



二端口网络

一端口网络

第16章

主讲人：邹建龙

时 间： 年 月 日



□ 引言

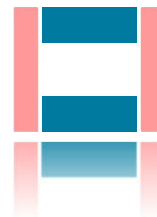
□ 16.1 二端口网络的定义和参数

□ 16.2 二端口网络参数的确定方法

□ 16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

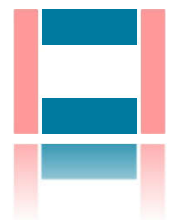
□ 16.4 二端口网络的连接

□ 小结





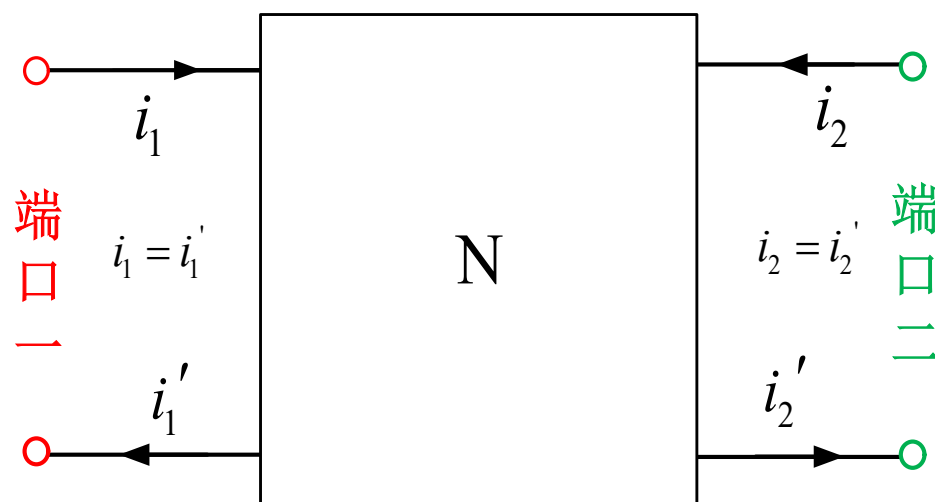
16 二端口网络——引言



16.1 二端口网络的定义和参数——定义

二端口网络的定义：

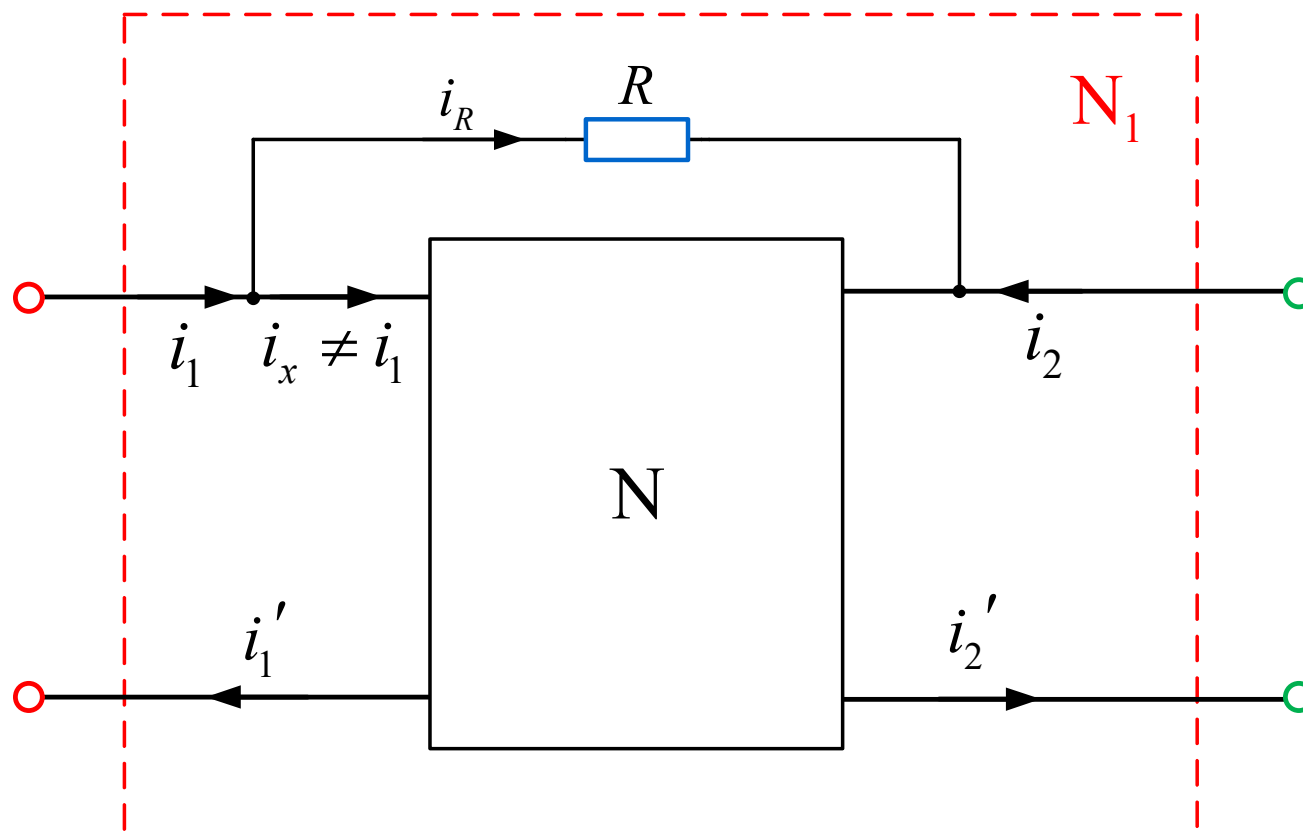
图示电路网络N具有两个端口，并且满足端口流入电流等于流出电流，则称网络N为二端口网络。



二端口网络N中有可能含有独立电源，不过本课程只介绍分析不含独立电源的二端口网络。

16.1 二端口网络的定义和参数——定义

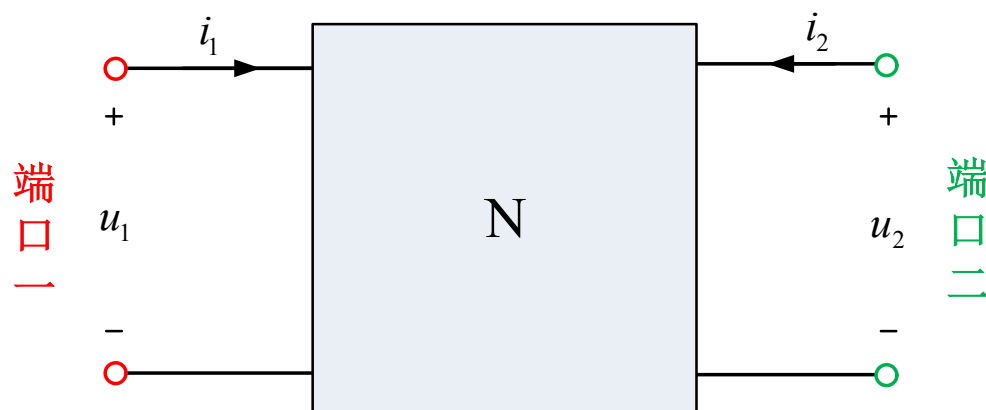
电路网络具有两个端口，但不是二端口网络的例子：



如果电阻 R 上电流不等于零，则 N 与 N_1 两个电路网络至少有一个不符合二端口网络的定义，即端口流入电流=流出电流

16.1 二端口网络的定义和参数——参数

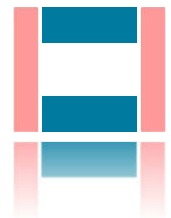
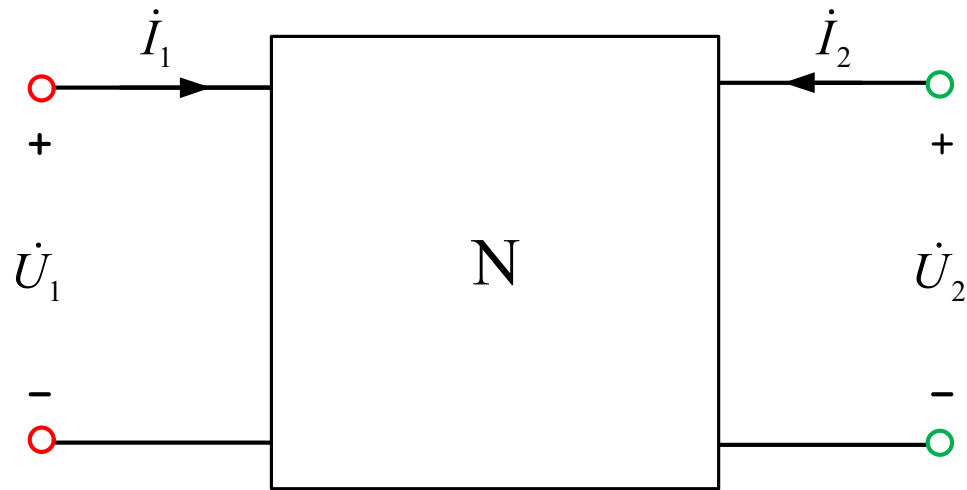
电阻参数 R 用来表示电阻的电压与电流关系，同样地，
二端口网络的参数用来表示二端口网络的电压与电流关系。



- 二端口网络有两个端口电压和两个端口电流，总计有36种可能的电压、电流关系排列组合。不过，没有必要定义36种参数。
- 最常用到的二端口网络参数有4种：阻抗参数、导纳参数、混合参数、传输参数。

