

Ćwiczenie nr 73

Wyznaczanie prędkości fali dźwiękowej w powietrzu metodą rury rezonansowej

1 Wstęp teoretyczny

1.1 Rodzaje fal i równanie falowe

Fale można podzielić na podłużne i poprzeczne, w zależności od kierunku drgań ośrodka względem kierunku rozchodzenia się fali. Fala dźwiękowa w powietrzu jest falą mechaniczną podłużną, polegającą na rozchodzeniu się zaburzeń gęstości i ciśnienia ośrodka (Szczeniowski, 1972). Ogólne równanie różniczkowe fali (równanie falowe) dla jednowymiarowego przypadku ma postać:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (1)$$

gdzie $\Psi(x, t)$ reprezentuje zaburzenie (np. ciśnienie akustyczne), a v jest prędkością fazową fali.

1.2 Rezonans akustyczny i fala stojąca

Fala stojąca powstaje w wyniku interferencji dwóch fal o tej samej częstotliwości i amplitudzie, biegących w przeciwnie strony (Szydłowski, 1999). W rurze jednostronnie zamkniętej (rezonator ćwierćfalowy) na końcu zamkniętym powstaje węzeł przemieszczenia (strzałka ciśnienia), a na końcu otwartym strzałka przemieszczenia (węzeł ciśnienia). Warunek rezonansu dla takiej rury o długości L jest spełniony, gdy:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad \text{gdzie } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

1.3 Prędkość dźwięku w powietrzu

Prędkość dźwięku w gazach zależy od ich właściwości termodynamicznych. Zgodnie z teorią kinetyczną gazów:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}} \quad (3)$$

gdzie κ to wykładnik adiabaty (dla powietrza $\approx 1,4$), R to uniwersalna stała gazowa, T to temperatura bezwzględna, a M to masa molowa gazu (Moebs et al., 2018).

2 Opis doświadczenia

Układ pomiarowy zestawiono zgodnie ze schematem w instrukcji (ins, 2025), łącząc generator akustyczny z głośnikiem oraz układ detekcyjny składający się z mikrofonu, wzmacniacza i woltomierza. Pomiarów przeprowadzono w dwóch etapach:

1. Dla częstotliwości 800 Hz zmierzono rozkład napięcia wzdłuż rury, przesuwając mikrofon co 1 cm, aby wyznaczyć kształt fali stojącej i zlokalizować węzły.
2. Dla częstotliwości 1 kHz, 1,5 kHz, 2 kHz oraz 2,5 kHz wyznaczono położenia strzałek i węzłów fali stojącej, szukając maksimów i minimów napięcia na woltomierzu.

3 Tabele pomiarowe

Odległość x [cm]	Napięcie U [V]
90	0,071
89	0,061
88	0,046
87	0,029
86	0,016
85	0,025
84	0,029
83	0,045
82	0,058
81	0,074
80	0,084

Tabela 1: Rozkład napięcia wzdłuż rury dla częstotliwości $f = 800$ Hz.

Węzły (min)		Strzałki (max)	
x [cm]	U [V]	x [cm]	U [V]
87,5	0,014	80,0	0,215
70,5	0,018	62,5	0,226
53,0	0,021	46,0	0,193
37,0	0,032	29,0	0,222

Tabela 2: Położenia węzłów i strzałek dla $f_{nom} = 1000$ Hz ($f_m = 1000, 596$ Hz).

Węzły (min)		Strzałki (max)	
x [cm]	U [V]	x [cm]	U [V]
90,0	0,016	84,0	0,176
79,0	0,017	73,0	0,176
67,5	0,018	61,0	0,176
56,0	0,021	49,0	0,178
44,0	0,050	38,0	0,180
33,0	0,052	27,0	0,173

Tabela 3: Położenia węzłów i strzałek dla $f_{nom} = 1500$ Hz ($f_m = 1500, 795$ Hz).

Węzły (min)		Strzałki (max)	
x [cm]	U [V]	x [cm]	U [V]
92,0	0,025	87,5	0,265
83,0	0,027	79,5	0,263
75,0	0,030	70,5	0,263
66,0	0,034	63,0	0,264
57,5	0,037	53,0	0,247
49,0	0,045	44,5	0,247
40,0	0,048	36,0	0,247
31,5	0,049	—	—

Tabela 4: Położenia węzłów i strzałek dla $f_{nom} = 2000$ Hz ($f_m = 2025, 44$ Hz).

Węzły (min)		Strzałki (max)	
x [cm]	U [V]	x [cm]	U [V]
85,0	0,031	89,0	0,212
78,5	0,034	82,0	0,213
72,0	0,036	75,0	0,213
65,0	0,036	68,5	0,213
58,0	0,038	61,5	0,214
51,0	0,040	54,5	0,215
44,0	0,041	48,0	0,182
37,0	0,043	41,0	0,184
30,0	0,044	34,0	0,183
—	—	26,5	0,181

Tabela 5: Położenia węzłów i strzałek dla $f_{nom} = 2500$ Hz ($f_m = 2501, 82$ Hz).

