变结构控制理论

主讲：王珮
电话：15319948586
E-mail：nwpuiet@nwpu.edu.cn
办公室:航天北楼201室

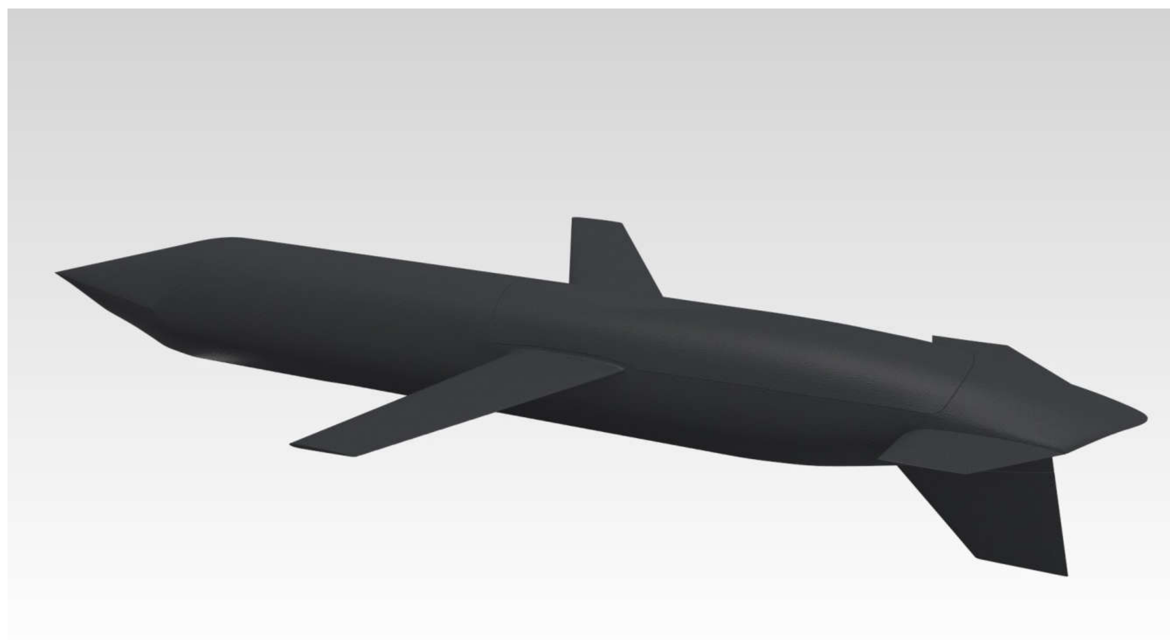
主要内容

★ 导弹变结构自动驾驶仪设计

★ 变结构制导律设计

问题1：这两种导弹有哪些显著的不同之处？

问题2：你认为这两种导弹如果要转弯需要怎么实现？



第七章　导弹变结构自动驾驶仪设计

问题1：导弹姿态控制方式有哪几种？

BTT导弹的特点：

1. 有效升力更大，提高机动能力；

2. 俯仰通道在主升力面内跟踪导引指令；

3. 滚动通道控制最大升力面内快速对准目标；

4. 偏航通道保证侧滑角近似为零，减小诱导滚转力矩；

5. 采用极坐标操纵体制，主升力面对准目标。

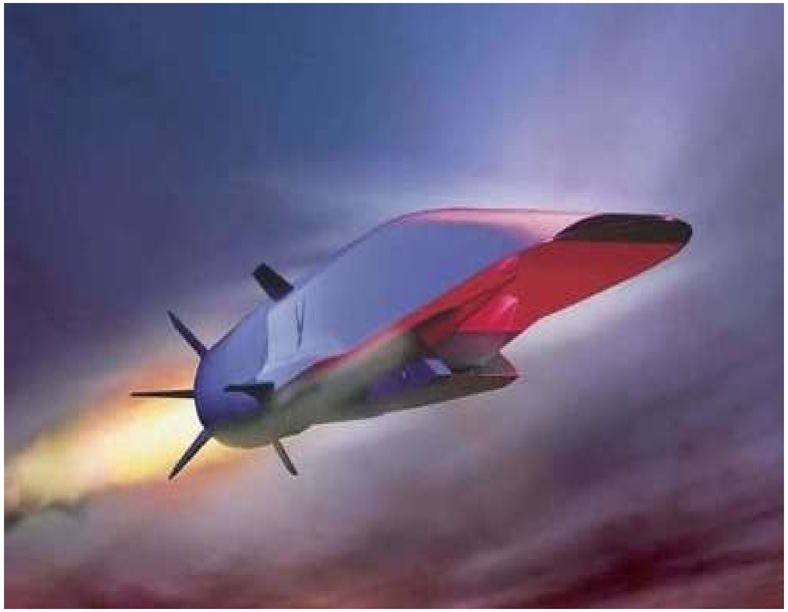
BTT导弹的自动驾驶仪设计面临的问题：

1. 参数大范围快速时变；

2. 由于滚转作用三通道间存在较强的耦合作用；

3. 侧滑角近似为零的协调控制

4. 快速性、高精度



对自动驾驶仪设计要求：

1. 强鲁棒性，快速响应；

2. 大稳定域；

7.1 BTT导弹运动方程

动力学耦合项

$$\dot{\alpha} = \omega_z - \omega_x\beta - a_4\alpha - a_5\delta_z \qquad \dot{\beta} = \omega_y + \omega_x\alpha - b_4\beta - b_5\delta_y$$

