University Physics

Xi'an Jiaotong University

Oct. 25, 2022

Yosemite National Park

回顾：光栅衍射的特征

结论：　缝间干涉 + 单缝衍射 = 光栅衍射

缝数的增加 ➡ 主极大明纹变细，亮度变大，暗区变暗

光强分布有单缝衍射痕迹 --- 主极大包络线与单缝衍射强度相似

光栅方程（明纹条件）

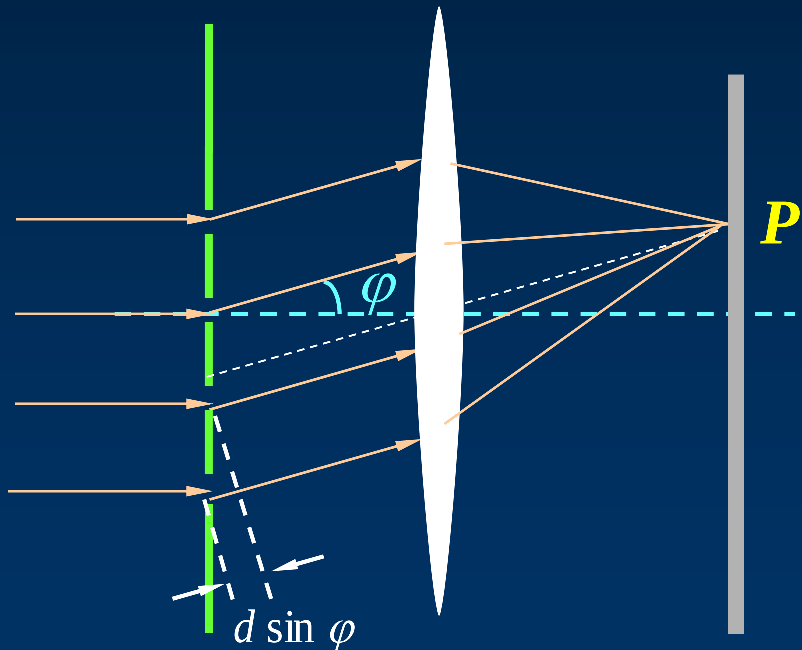
$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

暗纹条件

$$d\sin\varphi = \pm\frac{m\lambda}{N} \qquad \boldsymbol{m \neq kN}$$

★缺级公式

$$k = \frac{d}{a}\cdot k' \qquad (k' \text{ 取非零整数})$$



其中，k是缺级**主极大明纹的级次**，k'是**单缝衍射暗纹的级次**

例： 用每毫米有 **300** 条刻痕的衍射光栅来检验仅含有属于红和蓝的两种单色成分的光谱。已知红光波长 λ_R 在**0.63 - 0.76 μm** 范围内，蓝光波长 λ_B 在**0.43 - 0.49 μm** 范围内。当光垂直入射到光栅时，发现在 **24.46°** 角度处，红蓝两谱线同时出现。

(1) 还在什么角度下可以同时出现红蓝两谱线?

(2) 在什么角度下只有红光光谱线出现?

解： 由题可知，光栅常数

$$a+b=1/300\text{mm}=3.33\mu\text{m}$$

(1) 光栅方程 $\quad (a+b)\sin\varphi=\pm k\lambda,\quad k=0,1,2,\ldots$

$$\therefore (a+b)\sin 24.46^\circ=1.38\mu\text{m}=\pm k\lambda$$

已知：$\lambda_R=0.63-0.76\mu\text{m},\quad \lambda_B=0.43-0.49\mu\text{m}$

衍射角 **24.46°** $\begin{cases} \text{对于红光：} & k=2 \quad \lambda_R=0.69\mu\text{m} \\ \text{对于蓝光：} & k=3 \quad \lambda_B=0.46\mu\text{m} \end{cases}$

