

Analiza zmiany liczebności mieszkań oddanych do użytku i notowań kryptowaluty Bitcoin.

Inżynieria i Analiza Danych 2022/23

Piotr Szyszka, Weronika Nadworska

31-01-2023

Spis treści

Słowem wstępu	2
Mieszkania, których budowę rozpoczęto	2
Scharakteryzowanie danych	3
Funkcja autokorelacji	4
Dekompozycja i wygładzanie metodą Holt’a Winters’a	5
Trendy fazowe	7
Dopasowanie trendu wielomianem	7
Stacjonarność	8
SARIMA	9
Podsumowanie	13
Bitcoin	13
Scharakteryzowanie danych	14
Funkcja autokorelacji	16
Wygładzanie Holt’a-Winters’a	16
Predykcja	17
Regresja wielomianowa	17
Stacjonarność	21
ARIMA	21
Podsumowanie	24

Słowem wstępu

Dokument jest wynikiem pracy nad projektem zaliczeniowym na przedmiot *Szeregi czasowe*.

Głównym celem raportu jest opis i identyfikacja zjawisk wymienionych w tytule za pomocą metod poznanych na przedmiocie.

Przeprowadzona analiza pozwoli na lepsze zrozumienie charakteru opisywanych cech, co może być cenne z ekonomicznego punktu widzenia.

Mieszkania, których budowę rozpoczęto

Pierwszym zjawiskiem, które zostało przez nas zbadane to zmiana liczebności mieszkań, których budowę rozpoczęto w latach 2005-2021. Dane umożliwiają bieżącą oraz roczną ocenę aktywności produkcyjnej przemysłu. W zakresie budownictwa prezentowane dane charakteryzują etapy procesu budowlanego w zakresie: wydanych pozwoleń na budowę, mieszkań, których budowę rozpoczęto, budynków (mieszkalnych i niemieszkalnych) i mieszkań oddanych do użytkowania oraz sprzedaży sekcji F Budownictwo, w tym produkcji budowlano-montażowej zrealizowanej przez przedsiębiorstwa budowlane.

Źródło

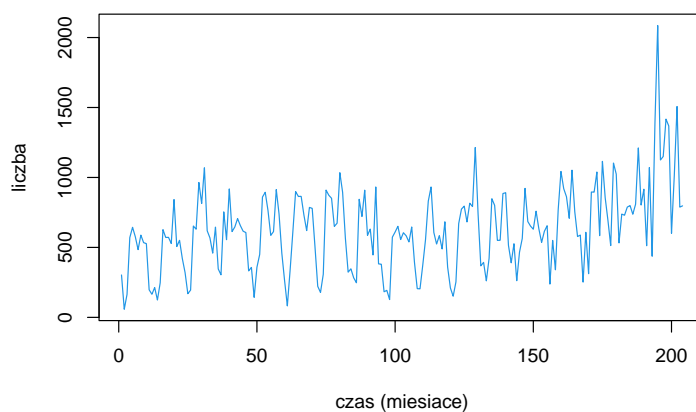
lubelskie	
styczeń 2005	303
luty 2005	58
marzec 2005	164
kwiecień 2005	570
maj 2005	644
czerwiec 2005	576
lipiec 2005	484
sierpień 2005	588
wrzesień 2005	534
październik 2005	527
listopad 2005	197
grudzień 2005	165

Scharakteryzowanie danych

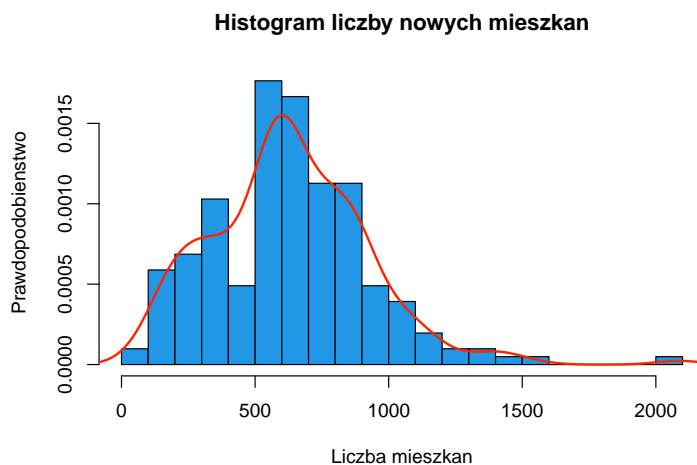
Statystyka	lubelskie
Min.	58
1st Qu.	433
Median	613
Mean	629
3rd Qu.	802
Max.	2,086
Sd	295

Z zestawienia widzimy, że najmniejsza liczba budów, których budowę rozpoczęto to 58 (luty 2005). Najwięcej (2086) rozpoczęto budować w marcu 2021.

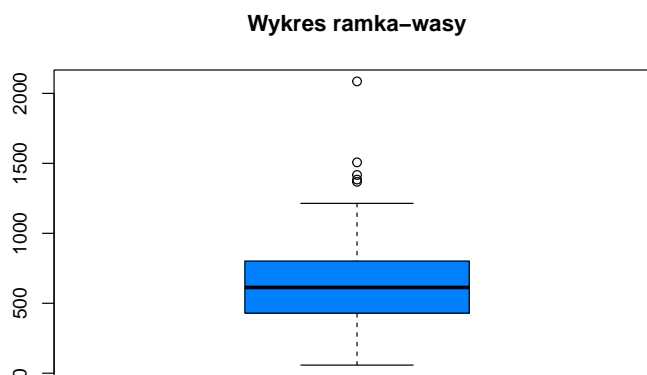
Liczby mieszkań w latach 2005–2021, których budowę rozpoczęto



Wyraźnie dostrzegalna jest sezonowość (coroczna, o charakterze addytywnym) wraz z pewnymi wahaniami losowymi.



Rozkład cechuje się prawostronną asymetrią.



