WMM laboratorium 1

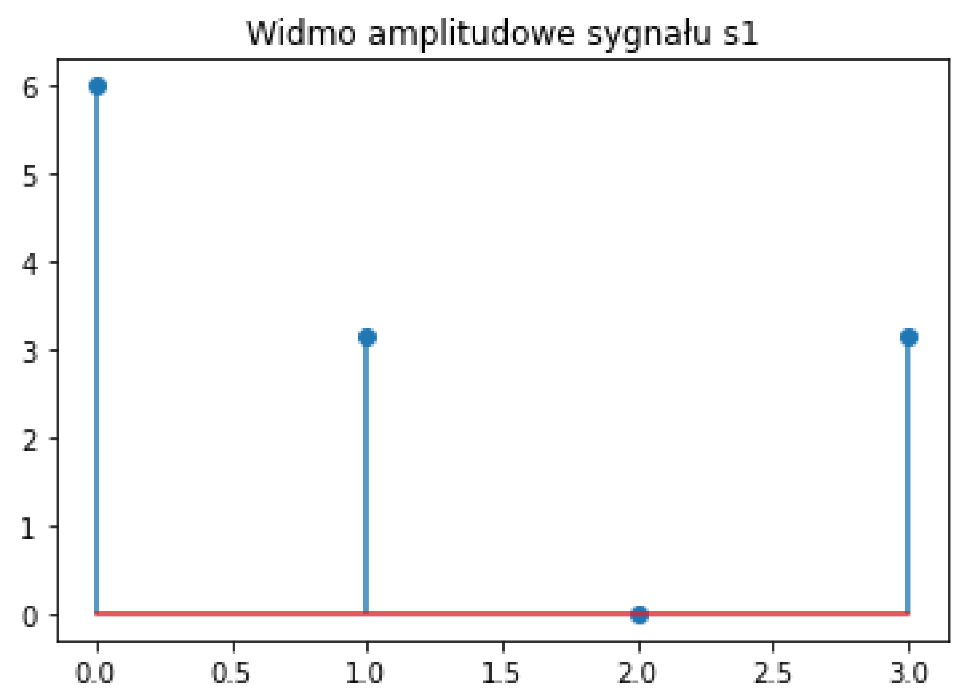
Piotr Szmurło

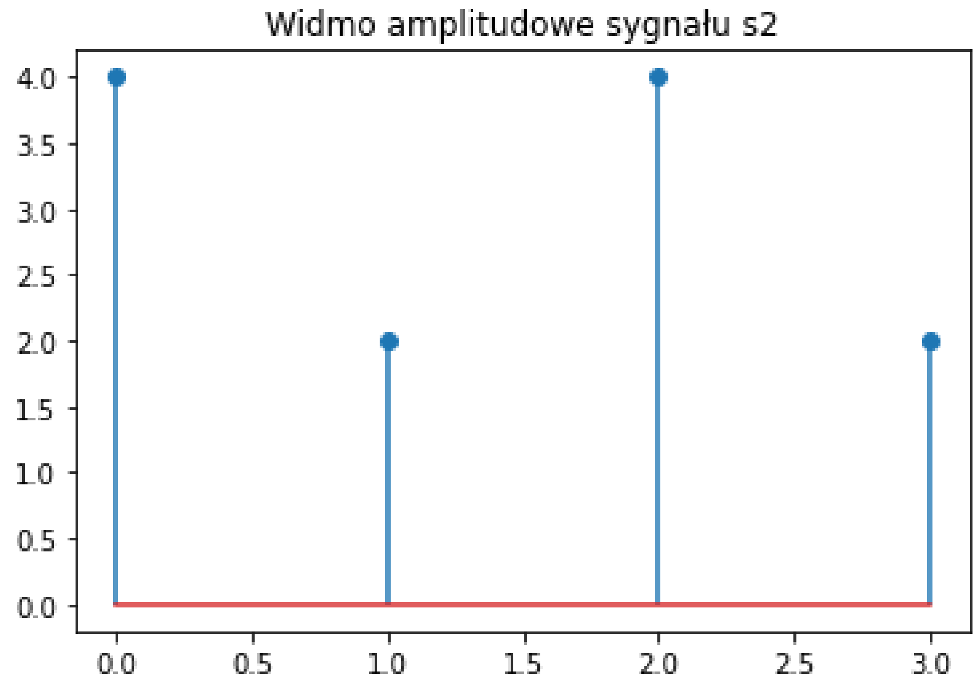
1.

