GRUPA 1

ZAD. 1. Dana jest relacja $R \subseteq N^2 \times N^2$ (N-zbiór liczb naturalnych, zdefiniowana następująco: $\langle a,b\rangle R\langle c,d\rangle \Leftrightarrow a*d=b*c$

A) R jest relacją równoważności

C) Pary $\langle l,k\rangle$ oraz $\langle l,k\rangle$, gdzie k jest pewną liczbą naturalną, są ze sobą w relacji R

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

żadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

B) $A\cup(B\setminus A)=A\cup B$

C) Jeżeli $x\in A$ oraz $x\notin B$, to $\{x\}\in 2^{A\cup B}$

ZAD. 4. Dana jest funkcja $f: X\to Y$ całkowicie określona na X. Niech $R\subseteq X^2$ będzie relacją binarną na X określoną następująco: $\langle x,y\rangle\in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy $f(x)=f(y)$. Wskaż, które z własności posiada relacja R:

C) R jest relacją przechodnią

ZAD. 5. Słowo postaci a {bc} {a}, gdzie {x} oznacza jedno lub więcej powtórzeń elementu x, jest generowane przez gramatykę G=df<{a,b,c},{S,A,B},P,S>, gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:

D) P=df{S::=B|A, B::=aB|bcB|a, A::=a|Aa}

ZAD. 6. Formuła α nie jest tautologią, a formuła β jest tautologią rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\alpha \vee \beta$

D) $\alpha \Rightarrow \beta$

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) $(\neg(p\Rightarrow q) \wedge (q\Rightarrow p)) \Rightarrow (p\wedge\neg q)$

C) $((p\vee q) \Rightarrow r) \Rightarrow ((p\Rightarrow r) \vee (q\Rightarrow r))$

ZAD. 8. Jeżeli $INTv(\alpha\vee(\beta\wedge\alpha))=P$ to zawsze zachodzi :

B) $INTv(\alpha)=P$

D) $INTv(\alpha\vee\beta)=P$

ZAD. 9. Wyrażenie $\neg p$ jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) $\neg p\wedge (q\vee\neg p)$

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r, s – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów

A) $\forall x\bullet p(x, true)$

B) $\forall x\bullet(\neg(x\Rightarrow x)\Leftrightarrow(x\wedge\neg x))$

D) $\forall x\bullet(\exists x\bullet((p(x)\wedge\exists x\bullet q(x))\Rightarrow r(x))\wedge\exists x\bullet s(x))$

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) $(\forall x\bullet P(x))\Rightarrow(\exists x\bullet P(x))$

B) $(\exists x\bullet(\neg P(x)\vee\neg Q(x)))\vee\exists x\bullet(P(x)\wedge Q(x))$

C) $(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow Q(x)))\Rightarrow(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow\forall x\bullet Q(x))$

ZAD. 12. Dana jest formuła $\exists x\bullet(P(x,y)\wedge Q(x,y))$, system relacyjny $SR=\langle Asr,R1,R2\rangle$ oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: $R1=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$, $R2=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle a,b\rangle\}$, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła $(\alpha\vee\beta)\Rightarrow(\alpha\wedge\beta)$ jest tautologią.

1) $\to(\alpha\vee\beta)\Rightarrow(\alpha\wedge\beta)$ 2) $\to\neg(\alpha\vee\beta)\vee(\alpha\wedge\beta)$ 3) $\to\neg(\alpha\vee\beta),\alpha\wedge\beta$ 4) $\to\neg\alpha\vee\neg\beta,\alpha\wedge\beta$

5) $\to\neg\alpha,\alpha\wedge\beta$ $\to\neg\beta,\alpha\wedge\beta$

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2

B) Nr 3

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu:

Nie wiem

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

$\to\forall x\bullet\neg\alpha\vee\forall x\bullet\neg\beta, \neg\forall x\bullet\neg(\alpha\wedge\beta)$

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

C) $\to\forall x\bullet\neg\alpha, \forall x\bullet\neg\beta, \neg\forall x\bullet\neg(\alpha\wedge\beta)$

D) $\neg\forall x\bullet\neg\alpha, \neg\forall x\bullet\neg\beta\to\neg\forall x\bullet\neg(\alpha\wedge\beta)$

ZAD. 16. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ф, Γ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) $\phi\to\Gamma,X\vee Y$ $\phi,\neg X\to\Gamma,Y$