Funkcja autokorelacji

Szeregi czasowe charakteryzują się tym, że kolejne elementy w większości przypadków nie są niezależne. Miarą zależności pomiędzy elementami stacjonarnego szeregu czasowego są współczynniki korelacji, które nazywane są również funkcją autokorelacji (*ang. ACF - Auto-Correlation Function*). Wyrażona jest ona wzorem:

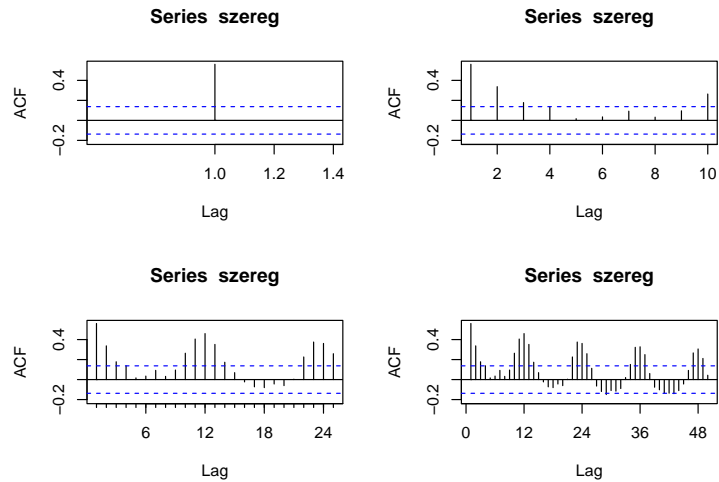
$$r_\tau = \frac{E(x_t - \mu)(x_{t+\tau} - \mu)}{E(x_{t+\tau} - \mu)^2} = \frac{\gamma_\tau}{\gamma_0}$$

A za estymator przyjmuje się

$$\hat{r}_\tau = \frac{N \sum_{t=1}^{N-\tau} (x_t - \hat{\mu})(x_{t+\tau} - \hat{\mu})}{(N - \tau) \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{\mu})^2} = \frac{\hat{\gamma}_\tau}{\hat{\gamma}_0}$$

gdzie $\tau = 0, 1, \dots, N - 1$ jest przesunięciem (opóźnieniem).

W R funkcja autokorelacji zaimplementowana jest pod nazwą `Acf()` z pakietu `forecast`. Użycie jej skutkuje wywołaniem wykresu r_τ w zależności od τ zwanej **korelogramem**.

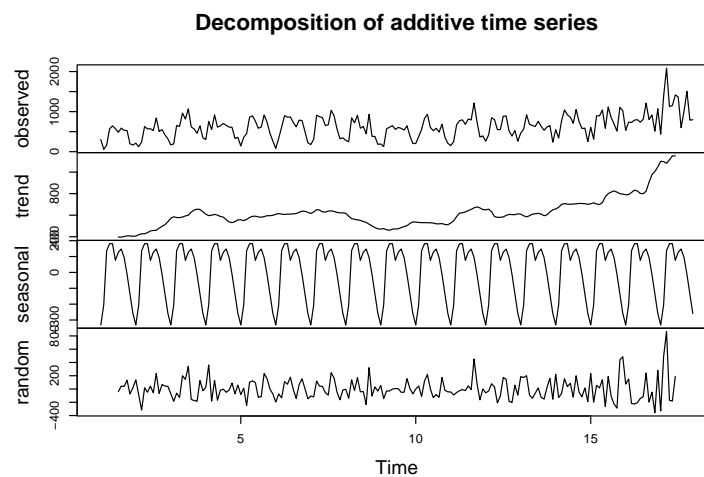


Wykresy przedstawiają funkcję autokorelacji odpowiednio dla $\tau = 1$, $\tau = 10$, $\tau = 25$ oraz $\tau = 50$.

Dekompozycja i wygładzanie metodą Holt'a Winters'a

Dekompozycja

Funkcja `decompose()` z bazowej biblioteki `stats` umożliwia dekompozycję szeregu na trzy główne składowe, tj. trend, sezonowość i wahania losowe.



Metoda Holt'a Winters'a

Model *Holt'a-Winters'a* jest jedną z technik prognozowania wykorzystujących tzw. wygładzenie wykładnicze. Wygładzenie polega na stworzeniu ważonej średniej ruchomej, której wagi określa się według schematu - im starsza informacja o badanym zjawisku, tym mniejszą wartość stanowi ona dla aktualnej prognozy.

Możemy wyróżnić trzy rodzaje modeli Holta-Wintersa:

- bez sezonowości,
- z sezonowością multiplikatywną,
- z sezonowością addytywną.

W naszym przypadku (sezonowość addytywna) *Holt'a - Winters'a* ma postać:

$$\hat{y}_{t+h|t} = \ell_t + hb_t + s_{t+h-m(k+1)}$$

gdzie: k jest częścią całkowitą liczby $\frac{h-1}{m}$, m - długość okresu, h - przesunięcie czasowe.
Dodatkowo

$$\ell_t = \alpha(y_t - s_{t-m}) + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$$

odpowiada za prognozę niesezonową.

$$b_t = \beta(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$$

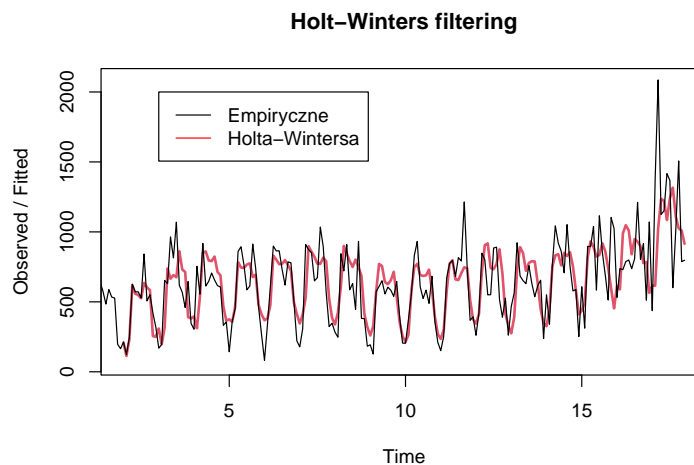
b_t jest czynnikiem odpowiedzialnym za trend, a

$$s_t = \gamma(y_t - \ell_{t-1} - b_{t-1}) + (1 - \gamma)s_{t-m}$$

jest sezonowym składnikiem szeregu czasowego o okresie m

Dopasowanie

Model *Holt'a - Winters'a* można utworzyć za pomocą funkcji `HoltWinters()` dostępnej w bazowej bibliotece `stats`.

