N.S.I. Écriture binaire d’un nombre entier

Cours

1) Écriture décimale d'un nombre entier : la base 10 (rappel)

En numération décimale (en base 10), on décompose un nombre entier en une somme de puissances de 10.
Il y a 10 valeurs possibles pour le multiplicateur devant chaque puissance de 10.
Ce sont les chiffres de l'écriture décimale : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Par exemple : 365 = 3 × … + 6 × … + 5 × … = 3 × … + 6 × … + 5 × …

✎ Si on respecte la place des chiffres, on peut éviter d'écrire les puissances de 10 (*numération positionnelle*)

2) Écriture binaire d'un nombre entier : la base 2.

En numération binaire (en base 2), on décompose un nombre entier en une somme de puissances de 2.
Il y a 2 valeurs possibles pour le multiplicateur devant chaque puissance de 2. Il n'y a que deux chiffres en binaire : 0 et 1

2^7 = …	2^6 = …	2^5 = …	2^4 = …	2^3 = …	2^2 = …	2^1 = …	2^0 = …

Exemple : 25 = 16 + 8 + 1 = 1 × 16 + 1 × 8 + 0 × 4 + 0 × 2 + 1 × 1 = 1 × 2^4 + 1 × 2^3 + 0 × 2^2 + 0 × 2^1 + 1 × 2^0

⇨ Donc l’écriture 1 1 0 0 1 représente le nombre 25 en base 2. C’est ***l’écriture binaire*** du nombre 25.

⇨ On note alors : $(11001)_2 = (25)_{10}$

Calcule la valeur décimale des nombres dont l’écriture binaire est :

- $(10101)_2 = (\ ...\ )_{10}$

16	*8*	*4*	*2*	*1*
1	0	1	0	1

- $(1011)_2 = (\ ...\ )_{10}$

8	*4*	*2*	*1*

- $(11000)_2 = (\ ...\ )_{10}$

16	*8*	*4*	*2*	*1*

- $(11111)_2$ = …
- $(101011)_2$ = …
- $(1110101)_2$ = …

Donner l'écriture binaire de 23, 53 et 241.

Donne l’écriture binaire des nombres entiers de 0 à 31.

0		8		16		24	
1		9		17		25	
2		10		18		26	
3		11		19		27	
4		12		20		28	
5		13		21		29	
6		14		22		30	
7		15		23		31	

3) Algorithmes pour trouver l’écriture binaire d'un entier

Méthode 1 : On soustrait la plus grande puissance de 2 présente dans le nombre et on recommence avec le reste jusqu'à obtenir un reste égal à zéro. ☝ Il faut d’abord déterminer la plus grande puissance de 2 présente dans le nombre.

Méthode 2 : On divise le nombre par 2 (division euclidienne) et on recommence avec le quotient, jusqu'à ce que le quotient soit égal à zéro. La suite des restes fournit l'écriture binaire. Le dernier reste obtenu est le chiffre de gauche de l'écriture binaire.

« Il y 10 catégories de personnes, celles qui connaissent le binaire et celles qui ne le connaissent pas ! ».

4) Nombre de bits de l'écriture binaire.

⇨ *bit* : contraction de *binary digit*

Le bit est la plus petite quantité d'information que l'on puisse transmettre : uniquement deux états possibles.

Avec 1 bit, on ne peut donc coder que deux valeurs (0 ou 1) … Ce qui est peu ! ⇨ 1 bit : ☐ ou ☐
Pour coder davantage de valeurs, il faut utiliser plusieurs bits.

⇨ Écris (en binaire puis en décimal), toutes les valeurs que l'on peut coder

sur 2 bits :	sur 3 bits :	sur 4 bits :
☐☐ ☐☐ ☐☐ ☐☐	☐☐☐ ☐☐☐ … …	

Combien de nombres différents peut-on coder sur :

⇨ 1 bit : … ⇨ 2 bits : … ⇨ 3 bits : … ⇨ 4 bits : …
⇨ 8 bits : … ⇨ 16 bits : … ⇨ 24 bits : … ⇨ 32 bits : …

Quel est le plus grand nombre entier que l'on peut coder sur :

⇨ 1 bit : … ⇨ 2 bits : … ⇨ 4 bits : …
⇨ 8 bits : … ⇨ 10 bits : … ⇨ 24 bits : …

5) Bit / Byte / Octet

1 bit : ☐ ← contenant 0 ou 1 1 octet: ☐☐☐☐☐☐☐☐ ← chaque ☐ contenant 0 ou 1

Un **octet** est une succession de … … .
Sur un octet, on peut donc coder un nombre entier compris entre … et … .

