

## Ćwiczenie nr 25

### Wyznaczanie współczynnika rozszerzalności cieplnej metali za pomocą dylatometru

#### Spis treści

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Wstęp teoretyczny</b>  | <b>2</b> |
| <b>2</b> | <b>Opis doświadczenia</b>   | <b>3</b> |
| <b>3</b> | <b>Opracowanie wyników pomiarów</b>                                     | <b>3</b> |
| 3.1      | Tabele pomiarowe . . . . .  | 3        |
| 3.2      | Średnia wartość początkowej długości rurki . . . . .                    | 4        |
| 3.3      | Średnia wartość wydłużenia rurki . . . . .                              | 4        |
| 3.4      | Temperatura wrzenia wody . . . . .                                      | 4        |
| 3.5      | Współczynnik rozszerzalności cieplnej . . . . .                         | 4        |
| 3.6      | Określenie materiału rurek . . . . .                                    | 5        |
| <b>4</b> | <b>Ocena niepewności pomiaru</b>  | <b>5</b> |
| 4.1      | Niepewności wzorcowania . . . . .                                       | 5        |
| 4.2      | Niepewność standardowa początkowej długości rurki . . . . .             | 5        |
| 4.3      | Niepewność standardowa długości rurki . . . . .                         | 6        |
| 4.4      | Niepewność wydłużenia rurki . . . . .                                   | 6        |
| 4.5      | Niepewność standardowa temperatury . . . . .                            | 6        |
| 4.6      | Niepewność standardowa różnicy temperatur . . . . .                     | 6        |
| 4.7      | Niepewność standardowa współczynnika rozszerzalności cieplnej . . . . . | 6        |
| <b>5</b> | <b>Wnioski</b>  | <b>7</b> |

# 1 Wstęp teoretyczny

Zjawisko rozszerzalności cieplnej ciał stałych wynika z niesymetrycznego kształtu krzywej energii potencjalnej oddziaływań międzyatomowych. W ciałach stałych atomy nie są ściśle unieruchomione, lecz drgają wokół położenia równowagi. Oddziaływania międzyatomowe można opisać jako wypadkową sił przyciągania i odpychania:

$$F = F_{\text{odpychania}} + F_{\text{przyciągania}} = \frac{A}{x^{13}} - \frac{B}{x^7} \quad (1)$$

gdzie  $A$  i  $B$  są stałymi charakterystycznymi dla danego materiału.

Energia potencjalna oddziaływań  $U(x)$  w okolicy położenia równowagi  $x_0$  może być przybliżona wielomianem:

$$U(\xi) = \frac{1}{2}k\xi^2 - \frac{1}{3}s\xi^3 \quad (2)$$

gdzie  $\xi = x - x_0$ , a asymetria potencjału jest reprezentowana przez człon trzeciego stopnia.

Ze względu na asymetrię potencjału, wraz ze wzrostem temperatury (a co za tym idzie - energii drgań atomów) średnie położenie atomów przesuwają się w stronę większych odległości międzyatomowych, co makroskopowo obserwujemy jako rozszerzalność cieplną.

Liniową rozszerzalność cieplną opisuje wzór:

$$\Delta L = L_0 \alpha (T - T_0) \quad (3)$$

gdzie:

- $\Delta L$  - zmiana długości ciała
- $L_0$  - początkowa długość ciała w temperaturze  $T_0$
- $\alpha$  - współczynnik rozszerzalności liniowej [ $\text{K}^{-1}$ ]
- $T - T_0$  - zmiana temperatury

Współczynnik rozszerzalności liniowej  $\alpha$  definiuje się jako względną zmianę długości przypadającą na jednostkową zmianę temperatury:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot (T - T_0)} \quad (4)$$

Wartość współczynnika  $\alpha$  jest charakterystyczna dla danego materiału i może służyć do jego identyfikacji. Typowe wartości  $\alpha$  dla metali mieszczą się w zakresie od około  $10 \cdot 10^{-6}$  do  $25 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ .

Rozszerzalność objętościowa ciał stałych jest związana z rozszerzalnością liniową zależnością:

$$\beta = 3\alpha \quad (5)$$

gdzie  $\beta$  jest współczynnikiem rozszerzalności objętościowej.

W celu wyznaczenia współczynnika rozszerzalności liniowej metali wykorzystuje się dylatometr, który umożliwia precyzyjny pomiar przyrostu długości próbki pod wpływem zmiany temperatury.

Wstęp teoretyczny opracowano na podstawie materiałów dodatkowych do ćwiczenia nr 25 [2].

