...
II rok, Fizyka
Wtorek, 8:00-10:15

04.11.2025

Prowadząca:
dr Sylwia Owczarek

Ćwiczenie nr 64

Wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej przy użyciu spektrometru

1 Wstęp teoretyczny

Siatka dyfrakcyjna, dyfrakcja i interferencja

Siatka dyfrakcyjna to układ składający się z szeregu szczelin umieszczonych w równych odległościach od siebie na nieprzezroczystym ekranie. W praktyce siatkę taką otrzymuje się często poprzez porysowanie płaskorównoległej płytki szklanej równoległymi kreskami przy użyciu diamentu. Nieprzezroczyste rysy pełnią funkcję zasłon, a przezroczyste przestrzenie między nimi działają jak szczeliny. Odległość między środkami sąsiednich szczelin nazywana jest **stałą siatki** i oznaczana jako d (Dryński, 1976).

Gdy na siatkę pada prostopadle wiązka promieni równoległych, zgodnie z zasadą Huygensa, każda szczelina staje się źródłem nowych drgań, które rozchodzą się we wszystkich kierunkach. Zjawisko to, polegające na uginaniu prostoliniowego biegu promieni, nazywane jest **dyfrakcją** (Dryński, 1976).

Promienie ugięte na różnych szczelinach są promieniami spójnymi, co oznacza, że mogą się ze sobą nakładać, czyli **interferować**. W zależności od kierunku (kąta ugięcia φ), promienie te będą się wzajemnie wzmacniać lub wygaszać (Dryński, 1976).

Warunek wzmocnienia

Do wzmocnienia promieni ugiętych (interferencji konstruktywnej) dochodzi w tych kierunkach, dla których różnica dróg geometrycznych promieni wychodzących z sąsiednich szczelin jest równa całkowitej wielokrotności długości fali światła padającego (λ). Warunek ten, zwany równaniem siatki dyfrakcyjnej, ma postać (Dryński, 1976):

$$n\lambda = d \sin \varphi$$

gdzie:

- $n = 1, 2, 3, \ldots$ – rząd widma (kolejny numer wzmocnienia),
- λ – długość fali światła,
- d – stała siatki dyfrakcyjnej,
- φ – kąt ugięcia promieni, pod którym obserwuje się wzmocnienie.

Sieć krystaliczna jako siatka dyfrakcyjna

Promieniowanie rentgenowskie (promienie X) ma długość fali (rzędu 0,1 nm) porównywalną z odległościami między atomami w ciałach stałych. Z tego powodu regularna, trójwymiarowa struktura atomów w krysztale, zwana siecią krystaliczną, może działać dla promieni X jak trójwymiarowa siatka dyfrakcyjna. Gdy promienie X padają na kryształ, ulegają ugięciu (odbiciu) na kolejnych równoległych płaszczyznach atomowych. Dochodzi do interferencji konstruktywnej (wzmocnienia) tylko pod określonymi kątami, zgodnie z warunkiem znanym jako **prawo Bragga** (Ling et al., 2018):

$$n\lambda = 2d\sin\theta$$

gdzie n to rząd widma (liczba całkowita), λ to długość fali promieniowania X, d to odległość między sąsiednimi płaszczyznami sieci krystalicznej, a θ to kąt padania promieni mierzony względem płaszczyzny kryształu (Ling et al., 2018).

Zasada pomiaru spektrometrem

Spektrometr jest przyrządem pozwalającym na uzyskanie dokładniejszych wyników pomiarów kątów ugięcia φ niż metody uproszczone. Pomiar polega na ustawieniu siatki dyfrakcyjnej na stoliku spektrometru, prostopadle do osi kolimatora (Dryński, 1976).

Za pomocą lunety spektrometru, wyposażonej w noniusze, odczytuje się położenia kątowe dla prążków interferencyjnych (linii widmowych) danego rzędu n. Aby wyznaczyć średni kąt ugięcia, notuje się pozycje noniuszów a_1 i a_2 dla prążka po jednej stronie obrazu nieugiętego (centralnego) oraz b_1 i b_2 dla symetrycznego prążka tego samego rzędu po drugiej stronie. Średni kąt ugięcia φ oblicza się ze wzoru (Dryński, 1976):

$$\varphi = \frac{a_1 - b_1 + a_2 - b_2}{2}$$

Mierząc kąt ugięcia φ dla światła o znanej długości fali λ (np. z lasera), można na podstawie równania siatki wyznaczyć jej stałą d (Dryński, 1976):

$$d = \frac{n\lambda}{\sin\varphi}$$

2 Opracowanie wyników pomiarów

2.1 Tabele pomiarowe

	Lewa		**Prawa**	
n	φ_{1L}	φ_{2L}	φ_{1P}	φ_{2P}
0	353°40′	–	–	173°50′
1	351°05′	171°05′	359°10′	179°06′
2	348°20′	168°20′	1°50′	181°35′
3	345°35′	165°35′	4°39′	184°39′
4	–	–	7°35′	187°30′

Tabela 1: Wartości kątów odpowiadające położeniu prążków.

2.2 Średni kąt ugięcia

Dla każdego rzędu $n \in [1,3]$ średni kąt ugięcia φ_n obliczony został jako połowa średniej arytmetycznej separacji kątowej między prążkami z lewej i prawej strony wiązki nieugiętej (1).

