



正弦交流电路的功率

第11章

主讲人：邹建龙

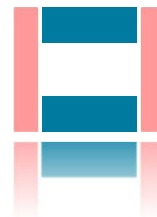
时 间： 年 月 日

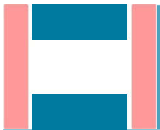




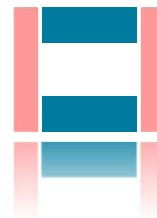
11 正弦交流电路的功率——主要内容

- 引言
- 11.1 瞬时功率
- 11.2 平均功率（有功功率）
- 11.3 无功功率
- 11.4 复功率
- 11.5 视在功率和功率因数
- 11.6 交流电流功率的守恒性和相互关系
- 小结





11 正弦交流电路的功率——引言

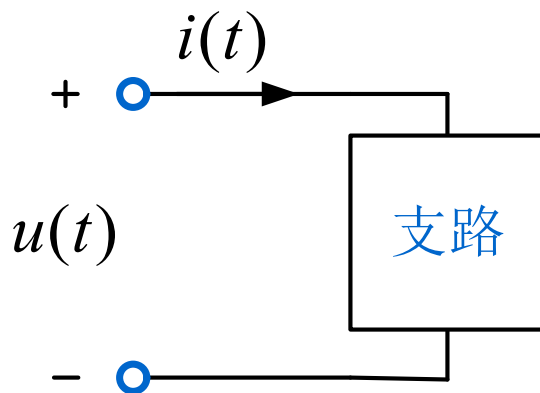


11.1 瞬时功率

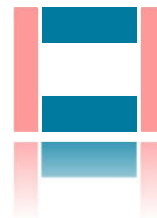
瞬时功率的定义：

支路的瞬时功率定义为电压与电流的乘积

$$p(t) = u(t)i(t)$$

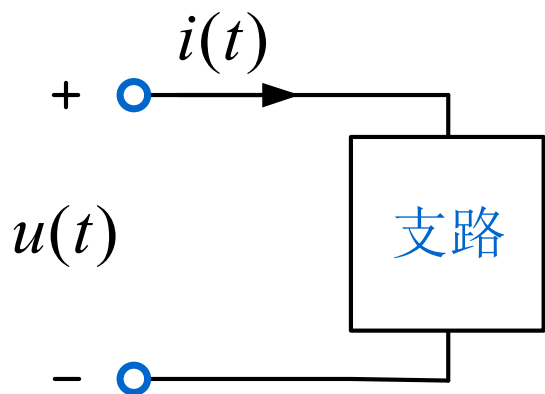


瞬时功率是功率的通用定义，既适用于正弦交流电路，也适用于其他电路。



11.1 瞬时功率

正弦交流电路任意支路瞬时功率的表达式：



$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

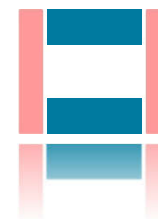
$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$p(t) = u(t)i(t)$$

$$= \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

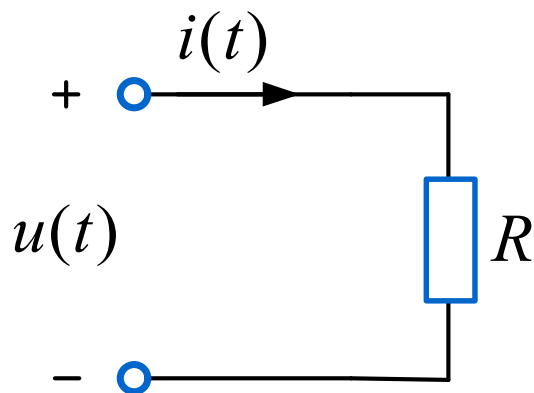
$$= UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

正弦交流电路瞬时功率为周期函数，其角频率等于电压和电流角频率的两倍，且与电压、电流相位有关。



11.1 瞬时功率

正弦交流电路电阻瞬时功率的表达式：



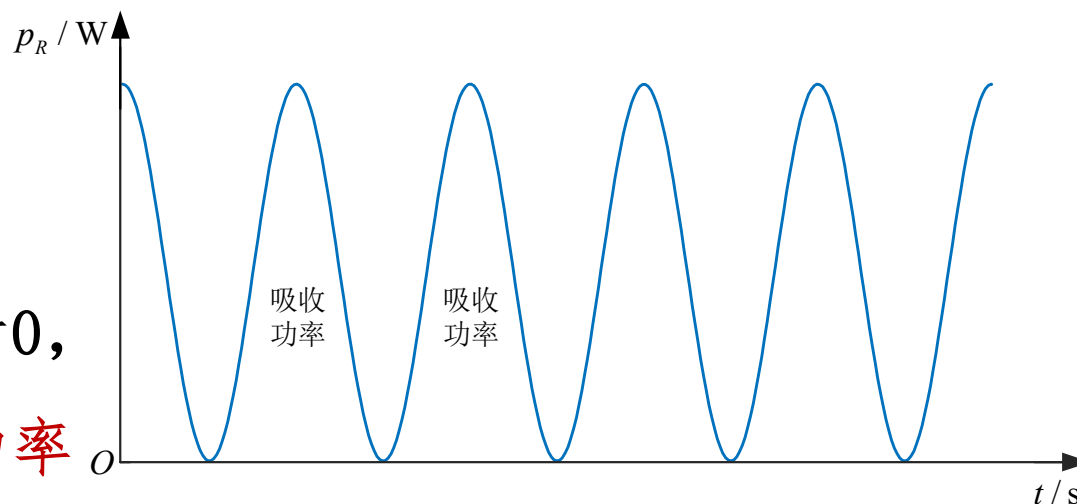
$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$\begin{aligned} p_R(t) &= UI \cos(2\omega t + 2\varphi_u) + UI \cos 0^\circ \\ &= UI [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] \end{aligned}$$

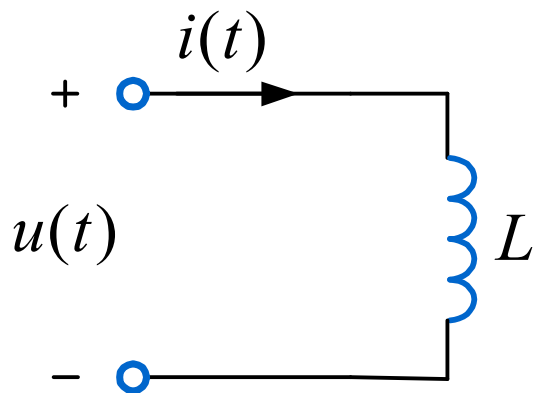
在关联参考方向下，电阻电压与电流同相位。

电阻瞬时功率始终大于0，
意味着电阻始终吸收功率



11.1 瞬时功率

正弦交流电路电感瞬时功率的表达式：



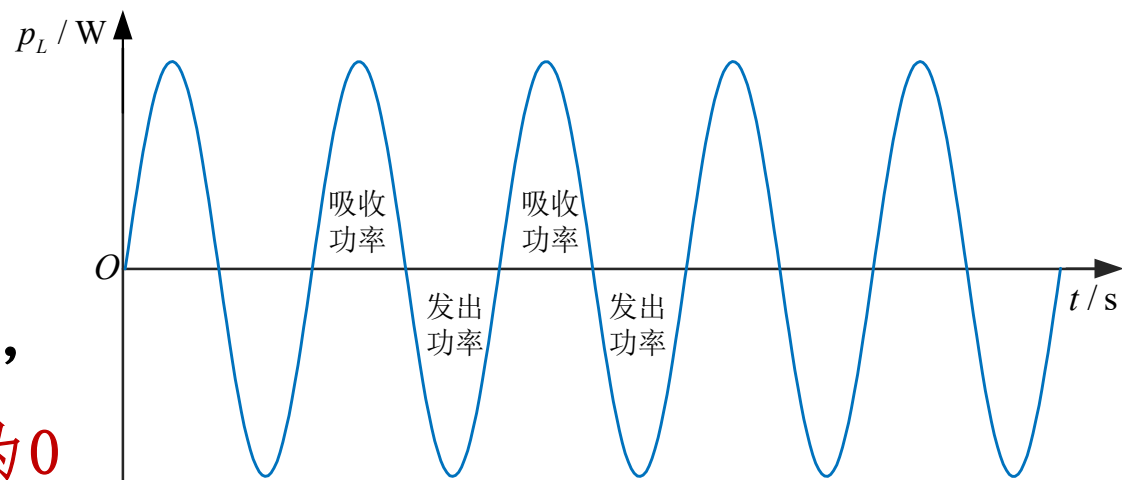
$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_u - 90^\circ)$$

$$p_L(t) = UI \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$$

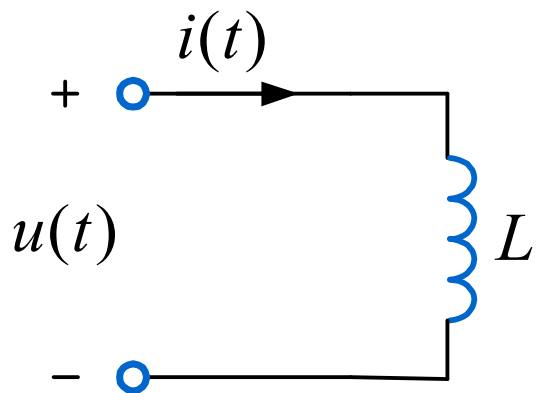
在关联参考方向下，电感电流滞后电压90度。

电感吸收和发出功率
交替进行，吸收=发出，
意味着电感平均功率为0



11.1 瞬时功率

正弦交流电路电容瞬时功率的表达式：



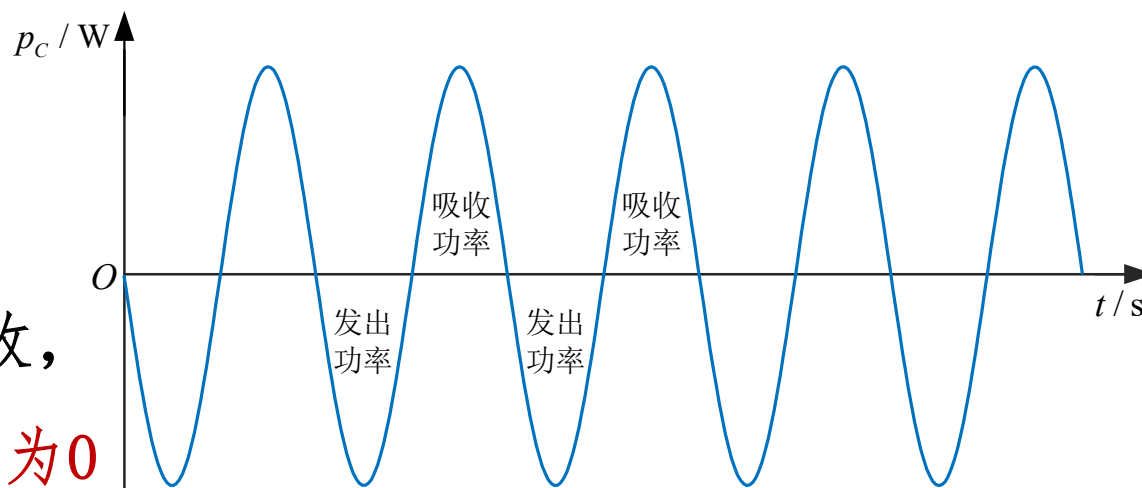
$$u(t) = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_u + 90^\circ)$$

