JFTT lista 2 zadanie 4

Piotr Puszczyński

November 14, 2021

1 Zad 1

1.1 Treść

Pewne przedsiębiorstwo lotnicze musi podjąć decyzję o zakupie paliwa do samolotów odrzutowych, mając do wybory trzech dostawców. Samoloty tankują regularnie na czterech lotniskach, które obsługują.
Firmy paliwowe poinformowały, że mogą dostarczyć następujące ilości paliwa w nadchdzącym miesiącu: Firma 1 - 27500 galonów, Firma 2 - 550000 galonów i Firma 3 - 660000 galonów. Niezbędne ilości paliwa do odrzutowców na poszczególnych lotniskach są odpowiednio równe: Lotnisko 1 - 110000 galonów, Lotnisko 2 - 220000 galonów, Lotnisko 3 - 330000 galonów, Lotnisko 4 - 440000 galonów.
Koszt jednego galonu paliwa z wuzględnieniem kosztów transportu dostarczonego przez poszczególnych dostawców kształtuje się na każdym z lotnisk następująco:

	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Lotnisko 1	10	7	8
Lotnisko 2	10	11	4
Lotnisko 3	9	12	4
Lotnisko 4	11	13	9

Wyznacz plan zakupu i dostaw paliwa na lotniska, który minimalizuje koszty.
Czy wszystkie firmy dostarczajż paliwo?
Czy możliwości dostaw paliwa przez firmy są wyczerpane?
Zapisz model programowania liniowego w wybranym języku i rozwiąż go za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).
Uogólnij metodę rozwiązania, tj. oddziel model od danych tak, aby można było zadawać dane w pliku, na podstawie których solver będzie generował egzemplarz problemu i go rozwiązywał. Maksymalnie sparametryzuj zapis modelu.

1.2 Opis modelu

Niech L = zbiór lotnisk
Niech F = zbiór firm
Niech C = macierz kosztów

a) $x[i,j] \geq 0 : (i,j) \in (C)$

b) $\Sigma\,(x[i,j] : j \in F) = L[i] : i \in L$
$\Sigma\,(x[i,j] : i \in L) = F[j] : j \in F$

c) $\Sigma\,(c[i,j] * x[i,j]) : (i,j) \in (C)$

1.3 Wyniki

Dla danych podanych w zadaniu:

	Firma 1	Firma 2	Firma 3
Lotnisko 1	0.0	110000.0	0.0
Lotnisko 2	165000.0	55000.0	0.0
Lotnisko 3	0.0	0.0	330000.0
Lotnisko 4	110000.0	0.0	330000.0
Śmietnik	0.0	385000.0	0.0

Firmy posiadają więcej galonów niż potrzebują tego lotniska. Trzeba było dodać dodatkowe miejsce dostaw o zapotrzebowaniu rownym nadwyżce galonów i o koszcie dostawy do niego równym 0.

Odpowiedzi na pytania z treści zadania:
Dla takich danych wszystkie firmy dostarczają paliwo.
Firmy posiadają więcej paliwa niż potrzebują lotniska, więc możliwości dostaw nie są wyczerpane.

2 Zad 2

2.1 Treść

Dana jest siecć połączeń między n miastami reprezentowana za pomocą skierowanego grafu $G = (N, A)$, gdzie N jest zbiorem miast (wierzchołków), $|N| = n$, A jest zbiorem połączeń między miastami (łuków), $|A| = m$. Dla każdego połączenia z miasta i do miasta j, $(i, j) \in A$, dane są koszt przejazdu c_{ij} oraz czas przejazdu t_{ij} (im mniejszy koszt, tym dłuższy czas przejazdu). Dane są również dwa miasta $i^\circ, j^\circ \in N$.

Celem jest znalezienie połączenia (ścieżki) między zadanymi dwoma miastami, którego całkowity koszt jest najmniejszy i całkowity czas przejazdu nie przekracza z góry zadanego czasu przejazdu T.

Zapisz model programowania całkowitoliczbowego w wybranym języku i rozwiąż go za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).

Uogólnij metodę rozwiązania, tj. oddziel model od danych tak, aby można było zadawać konkretne dane w pliku, na podstawie których solver będzie generował egzemplarz problemu i go rozwiązywał. Maksymalnie sparametryzuj zapis modelu.