动力学耦合项

惯性耦合项

$$\dot{\omega}_z = -a_1\omega_z - a_1'\dot{\alpha} - a_2\alpha - a_3\delta_z + \frac{J_x - J_y}{J_z}\omega_x\omega_y$$

惯性耦合项

$$\dot{\omega}_y = -b_1\omega_y - b_1'\dot{\beta} - b_2\beta - b_3\delta_y + \frac{J_z - J_x}{J_y}\omega_x\omega_z$$

惯性耦合项

$$\dot{\omega}_x = -c_1\omega_x - c_3\delta_x + \frac{J_y - J_z}{J_x}\omega_y\omega_z$$

$$n_y = \frac{Va_4}{g}\alpha \qquad n_z = -\frac{Vb_4}{g}\beta$$

7.2 自动驾驶仪设计思路

1. 单通道设计
   - 分离滚转通道，采用单通道设计；
   - 将滚动通道的耦合项作为干扰来处理；

2. 多变量系统
   - 俯仰、偏航通道作为两输入两输出的线性时变多变量系统进行设计；

3. 鲁棒性
   - 采用全程滑动模态变结构设计方法；

7.3 滚转通道自动驾驶仪设计

7.3.1 建立误差模型

选择滚转角和滚转角速率为状态变量：

$$X_p = \begin{bmatrix} \gamma & \omega_x \end{bmatrix}^T$$

得到滚转通道的状态方程

$$X_p = A(t) X_p + B(t) U_p + Df$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -c_1(t) \end{bmatrix} \qquad B(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -c_3(t) \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$f = (J_y - J_z)\omega_y \omega_z / (57.3 \times J_x)$$

考虑参数摄动： $\Delta c_1(t) = c_1(t) - \bar{c}_1(t)$ $\Delta c_3(t) = c_3(t) - \bar{c}_3(t)$

$$X_p = [A_p(t) + \Delta A_p(t)]X_p + [B_p(t) + \Delta B_p(t)]U_p + Df$$

$$A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\bar{c}_1(t) \end{bmatrix} \qquad B_p(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\bar{c}_3(t) \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\Delta c_1(t) \end{bmatrix} \qquad \Delta B_p(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\Delta c_3(t) \end{bmatrix}$$

参考模型选取为： $\gamma_m = \dfrac{1}{T_m^2 S^2 + 2\xi_m T_m S + 1}$

$$\dot{X}_m(t) = A_m X_m(t) + B_m \gamma_c$$

$$X_m = [\gamma_m \omega_m]^T \quad A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\dfrac{1}{T_m^2} & -\dfrac{2\xi_m}{T_m} \end{bmatrix} \quad B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{T_m^2} \end{bmatrix}$$

定义模型参考控制系统的误差向量为：

$$e(t) = X_m(t) - X_p(t)$$

误差模型为：

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) + [A_m - A_p(t)]X_p + B_m\gamma_c - B_p(t_i)U_p - \Delta A_p(t)X_p$$
$$-[\Delta B_p(t_i) + B_p(t) - B_p(t_i)]U_p - Df$$

其标称模型为： $\dot{e}(t) = A_m e(t) + [A_m - A_p(t)]X_p + B_m\gamma_c - B_p(t_i)U_p$

检验完全跟踪的模型匹配条件

$$rank\begin{bmatrix} B_r & A_m - A_r \end{bmatrix} = rank\begin{bmatrix} B_r \end{bmatrix}$$

$$rank\begin{bmatrix} B_r & B_m \end{bmatrix} = rank\begin{bmatrix} B_r \end{bmatrix}$$

7.3.2 变结构控制律设计

选取的滑动模态为：

$$S=\begin{bmatrix}k & 1\end{bmatrix}e-\begin{bmatrix}k & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\exp\ -\theta_1(t-t_i)] & \\ & \exp[-\theta_2(t-t_i)]\end{bmatrix}e(t_i)$$

若根据性能指标要求选择的滑动模态运动极点为

$$k=\theta_1=\theta_2=-\lambda_x$$

变结构控制律取为： $U_p=u_M+u_V$

匹配控制律：

$$\mathrm{u_M}=\mathrm{B_{p2}^{-1}}\begin{bmatrix}0 & \mathrm{I_m}\end{bmatrix}(\mathrm{A_m}-\mathrm{A_p})\mathrm{X_p}+\mathrm{B_{p2}^{-1}}\begin{bmatrix}0 & \mathrm{I_m}\end{bmatrix}\mathrm{B_m}\gamma_{\mathrm{c}}-\mathrm{B_{p2}^{-1}}\begin{bmatrix}0 & \mathrm{I_m}\end{bmatrix}\times\mathrm{Df}$$

