

DFA $= (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
Q skończony zbiór stanów
Σ skończony alfabet wejściowy
δ funkcja przejścia postaci $Q \times \Sigma \rightarrow Q$
q_0 stan początkowy
$F \subseteq Q$ zbiór stanów akceptujących
Minimalizacja DFA
<ol style="list-style-type: none"> forall p końcowy, q niekończowy, oznacz (p,q) forall $(p, q) \in (F \times F) \cup (Q \setminus F \times Q \setminus F), p \neq q$ if $\exists_{a \in \Sigma} (\delta(p, a), \delta(q, a))$ jest oznaczona, oznacz (p,q) (rekurencyjnie). nieoznaczone scalamy.
PDA $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$
Q skończony zbiór stanów
Σ alfabet wejściowy
Γ alfabet stosowy
$q_0 \in Q$ stan początkowy
$Z_0 \in \Gamma$ symbol początkowy na stosie
$F \subset Q$ zbiór stanów akceptujących (jeśli $F = \emptyset$ to akceptujemy przez pusty stos)
δ funkcja przejścia postaci $\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \rightarrow 2^{Q \times \Gamma^*}$
LOP Zał., że L regularny. Wtedy istnieje stała n , że jeśli $z \in L$ oraz $ z \geq n$, to można podzielić z na $z = uvw$ takie, że:
<ol style="list-style-type: none"> $v \geq 1$ $uv \leq n$ $\forall_{i \in \mathbb{N}} z^i = uv^i w \in L$
Podział $\alpha = uvw$, $ uv \leq n$ oraz $ v \geq 1$. Wybieramy i dla którego $ uv^i w \notin L$ a powinien.
LOP bezk. Zał., że L bezkontekstowy. Wtedy istnieje stała n , że jeśli $z \in L$ oraz $ z \geq n$, to można podzielić z na $z = uvwxy$, takie, że:
<ol style="list-style-type: none"> $vx \geq 1$ $vwx \leq n$ $\forall_{i \in \mathbb{N}} z^i = uv^i w x^i y \in L$
Lemat Ogdena Niech L język bezkontekstowy. Wtedy istnieje stała n taka, że jeśli $z \in L$ oraz $ z \geq n$ i oznaczmy w z n lub więcej pozycji jako wyróżnione, to można podzielić z na $z = uvwxy$ takie, że:
<ol style="list-style-type: none"> v i x zawierają łącznie co najmniej jedną wyróżnioną pozycję vwx zawiera co najwyżej n wyróżnionych pozycji $\forall i \in \mathbb{N} z^i = uv^i w x^i y \in L$
Klasa języków regularnych jest domknięta na operację sumy, dopełnienia, przecięcia, złożenia i domknięcia Kleene’ego. Gramatyka bezkontekstowa $G = (N, T, P, S)$
N - skończony zbiór zmiennych (nieterminale)
T - skończony zbiór zmiennych końcowych (terminale, alfabet)
P - skończony zbiór produkcji postaci $A \rightarrow \alpha$ gdzie $A \in N$ i $\alpha \in (N \cup T)^*$