$$p_C(t) = -UI \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$$

在关联参考方向下，电容电流超前电压90度。

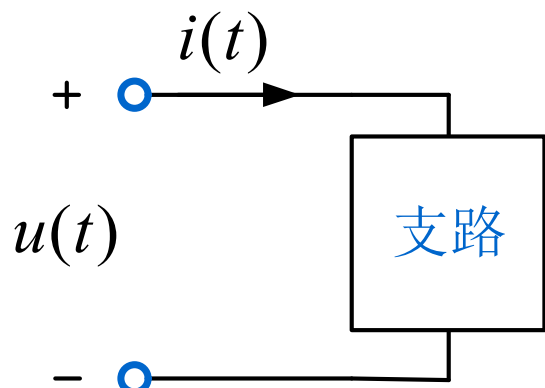
电容发出和吸收功率
交替进行，发出=吸收，
意味着电容平均功率为0



11.2 平均功率（有功功率）

正弦交流电路支路平均功率的定义：

瞬时功率在一个周期内的平均值，即



$$p(t) = u(t)i(t)$$

$$= \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$= UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

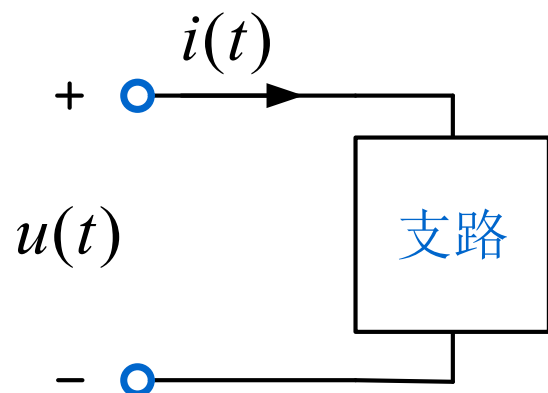
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos(\varphi_u - \varphi_i)$$

$$P = UI \cos \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

□ 正弦交流电路支路平均功率是做功的功率，**又称有功功率**

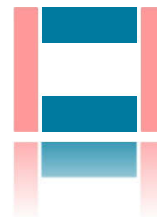
□ 平均功率的定义**适用于任意周期电路**，包括正弦交流电路

11.2 平均功率（有功功率）



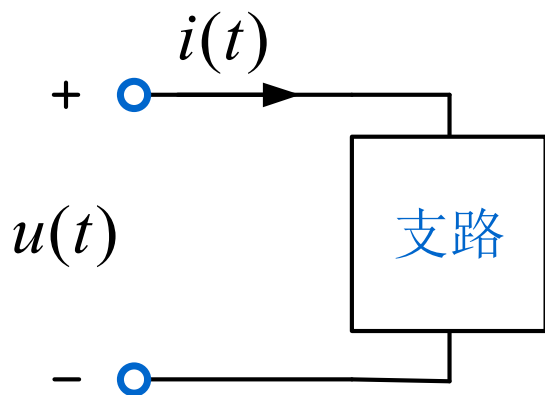
$$P = UI \cos \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

- 平均功率（有功功率）与瞬时功率的单位均为瓦特（W）
- 支路电压与电流的相位差对平均功率（有功功率）影响很大
- 在关联参考方向下，平均功率代表吸收的平均功率
- 在非关联参考方向下，平均功率代表发出的平均功率



11.2 平均功率（有功功率）

电阻、电感、电容的有功功率

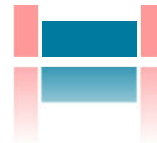


$$P = UI \cos \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$P_R = UI \cos 0^\circ = UI \geq 0 \text{ W} \quad \square \text{ 电阻始终吸收有功功率}$$

$$P_L = UI \cos 90^\circ = 0 \text{ W} \quad \square \text{ 电感有功功率为0，平均不做功}$$

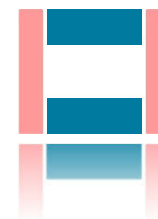
$$P_C = UI \cos(-90^\circ) = 0 \text{ W} \quad \square \text{ 电容有功功率为0，平均不做功}$$



11.2 平均功率（有功功率）

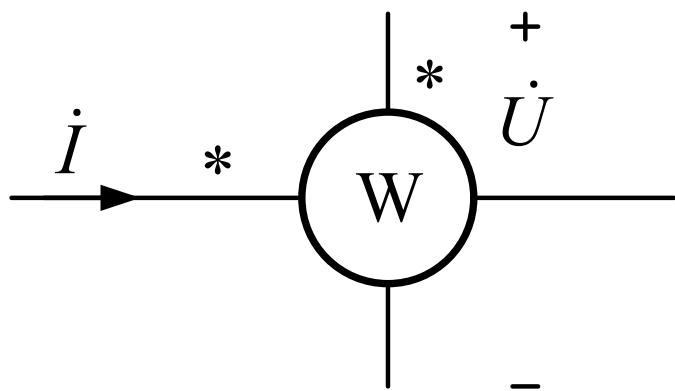
有功功率表达式总结

电路模型	有功功率表达式
任意一个支路	$P = UI \cos \varphi, \varphi = \varphi_u - \varphi_i$
电阻	$P_R = UI = I^2 R = U^2 / R$
电感	$P_L = 0 \text{ W}$
电容	$P_C = 0 \text{ W}$



11.2 平均功率（有功功率）

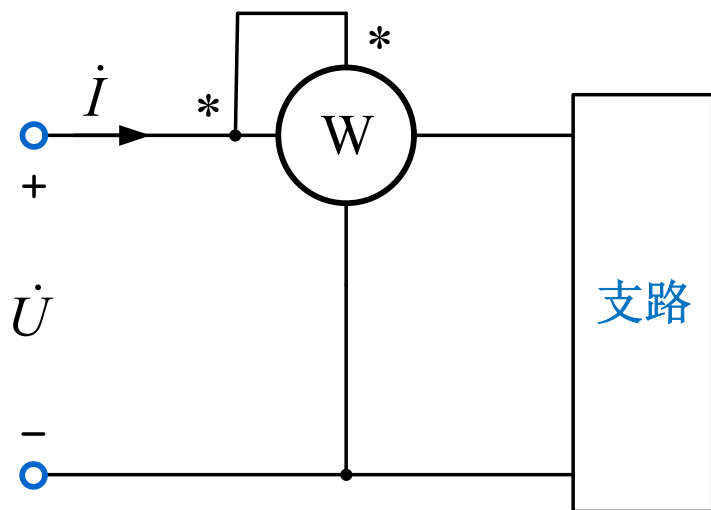
与有功功率测量相关的功率表简介



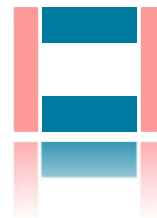
* 端子代表电压正极和电流流入

功率表读数表达式：

$$P = UI \cos \varphi \quad \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$



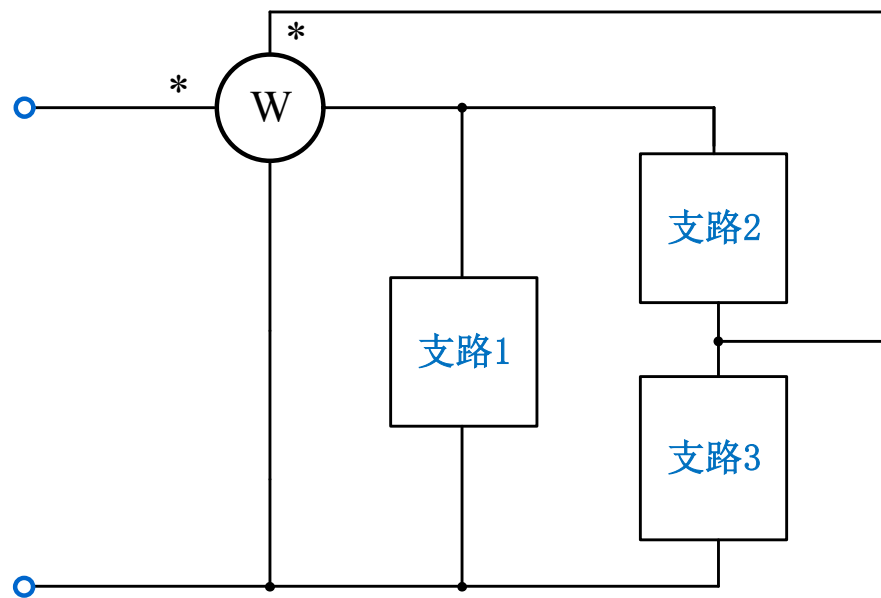
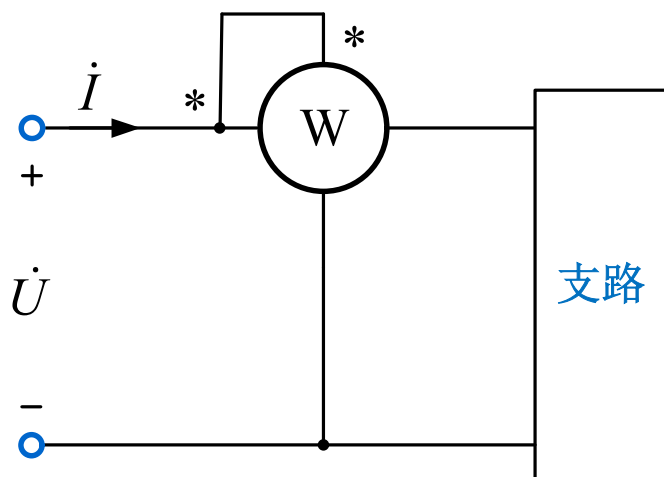
用功率表测量支路吸收有功功率
的电路原理图