将匹配控制律代入误差模型则：

$$\dot{e}(t) = A_m e(t) - B_p(t_i)u_V - \Delta A_p(t)X_p - [\Delta B_p(t_i) + B_p(t) - B_p(t_i)]U_p$$

$$u_V = \frac{g(t)}{\bar{c}_3(t_i)} \cdot \mathrm{sgn}(S)$$

利用变结构控制律的设计方法，推导可得

$$g(t) = (1 - a_6)^{-1}[a_1\|e\| + a_2\|x_p\| + a_3\|u_m\| + a_4 + a_5 \exp(-\beta_{\min} t)] + \varepsilon$$

7.4 俯仰-偏航通道自动驾驶仪设计

7.4.1 建立误差模型

采用系数冻结法得：

$$\dot{\alpha} = \frac{57.3g}{Va_4}\dot{n}_y \qquad \dot{\beta} = -\frac{57.3g}{Vb_4}\dot{n}_z$$

$$\dot{n}_y = -a_4 n_y + \frac{a_4\omega_x}{57.3b_4}n_z + \frac{a_4 V}{57.3g}\omega_z - \frac{a_4 a_5 V}{57.3g}\delta_z$$

$$\dot{n}_z = -b_4 n_z - \frac{b_4\omega_x}{57.3a_4}n_y - \frac{b_4 V}{57.3g}\omega_y + \frac{b_4 b_5 V}{57.3g}\delta_y$$

选取状态变量： $X_r = \begin{bmatrix} n_y & n_z & \omega_z & \omega_y \end{bmatrix}^T$

控制输入： $U_r = \begin{bmatrix} \delta_z & \delta_y \end{bmatrix}^T$

$$\dot{X}_r(t) = A_r(t_i)X_r + B_r(t_i)U_r + [\Delta A_{r_i} + \Delta A_r(t)]X_r + [\Delta B_{ri} + \Delta B_r(t)]U_r$$

选取参考模型的状态变量及外部输入指令：

$X_m = \begin{bmatrix} n_{ym} & n_{zm} & \omega_{zm} & \omega_{ym} \end{bmatrix}^T$ $R = \begin{bmatrix} n_{yc} & n_{zc} \end{bmatrix}^T$

选择的参考模型状态方程为

$$\dot{X}_m(t) = A_m(t_i)X_m + B_m(t_i)R$$

7.4.2 变结构控制律设计

选取的滑动模态为：

$$S = C(t_i)e - C(t_i)E(t - t_i)e(t_i)$$

若根据性能指标要求选择的滑动模态运动极点为 $\lambda_z = \lambda_y = \lambda$

$$\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = \theta_4 = -\lambda \qquad C(t_i) = \begin{bmatrix} -\lambda \dfrac{g}{V\overline{a}_4} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda \dfrac{g}{V\overline{b}_4} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

变结构控制律取为： $U_p = u_M + u_V$

误差模型满足完全模型跟踪的模型匹配条件，则匹配控制律为：

$$u_M = B_{r2}^{-1}\begin{bmatrix}0 & I_m\end{bmatrix}(A_m - A_r)X_r + B_{r2}^{-1}\begin{bmatrix}0 & I_m\end{bmatrix}B_m R$$