$S \in N$ - symbol początkowy
Postać normalna Chomsky’ego postaci: $A \rightarrow BC$ albo $A \rightarrow a$ Konstrukcje:
<ol style="list-style-type: none"> If po prawej terminal a to zastępujemy go C_a i dopisujemy $C_a \rightarrow a$ If prawa strona dłuższa niz 1 to zastępujemy $A \rightarrow B_1 \dots B_n$ przez $A \rightarrow B_1 D_1, D_1 \rightarrow B_2 D_2, \dots, D_{n-2} \rightarrow B_{n-1} B_n$
FIRST(X) - dla symboli
<ol style="list-style-type: none"> X-terminal, to FIRST(X)=X $X \rightarrow \varepsilon$ to do FIRST(X) dodajemy ε X - nieterminal i $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_k$ to dodajemy a do $FIRST(X)$ jeśli istnieje i takie, że $a \in FIRST(Y_i)$ oraz $\varepsilon \in FIRST(Y_j)$ dla każdego $j < i$. $\varepsilon \in FIRST(X)$ jeśli należy do wszystkich $FIRST(Y_i)$. $FIRST(X\alpha) = FIRST(X)$ gdy $\varepsilon \notin FIRST(X)$ $FIRST(X\alpha) = FIRST(X) \cup FIRST(\alpha)$ gdy $\varepsilon \in FIRST(X)$
FOLLOW(A) - dla nieterminali
<ol style="list-style-type: none"> Dla początkowego S do $FOLLOW(S)$ dodajemy $\\$ Jeśli mamy produkcję $A \rightarrow \alpha B \beta$ to do $FOLLOW(B)$ dodajemy wszystkie symbole z $FIRST(\beta)$ poza ε Jeśli $A \rightarrow \alpha B$ lub $A \rightarrow \alpha B \beta$, gdzie $\varepsilon \in FIRST(\beta)$ to do $FOLLOW(B)$ dodajemy wszystkie symbole z $FOLLOW(A)$
LL(1) - $A \rightarrow \alpha$ Tabela: nazwy kolumn terminale i \$!!!⌈ nazwy wierszy nieterminale ⇔ Najpierw usuń lewostronną rekursję i zrób faktoryzacje
<ol style="list-style-type: none"> \forall produkcji $A \rightarrow \alpha$ z gramatyki wykonaj 2 i 3 foreach $a \in T$ if $a \in FIRST(\alpha)$ to wpisz $A \rightarrow \alpha$ do $M[A, a]$ if $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$ to dla każdego $b \in FOLLOW(A)$ wpisz $A \rightarrow \alpha$ do $M[A, b]$ Jeżeli $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$ oraz $\\$ \in FOLLOW(A)$, dodaj $A \rightarrow \alpha$ do $M[A, \\$]$ PROTIP: nie ma w tabeli ε!
SLR Tabela: nazwy kolumn AKCJE (terminale i \$!!!) i PRZEJŚCIA (nieterminale) nazwy wierszy stany
<ol style="list-style-type: none"> zbiory sytuacji $C = I_0, \dots, I_n$ Zaczynamy od $I_0 = domkniecie([S' \rightarrow \bullet S])$ tabelka + redukcje (zaznaczyć ew. konflikty) konstrukcja tabelki: w części akcji s_x (shift) i r_x (reduce), a w części przejść (nieterminale) x (liczba) ACC dla $S' \rightarrow S \bullet$ redukcja do FOLLOW(A) (if redukcja była z $A \rightarrow \beta \bullet$) tzn. jak jest kropka na końcu to do tabeli dodajemy r_x, gdzie x to numer produkcji
LR(1)
<ol style="list-style-type: none"> zbiory sytuacji z PODGLĄDEM podgląd początkowy $\\$

<ol style="list-style-type: none"> podgląd przy domknięciu: mamy $[A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, a] \in I$ dla każdej produkcji z $B \rightarrow \gamma$ dodaj $[B \rightarrow \bullet \gamma, FIRST(\beta a)]$ jeśli $\varepsilon \in FIRST(\beta a)$ to dodaj $[A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, \varepsilon]$ podgląd przy domknięciu: mamy $[A \rightarrow \alpha \bullet B \beta, a] \in I$ dla każdej produkcji z $B \rightarrow \gamma$ dodaj $[B \rightarrow \bullet \gamma, FIRST(\beta a)]$ tabelka jak SLR ale zamiast redukcja do FOLLOW(A) (if redukcja była z $A \rightarrow \beta \bullet$) to redukcja do elementów z podglądu
--

LALR

<ol style="list-style-type: none"> generujemy rodzinę $C = I_0, \dots, I_n$ jak w LR(1) sklejamy jądra nie patrząc na podgląd, a podglądy łączymy - tabelka analogicznie do LR(1)
--

LEADING(A)-pierwsze term. z A

<ol style="list-style-type: none"> $a \in LEADING(A)$ jeśli mamy produkcję $A \rightarrow Ba\beta$ lub $A \rightarrow a\beta$ if exists prod. $A \rightarrow B\alpha$ i $a \in LEADING(B)$ to $a \in LEADING(A)$ foreach nieterminali liczymy 1 i powtarzamy 2 aż nic się nie zmienia
--

TRAILING(A)-ostatnie term. z A

<ol style="list-style-type: none"> $a \in TRAILING(A)$ jeśli mamy produkcję $A \rightarrow \beta aB$ lub $A \rightarrow \beta a$ if exists prod. $A \rightarrow \alpha B$ i $a \in TRAILING(B)$ to $a \in TRAILING(A)$ foreach nieterminali liczymy 1 i powtarzamy 2 aż nic się nie zmienia
--

