

## Ćwiczenie nr 73

### Wyznaczanie prędkości fali dźwiękowej w powietrzu metodą rury rezonansowej

## 1 Wstęp teoretyczny

### 1.1 Rodzaje fal i równanie falowe

Fale można podzielić na podłużne i poprzeczne, w zależności od kierunku drgań ośrodka względem kierunku rozchodzenia się fali. Fala dźwiękowa w powietrzu jest falą mechaniczną podłużną, polegającą na rozchodzeniu się zaburzeń gęstości i ciśnienia ośrodka (Szczeniowski, 1972). Ogólne równanie różniczkowe fali (równanie falowe) dla jednowymiarowego przypadku ma postać:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (1)$$

gdzie  $\Psi(x, t)$  reprezentuje zaburzenie (np. ciśnienie akustyczne), a  $v$  jest prędkością fazową fali.

### 1.2 Rezonans akustyczny i fala stojąca

Fala stojąca powstaje w wyniku interferencji dwóch fal o tej samej częstotliwości i amplitudzie, biegnących w przeciwne strony (Szydłowski, 1999). W rurze jednostronnie zamkniętej (rezonator ćwierćfalowy) na końcu zamkniętym powstaje węzeł przemieszczenia (strzałka ciśnienia), a na końcu otwartym strzałka przemieszczenia (węzeł ciśnienia). Warunek rezonansu dla takiej rury o długości  $L$  jest spełniony, gdy:

$$L = (2n - 1) \frac{\lambda}{4}, \quad \text{gdzie } n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

### 1.3 Prędkość dźwięku w powietrzu

Prędkość dźwięku w gazach zależy od ich właściwości termodynamicznych. Zgodnie z teorią kinetyczną gazów:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \quad (3)$$

gdzie  $\kappa$  to wykładnik adiabaty (dla powietrza  $\approx 1,4$ ),  $R$  to uniwersalna stała gazowa,  $T$  to temperatura bezwzględna, a  $M$  to masa molowa gazu (Moebis et al., 2018).

## 2 Opis doświadczenia

Układ pomiarowy zestawiono zgodnie ze schematem w instrukcji (ins, 2025), łącząc generator akustyczny z głośnikiem oraz układ detekcyjny składający się z mikrofonu, wzmacniacza i woltomierza. Pomiar przeprowadzono w dwóch etapach:

1. Dla częstotliwości 800 Hz zmierzono rozkład napięcia wzdłuż rury, przesuując mikrofon co 1 cm, aby wyznaczyć kształt fali stojącej i zlokalizować węzły.
2. Dla częstotliwości 1 kHz, 1,5 kHz, 2 kHz oraz 2,5 kHz wyznaczono położenia strzałek i węzłów fali stojącej, szukając maksimów i minimów napięcia na woltomierzu.

## 3 Tabele pomiarowe

### 3.1 Rozkład napięcia wzdłuż rury ( $f = 800$ Hz)

Pomiary napięcia  $U$  w funkcji położenia mikrofonu  $x$  wykonano dla częstotliwości generatora ustawionej na 800 Hz.

Tabela 1: Wyniki pomiarów napięcia  $U$  w zależności od położenia mikrofonu  $x$ .

Położenie $x$ [cm]	Napięcie $U$ [V]
80	0,084
81	0,074
82	0,058
83	0,045
84	0,029
85	0,025
86	0,016
87	0,029
88	0,046
89	0,061
90	0,071

### 3.2 Położenia węzłów i strzałek dla wyższych częstotliwości

Dla częstotliwości w zakresie 1 kHz – 2,5 kHz odczytano położenia  $x$ , w których obserwowano ekstrema napięcia (węzły lub strzałki fali stojącej).

Tabela 2: Zmierzone położenia  $x$  kolejnych węzłów/strzałek dla różnych częstotliwości.

Częstotliwość $f$ [Hz]	Odczytane położenia $x$ [cm]
1000	87,5; 70,5; 53,0; 37,0
1500	90,0; 79,0; 67,5; 56,0; 44,0; 33,0
2000	92,0; 83,0; 75,0; 66,0; 57,5; 49,0; 40,0; 31,5
2500	85,0; 78,5; 72,0; 65,0; 58,0; 51,0; 44,0; 37,0; 30,0

## 4 Opracowanie wyników pomiarów

### 4.1 Badanie fali stojącej dla $f = 800$ Hz

Sporządzono wykres zależności napięcia  $U$  od położenia mikrofonu  $x$  dla częstotliwości  $f = 800$  Hz, który przedstawiono w sekcji 7 (Rys. 1). Na wykresie zaznaczono teoretyczną skalę długości fali, ponieważ zakres ruchu mikrofonu był krótszy od pełnej długości fali  $\lambda$ .

