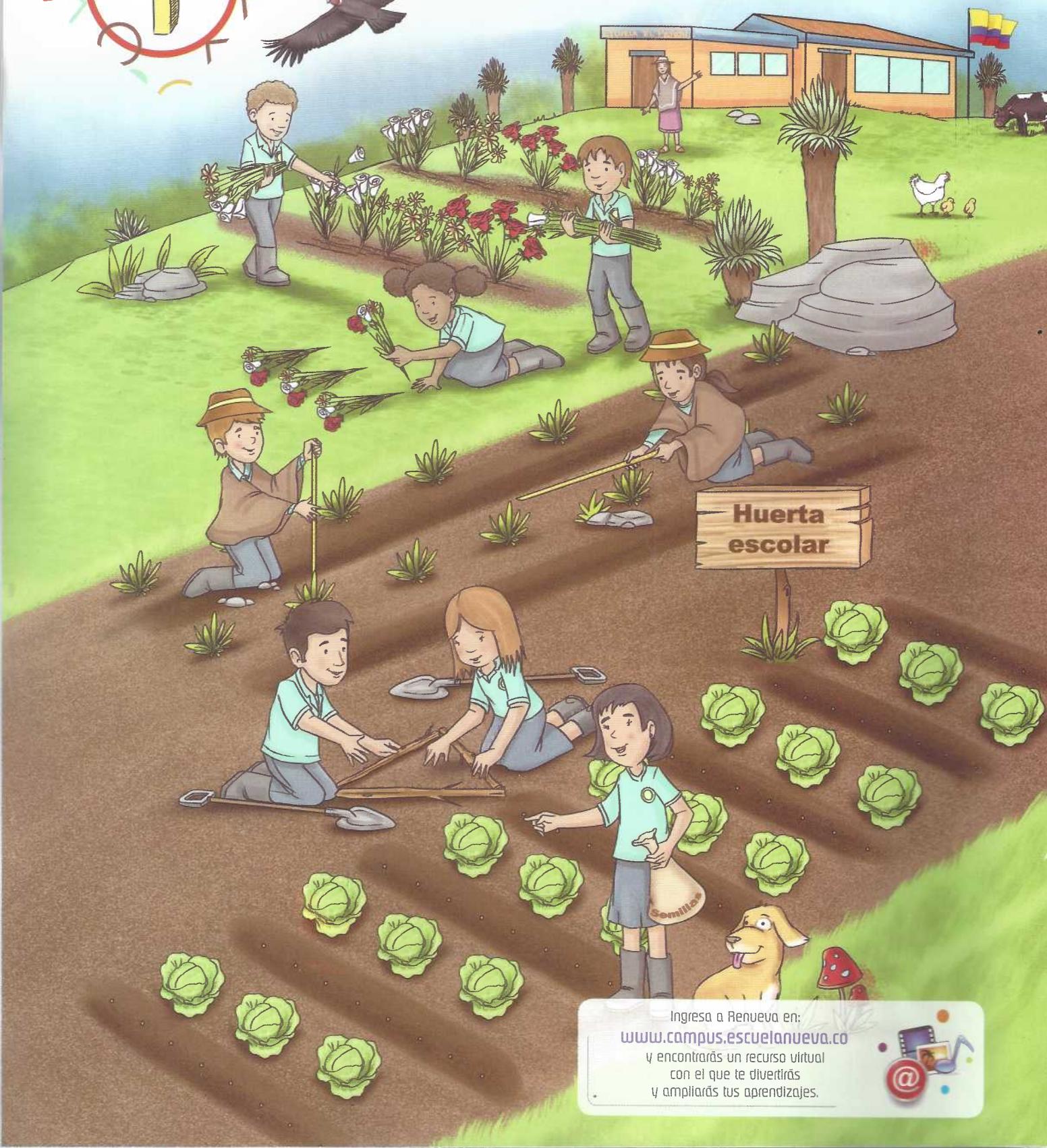


Unidad

1

Los números también cumplen reglas



Ingrésa a Renueva en:

www.campus.escuelanueva.co

y encontrarás un recurso virtual
con el que te divertirás
y ampliarás tus aprendizajes.



¿Cómo aplicamos el m.c.m. y el m.c.d. en la resolución de problemas?



Desempeño:

- Calculo el m.c.m. y el m.c.d. para resolver situaciones problema de la vida diaria.

A Actividades básicas



Trabajo en equipo

1. Leemos con atención la siguiente situación:



En una estación de trenes, hay 3 rutas de trenes que salen al mismo tiempo a las 8:00 am. El primer tren sale de la estación con una frecuencia de 15 minutos. El segundo tren sale de la estación cada 5 minutos. El tercer tren sale de la estación cada 9 minutos.