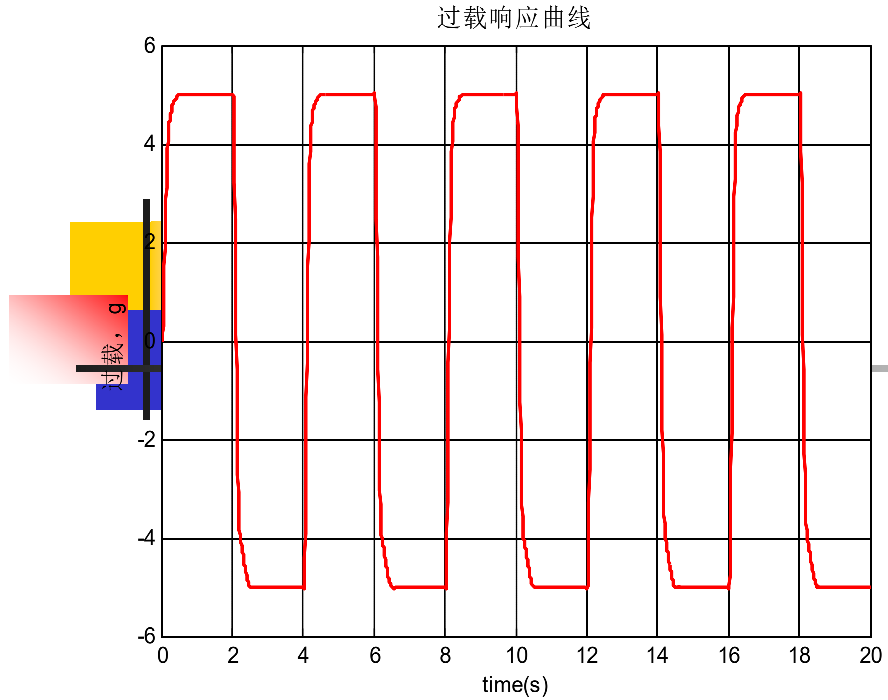
代入误差模型为：

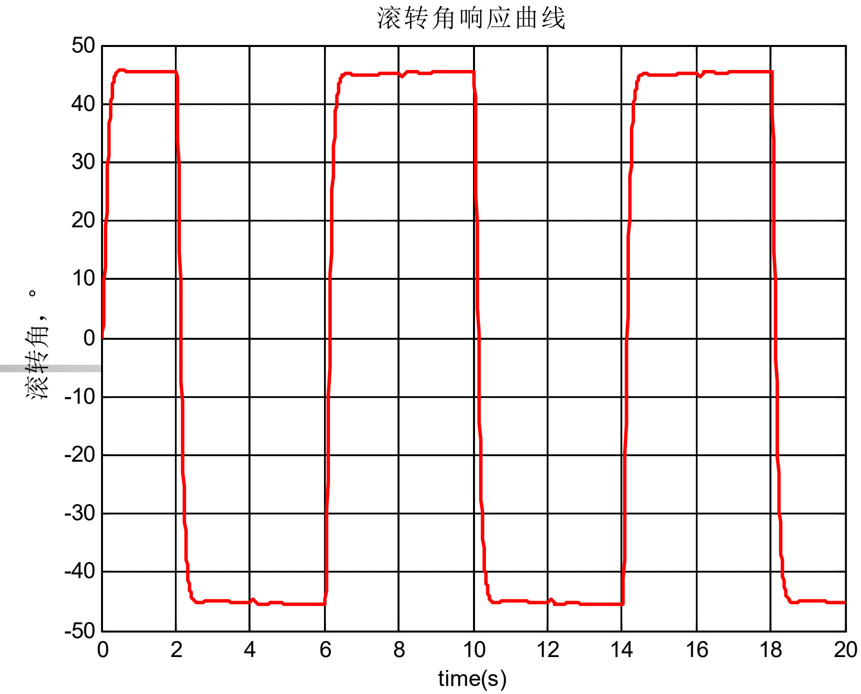
$$\dot{e}(t) = A_m(t_i)e(t) - B_r(t_i)u_V - [\Delta A_{ri} + \Delta A_r(t)]X_r - [\Delta B_{ri} + \Delta B_r(t)]U_r$$

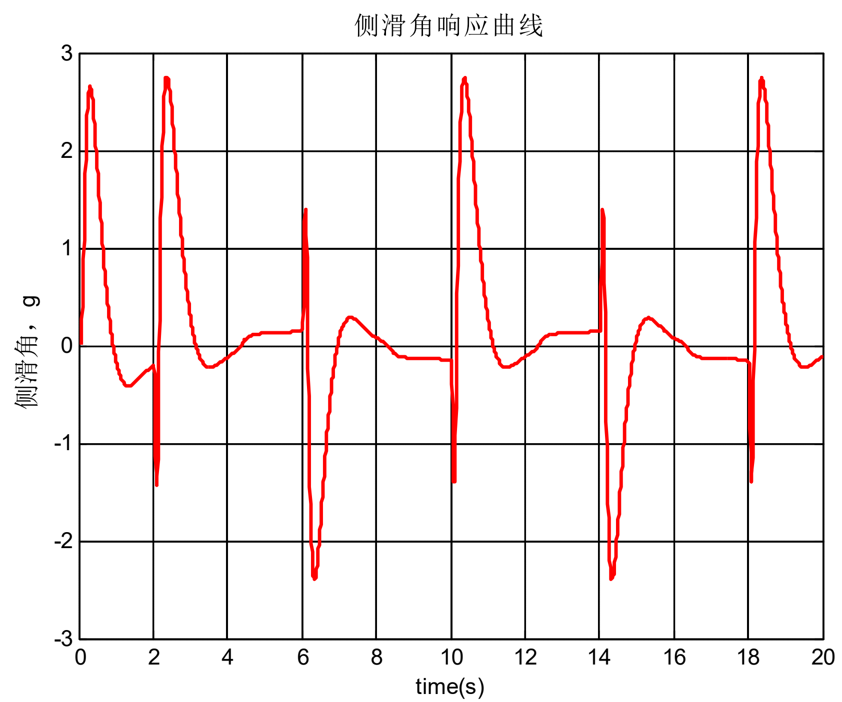
取变结构控制律为：

$$u_V = g(t)\times\begin{bmatrix}\dfrac{1}{\bar{a}_1'\bar{a}_5 - \bar{a}_3} & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{\bar{b}_1'\bar{b}_5 - \bar{b}_3}\end{bmatrix}\times\mathrm{sgn}(S)$$

$$g(t) = (1 - a_5)^{-1}\{a_1\|e\| + a_2\|X_r\| + a_3\|u_M\| + a_4\exp[\lambda_r(t - t_i)]\} + 0.5$$


过载响应曲线
过载，g
time(s)
6
4
2
0
-2
-4
-6
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20


