- **DFA**= $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- Q skończony zbiór stanów
- $\Sigma$  skończony alfabet wejściowy
- $\delta$ funkcja przejścia postaci $Q\times\Sigma\to Q$
- $q_0$  stan początkowy

 $F \subseteq Q$ zbiór stanów akceptujących

### Minimalizacja DFA

- 1. forall p końcowy, q niekońcowy, oznacz (p,q)
- 2. forall  $(p,q) \in (F \times F) \cup (Q \setminus F \times Q \setminus F), p \neq q$  if  $\exists_{a \in \Sigma} (\delta(p,a), \delta(q,a))$  jest oznaczona, oznacz (p,q) (rekurencyjnie).
- 3. nieoznaczone scalamy.

**PDA** 
$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$$

- Q skończony zbiór stanów
- $\Sigma$  alfabet wejściowy
- $\Gamma$  alfabet stosowy
- $q_0 \in Q$  stan początkowy
- $Z_0 \in \Gamma$  symbol początkowy na stosie
- $F\subset Q$ zbi<br/>ór stanów akceptujących (jeśli $F=\emptyset$  to akceptujemy przez pusty stos)
  - $\delta$ funkcja przejścia postaci $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \to 2^{Q \times \Gamma^*}$

 ${\bf LOP}~$  Zał., że L regularny. Wtedy istnieje stała n, że jeśli  $z\in L$ oraz  $|z|\geqslant n,$  to można podzielić z na z=uvw takie, że:

- 1.  $|v| \geqslant 1$
- 2.  $|uv| \leq n$
- 3.  $\forall_{i \in \mathbb{N}} z' = uv^i w \in L$

Podział  $\alpha=uvw$ ,  $|uv|\leqslant n$  oraz  $|v|\geqslant 1$ . Wybieramy i dla którego  $|uv^iw|\notin L$  a powinien.

**LOP bezk.** Zał., że L bezkontekstowy. Wtedy istnieje stała n, że jeśli  $z\in L$  oraz  $|z|\geqslant n$ , to można podzielić z na z=uvwxy, takie, że:

- 1.  $|vx| \geqslant 1$
- $2. |vwx| \leqslant n$
- 3.  $\forall_{i \in \mathbb{N}} z' = uv^i w x^i y \in L$

**Lemat Ogdena** Niech L język bezkontekstowy. Wtedy istnieje stała n taka, że jeśli  $z \in L$  oraz |z| >= n i oznaczymy w z n lub więcej pozycji jako wyróżnione, to można podzielić z na z = uvwxy takie, że:

- 1. v i x zawierają łącznie co najmniej jedną wyróżnioną pozycję
- 2.  $\boldsymbol{vwx}$ zawiera co najwyżej  $\boldsymbol{n}$ wyróżnionych pozycji
- 3.  $\forall i \in \mathbb{N} \ z' = uv^i w x^i y \in L$

Klasa języków regularnych jest domknięta na operację sumy, dopełnienia, przecięcia, złożenia i domknięcia Kleene'ego. Gramatyka bezkontekstowa G=(N,T,P,S)

- N skończony zbiór zmiennych (nieterminale)
- ${\bf T}$  skończony zbiór zmiennych końcowych (terminale, alfabet)

- P skończony zbi<br/>ór produkcji postaci  $A \to \alpha$ gdzie  $A \in N$  <br/>i $\alpha \in (N \, \cup \, T)^*$
- $S \in N$  symbol początkowy

Postać normalna Chomsky'ego postaci:

 $A \to BC$  albo  $A \to a$ Konstrukcje:

- 1. If po prawej terminal a to zastępujemy go  $C_a$  i dopisujemy  $C_a \to a$
- 2. If prawa strona dłuższa niz 1 to zastępujemy  $A \to B_1 \dots B_n$  przez  $A \to B_1 D_1, D_1 \to B_2 D_2, \dots, D_{n-2} \to B_{n-1} B_n$

### FIRST(X) - dla symboli

- 1. X-terminal, to FIRST(X)=X
- 2.  $X \rightarrow \varepsilon$  to do FIRST(X) dodajemy  $\varepsilon$
- 3. X nieterminal i  $X \to Y_1Y_2...Y_k$  to dodajemy a do FIRST(X) jeśli istnieje i takie, że  $a \in FIRST(Y_i)$  oraz  $\varepsilon \in FIRST(Y_j)$  dla każdego j < i.  $\varepsilon \in FIRST(X)$  jeśli należy do wszystkich  $FIRST(Y_i)$ .
- 4.  $FIRST(X\alpha) = FIRST(X)$  gdy  $\varepsilon \notin FIRST(X)$
- 5.  $FIRST(X\alpha) = FIRST(X) \cup FIRST(\alpha)$  gdy  $\varepsilon \in FIRST(X)$