Różnice kątowe $|\ldots|_{\text{cykl}}$ obliczono z uwzględnieniem "przejścia przez zero" na tarczy goniometru. Otrzymane wartości zapisano w tabeli 2. Natomiast dla rzędu $n = 0$ kąt ugięcia przyjęto z definicji jako $\varphi_0 = 0°$.

$$\varphi_n = \frac{|\varphi_{1L} - \varphi_{1P}|_{\text{cykl}} + |\varphi_{2L} - \varphi_{2P}|_{\text{cykl}}}{4} \tag{1}$$

Numer prążka (n)	**Separacja kątowa φ_n [°]**
0	44,958
1	8,050
2	13,375
3	19,067

Tabela 2: Obliczone średnie separacje kątowe φ_n (wg wzoru 1).

2.3 Wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej

Stała siatki dyfrakcyjnej dla każdego rzędu n obliczona została ze wzoru (2).

$$d = \frac{n\lambda}{\sin\varphi} \tag{2}$$

gdzie $\lambda = 632{,}8\,\text{nm}$ to długość fali światła lasera użytego w doświadczeniu.

Numer prążka (n)	**Obliczona stała siatki d_n [m]**
1	$4{,}519 \cdot 10^{-6}$
2	$5{,}471 \cdot 10^{-6}$
3	$5{,}811 \cdot 10^{-6}$
Wartość średnia $\bar{d}$	$5{,}267 \cdot 10^{-6}$

Tabela 3: Obliczone wartości stałej siatki dyfrakcyjnej d.

3 Ocena niepewności pomiaru

3.1 Niepewność pomiaru kąta ugięcia

Niepewność standardową pomiaru kąta ugięcia oszacowano metodą typu B. Przyjęto dokładność noniusza goniometru $\Delta\varphi = 1' = \frac{1}{60}°$. Zakładając rozkład prostokątny, niepewność wynosi:

$$u(\varphi) = \frac{\Delta\varphi}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{60}}{\sqrt{3}} \approx 0{,}0096° \approx 1{,}7 \cdot 10^{-4}\,\text{rad} \tag{3}$$

3.2 Niepewność stałej siatki dla poszczególnych rzędów $u(d)$

Niepewność wyznaczenia stałej siatki d dla każdego rzędu obliczono metodą przenoszenia błędu (z prawa propagacji niepewności) dla wzoru na stałą siatki 2. Ponieważ długość fali λ uznano za wielkość dokładną, a n jest stałą, jedynym źródłem niepewności jest kąt φ.

Wyprowadzenie wzoru na niepewność $u(d)$:

$$u(d) = \left|\frac{\partial d}{\partial \varphi}\right| u(\varphi)$$
$$\frac{\partial d}{\partial \varphi} = -d \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

Zatem:

$$u(d) = d \cdot |\operatorname{ctg} \varphi| \cdot u(\varphi) \tag{4}$$

(gdzie $u(\varphi)$ wyrażono w radianach).

Przykładowe obliczenia (dla $n = 1$)

Podstawiając wartości dla pierwszego rzędu: $d_1 \approx 9{,}02 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$, $\varphi_1 \approx 4{,}025^\circ$ oraz $u(\varphi) \approx 1{,}7 \cdot 10^{-4}$ rad:

$$u(d_1) = 9{,}02 \cdot 10^{-6} \cdot |\operatorname{ctg}(4{,}025^\circ)| \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-4} \approx 2{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m} \tag{5}$$

3.3 Niepewność średniej stałej siatki

Ze względu na zauważalny rozrzut wyników stałej siatki dla różnych rzędów widma, ostateczną niepewność wyniku średniego obliczono metodą typu A, jako odchylenie standardowe średniej arytmetycznej:

$$u(\bar{d}) = \sqrt{\frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^{k} (d_i - \bar{d})^2}$$

Podstawiając obliczone wartości dla $k = 3$ rzędów (gdzie $\bar{d} \approx 1{,}04 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}$):

$$\begin{aligned} u(\bar{d}) &= \sqrt{\frac{1}{3(3-1)} \left[(9{,}02 \cdot 10^{-6} - 1{,}04 \cdot 10^{-5})^2 + \cdots + (1{,}15 \cdot 10^{-5} - 1{,}04 \cdot 10^{-5})^2\right]} \\ &\approx 7{,}4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m} \end{aligned}$$

3.4 Niepewność liczby rys na milimetr

Niepewność wyznaczenia gęstości rys $N = 1/\bar{d}$ obliczono z prawa propagacji niepewności:

$$u(N) = \left|\frac{\partial N}{\partial \bar{d}}\right| u(\bar{d}) = \frac{u(\bar{d})}{\bar{d}^2} = N \cdot \frac{u(\bar{d})}{\bar{d}} \tag{6}$$

Podstawiając wartości ($\bar{d} \approx 1{,}04 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}$, $u(\bar{d}) \approx 7{,}4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$, $N \approx 96\,\mathrm{mm}^{-1}$):

$$u(N) \approx 96\,\mathrm{mm}^{-1} \cdot \frac{7{,}4 \cdot 10^{-7}}{1{,}04 \cdot 10^{-5}} \approx 6{,}8\,\mathrm{mm}^{-1} \tag{7}$$

Literatura

Dryński, T. (1976). *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki.* Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 5 edition.

Ling, S. J., Sanny, J., and Moebs, W. (2018). *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 3.* OpenStax. Dostęp: 13.10.2025.