滚转角响应曲线
滚转角，°
time(s)
50
40
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20


侧滑角响应曲线
侧滑角，g
time(s)
3
2
1
0
-1
-2
-3
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

第八章 变结构制导律设计

8.1 弹目相对运动模型

设在 Δt 内，视线倾角的增量为 Δq：

$$\sin \Delta q = \Delta y_3 / R \approx \Delta q$$

对时间两次微分：

$$\Delta \ddot{q} = -a_1(t)\Delta q - a_2(t)\Delta \dot{q} + c(t)\Delta \ddot{y}_3(t)$$

式中：$$a_1(t) = \frac{\ddot{R}(t)}{R(t)};a_2(t) = \frac{2\dot{R}(t)}{R(t)};c(t) = \frac{1}{R(t)}$$

$$\Delta \ddot{y}_3(t) = -a_{my3}(t) + a_{ty3}(t)$$

$$\Delta\ddot{q} = -a_1(t)\Delta q - a_2(t)\Delta\dot{q} - c(t)a_{my3}(t) + c(t)a_{ty3}(t)$$

$$\ddot{q} = -a_1(t)q - a_2(t)\dot{q} - c(t)a_{my3}(t) + c(t)a_{ty3}(t)$$

选择状态变量为：　$x_1 = q, x_2 = \dot{q}$

则状态方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1(t) & -a_2(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -c(t) \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ c(t) \end{bmatrix} f$$

$$u = a_{my3} \qquad f = a_{ty3}$$

8.2 变结构制导律设计

选取的滑动模态为：　$S = \dot{q}$

采用趋近律方法设计制导律：

$$\dot{S} = -\varepsilon sign(s), \varepsilon > 0$$

由相对运动模型得：

$$\dot{S} = \ddot{q} = -a_1(t)q - a_2(t)\dot{q} - c(t)u + c(t)f = -\varepsilon sign(S)$$

得到制导律的表达式为：

$$u = -\ddot{R}q - 2\dot{R}\dot{q} + f + \varepsilon sign(S)$$

由于f无法准确得到，如果已知：$\left| f \right| \leq \ k$

$$u = -\ddot{R}q - 2\dot{R}\dot{q} + ksign(S)$$

将u代入 $\dot{S}$ 表达式可得：

$$\dot{S} = c(t)(f - ksign(s))$$

选择李雅普诺夫函数为：$V = \dfrac{1}{2}S^2$

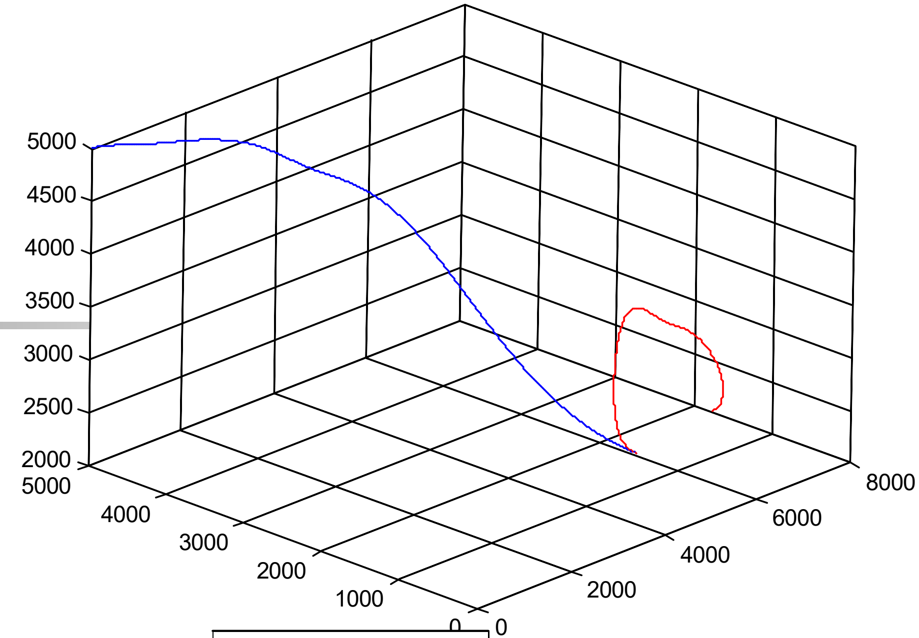
则：$\dot{V} = S\dot{S} = c(t)(fs - kssign(s)) \leq 0$