- ¿A los cuántos minutos volverán los tres trenes a salir al mismo tiempo de la estación?

2. Respondemos las siguientes preguntas sobre la situación de la actividad anterior:

- ¿Qué es lo que nos pregunta la situación?
- ¿Cómo podemos dar solución a la situación anterior?
- ¿Qué tienen en común los números que indican la frecuencia con la que pasan los trenes por la estación?
- ¿A qué nos referimos cuando hablamos de los múltiplos de un número?

3. Leemos con atención la siguiente explicación sobre la solución de la situación anterior:

Para encontrar la solución de la situación anterior, podemos realizar los siguientes pasos:

- a. Escribimos las frecuencias con las que salen los trenes:

15 minutos

5 minutos

9 minutos

- b. Encontramos los 10 primeros múltiplos de estos tres números:

$$M_{15} = 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150.$$

$$M_5 = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50.$$

$$M_9 = 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.$$

- c. Encontramos el primer múltiplo común de los tres números, es decir, el primer número que se repite en los tres.

El primer número que se repite en las tres series es 45.

- d. Entonces, podemos afirmar que los tres trenes volverán a salir de la estación al tiempo a los 45 minutos, es decir a las 8:45 am.

4. Observamos la siguiente descomposición en factores primos y comentamos las respuestas a las preguntas:

Factores de **48: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$**

Factores de **90: $2 \times 3 \times 3 \times 5$**

- ¿Cuántas veces se repite el número 2 como factor de 48?
- ¿Cuántas veces se repite el número 2 como factor de 90?
- ¿Cuántas veces se repite el número 3 como factor de 48?
- ¿Cuántas veces se repite el número 3 como factor de 90?
- ¿Cuántas veces se repite el número 5 como factor de 90?
- ¿El número 2 se repite más veces como factor de 48 o como factor de 90?
- ¿Por qué el número 5 no está entre los factores de 48?
- ¿Para qué nos sirve descomponer un número en factores primos?

5. Leemos con atención acerca del mínimo común múltiplo:

Mínimo común múltiplo

El **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) es el menor de los múltiplos comunes de dos o más números.

Para encontrar el m.c.m. de dos o más números:

- a. Descomponemos cada número en sus factores primos e identificamos los factores comunes y no comunes, así como las veces que se repiten. Por ejemplo:

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

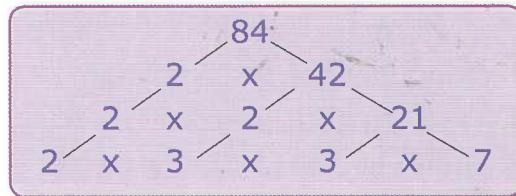
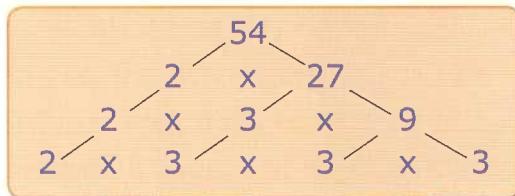
$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

Los factores comunes son el 2 (se repite cuatro veces en 48, una en 90) y el 3 (se repite una vez en 48 y dos en 90); el 5 es el factor no común.

- b. Realizamos el producto entre los factores comunes (se toma la mayor cantidad de veces que aparece en las descomposiciones) con los factores no comunes. El resultado es el mínimo común múltiplo.

En nuestro ejemplo: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 720$ (este es el m.c.m de 48 y 90).

6. A partir de la lectura del texto anterior, planteamos otro ejemplo de un mínimo común múltiplo que tenga 3 cifras.
7. Analizamos la descomposición en factores primos de los siguientes números. Las descomposiciones fueron hechas mediante el método del árbol:



8. Observamos y analizamos la descomposición de los números 54 y 84 en sus factores primos. Estas descomposiciones fueron hechas mediante el método de la división sucesiva:

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

Los factores primos de 54 son 2 y 3.

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

Los factores primos de 84 son 2, 3 y 7.

9. Hallamos el grupo de los factores primos de 54 y el grupo de los factores primos de 84. Escribimos los factores en el cuaderno:

54
2 3

84
2 3 7

- 10.** Comentamos con nuestros compañeros y compañeras las siguientes preguntas:
- ¿Por qué el número 2 es factor primo común de 54 y 84?
 - ¿Qué otro número es factor primo común de 54 y 84? ¿Cómo lo hallamos?
 - Comparamos la descomposición mediante el árbol y la descomposición mediante la división que aparecen anteriormente. ¿Cuáles números de un dígito aparecen en los dos métodos?
- 11.** Observamos los cuadros de la derecha. Comentamos cómo encontramos los factores primos de los números 40 y 90:
- 12.** Ahora descomponemos en el cuaderno los números 40 y 90 en sus factores primos. Usamos el método del árbol.
- 13.** Leemos con atención sobre el máximo común divisor:

40	2	90	2
20	2	45	3
10	2	15	3
5	5	5	5
1		1	

Máximo común divisor

El máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de estos números. Podemos encontrar el máximo común divisor de dos o más números así: multiplicamos los factores primos comunes que se repiten en la descomposición de esos números.