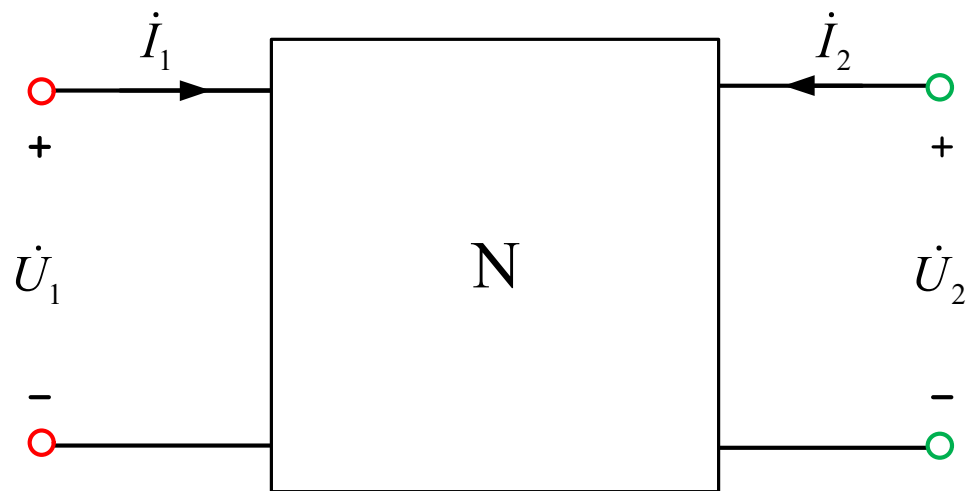
16.1 二端口网络的定义和参数——参数

阻抗参数 Z ：用两个端口电流表示两个端口电压。



16.1 二端口网络的定义和参数——参数

阻抗参数 \mathbf{Z} ：用两个端口电流表示两个端口电压。



$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}$$

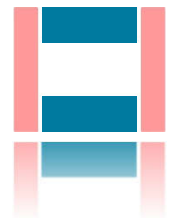
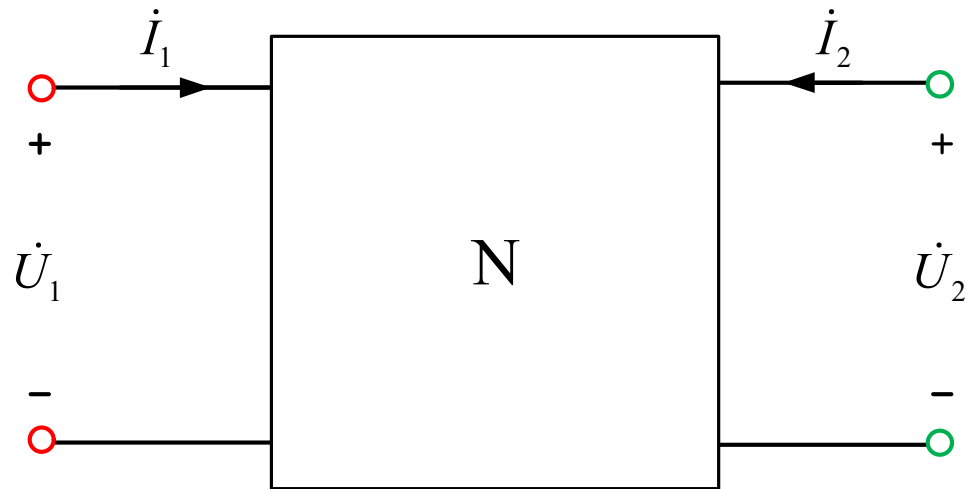
$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

- 因为该参数用电流表示电压，所以称 \mathbf{Z} 为阻抗参数
- 定义参数时假定激励为正弦，也适用于其他激励形式

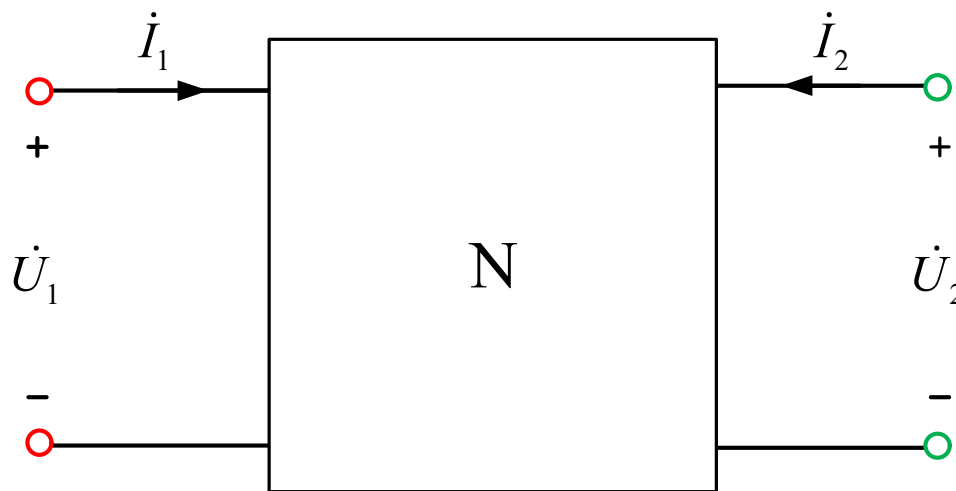
16.1 二端口网络的定义和参数——参数

导纳参数 Y : 用两个端口电压表示两个端口电流。



16.1 二端口网络的定义和参数——参数

导纳参数 \mathbf{Y} : 用两个端口电压表示两个端口电流。



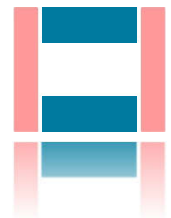
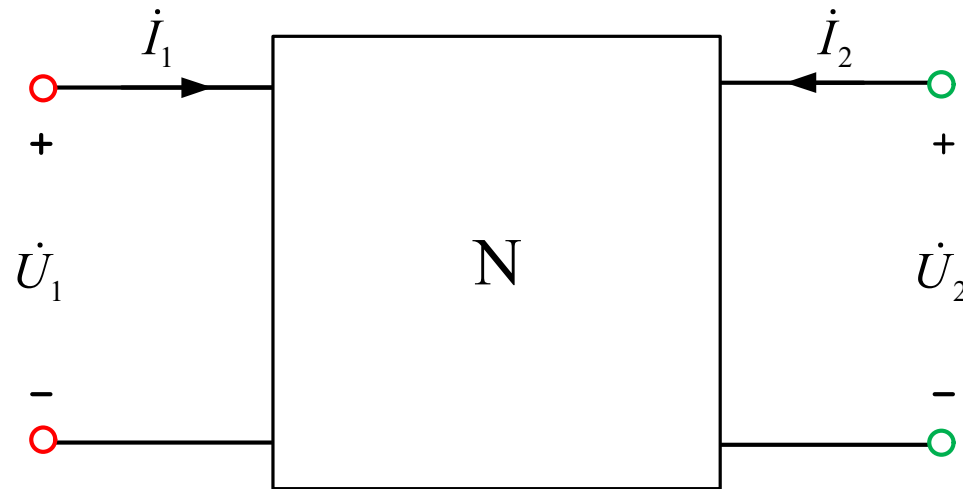
$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2 \end{aligned} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{Y} \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

□ 因为该参数用电压表示电流，所以称 \mathbf{Y} 为导纳参数



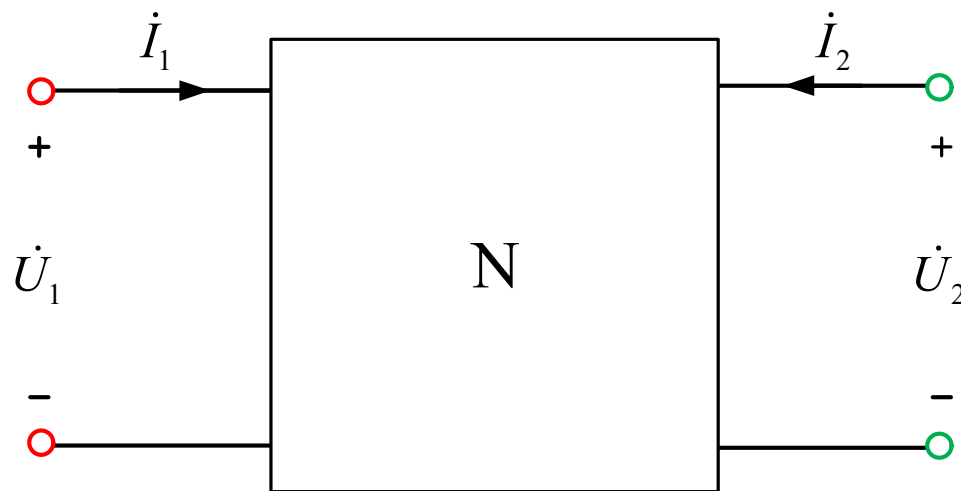
16.1 二端口网络的定义和参数——参数

混合参数 H ：用混合的电压电流表示混合的电压电流。



16.1 二端口网络的定义和参数——参数

混合参数 \mathbf{H} ：用混合的电压电流表示混合的电压电流。

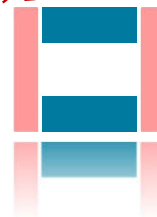


$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2\end{aligned}$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}$$

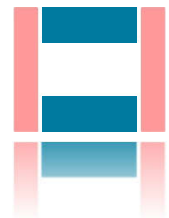
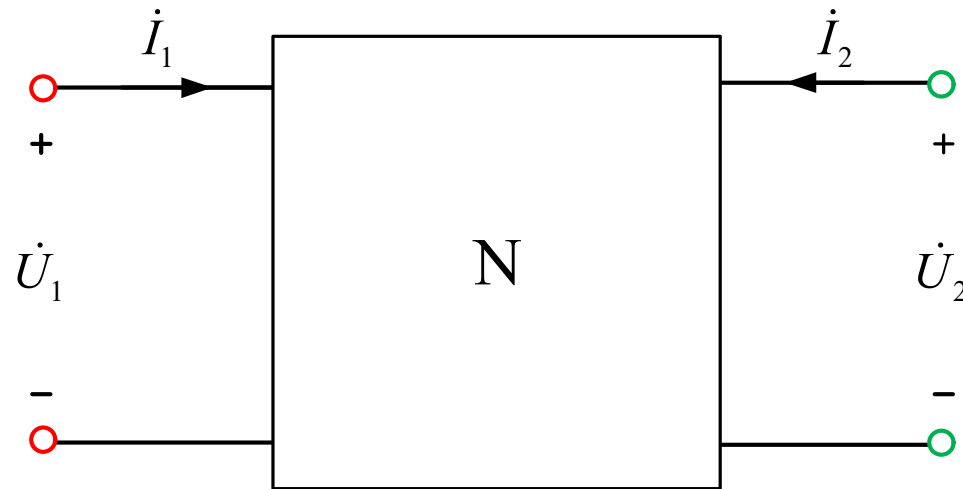
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}$$