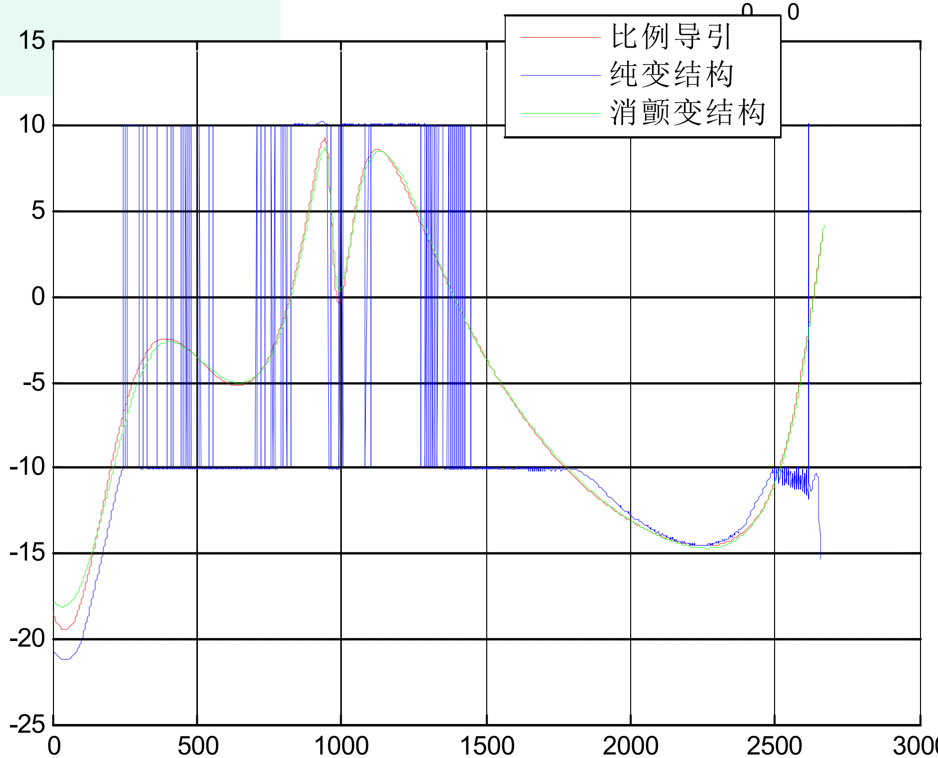
如果：$\dot{R}(t) \approx \dot{R} = const, \ddot{R}(t) = 0$