11.2 平均功率（有功功率）

与有功功率测量相关的功率表简介

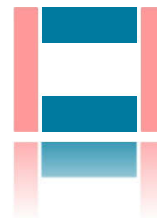
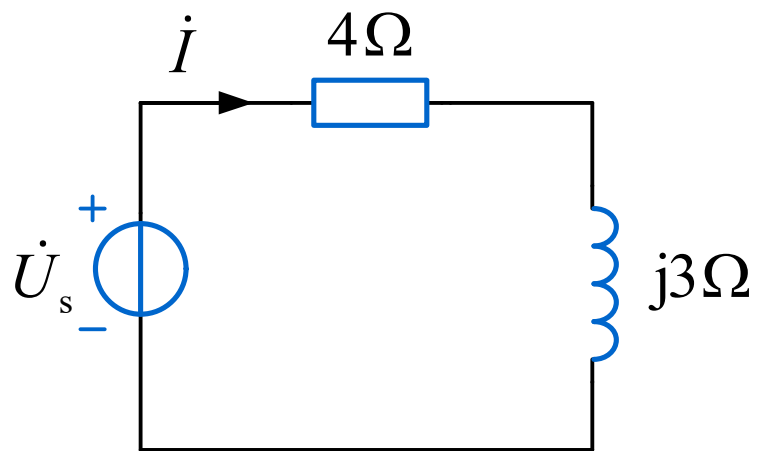
- ❑ 在正弦交流电路中，如果功率表的电压与电流恰好是某一支路的电压和电流，则功率表的读数**代表支路有功功率**；
- ❑ 如果功率表的电压与电流不是某一支路的电压和电流，则此时功率表读数**不代表支路有功功率**，其真正的含义要具体问题具体分析



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题1（基础）

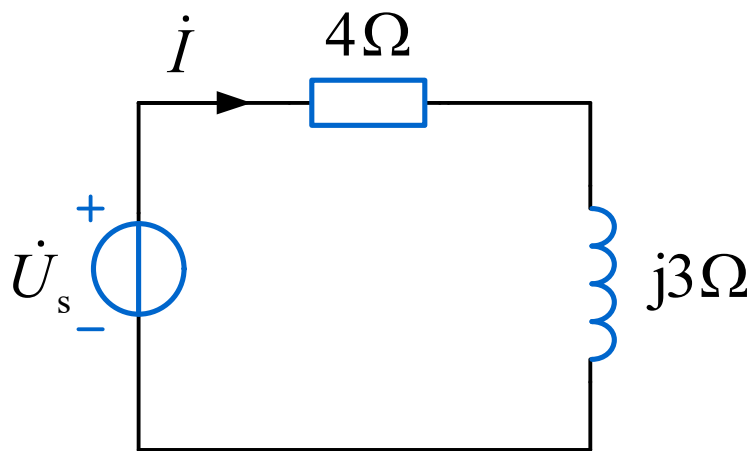
已知正弦交流电路电压源电压有效值为10 V，求电阻吸收的有功功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

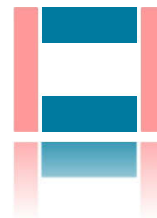
例题1（基础）

已知正弦交流电路电压源电压有效值为10 V，求电阻吸收的有功功率。



$$I = \left| \frac{\dot{U}_s}{4 + j3} \right| = \frac{10}{5} = 2 \text{ A}$$

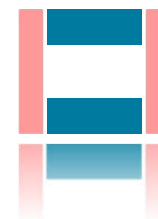
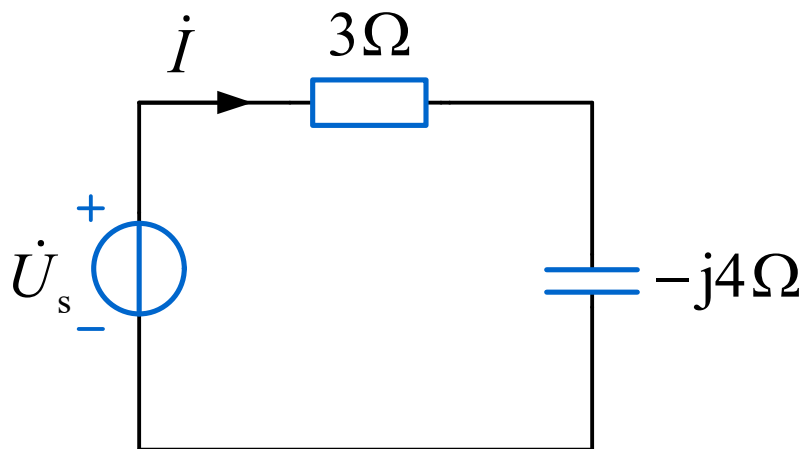
$$P = I^2 R = 2^2 \times 4 = 16 \text{ W}$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题1（基础）

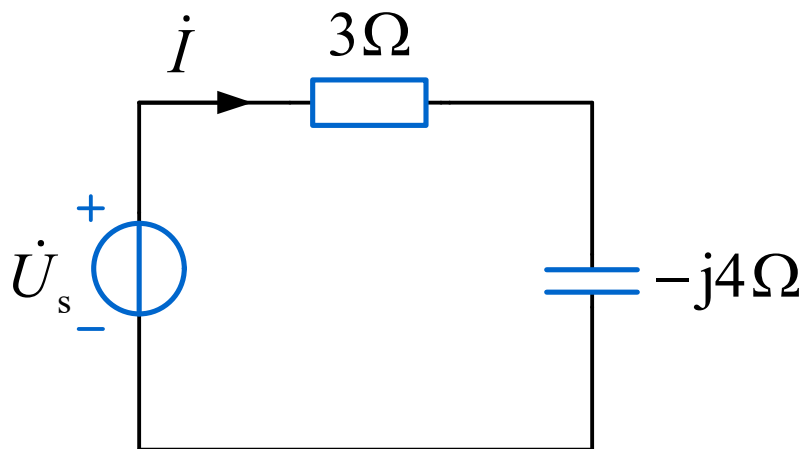
已知正弦交流电路电压源电压有效值为10 V，求电阻吸收的有功功率。



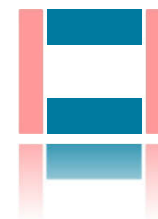
11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题1（基础）

已知正弦交流电路电压源电压有效值为10 V，求电阻吸收的有功功率。



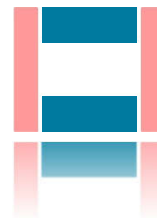
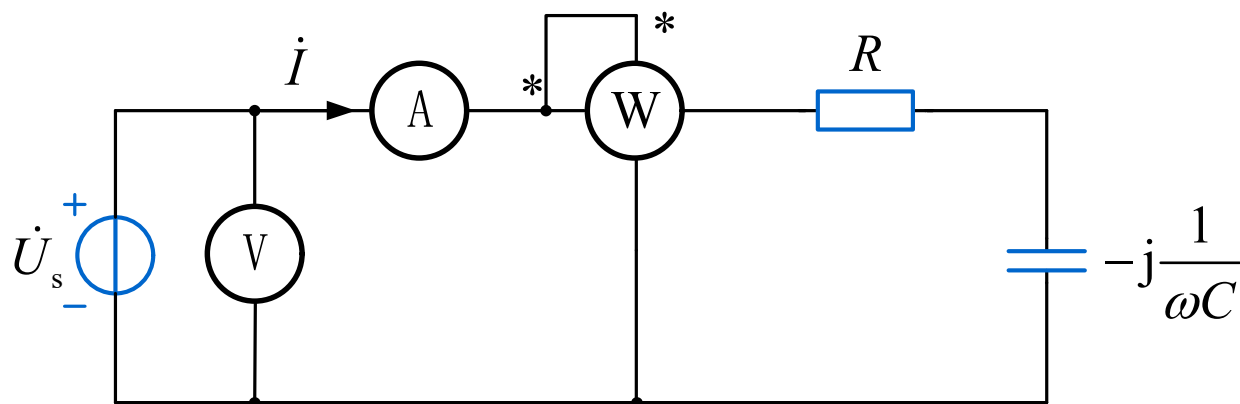
答案：12 W



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题2（基础）

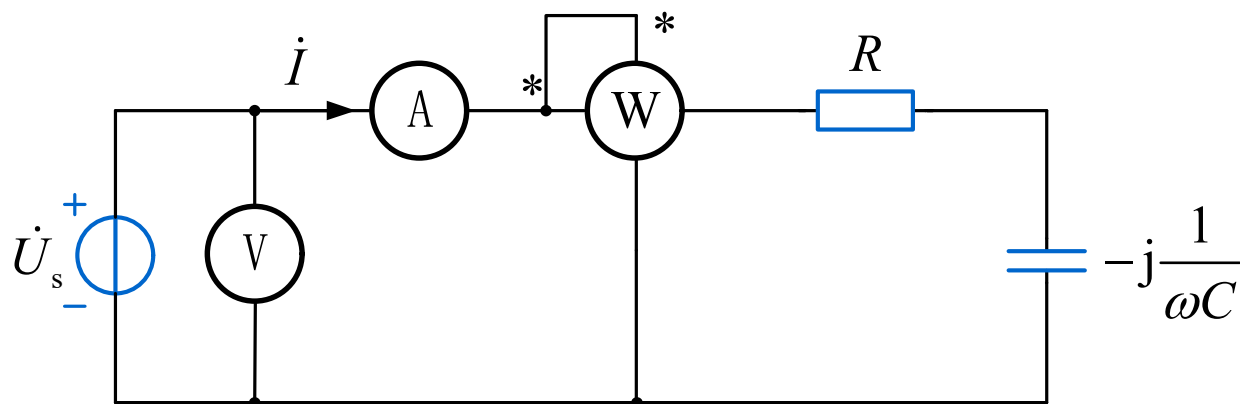
图示为正弦交流电路。已知电压表、电流表和功率表的读数分别为200 V、1 A和100 W，求 R 和 $1/\omega C$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