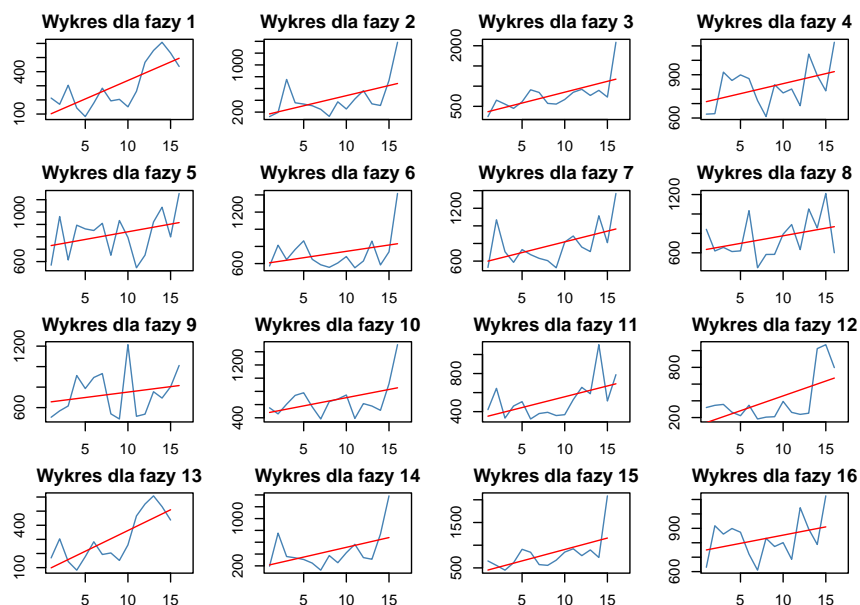


Predykcja

Predykcja na kolejne 10 notowań prezentuje się następująco:

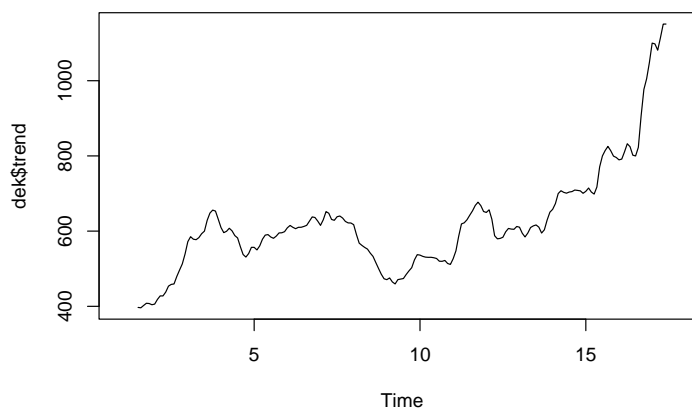
##	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul
## 18	788.9253	955.6580	1320.7237	1227.7977	1233.7013	1167.3004	1250.9588
##	Aug	Sep	Oct				
## 18	1182.6557	1154.8167	1170.8325				

Trendy fazowe



Dopasowanie trendu wielomianem

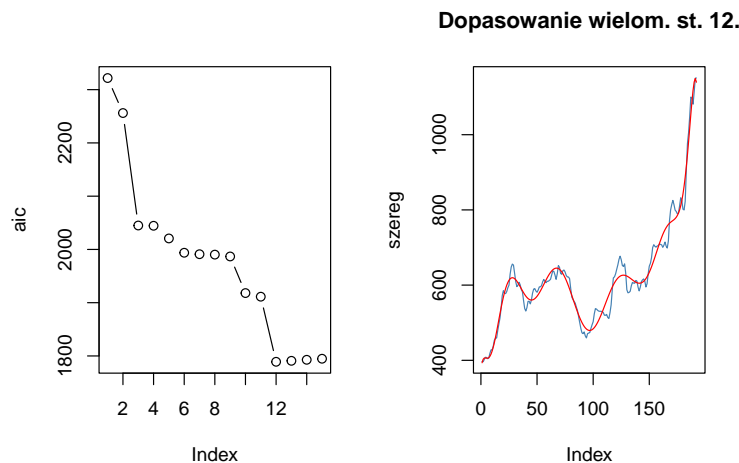
W celu ułatwienia zadania przypomnijmy sobie jakiej postaci jest trend.



Korzystając z wygod, jakie oferuje oprogramowanie RStudio, do znalezienia odpowiedniego stopnia dopasowania wielomianem, napiszemy funkcję. Za kryterium przyjmijmy najniższą wartość indeksu **AIC**.

```
fit <- function(szereg, max.st){
  aic <- modele <- NULL
  t <- 1:length(szereg)
  for(i in 1:max.st){
    mod <- lm(szereg ~ poly(t, i))
    aic <- c(aic, AIC(mod))
    modele[[i]] <- mod
  }
  opt <- which(aic == min(aic))
  par(mfrow = c(1, 2))
  plot(aic, type = "b")
  plot(x = szereg, type = "l", col = "steelblue")
  lines(modele[[opt]]$fitted.values, type = "l", col = "red")
  title(sprintf("Dopasowanie wielom. st. %i.", opt))
  par(mfrow = c(1,1))
  cat("Najlepsze AIC = ", aic[opt], sprintf("dla wielomianu %i", opt), "stopnia.")
  modele[[opt]]
}
```

Poszukiwania stopnia wielomianu zawężmy do 15-tej potęgi.



Najlepsze AIC = 1789.045 dla wielomianu 12 stopnia.

Najlepszy pod względem dopasowania okazał się wielomian stopnia 12. Wartość AIC dla tego dopasowania wynosi 1789.

Stacjonarność

Szereg $\{x_t\}_{1 \leq t \leq N}$ nazywamy ściśle stacjonarnym, jeżeli dla dowolnych $m, t_1, t_2, \dots, t_m, \tau$ łączny rozkład prawdopodobieństwa związany z m elementami $x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_m}$ szeregu czasowego jest identyczny z rozkładem m elementów.

Innymi słowy, szereg jest stacjonarny jeśli jego własności dynamiczne nie ulegają zmianie przy zmianie początku skali czasowej.