D) $\phi,X\wedge Y\to\Gamma$ $\phi,X\to\Gamma,\neg Y$

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

zadne

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: kocha(PIOTR, x) oraz lubi(ojciec(EWA),y)

Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

D) Nie istnieje

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul $S=\{\neg p\vee q, \neg r\vee s, p\vee r\}$. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

D) $q\vee s$

GRUPA 2

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

C) X-zbiór krzeseł w sali, $k1,k2\in X$; k1 R k2 $\Leftrightarrow$ gdy oba krzesła są zajęte lub oba krzesła są wolne

D) X-zbiór funkcji zmiennej x, niech $f1,f2\in X$; f1 R f2 $\Leftrightarrow \forall x\bullet(f1(x)=f2(x))$

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

A) $R1\cap R$

C) $(R1\cap R2)\cup R2$

ZAD. 3. Niech A=df{a,b}, B=df{b,c}. Prawdą jest, że:

A) $card(2^{A\cup B})=2^3$

B) $(A\setminus B)\cup B=\{a,b,c\}$

C) $2^A\cap 2^B=2^{A\cap B}$

ZAD. 4. Relacja binarna $R\subseteq 2Nat \times 2Nat$ jest zdefiniowana następująco $\langle A,B\rangle\in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy $A\subseteq B$. Wskaż które z własności posiada relacja R.

A) R jest relacją zwrotną

B) R jest relacją antysymetryczną spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G opisana za pomocą notacji BNF (symbole terminalne są ujęte w apostrofy, R jest symbolem początkowym gramatyki):

R::= X'-'R | X'+'R | X X::=LX|L L::='0'|'1'|…|'9'

Które z poniższych słów należy do języka L(G):

B) 0-1+0

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\neg\alpha\vee\beta$

C) $\alpha\Leftrightarrow\beta$

D) $\alpha\Rightarrow\beta$

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

C) $(p\vee q\vee r)\Rightarrow(\neg p\Rightarrow((q\vee r)\wedge\neg p))$

ZAD. 8. Jeżeli $INTv(\alpha\wedge(\beta\vee\alpha))=P$ to zawsze zachodzi:

C) $INTv(\alpha)=P$

D) $INTv(\alpha\vee\beta)=P$

ZAD. 9. Wyrażenie p jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

A) $p\wedge(q\vee p)$

B) $p\vee(q\wedge p)$

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnie zbudowanymi farmułami rachunku kwantyfikatorów:

D) $\forall y(\exists x\bullet(p(x))\wedge(q(x)\Rightarrow r(y))$

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x – zmienną indywiduową wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

C) $(\forall x\bullet P(x)\Leftrightarrow Q(x)))\Rightarrow((\forall x\bullet P(x))\Leftrightarrow\forall x\bullet Q(x)))$

ZAD. 12. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła $(\alpha\wedge\beta)\Rightarrow(\alpha\vee\beta)$ jest tautologią.

1) $\to(\alpha\wedge\beta)\Rightarrow(\alpha\vee\beta)$ 2) $\to(\alpha\wedge\beta)\vee\neg(\alpha\vee\beta)$

3) $\to(\alpha\wedge\beta), \neg(\alpha\vee\beta)$ 4) $\alpha\vee\beta\to\alpha\wedge\beta$

5) $\alpha,\beta\to\alpha\wedge\beta$

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

B) Nr 3

C) Nr 4

ZAD. 13. Dana jest formuła $\exists x\bullet(P(x,y)\wedge Q(x,y))$, system relacyjny $SR=\langle Asr,R1,R2\rangle$ oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego Asr={a,b} i relacje: $R1=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$, $R2=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle a,b\rangle\}$, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 14. Na pewnym etapie działania algorytm oparty o rachunek sekwentów wyprowadził z formuły F następujący zbiór sekwentów – liści drzewa dowodu

1) $\neg\alpha[x::=t1], \beta[x::=t2]\to\beta$

2) $\alpha\to\alpha, \gamma$

3) $\forall x\bullet\alpha\to\neg\alpha, \neg\beta$

4) $\neg\alpha\to\gamma, \neg\alpha, \beta$

Gdzie t1, t2 są różne od x. Na podstawie tego zbioru:

A) W drzewie istnieją liście które są aksjomatami

ZAD. 15. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

$\to(\forall x\bullet\neg\alpha\vee\forall x\bullet\neg\beta)\vee\neg\forall x\bullet\neg(\alpha\wedge\beta)$

W kolejnyme węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

B) $\to\forall x\bullet\neg\alpha\vee\forall x\bullet\neg\beta, \neg\forall x\bullet\neg(\alpha\wedge\beta)$

ZAD. 16. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ф, Γ ,Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) $\phi,Y\to\Gamma,\neg X, \Delta$ $\phi, X\to\Gamma, \Delta, \neg Y$

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B) $(\forall x\bullet\alpha(x,y))\wedge\gamma(z,y)$ $\forall w\bullet(\alpha(w,y)\wedge\gamma(z,y))$

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

D) $\forall y\bullet\forall x\bullet\beta(x,g(x,y),y)$ $\forall x\bullet\forall y\bullet\beta(x,h(x,y),y)$

ZAD. 19. Dane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(ojciec(PIOTR),y)

Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=ojciec(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. Dany jest zbiór klauzul $S=\{\neg p\vee q, \neg r\vee q, p\vee r\}$. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:00

A) $p\vee q$

B) q

D) $sq\vee p$

GRUPA 3

ZAD. 1. Które ze zdefiniowanych relacji są relacjami równoważności

A) X-zbiór osób zdających egzamin, $o1,o2\in X$; o1 R o2 $\Leftrightarrow$ o1 jest tej samej płci co o2

ZAD. 2. Niech R1 ,R 2 będą relacjami równoważności na zbiorze X. Wówczas relacjami równoważności są również relacje:

zadne

ZAD. 3. Niech A, B, C będą dowolnymi zbiorami. Prawdą jest, że:

C) $2^A\cap 2^B=2^{A\cap B}$

ZAD. 4. Dana jest funkcja $f: X\to Y$ całkowicie określona na X. Niech $R\subseteq X^2$ będzie relacją binarną na X określoną następująco: $\langle x,y\rangle\in R$ wtedy i tylko wtedy, gdy $f(x)=f(y)$. Wskaż, które z własności posiada relacja R:

A) R jest relacją zwrotną

C) R jest relacją spójną

ZAD. 5. Dana jest gramatyka G=df<.,+,-,0,1,2,3,4,5},{S,R1,R2,X},P,S>,gdzie zbiór produkcji P jest zdefiniowany następująco:

P=df{S::=R1|R2|R1.R2 R1::=XR1|X

R2::=+R1|-R1

X::=0|1|…|5}

Które z poniższych słów należy do języka L(G):

zadne

ZAD. 6. Niech formuły α i β będą tautologiami rachunku kwantyfikatorów. Które z poniższych formuł są również tautologiami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\neg\alpha\vee\beta$

C) $\alpha\Leftrightarrow\beta$

D) $\alpha\Rightarrow\beta$

ZAD. 7. Niech p,q,r będą zmiennymi zdaniowymi. Wskazać wyrażenia, które są tautologiami:

A) $(p\vee(q\wedge r))\Leftrightarrow((p\vee q)\wedge(p\vee r))$

ZAD. 8. Jeżeli $INTv(\alpha\Rightarrow\beta)=F$ to zawsze zachodzi:

A) $INTv(\alpha)=P$ oraz $INTv(\beta)=F$

ZAD. 9. Wyrażenie $p\Rightarrow q$ jest semantycznie równoważne wyrażeniu:

B) $\neg(p\wedge\neg q)$

C) $(p\Leftrightarrow q)\vee\neg(q\Rightarrow p)$

ZAD. 10. Zakładając, że x,y,z są zmiennymi indywiduowymi, p, q, r – symbolami predykatów, wskaż napisy, które są poprawnie zbudowanymi formułami rachunku kwantyfikatorów:

B) $\forall x\bullet\neg(x\Leftrightarrow x))\Rightarrow\exists y\bullet\neg(y\Leftrightarrow y))$

D) $\forall x(\exists x\bullet(p(x))\wedge(q(x)))$

ZAD. 11. Zakładając, że P, Q są predykatami, x, y – zmiennymi indywiduowymi wskaż, które z poniższych formuł rachunku kwantyfikatorów są tautologiami:

A) $(\forall x\bullet\forall y\bullet P(x,y))\Rightarrow\exists x\bullet\forall y\bullet P(x,y)$