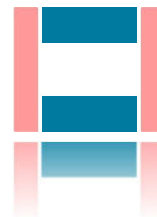
例题2（基础）

图示为正弦交流电路。已知电压表、电流表和功率表的读数分别为200 V、1 A和100 W，求 R 和 $1/\omega C$



$$P = I^2 R = 1^2 \times R = 100 \Rightarrow R = 100 \Omega$$

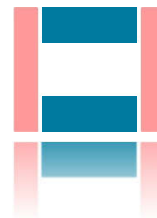
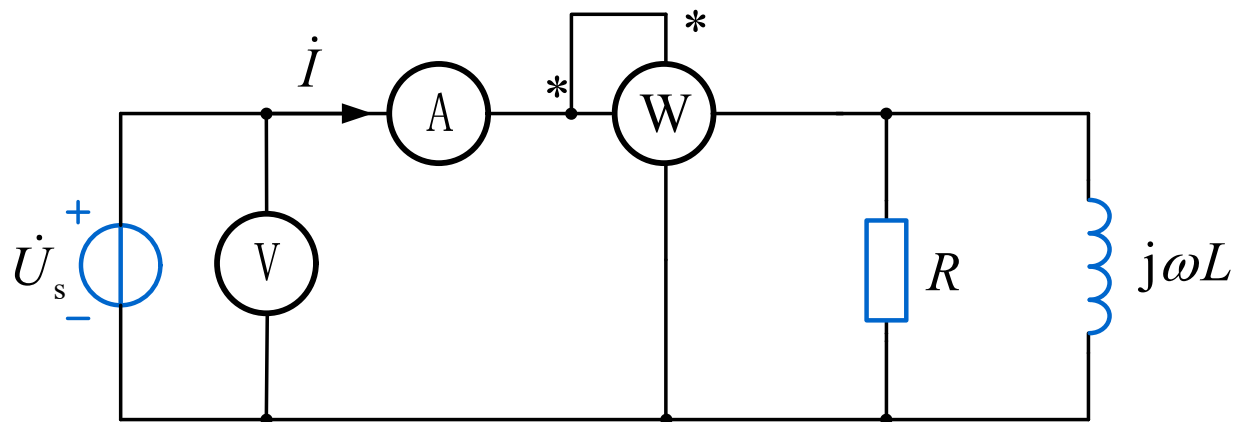
$$I = \left| \frac{\dot{U}_s}{R - j\frac{1}{\omega C}} \right| = \frac{200}{\sqrt{100^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 100\sqrt{3} \Omega$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题2（基础）

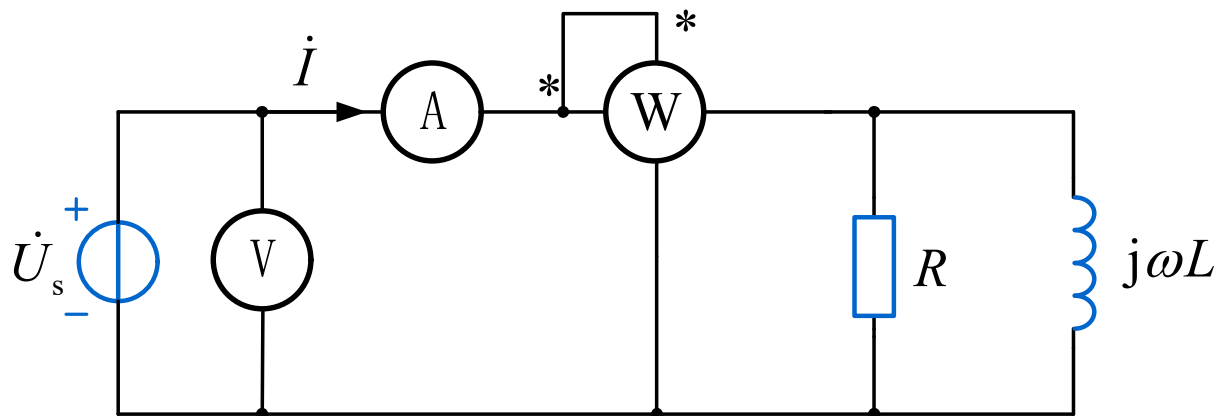
图示为正弦交流电路。已知电压表、电流表和功率表的读数分别为200 V、1 A和100 W，求 R 和 ωL



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题2（基础）

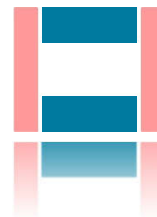
图示为正弦交流电路。已知电压表、电流表和功率表的读数分别为200 V、1 A和100 W，求 R 和 ωL



答案：

$$R = 400 \Omega,$$

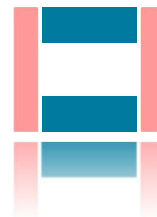
$$\omega L = \frac{400}{3} \sqrt{3} \Omega$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

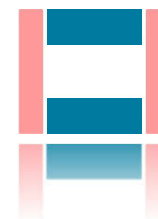
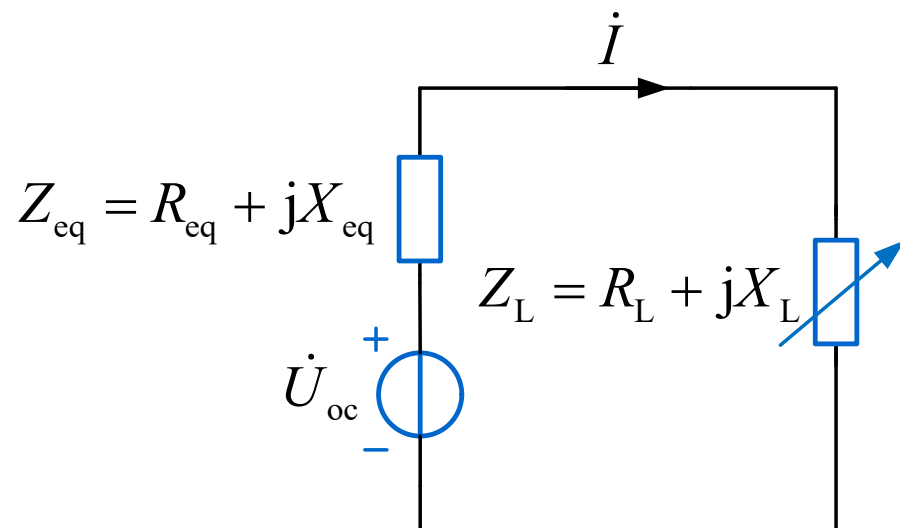
最大（有功）功率传输问题

- 当交流电路参数变化时，负载的有功功率随之改变，求负载获得最大有功功率的条件和数值称为最大有功功率传输问题，简称最大功率传输问题。
- 最大功率传输问题的答案与哪些参数变化有关，如果变化的参数不同，答案也不同，



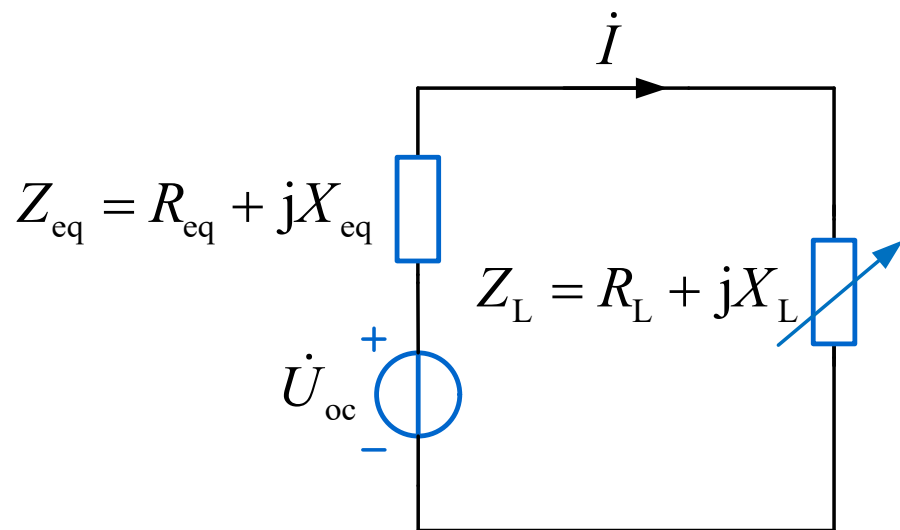
11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

最大（有功）功率传输问题-负载阻抗可变



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

最大（有功）功率传输问题-负载阻抗可变

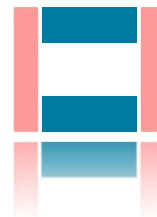


$$\begin{aligned} P &= I^2 R_L = \left| \frac{\dot{U}_{oc}}{Z_{eq} + Z_L} \right|^2 R_L \\ &= \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2 + (X_{eq} + X_L)^2} U_{oc}^2 \\ X_{eq} + X_L &= 0 \end{aligned}$$

$$Z_L = Z_{eq}^* \text{ 时负载获得最大功率 } P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}}$$

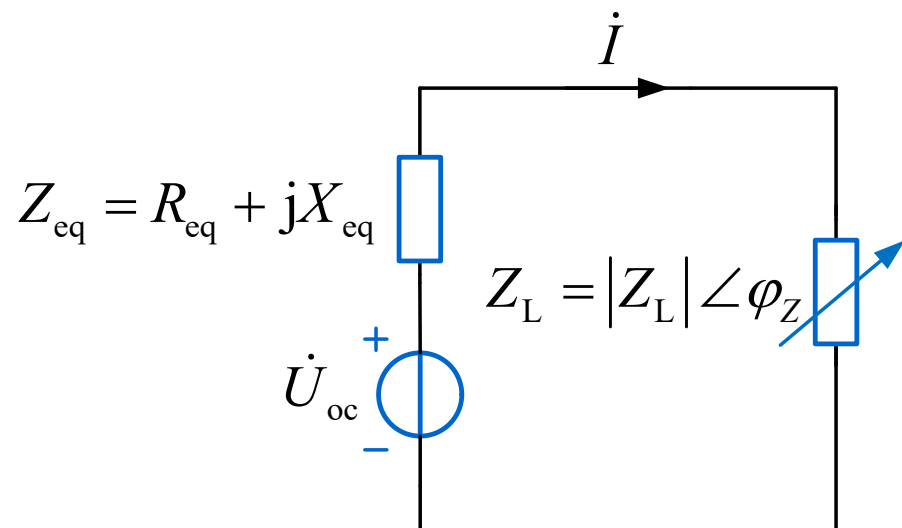
$$\begin{aligned} P &= \frac{R_L}{(R_{eq} + R_L)^2} U_{oc}^2 \\ &= \frac{R_L}{R_{eq}^2 + R_L^2 + 2R_{eq}R_L} U_{oc}^2 \\ &= \frac{1}{\frac{R_{eq}^2}{R_L} + R_L + 2R_{eq}} U_{oc}^2 \\ &\leq \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}} \end{aligned}$$

