Obliczenia Naukowe
Lista 3
Laboratoria

Piotr Szyma

25 listopada 2017

1 Zadanie 1

1.1 Opis problemu

Zadanie polegało na zaimplementowaniu algorytmu rozwiązującego równanie $f(x) = 0$ METODĄ BISEKCJI.

1.2 Pseudokod

Dane: $f, a, b, \delta, \epsilon$
Wynik: $x, f(x), i, err$
$u \leftarrow f(a)$; $v \leftarrow f(b)$
$e \leftarrow b - a$
if $sgn(u) = sgn(v)$ **then**
  | return (0, 0, 0, 1);
end
while *true* **do**
  | $i\ = i + 1$
  | $e \leftarrow \frac{e}{2}$
  | $c \leftarrow a + e$
  | $w \leftarrow f(c)$
  | **if** $|e| < \delta\ or\ |w| < \epsilon$ **then**
  | | return $(w, f(x), i, 0)$;
  | **end**
  | **if** $sgn(w) \neq sgn(u)$ **then**
  | | $b \leftarrow c$; $v \leftarrow w$
  | **else**
  | | $a \leftarrow c$; $u \leftarrow w$
  | **end**
end

1.3 Implementacja

Moja implementacja algorytmu w języku Julia znajduje się w module `MyModule` znajdującym się w pliku załączonym do tego sprawozdania.

2 Zadanie 2

2.1 Opis problemu

Zadanie polegało na zaimplementowaniu algorytmu rozwiązującego równanie $f(x) = 0$ METODĄ STYCZNYCH.

2.2 Pseudokod

```
Dane: f, x_0, M, δ, ϵ
Wynik: x, f(x), i, err
v ← f(x_0);
if |v| < ϵ then
|  return (0, 0, 0, 1);
end
do
|  k += 1
|  x_1 ← x_0 − v / f'(x_0)
|  v ← f(x_1)
|  if |x_1 − x_0| < δ or |v| < ϵ then
|  |  return (x_1, v, i, 0);
|  end
|  x_0 ← x_1
while k < M;
```

2.3 Implementacja

Moja implementacja algorytmu w języku Julia znajduje się w module `MyModule` znajdującym się w pliku załączonym do tego sprawozdania.

3 Zadanie 3

3.1 Opis problemu

Zadanie polegało na zaimplementowaniu algorytmu rozwiązującego równanie $f(x) = 0$ METODĄ SIECZNYCH.

3.2 Pseudokod

Dane: $f, a, b, M, \delta, \epsilon$
Wynik: $x, f(x), i, err$
$f_a \leftarrow f(a)$; $f_b \leftarrow f(b)$
do
  $k \leftarrow k + 1$
  if $|f_a| > |f_b|$ **then**
    $a \leftrightarrow b$; $f(a) \leftrightarrow f(b)$
  end
  $s \leftarrow \frac{b-a}{f_b - f_a}$
  $b \leftarrow a$; $f_b \leftarrow f_a$
  $a \leftarrow a - f_a * s$
  if $|b - a| < \delta \vee |f_a| < \epsilon$ **then**
    return $(a, f_a, k, 0)$;
  end
while $k < M$;
return $(a, f_a, M, 1)$;

3.3 Implementacja

Moja implementacja algorytmu w języku Julia znajduje się w module `MyModule` znajdującym się w pliku załączonym do tego sprawozdania.

4 Zadanie 4

4.1 Opis problemu

Zadanie polegało na wyznaczeniu pierwiastka równania $\sin x - (\frac{1}{2}x)^2 = 0$ przy pomocy wcześniej zaprogramowanych metod, z parametrami odpowiednio:

1. dla metody bisekcji z przedziałem $[1.5, 2]$, $\delta = \frac{1}{2} * 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} * 10^{-5}$
2. dla metody stycznych z $x_0 = 1.5$, $\delta = \frac{1}{2} * 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} * 10^{-5}$
3. dla metody siecznych z $x_0 = 1$, $x_1 = 2$, $\delta = \frac{1}{2} * 10^{-5}$, $\epsilon = \frac{1}{2} * 10^{-5}$

4.2 Rozwiązanie

Wykorzystując funkcje zaimplementowane w module `MyModule` wyliczyłem pierwiastki za pomocą tych trzech algorytmów.

