GRUPA 1

ZAD. 1. Dana jest relacja $R \subseteq N^2 \times N^2$ (N-zbiór liczb naturalnych, zdefiniowana następująco: $\langle a,b\rangle R \langle c,d\rangle \Leftrightarrow a*d=b*c$

A) R jest relacją równoważności

C) Pary $\langle l,k\rangle$ oraz $\langle l,k\rangle$, gdzie k jest pewną liczbą naturalną, są ze sobą w relacji R

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

żadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

B) $A\cup(B\setminus A)=A\cup B$

C) Jeżeli $x\in A$ oraz $x\notin B$, to $\{x\}\in 2A\cup B$

ZAD. 4. Dana jest funkcja f: X→Y całkowicie określona na X. Niech $R\subseteq X^2$ będzie relacją binarną na X określoną następująco: $\langle x,y\rangle\in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy f(x)=f(y). Wskaż, które z własności posiada relacja R:

C) R jest relacją przechodnią

ZAD. 5. Słowo postaci a {bc} {a}, gdzie {x} oznacza jedno lub więcej powtórzeń elementu x, jest generowane przez gramatykę G=df<{a,b,c},{S,A,B},P,S>, gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:

D) P=df{S::=B|A, B::=aB|bcB|a, A::=a|Aa}

ZAD. 6. Formuła α nie jest tautologią, a formuła β jest tautologią rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\alpha \vee \beta$

D) $\alpha \Rightarrow \beta$

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) $(\neg(p\Rightarrow q) \wedge (q\Rightarrow p)) \Rightarrow (p\wedge\neg q)$

C) $((p\vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow ((p\Rightarrow r) \vee (q\Rightarrow r))$

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α∨(β∧α))=P to zawsze zachodzi :

B) INTv(α)=P

D) INTv(α∨β)=P

ZAD. 9. Wyrażenie ¬p jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) $\neg p\wedge (q\vee\neg p)$

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r, s – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów

A) $\forall x\bullet p(x, true)$

B) $\forall x\bullet(\neg(x\Rightarrow x)\Leftrightarrow(x\wedge\neg x))$

D) $\forall x\bullet(\exists x\bullet((p(x)\wedge\exists x\bullet q(x))\Rightarrow r(x))\wedge\exists x\bullet s(x))$

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) $(\forall x\bullet P(x))\Rightarrow(\exists x\bullet P(x))$

B) $(\exists x\bullet(\neg P(x)\vee\neg Q(x)))\vee\exists x\bullet(P(x)\wedge Q(x))$

C) $(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow Q(x)))\Rightarrow(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow\forall x\bullet Q(x))$

ZAD. 12. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<Asr,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła (α∨β)⇒(α∧β) jest tautologią.

1) →(α∨β)⇒(α∧β) 2) →¬ (α∨β) ∨ (α∧β) 3) →¬ (α∨β),α∧β 4) →¬ α∨¬β,α∧β

5) →¬ α,α∧β →¬β,α∧β

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2

B) Nr 3

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu:

Nie wiem

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

→∀x●¬ α∨∀x●¬β, ¬∀x●¬(α∧β)

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

C) → ∀x●¬ α, ∀x●¬β, ¬ ∀x●¬(α∧β)

D) ¬ ∀x●¬ α, ¬ ∀x●¬β→¬ ∀x●¬(α∧β)

ZAD. 16. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ→Γ,X∨Y ϕ, ¬X→ Γ ,Y

D) ϕ,X∧Y→Γ ϕ,X→Γ,¬Y

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

zadne

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: kocha(PIOTR, x) oraz lubi(ojciec(EWA),y) Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

D) Nie istnieje

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬r∨s, p∨r}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

D) q∨s

GRUPA 2

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

C) X-zbiór krzeseł w sali, $k1,k2\in X$; k1 R k2 ⇔ gdy oba krzesła są zajęte lub oba krzesła są wolne

D) X-zbiór funkcji zmiennej x, niech $f1,f2\in X$; f1 R f2 ⇔ ∀x●(f1(x)=f2(x))

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

A) R1∩R

C) (R1∩R 2)∪R2

ZAD. 3. Niech A=df{a,b}, B=df{b,c}. Prawdą jest, że:

A) card(2A∪B)=23

B) (A\B)∪B={a,b,c}

C) 2A∩2B=2A∩B

ZAD. 4. Relacja binarna R⊆2Nat x 2Nat jest zdefiniowana następująco <A,B>∈R wtedy i tylko wtedy, gdy A⊆B. Wskaż które z własności posiada relacja R.

A) R jest relacją zwrotną

B) R jest relacją antysymetryczną spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G opisana za pomocą notacji BNF (symbole terminalne są ujęte w apostrofy, R jest symbolem początkowym gramatyki):

R::= X'-'R | X'+'R | X X::=LX|L

L::='0'|'1'|…|'9'

Które z poniższych słów należy do języka L(G):

B) 0-1+0

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\neg\alpha \vee \beta$

C) $\alpha \Leftrightarrow \beta$

D) $\alpha \Rightarrow \beta$

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

C) $(p\vee q\vee r)\Rightarrow(\neg p\Rightarrow((q\vee r)\wedge\neg p))$

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α∧ (β∨α))=P to zawsze zachodzi:

C) INTv(α)=P

D) INTv(α∨β)=P

ZAD. 9. Wyrażenie p jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

A) $p\wedge(q\vee p)$

B) $p\vee(q\wedge p)$

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów:

D) $\forall y(\exists x\bullet(p(x))\wedge(q(x)\Rightarrow r(y))$

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x – zmienną indywiduową wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

C) $(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow Q(x)))\Rightarrow((\forall x\bullet P(x))\Leftrightarrow\forall x\bullet Q(x)))$

ZAD. 12. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła (α∧β)⇒(α∨β) jest tautologią.