### FOLLOW(A) - dla nieterminali

- 1. Dla początkowego S do FOLLOW(S) dodajemy \$
- 2. Jeśli mamy produkcję  $A \to \alpha B \beta$  to do FOLLOW(B) dodajemy wszystkie symbole z  $FIRST(\beta)$  poza  $\varepsilon$
- 3. Jeśli  $A \to \alpha B$  lub  $A \to \alpha B \beta$ , gdzie  $\varepsilon \in FIRST(\beta)$  to do FOLLOW(B) dodajemy wszystkie symbole z FOLLOW(A)

### $\mathbf{LL}(\mathbf{1})$ - $A \rightarrow \alpha$

Tabela: nazwy kolumn terminale i \$ !!! $\updownarrow$  nazwy wierszy nieterminale  $\Leftrightarrow$ 

- 1.  $\forall$  produkcji  $A \rightarrow \alpha$ z gramatyki wykonaj 2 i 3
- 2. for each  $a \in T$  if  $a \in FIRST(\alpha)$  to wpisz  $A \to \alpha$  do M[A,a]
- 3. if  $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$  to dla każdego  $b \in FOLLOW(A)$  wpisz  $A \to \alpha$  do M[A, b] Jeżeli  $\varepsilon \in FIRST(\alpha)$  oraz  $\$ \in FOLLOW(A)$ , dodaj  $A \to \alpha$  do M[A, \$]
- 4. PROTIP: nie ma w tabeli  $\varepsilon$ !

# **SLR** Tabela:

nazwy kolumn AKCJE (terminale i \$ !!!) i PRZEJŚCIA (nieterminale) nazwy wierszy stany

- 1. zbiory sytuacji  $C = I_0, \dots, I_n$  Zaczynamy od  $I_0 = domkniecie([S' \to .S])$
- 2. tabelka + redukcje (zaznaczyć ew. konflikty) konstrukcja tabelki: w częsci akcji  $s_x$  (shift) i  $r_x$  (reduce), a w części przejść (nieterminale) x (liczba) ACC dla  $S' \to S$ .
- 3. redukcja do FOLLOW(A) (if redukcja była z  $A \to \beta_{\bullet}$ ) tzn. jak jest kropka na końcu to do tabeli dodajemy  $r_x$ , gdzie x to numer produkcji

# LR(1)

- 1. zbiory sytuacji z PODGLĄDEM
- 2. podgląd początkowy \$
- 3. podgląd przy domknięciu: mamy  $[A \to \alpha \bullet B\beta, a] \in I$  dla każdej produkcji z  $B \to \gamma$  dodaj  $[B \to \gamma, FIRST(\beta a)]$
- 4. tabelka jak SLR ale zamiast redukcja do FOLLOW(A) (if redukcja była z  $A \to \beta$ .) to redukcja do elementów z podgladu

### LALR

- 1. generujemy rodzinę  $C = I_0, \dots, I_n$  jak w LR(1)
- 2. sklejamy jądra nie patrząc na podgląd, a podglądy łączymy tabelka analogicznie do LR(1)

## LEADING(A)-pierwsze term. z A

- 1.  $a \in LEADING(A)$ jeśli mamy produkcję  $A \to Ba\beta$ lub $A \to a\beta$
- 2. if exists prod.  $A \to B\alpha$  i  $a \in LEADING(B)$  to  $a \in LEADING(A)$
- 3. foreach nieterminali liczymy 1 i powtarzamy 2 aż nic się nie zmienia

# TRAILING(A)-ostatnie term. z A

- 1.  $a \in TRAILING(A)$ jeśli mamy produkcję  $A \to \beta aB$ lub $A \to \beta a$
- 2. if exists prod.  $A \to \alpha B$  i  $a \in TRAILING(B)$  to  $a \in TRAILING(A)$
- 3. foreach nieterminali liczymy 1 i powtarzamy 2 aż nie się nie zmienia

# Tab. priorytetów $\doteq <>$

 $TT \ T \doteq T$ 

 $TNT \ T \doteq T$ 

- TN foreach  $a \in LEADING(N)$  do  $T \lessdot a$  (wiersze)  $\Leftrightarrow$
- NT for each  $a \in TRAILING(N)$  do a > T (kolumny)  $\updownarrow$ 
  - \$ zawsze gorszy