Zbadamy stacjonarność szeregu. Posłużą do tego testy Kwiatkowskiego-Phillips'a-Schmidt'a-Shin'a oraz Dicky'ego-Fullera.

```
##
## KPSS Test for Level Stationarity
##
## data:  szereg
## KPSS Level = 1.3549, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.01

##
## KPSS Test for Level Stationarity
##
## data:  diff(szereg)
## KPSS Level = 0.01162, Truncation lag parameter = 4, p-value = 0.1

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  diff(szereg)
## Dickey-Fuller = -9.5575, Lag order = 5, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

Badając stacjonarność szeregu testem KPSS wyciągamy wniosek o niestacjonarności badanego szeregu. Jednak po jednokrotnym zróżnicowaniu szereg jest stacjonarny.

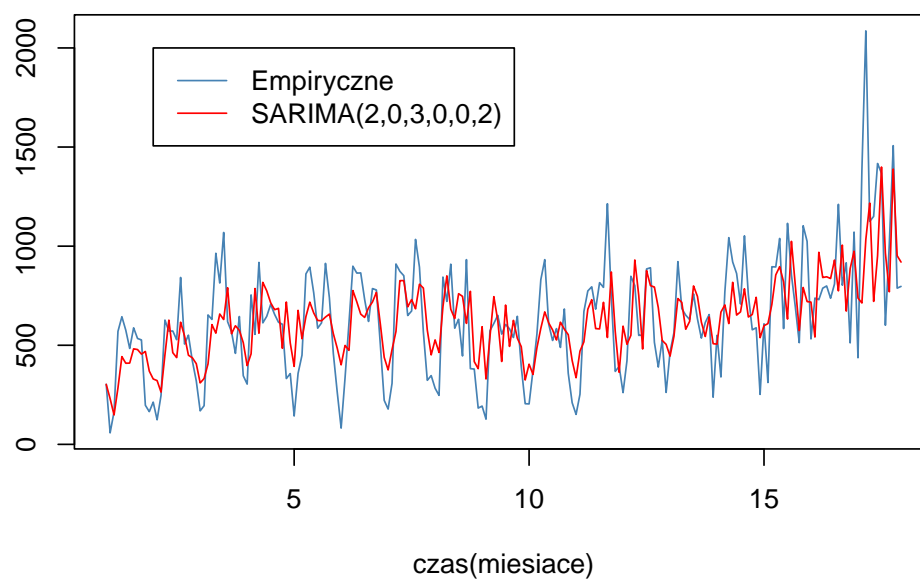
SARIMA

Model klasy *SARIMA* (ang. *Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average*) rozszerzeniem modelu *ARIMA* o czynnik sezonowy. Parametry modelu **ARIMA(p, d, q)**

- p - parametr autoregresyjny; rząd opóźnienia,
- d - parametr różnicowania (ilość potrzebnych zróżnicowań, aby szereg stał się stacjonarny)
- q - parametr średniej ruchomej.

SARIMA(p, d, q, P, D, Q) jest wzbogacona o dodatkowe trzy parametry, które oznaczają dokładnie to co w modelu *ARIMA*, ale dotyczą składowej sezonowości szeregu. Stąd model można przedstawić w postaci

$$y_t = c + \sum_{n=1}^p \alpha_n y_{t-n} + \sum_{n=1}^q \theta_n \epsilon_{t-n} + \sum_{n=1}^P \phi_n y_{t-sn} + \sum_{n=1}^P \eta_n \epsilon_{t-sn} + \epsilon_t$$



Wyznamy przedziały ufności na kolejne 12 notowań.

Dla $\alpha = 0,05$:

##	Point Forecast	Lo 95	Hi 95
## Jan 18	1015.8635	585.3728	1446.354
## Feb 18	1388.8179	937.2343	1840.401
## Mar 18	1352.3496	900.1326	1804.567
## Apr 18	1220.1571	766.3255	1673.989
## May 18	1246.7302	782.5617	1710.899
## Jun 18	1182.8912	716.3628	1649.420
## Jul 18	1236.6989	769.5501	1703.848
## Aug 18	1063.5015	591.3364	1535.666
## Sep 18	1056.7501	581.1817	1532.318
## Oct 18	1352.6070	876.9637	1828.250
## Nov 18	1044.7128	566.5337	1522.892
## Dec 18	964.9665	483.1989	1446.734

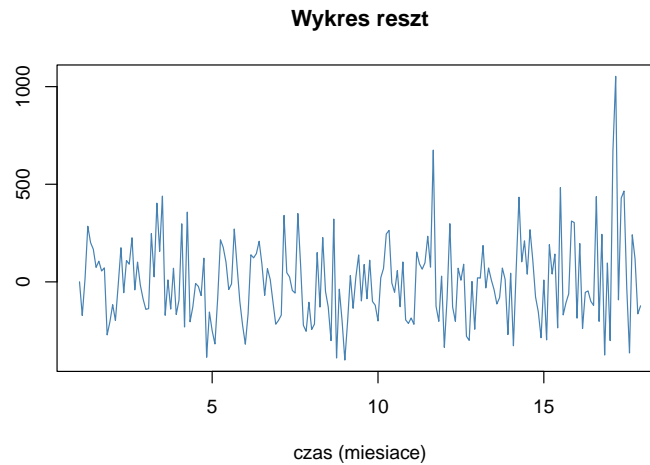
Dla $\alpha = 0,1$:

##	Point Forecast	Lo 90	Hi 90
## Jan 18	1015.8635	654.5843	1377.143
## Feb 18	1388.8179	1009.8370	1767.799
## Mar 18	1352.3496	972.8371	1731.862
## Apr 18	1220.1571	839.2896	1601.025
## May 18	1246.7302	857.1877	1636.273
## Jun 18	1182.8912	791.3682	1574.414
## Jul 18	1236.6989	844.6552	1628.743
## Aug 18	1063.5015	667.2481	1459.755

## Sep 18	1056.7501	657.6405	1455.860
## Oct 18	1352.6070	953.4345	1751.779
## Nov 18	1044.7128	643.4122	1446.013
## Dec 18	964.9665	560.6544	1369.279

Identyfikacja rezt

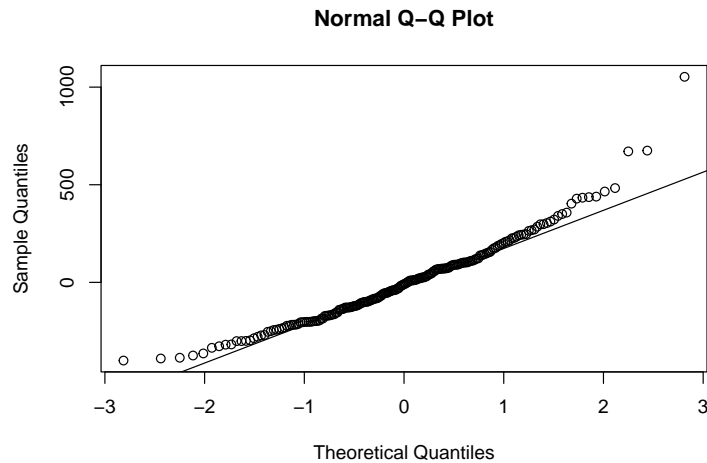
Zajmiemy się teraz analizą szeregu reszt powstałego modelu. Prezentują się one następująco:



Zauważyć można prawostronną asymetrię rozkładu.

Przeprowadzimy teraz testy sprawdzające normalność, jednorodność wariancji oraz seryjną korelację błędów modelu SARIMA.

Normalność:



```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  sar_res
## W = 0.95537, p-value = 5.264e-06

##
##  Anderson-Darling normality test
##
## data:  sar_res
## A = 1.1639, p-value = 0.004747

##
##  Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
##
## data:  sar_res
## D = 0.063298, p-value = 0.04554
```

Odrzucamy hipotezę o normalności rozkładu reszt w modelu.

Jednorodność wariancji:

```
##
##  studentized Breusch-Pagan test
##
## data:  as.numeric(sar_res) ~ t
## BP = 7.6218, df = 1, p-value = 0.005767

##
##  Goldfeld-Quandt test
##
## data:  sar_res ~ t
## GQ = 1.6578, df1 = 100, df2 = 100, p-value = 0.006069
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2
```

```
##
## Harrison-McCabe test
##
## data: sar_res ~ t
## HMC = 0.38537, p-value = 0.007
```

Na podstawie testów Breucha-Pagana, Goldfelda-Quandta oraz Harrisona-McCabe'a odrzucamy hipotezę o jednorodności wariancji błędów.

Seryjna korelacja:

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: sar_res ~ t
## DW = 1.8456, p-value = 0.1192
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0
```

```
##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 3
##
## data: sar_res ~ t
## LM test = 4.0086, df = 3, p-value = 0.2605
```

Na podstawie testów Durbina-Watsona oraz Breucha-Godfrey'a nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku seryjnej korelacji między błędami modelu.

