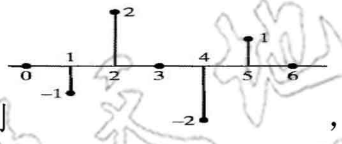
西安交通大学 2013-2014 年数字信号处理期末试卷

学号：________________；姓名：__________________；成绩：___________

一、填空计算题（每空 1 分，共 25 分，其中最后 5 个是判断题，填写“√”或“×”）

1. 设 x[n]是一个如图所示的有限长序列 

，$X(e^{j\omega})$ 为其傅里叶变换，X(k)为其 6 点离散傅里叶变换，则可求得 $X(e^{j0})$= ____0____，$X(e^{j\pi})$=____0____， X(0)= ____0____，X(3)= ___0_____，$\int_{-\pi}^{\pi}\left|X(e^{j\omega})\right|^2 d\omega$ = __$2\pi\sum|x(n)|^2=20\pi$___；

2. 复指数序列 $e^{j0.5n}$(-∞<n<∞)的傅里叶变换 DTFT_$2\pi\sum_{r=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-0.5+2\pi r)$ 、$e^{j0.5n}u[n]$ 的 z 变换为 _ $\frac{1}{1-e^{j0.5}z^{-1}}$，$|z|>1$ _ 、 $x[n]=e^{j\frac{2\pi}{N}mn}$ (0<m<N) 的 N 点 DFT_$X[k]=N\delta(k-m)$ _；

3. 单位脉冲响应为 h[n]= δ [n]- δ [n-1]的系统是____非时变___(时变、非时变)__ 因果____(因果、非因果)、__稳定___(稳定、不稳定)、___线性___(线性、非线性)系统；

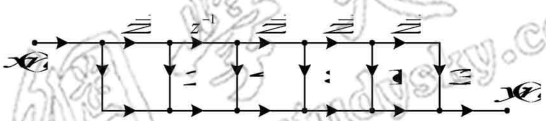


图 1　某 LTI 系统的横截型结构

4. 某 LTI 系统的横截型结构如图 1 所示，该系统的单位脉冲响应为 _$2^n[u(n)-u(n-6)]$__，系统函数为__$H(z)=\frac{1-64z^{-6}}{1-2z^{-1}}$___，该系统__不是__（是否）线性相位系统；

5. FIR 滤波器的窗函数设计法中，阻带衰减取决于____窗种类___，加特定形状窗口条件下，过渡带宽度取决于____窗口宽度____；

6. 一个时间连续的实信号 $x_c(t)$，带宽限制在 5KHz 以下，即对于 $|\Omega|\ge 2\pi(5000)$，$Xc(j\Omega)=0$，以每秒 10000 个样本的采样率对信号 $x_c(t)$进行采样，得到一个长度为 N=1000 的序列 $x[n]=x_c(nT)$。x[n]的 N 点 DFT 记作 X[k]。若已知 X[400]=1+j，则 X[__600__]=1-j，k=400 对应 $Xc(j\Omega)$的连续频率是Ω_k=__$2\pi\cdot 4000$__rad/s，在该连续频率处 $Xc(j\Omega_k)$ =__$10^{-4}+j10^{-4}$__；

7. 任何信号通过线性时不变的离散时间系统不可能产生比输入信号本身更多的频率分量（√ ）

8. 离散时间系统的极点全部在 Z 平面的单位圆内，则系统一定是稳定的（×）

9. 因果线性时不变系统的其单位冲激响应未必是正半轴序列 （×）

10. 线性常系数差分方程无论初始状态为何，总是代表线性时不变系统 （×）

11. 线性时不变离散时间系统存在系统函数，则频率响应必存在且连续 （×）

二、（12 分）某 LTI 因果系统用下面差分方程描述：

$$y(n)=0.9y(n-1)+x(n)+0.9x(n-1)$$

(a)求系统函数 H(z)及单位脉冲响应 h(n)；

(b)写出系统频率响应函数 $H(e^{j\omega})$的表达式,说明该系统为低通滤波器还是高通滤波器？

(c)该系统是否存在因果稳定的逆系统？

解：

(a) 两边取 z 变换，得 $Y(z)=0.9z^{-1}Y(z)+X(z)+0.9z^{-1}X(z)$，

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+0.9z^{-1}}{1-0.9z^{-1}},$$

$H(z)=1+\dfrac{1.8z^{-1}}{1-0.9z^{-1}}$，$|z|>0.9$。由于系统是因果系统，所以

$$h(n)=\delta(n)+1.8\cdot 0.9^{n-1}u(n-1)=0.9^n u(n)+0.9\cdot 0.9^{n-1}u(n-1).$$

(b)收敛域包含单位圆。所以 $H(e^{j\omega})=\dfrac{1+0.9e^{-j\omega}}{1-0.9e^{-j\omega}}$，零点在 $z=-0.9$，极点在 $z=0.9$，所以是低通滤波器。

