Piotr Durniat, 347264
II rok, Fizyka
Wtorek, 8:00-10:15

28.10.2025

Prowadząca:
dr Sylwia Owczarek

Ćwiczenie nr 65

Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki za pomocą pierścieni Newtona

1 Wstęp teoretyczny

Interferencja światła i spójność

Interferencja jest zjawiskiem charakterystycznym dla ruchów falowych, obserwowanym, gdy fale nakładają się na siebie. Zjawisko to jest ściśle związane z pojęciem spójności (koherencji) fal. Gdy fale pochodzące ze spójnych źródeł (np. drgających ze stałą częstością) interferują, powstaje regularna struktura miejsc, w których drgania się wygaszają i wzmacniają (Dryński, 1976).

Warunki interferencji i prążki jednakowej grubości

Wzmocnienie (maksimum) występuje, gdy różnica dróg optycznych interferujących promieni jest równa całkowitej wielokrotności długości fali ($k\lambda$), a wygaszenie (minimum) dla nieparzystej wielokrotności połówek długości fali ($(2k+1)\frac{\lambda}{2}$). Należy uwzględnić ewentualną zmianę fazy o π (odpowiadającą zmianie drogi optycznej o $\lambda/2$) przy odbiciu od ośrodka optycznie gęstszego (Dryński, 1976).

W przypadku oświetlenia cienkiej płytki o zmiennej grubości światłem rozciągłym, obserwuje się prążki interferencyjne umiejscowione na powierzchni płytki, biegnące przez punkty o jednakowej grubości. Są to tzw. **krzywe jednakowej grubości** (Dryński, 1976).

Pierścienie Newtona

Najdogodniejszym sposobem uzyskania regularnych prążków jednakowej grubości jest użycie **zestawu Newtona**. Składa się on z płasko-równoległej płytki szklanej i soczewki płasko-wypukłej o dużym promieniu krzywizny, położonej wypukłą stroną na płytce. Między soczewką a płytką tworzy się klin powietrzny o grubości d rosnącej wraz z odległością r od punktu styku (Dryński, 1976).

Gdy układ jest oświetlony prostopadle światłem jednorodnym (monochromatycznym), interferencja zachodzi między promieniami odbitymi od dolnej powierzchni soczewki i od górnej powierzchni płytki szklanej. Ponieważ grubość klina powietrznego jest stała wzdłuż okręgu o środku w punkcie styku, powstają koncentryczne prążki interferencyjne zwane **pierścieniami Newtona**. W centrum obserwuje się ciemny prążek ($k = 0$), gdyż przy odbiciu od płytki szklanej (ośrodek gęstszy) następuje zmiana fazy o π (Dryński, 1976).

Dla padania prostopadłego ($\cos\beta \approx 1$), warunek na k-ty ciemny pierścień (minimum), uwzględniający zmianę fazy przy odbiciu od płytki, ma postać:

$$2nd = k\lambda$$

Dla klina powietrznego ($n = 1$):

$$2d_k = k\lambda$$

gdzie d_k to grubość warstwy powietrza dla k-tego ciemnego pierścienia ($k = 0, 1, 2...$) (Dryński, 1976).

Zasada pomiaru promienia krzywizny soczewki

Grubość warstwy powietrza d w odległości r od punktu styku można powiązać z promieniem krzywizny R soczewki. Z geometrii układu (rys. 157 w (Dryński, 1976)) wynika zależność $2Rd - d^2 = r^2$. Ponieważ d jest bardzo małe w porównaniu z R, można pominąć człon d^2, co daje przybliżony wzór:

$$d \approx \frac{r^2}{2R}$$

Podstawiając to do warunku na k-ty ciemny pierścień ($2d_k = k\lambda$), otrzymujemy:

$$2\frac{r_k^2}{2R} = k\lambda$$

$$r_k^2 = kR\lambda$$

gdzie r_k to promień k-tego ciemnego pierścienia. Stąd można wyznaczyć promień krzywizny soczewki R: (Dryński, 1976).

$$R = \frac{r_k^2}{k\lambda}$$

2 Opis doświadczenia

Przebieg doświadczenia składał się z następujących kroków:

1. Włączono lampę sodową, podłączając ją przez dławik, i odczekano kilka minut, aż palnik uzyskał pełną jasność.
2. Wyregulowano wysokość tubusu mikroskopu, aby uzyskać ostry obraz pierścieni Newtona.
3. Wybrano 5 ciemnych prążków o możliwie dużych średnicach do pomiaru.
4. Używając przesuwów stolika mikroskopu, zmierzono średnice każdego wybranego pierścienia. W tym celu zapisano położenia:
   - lewego i prawego brzegu pierścienia (pomiar w osi X),
   - górnego i dolnego brzegu pierścienia (pomiar w osi Y).