## 2 Opis doświadczenia

Celem doświadczenia było wyznaczenie współczynnika rozszerzalności cieplnej dla czterech różnych rurek metalowych.

1. Przygotowano stanowisko pomiarowe z czajnikiem elektrycznym do wytworzenia pary wodnej.
2. Zmierzono długości początkowe czterech rurek metalowych (oznaczonych kolorami: złota, miedziana, szara i srebrna) w temperaturze pokojowej za pomocą taśmy mierniczej.
3. Odczytano temperaturę otoczenia.
4. Umieszczono kolejno każdą rurkę w uchwytach dylatometru i ustawiono wstępne położenie za pomocą śruby regulacyjnej.
5. Po wytworzeniu pary wodnej, podłączono wąż doprowadzający parę do badanej rurki.
6. Obserwowano i zapisano wydłużenie rurki wskazywane przez czujnik mikrometryczny.
7. Pomiary powtórzono dwukrotnie dla każdej rurki.
8. Odczytano ciśnienie atmosferyczne na barometrze rtęciowym i wyznaczono odpowiadającą mu temperaturę wrzenia wody.
9. Na podstawie uzyskanych danych obliczono współczynniki rozszerzalności cieplnej dla poszczególnych rurek.
10. Porównując otrzymane wartości z danymi tablicowymi, zidentyfikowano materiały, z których wykonane były badane rurki.

## 3 Opracowanie wyników pomiarów

### 3.1 Tabele pomiarowe

| Nr | Kolor     |
|----|-----------|
| 1  | złota     |
| 2  | miedziana |
| 3  | szara     |
| 4  | srebrna   |

Tabela 1: Oznaczenie rurek

| Nr | $L_1$ [cm] | $L_2$ [cm] | $L_3$ [cm] | $L_4$ [cm] |
|----|------------|------------|------------|------------|
| 1  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |
| 2  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |
| 3  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |
| 4  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |
| 5  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |
| 6  | 75,5       | 75,5       | 75,5       | 75,5       |

Tabela 2: Początkowe długości rurki.

| Nr | $L_{11}$<br>[mm] | $L_{12}$<br>[mm] | $L_{21}$<br>[mm] | $L_{22}$<br>[mm] | $L_{31}$<br>[mm] | $L_{32}$<br>[mm] | $L_{41}$<br>[mm] | $L_{42}$<br>[mm] |
|----|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 1  | 8,87             | 9,93             | 8,96             | 9,91             | 9,13             | 10,07            | 8,88             | 9,56             |
| 2  | 8,94             | 10,01            | 8,90             | 9,85             | 8,93             | 9,87             | 8,84             | 9,49             |

Tabela 3: Pomiary długości rurki  $x$  przed ( $L_{x1}$ ) i po ( $L_{x2}$ ) ogrzaniu.

| Nr | $\Delta L_1$ [mm] | $\Delta L_2$ [mm] | $\Delta L_3$ [mm] | $\Delta L_4$ [mm] |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| 1  | 1,06              | 0,95              | 0,94              | 0,68              |
| 2  | 1,07              | 0,95              | 0,94              | 0,65              |

Tabela 4: Pomiary wydłużenia rurki ( $\Delta L_x = L_{x2} - L_{x1}$ ).

### 3.2 Średnia wartość początkowej długości rurki

Długości początkowe rurek nie wykazały rozrzutu wszystkie pomiary wyniosły 0.755 m.

### 3.3 Średnia wartość wydłużenia rurki

Na podstawie tabeli 4 obliczono średnie wydłużenie rurki dla każdej z czterech rurek i zapisano w tabeli 5.

| $\Delta L_1$ [m] | $\Delta L_2$ [m] | $\Delta L_3$ [m] | $\Delta L_4$ [m] |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| 0,001065         | 0,000950         | 0,000940         | 0,000665         |

Tabela 5: Średnie wydłużenie rurki.

Przykładowe obliczenia:

$$\Delta L_1 = \frac{1,06 + 1,07}{2} \cdot 10^{-3} = 0,001065 \text{ m}$$

### 3.4 Temperatura wrzenia wody

Zmierzone ciśnienie atmosferyczne wyniosło  $p = 744.2 \text{ mmHg} = 99218,52 \text{ Pa}$ . Dla tego określenia korzystając ze strony [1] określono temperaturę wrzenia wody jako  $T_w = 99,4^\circ\text{C}$ .

