Metody Numeryczne - Sprawozdanie 10

Piotr Moszkowicz

30 maja 2019

Spis treści

1 Wstęp Teoretyczny

Na dziesiątych zajęciach zajęliśmy się wyszukiwaniem minimum funkcji za pomocą metody złotego podziału.

1.1 Złoty podział odcinka

1.2 Metoda wyszukiwania minimum funkcji za pomocą złotego podziału

W naszej metodzie na samym początku dzielimy przedział ($x \in [x_a, x_b]$), w którym badamy minimum funkcji na trzy części wyznaczając dwa dodatkowe punkty wewnątrz jego, które właśnie wyznaczą nam trzy części. Punkty dane są poniższymi wzorami:

$$x_1 = x_a + \lambda_1(x_b - x_a)x_2 = x_a + \lambda_2(x_b - x_a) \tag{1}$$

gdzie:

$$\lambda_1 = r^2\lambda_2 = rr = \frac{(\sqrt{5} - 1)}{2} \tag{2}$$

W ten sposób zawężamy przedział poszukiwań aż do spełnienia poniższego warunku:

$$|x_1 - x_2| < \epsilon \tag{3}$$

Wtedy naszym rozwiązaniem jest punkt x_{min} dany wzorem:

$$x_{min} = \frac{x_1 + x_2}{2} \tag{4}$$

2 Opis problemu

Na zajęciach naszym zadaniem było zaimplementowanie metody wyszukiwania minimum funkcji za pomocą złotego podziału oraz znalezienie minimum dwóch funkcji. Sama implementacja sprowadza się do napisania funkcji, wewnątrz której jest pętla, która wykonuje się aż do momentu spełnienia warunku ze wzoru 3. Jeśli warunek jest spełniony otrzymujemy odpowiedź na podstawie aktualnych wartości zmiennych x_1 oraz x_2 podstawiając je do wzoru 4. W przeciwnym wypadku iterujemy dalej, w zależności od polecenia dzieląc za pomocą złotego podziału (wzór 1) lub dzieląc przedział na trzy równe części.

Na zajęciach badaliśmy minimum dwóch funkcji:

- $f_1(x) = ln(x^5 + 3x^2 + x + 9)$, w przedziale $x \in [-4.0, 1.0]$, warunek zakończenia $\epsilon = 10^{-6}$
- $f_2(x) = x^6$, w przedziale $x \in [-0.5, 1.0]$, warunek zakończenia $\epsilon = 10^{-6}$

oraz sporządzaliśmy wykresy porównawcze obu metod (gdyż znaliśmy minimum dokładne).

3 Wyniki

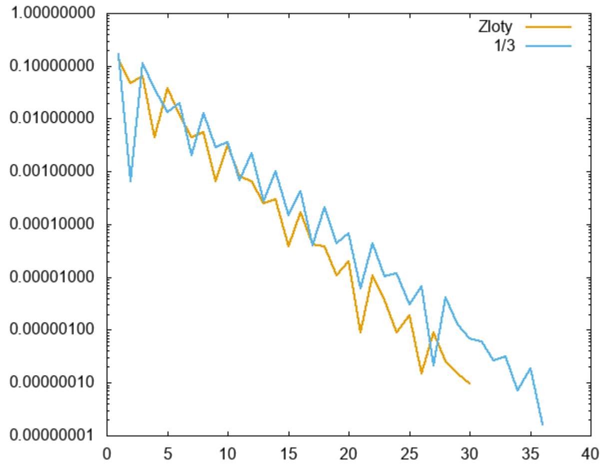
3.1 Funkcja 1

Minimum dokładne: -0.1673198.

Znalezione minimum przy podziale z pomocą złotego podziału: -0.16732

Ilość iteracji wymagana do znalezienia minimum z pomocą złotego podziału: 30

Znalezione minimum przy podziale na 3 równe części: -0.16732
Ilość iteracji wymagana do znalezienia minimum z pomocą podziału na 3 równe części: 36



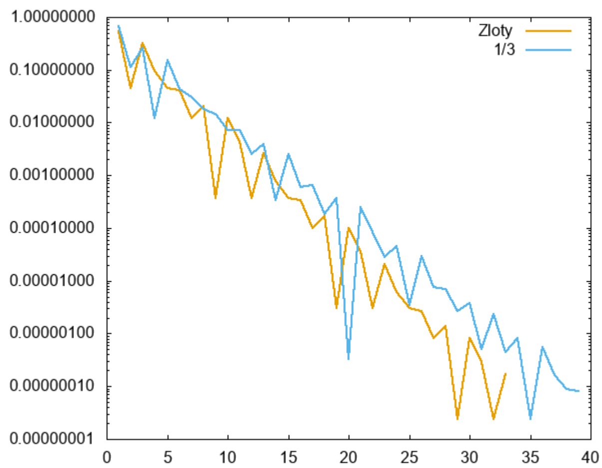
Rysunek 1: Porównanie dokładności znalezionego minimum w każdej iteracji

3.2 Funkcja 2

Minimum dokładne: 0.

Znalezione minimum przy podziale z pomocą złotego podziału: $1.71814 \cdot e^{-7}$
Ilość iteracji wymagana do znalezienia minimum z pomocą złotego podziału: 33

Znalezione minimum przy podziale na 3 równe części: $8.16183 \cdot e^{-8}$
Ilość iteracji wymagana do znalezienia minimum z pomocą podziału na 3 równe części: 39



Rysunek 2: Porównanie dokładności znalezionego minimum w każdej iteracji

3.3 Wnioski

Zgodnie z danymi powyżej metoda złotego podziału daje nam wyniki o zbliżonej dokładności w porównaniu do podziału na trzy równe części, jednak w obu przypadkach wystarczyło o 6 mniej iteracji, co pozwala na szybsze uzyskanie wyniku, a różnice przy większych przedziałach byłby jeszcze większe. Stąd wniosek, iż warto korzystać z tejże metody.