

Ćwiczenie nr 64

Wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej przy użyciu spektrometru

1 Wstęp teoretyczny

Siatka dyfrakcyjna, dyfrakcja i interferencja

Siatka dyfrakcyjna to układ składający się z szeregu szczelin umieszczonych w równych odległościach od siebie na nieprzezroczystym ekranie. W praktyce siatkę taką otrzymuje się często poprzez porysowanie płaskorównoległej płytki szklanej równoległymi kreskami przy użyciu diamentu. Nieprzezroczyste rysy pełnią funkcję zasłon, a przezroczyste przestrzenie między nimi działają jak szczeliny. Odległość między środkami sąsiednich szczelin nazywana jest **stałą siatki** i oznaczana jako d (Dryński, 1976).

Gdy na siatkę pada prostopadłe wiązka promieni równoległych, zgodnie z zasadą Huygensa, każda szczelina staje się źródłem nowych drgań, które rozchodzą się we wszystkich kierunkach. Zjawisko to, polegające na uginaniu prostoliniowego biegu promieni, nazywane jest **dyfrakcją** (Dryński, 1976).

Promienie ugięte na różnych szczelinach są promieniami spójnymi, co oznacza, że mogą się ze sobą nakładać, czyli **interferować**. W zależności od kierunku (kąta ugięcia φ), promienie te będą się wzajemnie wzmacniać lub wygaszać (Dryński, 1976).

Warunek wzmocnienia

Do wzmocnienia promieni ugiętych (interferencji konstruktywnej) dochodzi w tych kierunkach, dla których różnica dróg geometrycznych promieni wychodzących z sąsiednich szczelin jest równa całkowitej wielokrotności długości fali światła padającego (λ). Warunek ten, zwany równaniem siatki dyfrakcyjnej, ma postać (Dryński, 1976):

$$n\lambda = d \sin \varphi$$

gdzie:

- $n = 1, 2, 3, \dots$ – rząd widma (kolejny numer wzmocnienia),
- λ – długość fali światła,
- d – stała siatki dyfrakcyjnej,
- φ – kąt ugięcia promieni, pod którym obserwuje się wzmocnienie.

Sieć krystaliczna jako siatka dyfrakcyjna

Promieniowanie rentgenowskie (promienie X) ma długość fali (rzędu 0,1 nm) porównywalną z odległościami między atomami w ciałach stałych. Z tego powodu regularna, trójwymiarowa struktura atomów w kryształach, zwana siecią krystaliczną, może działać dla promieni X jak trójwymiarowa siatka dyfrakcyjna. Gdy promienie X padają na kryształ, ulegają ugięciu (odbiciu) na kolejnych równoległych płaszczyznach atomowych. Dochodzi do interferencji konstruktywnej (wzmocnienia) tylko pod określonymi kątami, zgodnie z warunkiem znanym jako **prawo Bragga** (Ling et al., 2018):

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

gdzie n to rząd widma (liczba całkowita), λ to długość fali promieniowania X, d to odległość między sąsiednimi płaszczyznami sieci krystalicznej, a θ to kąt padania promieni mierzony względem płaszczyzny kryształu (Ling et al., 2018).

Zasada pomiaru spektrometrem

Spektrometr jest przyrządem pozwalającym na uzyskanie dokładniejszych wyników pomiarów kątów ugięcia φ niż metody uproszczone. Pomiar polega na ustawieniu siatki dyfrakcyjnej na stoliku spektrometru, prostopadle do osi kolimatora (Dryński, 1976).

Za pomocą lunety spektrometru, wyposażonej w noniusze, odczytuje się położenia katowe dla prążków interferencyjnych (linii widmowych) danego rzędu n . Aby wyznaczyć średni kąt ugięcia, notuje się pozycje noniuszów a_1 i a_2 dla prążka po jednej stronie obrazu nieugiętego (centralnego) oraz b_1 i b_2 dla symetrycznego prążka tego samego rzędu po drugiej stronie. Średni kąt ugięcia φ oblicza się ze wzoru (Dryński, 1976):

$$\varphi = \frac{a_1 - b_1 + a_2 - b_2}{2}$$

Mierząc kąt ugięcia φ dla światła o znanej długości fali λ (np. z lasera), można na podstawie równania siatki wyznaczyć jej stałą d (Dryński, 1976):

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \varphi}$$

2 Opracowanie wyników pomiarów

2.1 Tabele pomiarowe

	Lewa		Prawa	
n	φ_{1L}	φ_{2L}	φ_{1P}	φ_{2P}
0	353°40'	—	—	173°50'
1	351°05'	171°05'	359°10'	179°06'
2	348°20'	168°20'	1°50'	181°35'
3	345°35'	165°35'	4°39'	184°39'
4	—	—	7°35'	187°30'

Tabela 1: Wartości kątów odpowiadające położeniu prążków.

2.2 Średni kąt ugięcia

Dla każdego rzędu $n \in [1, 3]$ średni kąt ugięcia φ_n obliczony został jako połowa średniej arytmetycznej separacji katowej między prążkami z lewej i prawej strony wiązki nieugiętej (1).