红光最大级次 $k_{\max}=(a+b)/\lambda_R=4.8$ 取, $k_{\max}=4$

红光的第 **4** 级与蓝光的第 **6** 级还会重合；重合处的衍射角 *φ'*

$$\sin\varphi'=4\lambda_R/(a+b)=0.828 \qquad \therefore \varphi'=55.9^\circ$$

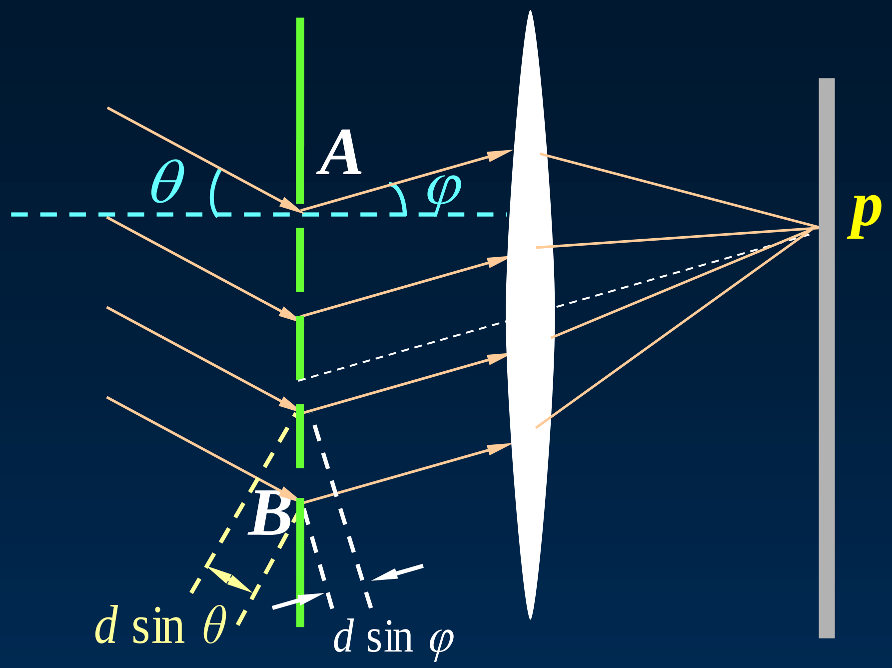
(2) 红光的第二、四级与蓝光重合，且最多只能看到四级

纯红光谱的第一、三级将出现在：

$$\sin\varphi_1=\frac{\lambda_R}{a+b}=0.207 \qquad \varphi_1=11.9^\circ$$

$$\sin\varphi_3=\frac{3\lambda_R}{a+b}=0.621 \qquad \varphi_3=38.4^\circ$$

四. 斜入射的光栅方程



主极大条件:

$$d(\sin\varphi+\sin\theta)=\pm k\lambda$$

$$k=0,\ 1,\ 2,\ 3\ldots$$

缺级条件:

$$\boxed{\begin{aligned} a(\sin\varphi+\sin\theta)&=\pm k'\lambda \\ d(\sin\varphi+\sin\theta)&=\pm k\lambda \end{aligned}}$$

$$k=\frac{d}{a}\cdot k' \quad (k' \text{ 取非零整数})$$

最多明条纹数 $\left(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$

$$k_{+\max}=\frac{d}{\lambda}\left(\sin\frac{\pi}{2}+\sin\theta\right), \text{取整} \qquad k_{-\max}=\frac{d}{\lambda}\left[\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\theta\right], \text{取整}$$

$$\Delta N=k_{+\max}-k_{-\max}+1 \quad (\text{扣除缺级的条纹数})$$

例 一束波长为 **480 nm** 的单色平行光，照射在每毫米内有**600**条刻痕的平面透射光栅上。

求 **(1)** 光线垂直入射时，最多能看到第几级光谱？

(2) 光线以 **30°**入射角入射时，最多能看到第几级光谱？

解 **(1)** $d\sin\varphi = \pm k\lambda$ $\quad d = \dfrac{1}{600\times 10^{3}} = \dfrac{1}{6}\times 10^{-5}\ \text{m}$

$$k_{\max} = \left[\frac{d}{\lambda}\right] = \left[\frac{10^{-5}}{6\times 4.8\times 10^{-7}}\right] = 3$$