Podsumowanie

W ostatnich okresach coraz bardziej dostrzegalna staje się tendencja wzrostowa liczby mieszkań, których budowę rozpoczęto, przez co szeregu nie można określić jako stacjonarny. Świadczyć może to o rozwoju tego sektora gospodarki.

Zjawisko cechuje się sezonowością, którego dopasowanie modelem *SARIMA* oceniamy na przyzwoite, podobnie jak wygładzenie metodą *Holt'a-Winters'a*.

W przeciwieństwie do badanego procesu, jego składowe takie jak trend oraz trendy fazowe, precyzyjnie identyfikować można za pomocą modeli regresji wielomianowej.

Bitcoin

Bitcoin to otwartoźródłowa, zdecentralizowana platforma płatnicza, która jest zbudowana w oparciu o technologię blockchain (łańcucha bloków) i wykorzystuje własną kryptowalutę o tej samej nazwie (oznacza się ją symbolem BTC).

Kryptowaluta bitcoin została wprowadzona w 2009 roku przez osobę, bądź grupę osób o pseudonimie Satoshi Nakamoto.

Dane na temat notowań zostały pozyskane z yahoo finance i dotyczą okresu całego poprzedniego roku od dnia 24.01.2022 roku.

Close	
2022-01-24	36,654.33

	Close
2022-01-25	36,954.00
2022-01-26	36,852.12
2022-01-27	37,138.23
2022-01-28	37,784.33
2022-01-29	38,138.18
2022-01-30	37,917.60
2022-01-31	38,483.12
2022-02-01	38,743.27
2022-02-02	36,952.98
2022-02-03	37,154.60
2022-02-04	41,500.88
2022-02-05	41,441.16
2022-02-06	42,412.43
2022-02-07	43,840.29
2022-02-08	44,118.45
2022-02-09	44,338.80
2022-02-10	43,565.11

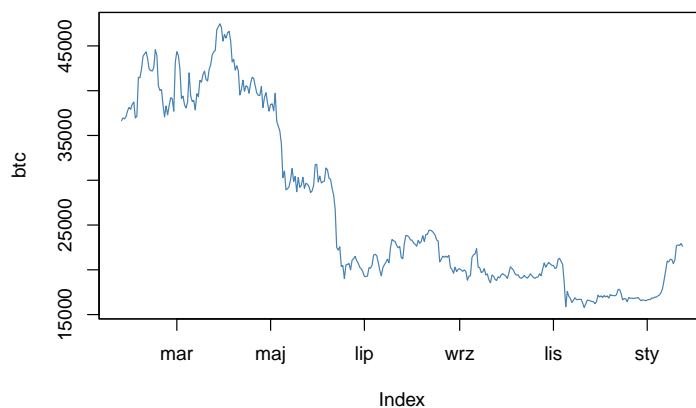
Ceny waluty bitcoin wyrażone są w dolarach amerykańskich.

Scharakteryzowanie danych

	Close
Min.	15,787.28
1st Qu.	19,325.39
Median	21,619.25
Mean	26,730.36
3rd Qu.	37,713.60
Max.	47,465.73
Sd.	9,682.08

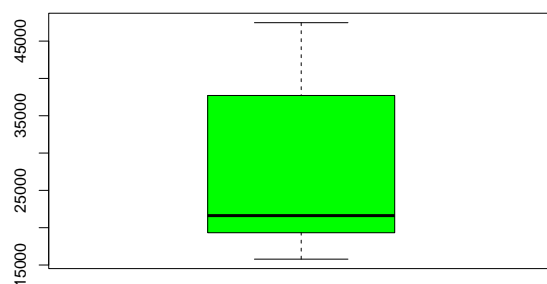
Widzimy, że średnia cena bitcoin wynosi 26 730,36 \$. Minimalna wartość to 15 787,28 \$.

Notowania cen bitcoin w czasie 24.01.2022–24.01.2023

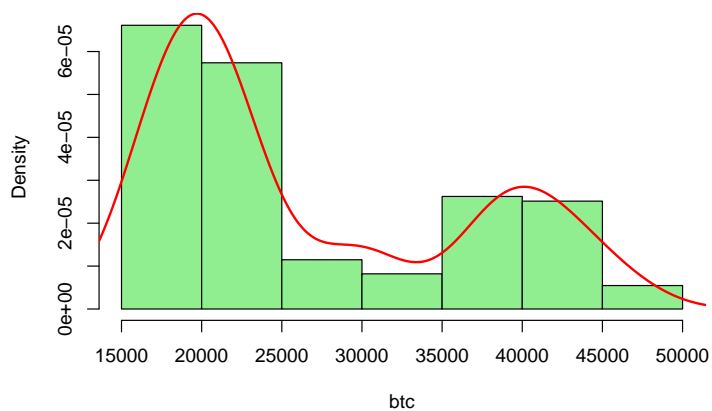


Zauważyć można spory spadek cen cyfrowej waluty od kwietnia do końca czerwca, po czym nastąpiła stabilizacja.

Wykres ramka-wasy



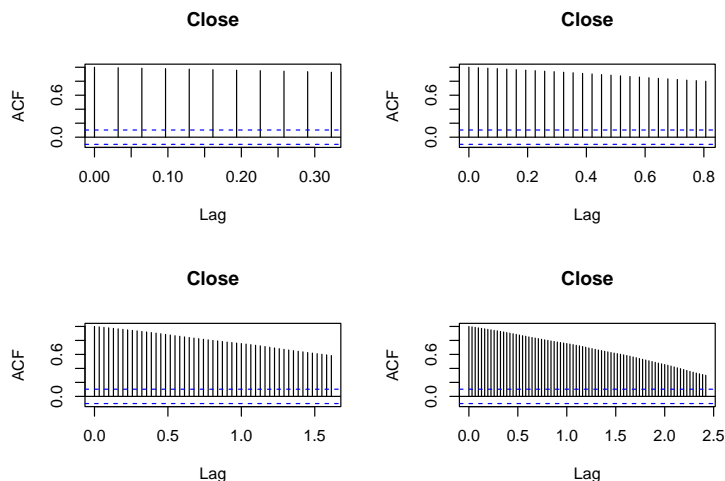
Histogram cen bitcoin



Zauważalna jest dwumodalność rozkładu.