□ 该参数电压电流和上下标等混在一起，因此称 \mathbf{H} 为混合参数



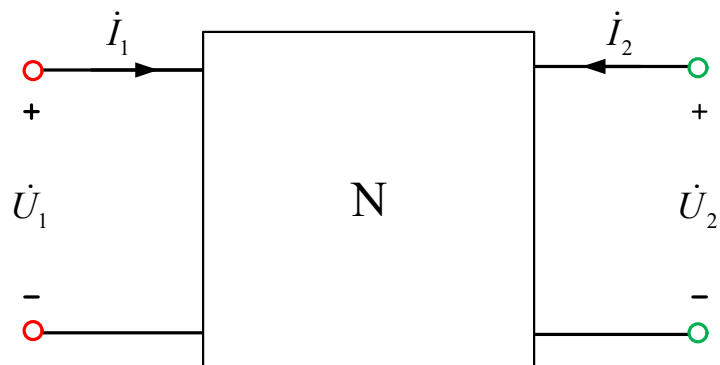
16.1 二端口网络的定义和参数——参数

传输参数 T : 用右侧电压电流表示左侧电压电流。



16.1 二端口网络的定义和参数——参数

传输参数 \mathbf{T} : 用右侧电压电流表示左侧电压电流。



$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= T_{11}\dot{U}_2 + T_{12}(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= T_{21}\dot{U}_2 + T_{22}(-\dot{I}_2)\end{aligned}\quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

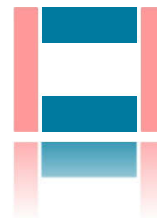
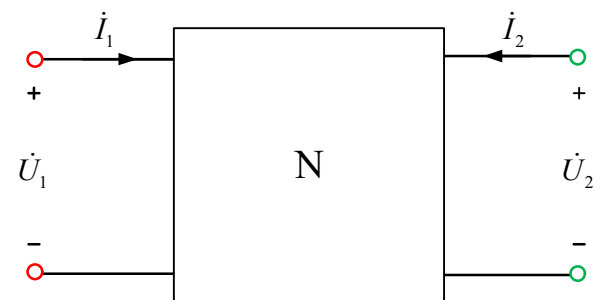
□ 该参数用右侧电压电流表示左侧电压电流，就好像电压电流从左向右传输一样，因此称 \mathbf{T} 为传输参数

□ 之所以右侧电流前面加负号，是因为加了负号（将电流反向）以后，才好像真的在传输

16.1 二端口网络的定义和参数——参数

二端口网络四种参数定义式总结

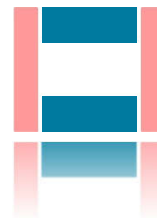
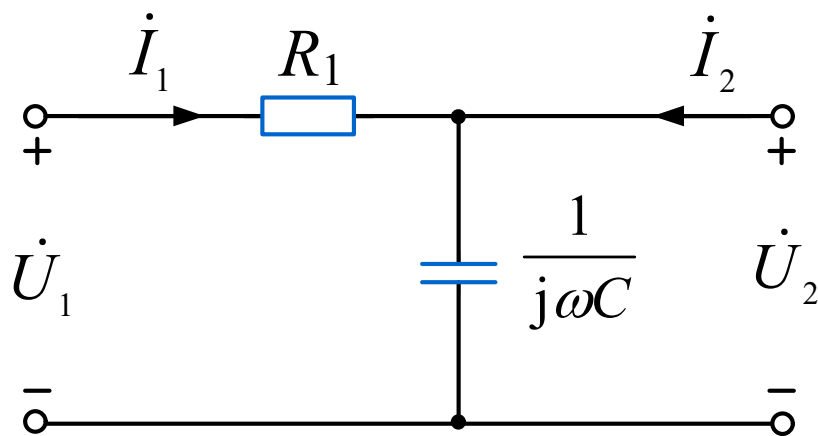
参数名称	二端口网络参数的定义式
阻抗参数 Z	$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}$
导纳参数 Y	$\begin{aligned}\dot{I}_1 &= Y_{11}\dot{U}_1 + Y_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= Y_{21}\dot{U}_1 + Y_{22}\dot{U}_2\end{aligned}$
混合参数 H	$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 &= H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2\end{aligned}$
传输参数 T	$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= T_{11}\dot{U}_2 + T_{12}(-\dot{I}_2) \\ \dot{I}_1 &= T_{21}\dot{U}_2 + T_{22}(-\dot{I}_2)\end{aligned}$



16.2 二端口网络参数的确定

二端口网络内拓扑结构和元件参数已知时确定二端口网络参数

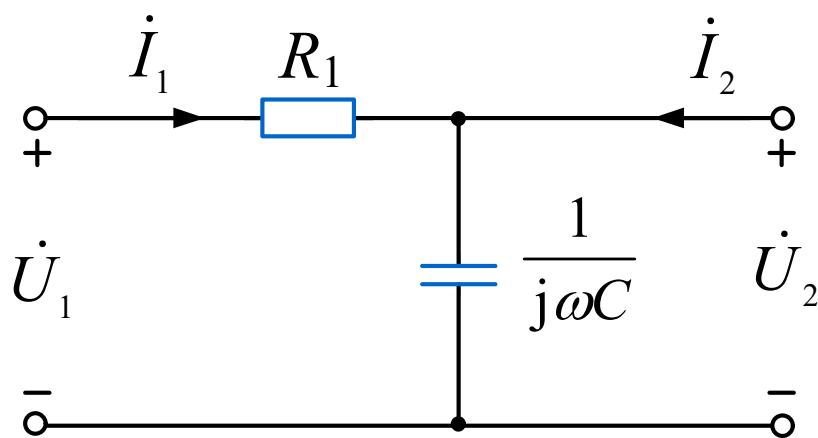
例题1 (提高) 求二端口网络的Z参数。



16.2 二端口网络参数的确定

二端口网络内拓扑结构和元件参数已知时确定二端口网络参数

例题1 (提高) 求二端口网络的Z参数。



$$\frac{\dot{U}_2}{1} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 \quad \dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_2$$
$$\frac{\dot{U}_2}{j\omega C}$$

第1步：列写方程

第2步：整理方程

第3步：对号入座

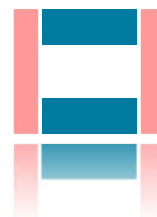
$$\dot{U}_1 = \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C} \right) \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_1 + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_2$$

$$\dot{U}_1 = Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2$$

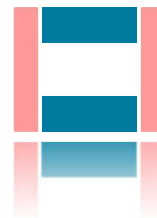
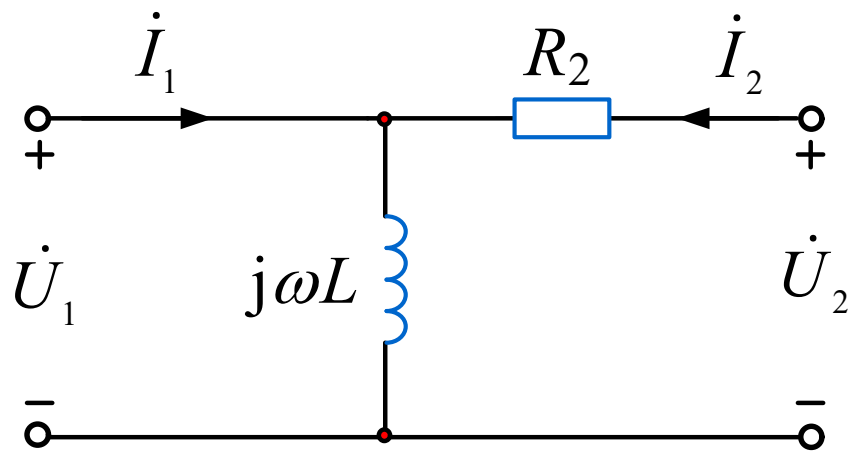
$$\dot{U}_2 = Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} R_1 + \frac{1}{j\omega C} & \frac{1}{j\omega C} \\ \frac{1}{j\omega C} & \frac{1}{j\omega C} \end{bmatrix}$$



16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

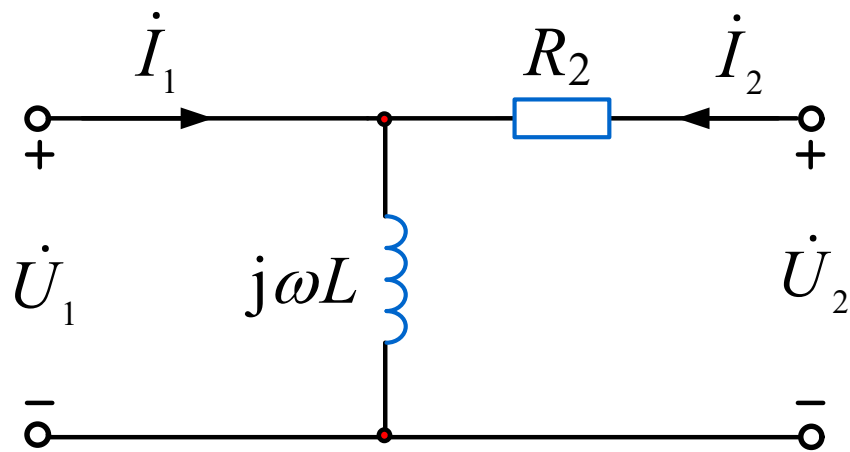
同步练习题1（基础） 求二端口网络的 Y 参数。



16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

同步练习题1（基础）

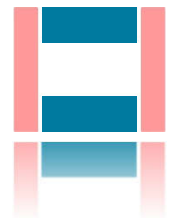
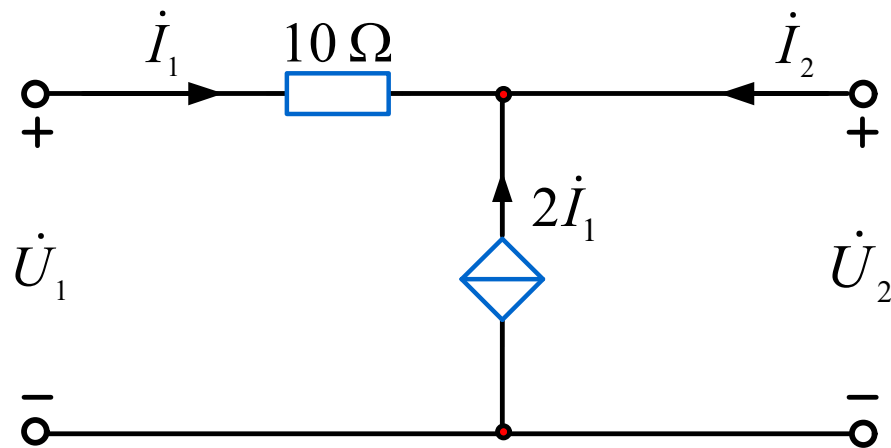
求二端口网络的 Y 参数。