Różnice kątowe $|\dots|_{\text{cykl}}$ obliczono z uwzględnieniem "przejścia przez zero" na tarczy goniometru. Otrzymane wartości zapisano w tabeli 2. Natomiast dla rzędu $n = 0$ kąt ugięcia przyjęto z definicji jako $\varphi_0 = 0^\circ$.

$$\varphi_n = \frac{|\varphi_{1L} - \varphi_{1P}|_{\text{cykl}} + |\varphi_{2L} - \varphi_{2P}|_{\text{cykl}}}{4} \quad (1)$$

Numer prążka (n)	Separacja kątowa $\varphi_n [^\circ]$
0	44,958
1	8,050
2	13,375
3	19,067

Tabela 2: Obliczone średnie separacje kątowe φ_n (wg wzoru 1).

2.3 Wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej

Stała siatki dyfrakcyjnej dla każdego rzędu n obliczona została ze wzoru (2).

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \varphi} \quad (2)$$

gdzie $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ to długość fali światła lasera użytego w doświadczeniu.

Numer prążka (n)	Obliczona stała siatki $d_n [\text{m}]$
1	$4,519 \cdot 10^{-6}$
2	$5,471 \cdot 10^{-6}$
3	$5,811 \cdot 10^{-6}$
Wartość średnia \bar{d}	$5,267 \cdot 10^{-6}$

Tabela 3: Obliczone wartości stałej siatki dyfrakcyjnej d .

3 Ocena niepewności pomiaru

3.1 Niepewność pomiaru kąta ugięcia

Niepewność standardową pomiaru kąta ugięcia oszacowano metodą typu B. Przyjęto dokładność noniusza goniometru $\Delta\varphi = 1' = \frac{1}{60}^\circ$. Zakładając rozkład prostokątny, niepewność wynosi:

$$u(\varphi) = \frac{\Delta\varphi}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{60}}{\sqrt{3}} \approx 0,0096^\circ \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ rad} \quad (3)$$

3.2 Niepewność stałej siatki dla poszczególnych rzędów $u(d)$

Niepewność wyznaczenia stałej siatki d dla każdego rzędu obliczono metodą przenoszenia błędów (z prawa propagacji niepewności) dla wzoru na stałą siatki 2. Ponieważ długość fali λ uznano za wielkość dokładną, a n jest stałą, jedynym źródłem niepewności jest kąt φ .

Wyprowadzenie wzoru na niepewność $u(d)$:

$$u(d) = \left| \frac{\partial d}{\partial \varphi} \right| u(\varphi)$$

$$\frac{\partial d}{\partial \varphi} = -d \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

Zatem:

$$u(d) = d \cdot |\operatorname{ctg} \varphi| \cdot u(\varphi) \quad (4)$$

(gdzie $u(\varphi)$ wyrażono w radianach).

Przykładowe obliczenia (dla $n = 1$)

Podstawiając wartości dla pierwszego rzędu: $d_1 \approx 4,52 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $\varphi_1 \approx 8,05^\circ$ oraz $u(\varphi) \approx 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$:

$$u(d_1) = 4,52 \cdot 10^{-6} \cdot |\operatorname{ctg}(8,05^\circ)| \cdot 1,7 \cdot 10^{-4} \approx 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad (5)$$

3.3 Niepewność średniej stałej siatki

Ze względu na zauważalny rozrzut wyników stałej siatki dla różnych rzędów widma, ostateczną niepewność wyniku średniego obliczono metodą typu A, jako odchylenie standardowe średniej arytmetycznej:

$$u(\bar{d}) = \sqrt{\frac{1}{k(k-1)} \sum_{i=1}^k (d_i - \bar{d})^2}$$

Podstawiając obliczone wartości dla $k = 3$ rzędów (gdzie $\bar{d} \approx 5,27 \cdot 10^{-6} \text{ m}$):

$$u(\bar{d}) = \sqrt{\frac{1}{3(3-1)} [(4,52 \cdot 10^{-6} - 5,27 \cdot 10^{-6})^2 + \dots + (5,81 \cdot 10^{-6} - 5,27 \cdot 10^{-6})^2]}$$

$$\approx 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

3.4 Niepewność liczby rys na milimetr

Niepewność wyznaczenia gęstości rys $N = 1/\bar{d}$ obliczono z prawa propagacji niepewności:

$$u(N) = \left| \frac{\partial N}{\partial \bar{d}} \right| u(\bar{d}) = \frac{u(\bar{d})}{\bar{d}^2} = N \cdot \frac{u(\bar{d})}{\bar{d}} \quad (6)$$

Podstawiając wartości ($\bar{d} \approx 5,27 \cdot 10^{-6} \text{ m}$, $u(\bar{d}) \approx 7,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, $N \approx 190 \text{ mm}^{-1}$):

$$u(N) \approx 190 \text{ mm}^{-1} \cdot \frac{7,4 \cdot 10^{-7}}{5,27 \cdot 10^{-6}} \approx 1,4 \cdot 10^1 \text{ mm}^{-1} \quad (7)$$

Literatura

Dryński, T. (1976). *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 5 edition.

Ling, S. J., Sanny, J., and Moebs, W. (2018). *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 3*. OpenStax. Dostęp: 13.10.2025.