(c) 系统 $H(z)=\dfrac{1-0.9z^{-1}}{1+0.9z^{-1}}$，极点在 $z=-0.9$，选择收敛域$|z|>0.9$，则存在因果稳

定的逆系统 $H(z)=\dfrac{1-0.9z^{-1}}{1+0.9z^{-1}}$。

三、（15 分）在图 3 所示系统中，输入连续信号 $x_c(t)$ 的频谱 $X_c(j\Omega)$ 是带限的，即 $|\Omega|\ge\Omega_N$ 时，$X_c(j\Omega)$=0。离散时间系统 $H(e^{j\omega})=\begin{cases}1 & |\omega|\le\omega_c \\ 0 & \text{其它}\end{cases}$。

（a）为了使 $y_c(t)=x_c(t)$，采样周期 T 最大可以取多少？

（b）要使整个系统等效为低通滤波器，确定 T 的取值范围？

（c）若给定采样频率 1/T=20KHz，整个系统等效为截止频率为 3kHz 的理想低通滤波器，确定 ω_c 及 Ω_N 的取值范围。

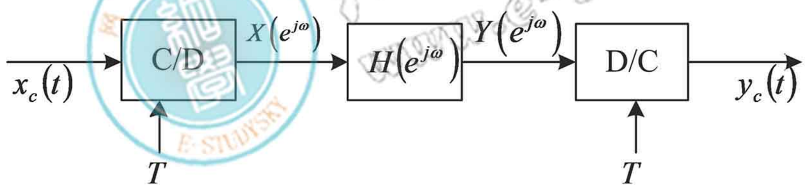


图 3

解：(a) 等效模拟低通滤波器，现要求全通，则数字频率的最高频率限制在 ω_c 之内，即 $\omega_N=\Omega_N T\le\omega_c$，所以 $T\le\dfrac{\omega_c}{\Omega_N}$。

(b) 等效模拟低通滤波器，则数字频率的最高频率大于 ω_c 无混叠，或者有混叠，混叠大于 ω_c，即 $\omega_N=\Omega_N T\ge\omega_c$，且 $2\pi-\Omega_N T\ge\omega_c$，化简得 $\dfrac{\omega_c}{\Omega_N}\le T\le\dfrac{2\pi-\omega_c}{\Omega_N}$。

(c) $\omega_c=\Omega_c T=2\pi\cdot3000\cdot\dfrac{1}{20\cdot10^3}=0.3\pi$，$\Omega_N$ 的取值使采样后不混叠，且高于 0.3π，或混叠部分在 0.3π 以上。所以 $\omega_N=\Omega_N T\ge\omega_c$，$(\dfrac{2\pi}{T}-\Omega_N)\cdot T\ge0.3\pi$，

$0.3\pi<\Omega_N T<2\pi-0.3\pi$，即 $6000\pi<\Omega_N<34000\pi$。

四、（15 分）已知序列 $x[n]=4\delta[n]+3\delta[n-1]+2\delta[n-2]+\delta[n-3]$，其 6 点离散傅立叶变换(DFT)用 X[k] 表示。

(a)若序列 y[n]的长度为 6，其 6 点离散傅立叶变换为 Y[k] $=W_6^{4k}X[k]$,求 y[n]；

(b) 求 $x[n]$ * $x[n]$；　　　(c) 求 $x[n]$④$x[n]$；

解：(a) 依据 Y[k] $=W_6^{4k}X[k]$，$y[n]$ 是 $x[n]$ 循环右移 4 位的结果，即

$$y[n]=x((n-4))_6=4\delta[n-4]+3\delta[n-5]+2\delta[n]+\delta[n-1]$$

(b) $x(n)*x(n)=16\delta(n)+24\delta(n-1)+25\delta(n-2)+20\delta(n-3)+10\delta(n-4)+4\delta(n-5)+\delta(n-6)$

