

Model Chandrasekhara / Smoluchowskiego - 2 pudła

Piotr Piękos

1 sierpnia 2019

W tym przypadku rozpatrujemy przypadek z dwoma pudłkami.

Osoba "rodzi się" na podstawie procesu Poissona z częstotliwością a_N trafiając do pudelka 1, spędza tam czas będący zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem a_{S_1} . Następnie przechodzi do drugiego pudelka w którym spędza czas będący zmienną losową o rozkładzie wykładniczym z parametrem a_{S_2} .

1 Prawa Ewolucji

Prawa ewolucji są naturalnym rozszerzeniem praw ewolucji z procesu dla jednego pudelka. W szczególności pierwsze pudelko musi operować na dokładnie tych samych zasadach co poprzednio.

$$P(X_1(t+h) = x_1+1, X_2(t+h) = x_2 | X_1(t) = x_1, X_2(t) = x_2) = a_N h + o(h)$$

$$P(X_1(t+h) = x_1-1, X_2(t+h) = x_2+1 | X_1(t) = x_1, X_2(t) = x_2) = a_{S_1} x_1 h + o(h)$$

$$P(X_1(t+h) = x_1, X_2(t+h) = x_2-1 | X_1(t) = x_1, X_2(t) = x_2) = a_{S_2} x_2 h + o(h)$$

$$P(X_1(t+h) = x_1, X_2(t+h) = x_2 | X_1(t) = x_1, X_2(t) = x_2) = 1 - (a_{S_1} + a_{S_2}) x_1 h + o(h)$$

dla każdego innego przejścia prawdopodobieństwo to $o(h)$

Przy naturalnych założeniach $x_1 > 0$ lub $x_2 > 0$ kiedy się zmniejsza.

2 Algorytm

Algorytm jest naturalnym rozszerzeniem algorytmu symulacji jednego pudełka

Gen $N \sim Poiss(a_N t)$

for $i = 1$ to N do Gen $U_i \sim U(0, t)$, Gen $L1_i \sim Exp(1/a_{S_1})$, Gen $L2_i \sim Exp(1/a_{S_2})$

$(T_1, \dots, T_n) = \text{Sort}(U_1, \dots, U_n)$ otrzymujemy proces Poissona, czasy narodzin

$(D1_1, \dots, D1_n) = (T_1 + L1_1, \dots, T_n + L1_n)$ - dodajemy niezależne czasy życia do czasów narodzin i mamy czasy przejścia do drugiego pudełka.

$(D2_1, \dots, D2_n) = (D1_1 + L2_1, \dots, D1_n + L2_n)$ - dodajemy niezależne czasy życia do czasów narodzin i mamy czasy śmierci.

Czyli od poprzedniego algorytmu różni się jedynie tym że losujemy dodatkowo czasy przebywania w drugim pudełku.