Por ejemplo: Juan es un carpintero y debe cortar un trozo de madera rectangular con las siguientes longitudes: 256 cm de largo y 96 cm de ancho. De ese trozo de madera, debe sacar la mayor cantidad de trozos cuadrados de madera sin que sobre ningún pedazo, y que tengan la mayor área posible.

Para saber la dimensión de cada trozo de madera, hallamos el m.c.d. de 256 y 96:

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

El factor primo común de 256 y 96 es 2.

Este se repite 5 veces; por lo tanto:

$$\text{m.c.d} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

El m.c.d. de 256 y 96 es 32

La longitud de cada lado de los trozos de madera debe ser 32 cm.

96	2
48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Además, queremos saber cuántos pedazos se obtienen del trozo de madera. Para ello, debemos conocer la medida del área del trozo inicial y la medida del área de cada trozo en que este se va a dividir. Para conocer el valor del área del trozo de madera, multiplicamos sus longitudes: 256 cm x 96 cm

$$A = 24.576 \text{ cm}^2$$



Los trozos en que se dividirá el trozo de madera inicial serán cuadrados. Para conocer el valor del área de cada cuadrado de madera: $32 \text{ cm} \times 32 \text{ cm}$

$$A = 1.024 \text{ cm}^2$$

Dividimos el valor del área del trozo de madera inicial entre el valor del área de los cuadrados de madera. Así, obtenemos 24 cuadrados.

$$24.576 \text{ cm}^2 \div 1.024 \text{ cm}^2 = 24$$

14. Con nuestros compañeros y compañeras de la mesa de trabajo, escribimos en el cuaderno un ejemplo de m.c.d. Frente a cada paso del procedimiento realizado, escribimos lo que hicimos.
15. Ahora observamos y analizamos con atención el siguiente ejemplo:



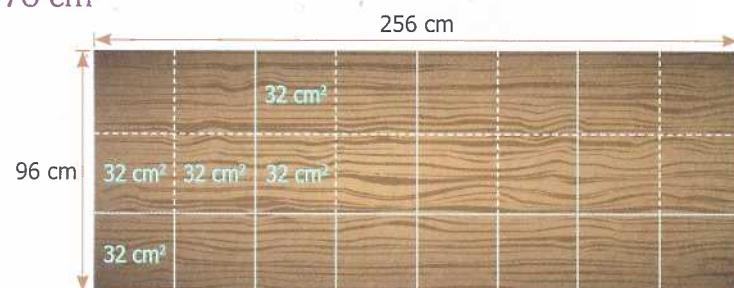
También podemos hallar el área del trozo de madera y el número de cuadrados de la actividad 13 de otra manera. Utilizamos la descomposición y la potenciación así:



$$\begin{aligned} 256 \text{ cm} \times 96 \text{ cm} &= 4 \times (64 \text{ cm} \times 64 \text{ cm}) + 8 \times (32 \text{ cm} \times 32 \text{ cm}) \\ &= 4 \times (64 \text{ cm})^2 + 8 \times (32 \text{ cm})^2 \\ &= 4 \times (4.096 \text{ cm}^2) + 8 \times (1.024 \text{ cm}^2) \\ &= 16.384 \text{ cm}^2 + 8.192 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Área del trozo de madera = 24.576 cm^2

Podemos dividir los cuadrados de $64 \text{ cm} \times 64 \text{ cm}$ por la mitad. Obtenemos 4 cuadrados de $32 \text{ cm} \times 32 \text{ cm}$ cada uno:



Contamos la cantidad de cuadrados que se formaron. Obtuvimos 24 cuadrados en total.



Presentamos nuestro trabajo a la profesora o al profesor.

B

Actividades de práctica



Trabajo en equipo

- Leemos la siguiente situación problema y pensamos en un procedimiento para resolverla:



Carlos tiene 3 montones de racimos de bananas. Cada montón es de diferente tamaño.

Él quiere empacar los bananas en el menor número de bolsas de fique, pues desea ser solidario con el medio ambiente. Para ello, debe empacar en cada bolsa el mayor número posible de bananas. Todas las bolsas deben quedar con la misma cantidad y no debe sobrar ninguno.