a)

Wyznaczenie widma amplitudowego:

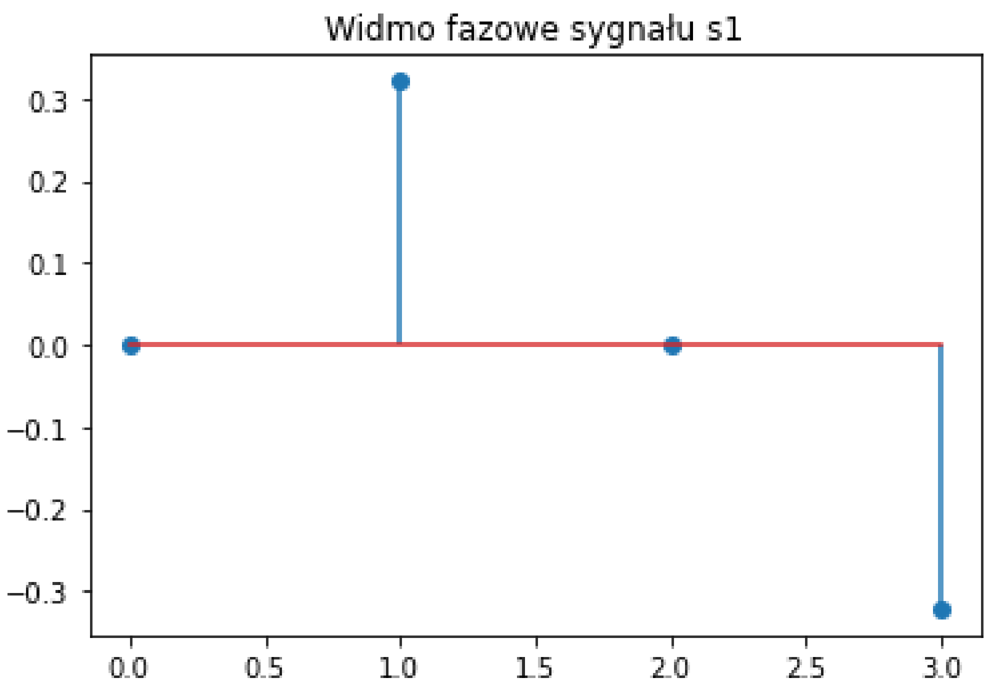
```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

s1 = np.array([3, 1, 0, 2])
s2 = np.array([0, 1, 0, 3])

s1_fft = np.fft.fft(s1)
s2_fft = np.fft.fft(s2)

plt.stem(np.abs(s1_fft))
plt.title("Widmo amplitudowe sygnału s1")
plt.show()
plt.title("Widmo amplitudowe sygnału s2")

plt.stem(np.abs(s2_fft))
plt.show()
```

