

Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Львівська політехніка»
Інститут комп'ютерних наук та інформаційних технологій
Кафедра автоматизованих систем управління



Звіт
до лабораторної роботи № 1
з дисципліни
Чисельні методи
на тему:
«Абсолютна та відносна похибка»

Виконав: студент гр. ОІ-25

Коновалюк О.В.

Прийняв:

Асистент кафедри АСУ

Зварич В.І.

Львів – 2025

Лабораторна робота № 1

Абсолютна та відносна похибка

Мета роботи: вивчити поняття абсолютної та відносної похибки та методи їх оцінювання

Завдання :

1. Для виконання лабораторної роботи потрібно задати три числа x_1 , x_2 та x_3 . Число x_1 визначається як десяткове число з чотирма цифрами після коми:

$$x_1 = 0.abcd,$$

де «a» та «b» – передостання та остання цифри «шифру групи»; «c» і «d» – передостання та остання цифри номера студентського квитка відповідно. Числа x_2 та x_3 обчислюються додаванням до x_1 відповідно 1 і 2:

$$x_2 = x_1 + 1 \quad x_3 = x_1 + 2$$

(Приклад. Нехай шифр групи закінчується на **11**, а номер студентського квитка закінчується на **05**. Тоді: $x_1 = 0.1105$, $x_2 = 1.1105$ та $x_3 = 2.1105$).

2. Оцінити абсолютну та відносну похибку обчислення величини функції згідно варіанту (номер варіанта визначається порядковим номером студента у списку групи) при умові:

А) значення величин абсолютних похибок аргументів x_1, x_2, x_3 знаходяться з використанням граничних відносних похибок аргументів;

Б) значення величини абсолютних похибок аргументів x_1, x_2, x_3 становить:

$$\Delta x_{1,2,3} = N \cdot 10^{-3}, \text{ де } N - \text{номер варіанта.}$$

3. Розробити програму для знаходження абсолютної та відносної похибок заданої функції згідно умови А) та Б). Також, доповнити текст програми таким чином, щоб у результатах виконання програми було відображено наступну інформацію: **група, ПІБ студента, номер ЛР і варіанту завдання.**

ВАРІАНТ 12

$$F = 8x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 - 6x_2x_3 - 4x_1 + 20 \operatorname{ctg}(x_2 - x_3);$$

Опрацювання типового навчального завдання (прикладів).

Алгоритм виконання завдання:

1. обчислення значення функції та обчислення часткових похідних

$$\begin{aligned} F &= 8 \cdot (0,2594)^2 + 6 \cdot (1,2594)^2 + 4 \cdot (2,2594)^2 - \\ &- 6 \cdot 1,2594 \cdot 2,2594 - 4 \cdot 0,2594 + \frac{20}{\operatorname{ctg}(1-1)} = \\ &= -0,47899200 \\ \frac{\partial F}{\partial x_1} &= 16 \cdot 0,2594 - 4 = 0,150400 \\ \frac{\partial F}{\partial x_2} &= -26,68925855 \\ \frac{\partial F}{\partial x_3} &= 8 \cdot 1,2594 - 6 \cdot 2,2594 - \frac{20}{\operatorname{ctg}(1-1)} = 38,3644 \end{aligned}$$

2. розрахунок похибок

$$\Delta x_1 = 0,2594 \cdot (10)^{-4} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2} = 0,00000649$$

$$\Delta x_2 = 1,2594 \cdot (10)^{-4} \cdot \frac{1}{2 \cdot 1} = 0,00006297$$

$$\Delta x_3 = 2,2594 \cdot (10)^{-4} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2} = 0,00005649$$

$$\begin{aligned}
 (A) \Delta F &= 0,1504 \cdot 6,485 \cdot 10^6 \cdot 0,2594 + \\
 &+ 6,297 \cdot 10^5 \cdot 1,2597 \cdot 26,68925855 + \\
 &+ 3,6485 \cdot 10^5 \cdot 2,2594 \cdot 38,7644 = \\
 &= 0,6283088
 \end{aligned}$$

$$(A) S F = \frac{0,0283088}{0,47799200} = 0,00592245$$

$$\begin{aligned}
 (B) \Delta F &= 0,1504 \cdot 0,012 + 26,68925855 \times \\
 &\times 0,012 + 38,7644 \cdot 0,012 = 0,1467072
 \end{aligned}$$

$$(B) S F = \frac{0,1467072}{0,477992} = 0,30692397$$

Створення проекту для виконання індивідуального завдання.

```

public class Lab_1_CHM {
    public static int firstSignificantDigit(double number) {
        number = Math.abs(number);
        if (number == 0.0) return 0;
        while (number < 1.0) {
            number *= 10.0;
        }
        return (int) number;
    }
}