(2) $d(\sin\varphi + \sin 30^{\circ}) = \pm k\lambda$

当 $\varphi = 90^{\circ}$ 时 $\quad k_{+\max} = 5$

当 $\varphi = -90^{\circ}$ 时 $\quad k_{-\max} = -1$

*五．X射线在晶体上的衍射

1. X射线

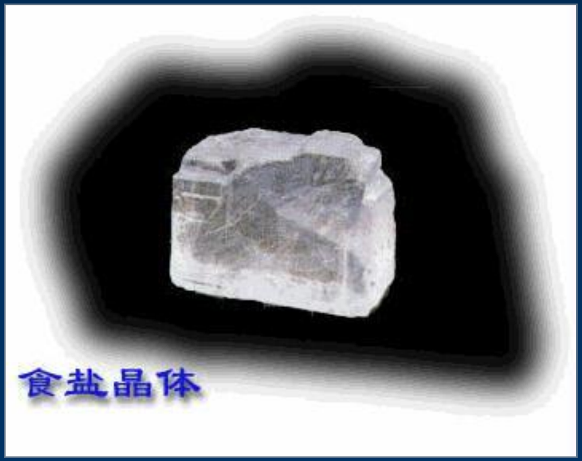
X 射线是波长很短的电磁波，波长范围在 10^{-11}m~10^{-8}m

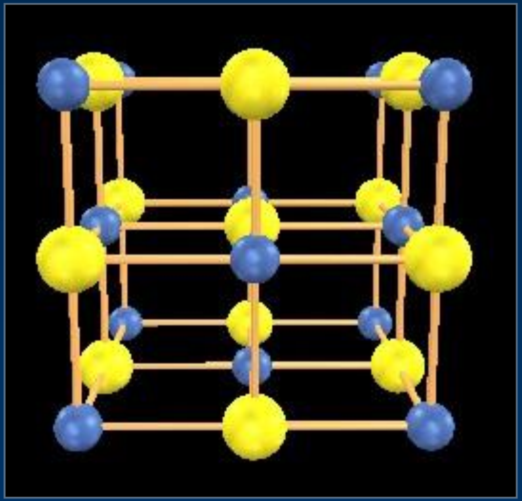
用普通光栅观测不到 *X* 射线衍射效应 $\Longleftrightarrow (a+b) >> \lambda$