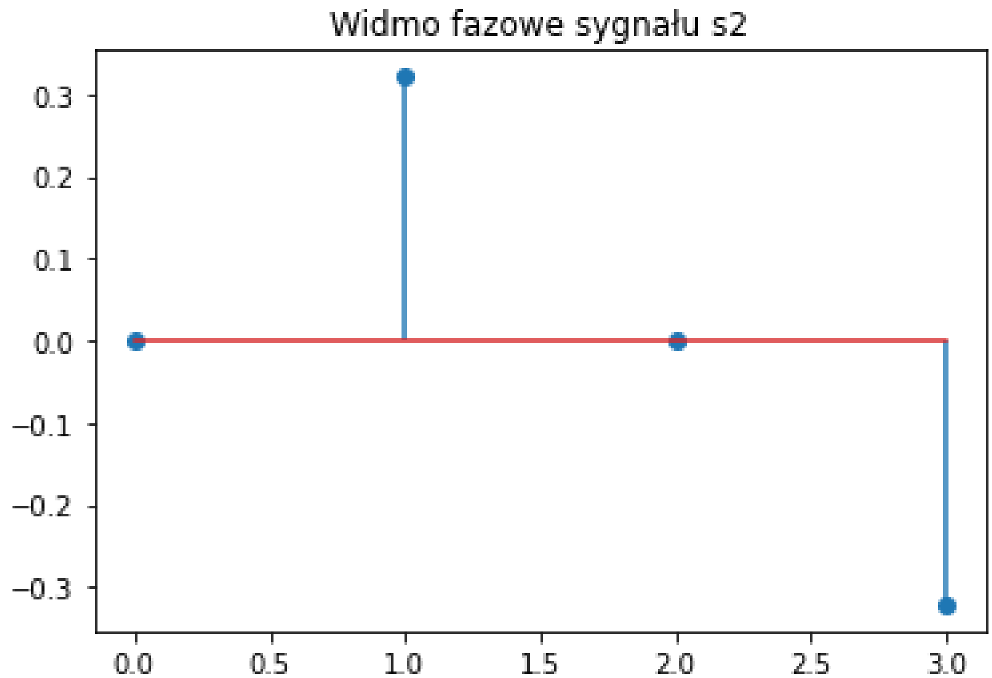




Wyznaczenie widma fazowego:

```
plt.stem(np.angle(s1_fft))
plt.title("Widmo fazowe sygnału s1")
plt.show()
plt.title("Widmo fazowe sygnału s2")
plt.stem(np.angle(s1_fft))
plt.show()
```





Obliczenie mocy sygnałów i sprawdzenie słuszności twierdzenia Parsevala:

```
print(f"Moc sygnału s1 obliczona bezpośrednio:
{np.sum(np.square(s1))}")
print(f"Moc sygnału s1 obliczona z fft:
{np.sum(np.square(np.abs(s1_fft)))/4}")

print(f"Moc sygnału s2 obliczona bezpośrednio:
{np.sum(np.square(s2))}")
print(f"Moc sygnału s2 obliczona z fft:
{np.sum(np.square(np.abs(s2_fft)))/4}")
```

```
Moc sygnału s1 obliczona bezpośrednio: 14
Moc sygnału s1 obliczona z fft: 14.0
Moc sygnału s2 obliczona bezpośrednio: 10
Moc sygnału s2 obliczona z fft: 10.0
```

Wyniki są zgodne z twierdzeniem Parsevala; obliczone moce dla sygnałów s1 i s2 odpowiednio w dziedzinie częstotliwości i czasu są sobie równe.

b)

```
splot = np.zeros(s1.shape)
for n in range(s1.size):
    for m in range(s2.size):
        splot[n] += s1[m] * s2[n - m]
print(f"wyznaczone z definicji: {splot}")
```

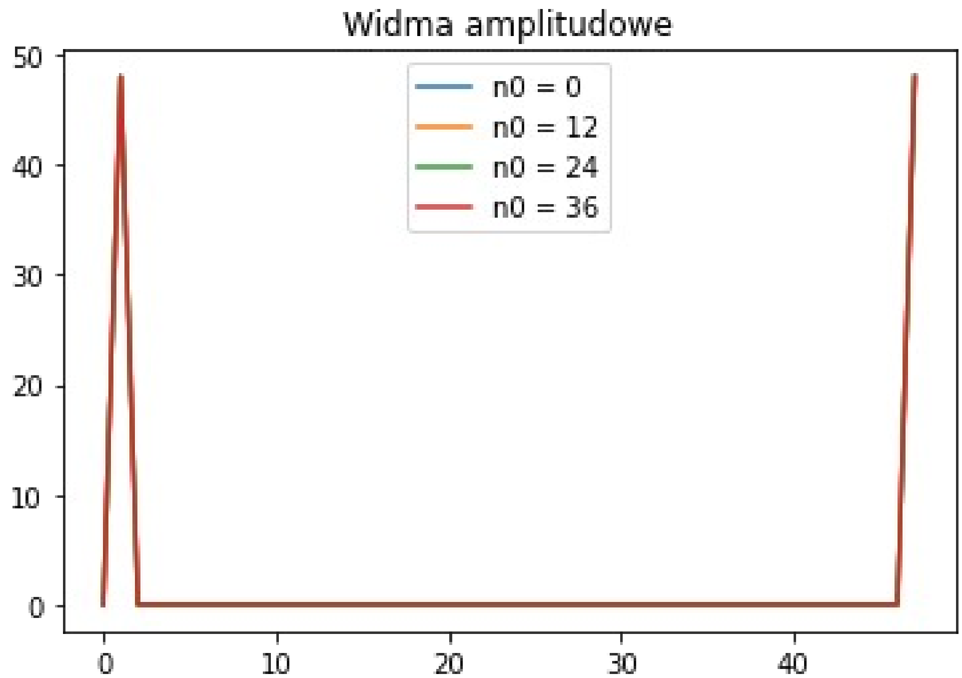
```
print(f"wyznaczone za pomoca iloczynu transformat: {np.fft.ifft(s1_fft
* s2_fft)}")
```

