

Ćwiczenie nr 42

Mostek Wheatstone’a

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Mostek Wheatstone’a

Przez mostek nie płynie prąd, tylko wtedy, gdy cztery rezystancje spełniają następującą zależność:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (1)$$

Gdy jeden z czterech rezystorów jest nieznany, to można wyznaczyć jego rezystancję z powyższej proporcji (1).

1.1.1 Liniowy mostek Wheatstone’a

W liniowym mostku Wheatstone’a opory R_1 i R_2 stworzone są z drutu oporowego, rozpiętego na podstawie wzdłuż skali milimetrowej. Dla takiego mostka, korzystając z prawa Ohma, stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ można zastąpić stosunkiem $\frac{l_1}{l_2}$.

W ten sposób dla nieznanego oporu $R_x = R_3$ i znanego oporu $R_4 = R$, można określić wartość R_x jako:

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2} \quad (2)$$

2 Opracowanie wyników pomiarów

2.1 Tabele pomiarowe

Zmierzone wartości nastaw opornicy dekadowej R_w dla trzech ustawień suwaka listwy L , dla badanych rezystorów R_1, R_2, \dots, R_5 zapisano w tabeli 1. Jako R_s i R_r oznaczono rezystancję rezystorów 1-3, połączonych odpowiednio szeregowo i równolegle.

Długość L	Nastawa opornicy $R_w [\Omega]$ dla rezystora:						
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_r (równol.)	R_s (szereg.)
1/3	97	202	832	2320	6100	64	1060
1/2	52	90	452	1340	3299	32	560
2/3	27,6	49,3	232	653	1720	16,4	309

Tabela 1: Wartości nastaw opornicy dekadowej R_w dla poszczególnych badanych oporów.

Długość L	Napięcie U [V] przy pomiarze rezystora:						
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_r	R_s
1/3	0,67	0,63	0,62	0,65	0,61	0,64	0,62
1/2	0,64	0,63	0,62	0,62	0,62	0,64	0,61
2/3	0,64	0,62	0,61	0,61	0,62	0,66	0,61

Tabela 2: Wartości napięcia zasilania U podczas pomiarów poszczególnych rezystancji.

3 Opracowanie wyników pomiarów

3.1 Wartości badanych rezystancji i ich wartości średnie

Dla każdego podziału listwy L obliczono stosunek $\frac{l_1}{l_2}$:

Ustawienie L	Stosunek $\frac{l_1}{l_2}$
1/3	0,5
1/2	1,0
2/3	2,0

Tabela 3: Wartości stosunku podziału listwy dla badanych ustawień L .

Następnie korzystając ze wzoru (2), dla każdej nastawy opornicy dekadowej R_w i długości listwy L , obliczono wartości nieznanego oporu R_x . Wyniki przedstawiono w tabeli poniżej.

Rezystor	$R_x [\Omega]$ dla $L = 1/3$	$R_x [\Omega]$ dla $L = 1/2$	$R_x [\Omega]$ dla $L = 2/3$
R_1	48,5	52,0	55,2
R_2	101,0	90,0	98,6
R_3	416,0	452,0	464,0
R_4	1160,0	1340,0	1306,0
R_5	3050,0	3299,0	3440,0
R_r	32,0	32,0	32,8
R_s	530,0	560,0	618,0

Tabela 4: Wyznaczone wartości badanych rezystancji dla różnych ustawień mostka.

Przykładowe obliczenie (dla rezystora R_2 przy ustawieniu $L = 1/3$):

Wartość $R_w = 202 \Omega$, stosunek $\frac{l_1}{l_2} = 0,5$.

$$R_2^{(1/3)} = 202 \Omega \cdot 0,5 = 101,0 \Omega$$

Na podstawie wyznaczonych wartości cząstkowych obliczono średnie wartości rezystancji dla każdego badanego elementu:

Rezystor	Średnia rezystancja \bar{R} [Ω]
R_1	51,9
R_2	96,5
R_3	444,0
R_4	1268,7
R_5	3263,0
R_r	32,3
R_s	569,3

Tabela 5: Średnie wartości badanych rezystancji.

3.2 Ocena niepewności pomiaru

Niepewność pomiaru ΔR oszacowano metodą maksymalnego rozrzutu wyników, zgodnie ze wzorem:

$$\Delta R = \frac{R_{max} - R_{min}}{2} \quad (3)$$

Wyniki obliczeń niepewności przedstawiono w tabeli poniżej.

Rezystor	Niepewność ΔR [Ω]
R_1	3,4
R_2	5,5
R_3	24,0
R_4	90,0
R_5	195,0
R_r	0,4
R_s	44,0

Tabela 6: Niepewności maksymalne wyznaczonych rezystancji.