Le **byte** (à prononcer "baïte") est le mot anglais correspondant au mot français "octet".
✋ Attention de ne pas confondre le **bit** (abréviation : b minuscule) avec le **byte** (abréviation : B majuscule).

À retenir : un b minuscule représente un bit, un B majuscule un byte et un o minuscule un octet.
1 byte = … octet = … bits … B = … o = … b

6) MSB/LSB : bit de poids fort (Most Significant Bit) / bit de poids faible (Least Significant Bit)

Dans l'écriture binaire d'un nombre, le bit de poids fort (MSB) est le bit le plus à gauche. C'est celui qui représente la plus grande puissance de 2 présente dans le nombre.
Le bit de poids faible (LSB) est le bit le plus à droite. C'est en quelque sorte le chiffre des unités du nombre.

7) Multiples de l'octet

	Préfixe	*Symbole*	*Multiplicateur*
Préfixes décimaux	**kilo**		
	Méga		
	Giga		
	Téra		

	Préfixe	*Symbole*	*Multiplicateur*
Préfixes binaires	**kibi**		
	Mébi		
	Gibi		
	Tébi		

N.S.I. Écriture hexadécimale d'un nombre

Cours

L'écriture décimale d'un entier ne convient pas à un ordinateur puisque les ordinateurs fonctionnent en base 2. L'écriture binaire d'un entier convient mal à un humain puisque il y a beaucoup de chiffres 0 et 1 pour écrire un nombre et il est difficile de percevoir la valeur du nombre en écriture binaire. Pour concilier les deux, on a trouvé une adaptation de la base 2 pour que l'écriture d'un nombre comporte moins de chiffres : la base 16 !

1) La base 16 et l'écriture hexadécimale

16^6	16^5	16^4	16^3	16^2	16^1	16^0
…	…	…	…	256	16	1

Exemples : en base 10 ⇨ 65 = 6 × 10 + 5 — en base 16 ⇨ 65 = 4 × 16 + 1 × 1 — $(65)_{10} = (41)_{16}$

en base 10 ⇨ 98 = … × 10 + … — en base 16 ⇨ 98 = … × 16 + … × 1 — $(98)_{10}$ = (… $)_{16}$

en base 10 ⇨ 257 = … — en base 16 ⇨ 257 = … — $(257)_{10}$ = (… $)_{16}$

La base 16 permet d'écrire des nombres avec peu de chiffres :

9 × 256 + 3 × 16 + 1 = 2353 donc $(2353)_{10} = (931)_{16}$

13 × 256 + 8 × 16 + 15 = 3471 donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

Il y a un problème ! il doit y avoir 16 symboles différents pour chaque chiffre de l'écriture hexadécimale !

Chiffre hexadécimal																
Valeur	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	…	…	…	…	…

Exemples :

13 × 256 + 8 × 16 + 15 × 1 = 3471 donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

12 × 16 + 12 × 1 = … donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

7 × 256 + 11 × 16 + 2 × 1 = … donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

15 × 16 + 15 × 1 = … donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

… × 16 + … × 1 = 122 donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

… × 256 + … × 16 + … × 1 = 4000 donc (… $)_{10}$ = (… … … $)_{16}$

✎ Quel est le plus grand nombre entier que l'on peut coder avec deux chiffres en hexadécimal ?

…

✎ Quel est le plus grand nombre entier que l'on peut coder avec six chiffres en hexadécimal ?

…

2) Lien entre l'écriture binaire et l'écriture hexadécimale

Puisque $16 = 2^4$, il est facile de passer de l'écriture binaire à l'écriture hexadécimale.
On groupe les chiffres de l'écriture binaire par 4 et chaque groupe donne un chiffre de l'écriture hexadécimale :

$192_{10} = 11000000_2$ ⇨ $\boxed{1100}_2$ $\boxed{0000}_2$ → 12_{10} 0_{10} → C_{16} 0_{16} donc $192_{10} = C0_{16}$

168_{10} = … … … … … … … … $_2$ $\boxed{… … … …}_2$ $\boxed{… … … …}_2$ → $\boxed{}_{10}$ $\boxed{}_{10}$ → … $_{16}$ … $_{16}$ donc 168_{10} = … … $_{16}$

Inversement :

AE_{16} = ? $_2$ = ? $_{10}$ ⇨ A_{16} E_{16} → 10_{10} 14_{10} → $\boxed{1010}_2$ $\boxed{1110}_2$ donc AE_{16} = … … … … … … … … $_2$ = … $_{10}$

$D7_{16}$ = ? $_2$ = ? $_{10}$ ⇨ … $_{16}$ … $_{16}$ → … $_{10}$ … $_{10}$ → $\boxed{… … … …}_2$ $\boxed{… … … …}_2$ donc … … $_{16}$ = … … … … … … … … $_2$ = … $_{10}$