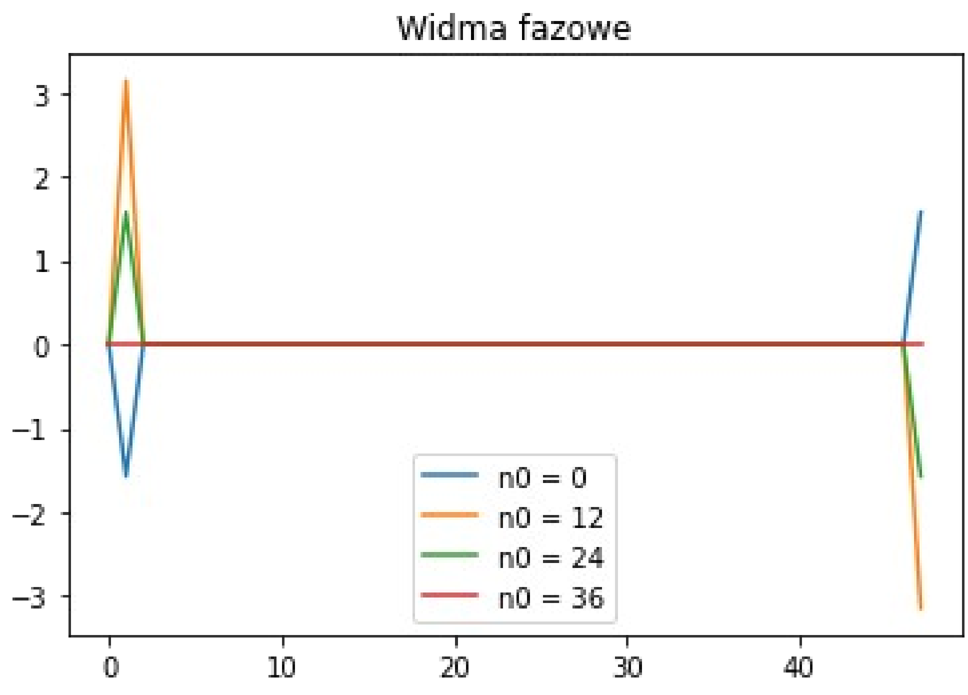
```
wyznaczone z definicji: [5. 3. 7. 9.]
wyznaczone za pomoca iloczynu transformat: [5.+0.j 3.+0.j 7.+0.j
9.+0.j]
```

Otrzymane sploty kołowe różnymi sposobami doprowadziły do równego wyniku.

2.

```
A = 2
N = 48
ns = [0, N//4, N//2, 3*N//4]

s = lambda n : A * np.sin(2*np.pi*n/N)

x = np.arange(0, 48)
ys = [s(x - n0) for n0 in ns]
ys_fft = np.fft.fft(ys)

ys_fft[np.abs(ys_fft) < 1e-6] = 0
for i in range(ys_fft.shape[0]):
    plt.plot(x, np.abs(ys_fft[i]), label=f"n0 = {ns[i]}")
plt.title("Widma amplitudowe")
plt.legend()
plt.show()

for i in range(ys_fft.shape[0]):
    plt.plot(x, np.angle(ys_fft[i]), label=f"n0 = {ns[i]}")
    plt.title("Widma fazowe")
plt.legend()
plt.show()
```