1912年，德国物理学家劳厄（M. Vonlaue）提出：

天然晶体 $\Longleftrightarrow$ 三维的立体光栅 $\Longleftrightarrow$ *X* 射线衍射

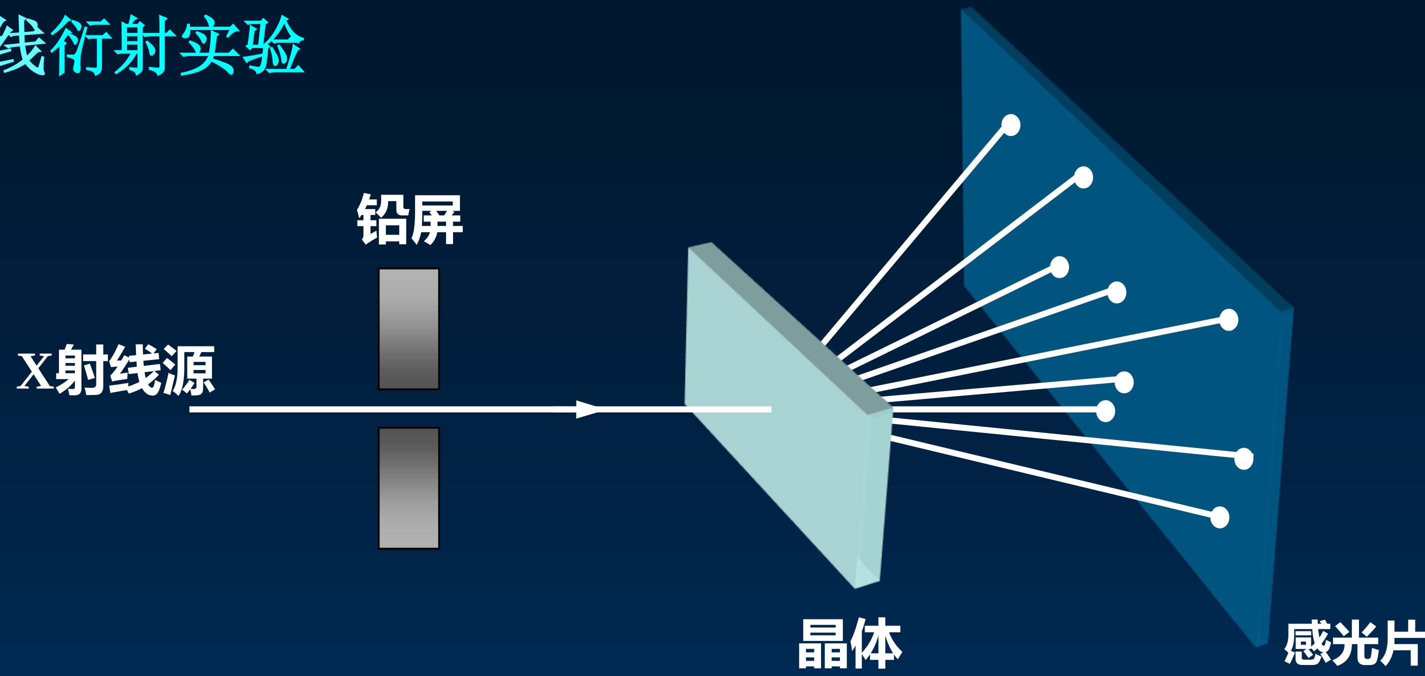
2. 晶体



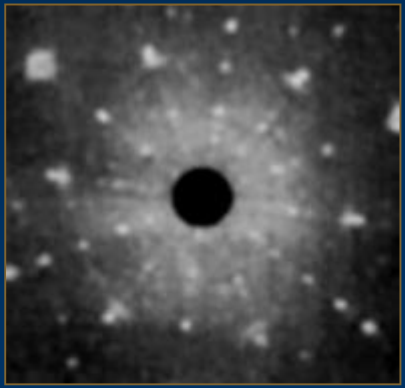


食盐晶体的点阵模型

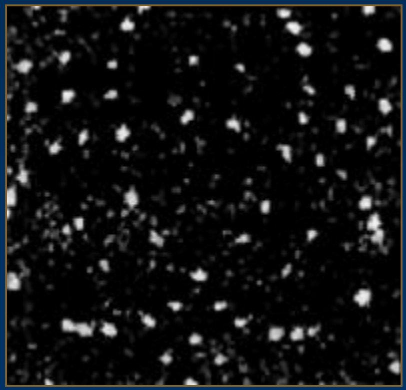
3. X射线衍射实验



X射线衍射图样（劳厄斑）

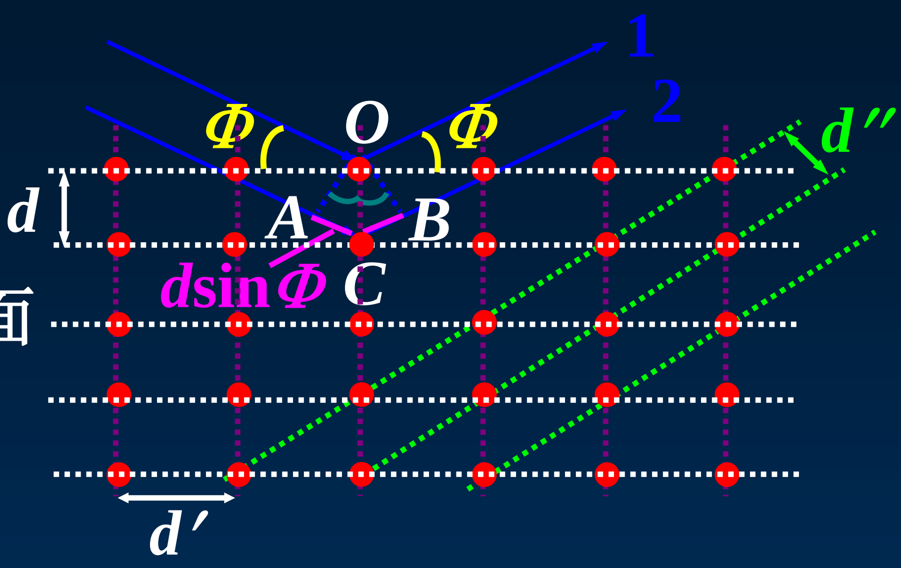


红宝石晶体



硅单晶体

4. X射线衍射方程



d： 晶面间距

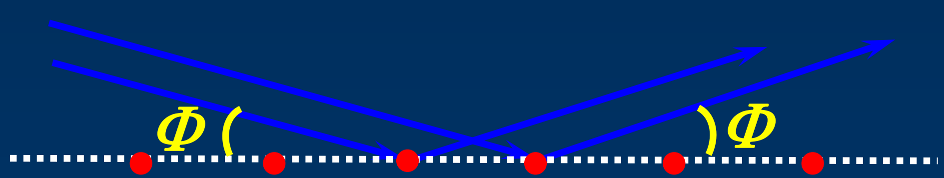
（晶格常数）

NaCl d =0. 28nm

Φ ：掠射角

1) 衍射中心： 每个原子都是散射子波的波源

2) 同一层晶面上点间散射光的干涉：



符合反射定律的散射光加强

3) 晶面间散射光的干涉：

$$\delta = \overline{AC} + \overline{CB} = 2d \cdot \sin \Phi$$

散射光干涉加强条件：

$$\boxed{2d \cdot \sin \Phi = k\lambda} \quad (k = 1, 2, 3, \cdots)$$