$R_L = R_{eq}$ 时等式成立



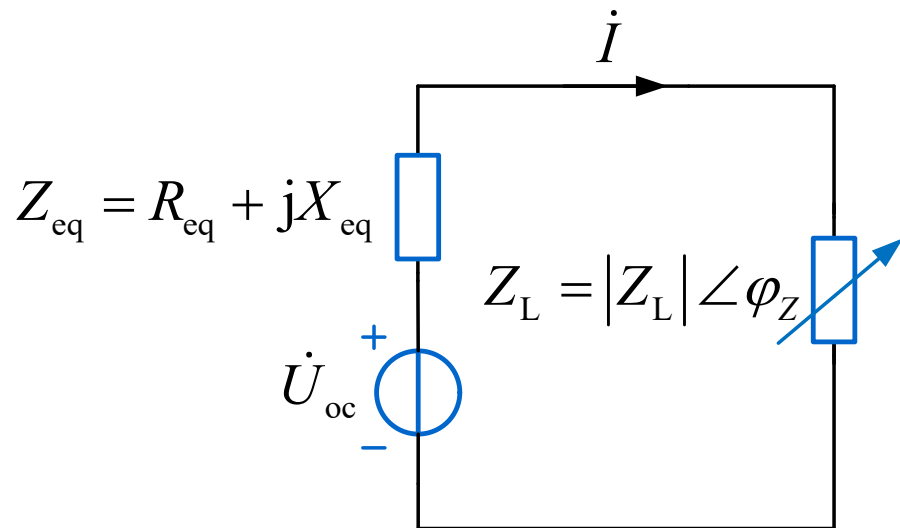
11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

最大（有功）功率传输问题—负载阻抗仅模值可变，阻抗角不变

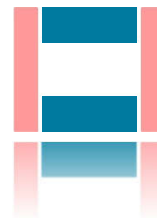


11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

最大（有功）功率传输问题—负载阻抗仅模值可变，阻抗角不变

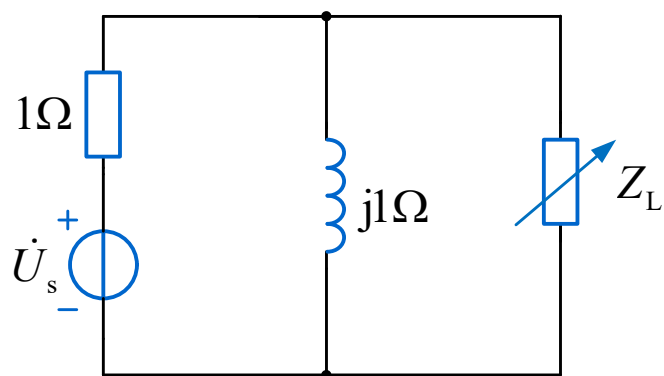


$$|Z_L| = \sqrt{R_{eq}^2 + X_{eq}^2} = |Z_{eq}| \text{ 时, 负载阻抗获得最大有功功率}$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题3（基础）

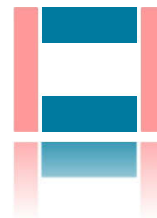


图示为正弦交流电路，

已知电压源电压有效值为 10 V 。

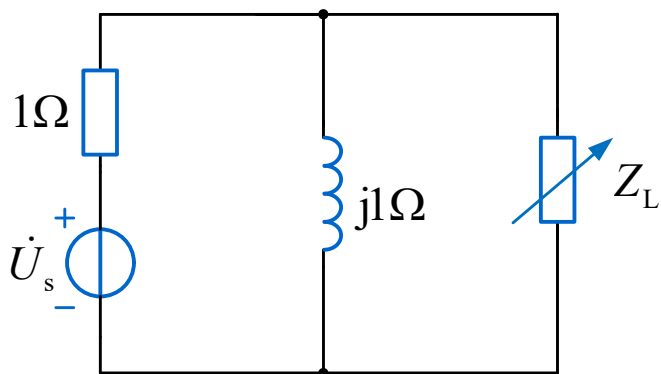
（1）如果负载阻抗可以任意改变，
求负载阻抗为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。

（2）如果负载阻抗为纯电阻，且电阻值可变，
求可变电阻为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题3（基础）

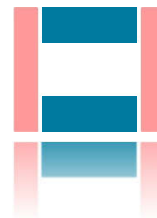


图示为正弦交流电路，

已知电压源电压有效值为 10 V 。

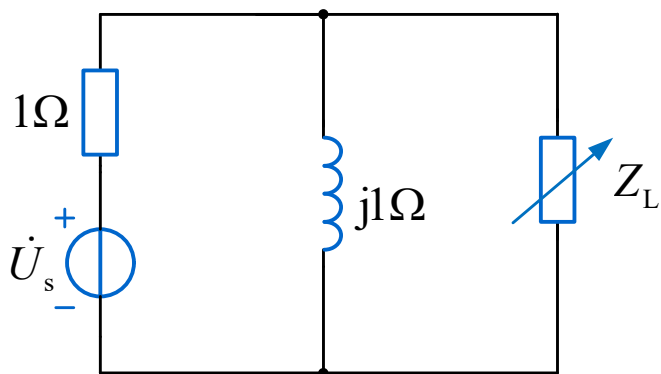
（1）如果负载阻抗可以任意改变，
求负载阻抗为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。

（2）如果负载阻抗为纯电阻，且电阻值可变，
求可变电阻为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题3（基础）



图示为正弦交流电路，已知电压源电压。

已知电压源电压有效值为10 V。

（1）如果负载阻抗可以任意改变，
求负载阻抗为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。

（2）如果负载阻抗为纯电阻，且电阻值可变，
求可变电阻为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。

$$\dot{U}_{oc} = \frac{j1}{1+j1} \dot{U}_s = \frac{j1}{1+j1} \dot{U}_s \times 10 = 5\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ V} \quad Z_{eq} = \frac{1 \times j1}{1+j1} = 0.5 + j0.5 \Omega$$

（1）如果负载阻抗可以任意改变，

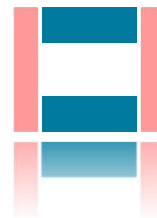
$Z_L = Z_{eq}^* = 0.5 - j0.5 \Omega$ 时，获得最大功率

$$P_{\max} = \frac{U_{oc}^2}{4R_{eq}} = 25 \text{ W}$$

（2）如果负载阻抗为可变纯电阻，

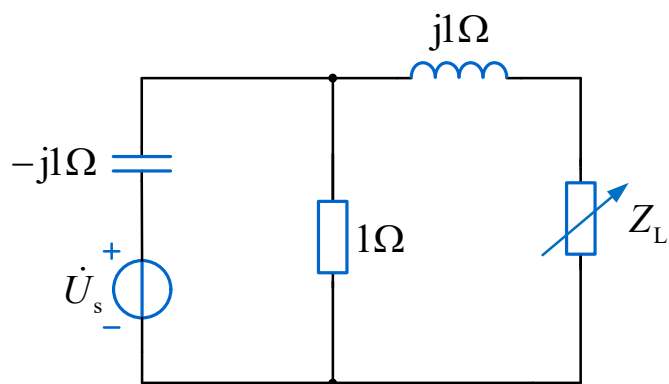
$R_L = |Z_{eq}| = 0.5\sqrt{2} \Omega$ 时，获得最大功率

$$P_{\max} = 20.71 \text{ W}$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

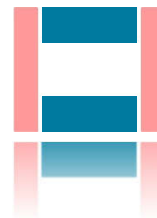
同步练习题3（基础）



图示为正弦交流电路，已知电压源电压。

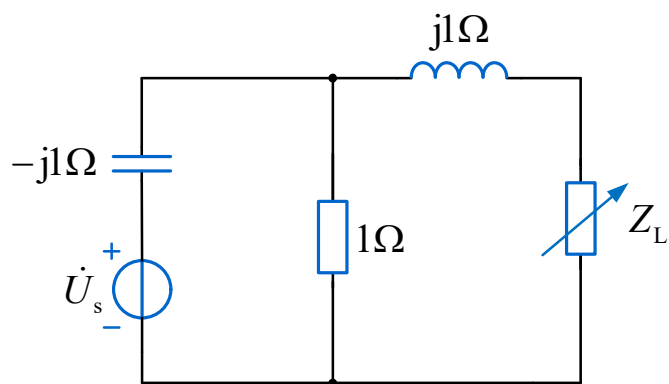
已知电压源电压有效值为10 V。

- (1) 如果负载阻抗可以任意改变，
求负载阻抗为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。
- (2) 如果负载阻抗为纯电阻，且阻值可变，
求可变电阻为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题3（基础）



图示为正弦交流电路，已知电压源电压。

已知电压源电压有效值为10 V。

- (1) 如果负载阻抗可以任意改变，
求负载阻抗为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。
- (2) 如果负载阻抗为纯电阻，且阻值可变，
求可变电阻为何值时可获得最大功率？并求此最大功率。