Tab. priorytetów ≐ <>

$TT \quad T \doteq T$

$TNT \quad T \doteq T$

TN foreach $a \in LEADING(N)$ do $T < a$ (wiersze) ⇔
NT foreach $a \in TRAILING(N)$ do $a > T$ (kolumny) ⌈
$\$$ zawsze gorszy

Zbiory sytuacji

<ol style="list-style-type: none"> Wzbogacenie $S' \rightarrow S$ Ponumerować produkcje (do redukcji!!!). Idziemy od góry z wygenerowanych, jeśli mamy jakąś sytuację $A \rightarrow \alpha \cdot S \beta$ (kropka nie na końcu) to generujemy d(I_{teraz}, S) $E \rightarrow \varepsilon \Rightarrow E \rightarrow \cdot$ W ostateczności musimy dojść z każdą produkcją z kropką na koniec

Rekurencja

<ol style="list-style-type: none"> $A \rightarrow A\alpha \beta$ $A \rightarrow \beta A'$ $A' \rightarrow \alpha A' \varepsilon$
--

Faktoryzacja

<ol style="list-style-type: none"> $A \rightarrow \alpha \beta_1 \dots \alpha \beta_k$ $A \rightarrow \alpha A'$ $A' \rightarrow \beta_1 \dots \beta_k$

język	lem	słowo	notes
$L = \{uvv^Rw : u, v, w \in \{0, 1, 2\}^* v \neq \varepsilon\}$	reg	dwa te same sym obok	
$L = \{wvx : w \in \{0, 1, 2\}^* x \in \{0, 1\}^* w > 0\}$	Ogd	$21^n 0^n 221^n 0^n 2$	
$L = \{wxw : w \in \{a, b\}^* w \neq \varepsilon\}$	Ogd	$m > n$, słowo: $a^m \overline{b^m a^m} b^m$	
$L = \{wxw^R : w \in \{0, 1, 2\}^* x \in \{0, 1\}^* w > 0\}$	reg	konczy sie tym czym zaczyna	
$L = \{a^n b^k a^n, n \neq k\}$	Ogd	dwa warunki to za mało	
$L = \{a^i b^j c^k, i < j < k\}$	Ogd	nie bezkontekstowy	
$L = \{a^i b^j c^k, k = \max(i, j)\}$	lop/ogd	nie bezkontekstowy	
$L = \{a^i b^j c^k, i + j = k\}$	lop	bezkontekstowy	
$L = \{a^i b^j c^k, j = i + k\}$		bezkontekstowy	
$L = \{a^n b^m c^n, m \neq n\}$		nie jest bezkontekstowy	
$L = \{ww, w \in \{0, 1\}^*\}$		Nie bezkontekstowe, ale dopełnienie bezkontekstowe	
$L = \{w \in \{0, 1, 2\}^* w = \textit{palindrom } i \mid w _0 = w _2 \bmod 13\}$		bezkontekstowy, hybryda	
$L = \{w \in \{a, b, c\}^* w = \textit{palindrom } i \mid w _a = w _b i w _c > 0\}$	Ogden	$a^n b^n c b^n a^n$	
$\omega = xxy \wedge x \neq \varepsilon$	LOP	$ab^n ab^n$	$i = 0$
$\omega = xyz \wedge y \neq \varepsilon$	reg	$len \geq 4$	dobrać krótsze
$\omega \omega^R \wedge \omega _a \equiv \omega _b \equiv 0 \pmod{13}$	LOP	$a^{13n} b^{13n} b^{13n} a^{13n}$	ozn.
$\omega : \omega _a \equiv \omega _b \pmod{3}$	reg	mini	
$\omega = xyy^R \wedge y \neq \varepsilon$	reg	2 obok	
$\omega : \textit{palindrom } \wedge \omega _a = \omega _c$	LOP	$a^n c^n c^n a^n$	
$\omega = xcycz \wedge xy \text{ i } yz \in \{a, b\}^* \textit{palindromy}$	Ogd	$a^m bca^m cba^m$	śr. ozn.
$ \omega _a = \omega _b$	bezk.		
$ \omega _a = \omega _b = \omega _c$	LOP	$a^n b^n c^n$	
$\omega : \omega _a \neq \omega _b \neq \omega _c$	Ogd	$a^{m+m!} b^m a^{m+m!}$	ozn b.
$\omega : \omega _a = \omega _b = \omega _c$	LOP	$a^n b^n c^n$	i=0
$\omega : \omega _a = \omega _c > \omega _b$	LOP	$a^{n+1} b^n c^{n+1}$	
$\omega \omega \omega$	LOP	$0^n 1^n 0^n 1^n 0^n 1^n$	i=0
$\omega \omega^R \omega$	LOP	$0^n 1^n 1^n 0^n 0^n 1^n$	i=0
$a^n c^k b^n : n \neq k$	Ogd	$a^{n!+n} c^n b^{n!+n}$	