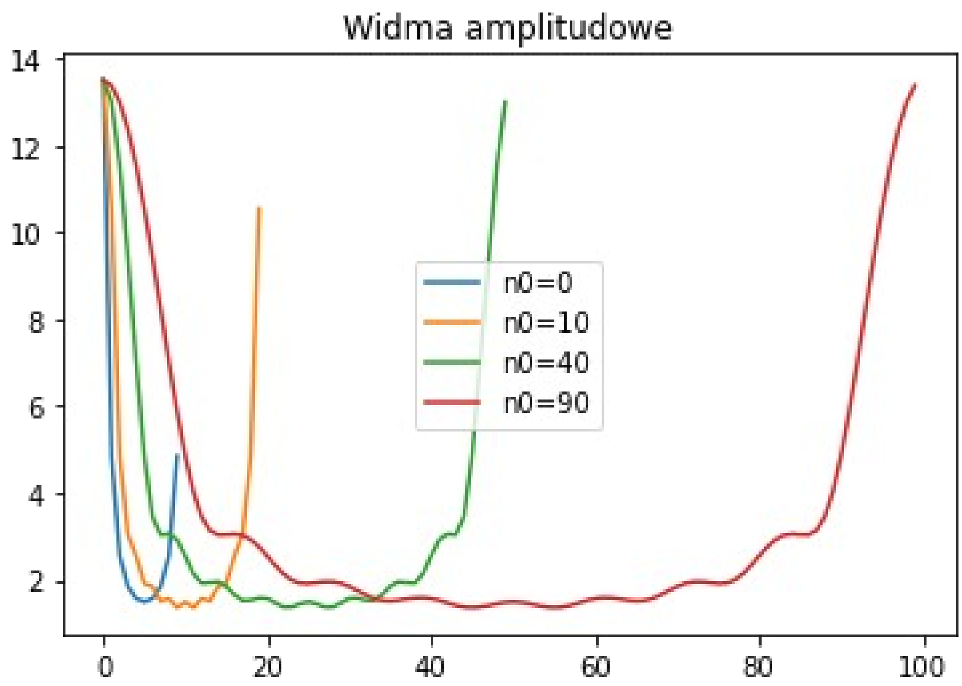
Przesunięcie w czasie można interpretować jako obrót na płaszczyźnie zespolonej, więc:

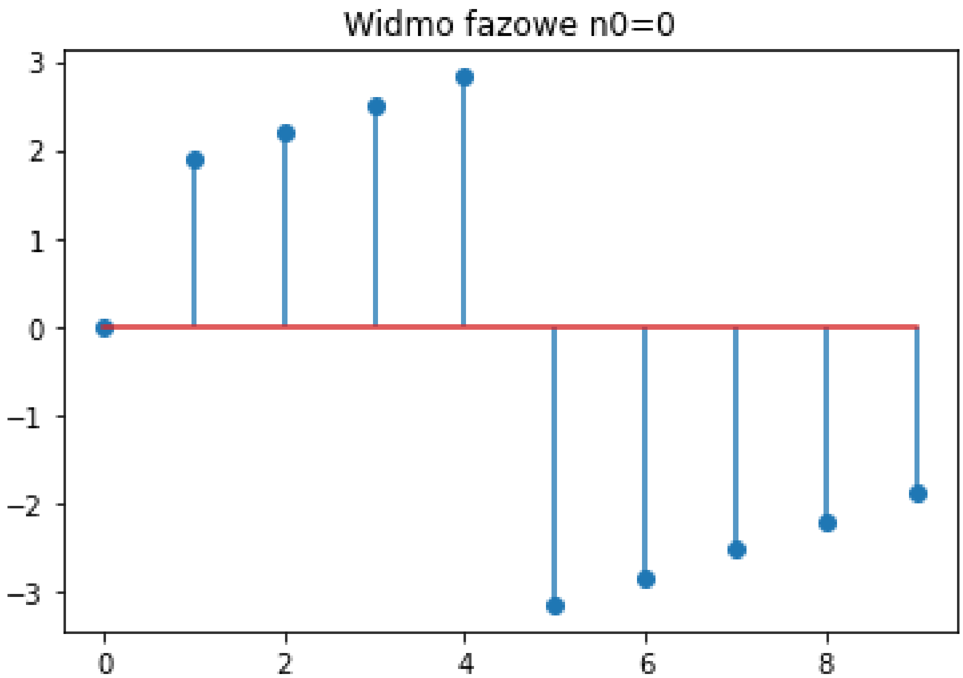
Przesunięcie nie wpływa na widmo amplitudowe sygnału, bo moduł liczby się nie zmienia.

