5.3 由 $G(s)=\dfrac{(s-1)(s+2)}{(s+1)(s-2)(s+3)}$ 得

系统能控能观.

原系统零点: $s_1=1$, $s_2=-2$

原系统极点: $s_1=-1$, $s_2=2$, $s_3=-3$

期望系统极点. $s_1=s_2=-2$, $s_3=-3$

$$f^*(\lambda)=(\lambda+2)^2(\lambda+3)=\lambda^3+7\lambda^2+16\lambda+12$$

原系统: $G(s)=\dfrac{(s-1)(s+2)}{(s+1)(s-2)(s+3)}=\dfrac{s^2+s-2}{s^3+2s^2-5s-6}$

$\Rightarrow A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\6&5&-2\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$. $C=[-2\quad 1\quad 0]$

$$f(\lambda)=|\lambda I-A|=\lambda^3+2\lambda^2-5\lambda-6$$

$$K=[a_0^*-a_0\quad a_1^*-a_1\quad a_2^*-a_2]$$
$$=[18\quad 21\quad 5]$$

5.6 ① 能控性.

$$B=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix},\quad A=\begin{bmatrix}-2&1\\1&0\end{bmatrix}$$

$$AB=\begin{bmatrix}-2&1\\1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-2\\1\end{bmatrix}$$

$$Q_c=\begin{bmatrix}1&-2\\0&1\end{bmatrix}$$ 满秩

② 能观性

$$C=\begin{bmatrix}1&2\end{bmatrix}$$

$$CA=\begin{bmatrix}1&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2&1\\1&0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1\end{bmatrix}$$

$$Q_o=\begin{bmatrix}1&2\\0&1\end{bmatrix}$$ 满秩

综上，系统能控且能观

② 令 $K = [k_1 \quad k_2]$

$$A - bK = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2-k_1 & 1-k_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c(A-bK) = [-k_1 \quad 1-k_2]$$

$$Q_0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -k_1 & 1-k_2 \end{bmatrix}$$

$$|Q_0| = 0 \Rightarrow k_2 = 2k_1 + 1$$

5.11. ① 令 $P=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$，$Q=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，

$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$，$A^TP+PA=-Q$

$\Rightarrow \begin{bmatrix} -c-d & a-d \\ a-d & 1+b \end{bmatrix}=-\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow P=\begin{bmatrix} a & -2 \\ 3 & d \end{bmatrix}$ 不是对称阵

$\Rightarrow$ 不是渐近稳定

② $A=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$

$AB=\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

$Q_c=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 满秩，系统能控

由于系统能控，则加入状态反馈可以使系统镇定

4. $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$, $C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}$

$$CA=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

$$CA^2=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & 3 & 0\end{bmatrix}$$

$$Q_0=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 0\end{bmatrix}$$ 满秩

系统能观

$$f^*(\lambda)=(\lambda+1)(\lambda+1)(\lambda+2)$$
$$=\lambda^3+4\lambda^2+5\lambda+2$$

令 $K=\begin{bmatrix}k_1\\ k_2\\ k_3\end{bmatrix}$ $f(\lambda)=|\lambda I-(A-KC)|$

$$=\begin{vmatrix}\lambda+k_1-1 & -1 & -1\\ k_2-1 & \lambda-2 & 1\\ k_3 & -1 & \lambda\end{vmatrix}$$

令 $f(\lambda)=f^*(\lambda)$ $\Rightarrow k_1=1,\ k_2=-\frac{4}{7},\ k_3=0$