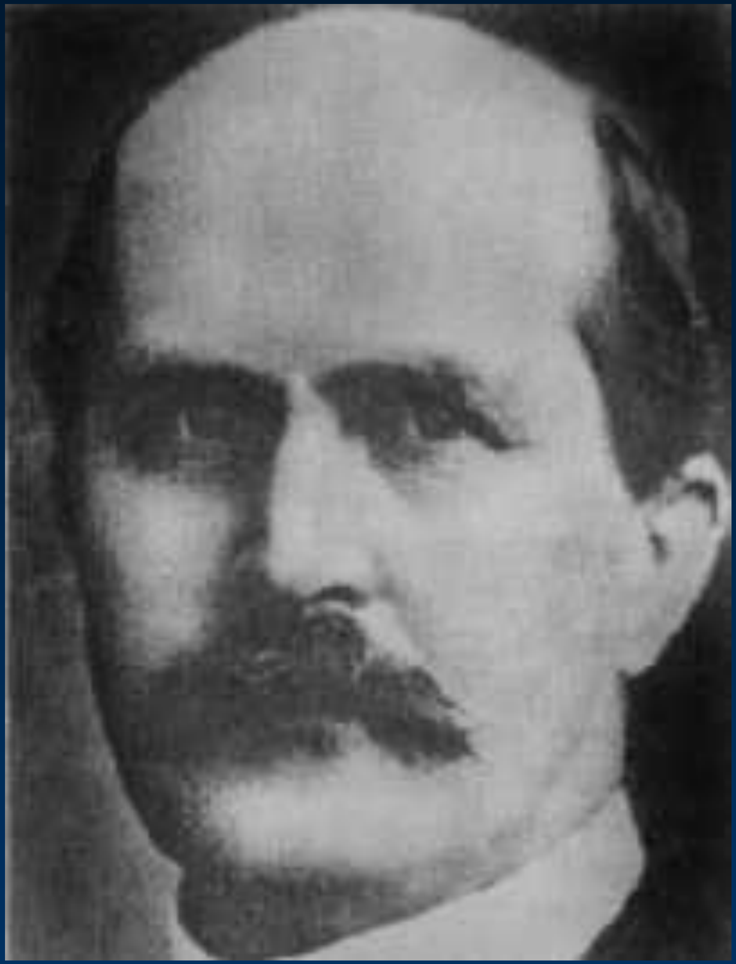
—— 布拉格公式

5. 应用

已知Φ、λ可测d — X射线晶体结构分析。

已知Φ、d可测λ — X射线光谱分析。

布拉格父子（**W.H. Bragg**， **W.L. Bragg**），
由于利用X射线分析晶体结构的杰出工作，
共同获得了1915年的诺贝尔物理学奖。



威廉.亨利.布拉格（父）

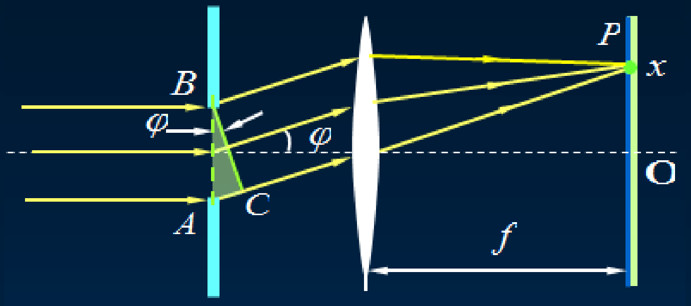
1862 — 1942

威廉.劳伦斯.布拉格（子）

1890 — 1971

衍射小结

1. 单缝夫琅禾费衍射（半波带法）



(1) 中央明纹 $a\sin\varphi = 0$

(2) 暗纹条件

$$a\ \sin\varphi = \pm 2k\cdot\frac{\lambda}{2} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$

(3) 明纹条件（近似条件）

$$a\ \sin\varphi = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots$$

(4) 单缝夫琅禾费衍射的光强公式

$$I_\varphi = I_{\mathrm{m}}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