### 4.2 Wyznaczenie prędkości dźwięku

Dla częstotliwości z zakresu 1 kHz – 2,5 kHz wyznaczono średnie odległości między węzłami  $\Delta x_{avg}$ . Długość fali obliczono jako  $\lambda = 2 \cdot \Delta x_{avg}$ . Prędkość fali obliczono ze wzoru  $v = \lambda f$ .

#### Przykładowe obliczenia (dla $f = 1000$ Hz)

Korzystając ze średniej odległości między węzłami  $\Delta x_{avg} \approx 0,1683$  m:

$$\lambda = 2 \cdot 0,1683 \text{ m} = 0,3366 \text{ m} \approx 0,3367 \text{ m}$$

$$v \approx 0,3367 \text{ m} \cdot 1000 \text{ Hz} = 336,7 \text{ m s}^{-1}$$

Wyniki dla wszystkich częstotliwości przedstawiono w Tabeli 3.

Częstotliwość $f$ [Hz]	$\Delta x_{avg}$ [m]	$\lambda$ [m]	$v$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]
1000	0,1683	0,3367	336,7
1500	0,1140	0,2280	342,0
2000	0,0864	0,1729	345,7
2500	0,0688	0,1375	343,8

Tabela 3: Wyniki pomiarów długości fali i obliczone prędkości dźwięku.

Wartość średnia prędkości dźwięku obliczona dla  $n = 4$  pomiarów:

$$v_{sr} = \frac{336,7 + 342,0 + 345,7 + 343,8}{4} \text{ m s}^{-1} = 342,0 \text{ m s}^{-1} \quad (4)$$

## 5 Ocena niepewności pomiaru

### 5.1 Niepewność standardowa pojedynczego pomiaru $u(x)$

Niepewność pomiaru położenia mikrofonu oszacowano metodą typu B (onp, 2025). Przyjęto niepewność maksymalną eksperymentatora  $\Delta x = 0,5$  cm. Zakładając rozkład jednostajny:

$$u(x) = \frac{\Delta x}{\sqrt{3}} = \frac{0,5}{\sqrt{3}} \approx 0,29 \text{ cm} \quad (5)$$

### 5.2 Niepewność złożona $u(v)$ i rozszerzona $U(v)$

Niepewność standardową  $u(v)$  obliczono metodą typu A (odchylenie standardowe średniej) (onp, 2025). Podstawiając  $v_{sr} = 342,0$ :

$$\begin{aligned} u(v) &= \sqrt{\frac{1}{4(4-1)} [(336,7 - 342,0)^2 + \dots + (343,8 - 342,0)^2]} \\ &= \sqrt{\frac{45,02}{12}} \approx 1,936 \text{ m s}^{-1} \approx 1,9 \text{ m s}^{-1} \end{aligned}$$

Niepewność rozszerzoną  $U(v)$  obliczono dla poziomu ufności 95% i  $\nu = n - 1 = 3$  stopni swobody, przyjmując współczynnik rozszerzenia  $k = 3.18$  (onp, 2025):

$$U(v) = k \cdot u(v) = 3,18 \cdot 1,936 \text{ m s}^{-1} \approx 6,15 \text{ m s}^{-1} \approx 6,2 \text{ m s}^{-1} \quad (6)$$