答案: $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_2} + \frac{1}{j\omega L} & -\frac{1}{R_2} \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}$

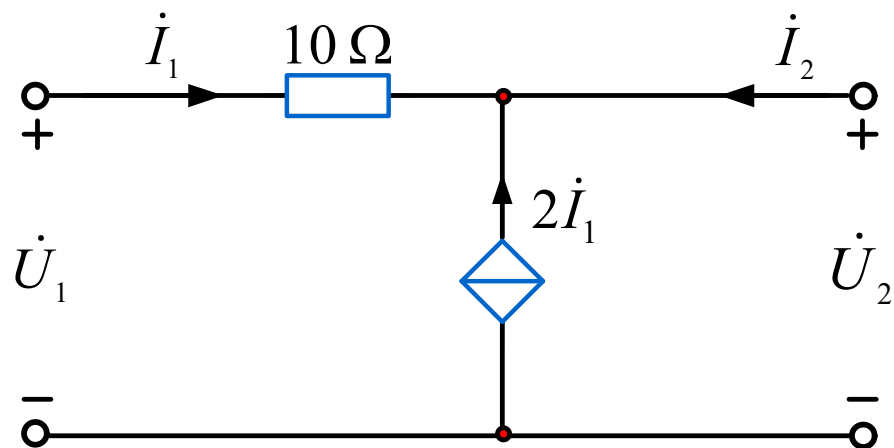
16.2 二端口网络参数的确定

例题2 (基础) 求二端口网络的 H 参数。



16.2 二端口网络参数的确定

例题2 (基础) 求二端口网络的 H 参数。



$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + 2\dot{I}_1 = 0 \quad \dot{U}_1 = 10\dot{I}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{U}_1 = 10\dot{I}_1 + \dot{U}_2$$

$$\dot{I}_2 = -3\dot{I}_1 + 0 \times \dot{U}_2$$

$$\dot{U}_1 = H_{11}\dot{I}_1 + H_{12}\dot{U}_2$$

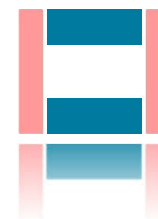
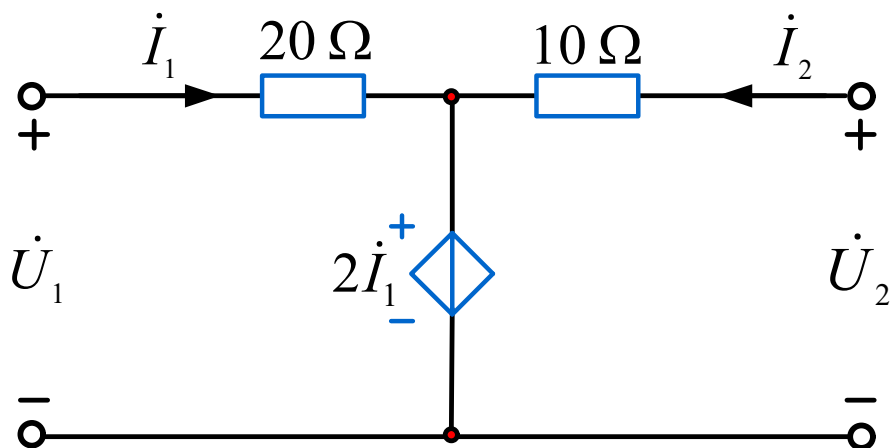
$$\dot{I}_2 = H_{21}\dot{I}_1 + H_{22}\dot{U}_2$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 10 \Omega & 1 \\ -3 & 0 \text{ S} \end{bmatrix} \text{ (单位通常可不写)}$$

16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

同步练习题2（基础）

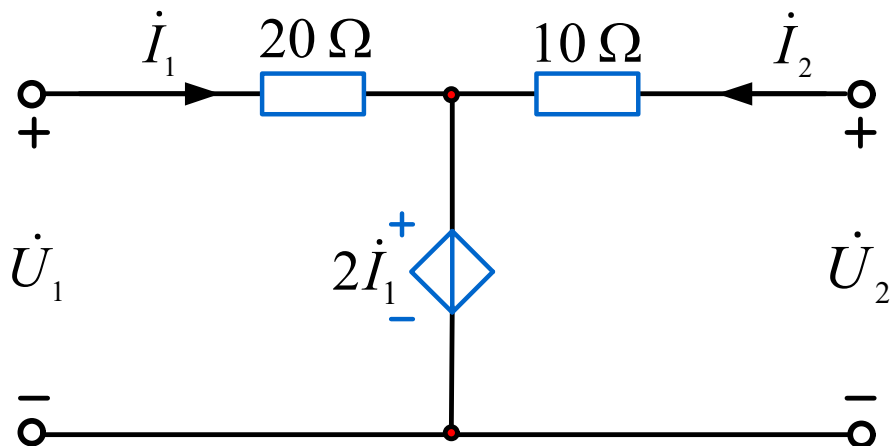
求二端口网络的 T 参数。



16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

同步练习题2（基础）

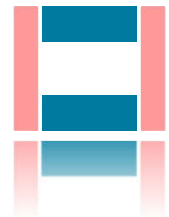
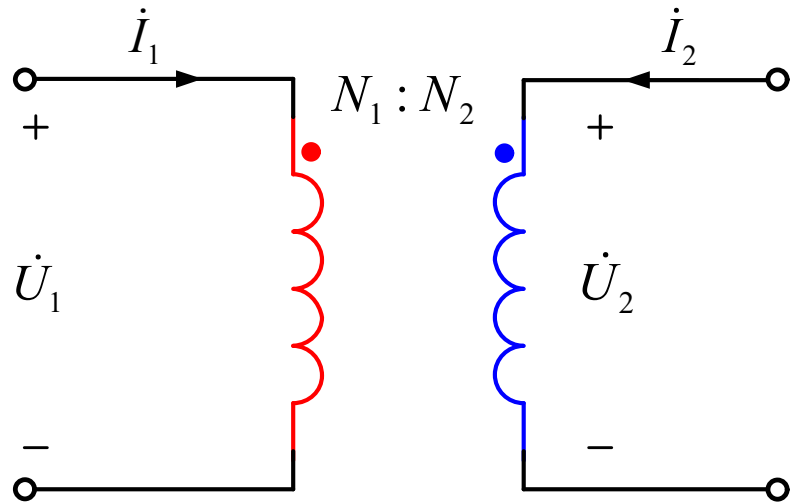
求二端口网络的 T 参数。



答案： $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 10 & 98 \\ 0.5 & 5 \end{bmatrix}$

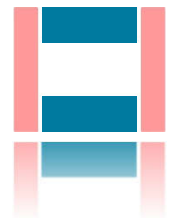
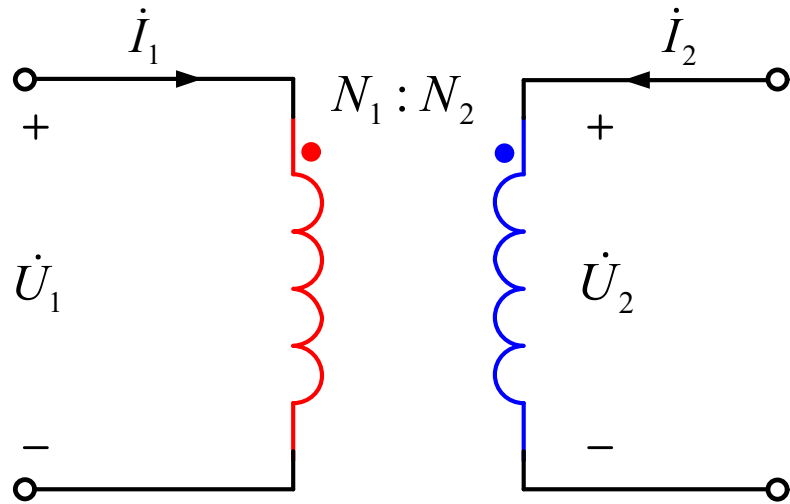
16.2 二端口网络参数的确定