$L = \{w \in \{0, 1, 2\}^* w = \textit{palindrom } i \mid w|_0 = |w|_2 \bmod 13\}$ - hybryda palindromów (da sie zrobic automat) oraz przejście po stanach

$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w|_a = |w|_b + 5\} < \text{bezkontekstowy}$

$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w|_a = |w|_b = 2 \bmod 5 < \text{regularny}$

Majac $L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w|_a \neq |w|_b \wedge |w|_a \neq |w|_c \wedge |w|_b \neq |w|_c\}$ mamy niedeterministyczny automat ze stosem ktory zgaduje poprawny wynik.

$L_1 = \{w : w \in \{a, b, c\}^* \wedge |w|_a \neq |w|_b \neq |w|_c\}$
Niech n stała z lematu Ogdena. Niech $m > n$. Wybieramy słowo $z = a^{m+m!} b^m c^{m+m!}$ i oznaczamy m liter b jako wyróżnione.

- nie możemy pompować samego a ani samego c (brak wyróżnionych).
- nie możemy pompować jednocześnie a oraz c (pomiędzy nimi jest więcej niż n wyróżnionych liter).

Pozostają nam do rozpatrzenia podziały, w których:

- pompujemy b:
wyznaczamy i: $|vx|_b = p$
 $m + m! = m + (i - 1)p$
 $m! = ip - p$
 $i = \frac{m!}{p} + 1$

 $|z'|_b = |z|_b + (i - 1)|vx|_b = m + (\frac{m!}{p} + 1 - 1)p = m + m!$
Długość b jest taka sama jak długość reszty więc wyszliśmy z języka.
- pompowanie a i b. Równamy ilość b do ilości c.
pomowanie b i c. Równamy ilość b do ilości a.

FIRST

- Szukamy produkcji gdzie na początku stoi terminal i ten terminal dodajemy do zbioru FIRST od nieterminala przed strzałką.
- Szukamy produkcji z eps i dodajemy ten eps do zbioru FIRST od nieterminala przed strzałką.
- Szukamy produkcji gdzie na początku stoi nieterminal i FIRST od tego nieterminala dodajemy do FIRST od nieterminala stojącego przed strzałką (bez epsilon). Jeżeli w kopiowanym zbiorze jest epsilon to dodajemy FIRST od następnego symbolu. (Jeśli w każdym symbolu jest epsilon to na końcu dodajemy epsilon).

FOLLOW

- Do zbioru FOLLOW od symbolu początkowego dodajemy \$
- Szukamy produkcji gdzie za nieterminalem będzie stał jakiś symbol i do FOLLOW od tego nieterminala dodajemy FIRST od następnego symbolu (pomijając eps). Jeśli w dodawanym zbiorze był eps to sprawdzamy kolejny symbol.
- Szukamy produkcji gdzie na końcu znajduje się nieterminal i do FOLLOW od tego nieterminala kopiujemy zawartość FOLLOW od nieterminala przed strzałką.
- Szukamy produkcji gdzie za jakimś nieterminalem cała prawa strona będzie się zerowała (czyli w FIRST od całej strony będzie epsilon). Wtedy do FOLLOW od tego nieterminala dodajemy FOLLOW od nieterminala przed strzałką.
Powtarzaj 3 i 4 dopóki są zmiany.

LL FIRST(alfa) - FIRST od pierwszego znaku eps, jeśli jest epsilon to wchodzimy do kolejnego
bin(n)bin(n+1), $n > 0$ - nie jest bezkontekstowe
 $\text{bin}(n)\text{bin}(n+1)^R, n > 0 - \text{bezkontekstowe}$
 $\text{bin}(n)\text{hex}(n)^R, n > 0 > \text{korzystamy z odpowiedniosci bin} >> \text{hex i cieczka od zernapoczatku}$