## 6 Wnioski

1. Wyznaczona metodą rury rezonansowej średnia prędkość dźwięku w powietrzu oraz jej niepewność standardowa wynoszą:

$$v = 342,0 \text{ m s}^{-1} \quad (7)$$

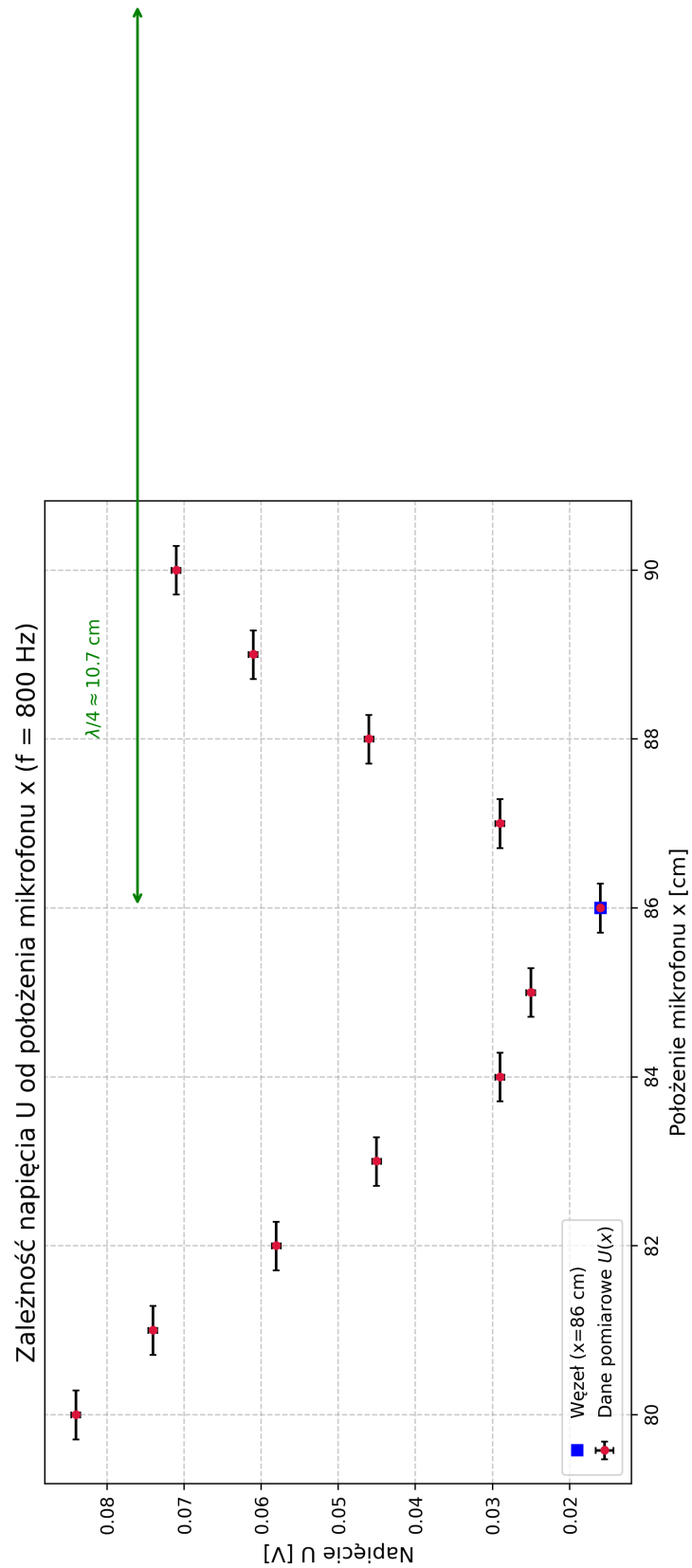
$$u(v) = 1,9 \text{ m s}^{-1} \quad (8)$$

2. Wartość teoretyczna dla  $T = 293,15 \text{ K}$  wynosi  $v_{teor} = 343,3 \text{ m s}^{-1}$  (Moebis et al., 2018).
3. Błąd względny pomiaru wynosi:

$$\delta = \frac{|342,0 - 343,3|}{343,3} \cdot 100\% \approx 0,36\%$$

Wynik eksperymentalny jest zgodny z wartością teoretyczną (różnica  $|\Delta v| = 1,3 \text{ m s}^{-1}$  jest mniejsza od niepewności standardowej  $u(v) \approx 1,9 \text{ m s}^{-1}$ ).

## 7 Wykresy



Rysunek 1: Zależność napięcia sygnału od położenia mikrofonu dla  $f = 800$  Hz. Zaznaczono położenie węzła oraz skalę długości fali.

## Literatura

- (2025). *Instrukcja oceny niepewności pomiarów w I Pracowni Fizycznej (ONP)*. I Pracownia Fizyczna.
- (2025). *Ćwiczenie 73: Wyznaczanie prędkości fali dźwiękowej w powietrzu metodą rury rezonansowej*. I Pracownia Fizyczna.
- Moebis, W., Ling, S. J., and Sanny, J. (2018). *Fizyka dla szkół wyższych, Tom 2*. OpenStax. Dostęp: 14.04.2024.
- Szczeniowski, S. (1972). *Fizyka Doświadczalna Część I*. PWN, Warszawa.
- Szydłowski, H. (1999). *Pracownia fizyczna*. PWN, Warszawa.