$$u = -2\dot{R}\dot{q} + ksign(S)$$

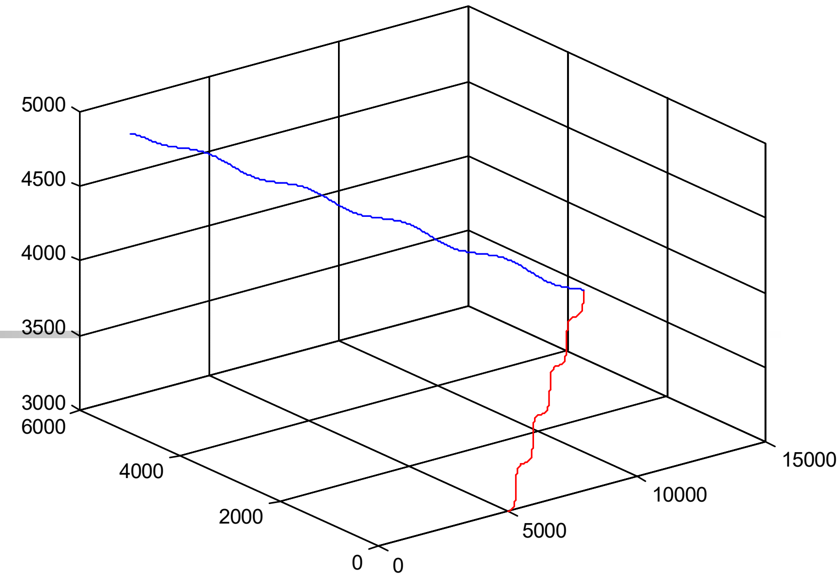
1.目标做等过载运动

比例导引	**7.795**
纯变结构	4.572
消颤变结构	5.092

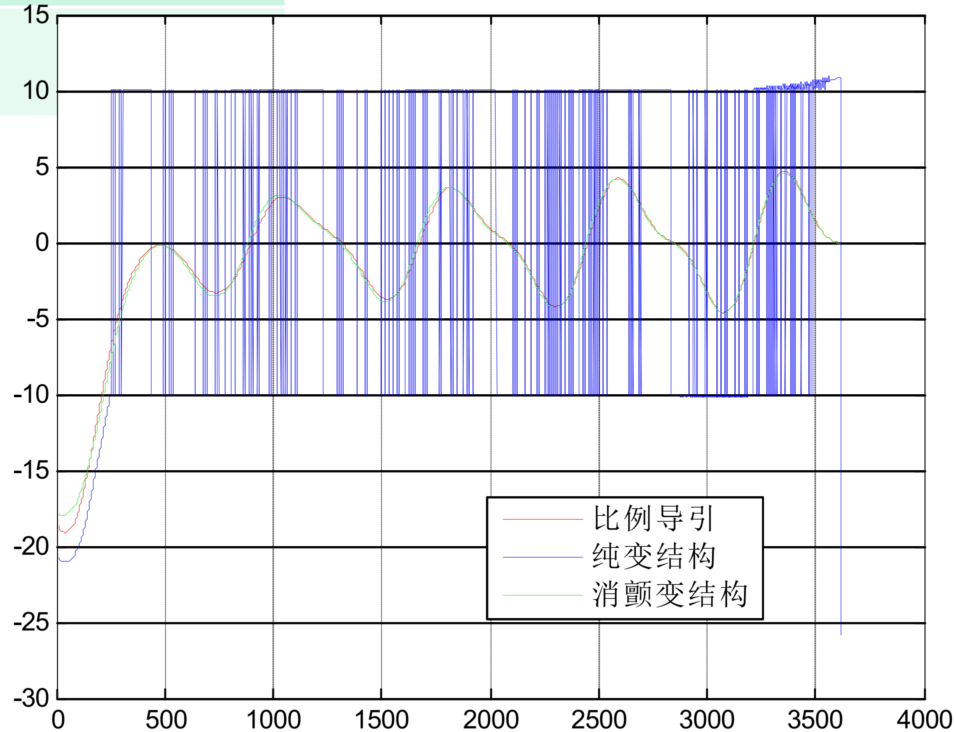




2.目标做正弦机动

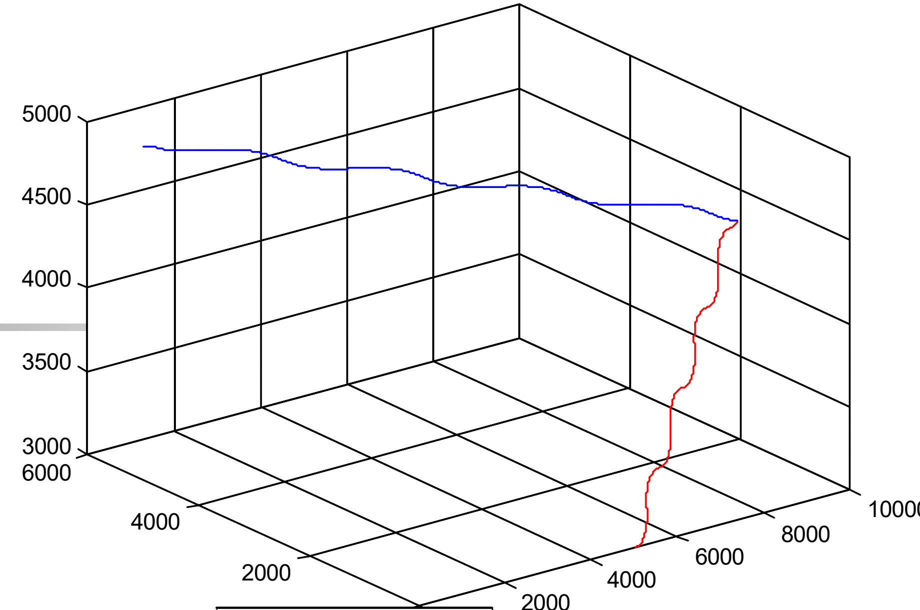


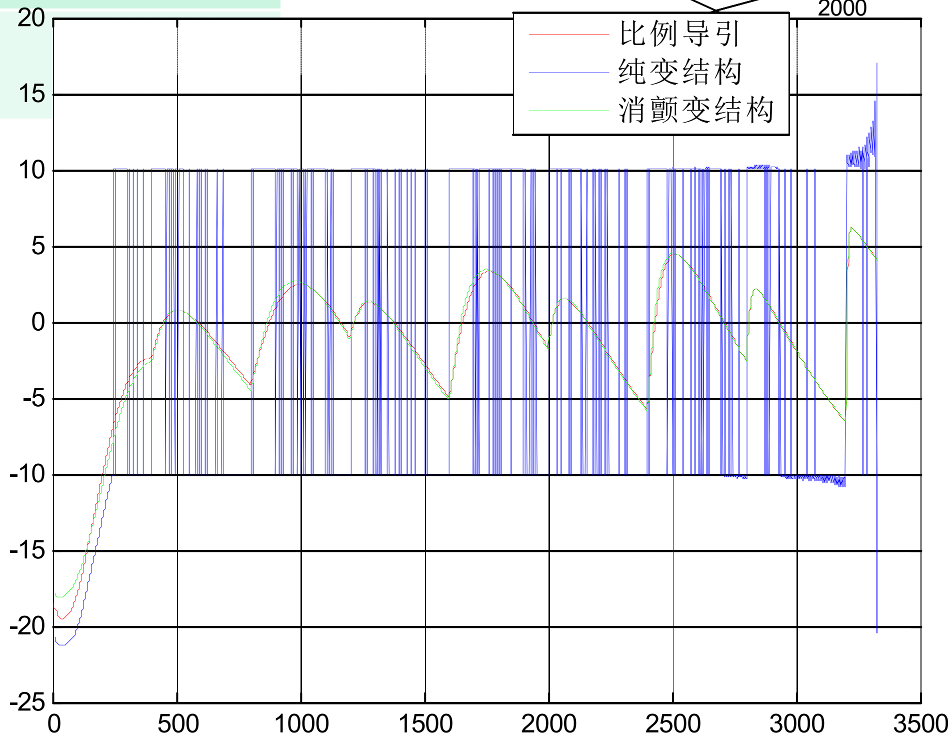
比例导引	**11.48**
纯变结构	7.97
消颤变结构	7.17



3.目标做方波机动

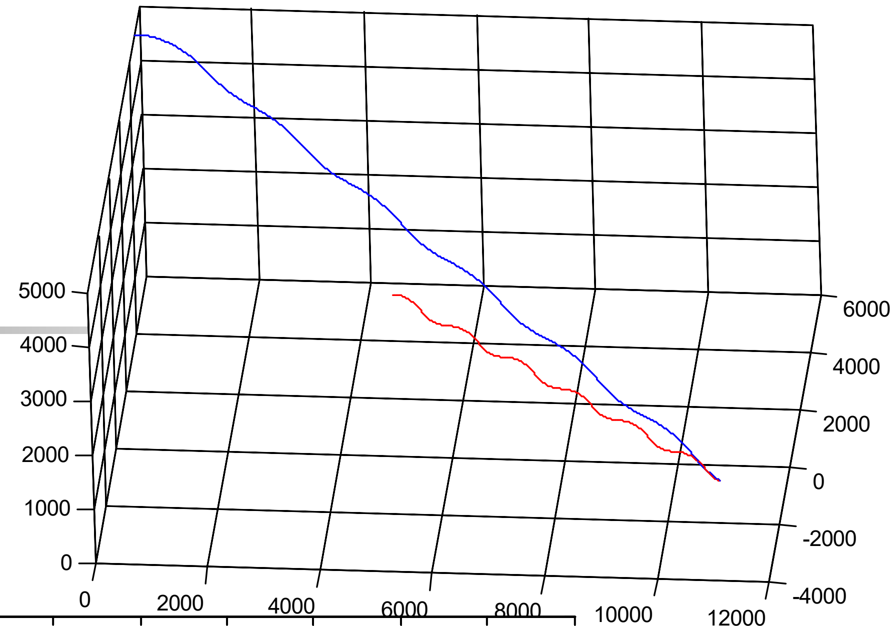
