

wyniki wpisujemy do tabelki

	Zmienne bazowe					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Zmienne	$x_1 \ x_2$	$x_1 \ x_3$	$x_1 \ x_4$	$x_2 \ x_3$	$x_2 \ x_4$	$x_3 \ x_4$
x_1	1,5	0	3	0	0	0
x_2	1,5	0	0	0	3	0
x_3	0	-3	0	-3	0	-3
x_4	0	0	-3	0	3	0

Zatem rozwiązania bazowe są następujące:

(1,5; 1,5; 0; 0); (0; 0; -3; 0); (3; 0; 0; -3); (0; 3; 0; 3).

UKŁADY RÓWNAŃ - Zadania

Zadanie 1

Rozwiąż układ równań metodą macierzy odwrotnej:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 = 5 \\ x_1 - 2x_2 = 1 \end{cases}, \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 - x_2 = -1 \end{cases}, \quad \text{c) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_3 = -1 \\ x_1 - x_3 = 2 \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 - x_3 = -2 \end{cases}$$

$$\text{e) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ -x_3 + 2x_4 = 2 \\ -x_2 + x_4 = 1 \end{cases} \quad \text{f) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

(odp. a) (3,1), b) (2,3), c) (1, 0, -1), d) (1, 2, 3), e) (1, 0, 0, 1), f) (1, 2, 3, 4))

Zadanie 2

Rozwiąż układy równań z zadania 1 metodą Cramera.

Zadanie 3

Rozwiąż układy równań metodą Cramera:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ 3x_1 + x_3 = 3 \\ 4x_1 - x_4 = 4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 = 2 \\ 3x_1 + x_4 = 3 \\ 4x_1 - x_3 = 4 \end{cases}$$

(odp. a) (1, 0, 0, 0), b) (1, 0, 0, 0))

Zadanie 4

Sprawdź, czy następujące układy równań są sprzeczne:

$$\text{a) } \begin{cases} x_1 - x_2 = 2 \\ 2x_1 - 4x_2 = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} -3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$$

Zadanie 5

Rozwiąż układ równań metodą eliminacji Gaussa:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5 \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1 \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x_1 + 3x_3 - 3x_5 = 5 \\ -7x_3 + x_4 + x_5 = 8 \\ x_2 + 2x_3 - x_5 = 1 \end{cases} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{d)} \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 = 8 \\ 13x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases} & \text{e)} \begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases} \end{array}$$

(odp. a) układ nieoznaczony, np. x_3 – parametr, $x_2 = x_3 + 3$, $x_1 = 1$,
 b) układ oznaczony, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, $x_4 = 4$,
 c) układ nieoznaczony, np. x_4, x_5 – parametry,
 d) układ sprzeczny,
 e) układ nieoznaczony, np. x_3, x_4 – parametry)

Zadanie 6

Przeanalizuj rozwiązalność następujących układów równań z parametrem:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 = 1 \\ kx_1 + 5x_2 = -2k - 5 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} kx_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + kx_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + kx_3 = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ kx_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

(odp. a) układ nieoznaczony dla $k = -2$, dla pozostałych k układ oznaczony,
 b) układ nieoznaczony dla $k = -2$ i $k = 1$, dla pozostałych k układ oznaczony
 c) układ nieoznaczony dla $k = 15$, dla pozostałych k układ oznaczony)

Zadanie 7

Czy dany układ równań ma rozwiązania niezerowe:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \begin{cases} x_1 - x_2 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 = 0 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 0 \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

(odp. a) tak, b) nie, c) tak, d) nie)

Zadanie 8

Rozwiąż układy równań jednorodnych:

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = 0 \end{cases} & \text{b)} \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \end{array}$$

(odp. a) układ nieoznaczony, np. x_4, x_5 – parametr,

b) układ oznaczony, $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$)

Zadanie 9

Napisz układ równań którego jedynym rozwiązaniem są liczby $(1, -1, 0, 0, 2)$.

Zadanie 10

Napisz układ równań nieoznaczonych, którego jedynym z rozwiązań są liczby $(1, -1, 0, 0, 2)$.

Zadanie 12

Wyznaczyć wszystkie rozwiązania bazowe dla układu równań:

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} & \begin{cases} 10x_1 + 5x_2 + x_3 = 700 \\ 8x_1 + 16x_2 + x_4 = 1280 \end{cases} \\ \text{(b)} & \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 12 \\ 5x_2 - x_5 = 5 \end{cases} \end{array}$$

(odp. a) $(40, 60, 0, 0), (160, 0, -900, 0),$
 $(70, 0, 0, 720), (0, 80, 300, 0),$
 $(0, 140, 0, -960), (0, 0, 700, 1280),$
 b) $(4,5; 1, 4, 0, 0), (2,5; 1; 0; -4; 0),$
 $(1,5; 3; 0; 0; 10), (6; 0; 6; 0; -5),$
 $(3; 0; 0; -6; -5), (0, 1; -5; -9; 0),$
 $(0; 4; -2; 0; 15), (0; 6; 0; 6; 25),$
 $(0; 0; -6; -12; -5))$