例题3 (基础) 求二端口网络的 T 参数和 Z 参数。



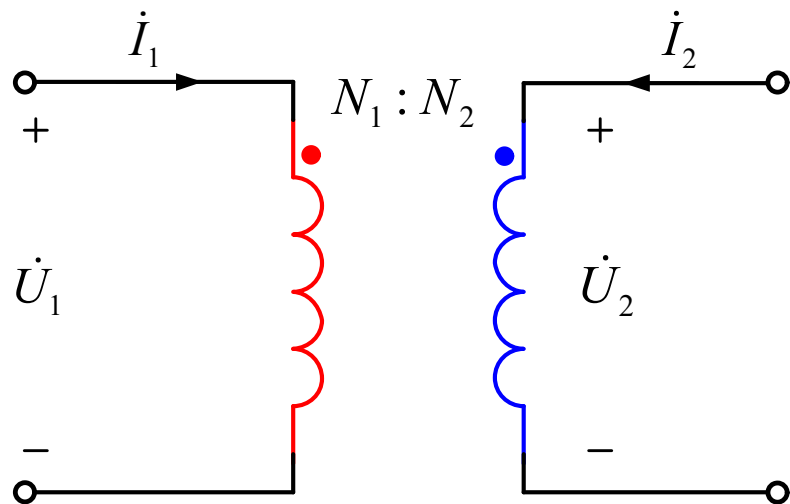
16.2 二端口网络参数的确定

例题3 (基础) 求二端口网络的 T 参数和 Z 参数。



16.2 二端口网络参数的确定

例题3 (基础) 求二端口网络的 T 参数和 Z 参数。



二端口网络
不一定同时存在4种参数

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = -\frac{N_2}{N_1}$$

Z 参数不存在。

$$\dot{U}_1 = \frac{N_1}{N_2} \dot{U}_2 + 0 \times (-\dot{I}_2) \quad \dot{U}_1 = T_{11} \dot{U}_2 + T_{12} (-\dot{I}_2)$$

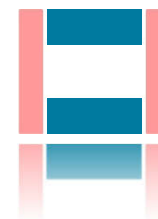
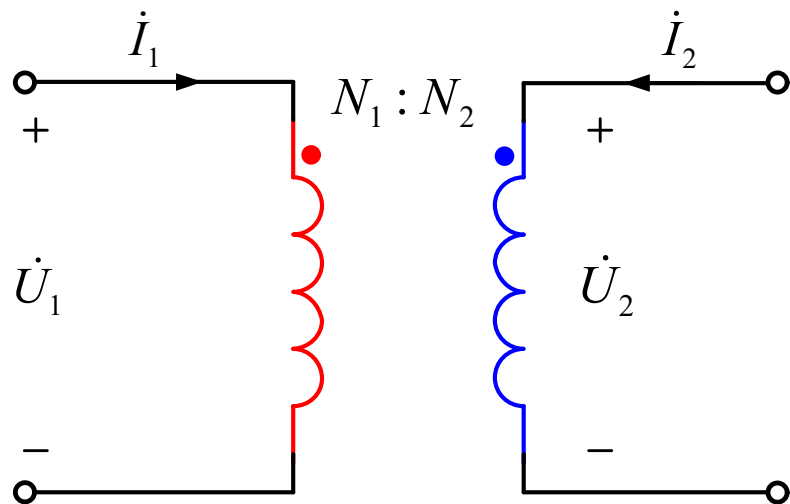
$$\dot{I}_1 = 0 \times \dot{U}_2 - \frac{N_2}{N_1} \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = T_{21} \dot{U}_2 + T_{22} (-\dot{I}_2)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \frac{N_1}{N_2} & 0 \\ 0 & \frac{N_2}{N_1} \end{bmatrix}$$

16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

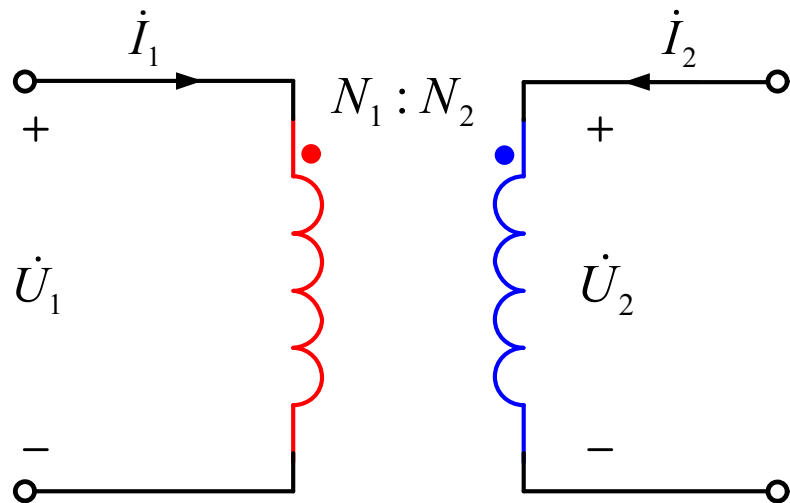
同步练习题3（基础） 求二端口网络的 H 参数和 Y 参数。



16.2 二端口网络参数的确定——已知拓扑和元件参数

同步练习题3（基础）

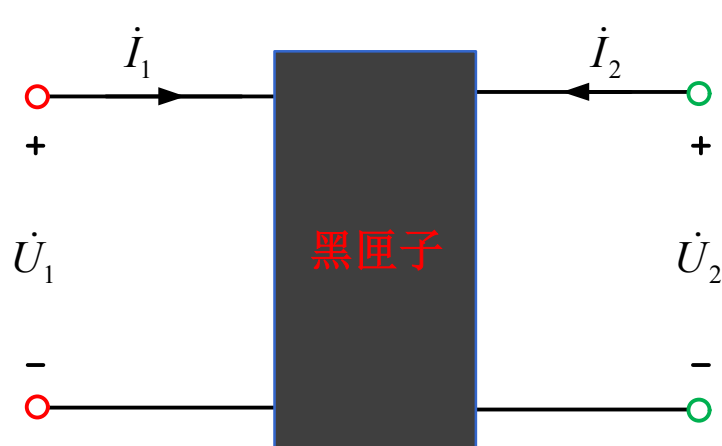
求二端口网络的 H 参数和 Y 参数。



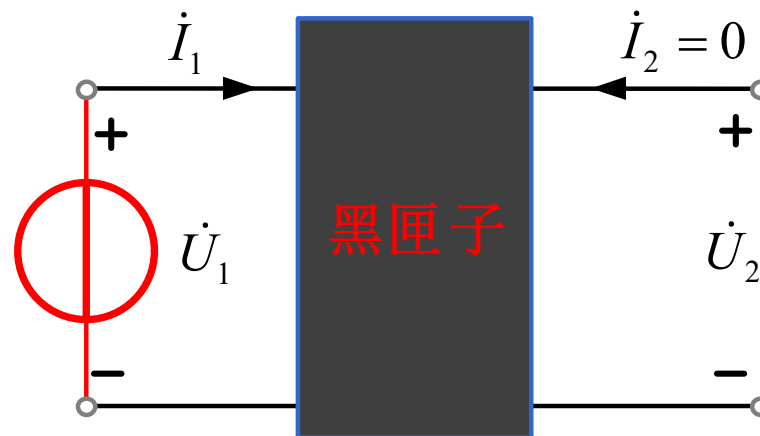
答案： $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{N_1}{N_2} \\ -\frac{N_1}{N_2} & 0 \end{bmatrix}$ ， Y 参数不存在

16.2 二端口网络参数的确定

二端口网络为黑匣子时确定二端口网络参数
采用实验测量法，以求Z参数确定为例。



$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}$$

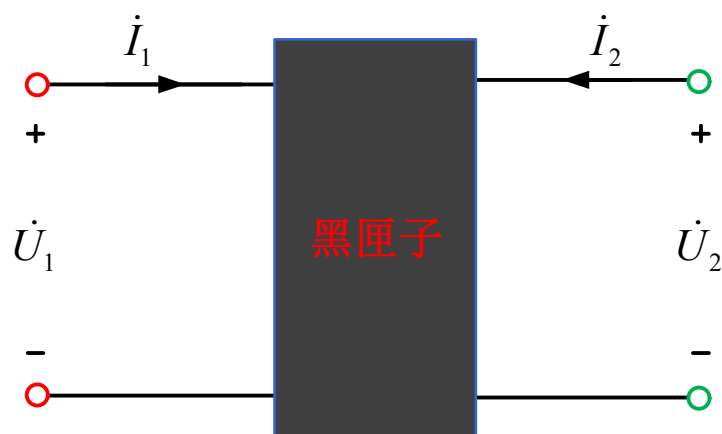


$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1\end{aligned}$$

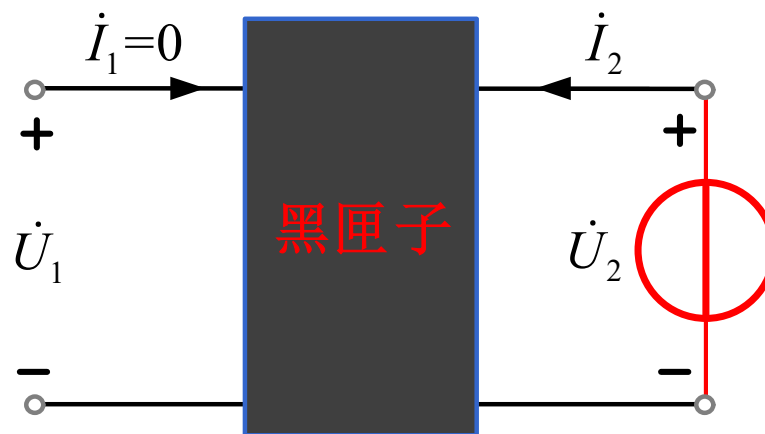
$$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}, \quad Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$$