比例导引	**9.565**
纯变结构	4.631
消颤变结构	5.435

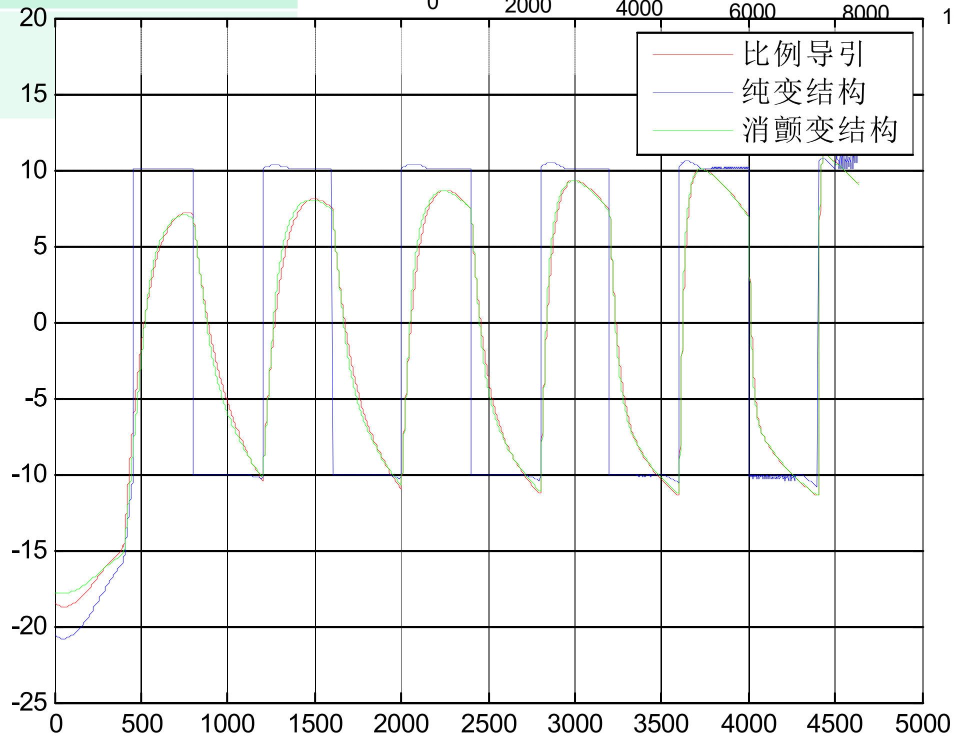




4.目标做负方波机动

比例导引	**10.55**
纯变结构	5.746
消颤变结构	5.013





课程考核：

1. 书面考试：成绩占比60%

1. 考试范围：课程介绍内容；

2. 时间课程结束后第二周，随堂考试

3. 考试时间：2小时

2. 大作业：成绩占比30%

1. 分别采用自适应控制、变结构控制针对任意选择的被控对象设计控制系统；

2. 以报告形式说明整个设计过程、程序实现情况、设计结果，附源程序(注明Matlab版本)；

3. 提交时间：8月15日之前发送

3. 课堂表现：成绩占比10%

1. 课堂参与程度、问答、到课情况；