

Ćwiczenie nr 42

Mostek Wheatstone'a

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Mostek Wheatstone'a

Przez mostek nie płynie prąd, tylko wtedy, gdy cztery rezystancje spełniają następującą zależność:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \quad (1)$$

Gdy jeden z czterech rezystorów jest nieznany, to można wyznaczyć jego rezystancję z powyższej proporcji (1).

1.1.1 Liniowy mostek Wheatstone'a

W liniowym mostku Wheatstone'a opory R_1 i R_2 stworzone są z drutu oporowego, rozpiętego na podstawce wzduż skali milimetrowej. Dla takiego mostka, korzystając z prawa Ohma, stosunek $\frac{R_1}{R_2}$ można zastąpić stosunkiem $\frac{l_1}{l_2}$.

W ten sposób dla nieznanego oporu $R_x = R_3$ i znanego oporu $R_4 = R$, można określić wartość R_x jako:

$$R_x = R \frac{l_1}{l_2} \quad (2)$$

2 Opracowanie wyników pomiarów

2.1 Tabele pomiarowe

Zmierzone wartości nastaw opornicy dekadowej R_w dla trzech ustawień suwaka listwy L , dla badanych rezystorów R_1, R_2, \dots, R_5 zapisano w tabeli 1. Jako R_s i R_r oznaczono rezystancję rezystorów 1-3, połączonych odpowiednio szeregowo i równolegle.

Długość L	Nastawa opornicy R_w [Ω] dla rezystora:						
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_r (równol.)	R_s (szereg.)
1/3	97	202	832	2320	6100	64	1060
1/2	52	90	452	1340	3299	32	560
2/3	27,6	49,3	232	653	1720	16,4	309

Tabela 1: Wartości nastaw opornicy dekadowej R_w dla poszczególnych badanych oporów.

Długość L	Napięcie U [V] przy pomiarze rezystora:						
	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_r	R_s
1/3	0,67	0,63	0,62	0,65	0,61	0,64	0,62
1/2	0,64	0,63	0,62	0,62	0,62	0,64	0,61
2/3	0,64	0,62	0,61	0,61	0,62	0,66	0,61

Tabela 2: Wartości napięcia zasilania U podczas pomiarów poszczególnych rezystancji.

2.2 Wartości badanych rezystancji i ich wartości średnie

Dla każdego podziału listwy L obliczono stosunek $\frac{l_1}{l_2}$:

Ustawienie L	Stosunek $\frac{l_1}{l_2}$
1/3	0,5
1/2	1,0
2/3	2,0

Tabela 3: Wartości stosunku podziału listwy dla badanych ustawień L .

Następnie korzystając z wzoru (2), dla każdej nastawy opornicy dekadowej R_w i długości listwy L , obliczono wartości nieznanego oporu R_x . Wyniki przedstawiono w tabeli poniżej.

Rezystor	R_x [Ω] dla $L = 1/3$	R_x [Ω] dla $L = 1/2$	R_x [Ω] dla $L = 2/3$
R_1	48,5	52,0	55,2
R_2	95,0	114,0	76,0
R_3	405,0	510,0	420,0
R_4	1135,0	1440,0	1220,0
R_5	2955,0	3710,0	3020,0
R_r	32,0	32,0	32,8
R_s	530,0	560,0	618,0

Tabela 4: Wyznaczone wartości badanych rezystancji dla różnych ustawień mostka.

Przykładowe obliczenie (dla rezystora R_1 przy ustawieniu $L = 1/3$):

Wartość $R_w = 97 \Omega$, stosunek $\frac{l_1}{l_2} = 0,5$.

$$R_1^{(1/3)} = 97 \Omega \cdot 0,5 = 48,5 \Omega$$

Na podstawie wyznaczonych wartości cząstkowych obliczono średnie wartości rezystancji dla każdego badanego elementu:

Rezystor	Średnia rezystancja \bar{R} [Ω]
R_1	51,9
R_2	95,0
R_3	445,0
R_4	1265,0
R_5	3228,3
R_r	32,3
R_s	569,3

Tabela 5: Średnie wartości badanych rezystancji.

2.3 Ocena niepewności pomiaru

Niepewność pomiaru ΔR oszacowano metodą maksymalnego rozrzutu wyników, zgodnie ze wzorem:

$$\Delta R = \frac{R_{max} - R_{min}}{2} \quad (3)$$

Wyniki obliczeń niepewności przedstawiono w tabeli poniżej.

Rezystor	Niepewność ΔR [Ω]
R_1	3,4
R_2	19
R_3	53
R_4	153
R_5	378
R_r	0,4
R_s	44

Tabela 6: Niepewności maksymalne wyznaczonych rezystancji.

Przykładowe obliczenie (dla rezystora R_1):

Wartości skrajne wynoszą $R_{max} = 55,2 \Omega$ oraz $R_{min} = 48,5 \Omega$.

$$\Delta R_1 = \frac{55,2 \Omega - 48,5 \Omega}{2} = 3,35 \Omega \approx 3,4 \Omega$$

Ostateczne wyniki pomiarów wynoszą:

- $R_1 = (51,9 \pm 3,4) \Omega$
- $R_2 = (95 \pm 19) \Omega$
- $R_3 = (445 \pm 53) \Omega$
- $R_4 = (1265 \pm 153) \Omega$
- $R_5 = (3228 \pm 378) \Omega$
- $R_r = (32,3 \pm 0,4) \Omega$
- $R_s = (569 \pm 44) \Omega$

2.4 Weryfikacja prawa łączenia rezystorów

Korzystając z wyznaczonych wcześniej średnich wartości rezystancji R_1, R_2 oraz R_3 , obliczono teoretyczne wartości rezystancji zastępczej dla połączenia szeregowego ($R_{s,teor}$) i równoległego ($R_{r,teor}$).

Dla połączenia szeregowego:

$$R_{s,teor} = R_1 + R_2 + R_3 = 51,9 + 95,0 + 445,0 = 591,9 \Omega \quad (4)$$

Dla połączenia równoległego:

$$R_{r,teor} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{51,9} + \frac{1}{95,0} + \frac{1}{445,0} \right)^{-1} \approx 31,3 \Omega \quad (5)$$

Następnie porównano wartości teoretyczne z wynikami zmierzonymi bezpośrednio (R_{pom}), wyznaczając błąd bezwzględny $|\Delta R| = |R_{pom} - R_{teor}|$ oraz błąd względny $\delta = \frac{|\Delta R|}{R_{teor}} \cdot 100\%$.

Połączenie	R_{pom} [Ω]	R_{teor} [Ω]	$ \Delta R $ [Ω]	δ [%]
Szeregowe (R_s)	569,3	591,9	22,6	3,82
Równoległe (R_r)	32,3	31,3	1,0	3,19

Tabela 7: Porównanie zmierzonych rezystancji zastępczych z wartościami teoretycznymi.

Literatura