## Zbiory sytuacji

- 1. Wzbogacenie  $S' \to S$
- 2. Ponumerować produkcje (do redukcji!!!).
- 3. Idziemy od góry z wygenerowanych, jeśli mamy jakąś sytuację  $A \to \alpha \cdot S\beta$  (kropka nie na końcu) to generujemy d $(I_{teraz},\,S)$
- $E \ \to \varepsilon \Rightarrow E \to .$
- 4. W ostateczności musimy dojść z każdą produkcją z kropką na koniec

# Rekurencja

- 1.  $A \to A\alpha | B$
- 2.  $A \rightarrow \beta A'$
- 3.  $A' \to \alpha A' | \varepsilon$

# Faktoryzacja

- 1.  $A \to \alpha \beta_1 | \dots | \alpha \beta_k$
- 2.  $A \to \alpha A'$
- 3.  $A' \rightarrow \beta_1 | \dots | \beta_k$

język	lem	slowo	notes
$\omega = xxy \land x \neq \varepsilon$	LOP	$ab^nab^n$	i = 0
$\omega = xyyz \land y \neq \varepsilon$	reg	$len \geqslant 4$	dobrać krótsze
$\omega\omega^R \wedge  \omega _a \equiv  \omega _b \equiv 0 \pmod{13}$	LOP	$a^{13n}b^{13n}b^{13n}a^{13n}$	ozn.
$\omega:  \omega _a \equiv  \omega _b (mod3)$	reg	mini	
$\omega = xyy^R \land y \neq \varepsilon$	reg	2 obok	
$\omega: palindrom \wedge  \omega _a =  \omega _c$	LOP	$a^n c^n c^n a^n$	
$\omega = xcycz \land xy i yz \in \{a, b\}^*$ palindromy	Ogd	$a^mbca^mcba^m$	śr. ozn.
$  \omega _a =  \omega _b $	bezk.		
$ \omega _a =  \omega _b =  \omega _c$	LOP	$a^nb^nc^n$	
$\omega:  \omega _a \neq  \omega _b \neq  \omega _c$	Ogd	$a^{m+m!}b^ma^{m+m!}$	ozn b.
$\omega:  \omega _a =  \omega _b =  \omega _c$	LOP	$a^nb^nc^n$	i=0
$\omega:  \omega _a =  \omega _c >  \omega _b$	LOP	$a^{n+1}b^nc^{n+1}$	
ωωω	LOP	$0^n 1^n 0^n 1^n 0^n 1^n$	i=0
$\omega\omega^R\omega$	LOP	$0^n 1^n 1^n 0^n 0^n 1^n$	i=0
$a^n c^k b^n : n \neq k$	Ogd	$a^{n!+n}c^nb^{n!+n}$	

## ${\bf FIRST}$

- 1. Szukamy produkcji gdzie na początku stoi terminal i ten terminal dodajemy do zbioru FIRST od nieterminala przed strzałką.
- 2. Szukamy produkcji z eps i dodajemy ten eps do zbioru FIRST od nieterminala przed strzałką.
- 3. Szukamy produkcji gdzie na początku stoi nieterminal i FIRST od tego nieterminala dodajemy do FIRST od nieterminala stojącego przed strzałką (bez epsilona). Jeżeli w kopiowanym zbiorze jest epsilon to dodajemy FIRST od następnego symbolu. (Jeśli w każdym symbolu jest epsilon to na końcu dodajemy epsilon).

### FOLLOW

- 1. Do zbioru FOLLOW od symbolu początkowego dodajemy \$
- 2. Szukamy produkcji gdzie za nieterminalem będzie stał jakiś symbol i do FOLLOW od tego nieterminala dodajemy FIRST od następnego symbolu (pomijając eps). Jeśli w dodawanym zbiorze był eps to sprawdzamy kolejny symbol.
- 3. Szukamy produkcji gdzie na końcu znajduje się nieterminal i do FOLLOW od tego nieterminala kopiujemy zawartość FOLLOW od nieterminala przed strzałką.
- 4. Szukamy produkcji gdzie za jakimś nieterminalem cała prawa strona będzie się zerowała (czyli w FIRST od całej strony będzie epsilon). Wtedy do FOLLOW od tego nieterminala dodajemy FOLLOW od nieterminala przed strzałką. Powtarzaj 3 i 4 dopóki są zmiany.