4.3 Wynik

Wyniki zestawiłem w tabeli poniżej:

Metoda	x	$f(x)$	i	err
Bisekcja	1.9337539672851562	-2.7027680138402843e-7	16	0
Stycznych	1.933753779789742	-2.2423316314856834e-8	4	0
Siecznych	1.933753644474301	1.564525129449379e-7	4	0

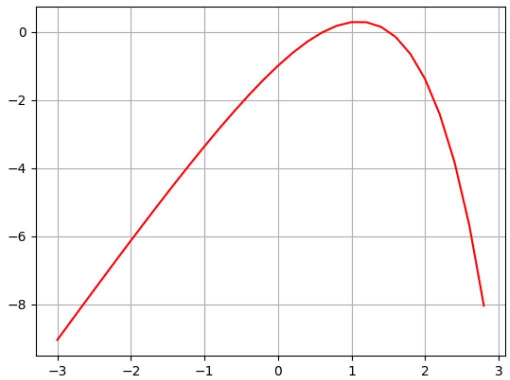
5 Zadanie 5

5.1 Opis problemu

Zadanie polegało na znalazieniu wartości zmiennej x, dla której przecinają się wykresy funkcji $f(x) = 3x$ i $g(x) = e^x$. Wymagana dokładność obliczeń to $\delta = 10^{-4}$, $\epsilon = 10^{-4}$

5.2 Rozwiązanie

W celu wyznaczenia takiego punktu, tj. pary (x, y), zestawiłem ze sobą te funkcje, tj. $f(x) = g(x) \Rightarrow 3x = e^x \Rightarrow 3x - e^x = 0$ i przeanalizowalem nowopowstałą funkcję, tj. $h(x) = 3x - e^x$. Za pomocą biblioteki matplotlib wygenerowałem wykres tej funkcji. Z analizy wykresu doszedłem do tego, że funkcja ta ma dwa miejsca zerowe, jedno wśród argumentów z zakresu $x \in (0.0, 1.0)$ oraz drugie z zakresu $x \in (1.0, 2.0)$. W związku z zaobserowanymi własnościami funkcji $h(x)$ za pomocą funkcji `mbisekcji` odnalazłem miejsca zerowe z dokładnością wymaganą w treści zadania.



Rysunek 1: Wykres $g(x) = 3x - e^x$

5.3 Wynik

Wyniki zestawiłem w tabeli poniżej:

Przedział	x	$f(x)$	i	err
$(0.0, 1.0)$	0.619140625	9.066320343276146e-5	9	0
$(0.1, 2.0)$	1.5120849609375	7.618578602741621e-5	13	0

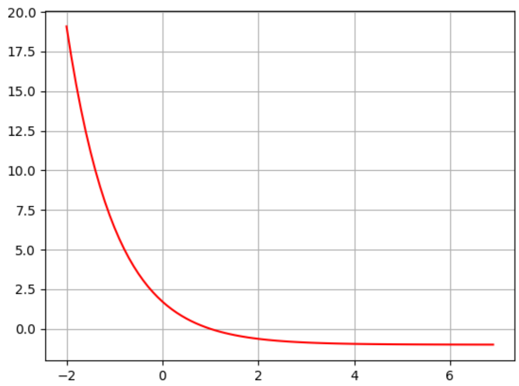
6 Zadanie 6

6.1 Opis problemu

Celem tego zadania było znalezienie miejsc zerowych funkcji $f_1(x) = e^{1-x} - 1$ oraz $f_2(x) = xe^{-x}$ za pomocą wcześniej zaimplementowanych metod przy dokładności $\delta = 10^{-5}$, $\epsilon = 10^{-5}$. Dobrać odpowiednio przedział i przybliżenie początkowe.

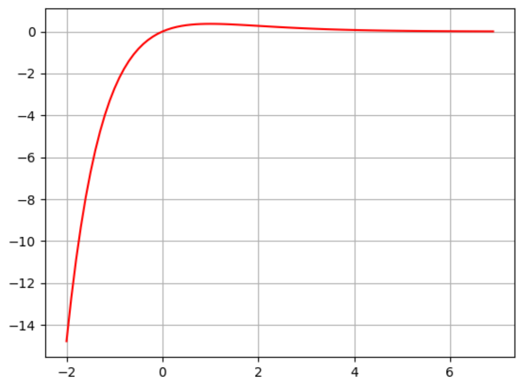
6.2 Rozwiązanie

Na samym początku, dla ułatwienia zadania, za pomocą biblioteki matplotlib wygenerowałem wykresy funkcji $f_1(x)$ oraz $f_2(x)$.



Rysunek 2: Wykres $f_1(x) = e^{1-x} - 1$

Z analizy wykresu (Rysunek 2) zaobserwowałem, że poszukiwane miejsce zerowe znajduje się w przedziale $x \in [0.0, 2.0]$, ponadto



Rysunek 3: Wykres $f_2(x) = xe^{-x}$

Z obserwacji wykresów wywnioskowałem, że dla pierwszej

6.3 Wynik

Wyniki zestawiłem w tabeli poniżej:

Przedział	x	$f(x)$	i	err
$(0.0, 1.0)$	0.619140625	9.066320343276146e-5	9	0
$(0.1, 2.0)$	1.5120849609375	7.618578602741621e-5	13	0