Rozwiąż jakiś egzemplarz problemu.

Czy ograniczenie na całkowitoliczbowość zmiennych decyzyjnych jest potrzebne? Sprawdź jakie będą wartości zmiennych decyzyjnych (całkowitoliczbowych), jeśli usuniemy ograniczenie na ich całkowitoliczbowość (tj. mamy przypadek, kiedy model jest modelem programowania liniowego).

Czy po usunięciu ograniczenia na czas przejazdu i rozwiązaniu problemu otrzymane połączenie jest akceptowalnym rozwiązaniem problemu?

2.2 Opis modelu

Niech M = zbiór miast
Niech C = macierz kosztów
Niech E = macierz istnienia krawedzi
Niech s = wierzchołek startowy
Niech t = wierzchołek końcowy
a) $1 \geq x[i,j] \geq 0 : (i,j) \in C$
$x[i,j] \in N : (i,j) \in (C) : N-$ liczby naturnale

b) $\Sigma\,(E[i,j] * x[i,j] - E[j,i] * x[j,i] : j \in M) = \begin{cases} 1 & \text{gdy } i = s \\ -1 & \text{gdy } i = t \quad : i \in M \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

c) $\Sigma\,(c[i,j] * x[i,j]) : (i,j) \in C$

2.3 Wyniki

dane 1	dane 2
5	5
7	7
1 2 99 18	1 2 99 18
1 5 40 57	1 5 40 57
1 3 9 70	1 3 9 70
2 4 50 30	2 4 50 30
5 3 2 92	5 3 2 92
5 4 73 12	5 4 73 12
4 1 72 23	4 1 72 23
1 4	1 4
80	50

Dane różnią się tylko ograniczeniem czasowym. dla pierwszych danych algorytm wyznaczy drogę $1 \to 5 \to 4$, kosz dla takich danych wynosi 113. Dla drugich danych wyznaczy drogę $1 \to 2 \to 4$, koszt jest równy 149 ale za to spełnia ograniczenie czasowe.

Odpowiedzi na pytania z treści zadania:
Zmienne muszą być ograniczone do liczb całkowitych, ponieważ jeśli nie są, w przypadku gdy najkrótsza droga nie spełnia ograniczenia czasowego i trzeba znaleźć inną najkrótszą drogę, wyznaczone zostają liczby $n \in (0,1)$.
Po usunięciu ograniczenia czasowego rozwiązanie nie zawsze jest akceptowalne ponieważ wyznaczona trasa może mieć czas większy od wyznaczonego czasu.

3 Zad 3

3.1 Treść

Zapisz model dla zadania 8 z Listy 1 na ćwiczenia w wybranym języku i rozwiąż go dla podanych tam danych za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).

Uogólnij metodę rozwiązania, tj. oddziel model od danych tak, aby mośna było zadawać dane w pliku, na podstawie których solver będzie generował egzemplarz problemu i go rozwiązywał. Maksymalnie sparametryzuj zapis modelu.

Policja w małym miasteczku posiada w swoim zasięgu trzy dzielnice oznaczone jako p1, p2 i p3. Każda dzielnica ma przypisaną pewną liczbę radiowozów wyposażonych w radiotelefony i sprzęt pierwszej pomocy. Policja pracuje w systemie trzyzmianowym. W tabelach 1 i 2 podane są minimalne i maksymalneliczby radiowozów dla każdej zmiany.

Tabela 1: Minimalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielinicy

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
p1	2	4	3
p2	3	6	5
p3	5	7	6

Tabela 2: Maksymalne liczby radiowozów dla każdej zmiany i dzielinicy

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
p1	3	7	5
p2	5	7	10
p3	8	12	10

Aktualne przepisy wymuszają, że dla zmiany 1, 2 i 3 powinno być dostępnych, odpowiednio, co najmniej 10, 20 i 18 radiowozów. Ponadto dzielnice p1, p2 i p3 powinny mieć przypisane, odpowiednio, co najmniej 10, 20 i 13 radiowozów. Policja chce wyznaczyć przydział radiowozów spełniający powyższe wymagania i minimalizujący ich całkowitą liczbę. Sformułuj ten problem jako problem cyrkulacji.