4 Opracowanie wyników pomiarów

4.1 Badanie fali stojącej dla $f = 800$ Hz

Sporządzono wykres zależności napięcia U od położenia mikrofonu x dla częstotliwości $f = 800$ Hz, który przedstawiono w sekcji 7 (Rys. 1). Na wykresie zaznaczono teoretyczną skalę długości fali, ponieważ zakres ruchu mikrofonu był krótszy od pełnej długości fali λ .

4.2 Wyznaczenie prędkości dźwięku

Dla częstotliwości z zakresu 1 kHz – 2,5 kHz wyznaczono średnie odległości między węzłami Δx_{avg} . Długość fali obliczono jako $\lambda = 2 \cdot \Delta x_{avg}$. Prędkość fali obliczono ze wzoru $v = \lambda f$.

Przykładowe obliczenia (dla $f = 1000$ Hz)

Dla częstotliwości 1000 Hz odczytano następujące położenia węzłów (Tabela 2): 87,5 cm, 70,5 cm, 53,0 cm oraz 37,0 cm. Obliczono odległości między sąsiednimi węzłami:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= |87,5 - 70,5| = 17,0 \text{ cm} \\ \Delta x_2 &= |70,5 - 53,0| = 17,5 \text{ cm} \\ \Delta x_3 &= |53,0 - 37,0| = 16,0 \text{ cm}\end{aligned}$$

Średnia odległość między węzłami wynosi:

$$\Delta x_{avg} = \frac{17,0 + 17,5 + 16,0}{3} \text{ cm} \approx 16,833 \text{ cm} = 0,1683 \text{ m}$$

Następnie obliczono długość fali oraz prędkość dźwięku:

$$\lambda = 2 \cdot \Delta x_{avg} = 2 \cdot 0,1683 \text{ m} = 0,3366 \text{ m} \approx 0,3367 \text{ m}$$

$$v \approx 0,3367 \text{ m} \cdot 1000 \text{ Hz} = 336,7 \text{ m s}^{-1}$$

Wyniki dla wszystkich częstotliwości przedstawiono w Tabeli 6.

Częstotliwość f [Hz]	Δx_{avg} [m]	λ [m]	v [m s^{-1}]
1000	0,1683	0,3367	336,7
1500	0,1140	0,2280	342,0
2000	0,0864	0,1729	345,7
2500	0,0688	0,1375	343,8

Tabela 6: Wyniki pomiarów długości fali i obliczone prędkości dźwięku.

Wartość średnia prędkości dźwięku obliczona dla $n = 4$ pomiarów:

$$v_{sr} = \frac{336,7 + 342,0 + 345,7 + 343,8}{4} \text{ m s}^{-1} = 342,0 \text{ m s}^{-1} \quad (4)$$

5 Ocena niepewności pomiaru

5.1 Niepewność standardowa pojedynczego pomiaru $u(x)$

Niepewność pomiaru położenia mikrofonu oszacowano metodą typu B (onp, 2025). Przyjęto niepewność maksymalną eksperymentatora $\Delta x = 0,5 \text{ cm}$. Zakładając rozkład jednostajny:

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,29 \text{ cm} \quad (5)$$

5.2 Niepewność złożona $u(v)$ i rozszerzona $U(v)$

Niepewność standardową $u(v)$ obliczono metodą typu A (odchylenie standardowe średniej) (onp, 2025). Podstawiając $v_{sr} = 342,0$:

$$\begin{aligned} u(v) &= \sqrt{\frac{1}{4(4-1)} [(336,7 - 342,0)^2 + \dots + (343,8 - 342,0)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{45,02}{12}} \approx 1,936 \text{ m s}^{-1} \approx 1,9 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Niepewność rozszerzoną $U(v)$ obliczono dla poziomu ufności 95% i $\nu = n - 1 = 3$ stopni swobody, przyjmując współczynnik rozszerzenia $k = 3,18$ (onp, 2025):

$$U(v) = k \cdot u(v) = 3,18 \cdot 1,936 \text{ m s}^{-1} \approx 6,15 \text{ m s}^{-1} \approx 6,2 \text{ m s}^{-1} \quad (6)$$