ZAD. 12. Dana jest formuła $\exists x\bullet(P(x,y)\wedge Q(x,y))$, system relacyjny $SR=\langle ASR,R1,R2\rangle$ oraz interpretacja danej formuły w systemie relacyjnym SR oznaczona I. Jeżeli nośnik systemu relacyjnego ASR={a,b} i relacje: $R1=\{\langle a,b\rangle,\langle b,a\rangle\}$, $R2=\{\langle a,a\rangle,\langle b,b\rangle,\langle a,b\rangle\}$, to:

C) Dla I(P)=R2 i I(Q)=R1 oraz dla wartościowania v(x)=a i v(y)=a formuła nie jest spełniona

ZAD. 13. Poniższe drzewo ilustruje zostosowanie rachunku sekwencji dla sprawdzenia, czy formuła $\neg(\alpha \Leftrightarrow \beta)$ jest tautologią.

1) $\rightarrow \neg(\alpha \Rightarrow \beta), \neg(\beta \Rightarrow \alpha)$ 2) $\alpha \Rightarrow \beta \rightarrow \neg(\beta \Rightarrow \alpha)$ 3) $\alpha, \beta \rightarrow \neg(\beta \Rightarrow \alpha)$ 4) $\alpha, \beta, \beta \Rightarrow \alpha \rightarrow$ 5) $\alpha, \beta, \beta, \alpha \rightarrow$

Zakładając, że poprzedni węzeł jest poprawny, określ czy poprawnie wyprowadzono węzeł:

A) Nr 2

C) Nr 4

ZAD. 15. Wskazać, które z podanych niżej reguł są semantycznie poprawnymi regułami wnioskowania. X, Y są tu dowolnymi formułami, a ϕ, Γ, Δ – dowolnymi zbiorami formuł.

C) $\phi, Y \rightarrow \Gamma, \neg X, \Delta \quad \phi, X \rightarrow \Gamma, \Delta, \neg Y$

ZAD. 16. Poniżej jest dany węzeł N1 drzewa dowodu budowanego zgodnie z algorytmem wykorzystującym rachunek sekwentów Gentzena.

$(\neg \alpha \vee \neg \beta)[x::=t] \rightarrow \neg \forall x \bullet \neg(\alpha \wedge \beta), \forall x \bullet \neg \alpha, \forall x \bullet \neg \beta$

●N1

W kolejnym węźle N2 drzewa można wstawić sekwent:

A) $\forall x \bullet \neg(\alpha \wedge \beta)[x::=t] \rightarrow \neg \forall x \bullet \neg(\alpha \wedge \beta), \forall x \bullet \neg \alpha, \forall x \bullet \neg \beta$

B) $\neg(\alpha \wedge \beta) \rightarrow \neg \forall x \bullet \neg(\alpha \wedge \beta), \forall x \bullet \neg \alpha, \forall x \bullet \neg \beta$

ZAD. 17. Które pary formuł są równoważne semantycznie:

B) $\forall x \bullet \alpha(x,y)) \wedge \gamma(z,y)) \quad \forall w \bullet (\alpha(w,y) \wedge \gamma(z,y))$

ZAD. 18. Które pary formuł są równoważne w sensie spełnialności:

A) $\forall x \bullet \exists y \bullet (\alpha(x,y) \vee \beta(y,z)) \quad \forall x \bullet \exists y \bullet (\alpha(x,y) \vee \beta(y,z))$

C) $\forall z \bullet \exists y \bullet \forall x \bullet \beta(z,y,x) \quad \forall z \bullet \forall x \bullet \beta(z,h(z),x)$

D) $\forall y \bullet \forall x \bullet \beta(x,g(x,y),y) \quad \forall x \bullet \forall y \bullet \beta(x,h(x,y),y)$

ZAD. 19. OKDane są dwie klauzule: lubi(x,EWA) oraz lubi(matka(PIOTR),y)

Najbardziej ogólny unifikator tych klauzul to:

C) {x:=matka(PIOTR),y:=EWA}

ZAD. 20. OK Dany jest zbiór klauzul $S=\{\neg p \vee q, \neg p \vee s, \neg q, \neg s\}$. Wskaż które z poniżej podanych klauzul są wyprowadzalne ze zbioru S przez zastosowanie zasady rezolucji:

B) $\neg p$