### 3.5 Współczynnik rozszerzalności cieplnej

Współczynnik rozszerzalności cieplnej obliczono na podstawie wzoru:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot (T_2 - T_1)} \quad (6)$$

gdzie:

- $\Delta L$  - średnie wydłużenie rurki
- $L_0 = 0.755 \text{ m}$  - długość początkowa rurki
- $T_1 = 24.0^\circ\text{C}$  - temperatura początkowa
- $T_2 = 99,4^\circ\text{C}$  - temperatura końcowa

Wyniki obliczeń zapisano w tabeli 6.

| Rurka | $\alpha \left[ \frac{1}{K} \right]$ |
|-------|-------------------------------------|
| 1     | $18,708 \cdot 10^{-6}$              |
| 2     | $16,688 \cdot 10^{-6}$              |
| 3     | $16,512 \cdot 10^{-6}$              |
| 4     | $11,682 \cdot 10^{-6}$              |

Tabela 6: Współczynnik rozszerzalności cieplnej dla poszczególnych rurek.

Przykładowe obliczenia:

$$\alpha_1 = \frac{0,001065}{0,755 \cdot (99,4 - 24,0)} = 0,000018708 \frac{1}{K} \quad (7)$$

### 3.6 Określenie materiału rurek

Porównując wartości współczynnika rozszerzalności cieplnej z wartościami tablicowymi określono materiał rurek (biorąc pod uwagę najbliższą wartość oraz zgodność z kolorami rurek), który został zapisany w tabeli 7.

| Materiał        | Współczynnik rozszerzalności cieplnej $\left[ \frac{1}{K} \right]$ |                        |
|-----------------|--|------------------------|
|                 | Wartość tablicowa  | Wartość zmierzona      |
| Mosiądz         | $19,0 \cdot 10^{-6}$   | $18,708 \cdot 10^{-6}$ |
| Miedź           | $17,0 \cdot 10^{-6}$   | $16,688 \cdot 10^{-6}$ |
| Stal nierdzewna | $17,3 \cdot 10^{-6}$   | $16,512 \cdot 10^{-6}$ |
| Żelazo          | $11,8 \cdot 10^{-6}$   | $11,682 \cdot 10^{-6}$ |

Tabela 7: Tablicowe wartości współczynnika rozszerzalności cieplnej dla różnych materiałów (źródło: [3]) oraz wartości zmierzone.

## 4 Ocena niepewności pomiaru

### 4.1 Niepewności wzorcowania

Niepewności wzorcowania na podstawie użytych przyrządów zostały zapisane w tabeli 8.

| Wielkość  | Niepewność wzorcowania |
|---|------------------------|
| Długość początkowa rurki ( $\Delta_d L$ )                 | 0.01 m                 |
| Długość rurki (przed i po ogrzaniu) ( $\Delta_d L_{xx}$ ) | 0.00001 m              |
| Temperatura ( $\Delta_d T$ )                              | 0.1°C                  |

Tabela 8: Niepewności wzorcowania.

### 4.2 Niepewność standardowa początkowej długości rurki

Niepewność standardowa początkowej długości rurki obliczono na podstawie wzoru na niepewność typu B, ze względu na to, że nie wystąpił rozrzut wyników pomiarów.

$$u(L_0) = \frac{\Delta_d L_0}{\sqrt{3}} = \frac{0.01}{\sqrt{3}} = 0.00578 \text{ m}$$

### 4.3 Niepewność standardowa długości rurki

Niepewność standardowa długości rurki obliczono na podstawie wzoru:

$$u(L_{xx}) = \frac{\Delta L_{xx}}{\sqrt{3}} = \frac{0.00001}{\sqrt{3}} = 5.8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

### 4.4 Niepewność wydłużenia rurki

Wydłużenie rurki określa wzór:

$$\Delta L_{xx} = L_{x2} - L_{x1}$$

Stąd niepewność standardowa wydłużenia rurki wynosi z prawa przenoszenia niepewności:

$$u(\Delta L_{xx}) = 2u(L_{xx}) = 2 \cdot 5.8 \cdot 10^{-6} = 1.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$$

### 4.5 Niepewność standardowa temperatury

Niepewność standardowa temperatury obliczono na podstawie wzoru:

$$u(T) = \frac{\Delta T}{\sqrt{3}} = \frac{0.1}{\sqrt{3}} = 0.058 \text{ K}$$

### 4.6 Niepewność standardowa różnicy temperatur

Niepewność standardowa różnicy temperatur obliczono na podstawie wzoru:

$$u(T_2 - T_1) = 2 \cdot u(T) = 2 \cdot 0.058 = 0.12 \text{ K}$$

### 4.7 Niepewność standardowa współczynnika rozszerzalności cieplnej

Współczynnik rozszerzalności cieplnej obliczono na podstawie wzoru 4.7.