6 Wnioski

1. Wyznaczona metodą rury rezonansowej średnia prędkość dźwięku w powietrzu oraz jej niepewność standardowa wynoszą:

$$v = 342,0 \text{ m s}^{-1} \quad (7)$$

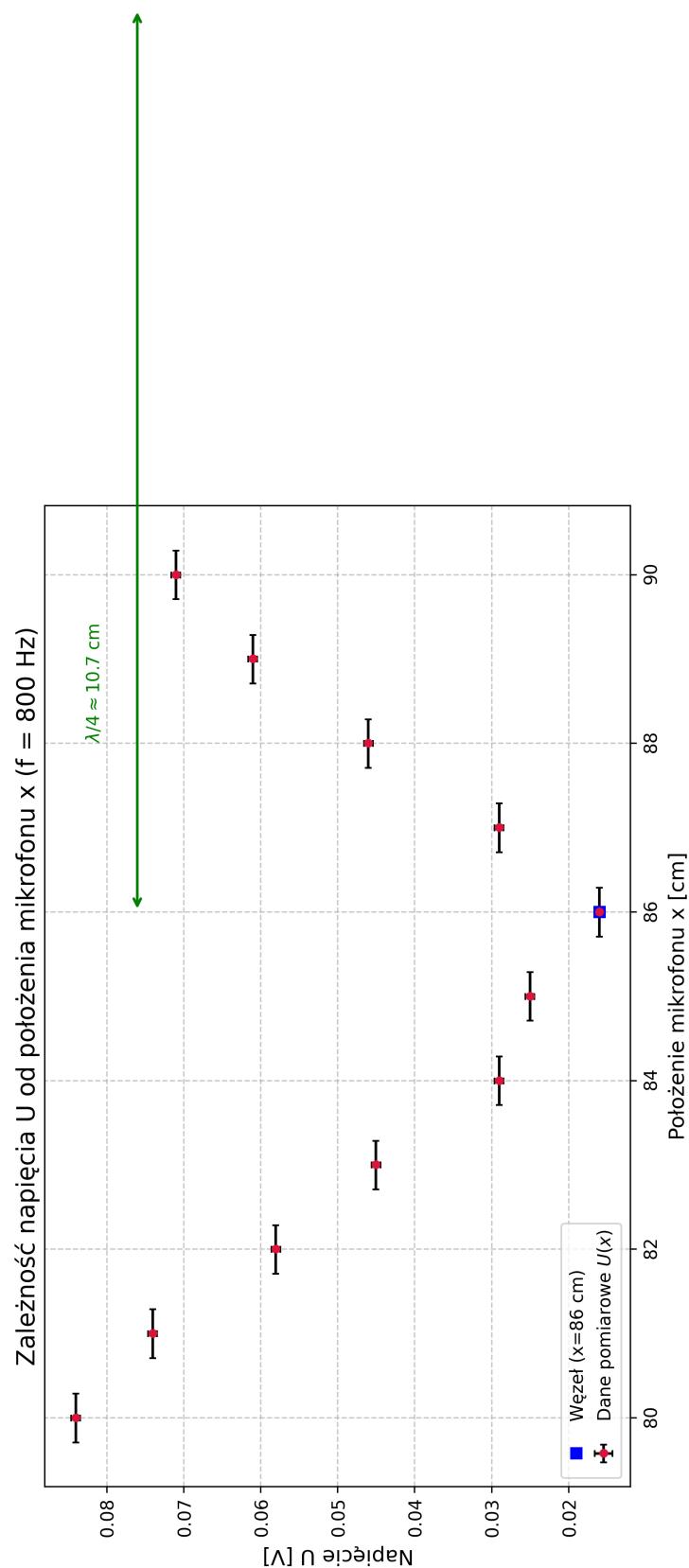
$$u(v) = 1,9 \text{ m s}^{-1} \quad (8)$$

2. Wartość teoretyczna dla $T = 293,15 \text{ K}$ wynosi $v_{teor} = 343,3 \text{ m s}^{-1}$ (Moebs et al., 2018).
3. Błąd względny pomiaru wynosi:

$$\delta = \frac{|342,0 - 343,3|}{343,3} \cdot 100\% \approx 0,36\%$$

Wynik eksperymentalny jest zgodny z wartością teoretyczną (różnica $|\Delta v| = 1,3 \text{ m s}^{-1}$ jest mniejsza od niepewności standardowej $u(v) \approx 1,9 \text{ m s}^{-1}$).

7 Wykresy



Rysunek 1: Zależność napięcia sygnału od położenia mikrofonu dla $f = 800$ Hz. Zaznaczono położenie węzła oraz skalę długości fali.

Literatura

- (2025). *Instrukcja oceny niepewności pomiarów w I Pracowni Fizycznej (ONP)*. I Pracownia Fizyczna.
- (2025). *Ćwiczenie 73: Wyznaczanie prędkości fali dźwiękowej w powietrzu metodą rury rezonansowej*. I Pracownia Fizyczna.
- Moebs, W., Ling, S. J., and Sanny, J. (2018). *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 2*. OpenStax. Dostęp: 14.04.2024.
- Szczeniowski, S. (1972). *Fizyka Doświadczalna Część I*. PWN, Warszawa.
- Szydłowski, H. (1999). *Pracownia fizyczna*. PWN, Warszawa.