(1) 如果负载阻抗可以任意改变，

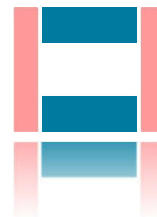
$Z_L = Z_{eq}^* = 0.5 - j0.5 \Omega$ 时，获得最大功率

$$P_{\max} = 25 \text{ W}$$

(2) 如果负载阻抗为可变纯电阻，

$R_L = |Z_{eq}| = 0.5\sqrt{2} \Omega$ 时，获得最大功率

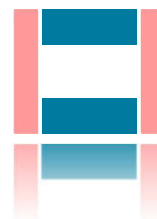
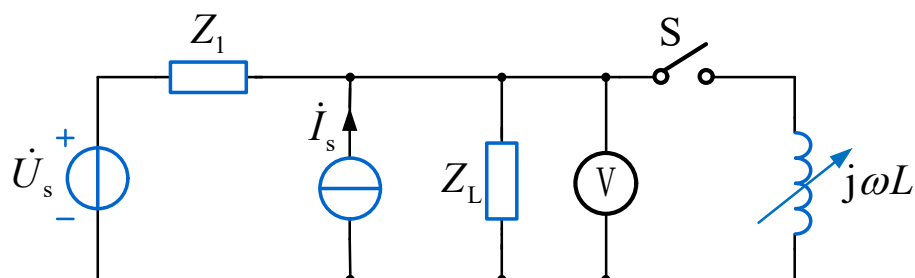
$$P_{\max} = 20.71 \text{ W}$$



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题4（提高） （电感值可变）

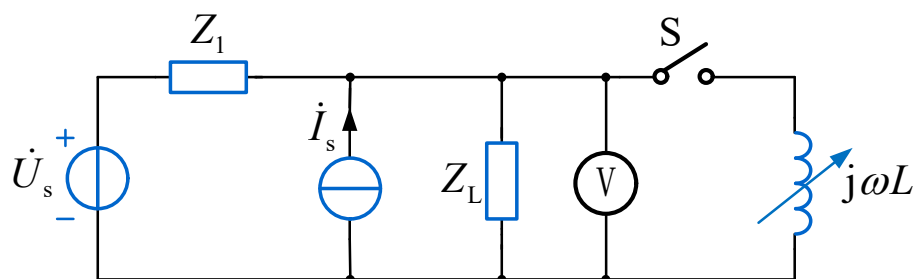
图示为正弦交流电路。已知 $Z_1=12-j6\Omega$, $Z_L=6-j3\Omega$, $\omega=100\text{rad/s}$, 开端 S 断开时电压表读数为 50V。当开关 S 闭合时, 改变图中可变电感 L , 负载 Z_L 的有功功率会随之发生改变。求当 L 为何值时, 负载 Z_L 可以获得最大有功功率? 并求此最大有功功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

例题4（提高） （电感值可变）

图示为正弦交流电路。已知 $Z_1 = 12 - j6\Omega$, $Z_L = 6 - j3\Omega$, $\omega = 100\text{rad/s}$, 开关 S 断开时电压表读数为 50V 。当开关 S 闭合时, 改变图中可变电感 L , 负载 Z_L 的有功功率会随之发生改变。求当 L 为何值时, 负载 Z_L 可以获得最大有功功率? 并求此最大有功功率。



$$Z_{\text{eq}} = \frac{Z_1 Z_L}{Z_1 + Z_L} = 8 - j4\Omega$$

$$U_{\text{oc}} = 50\text{V}$$

$$U_L = \left| \frac{j\omega L}{Z_{\text{eq}} + j\omega L} \dot{U}_{\text{oc}} \right| = \frac{\omega L}{\sqrt{8^2 + (\omega L - 4)^2}} \times 50 = \frac{50}{\sqrt{\left(\frac{8}{\omega L}\right)^2 + \left(1 - \frac{4}{\omega L}\right)^2}}$$

$$= \frac{50}{\sqrt{5 \times \left(\frac{4}{\omega L} - \frac{1}{5}\right)^2 + \frac{4}{5}}}$$

$$\frac{4}{\omega L} - \frac{1}{5} = 0$$

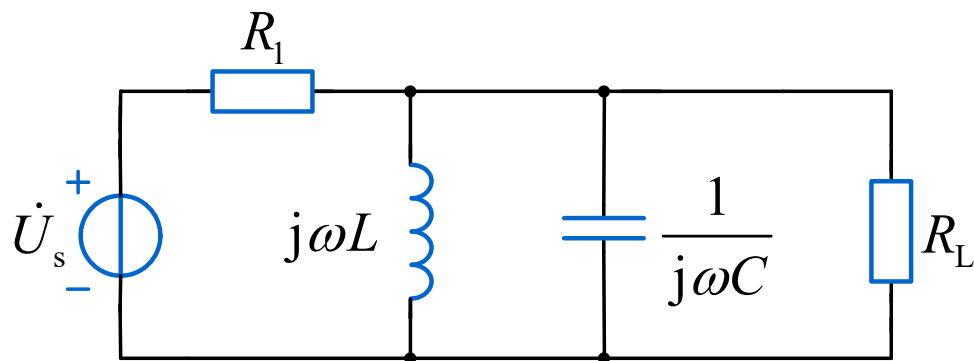
$$L = \frac{20}{\omega} = 0.2\text{H}$$

$$U_{L\text{max}} = 25\sqrt{5}\text{V}$$

$$P_{L\text{max}} = \left(\frac{U_{L\text{max}}}{|Z_L|} \right)^2 \times 6 = \frac{(25\sqrt{5})^2}{6^2 + 3^2} \times 6 = \frac{1250}{3} \approx 416.67\text{W}$$

11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题4（提高） (角频率可变)



图示为正弦交流电路，角频率可变。

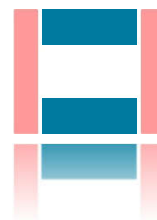
已知两个电阻阻值均为 10Ω ，

电感值为 10mH ，电容值为 1nF 。

当角频率为何值时，

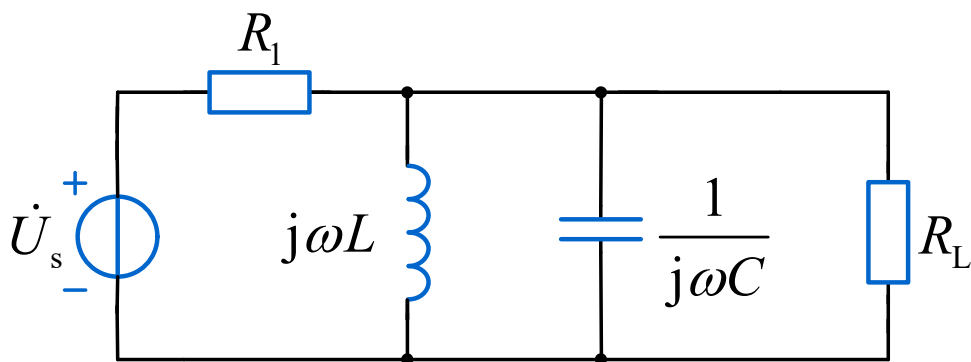
电阻负载 R_L 可获得最大功率？

并求此最大功率。



11.2 平均功率（有功功率）——有功功率的计算

同步练习题4（提高） （角频率可变）



图示为正弦交流电路，角频率可变。

已知两个电阻阻值均为 10Ω ，

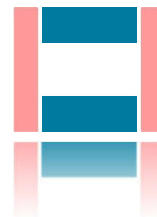
电感值为 10mH ，电容值为 1nF 。

当角频率为何值时，

电阻负载 R_L 可获得最大功率？

并求此最大功率。

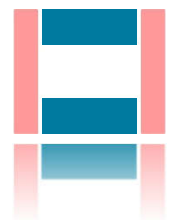
答案： $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$, $P_{\max} = 10 \text{ W}$





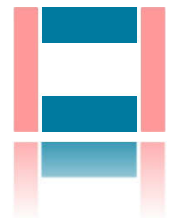
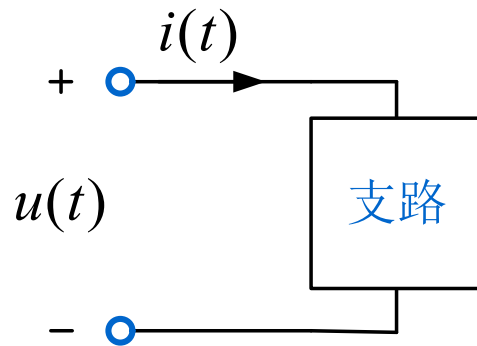
11.3 无功功率

引言



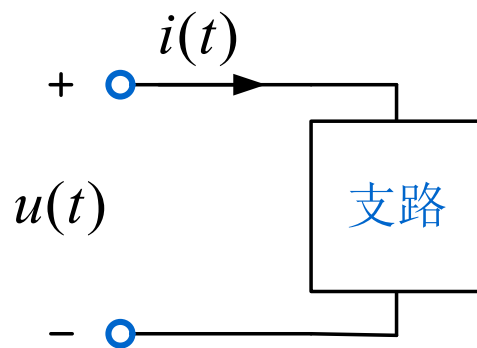
11.3 无功功率

正弦交流电路支路无功功率的定义过程：



11.3 无功功率

正弦交流电路支路无功功率的**定义过程**：



$$\begin{aligned} p(t) &= u(t)i(t) \\ &= \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u) \times \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i) \\ &= UI \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\ &= UI \cos[2\omega t + 2\varphi_u - (\varphi_u - \varphi_i)] + UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) \end{aligned}$$

$$p(t) = UI \cos \varphi [1 + \cos(2\omega t + 2\varphi_u)] + UI \sin \varphi \sin(2\omega t + 2\varphi_u)$$

该项恒大于零，或恒小于零
代表实际做功的功率

该项平均值为零，实际不做功
代表吞吐的功率

□ 为了定量衡量支路吞吐功率的能力，所以定义无功功率为

$$Q = UI \sin \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

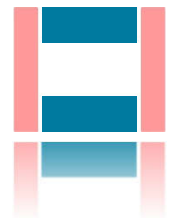
□ 无功功率的“无功”的含义是“平均不做功”，单位为乏（var）

□ 无功功率并非是无用的功率，其意义在于吞吐，类似港口吞吐货物



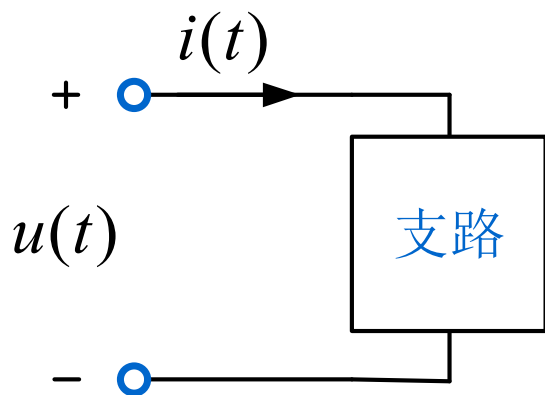
11.3 无功功率

对正弦交流电路支路无功功率的进一步理解：



11.3 无功功率

电阻、电感、电容的无功功率



$$Q = UI \sin \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$Q_R = UI \sin 0^\circ = 0 \text{ var}$$