16.2 二端口网络参数的确定

二端口网络为黑匣子时确定二端口网络参数
采用实验测量法，以求Z参数确定为例。



$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}$$

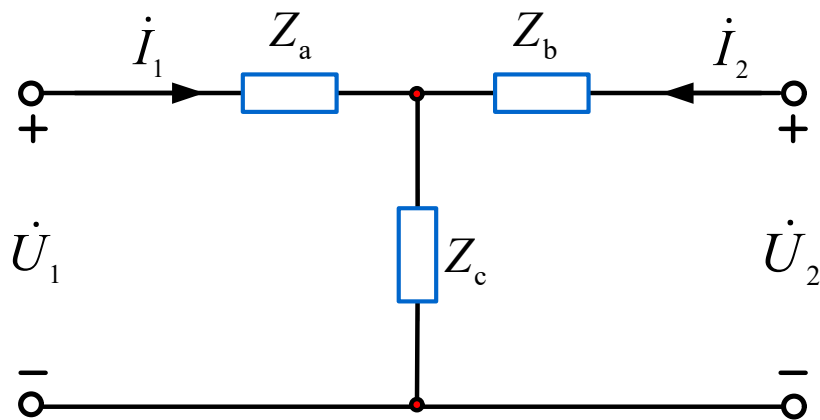
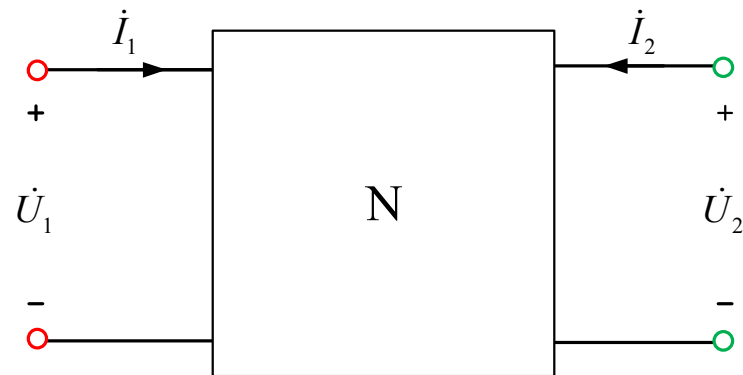


$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= Z_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{22}\dot{I}_2\end{aligned}$$

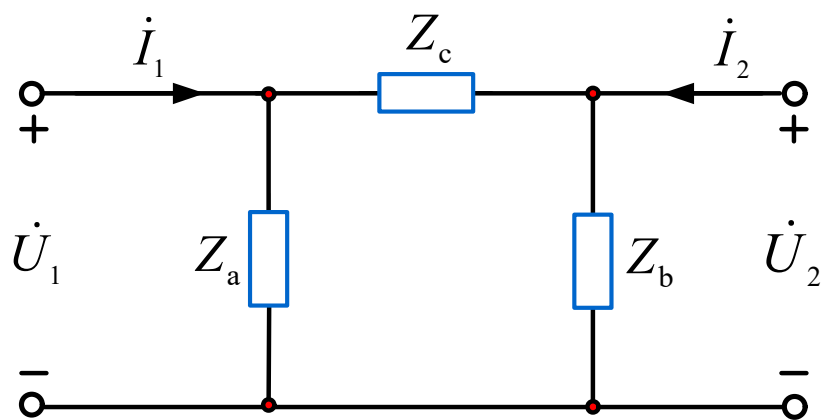
$$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}, \quad Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$$

16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

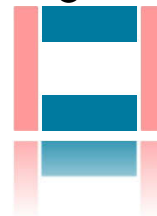
纯阻抗二端口网络可以等效成三个阻抗的T形连接或 π 形连接



T形连接



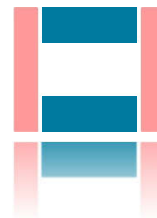
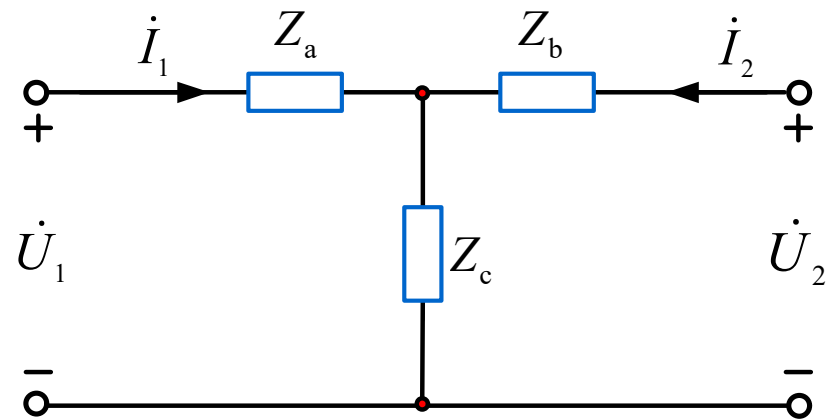
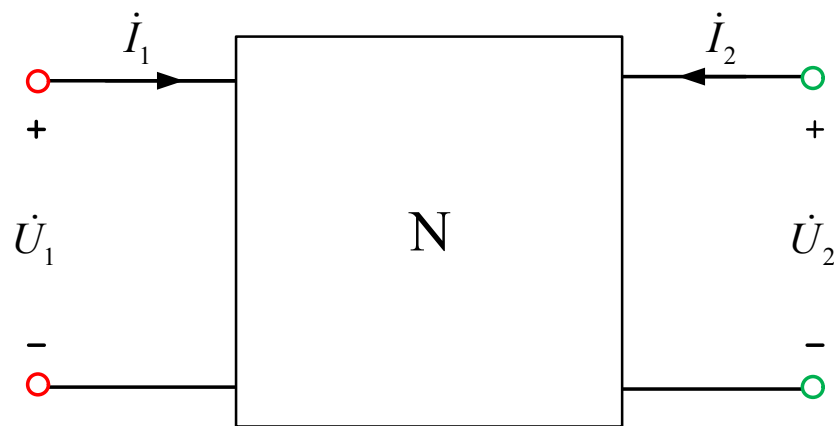
π 形连接



16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

例题4 (提高)

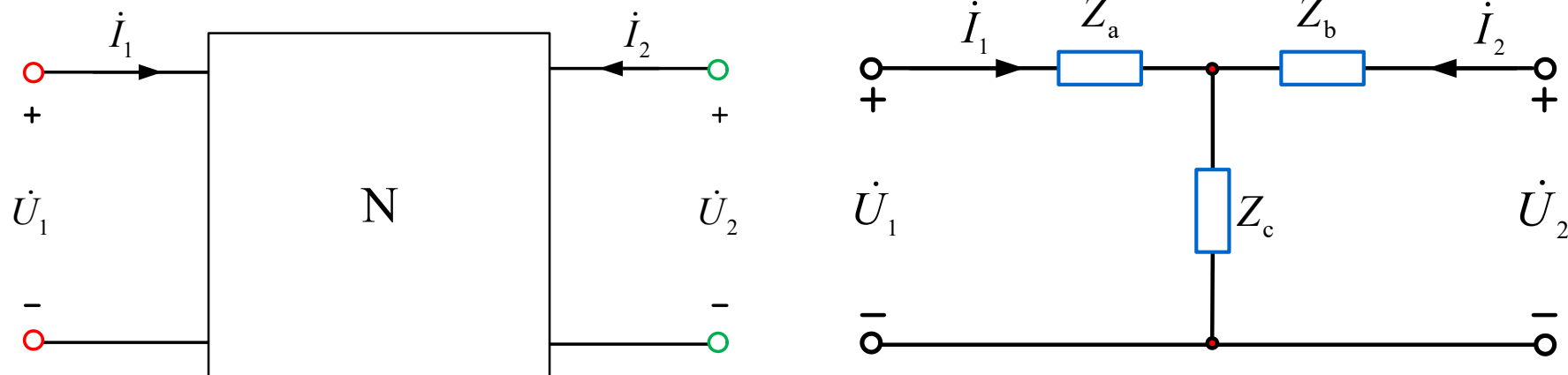
已知二端口网络的Z参数，求等效电路的 Z_a 、 Z_b 和 Z_c 。



16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

例题4 (提高)

已知二端口网络的 Z 参数, 求等效电路的 Z_a 、 Z_b 和 Z_c 。



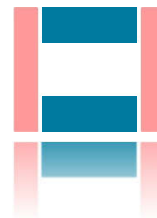
$$\dot{U}_1 = Z_{11}\dot{I}_1 + Z_{12}\dot{I}_2$$

$$\dot{U}_2 = Z_{21}\dot{I}_1 + Z_{22}\dot{I}_2$$

$$Z_a + Z_c = Z_{11}$$

$$Z_c = Z_{12} \Rightarrow Z_a = Z_{11} - Z_{12}, \quad Z_c = Z_{12}, \quad Z_b = Z_{22} - Z_{12}$$

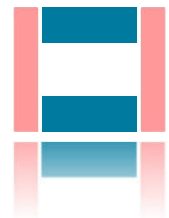
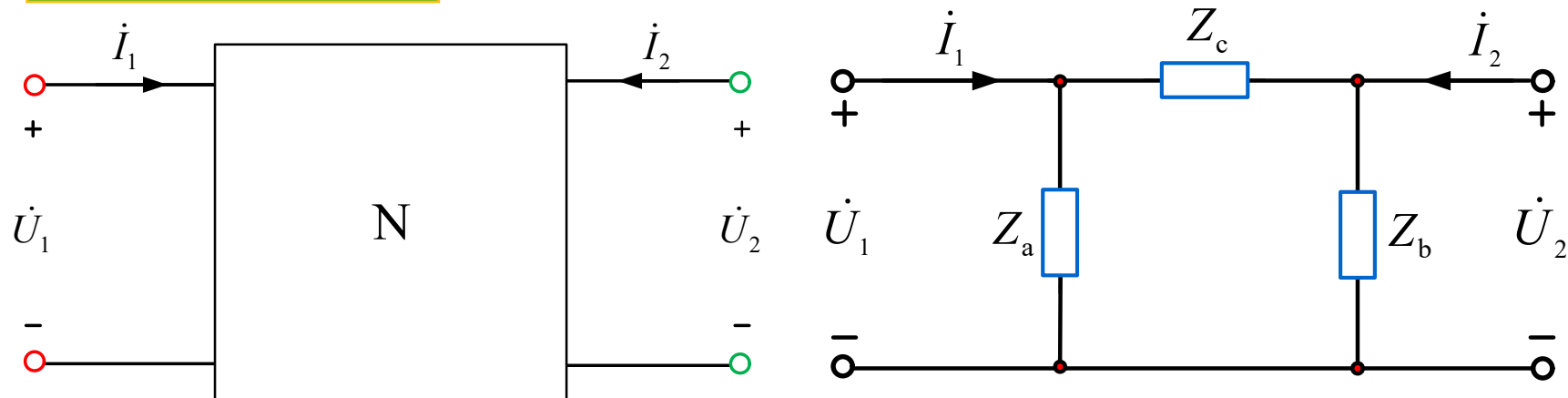
$$Z_b + Z_c = Z_{22}$$