Funkcja autokorelacji

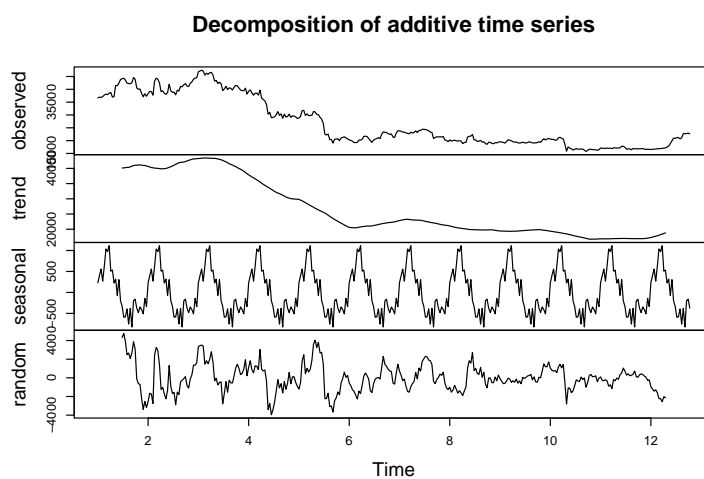
Użyjemy funkcji autokorelacji `Acf()` zaimplementowanej w programie RStudio w pakiecie `forecast`. Użycie jej skutkuje wywołaniem wykresu r_τ w zależności od τ .



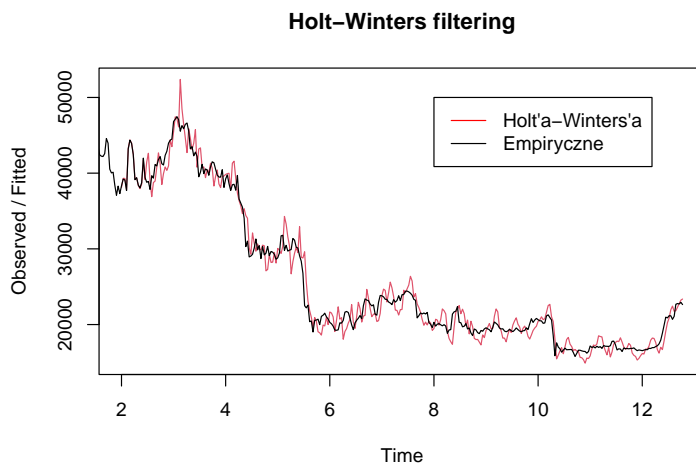
Wykresy przedstawiają funkcję autokorelacji odpowiednio dla $\tau = 10$, $\tau = 25$, $\tau = 50$ oraz $\tau = 75$.

Wygładzanie Holt'a-Winters'a

Zwizualizujemy najpierw dekompozycję badanego szeregu na trzy główne składowe: trend, sezonowość i wahania losowe.



Zbudujemy model *Holt'a-Winters'a*, ponownie, korzystając z funkcji `HoltWinters()` dostępnej w bazowej bibliotece `stats`.



Predykcja

Dokonamy predykcji na kolejne 10 notowań:

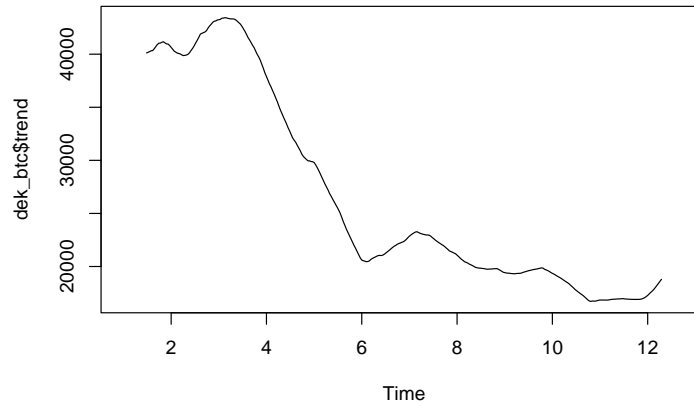
```
## Time Series:
## Start = c(12, 26)
## End = c(13, 4)
## Frequency = 31
##          fit
## [1,] 22378.57
## [2,] 21724.27
## [3,] 20831.92
## [4,] 19743.97
## [5,] 19005.54
## [6,] 18433.04
## [7,] 18099.39
## [8,] 17791.29
## [9,] 17917.57
## [10,] 17949.62
```

Regresja wielomianowa

Dopasujemy cechę oraz trend występujący w szeregu korzystając z regresji wielomianowej.

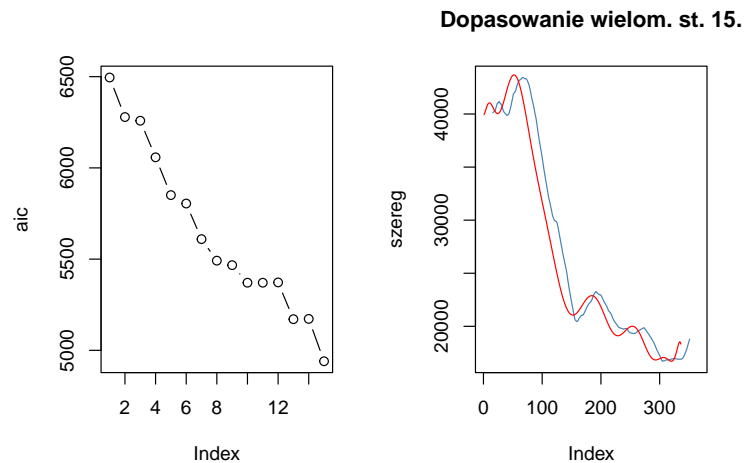
Dopasowanie trendu

Przypomnijmy sobie najpierw jakiej postaci jest trend.



Dopasowując wielomian odpowiedniego stopnia ponownie posłużymy się zbudowaną przez nas wcześniej funkcją `fit()`.

Zawężmy poszukiwania do stopnia 20.

