期中考试模拟题（六）2020.11

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、袋中装有 4 个白球，5 个黑球，从中任取 2 个球，则至少有一个是黑球的概率是___________。

2、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} axe^{-x}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$，则常数 $a=$_______。

3、设随机变量 $X\sim\exp(3)$，令 $Y=\begin{cases} 0, & X\le 1 \\ 1, & X>1 \end{cases}$，则 $P\{Y=0\}=$_____________。

4、随机变量 $X\sim B(3,0.4)$，令 $Y=\dfrac{X(3-X)}{2}$，则 $P\{Y=1\}=$_____________ 。

5、随机变量 X_1,X_2,X_3 独立且均服从参数为 λ 的泊松分布，

$Y=\dfrac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，则 $E(Y^2)=$___________ 。

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、A,B 为两个互斥事件，$P(A)>0,P(B)>0$，则下列结论中正确的是（　　）。

（A） $P(AB)=P(A)P(B)$　　（B） $P(B|A)=0$

（C） $P(B|A)>0$　　（D） $P(A|B)=P(A)$

2、设 X 的分布律为 $P\{X=k\}=\dfrac{c\lambda^k e^{-\lambda}}{k!},(k=0,2,4,\cdots)$，则 λ,c 一定满足（　）。

（A） $\lambda>0$　（B） $\lambda c>0$　（C） $c>0$ 且 $\lambda>0$　（D） $c>0$

3、设(X , Y)在单位圆内服从均匀分布，则 X 与 Y 是（　　）的随机变量。

（A） 独立同分布　（B） 独立不同分布

（C） 不独立但同分布　（D） 不独立也不同分布

4、设随机变量 X,Y 独立同分布，且 X 的概率分布为 $P\{X=1\}=2/3$，

$P\{X=2\}=1/3$，则 $P\{X+Y=3\}=$（　　）。

（A） 1/9　（B） 4/9　（C） 2/9　（D） 1/3

5、设 X , Y 服从相同的(0-1)分布，且 $E(XY)=5/8$，则 $P\{X+Y\le 1\}=$（　　）。

(A) 3/8　　　(B) 1/8　　　(C) 1/4　　　(D) 1/2

三、解答下列各题（共 32 分）

1、(6 分) 设 A、B、C 都是随机事件，$P(\overline{A}\cup\overline{B})=0.9, P(\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C})=0.97$，求概率 $P(AB-C)$。

2、(6 分) 设箱中装有 6 件产品，其中 3 件合格品。现掷一个骰子，出现几点就从箱中取几件产品，求取出的产品都是合格品的概率。

3、（6 分）设随机变量 $X \sim N(3,9), Y \sim N(1,5)$，且 X 与 Y 独立，求

$P\{2X-3Y>3\}$。

4、(6 分) 随机变量 X 与 Y 独立，$X \sim P(\lambda_1)$，$Y \sim P(\lambda_2)$，且

$P\{X+Y>0\}=1-e^{-1}$，求 $E[(X+Y)^2]$。(计算出具体数值)

5、(8 分) 设二维随机变量 (X,Y) 在矩形 $G=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 2, 0\le y\le 1\}$ 上服从均匀分布，求边长为 X 和 Y 的矩形面积 S 的概率密度 $f(s)$。

四、(18 分) 设二维随机变量 (X,Y) 在由曲线 $y=x^2$ 及 $x=y^2$ 所围成的区域 D 内服从均匀分布，求（1）二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度 $f(x,y)$；

（2） X 的边缘概率密度 $f_X(x)$，Y 的边缘概率密度 $f_Y(y)$；

（3）判断 X 与 Y 是否独立，并说明理由；（4）Y 的条件概率密度 $f_{Y|X}(y\,|\,x)$；

（5）概率 $P\{Y>X\,|\,0<X<\frac{1}{2}\}$。

五、(10 分) 设 X 的概率密度为 $f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & -1<x<0\\ \frac{1}{4}, & 0\le x<2\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，令 $Y=X^2$，

$F(x,y)$ 为二维随机变量 (X,Y) 的分布函数，求：（1）Y 的概率密度 $f_Y(y)$；

（2） $F(-\frac{1}{2},4)$。

六、（10 分）随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2\cos(2x), & 0<x<\dfrac{\pi}{4}, \\ 0, & 其他\end{cases}$

$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 相互独立，且与 X 具有相同的分布。求 n，使得

$P\{\min(X_1, X_2, \cdots, X_n)<\dfrac{\pi}{12}\} \geq \dfrac{15}{16}$。