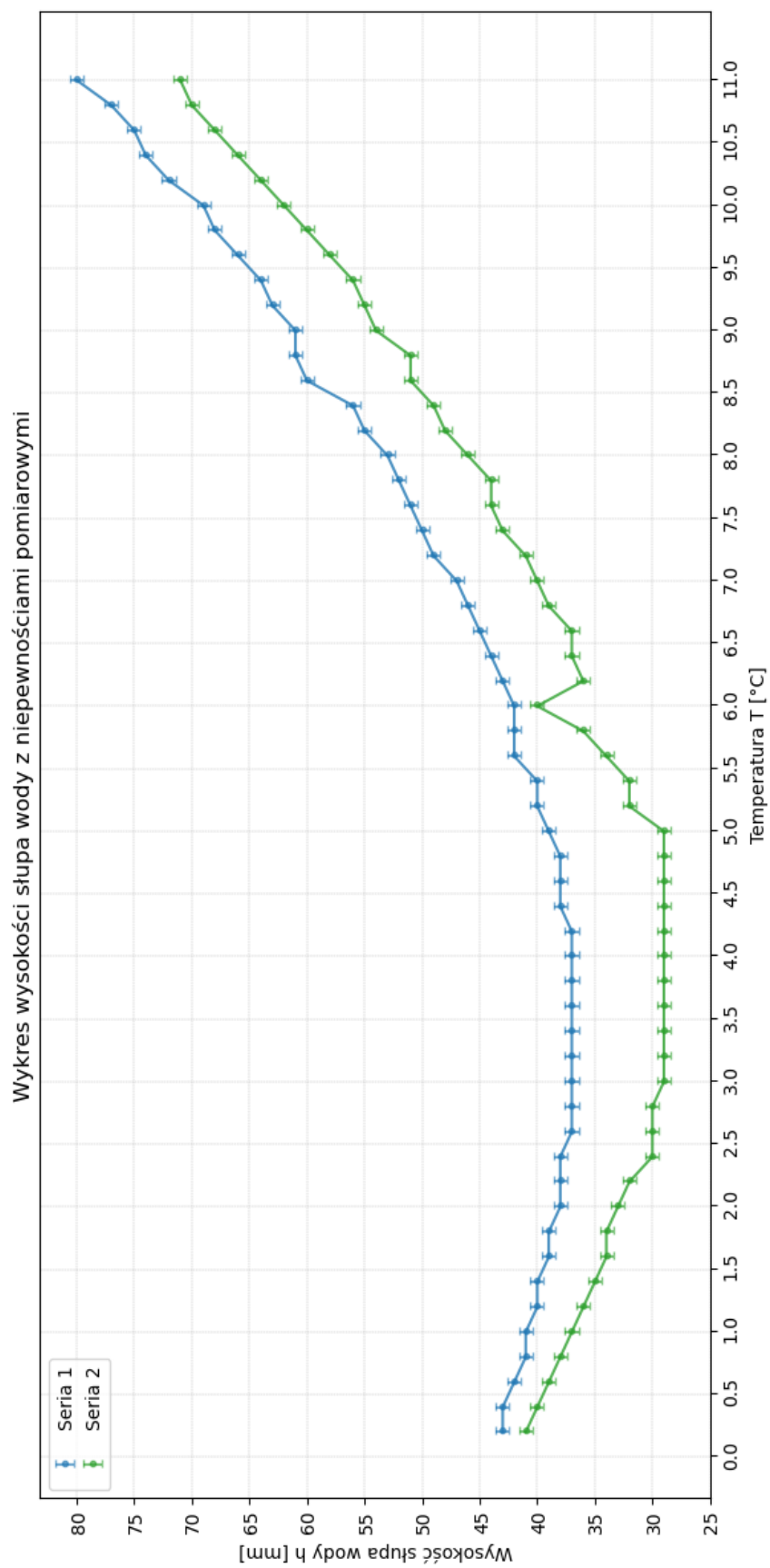
$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = 2,43 \cdot 10^{-4}$$

- Niepewność pomiaru wysokości słupa wody wynosi  $u(h) = 0,00058\text{ m}$ , a niepewność pomiaru temperatury wynosi  $u(t) = 0,0577^\circ\text{C}$ .
- Wyniki pomiarów potwierdzają, że woda zachowuje się nietypowo w zakresie temperatur  $0 - 4^\circ\text{C}$ , zwiększając swoją objętość wraz ze spadkiem temperatury.

## 6 Wykresy



Rysunek 1: Wysokość słupa wody oraz zmiana objętości wody w zależności od temperatury.



Rysunek 2: Wysokość słupa wody oraz zmiana objętości wody w zależności od temperatury z uwzględnieniem niepewności.

## Literatura

- [1] William Moebs, Samuel J. Ling, and Jeff Sanny. *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 2*. OpenStax, 2018. Dostęp: 14.04.2024.
- [2] Instytut Fizyki Doświadczalnej UW. Anomalia rozszerzalności cieplnej wody, 2023.