Przykładowe obliczenie (dla rezystora R_2):

Wartości skrajne wynoszą $R_{max} = 101,0 \Omega$ oraz $R_{min} = 90,0 \Omega$.

$$\Delta R_2 = \frac{101,0 \Omega - 90,0 \Omega}{2} = 5,5 \Omega$$

Ostateczne wyniki pomiarów (wraz z niepewnościami) wynoszą:

- $R_1 = (51,9 \pm 3,4) \Omega$
- $R_2 = (96,5 \pm 5,5) \Omega$
- $R_3 = (444 \pm 24) \Omega$
- $R_4 = (1269 \pm 90) \Omega$
- $R_5 = (3263 \pm 195) \Omega$
- $R_r = (32,3 \pm 0,4) \Omega$
- $R_s = (569 \pm 44) \Omega$

3.3 Weryfikacja prawa łączenia rezystorów

Korzystając z wyznaczonych wcześniej średnich wartości rezystancji R_1 , R_2 oraz R_3 , obliczono teoretyczne wartości rezystancji zastępczej dla połączenia szeregowego ($R_{s,teor}$) i równoległego ($R_{r,teor}$).

Dla połączenia szeregowego:

$$R_{s,teor} = R_1 + R_2 + R_3 = 51,9 + 96,5 + 444,0 = 592,4 \Omega \quad (4)$$

Dla połączenia równoległego:

$$R_{r,teor} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{51,9} + \frac{1}{96,5} + \frac{1}{444,0} \right)^{-1} \approx 31,4 \Omega \quad (5)$$

Następnie porównano wartości teoretyczne z wynikami zmierzonymi bezpośrednio (R_{pom}), wyznaczając błąd bezwzględny $|\Delta R| = |R_{pom} - R_{teor}|$ oraz błąd względny $\delta = \frac{|\Delta R|}{R_{teor}} \cdot 100\%$.

Połączenie	$R_{pom} [\Omega]$	$R_{teor} [\Omega]$	$ \Delta R [\Omega]$	$\delta [\%]$
Szeregowe (R_s)	569,3	592,4	23,1	3,90
Równoległe (R_r)	32,3	31,4	0,9	2,86

Tabela 7: Porównanie zmierzonych rezystancji zastępczych z wartościami teoretycznymi.

4 Wnioski

W ramach ćwiczenia wyznaczono wartości rezystancji pięciu nieznanymi oporników oraz ich połączeń (szeregowego i równoległego) metodą mostka Wheatstone'a. Pomiary wykonano dla trzech różnych ustawień suwaka na listwie ($L = 1/3, 1/2, 2/3$), a jako wynik końcowy przyjęto wartość średnią.

Ostateczne wyniki pomiarów wraz z niepewnościami maksymalnymi wynoszą:

- $R_1 = (51,9 \pm 3,4) \Omega$
- $R_2 = (96,5 \pm 5,5) \Omega$
- $R_3 = (444 \pm 24) \Omega$
- $R_4 = (1269 \pm 90) \Omega$
- $R_5 = (3263 \pm 195) \Omega$
- $R_r = (32,3 \pm 0,4) \Omega$ (połączenie równoległe R_1, R_2, R_3)
- $R_s = (569 \pm 44) \Omega$ (połączenie szeregowe R_1, R_2, R_3)

Przeprowadzono weryfikację praw łączenia rezystorów, porównując zmierzone wartości rezystancji zastępczych z wartościami teoretycznymi obliczonymi na podstawie składowych R_1, R_2, R_3 :

1. Dla połączenia szeregowego wartość teoretyczna wynosi $R_{s,teor} = 592,4 \Omega$, natomiast wartość zmierzona $R_{s,pom} = 569,3 \Omega$. Różnica wynosi $23,1 \Omega$, co stanowi błąd względny $\delta \approx 3,90\%$.
2. Dla połączenia równoległego wartość teoretyczna wynosi $R_{r,teor} = 31,4 \Omega$, natomiast wartość zmierzona $R_{r,pom} = 32,3 \Omega$. Różnica wynosi $0,9 \Omega$, co stanowi błąd względny $\delta \approx 2,86\%$.

Uzyskane wyniki charakteryzują się wysoką zgodnością z teorią. Błędy względne w obu przypadkach nie przekraczają 4%, co potwierdza poprawność praw Kirchhoffa oraz skuteczność metody mostka Wheatstone'a w pomiarach rezystancji. Różnice między wartościami zmierzonymi a teoretycznymi mieszczą się w granicach oszacowanych niepewności pomiarowych (dla R_s różnica $23,1 \Omega$ mieści się w niepewności $\pm 44 \Omega$).

Literatura