

# Ćwiczenie nr 46

## Prawa Ohma i Kirchhoffa

### 1 Wstęp teoretyczny

#### 1.1 Prawo Ohma i rezystancja

Natężenie prądu elektrycznego  $I$  definiuje się jako ilość ładunku przepływającego przez przekrój poprzeczny przewodnika w jednostce czasu ( $I = dQ/dt$ ). Dla wielu materiałów (zwanych omowymi) gęstość prądu  $\vec{J}$  jest wprost proporcjonalna do natężenia pola elektrycznego  $\vec{E}$ . W ujęciu makroskopowym zależność ta, znana jako prawo Ohma, wiąże natężenie prądu  $I$  płynącego przez element z napięciem  $U$  przyłożonym do jego końców (Ling et al., 2018):

$$I = \frac{U}{R} \quad (1)$$

Współczynnik proporcjonalności  $R$  nazywamy rezystancją (oporem elektrycznym). Jednostką rezystancji w układzie SI jest om ( $\Omega$ ). Rezystancja elementu zależy od jego geometrii oraz rezystywności materiału  $\rho$ :

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2)$$

gdzie  $l$  to długość przewodnika, a  $S$  to pole jego przekroju poprzecznego (Ling et al., 2018).

#### 1.2 Prawa Kirchhoffa

Analiza złożonych obwodów elektrycznych opiera się na dwóch fundamentalnych zasadach wynikających z praw zachowania:

1. **I Prawo Kirchhoffa (Węzłowe):** Wynika z zasady zachowania ładunku. Suma algebraiczna natężeń prądów wpływających do węzła i wypływających z niego jest równa zero (Ling et al., 2018):

$$\sum_k I_k = 0 \quad (3)$$

2. **II Prawo Kirchhoffa (Oczkowe):** Wynika z zasady zachowania energii. W dowolnym zamkniętym obwodzie (oczku) suma algebraiczna zmian potencjałów (sił elektromotorycznych  $\mathcal{E}$  oraz spadków napięć  $IR$ ) wynosi zero (Ling et al., 2018):

$$\sum_k \Delta V_k = 0 \quad \sum \mathcal{E} = \sum IR \quad (4)$$

### 1.3 Łączenie rezystorów

W obwodach prądu stałego wyróżniamy podstawowe konfiguracje łączenia rezystorów:

- **Połączenie szeregowe:** Przez wszystkie elementy płynie ten sam prąd. Rezystancja zastępcza jest sumą rezystancji składowych:

$$R_z = \sum_i R_i \quad (5)$$

- **Połączenie równoległe:** Na wszystkich elementach występuje to samo napięcie. Odwrotność rezystancji zastępczej jest sumą odwrotności rezystancji składowych (Ling et al., 2018):

$$\frac{1}{R_z} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad (6)$$

### 1.4 Transfiguracja gwiazda-trójkąt

W przypadku bardziej złożonych struktur, których nie można sprowadzić do połączeń szeregowych lub równoległych (np. mostki), stosuje się transformację układu połączonego w trójkąt ( $\Delta$ ) na równoważny układ połączony w gwiazdę ( $Y$ ) lub odwrotnie. Dla transformacji trójkąta (rezystancje  $R_{12}, R_{23}, R_{31}$ ) w gwiazdę (rezystancje  $R_1, R_2, R_3$ ), wzory na rezystancje zastępcze przyjmują postać (Ling et al., 2018):

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, \quad R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}, \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (7)$$

Zastosowanie tej transformacji pozwala na uproszczenie topologii obwodu i obliczenie rezystancji zastępczej metodami podstawowymi.

## 2 Opracowanie wyników pomiarów

### 2.1 Tabele pomiarowe

Tabela 1: Zmierzone wartości rezystancji

| $R_1$<br>[kΩ] | $R_2$<br>[kΩ] | $R_3$<br>[kΩ] | $R_4$<br>[kΩ] | $R_5$<br>[kΩ] |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 0,192         | 2,39          | 0,557         | 0,558         | 0,877         |

Tabela 2: Wyniki pomiarów dla Układu 1

| $U_1$<br>[V]  | $U_2$<br>[V]  | $U_3$<br>[V]  | $U_4$<br>[V]  | $U_5$<br>[V]  |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 2,03          | 7,93          | 4,08          | 3,81          | —             |
| $I_1$<br>[mA] | $I_2$<br>[mA] | $I_3$<br>[mA] | $I_4$<br>[mA] | $I_5$<br>[mA] |
| 10,73         | 3,32          | 7,44          | 7,44          | —             |

Tabela 3: Wyniki pomiarów dla Układu 2

|               |               |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $U_1$<br>[V]  | $U_2$<br>[V]  | $U_3$<br>[V]  | $U_4$<br>[V]  | $U_5$<br>[V]  |
| 1,64          | 8,32          | 2,87          | 5,37          | 4,57          |
| $I_1$<br>[mA] | $I_2$<br>[mA] | $I_3$<br>[mA] | $I_4$<br>[mA] | $I_5$<br>[mA] |
| 13,85         | 3,48          | 5,23          | 10,49         | 5,28          |

Tabela 4: Zmierzony opór zastępczy

|               |
|---------------|
| $R_z$<br>[kΩ] |
| 0,901         |

## Literatura

Ling, S. J., Sanny, J., and Moebs, W. (2018). *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 3*. OpenStax.  
Dostęp: 13.10.2025.