2. 光学仪器的最小分辨角和分辨本领

最小分辨角 $\delta_\varphi = 1.22\dfrac{\lambda}{D}$ ； **分辨本领** $R = \dfrac{1}{\delta_\varphi}$

3. 光栅衍射

(1) 光栅方程

$$d\sin\varphi = \pm k\lambda \qquad k = 0,1,2,\cdots$$

(2) 暗纹条件

$$d\sin\varphi = \pm\frac{m\lambda}{N} \qquad \boldsymbol{m \neq kN}$$

(3) 缺级公式

$$k = \frac{d}{a}\cdot k' \qquad (k' \text{ 取非零整数})$$

其中, k是缺级主极大的级次, k'是单缝衍射暗纹的级数。

(4) 光栅衍射的光强公式

$$I_0 = I_m\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2\cdot\left(\frac{\sin\frac{N\delta}{2}}{\sin\frac{\delta}{2}}\right)^2$$

§ 14.10 光的偏振性

光的偏振性
1. 光经过偏振片后，偏振性和光强的变化；
2. 光入射到晶体中，偏振性的变化；
3. 偏振光是如何发生干涉的？

一. 波的偏振性

定义：振动方向对于传播方向的不对称性----偏振性

纵波：振动方向与传播方向一致，不存在偏振问题

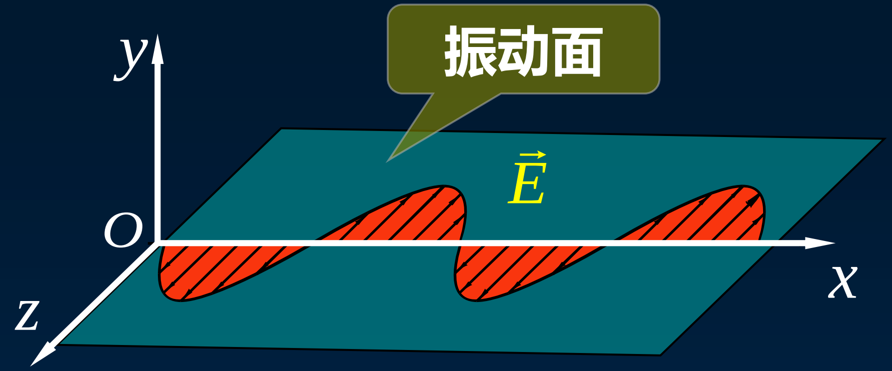
横波：振动方向与传播方向垂直，存在偏振问题

偏振现象是横波区别于纵波的最明显的特征

光的偏振性：光矢量的振动相对于传播方向的不对称性

光波是横波

二. 光的分类（偏振性）



1.线偏振光（平面偏振光）

光矢量只沿某一个固定方向振动，称为线偏振光

面对光的传播方向观察

线偏振光的表示法

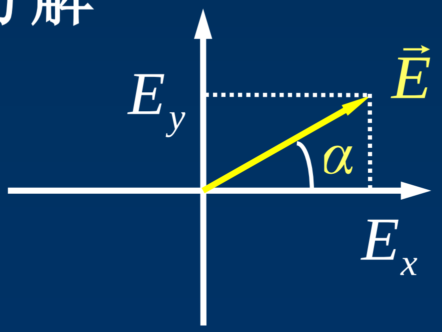
光振动平行板面

光振动垂直板面

线偏振光可沿两个相互垂直的方向分解

$$E_x = E\cos\alpha$$

$$E_y = E\sin\alpha$$



二. 自然光　垂直传播方向上，各个方向光振动振幅都相同的光

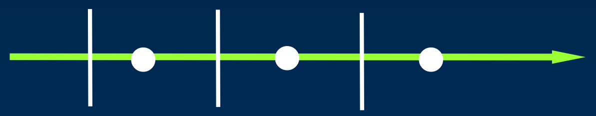
自然光可用两个相互独立、没有固定相位关系、等振幅且振动方向相互垂直的线偏振光表示