16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

同步练习题4 (提高)

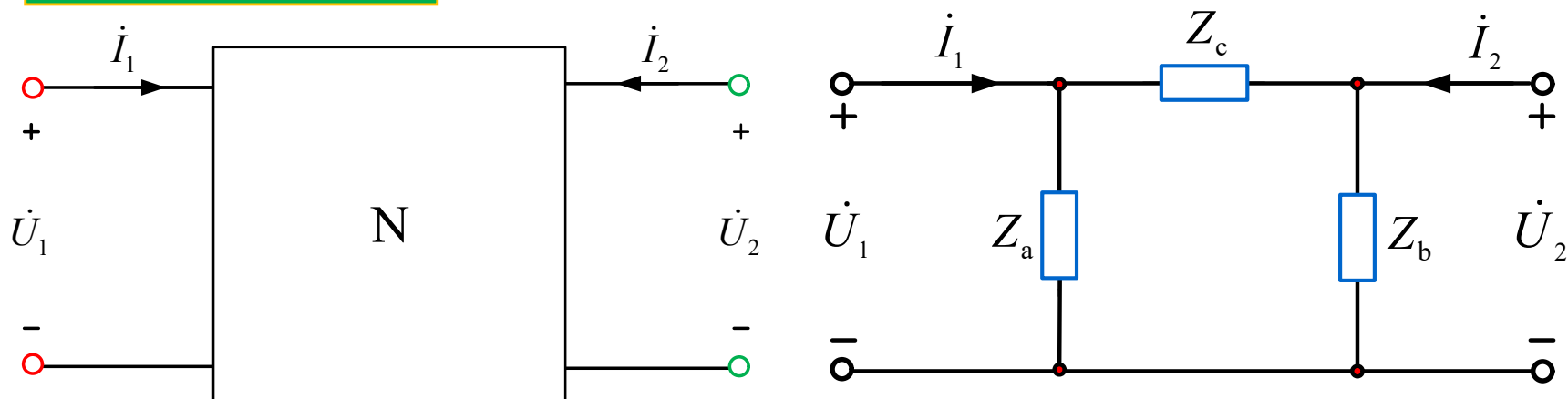
已知二端口网络的 H 参数, 求等效电路的 Z_a 、 Z_b 和 Z_c 。



16.3 纯阻抗二端口网络的等效电路

同步练习题4 (提高)

已知二端口网络的 H 参数, 求等效电路的 Z_a 、 Z_b 和 Z_c 。



答案: $Z_a = \frac{H_{11}}{1 - H_{12}}$, $Z_c = \frac{H_{11}}{H_{12}}$, $Z_b = \frac{1}{H_{22} - \frac{H_{12}}{H_{11}} - \frac{H_{12}^2}{H_{11}}}$

16.4 二端口网络的连接

二端口网络可以相互连接，并且连接方式多种多样

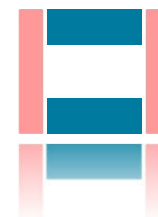
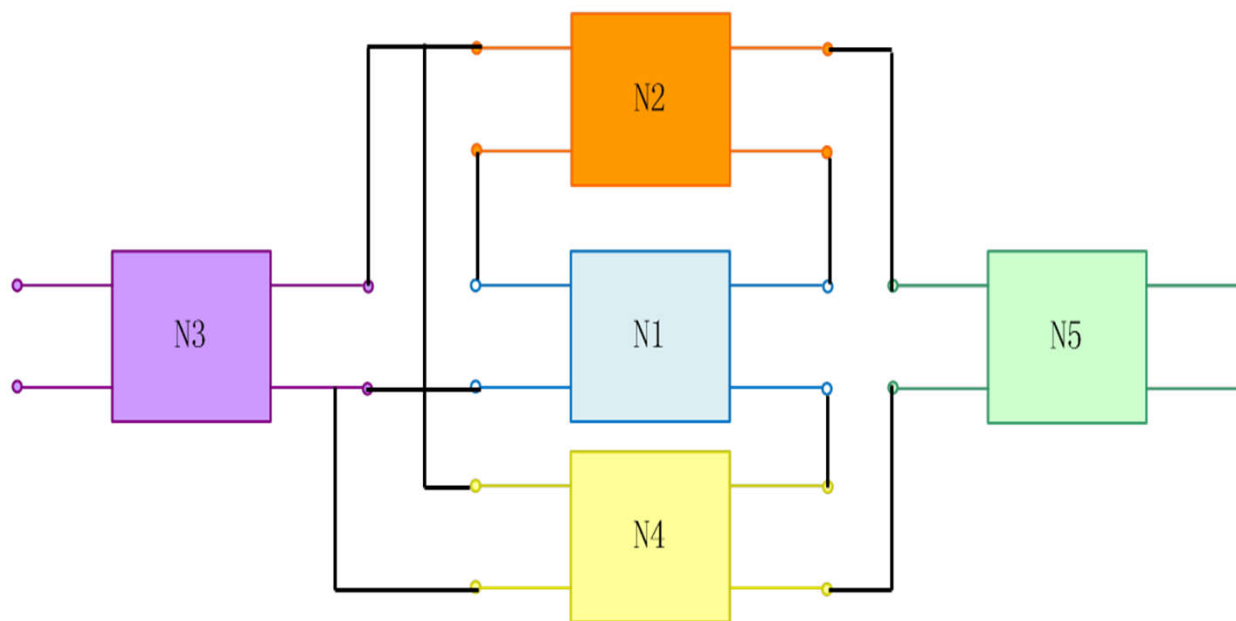
二端口网络连接有两大用处：

(1) 聚沙成塔

分别设计简单的二端口网络，然后连接构成复杂二端口网络

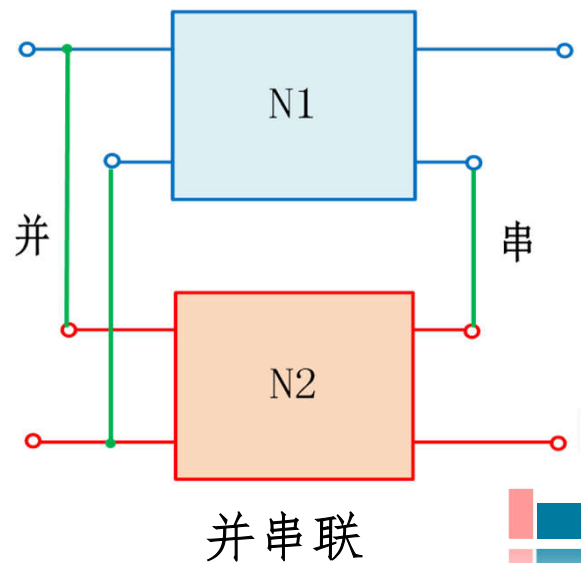
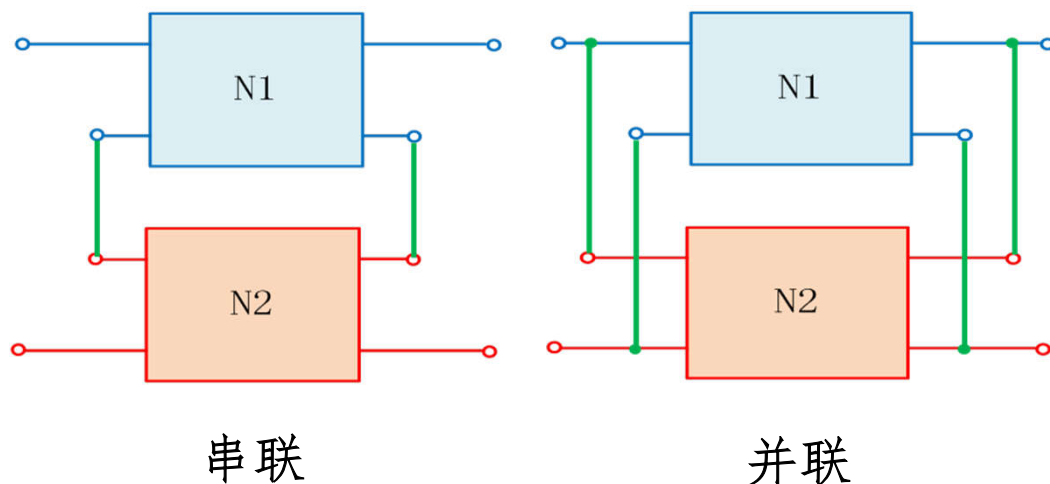
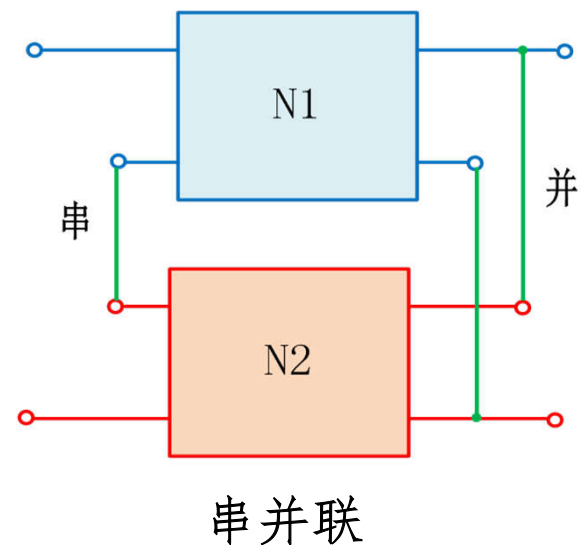
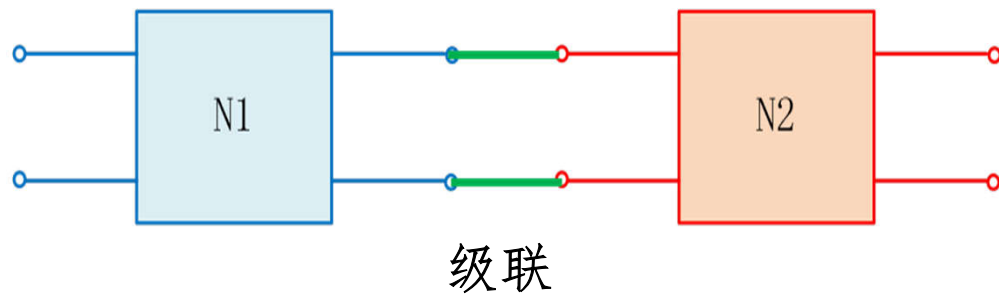
(2) 化整为零