1) →(α∧β)⇒(α∨β)2) →(α ∧β) ∨ ¬ (α∨β)

3) →(α∧β), ¬(α∨β) 4) α∨β→α∧β

5) α,β →α∧β

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

B) Nr 3

C) Nr 4

ZAD. 13. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<Asr,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu

1) ¬ α[x::=t1], β[x::=t2] → β

2) α→ α, γ

3) ∀x●α→¬α, ¬β

4) ¬α→γ, ¬ α, β

Gdzie t1, t2 są różne od x. Na podstawie tego zbioru:

A) W drzewie istnieją liście które są aksjomatami

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

→(∀x●¬ α∨∀x●¬β) ∨ ¬∀x●¬(α∧β)

W kolejnyme węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

B) → ∀x●¬ α ∨ ∀x●¬β, ¬ ∀x●¬(α∧β)

ZAD. 16. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ ,Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ,Y→Γ, ¬X, Δ ϕ, X→ Γ , Δ , ¬Y

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B) $(\forall x\bullet\alpha(x,y))\wedge\gamma(z,y)$ $\forall w\bullet(\alpha(w,y)\wedge\gamma(z,y))$

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

D) $\forall y\bullet\forall x\bullet\beta(x,g(x,y),y)$ $\forall x\bullet\forall y\bullet\beta(x,h(x,y),y)$

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(ojciec(PIOTR),y)

Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=ojciec(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬r∨q, p∨r}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:00

A) p∨q

B) q

D) sq∨p

GRUPA 3

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

A) X-zbiór osób zdających egzamin, o1,o2∈X;o1 R o2 ⇔o1 jest tej samej płci co o2

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

zadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

C) 2A∩2B=2A∩B

ZAD. 4. Dana jest funkcja f: X→Y całkowicie określona na X. Niech R⊆X^2 będzie relacją binarną na X określoną następująco: <x,y>∈R wtedy i tylko wtedy, gdy f(x)=f(y). Wskaż, które z własności posiada relacja R:

A) R jest relacją zwrotną

C) R jest relacją spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G=df<.,+,-,0,1,2,3,4,5},{S,R1,R2,X},P,S>,gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:

P=df{S::=R1|R2|R1.R2   R1::=XR1|X
R2::=+R1|-R1
X::=0|1|…|5}

Które z poniższych słów należy do języka L(G):

zadne

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) ¬α ∨β

C) α ⇔β

D) α ⇒β

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) (p∨(q∧r)) ⇔ ((p∨q) ∧(p∨r))

ZAD. 8. Jeżeli INTv(α⇒β)=F to zawsze zachodzi:

A) INTv(α)=P oraz INTv(β)=F

ZAD. 9. Wyrażenie p⇒q jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) ¬ (p∧¬ q)

C) (p⇔q) ∨¬(q⇒p)

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnie zbudowanymi formułami rachunku kwantyfikatorów:

B) ∀x●¬(x⇔x)) ⇒ ∃y●¬(y⇔y))

D) ∀x(∃x●(p(x))∧(q(x)))

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) (∀x● ∀y●P(x,y))⇒∃x● ∀y ●P(x,y)

ZAD. 12. Dana jest formuła ∃x●(P(x,y)∧Q(x,y)), system relacyjny SR=<ASR,R1,R2> oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego ASR={a,b} i relacje: R1={<a,b>,<b,a>}, R2={<a,a>,<b,b>,<a,b>}, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła ¬ (α⇔ β) jest tautologią.

1) →¬ (α⇒β), ¬ (β ⇒ α) 2) α⇒β→ ¬ (β ⇒ α) 3) α,β→ ¬ (β ⇒ α) 4) α,β, β⇒ α→5) α,β, β, α→

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2

C) Nr 4

ZAD. 15. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ ,Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) ϕ,Y→Γ, ¬X, Δ ϕ, X→ Γ , Δ , ¬Y

ZAD. 16. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

(¬ α∨¬β) [x::=t] → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β   ●N1

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

A) ∀x●¬(α∧β) [x::=t] → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β

B) ¬(α∧β) → ¬∀x●¬(α∧β), ∀x●¬α, ∀x●¬β

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B)∀x●α(x,y)) ∧ γ(z,y))   ∀w●(α(w,y) ∧ γ(z,y))

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

A) ∀x●∃y●(α (x,y) ∨β (y,z))
∀x●∃y●(α(x,y) ∨ β(y,z))

C) ∀z●∃y●∀x●β(z,y,x)
∀z●∀x● β (z,h(z),x)

D) ∀y●∀x ●β(x,g(x,y),y)
∀x●∀y●β (x,h(x,y),y)

ZAD. 19. OKDane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(matka(PIOTR),y)

Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=matka(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. OK Dany jest zbiór klauzul S={¬p∨q, ¬p∨s, ¬q, ¬s}. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

B) ¬p