3.2 Opis modelu

Niech Z = zbiór zmian
Niech D = zbiór dzielnic
Niech MIN = macierz najmniejszych ilosci radiowozów
Niech MAX = macierz największych ilosci radiowozów
Niech MIN_Z = zbiór najmniejszych ilości radiowozów dla zmiany
Niech MIN_D = zbiór najmniejszych ilości radiowozów dla dzielnicy

a) $x[i,j] \geq 0 : i \in Z, j \in D$
$x[i,j] \in N : (i,j) \in (C) : N-$ liczby naturnale

b) $x[i,j] \leq MIN[i,j] : i \in Z, j \in D$
$x[i,j] \geq MAX[i,j] : i \in Z, j \in D$
$(\Sigma\,(x[i,j]) \geq MIN_D[j] : i \in Z) : j \in D$
$(\Sigma\,(x[i,j]) \geq MIN_Z[i] : j \in D) : i \in Z$

c) $\Sigma\,(x[i,j]) : i \in Z, j \in D$

3.3 Wyniki

Wyniki dla danych z treści zadania:

	zmiana 1	zmiana 2	zmiana 3
p1	2	6	3
p2	3	7	10
p3	5	7	6

Całkowity koszt: 49

4 Zad 4

4.1 Treść

Pewna firma przeładunkowa posiada teren, na którym składuje kontenery z cennym ładunkiem. Teren podzielony jest na $m \times n$ kwadratów. Kontenery składowane są w wybranych kwadratach. Zakłada się, że kwadrat może być zajmowany przez co najwyżej jeden kontener. Firma musi rozmieścić kamery, żeby monitorować kontenery. Każda kamera może obserwować k kwadratów na lewo, k kwadratów na prawo, k kwadratów w górę i k kwadratów w dół. Kamera nie może być umieszczona w kwadracie zajmowanym przez kontener.

Zaplanuj rozmieszczenie kamer w kwadratach tak, aby każdy kontener był monitorowany przez co najmniej jednż kamerę oraz liczba kamer była minimalna.

Zapisz model programowania całkowitoliczbowego w wybranym języku i rozwiąż go za pomocą solvera GLPK (lub np. Cbc).

Uogólnij metodę rozwiązania, tj. oddziel model od danych tak, aby można było zadawać konkretne dane w pliku, na podstawie których solver będzie generował egzemplarz problemu i go rozwiązywał. Maksymalnie sparametryzuj zapis modelu.

Rozwiąż jakiś egzemplarz problemu.

4.2 Opis modelu

Niech M = zbiór kolumn
Niech N = zbiór wierszy
Niech R = macierz zawierajaca ile w zasiegu k na miejscu (i, j) jest kontenerów
Niech CR = lista z dwiema listami (xL, yL) zawierającymi indeksy zasięgu dla konteneru
Niech c = liczba kontenerów

a) $1 \geq x[i, j] \geq 0 : i \in N, j \in M$
$x[i, j] \in N : (i, j) \in (C) : N-$ liczby naturnale

b) $\Sigma\,(x[i, j] * R[i, j] : i \in N, j \in N) \geq c$
Trzeba jeszcze zapewnić aby każdy kontener był obserwowany cztli dla każdego elementu z CR przechodząc po indeksach z jego tablic, suma $x[i, j] \geq 1 : i\ inCR.xList, j \in CR.yList$.

c) $\Sigma x[i, j] : i \in N, j \in M$

4.3 Wyniki

Dla przykładowych danych:
5 - m
6 - n
1 - k
5 - c
1 2
2 4
1 4
5 5
6 1

x - miejsca kontenerów, 0 - puste miejsca, 1 - miejsca kamer

	m1	m2	m3	m4	m5
n1	0	x	1	x	0
n2	0	0	0	x	0
n3	0	0	0	0	0
n4	0	0	0	1	0
n5	1	0	0	0	x
n6	x	0	0	0	0

Całkowity koszt: 3
Patrząc na tabelkę widać, że wszystkie kontenery są obserwowane i są zbyt daleko siebie, aby zmniejszyć ilość kamer.