将复杂二端口网络拆分为多个简单二端口网络连接，便于分析



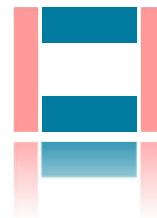
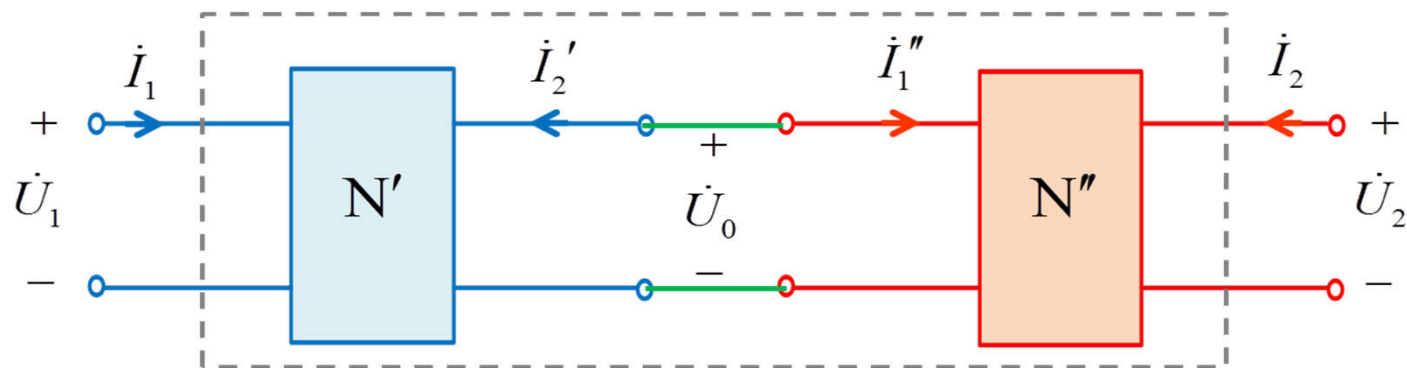
16.4 二端口网络的连接

二端口网络的连接方式：



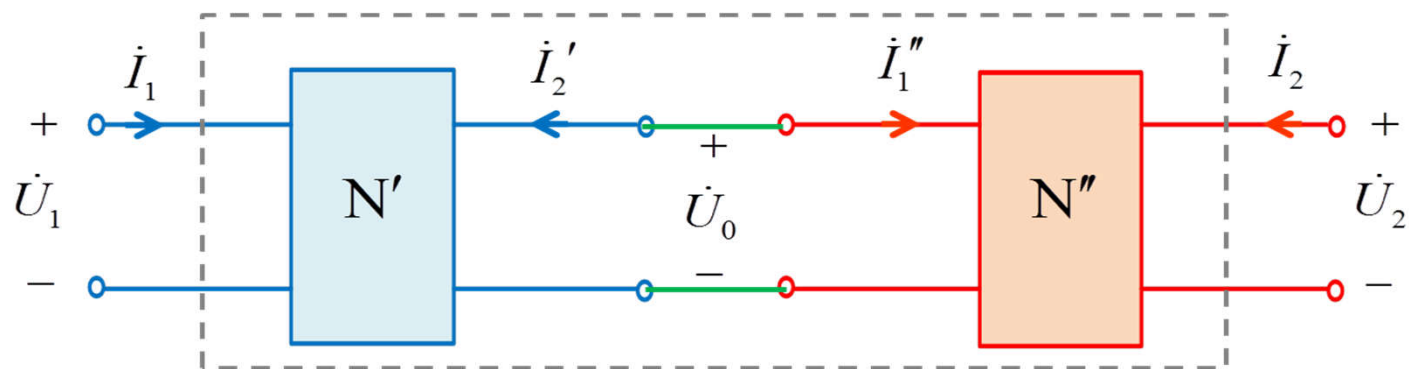
16.4 二端口网络的连接

通过级联构成复合二端口网络



16.4 二端口网络的连接

通过级联构成复合二端口网络



$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}' \begin{bmatrix} \dot{U}_0 \\ -\dot{I}_2' \end{bmatrix} \quad -\dot{I}_2' = \dot{I}_1'' \quad \begin{bmatrix} \dot{U}_0 \\ \dot{I}_1'' \end{bmatrix} = \mathbf{T}'' \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}' \mathbf{T}'' \begin{bmatrix} \dot{U}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$

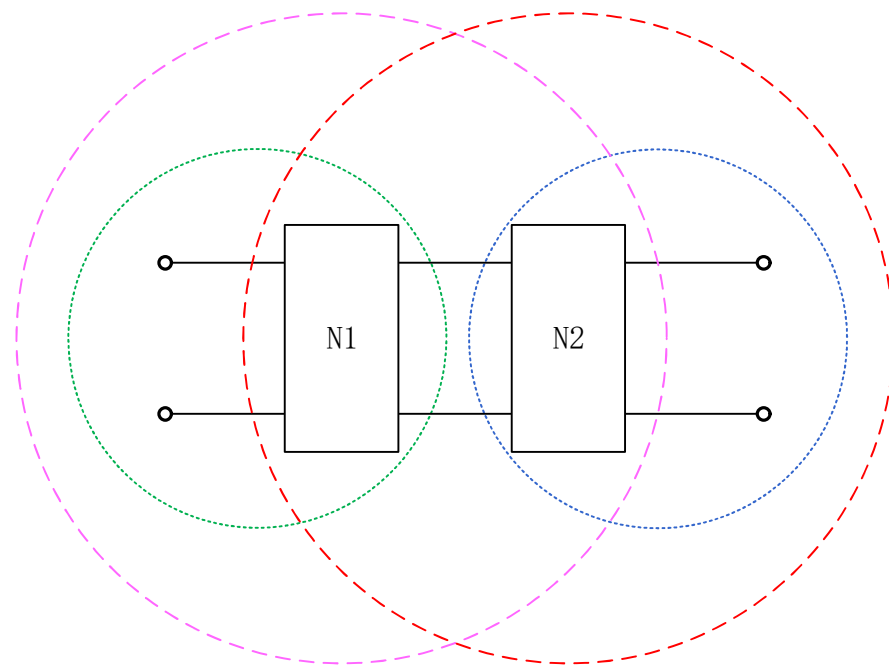
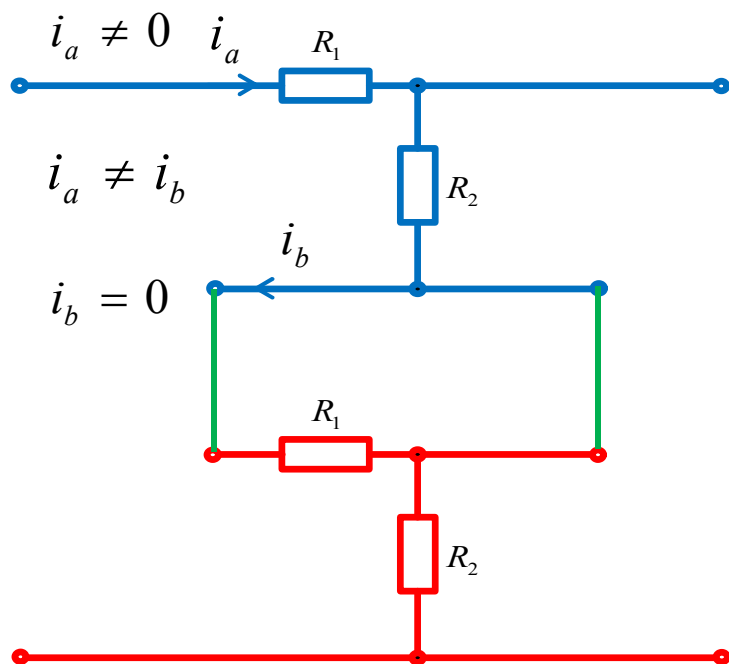
复合二端口网络的传输参数

等于两个子二端口网络传输参数的乘积 $\mathbf{T} = \mathbf{T}' \mathbf{T}''$

同理可证明，二端口串联 $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}' + \mathbf{Z}''$ ，二端口并联 $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}' + \mathbf{Y}''$

16.4 二端口网络的连接

二端口网络连接构成复合二端口网络不一定永远成立，
因为连接后有可能会破坏端口流入电流=流出电流的必要条件！
级联例外，因为级联永远不会破坏二端口网络成立的条件。



两个二端口网络串联后，原来的蓝色（上方）二端口网络
不再满足二端口网络流入电流=流出电流的条件，因此不再是二端口网络。

16 二端口网络——小结

- 具有两个端口，且端口流入电流=流出电流的电路网络称为二端口网络
- 二端口网络主要有4种参数：阻抗参数 Z 、导纳参数 Y 、混合参数 H ，传输参数 T
- 务必记住二端口网络4种参数的定义式！
- 如果拓扑已知，二端口网络参数的确定包含3步：列写方程，整理方程，对号入座
- 如果是黑匣子，二端口网络参数可通过测量确定
- 纯阻抗二端口网络可以等效变换为T形二端口或 π 形二端口
- 二端口网络可以相互连接，连接方式很多，最常见是级联
- 级联复合二端口网络的传输参数等于各传输参数的乘积
- 二端口网络连接后可能导致二端口失效，但级联永远有效！

感谢大家聆听

主讲人：邹建龙

时 间： 年 月 日