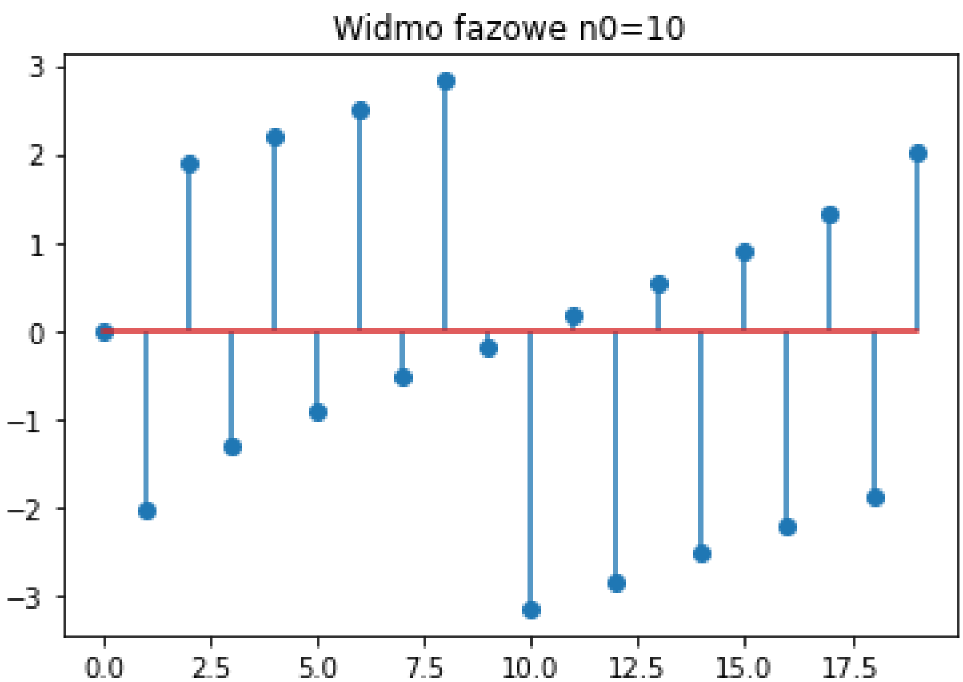
Przesunięcia są kolejno co ćwierć okresu podstawowego, więc są obrócone względem siebie o pi/2

3.

```
A = 3
N = 10
N0 = [0, N, 4*N, 9*N]

s = lambda n : A * (n % N)/N

ys = [np.zeros(N0[i]+N) for i in range(len(N0))]
for i in range(len(N0)):
    for j in range(N):
        ys[i][j] = s(j)
ys_fft = [np.fft.fft(ys[i]) for i in range(len(N0))]
xs = [np.arange(N0[i] + N) for i in range(len(N0))]
for i in range(len(N0)):
    plt.plot(xs[i], np.abs(ys_fft[i]), label=f"n0={N0[i]}")
plt.title("Widma amplitudowe")
plt.legend()
plt.show()
for i in range(len(N0)):
    plt.title(f"Widmo fazowe n0={N0[i]}")
    plt.stem(xs[i], np.angle(ys_fft[i]))
    plt.show()
```