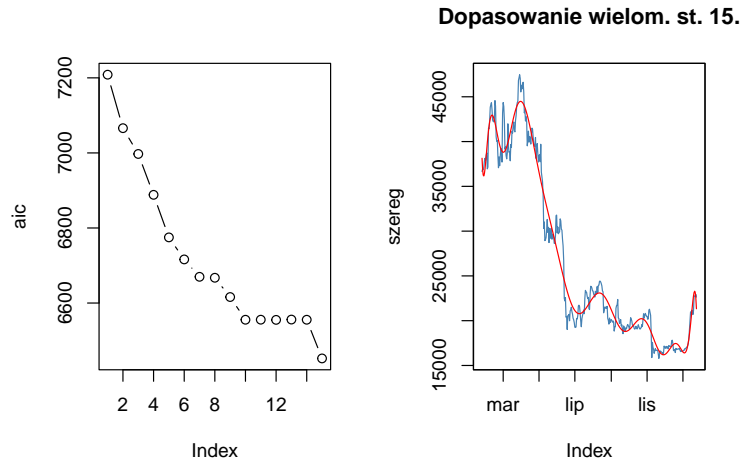


`## Najlepsze AIC = 4940.248 dla wielomianu 15 stopnia.`

Najlepsze okazało się dopasowanie wielomianem stopnia piętnastego, dla którego kryterium *AIC* wynosi 4940.

Dopasowanie cechy

Poszukajmy wielomianu stopnia maksymalnie piętnastego.

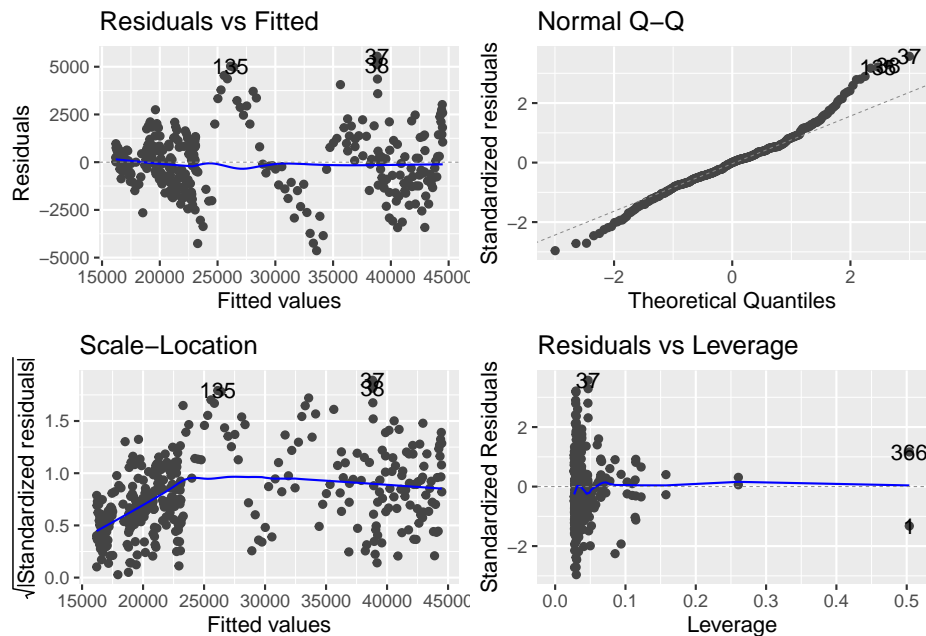


Najlepsze AIC = 6452.396 dla wielomianu 15 stopnia.

Wielomian stopnia piętnastego okazał się najlepiej dopasowany do badanej cechy. Kryterium AIC wynosi dla niego 6452.

Analiza szeregu reszt modelu regresji wielomianowej

Wykresy modelu reszt prezentują się następująco:



Zbadamy teraz jednorodność wariancji rozkładu błędów szeregu reszt. Posłużą nam do tego testy Goldfelda-Quandt oraz Harrisona-McCabe'a.

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: modbtc
## GQ = 0.15715, df1 = 167, df2 = 167, p-value = 1
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2

##
## Harrison-McCabe test
##
## data: modbtc
## HMC = 0.83191, p-value = 1
```

Nie ma podstaw do odrzucenia H_0 o jednorodności wariancji błędów.

Seryjną korelację błędów zbadamy korzystając z testów Durbina-Watsona oraz Breucha-Godfrey.

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: modbtc
## DW = 0.37495, p-value < 2.2e-16
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 1
##
## data: modbtc
## LM test = 241.26, df = 1, p-value < 2.2e-16
```

Na podstawie przeprowadzonych testów odrzucamy hipotezę o braku autokorelacji między błędami.

Zbadamy teraz normalność szeregu reszt.

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: as.numeric(reszty2)
## W = 0.9756, p-value = 7.633e-06
```

Odrzucamy hipotezę o normalności rozkładu błędów.

Stacjonarność

Zbadamy stacjonarność szeregu. Posłużą do tego testy Kwiatkowskiego-Phillips'a-Schmidt'a-Shin'a oraz Dicky'ego-Fullera.

```
##
## KPSS Test for Level Stationarity
##
## data:  bitcoin
## KPSS Level = 5.1881, Truncation lag parameter = 5, p-value = 0.01

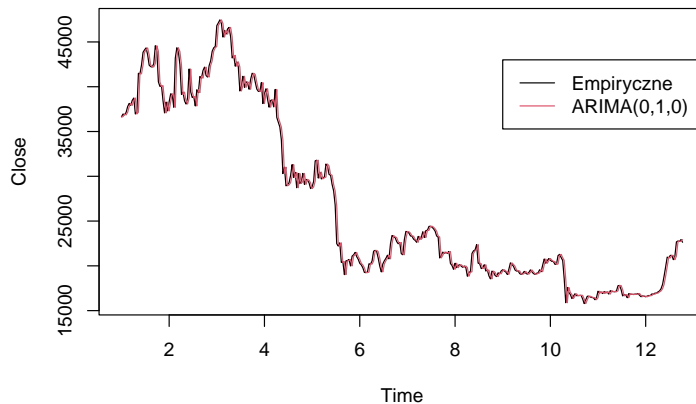
##
## KPSS Test for Level Stationarity
##
## data:  diff(bitcoin)
## KPSS Level = 0.1438, Truncation lag parameter = 5, p-value = 0.1

