GRUPA 1

ZAD. 1. Dana jest relacja R⊆N^2x N^2(N-zbiór liczb naturalnych, zdefiniowana następująco: <a,b>R<c,d>⇔a*d=b*c

A) R jest relacją równoważności

C) Pary <l,k> oraz <l,k>, gdzie k jest pewną liczbą naturalną, są ze sobą w relacji R

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

żadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

B) A∪(B\A)=A∪B

C) Jeżeli x∈A oraz x∉B, to {x}∈2A∪B

ZAD. 4. Dana jest funkcja f: X→Y całkowicie określona na X. Niech R⊆X^2 będzie relacją binarną na X określoną następująco: <x,y>∈R wtedy i tylko wtedy, gdy f(x)=f(y). Wskaż, które z własności posiada relacja R:

C) R jest relacją przechodnią

ZAD. 5. Słowo postaci a {bc} {a}, gdzie {x} oznacza jedno lub więcej powtórzeń elementu x, jest generowane przez gramatykę G=df<{a,b,c},{S,A,B},P,S>, gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:

D) P=df{S::=B|A, B::=aB|bcB|a, A::=a|Aa}

ZAD. 6.Formuła α nie jest tautologią, a formuła β jest tautologią rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) α ∨β

D) α ⇒ β

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) (¬(p⇒q) ∧ (q⇒p)) ⇒ (p∧¬q)

C) ((p∨q) ⇒r) ⇒ ((p⇒r) ∨ (q⇒r))

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α∨(β∧α))=P to zawsze zachodzi :

B) INTv(α)=P

D) INTv(α∨β)=P

ZAD. 9. Wyrażenie ¬p jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) ¬p∧ (q∨¬p)

ZAD. 10.Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r, s – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów

A) ∀x●p(x, true)

B) ∀x●(¬(x⇒x)⇔(x∧¬x))

D) ∀x●(∃x●((p(x)∧∃x●q(x))⇒r(x))∧∃x●s(x))

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) (∀x●P(x))⇒(∃x●P(x))

B) (∃x●(¬P(x)∨¬Q(x)))∨∃x●(P(x)∧Q(x))

C) (∀x●P(x)⇔Q(x)))⇒(∀x●P(x)⇔∀x●Q(x))

ZAD. 12. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<Asr,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła (α∨β)⇒(α∧β) jest tautologią.

1) →(α∨β)⇒(α∧β) 2) →¬ (α∨β) ∨ (α∧β) 3) →¬ (α∨β),α∧β 4) →¬ α∨¬β,α∧β

5) →¬ α,α∧β →¬β,α∧β

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2

B) Nr 3

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu:

Nie wiem

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

→∀x●¬ α∨∀x●¬β, ¬∀x●¬(α∧β)

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

C) → ∀x●¬ α, ∀x●¬β, ¬ ∀x●¬(α∧β)

D) ¬ ∀x●¬ α, ¬ ∀x●¬β→¬ ∀x●¬(α∧β)

ZAD. 16.Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ→Γ,X∨Y ϕ, ¬X→ Γ ,Y

D) ϕ,X∧Y→Γ ϕ,X→Γ,¬Y

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

zadne

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: kocha(PIOTR, x) oraz lubi(ojciec(EWA),y) Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

D) Nie istnieje

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬r∨s, p∨r}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

D) q∨s

GRUPA 2

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

C) X-zbiór krzeseł w sali, k1,k2∈X; k1 R k2 ⇔ gdy oba krzesła są zajęte lub oba krzesła są wolne

D) X-zbiór funkcji zmiennej x, niech f1,f2∈X; f1 R f2 ⇔ ∀x●(f1(x)=f2(x))

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

A) R1∩R

C) (R1∩R 2)∪R2

ZAD. 3. Niech A=df{a,b}, B=df{b,c}. Prawdą jest, że:

A) card(2A∪B)=23

B) (A\B)∪B={a,b,c}

C) 2A∩2B=2A∩B

ZAD. 4. Relacja binarna R⊆2Nat x 2Nat jest zdefiniowana następująco <A,B>∈R wtedy i tylko wtedy, gdy A⊆B. Wskaż które z własności posiada relacja R.

A) R jest relacją zwrotną

B) R jest relacją antysymetryczną spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G opisana za pomocą notacji BNF (symbole terminalne są ujęte w apostrofy, R jest symbolem początkowym gramatyki):

R::= X'-'R | X'+'R | X X::=LX|L L::='0'|'1'|…|'9'

Które z poniższych słów należy do języka L(G):

B) 0-1+0

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) ¬α ∨β

C) α ⇔ β

D) α ⇒ β

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

C) (p∨q∨r)⇒ (¬p⇒((q∨r) ∧¬p))

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α∧ (β∨α))=P to zawsze zachodzi:

C) INTv(α)=P

D) INTv(α∨β)=P

ZAD. 9. Wyrażenie p jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

A) p∧ (q∨p)

B) p∨ (q∧p)

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów:

D) ∀y(∃x●(p(x))∧(q(x)⇒r(y))

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x – zmienną indywiduową wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

C) (∀x●P(x)⇔Q(x)))⇒((∀x●P(x))⇔∀x●Q(x)))

ZAD. 12. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła (α∧β)⇒(α∨β) jest tautologią.