面对光的传播方向观察 均匀对称分布----非偏振光

$\overline{E}_x = \overline{E}_y \qquad I = I_x + I_y$

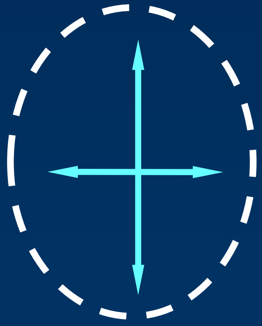
$$I_x = I_y = I/2$$

自然光的表示法



三. 部分偏振光

部分偏振光可用两个相互独立、没有固定相位关系、不等振幅且振动方向相互垂直的线偏振光表示。



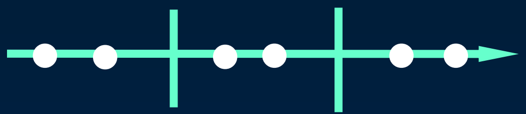
部分偏振光

部分偏振光的分解

一般，部分偏振光可看成是线偏振光和自然光的混合

部分偏振光的表示法

平行板面的光振动较强



垂直板面的光振动较强

四. 偏振度（光的偏振性程度）

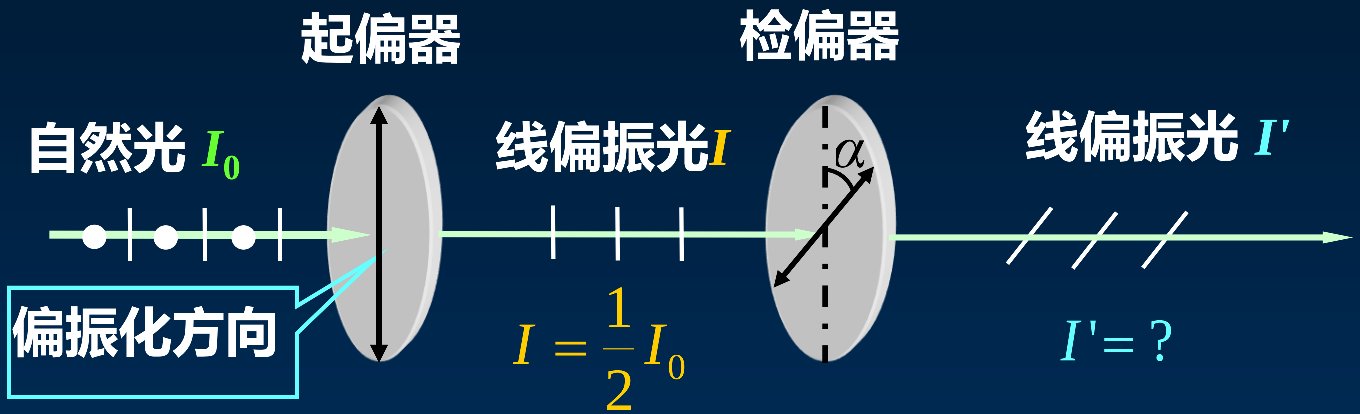
部分偏振光可看成是自然光和线偏振光的混合，设部分偏振光的强度为I_i，其中自然光强度为I_n，线偏振光的强度为I_p，则有

$$I_i = I_n + I_p$$

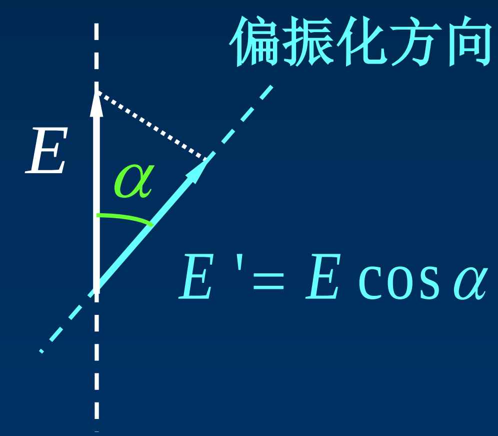
偏振度 $$p = \frac{I_p}{I_i} = \frac{I_p}{I_p + I_n} \quad \begin{cases} p = 1 & \text{线偏振光} \\ 0 < p < 1 & \text{部分偏振光} \\ p = 0 & \text{自然光} \end{cases}$$

