

期中考试模拟题（三）2019.4

一、填空题(每小题 3 分, 共 21 分)

1. 设事件 A, B 相互独立, A, C 互斥, 且 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, $P(C) = \frac{1}{4}$, 则

$$P(AB|\bar{C}) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 在 $[0, \pi]$ 上均匀地任取两数 X 与 Y , 则 $P\{\cos(X+Y) < 0\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 袋中有 1 个红色球, 2 个黑色球与 3 个白球, 现有放回地从袋中取两次, 每次取一球, 以 X, Y, Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数,

$$\text{则 } P\{X=1|Z=0\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 甲、乙、丙三人分别独立地破译一份密码, 已知三人能译出的概率分别为 $1/5, 1/3, 1/4$, 那么密码被破译的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 设 $r.v. X$ 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{8}, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 令 $Y = e^X - 1$, 则 Y 的概率

$$\text{密度 } f(y) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. 设随机变量 $X \sim U[-1, 2]$, 设 $Y = \begin{cases} 1, & X > 0 \\ 0, & X = 0 \\ -1, & X < 0 \end{cases}$, 则 $D(Y) = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 设随机变量 X 服从参数为 1 的泊松分布, 则 $P\{X = E(X^2)\} = \underline{\hspace{2cm}}.$

- 二. (10 分) 已知男子中有 5% 是色盲患者, 女子中有 0.2% 是色盲患者, 若从男女人数之比是 6:4 的人群中随机地挑选一人, 问

(1) 此人恰好是色盲患者的概率;

(2) 如果此人恰好是色盲患者, 问此人是男性的概率是多少?

- 三. (10 分) 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 已知 $P\{X \leq 70\} = 0.5$, $P\{X \leq 60\} = 0.25$,

求 μ 与 σ 的值。($\Phi(0.68) = 0.75$)

- 四. (15 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, 0 < y < 2x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求：(1) (X, Y) 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$ ；(2) X 与 Y 是否独立？为什么？

(3) $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$ 。

五.(10 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，对 X 独立地

重复观察 4 次，用 Y 表示观察值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数，求 Y^2 的数学期望。

六. (12 分) 在区间 $(0, 1)$ 上任意选取一点，记该点坐标为 X 。然后在区间 $(0, X)$

上随机地选取一个点，记其坐标为 Y 。求：(1) (X, Y) 的联合概率密度；

(2) Y 的概率密度； (3) $P\{X + Y > 1\}$ 。

七、(10 分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim \exp(1)$ ， $Y \sim \exp(2)$ 。求随机变

量 $Z = \frac{X}{Y}$ 的密度函数 $f_Z(z)$ 。

八. (12 分) 设 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx^2, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ，令 $Y = \begin{cases} 2, & X \leq 1 \\ X, & 1 < X < 2 \\ 1, & X \geq 2 \end{cases}$ 。

求：(1) 常数 c ； (2) $E(X^2)$ ； (3) Y 的分布函数； (4) $P\{X \leq Y\}$ 。