1) →(α∧β)⇒(α∨β)2) →(α ∧β) ∨ ¬ (α∨β)

3) →(α∧β), ¬(α∨β) 4) α∨β→α∧β

5) α,β →α∧β

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

B) Nr 3

C) Nr 4

ZAD. 13. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<Asr,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu

1) ¬ α[x::=t1], β[x::=t2] → β
2) α→ α, γ
3) ∀x●α→¬α, ¬β
4) ¬α→γ, ¬ α, β

Gdzie t1, t2 są różne od x. Na podstawie tego zbioru:

A) W drzewie istnieją liście które są aksjomatami

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

→(∀x●¬ α∨∀x●¬β) ∨ ¬∀x●¬(α∧β)

W kolejnyme węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

B) → ∀x●¬ α ∨ ∀x●¬β, ¬ ∀x●¬(α∧β)

ZAD. 16. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ ,Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ,Y→Γ, ¬X, Δ ϕ, X→ Γ , Δ , ¬Y

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B) (∀x●α(x,y)) ∧ γ(z,y)
∀w●(α(w,y) ∧ γ(z,y))

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

D) ∀y● ∀x ●β(x,g(x,y),y) ∀x● ∀y●β (x,h(x,y),y)

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(ojciec(PIOTR),y)
Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=ojciec(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬r∨q, p∨r}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:00

A) p∨q
B) q
D) sq∨p

GRUPA 3

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

A) X-zbiór osób zdających egzamin, o1,o2∈X;o1 R o2 ⇔o1 jest tej samej płci co o2

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

zadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

C) 2A∩2B=2A∩B

ZAD. 4. Dana jest funkcja f: X→Y całkowicie określona na X. Niech R⊆X^2 będzie relacją binarną na X określoną następująco: <x,y>∈R wtedy i tylko wtedy, gdy f(x)=f(y). Wskaż, które z własności posiada relacja R:

A) R jest relacją zwrotną
C) R jest relacją spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G=df<.,+,-,0,1,2,3,4,5},{S,R1,R2,X},P,S>,gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:
P=df{S::=R1|R2|R1.R2 R1::=XR1|X R2::=+R1|-R1 X::=0|1|…|5}
Które z poniższych słów należy do języka L(G):

zadne

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) ¬α ∨ β
C) α ⇔ β
D) α ⇒ β

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) (p ∨(q∧r)) ⇔ ((p ∨q) ∧(p ∨r))

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α⇒β)=F to zawsze zachodzi:

A) INTv(α)=P oraz INTv(β)=F

ZAD. 9. Wyrażenie p⇒q jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) ¬ (p∧¬ q)
C) (p⇔q) ∨¬(q⇒p)

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnie zbudowanymi formułami rachunku kwantyfikatorów:

B) ∀x●¬(x⇔x)) ⇒ ∃y●¬(y⇔y))
D) ∀x(∃x●(p(x))∧(q(x)))

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) (∀x● ∀y●P(x,y))⇒∃x● ∀y ●P(x,y)

ZAD. 12. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<ASR,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego ASR={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła ¬ (α⇔ β) jest tautologią.
1) →¬ (α⇒β), ¬ (β ⇒ α) 2) α⇒β→ ¬ (β ⇒ α) 3) α,β→ ¬ (β ⇒ α) 4) α,β, β⇒ α→5) α,β, β, α→
Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2
C) Nr 4

ZAD. 15. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ ,Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ,Y→Γ, ¬X, Δ ϕ, X→ Γ , Δ , ¬Y

ZAD. 16. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

(¬ α∨¬β) [x::=t] → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β ●N1

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

A) ∀x●¬(α∧β) [x::=t] → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β
B) ¬(α∧β) → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B)∀x●α(x,y)) ∧ γ(z,y)) ∀w●(α(w,y) ∧ γ(z,y))

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

A) ∀x●∃y●(α (x,y) ∨β (y,z)) ∀x●∃y●(α(x,y) ∨ β(y,z))
C) ∀z●∃y●∀x●β(z,y,x) ∀z●∀x● β (z,h(z),x)
D) ∀y●∀x ●β(x,g(x,y),y) ∀x●∀y●β (x,h(x,y),y)

ZAD. 19. OKDane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(matka(PIOTR),y)
Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=matka(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. OK Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬p∨s, ¬q, ¬s}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

B) ¬p