§ 14.11 偏振片的起偏和检偏 马吕斯定律

一. 起偏和检偏



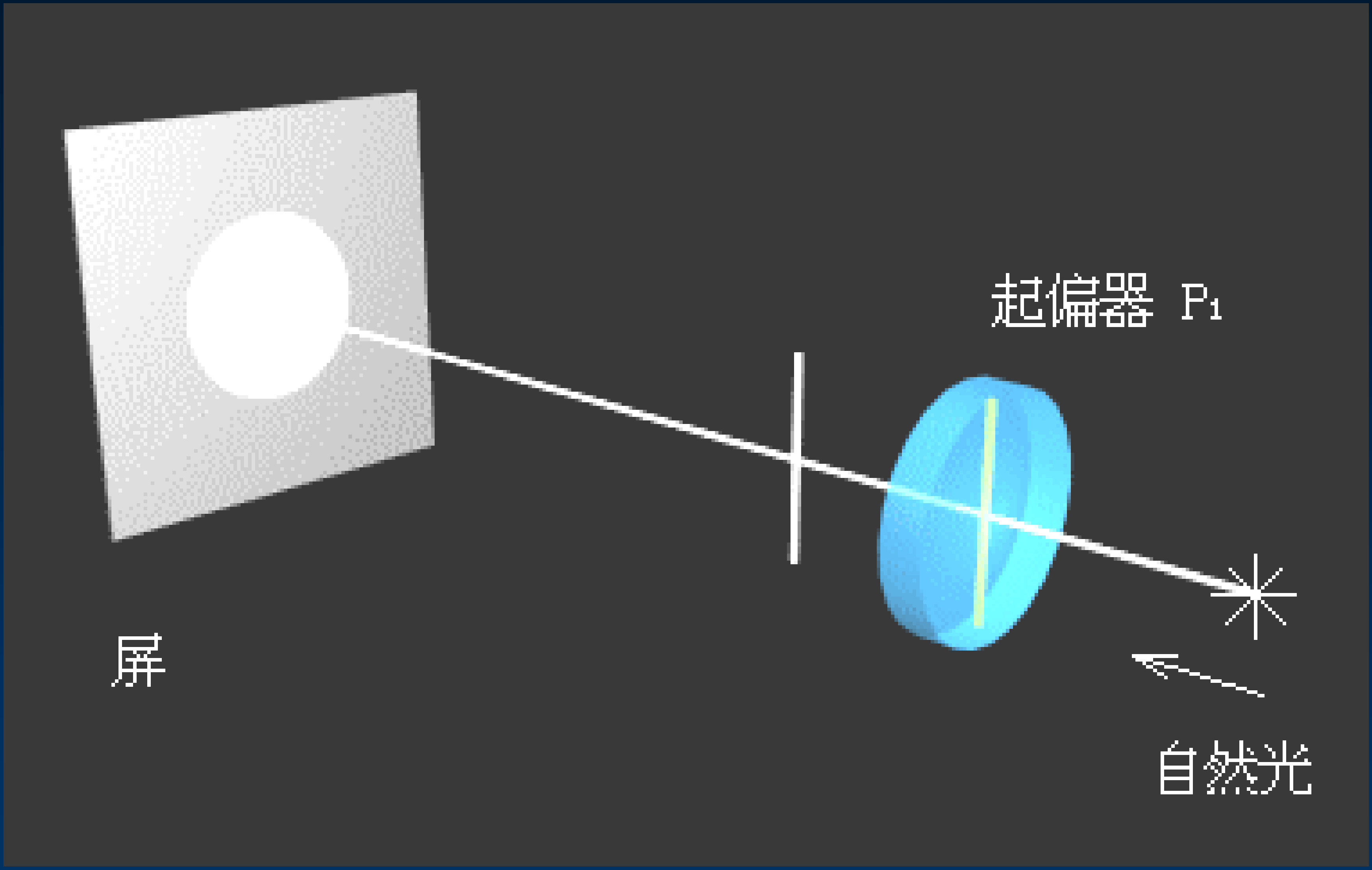
二. 马吕斯定律



$$I \propto E^2 \quad \Longrightarrow \quad I' \propto E'^2 = E^2 \cos^2 \alpha$$

$$\boxed{I' = I \cos^2 \alpha}$$ 马吕斯定律

当 $\alpha = 0$, $I' = I_{max} = I_0$ ； 当 $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $I' = 0$ — 消光


起偏器 P_1
屏
自然光

例 一束部分偏振光, 当它通过一偏振片时, 发现光强取决于偏振片的取向, 且最大可以变化 **5** 倍

求 此光的偏振度?

解： 部分偏振光光强 $I_i = I_n + I_p$

透射光最大光强： $\frac{1}{2} I_n + I_p$

最小光强： $\frac{1}{2} I_n$

依题意得 $\frac{1}{2} I_n + I_p = 5(\frac{1}{2} I_n)$ $I_p = 2I_n$

$$p = \frac{I_p}{I_i} = \frac{I_p}{I_p + I_n} = \frac{2}{3}$$