3 Opracowanie wyników pomiarów

3.1 Tabele pomiarowe

Dla wybranych numerów prążków $n \in [2, 6]$ (licząc od środkowego prążka) zmierzono położenia ich lewego, prawego, dolnego i górnego brzegu (oznaczone odpowiednio x_{min}, x_{max}, y_{min} i y_{max}). Ze względu na niezerową grubość prążków, pomiary dokonywano do ich, w osi X – lewej i w osi Y – dolnej krawędzi. Pomiary zostały zapisane w tabeli 1.

n	$x_{\max}$ [10^{-3} m]	$x_{\min}$ [10^{-3} m]	$y_{\max}$ [10^{-3} m]	$y_{\min}$ [10^{-3} m]
2	23,62	19,89	7,92	4,23
3	24,21	19,34	8,54	3,70
4	24,58	18,78	8,89	3,23
5	25,09	18,44	9,39	2,86
6	25,38	18,04	9,72	2,46

Tabela 1: Położenia lewej, prawej, dolnej i górnej krawędzi prążków.

3.2 Średnie promienie prążków

Dla każdego prążka z tabeli 1 wyznaczono średnicę w kierunku X: $D_{X,n} = x_{max,n} - x_{min,n}$ i w kierunku Y: $D_{Y,n} = y_{max,n} - y_{min,n}$. Następnie obliczono średni promień r_n jako połowę średniej arytmetycznej tych średnic (1). Wyniki zapisano w tabeli 2:

$$r_n = \frac{D_{X,n} + D_{Y,n}}{4}, \tag{1}$$

gdzie indeks n określa numer prążka.

n	D_X [10^{-3} m]	D_Y [10^{-3} m]	r_n [10^{-3} m]
2	3,73	3,69	1,8550
3	4,87	4,84	2,4275
4	5,80	5,66	2,8650
5	6,65	6,53	3,2950
6	7,34	7,26	3,6500

Tabela 2: Średnice (pozioma i pionowa) oraz średnie promienie prążków.

Przykładowe obliczenia

Dla $n = 2$:

$$D_{X,2} = (23{,}62 - 19{,}89) \cdot 10^{-3} = 3{,}73 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$
$$D_{Y,2} = (7{,}92 - 4{,}23) \cdot 10^{-3} = 3{,}69 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$
$$r_2 = \frac{(3{,}73 + 3{,}69) \cdot 10^{-3}}{4} = 1{,}8550 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

3.3 Promień krzywizny soczewki

Na podstawie wartości z tab. 2 wyznaczono promienie krzywizny soczewki R_i (dla każego i-tego pomiaru) ze wzoru (2). Wartości zapisano w tabeli 3.

$$R_n = \frac{r_n^2}{n \cdot \lambda}, \tag{2}$$

gdzie:

- n - numer prążka,
- r_n - promień n-tego prążka,
- $\lambda = 589 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$ - długość fali dla lampy sodowej.

n	R_n [m]
2	2,921
3	3,335
4	3,484
5	3,687
6	3,770

Tabela 3: Promienie krzywizny dla każdego prążka.

Ostateczna wartość promienia krzywizny $\bar{R}$ została obliczona jako średnia arytmetyczna promieni krzywizny dla wszystkich prążków (3) i wyniosła 3,439 m.

$$\bar{R} = \frac{1}{5}\sum_{n=2}^{6} R_n \tag{3}$$

Przykładowe obliczenia

$$R_2 = \frac{(1{,}8550 \cdot 10^{-3})^2}{2 \cdot 589 \cdot 10^{-9}} \approx 2{,}921\,\mathrm{m}$$
$$\bar{R} = \frac{2{,}921 + 3{,}335 + 3{,}484 + 3{,}687 + 3{,}770}{5} \approx 3{,}439\,\mathrm{m}$$

4 Ocena niepewności pomiaru

4.1 Niepewności pomiarów bezpośrednich

Niepewność maksymalna pomiaru położenia wynosi $\Delta x = \Delta y = 0{,}01 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$. Niepewność standardowa typu B wynosi (4).