□ 电阻无功为0

□ 电阻不能吞吐功率

$$Q_L = UI \sin 90^\circ = UI \geq 0$$

□ 电感无功功率恒大于等于零,

□ 电感可吞吐功率

$$Q_C = UI \sin(-90^\circ) = -UI$$

□ 电容无功功率恒小于等于零,

□ 电容可吞吐功率

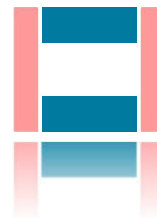
11.3 无功功率

电感、电容的无功功率比较：

$$Q_L = UI \sin 90^\circ = UI \geq 0$$

$$Q_C = UI \sin(-90^\circ) = -UI \leq 0$$

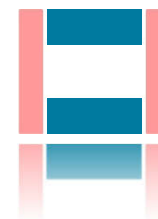
- 以上电感和电容无功功率表达式在**关联参考方向**时成立
- 关联参考时，功率含义为吸收的功率
- **电感实际吸收无功，电容实际发出无功**
- 无功功率是吞吐的功率，并非实际做功的功率
- 称电感吸收无功，电容发出无功是一种**约定俗成**的习惯



11.3 无功功率

无功功率表达式总结

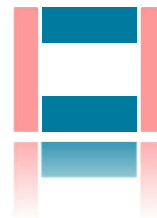
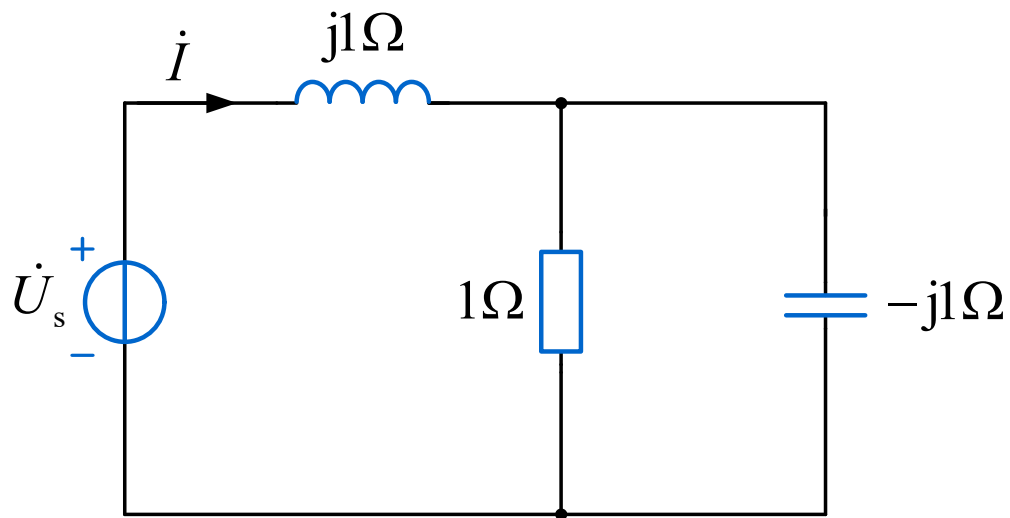
电路模型	无功功率表达式
任意一个支路	$Q = UI \sin \varphi, \varphi = \varphi_u - \varphi_i$
电阻	$Q_R = 0 \text{ var}$
电感	$Q_L = UI = \omega L I^2 = \frac{U^2}{\omega L}$
电容	$Q_C = -UI = -\omega C U^2 = -\frac{I^2}{\omega C}$



11.3 无功功率——无功功率的计算

例题5 (基础)

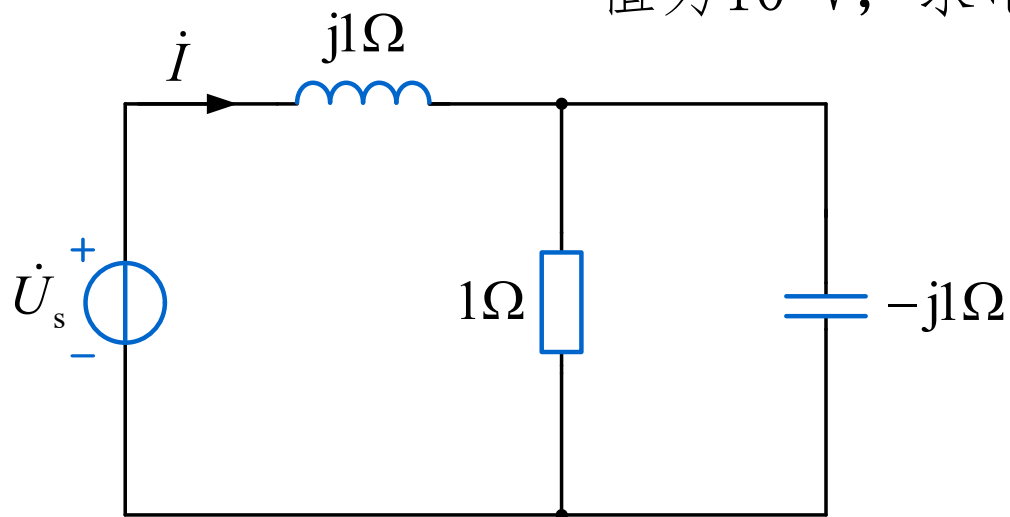
图示为正弦交流电路，已知电压源电压有效值为10 V，求电感的无功功率。



11.3 无功功率——无功功率的计算

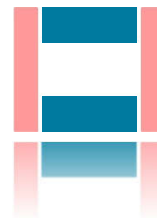
例题5 (基础)

图示为正弦交流电路，已知电压源电压有效值为10 V，求电感的无功功率。



$$I = \left| \frac{\dot{U}_s}{j1 + \frac{1 \times (-j1)}{1 + (-j1)}} \right| = \frac{10}{\sqrt{0.5^2 + 0.5^2}} = 10\sqrt{2} \text{ A}$$

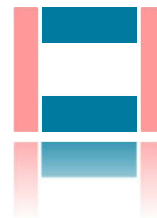
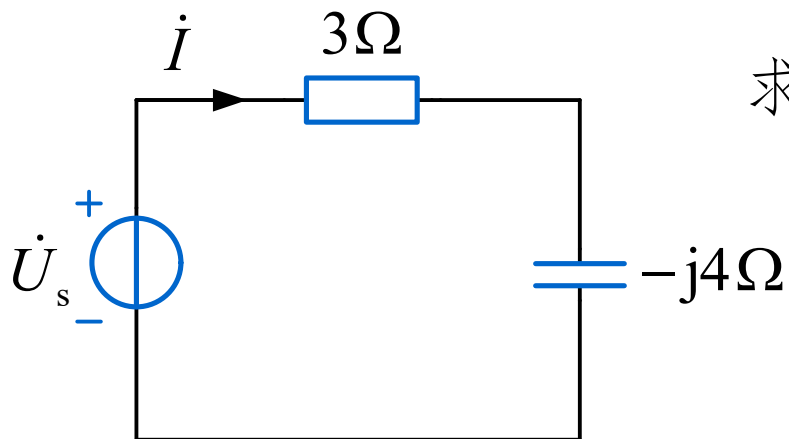
$$Q_L = \omega L I^2 = 1 \times (10\sqrt{2})^2 = 200 \text{ var}$$



11.3 无功功率——无功功率的计算

同步练习题5（基础）

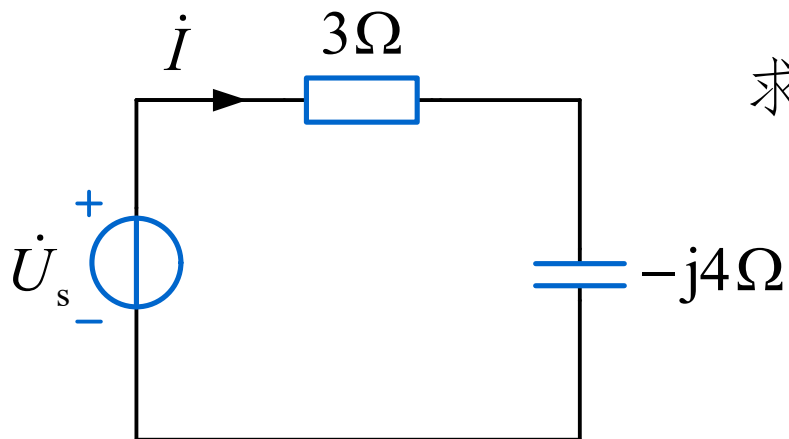
图示为正弦交流电路，
已知电压源电压有效值为25 V，
求电容和电压源的无功功率。



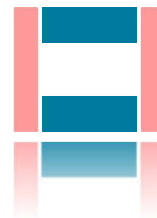
11.3 无功功率——无功功率的计算

同步练习题5（基础）

图示为正弦交流电路，
已知电压源电压有效值为25 V，
求电容和电压源的无功功率。



答案：电容无功-100 var，电压源无功100 var。



11.4 复功率

$$P = UI \cos \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

$$Q = UI \sin \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

定义复功率

$$\bar{S} = P + jQ$$

$$= UI \cos(\varphi_u - \varphi_i) + jUI \sin(\varphi_u - \varphi_i)$$

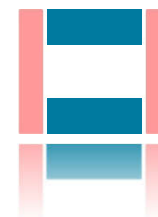
$$= UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = U e^{j\varphi_u} I e^{j(-\varphi_i)} = \dot{U} \dot{I}^*$$

□ 复功率的单位是VA

□ 复功率是复数，同时包含了有功功率和无功功率的信息

□ 对于阻抗而言，复功率的表达式为

$$\bar{S} = \dot{U} \dot{I}^* = Z \dot{I} \dot{I}^* = I^2 Z$$



11.5 视在功率和功率因数

视在功率定义为电压有效值与电流有效值的乘积，即

$$S = UI$$

□ 视在功率的单位是VA

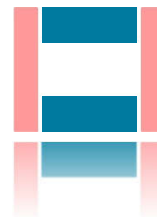
□ 视在功率的物理意义是容量（做功的潜力）

功率因数定义为有功功率与视在功率的比值，即

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{UI \cos \varphi}{UI} = \cos \varphi, \quad \text{式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