(c) $x[n]④x[n]=26\delta(n)+28\delta(n-1)+26\delta(n-2)+20\delta(n-3)$

五、(10 分) 采用 Kaiser 窗函数法设计一个广义线性相位的数字低通滤波器，经验公式如下

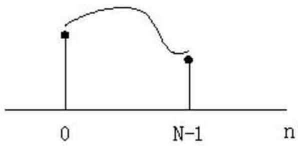
$$\beta=\begin{cases}0.1102(A-8.7) & A>50\\ 0.5842(A-21)^{0.4}+0.07886(A-21) & 21\le A\le 50\\ 0.0 & A<21\end{cases}\qquad M=\frac{A-8}{2.285\Delta\omega}$$

要求性能指标为： $\omega_p=0.4\pi$， $\omega_s=0.6\pi$，通带纹波 $\delta_1=0.005$，阻带纹波 $\delta_2=0.001$。

确定该滤波器的参数β、最小阶次及延迟；

解：根据窗函数设计法的对称性，应当设 $\delta=\delta_2=0.001$，截止频率 $\omega_c=(\omega_p+\omega_s)/2=0.5\pi$， $\Delta\omega=\omega_s-\omega_p=0.2\pi$， $A=-20\log_{10}\delta=60$ dB，所以 $\beta=5.653$，最小阶次 $M=37$，延迟 $(M-1)/2=18$。

六、（8 分）研究一个如图所示长度为 N 的有限长序列 x[n]，实线表示序列在 0 和 N-1 之间取值的包络，$x_1[n]$是 x[n]后面补 N 个零的长度为 2N 的有限长序列。



x[n]的 N 点 DFT 用 $X[k]$表示，$x_1[n]$的 2N 点 DFT 用 $X_1[k]$表示，能否用 $X_1[k]$表示得出 $X[k]$，说明理由。

解：解法一：由于 DFT，$X[k]$是 DTFT 在区间$[0,2\pi]$的等间隔采样，所以 $X(k)=X(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}$， $X_1(k)=X(e^{j\omega})|_{\omega=\frac{2\pi}{2N}k}$，所以 $X(k)=X_1(2k)$。

解法二：$X_1(k)=\sum_{n=0}^{2N-1}x_1(n)\cdot W_{2N}^{kn}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot W_{2N}^{kn}$， $0\le k\le 2N-1$。当 $k=2m$ 为偶数时， $X_1(2\text{m})=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot W_{2N}^{2mn}=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot W_N^{mn}=X(m)$， $0\le m\le N-1$。所以 $X(k)=X_1(2k)$， $0\le k\le N-1$。

七（15 分）考虑两个实值有限长序列 h[n]和 x[n]，0≤n≤58，若线性卷积为

y[n]=x[n]*h[n]，该线性卷积可用 DFT 进行计算，即分别计算出 H[k]、X[k]，然后通过 IDFT 计算出 y[n]=IDFT{X[k]H[k]}。试问：

(a)计算 H[k]、X[k]的最小点数是多少？

(b) 若有复数基 2-FFT 程序可供使用，如何构造一序列 z[n]，通过一次调用该程序，并经简单计算得到 H[k]和 X[k]，写出实现步骤。

解：(a)两个序列线性卷积的长度为 $N_1+N_2-1=117$，则长度为 117 的圆周卷积可以计算线性卷积，所以计算 DFT 的最小点数是 117.

(b) 步骤 1：

序列 $x(n)$，$\mathrm{h}(n)$ 均补零至长度 $N=128=2^7$，满足 $N\geq N_1+N_2-1=115$，即

$$x(n)=\begin{cases}x(n) & n=0,1,\cdots,58\\ 0 & n=59,60,\cdots,127\end{cases},\quad \mathrm{h}(n)=\begin{cases}\mathrm{h}(n) & n=0,1,\cdots,58\\ 0 & n=59,60,\cdots,127\end{cases}$$

步骤 2：由于 $x(n)$，$\mathrm{h}(n)$ 的 $N=128=2^7$ 点 DFT 分别为 $X(k)$，$\mathrm{H}(k)$，所以构造序列 $z(n)=x(n)+jh(n)$，计算其 $N=128=2^7$ 点 DFT $\mathrm{Z}(k)$，得 $Z(k)=X(k)+jH(k)$。

步骤 3：$X(k)=\mathrm{Z}_{ep}(k)=(Z(k)+Z^*(\mathrm{N}-k))/2$

$$H(k)=\mathrm{Z}_{op}(k)=(Z(k)-Z^*(\mathrm{N}-k))/2$$