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = \frac{0{,}01 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}{\sqrt{3}} = 5{,}8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} \tag{4}$$

Niepewność standardowa długości fali λ została przyjęta jako $0{,}1 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$, ze względu na to, że z taką dokładnością została podana w instukcji.

$$u(\lambda) = 0{,}1 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \tag{5}$$

4.2 Niepewność promienia prążków

Średni promień prążka obliczany jest ze wzoru (1). Niepewność standardowa obliczona została z prawa propagacji niepewności wielkości nieskorelowanych (6). Niepewność $u(x_{min}) = u(x_{max}) = u(y_{min}) = u(y_{max}) = u(x)$.

$$u(r_n) = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2 u(x)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 u(x)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 u(x)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 u(x)^2} = \frac{u(x)}{2} = 2{,}9 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} \quad (6)$$

4.3 Niepewność promienia krzywizny soczewki

Promień krzywizny soczewki obliczany jest ze wzoru (2). Niepewność standardowa obliczona została z prawa propagacji niepewności wielkości nieskorelowanych (7). Wyniki zapisano w tabeli 4.

$$u(R_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_n}{\partial r_n}\right)^2 u^2(r_n) + \left(\frac{\partial R_n}{\partial \lambda}\right)^2 u^2(\lambda)} = \sqrt{\left(\frac{2r_n}{n\lambda}\right)^2 u^2(r_n) + \left(-\frac{r_n^2}{n\lambda^2}\right)^2 u^2(\lambda)} \quad (7)$$

Numer prążka (n)	R_n [m]	$u(R_n)$ [m]
2	2,921	$9{,}5 \cdot 10^{-3}$
3	3,335	$8{,}6 \cdot 10^{-3}$
4	3,484	$7{,}8 \cdot 10^{-3}$
5	3,687	$7{,}4 \cdot 10^{-3}$
6	3,770	$7{,}0 \cdot 10^{-3}$

Tabela 4: Obliczone wartości promienia krzywizny R_n oraz ich niepewności $u(R_n)$.

Przykładowe obliczenia (dla $n = 2$)

Dla $n = 2$ (gdzie $R_2 = 2{,}921\,\mathrm{m}$, $r_2 = 1{,}855 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$, $u(r_n) = 1{,}45 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$, $\lambda = 589 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$, $u(\lambda) = 0{,}58 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$), niepewność złożoną $u(R_2)$ obliczono następująco:

$$u(R_2) = 2{,}921\,\mathrm{m} \cdot \sqrt{4\left(\frac{1{,}45 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}}{1{,}855 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}}\right)^2 + \left(\frac{0{,}58 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{589 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}\right)^2} \approx 9{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

4.4 Niepewność standardowa średniej promienia krzywizny

Średnią wartość promienia krzywizny R obliczono jako średnią arytmetyczną z $N = 5$ pomiarów . Niepewność standardową tej średniej $u(\bar{R})$ wyznaczono metodą typu A, korzystając bezpośrednio ze wzoru na odchylenie standardowe średniej arytmetycznej (8).

$$u(\bar{R}) = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{n=2}^{6} (R_n - \bar{R})^2} \quad (8)$$

gdzie R_i to wynik i-tego pomiaru promienia krzywizny. Podstawiając wartości z tabeli 4 do wzoru (8).

$$u(\bar{R}) = \sqrt{\frac{1}{5(4)} \left[(2{,}921 - 3{,}439)^2 + \cdots + (3{,}770 - 3{,}439)^2\right]} \approx 1{,}5 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{m}$$

5 Wnioski

W wyniku przeprowadzonych pomiarów i obliczeń wyznaczono promień krzywizny soczewki jako $\bar{R} = 3{,}4\,\mathrm{m}$ z niepewnością standardową $u(\bar{R}) = 0{,}15\,\mathrm{m}$.

Niepewność standardowa średniej $u(\bar{R}) = 0{,}15\,\mathrm{m}$ (wyznaczona z rozrzutu pomiarów R_n) jest znacząco większa (o ponad rząd wielkości) od niepewności $u(R_n)$ obliczonych dla pojedynczych pomiarów (np. $u(R_2) \approx 0{,}01\,\mathrm{m}$, tabela 4).

Wartości promienia krzywizny R_n nie są sałe. Obserwuje się wyraźny trend – obliczona wartość R_n rośnie wraz ze wzrostem numeru prążka n (tabela 3)

Główny wkład do niepewności końcowej wnosił duży rozrzut statystyczny wynikający prawdopodobnie z niedoskonałości układu pomiarowego czym objawia się wspomniany wyżej trend systematyczny.

Dokładniejszą metodą wyznaczenia R, która niweluje problem niedokładnego styku, mogło by być sporządzenie wykresu r_n^2 w funkcji n i wyznaczenie promienia R z nachylenia dopasowanej prostej (zgodnie z zależnością $r_n^2 = (R\lambda)n$).

Literatura

Dryński, T. (1976). *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki.* Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 5 edition.