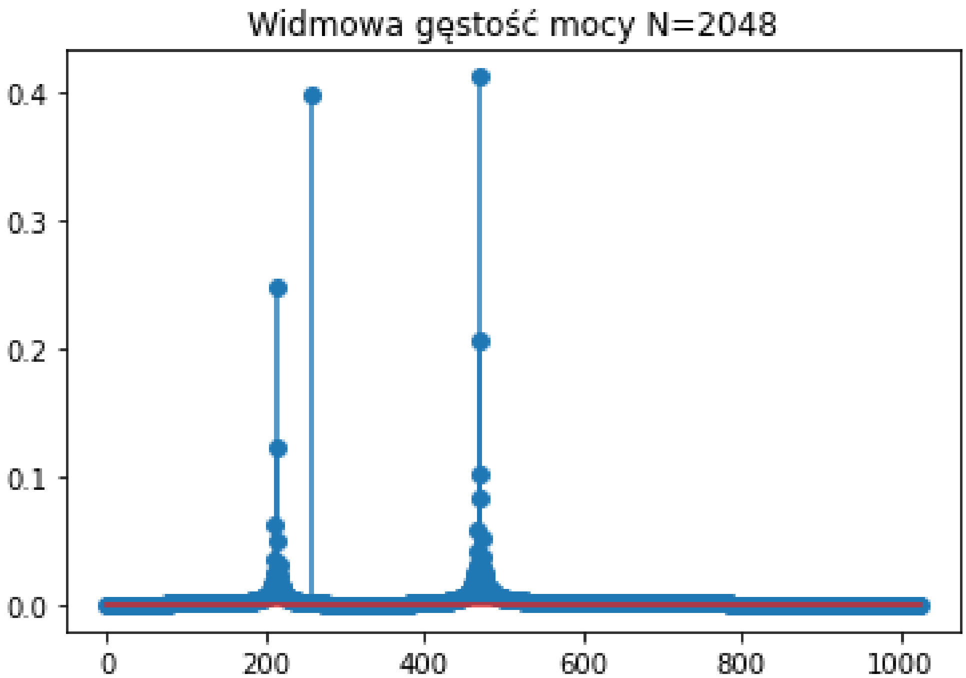


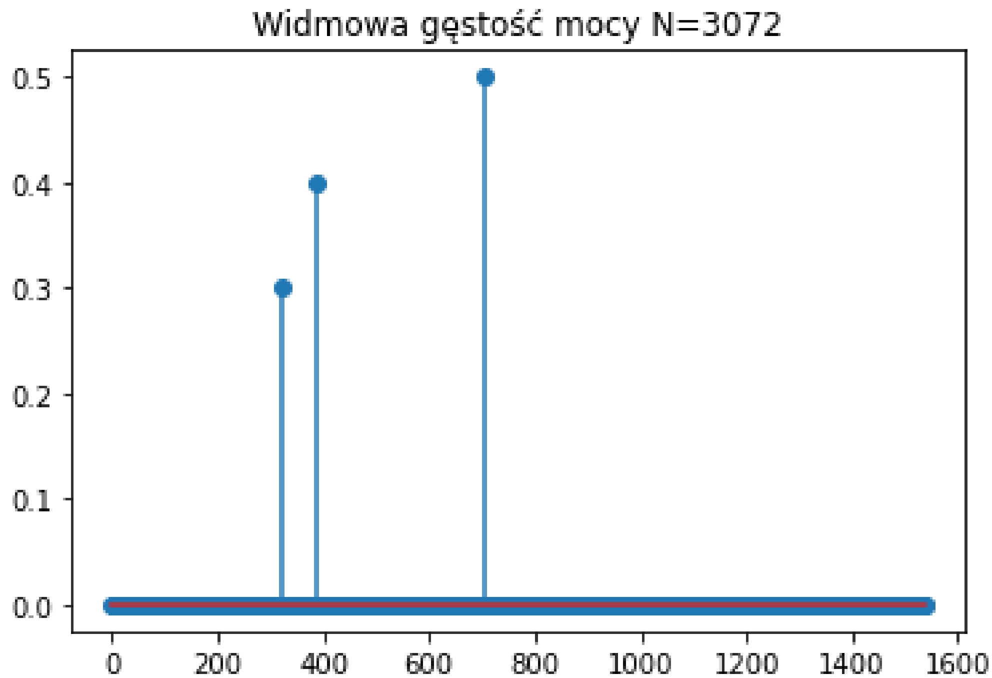
Dodanie zer powoduje, że zwiększa się liczba punktów w których obliczana jest FFT, dlatego wykresy widm są badziej szczegółowe.

4.

```
A1 = 0.3
F1 = 5000
A2 = 0.4
```

```
F2 = 6000
A3 = 0.5
F3 = 11000
FS  = 48000
N1 = 2048
N2 = 3*N1//2
s = lambda t : A1*np.sin(2*np.pi*F1*t) + A2*np.sin(2*np.pi*F2*t) +
A3*np.sin(2*np.pi*F3*t)
n = np.arange(N1)/FS
y = s(n)
y_rfft = 2*np.fft.rfft(y)/y.shape[0]
plt.title(f"Widmowa gęstość mocy N={N1}")
plt.stem(np.abs(y_rfft))
plt.show()
n = np.arange(N2)/FS
y = s(n)
y_rfft = np.fft.rfft(y)
plt.title(f"Widmowa gęstość mocy N={N2}")
plt.stem(2*np.abs(y_rfft)/y.shape[0])
plt.show()
```





Dla N=2048 występuje zjawisko przecieku widma. NWD(5000Hz,6000Hz,11000Hz) = 1000Hz, a czestotliwość próbkowania to 48000Hz, więc sygnał powinien się powtarzać co 48 próbek. Liczba próbek powinna być więc podzielna przez 48 (np. N=3072), żeby efekt nie występował.