```

```
}
```

```
public static void main(String[] args) {  
    //    Інформація про студента  
    System.out.println("Група: ОІ-25");  
    System.out.println("ПІБ: Олег Коновалюк");  
    System.out.println("ЛР №: 1");  
    System.out.println("Варіант: 12\n");  
  
    //    Вхідні значення  
    double x1 = 0.2594;  
    double x2 = 1.2594;  
    double x3 = 2.2594;  
  
    System.out.printf("Вхідні значення:\n");  
    System.out.printf("x1 = %.5f\n", x1);  
    System.out.printf("x2 = %.5f\n", x2);  
    System.out.printf("x3 = %.5f\n\n", x3);  
  
    //    Перші значущі цифри  
    int sig1 = firstSignificantDigit(x1);  
    int sig2 = firstSignificantDigit(x2);  
    int sig3 = firstSignificantDigit(x3);  
  
    System.out.println("Перші значущі цифри:");  
    System.out.println("x1 → " + sig1);  
    System.out.println("x2 → " + sig2);  
    System.out.println("x3 → " + sig3 + "\n");  
  
    //    Граничні відносні похибки (умова А)  
    double relErr1 = x1 * Math.pow(10, -4) / (2 * sig1);  
    double relErr2 = x2 * Math.pow(10, -4) / (2 * sig2);  
    double relErr3 = x3 * Math.pow(10, -4) / (2 * sig3);  
  
    System.out.println("Граничні відносні похибки (умова А):");  
    System.out.printf("relErr1 = %.8f\n", relErr1);  
    System.out.printf("relErr2 = %.8f\n", relErr2);  
    System.out.printf("relErr3 = %.8f\n\n", relErr3);  
  
    //    Абсолютні похибки (умова А)
```

```

double dx1_A = relErr1 * Math.abs(x1);
double dx2_A = relErr2 * Math.abs(x2);
double dx3_A = relErr3 * Math.abs(x3);

System.out.println("Абсолютні похибки (умова А):");
System.out.printf("Δx1 = %.8f\n", dx1_A);
System.out.printf("Δx2 = %.8f\n", dx2_A);
System.out.printf("Δx3 = %.8f\n\n", dx3_A);

// Абсолютні похибки (умова Б)
int N = 12;
double dx1_B = N * 1e-3;
double dx2_B = N * 1e-3;
double dx3_B = N * 1e-3;

System.out.println("Абсолютні похибки (умова Б):");
System.out.printf("Δx1 = %.5f\n", dx1_B);
System.out.printf("Δx2 = %.5f\n", dx2_B);
System.out.printf("Δx3 = %.5f\n\n", dx3_B);

// Обчислення значення функції
double F = 8 * x1 * x1 + 6 * x2 * x2 + 4 * x3 * x3
          - 6 * x2 * x3 - 4 * x1 + 20 / Math.tan(x2 - x3);

System.out.printf("Значення функції F(x1,x2,x3): %.8f\n\n", F);

// Часткові похідні
double sinDiff = Math.sin(x2 - x3);
double cotgDeriv = 20 / Math.pow(sinDiff, 2);

double dFdx1 = 16 * x1 - 4;
double dFdx2 = 12 * x2 - 6 * x3 - cotgDeriv;
double dFdx3 = 8 * x3 - 6 * x2 + cotgDeriv;

System.out.println("Часткові похідні:");
System.out.printf("∂F/∂x1 = %.8f\n", dFdx1);
System.out.printf("∂F/∂x2 = %.8f\n", dFdx2);
System.out.printf("∂F/∂x3 = %.8f\n\n", dFdx3);

// Абсолютна похибка (умова А)

```

```

    double dF_A = Math.abs(dFdx1 * dx1_A + dFdx2 * dx2_A + dFdx3
* dx3_A);
    double relF_A = dF_A / Math.abs(F);

    // Абсолютна похибка (умова Б)
    double dF_B = Math.abs(dFdx1 * dx1_B + dFdx2 * dx2_B + dFdx3
* dx3_B);
    double relF_B = dF_B / Math.abs(F);

    // Вивід результатів
    System.out.println("Похибки функції:");
    System.out.printf("Абсолютна похибка (А): %.8f\n", dF_A);
    System.out.printf("Відносна похибка (А): %.8f\n", relF_A);
    System.out.printf("Абсолютна похибка (Б): %.8f\n", dF_B);
    System.out.printf("Відносна похибка (Б): %.8f\n", relF_B);
}
}

```

Приклад роботи:

ПІБ: Олег Коновалюк

ЛР №: 1

Варіант: 12

Вхідні значення:

$x_1 = 0.25940$

$x_2 = 1.25940$

$x_3 = 2.25940$

Перші значущі цифри:

$x_1 \rightarrow 2$

$x_2 \rightarrow 1$

$x_3 \rightarrow 2$

Граничні відносні похибки (умова A):

$relErr1 = 0.00000649$

$relErr2 = 0.00006297$

$relErr3 = 0.00005649$

Абсолютні похибки (умова A):

$\Delta x_1 = 0.00000168$

$\Delta x_2 = 0.00007930$

```
Абсолютні похибки (умова А):  
 $\Delta x_1 = 0.00000168$   
 $\Delta x_2 = 0.00007930$   
 $\Delta x_3 = 0.00012762$   
  
Абсолютні похибки (умова Б):  
 $\Delta x_1 = 0.01200$   
 $\Delta x_2 = 0.01200$   
 $\Delta x_3 = 0.01200$   
  
Значення функції  $F(x_1, x_2, x_3)$ :  $-0.47799200$   
  
Часткові похідні:  
 $\partial F / \partial x_1 = 0.15040000$   
 $\partial F / \partial x_2 = -26.68925855$   
 $\partial F / \partial x_3 = 38.76445855$   
  
Похибки функції:  
Абсолютна похибка (А):  $0.00283088$   
Відносна похибка (А):  $0.00592245$   
Абсолютна похибка (Б):  $0.14670720$   
Відносна похибка (Б):  $0.30692397$ 
```

Висновок:

Вивчив поняття абсолютної та відносної похибки та методи їх оцінювання. Отримав практичні знання з їх обчислення. У результаті виконаної роботи було опановано принципи визначення абсолютної та відносної похибки, а також методи їх обчислення на практичних прикладах. Проведені розрахунки показали, що найбільший вплив на значення функції мають похибки змінних x_2 і особливо x_3 , тоді як похибка x_1 майже незначна.