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T}$$

Stąd korzystając z prawa przenoszenia niepewności otrzymujemy:

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta L}\right)^2 u^2(\Delta L) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial L_0}\right)^2 u^2(L_0) + \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \Delta T}\right)^2 u^2(\Delta T)}$$

Obliczając pochodne cząstkowe otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial \Delta L} &= \frac{1}{L_0 \cdot \Delta T} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial L_0} &= -\frac{\Delta L}{L_0^2 \cdot \Delta T} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \Delta T} &= -\frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T^2} \end{aligned}$$

Ostatecznie otrzymujemy:

$$u(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{1}{L_0 \cdot \Delta T}\right)^2 u^2(\Delta L) + \left(-\frac{\Delta L}{L_0^2 \cdot \Delta T}\right)^2 u^2(L_0) + \left(-\frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T^2}\right)^2 u^2(\Delta T)}$$

Dla wszystkich rurek obliczono wartości i zapisano w tabeli 9.

| Rurka | $u(\alpha) [\cdot 10^{-6} \frac{1}{K}]$ |
|-------|---|
| 1     | 0,21                                    |
| 2     | 0,20                                    |
| 3     | 0,20                                    |
| 4     | 0,20                                    |

Tabela 9: Niepewność standardowa współczynnika rozszerzalności cieplnej.

Przykładowe obliczenia dla rurki nr 1:

$$\begin{aligned} u(\alpha_1) &= \sqrt{\left(\frac{1}{0,755 \cdot 75,4}\right)^2 \cdot (1,2 \cdot 10^{-5})^2 +} \\ &\quad \left(-\frac{0,001065}{(0,755)^2 \cdot 75,4}\right)^2 \cdot (0,00578)^2 +} \\ &\quad \left(-\frac{0,001065}{0,755 \cdot (75,4)^2}\right)^2 \cdot (0,0578)^2 =} \\ &= 0,21 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1} \end{aligned}$$

## 5 Wnioski

W przeprowadzonym doświadczeniu wyznaczono współczynniki rozszerzalności cieplnej dla czterech różnych rurek metalowych za pomocą dylatometru. Na podstawie uzyskanych wyników można sformułować następujące wnioski:

1. Na podstawie wyznaczonych współczynników rozszerzalności oraz wyglądu rurek zidentyfikowano następujące materiały:
  - Rurka 1 (złota) - mosiądz ( $\alpha = 18,708 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $u_c(\alpha) = 0,21 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ )
  - Rurka 2 (miedziana) - miedź ( $\alpha = 16,688 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $u_c(\alpha) = 0,20 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ )
  - Rurka 3 (szara) - stal nierdzewna ( $\alpha = 16,512 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $u_c(\alpha) = 0,20 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ )
  - Rurka 4 (srebrna) - żelazo ( $\alpha = 11,682 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ ,  $u_c(\alpha) = 0,20 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ )
2. Zaobserwowano wyraźne różnice w rozszerzalności cieplnej różnych metali - mosiądz charakteryzuje się najwyższym współczynnikiem rozszerzalności, podczas gdy żelazo najniższym spośród badanych materiałów.
3. Niepewności pomiarowe były na poziomie  $0,20 \cdot 10^{-6} K^{-1}$ .
4. Największy wpływ na niepewność wyznaczonego współczynnika rozszerzalności miały niepewności pomiaru długości początkowej rurki oraz niepewność pomiaru temperatury.

5. Dzięki zastosowaniu pary wodnej do podgrzewania rurek, zapewniono ogrzewanie rurek do stałej temperatury, co pozwoliło na uzyskanie powtarzalnych wyników - dla obu powtórzeń wyniki były zbliżone.

Przeprowadzone doświadczenie potwierdza, że współczynnik rozszerzalności cieplnej jest charakterystyczną cechą materiału, która może służyć do jego identyfikacji.

## Literatura

- [1] Calculla. Kalkulator temperatury wrzenia. [https://calculla.pl/kalkulator\\_temperatury\\_wrzenia](https://calculla.pl/kalkulator_temperatury_wrzenia), 2024. Dostęp: 14.04.2024.
- [2] Instytut Fizyki Doświadczalnej UW. Materiały dodatkowe do ćwiczenia 25. <https://wfa.uwr.edu.pl/wp-content/uploads/sites/216/2024/01/Ciep.25-wstep.pdf>, 2024. Wstęp do ćwiczenia nr 25, I Pracownia Fizyczna.
- [3] Wikipedia. Rozszerzalność cieplna. [https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozszerzalno%C5%9B%C4%87\\_cieplna](https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozszerzalno%C5%9B%C4%87_cieplna), 2024. Dostęp: 14.04.2024.