- El primer montón de racimos tiene 750 bananas.
- El segundo montón de racimos tiene 1.000 bananas.
- El tercer montón de racimos tiene 1.250 bananas.

Tratemos de no emplear bolsas de plástico, pues tardan en degradarse entre 150 y 600 años. Usemos bolsas hechas con materiales biodegradables, como las elaboradas a base de fique o de algodón.



- Analizamos el siguiente procedimiento, que da solución a la situación anterior:



Buscamos los factores primos comunes del número de bananas que tiene cada uno de los tres montones de racimos. El menor número primo es 2.

Los números 2 y 5 son los únicos factores primos comunes.

Al multiplicar los factores primos que se repiten (comunes) en las tres cantidades, obtenemos el m.c.d.

En este caso: $2 \times 5 \times 5 \times 5 = 250$

m.c.d. (750, 1.000, 1.250) = 250

250 es el número de bananas que debe tener cada bolsa. Así, se utiliza el menor número posible de bolsas y no sobra ningún banana.

750	2	1000	2	1250	2
375	5	500	2	625	5
75	5	250	2	125	5
15	5	125	5	25	5
3	3	25	5	5	5
1		5	5	1	
		1			

3. Leemos y analizamos la siguiente situación:



Una empresa transportadora de Bucaramanga trabaja con varios buses para cubrir 3 rutas diferentes.

El recorrido de los buses iniciales de las rutas 1, 2 y 3 comienza a las 5 a.m. Luego los siguientes buses de estas rutas salen del paradero según las siguientes frecuencias:



Ruta 1: cada 25 minutos.



Ruta 2: cada 30 minutos.

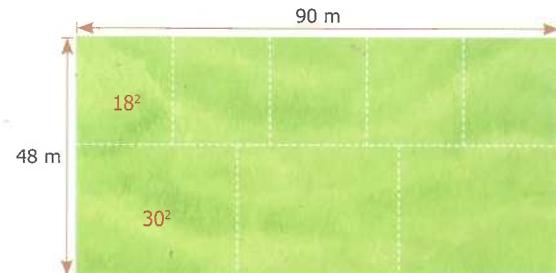


Ruta 3: cada 35 minutos.

4. En el cuaderno, hacemos los procedimientos para responder las siguientes preguntas. Las preguntas son sobre la situación anterior:

- ¿A qué hora vuelven a salir al mismo tiempo las tres rutas?
- Al cabo de 1 hora, ¿cuántos buses han salido del paradero?
- Al cabo de 1 hora, ¿cuál es la ruta de la cual han salido más buses?
- En promedio, un bus de la ruta 1 moviliza 55 pasajeros en un recorrido.
 - Si este bus de la ruta 1 hace 8 recorridos durante el día, ¿cuál es el número de pasajeros movilizados?
 - Si el costo por pasajero es \$1.650, ¿cuánto dinero recoge el bus en el día después de los 8 recorridos?

5. Utilizamos la descomposición y la potenciación para hallar el área del terreno de la derecha. El terreno tiene 90 m de largo y 48 m de ancho. Este se encuentra parcelado como aparece en la imagen:



6. Analizamos la siguiente situación y respondemos las preguntas:



En una finca, el día de la cosecha se recolectaron 2.028 manzanas y 2.772 naranjas. El granjero quiere acomodar las frutas en cajas. Él pretende que en el menor número de cajas haya:

- El mismo número de naranjas y manzanas.
 - El mayor número de naranjas y manzanas posible.
- ¿Cuántas naranjas y manzanas debe haber en cada caja?
 - ¿Cuántas cajas son necesarias para que no sobre ninguna fruta?

7. Analizamos y resolvemos la siguiente situación problema en el cuaderno:



Doña Ramona es una vendedora de café al por menor. Ella compró 3 bultos de café de diferentes tamaños:

- El bulto A contiene 540 libras.
- El bulto B contiene 360 libras.
- El bulto C contiene 250 libras.

Con el café de los 3 bultos, ella quiere hacer pequeños paquetes con igual cantidad de libras. Doña Ramona quiere que no sobre café en ninguno de estos paquetes.

- ¿Cuánta es la máxima cantidad de libras que puede contener cada paquete de café?

Debo hallar
el m.c.d. para solucionar
esta situación.



Presentamos nuestro trabajo a la profesora o al profesor.



Actividades de aplicación



Trabajo con mi familia

1. Planteo una situación problema en donde pueda aplicar el máximo común divisor. Resuelvo la situación en mi cuaderno.
2. Creo una situación problema en donde pueda utilizar el mínimo común múltiplo. Resuelvo la situación en mi cuaderno.
3. Le comento a mi familia los problemas que propuse y resolví. Les explico a mis familiares las aplicaciones del m.c.m. y del m.c.d. en la vida diaria.