□ 功率因数无量纲

□ 功率因数的物理意义是潜力的发挥程度

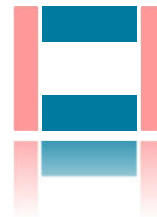


11.5 视在功率和功率因数

功率因数定义为有功功率与视在功率的比值，即

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{UI \cos \varphi}{UI} = \cos \varphi, \text{ 式中 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

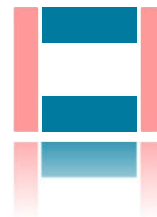
- 支路的功率因数角等于电压与电流的相位差
- 对于阻抗而言，功率因数角即阻抗角
- 如果功率因数角大于零，称为滞后（感性）功率因数
- 如果功率因数角小于零，称为超前（容性）功率因数
- 功率因数越高越好，最大值为1
- 如果功率因数偏低，需要提高功率因数





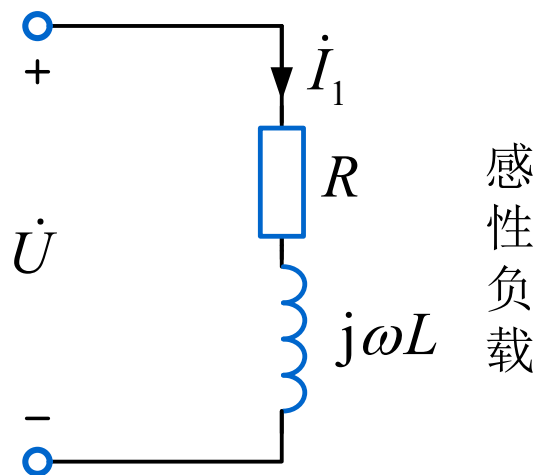
11.5 视在功率和功率因数

提高功率因数的重要意义



11.5 视在功率和功率因数——提高功率因数

例题6 (基础)



图示为正弦交流电路，

已知电压源电压有效值为 U ，

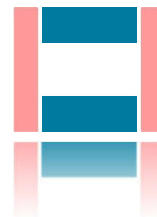
角频率为 ω ，

感性负载的有功功率为 P 。

如果将电路的功率因数

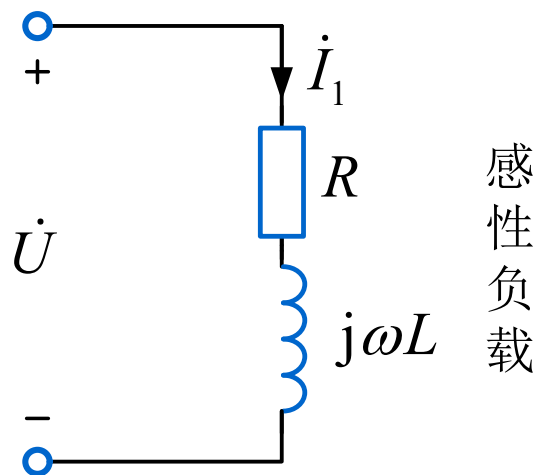
由 $\cos\varphi_1$ 提高到 $\cos\varphi_2$ ，

求至少需要在感性负载两端并联多大的电容。



11.5 视在功率和功率因数——提高功率因数

例题6 (基础)



图示为正弦交流电路，

已知电压源电压有效值为 U ，

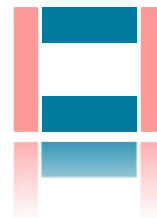
角频率为 ω ，

感性负载的有功功率为 P 。

如果将电路的功率因数

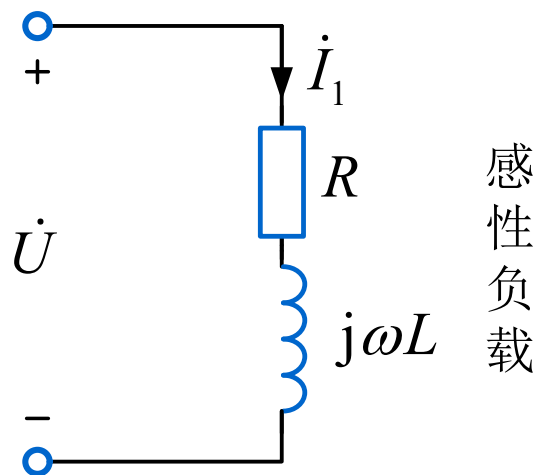
由 $\cos\varphi_1$ 提高到 $\cos\varphi_2$ ，

求至少需要在感性负载两端并联多大的电容。



11.5 视在功率和功率因数——提高功率因数

例题6 (基础)



图示为正弦交流电路，

已知电压源电压有效值为 U ，

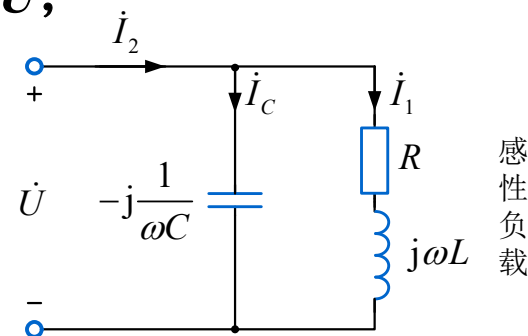
角频率为 ω ，

感性负载的有功功率为 P 。

如果将电路的功率因数

由 $\cos\varphi_1$ 提高到 $\cos\varphi_2$ ，

求至少需要在感性负载两端并联多大的电容。



$$P = UI_1 \cos \varphi_1 = UI_2 \cos \varphi_2 \quad I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi_1}, \quad I_2 = \frac{P}{U \cos \varphi_2} \quad \dot{I}_C = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$$

$$j\omega CU = I_2 \cos(-\varphi_2) + jI_2 \sin(-\varphi_2) + I_1 \cos(-\varphi_1) + jI_1 \sin(-\varphi_1)$$

$$\omega CU = I_1 \sin \varphi_1 - I_2 \sin \varphi_2$$

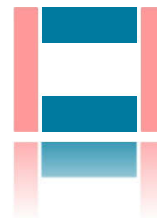
$$C = \frac{I_1 \sin \varphi_1}{\omega U} - \frac{I_2 \sin \varphi_2}{\omega U} = \frac{\frac{P}{U \cos \varphi_1} \sin \varphi_1}{\omega U} - \frac{\frac{P}{U \cos \varphi_2} \sin \varphi_2}{\omega U} = \frac{P}{\omega U^2} (\tan \varphi_1 - \tan \varphi_2)$$

11.3 无功功率——无功功率的计算

同步练习题6（基础）

已知正弦交流电路中感性负载阻抗等于 $100 + j100 \ \Omega$ ，求感性负载阻抗的功率因数。

如果在感性负载阻抗旁并联一个电容，并且已知电路的角频率 $\omega = 100 \text{ rad/s}$ ，求并联多大电容才能使等效阻抗的功率因数等于1。



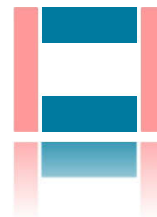
11.3 无功功率——无功功率的计算

同步练习题6（基础）

已知正弦交流电路中感性负载阻抗等于 $100 + j100 \ \Omega$ ，求感性负载阻抗的功率因数。

如果在感性负载阻抗旁并联一个电容，并且已知电路的角频率 $\omega = 100 \text{ rad/s}$ ，求并联多大电容才能使等效阻抗的功率因数等于1。

答案：感性负载阻抗的功率因数等于0.707，
需要并联的电容值等于 $50 \ \mu\text{F}$ 。



11.6 交流电路功率的守恒性和相互关系

根据特勒根定理，时域中任意集总电路瞬时功率守恒，即

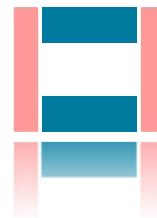
$$\sum_{k=1}^b u_k(t) i_k(t) = 0$$

根据时域特勒根定理的证明过程，可证明在相量域中，复功率守恒，即

$$\sum_{k=1}^b \bar{S}_k = \sum_{k=1}^b \dot{U}_k \dot{I}_k^* = 0$$

$$\sum_{k=1}^b \bar{S}_k = \sum_{k=1}^b (P_k + jQ_k) = 0 \Rightarrow \sum_{k=1}^b P_k = 0, \quad \sum_{k=1}^b Q_k = 0$$

在正弦交流电路中，有功功率和无功功率守恒
视在功率不守恒，因为证明不了。



11.6 交流电路功率的守恒性和相互关系

正弦交流电路功率的定义和特点

功率类型	定义式	物理意义	单位	守恒性
瞬时功率	$p(t) = u(t)i(t)$	任意一个时刻的功率	W	守恒
有功功率	$P = UI \cos \varphi$	平均做功的功率	W	守恒
无功功率	$Q = UI \sin \varphi$	中转的功率	var	守恒
复功率	$\bar{S} = \dot{U}\dot{I}^*$	无	VA	守恒
视在功率	$S = UI$	功率的潜力	VA	不守恒

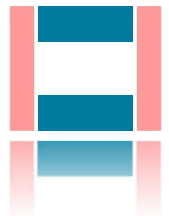




11.6 交流电路功率的守恒性和相互关系

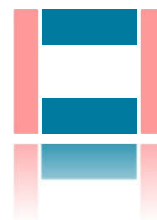
正弦交流电路各功率的相互关系

$$S = |\bar{S}|, \bar{S} = P + jQ, S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$



11 正弦交流电路的功率——小结

- 正弦交流电路的功率有5种类型：瞬时功率；平均功率（有功功率）；无功功率；复功率；视在功率
- 正弦交流电路5种功率的定义式、物理意义、单位、守恒性等详见11.6节的表格
- 功率因数等于有功功率与视在功率的比值，功率因数越大越好，最大值为1
- 如果功率因数较低，需要提高功率因数，提高功率因数等价于降低无功功率的大小，又称为无功功率补偿。



感谢大家聆听

主讲人：邹建龙

时 间： 年 月 日