##
## Augmented Dickey-Fuller Test
##
## data:  diff(bitcoin)
## Dickey-Fuller = -7.0733, Lag order = 7, p-value = 0.01
## alternative hypothesis: stationary
```

Szereg jest niestacjonarny, ale po jednokrotnym zróżnicowaniu wnioskujemy o jego stacjonarności.

ARIMA

Skorzystamy z modelu klasy ARIMA.



Optymalne wartości kryteriów informacyjnych AIC , $AICc$ oraz BIC uzyskaliśmy dla modelu $ARIMA(0,1,0)$.

Zbudujemy teraz przedziały ufności na kolejne 10 notowań dla $\alpha = 0,05$ oraz $\alpha = 0,1$.

Dla $\alpha = 0,05$:

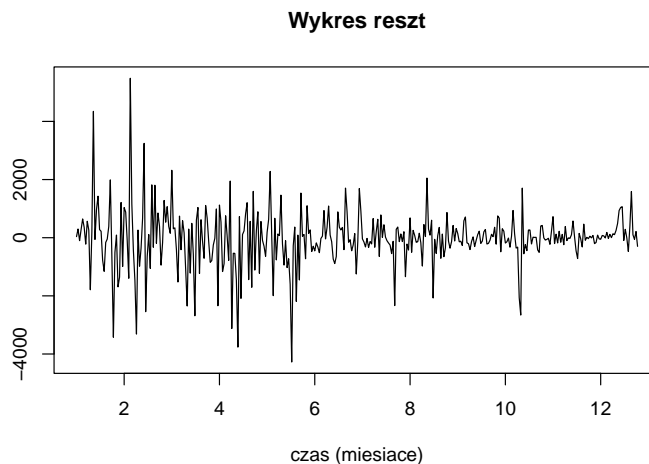
##	Point	Forecast	Lo 95	Hi 95
##	12.80645	22636.47	20737.95	24534.99
##	12.83871	22636.47	19951.56	25321.38
##	12.87097	22636.47	19348.14	25924.80
##	12.90323	22636.47	18839.43	26433.51
##	12.93548	22636.47	18391.25	26881.69
##	12.96774	22636.47	17986.06	27286.87
##	13.00000	22636.47	17613.46	27659.48
##	13.03226	22636.47	17266.64	28006.29
##	13.06452	22636.47	16940.91	28332.03
##	13.09677	22636.47	16632.82	28640.12

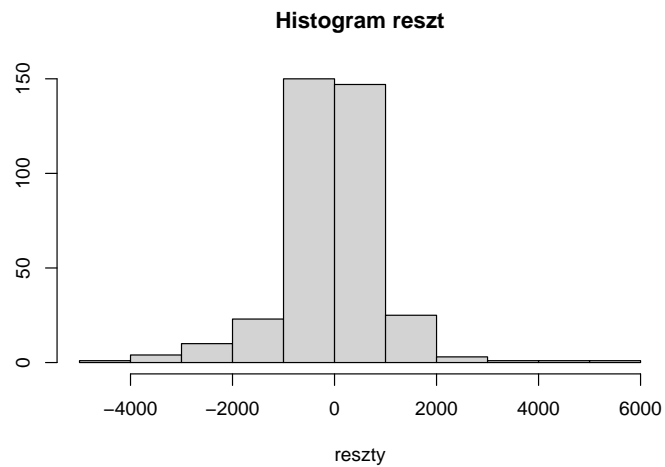
Dla $\alpha = 0,1$:

##	Point	Forecast	Lo 90	Hi 90
##	12.80645	22636.47	21043.18	24229.76
##	12.83871	22636.47	20383.22	24889.72
##	12.87097	22636.47	19876.81	25396.12
##	12.90323	22636.47	19449.89	25823.05
##	12.93548	22636.47	19073.77	26199.17
##	12.96774	22636.47	18733.73	26539.21
##	13.00000	22636.47	18421.02	26851.91
##	13.03226	22636.47	18129.97	27142.97
##	13.06452	22636.47	17856.60	27416.33
##	13.09677	22636.47	17598.05	27674.89

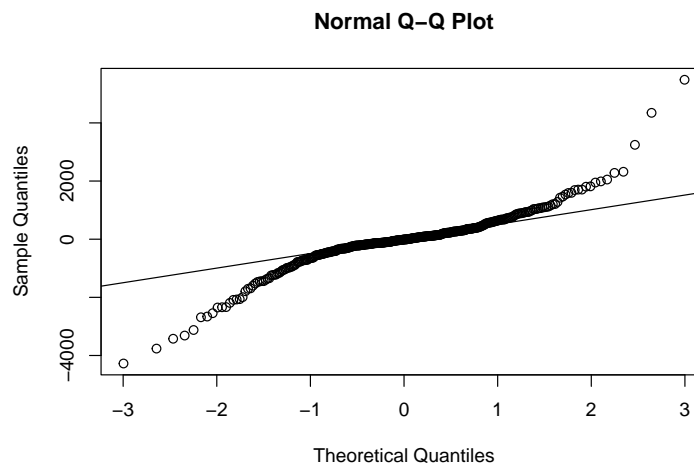
Identyfikacja reszt

Zajmiemy się teraz analizą szeregu reszt w modelu. Prezentują się one następująco:





Przeprowadzimy teraz testy sprawdzające normalność, jednorodność wariancji oraz seryjną korelację błędów modelu ARIMA. Normalność:



```
##
##  Shapiro-Wilk normality test
##
## data:  ari_res
## W = 0.8916, p-value = 1.939e-15

##
##  Anderson-Darling normality test
##
## data:  ari_res
## A = 11.381, p-value < 2.2e-16

##
##  Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) normality test
##
```

```
## data: ari_res
## D = 0.13455, p-value < 2.2e-16
```

Odrzucamy hipotezę o normalności rozkładu reszt w modelu.

Jednorodność wariancji:

```
##
## Goldfeld-Quandt test
##
## data: as.numeric(ari_res) ~ t
## GQ = 0.20274, df1 = 181, df2 = 181, p-value = 1
## alternative hypothesis: variance increases from segment 1 to 2

##
## Harrison-McCabe test
##
## data: as.numeric(ari_res) ~ t
## HMC = 0.83181, p-value = 1
```

Na podstawie testów Goldfelda-Quandta oraz Harrisona-McCabe'a na poziomie istotności 0,05 odrzucamy hipotezę o jednorodności wariancji błędów.

Seryjna korelacja:

```
##
## Durbin-Watson test
##
## data: ari_res ~ t
## DW = 2.032, p-value = 0.6004
## alternative hypothesis: true autocorrelation is greater than 0

##
## Breusch-Godfrey test for serial correlation of order up to 3
##
## data: ari_res ~ t
## LM test = 1.9162, df = 3, p-value = 0.59
```

Na podstawie testów Durbina-Watsona oraz Breucha-Godfreya nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o braku seryjnej korelacji między błędami modelu.

Podsumowanie

Analizując wykres cen kryptowaluty zauważalny jest znaczący spadek w jej notowaniach, mający początek na początku drugiego kwartału ubiegłego roku, co spowodowane może być między innymi agresywną walką amerykańskiej *Rezerwy Federalnej* z inflacją.

W porównaniu z ubiegłym rokiem, na dzień dzisiejszy BITCOIN kosztuje dwa razy mniej.

Model klasy $ARIMA(0, 1, 0)$ jest w stanie w dokładny sposób dopasować się do zgromadzonych danych, a wielomian stopnia 15. radzi sobie z tym dostatecznie dobrze. Wygładzanie *Holt'a-Winters'a* również jest satysfakcjonujące, a występujący trend można modelować wielomianem stopnia piętnastego.