自 适 应 控 制

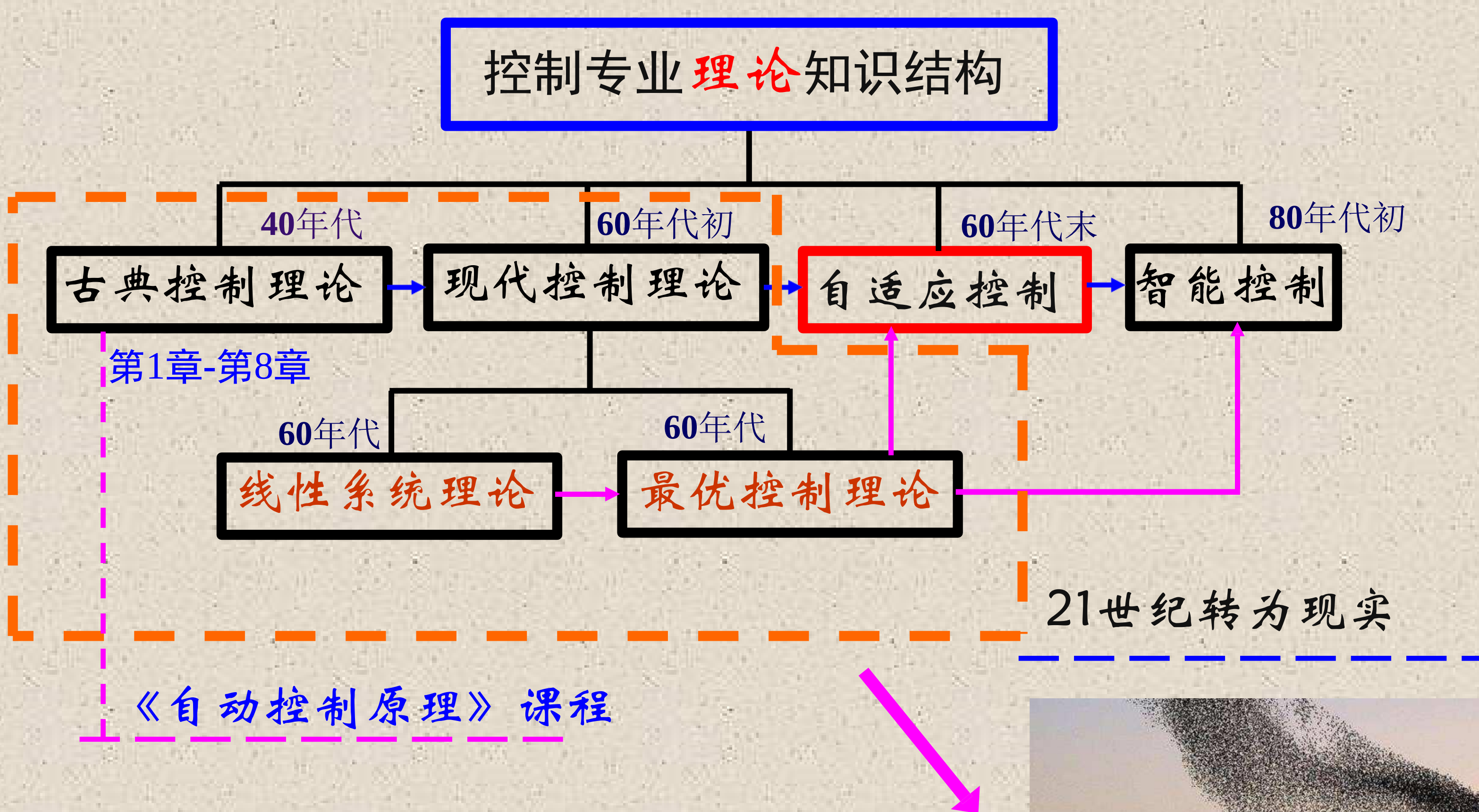
主讲：吕梅柏

电话：15829682227

E-mail: nwpuiet@nwpu.edu.cn

办公室：航天北楼202室

本课程在控制学科中的地位



单选题 1分

设置

你认为自适应控制目前的应用情况?

A 理论阶段，工程应用差强人意

B 小荷才楼尖尖脚

C 如日中天

D 夕阳西下

提交

自适应控制原理与应用

第一章 绪论

- 1.1自适应控制概述
  - 问题提出
  - 系统定义
  - 基本结构
  - 系统分类及发展
- 1.2模型参考自适应系统
  - 系统描述及分类
  - 定义
  - 典型结构及数学描述
  - 系统常用假设

1.1 自适应控制概述

1.1.1 自适应问题的提出

研究对象：具有不确定性的系统

控制对象的数学模型随着时间或工作环境的改变而变化

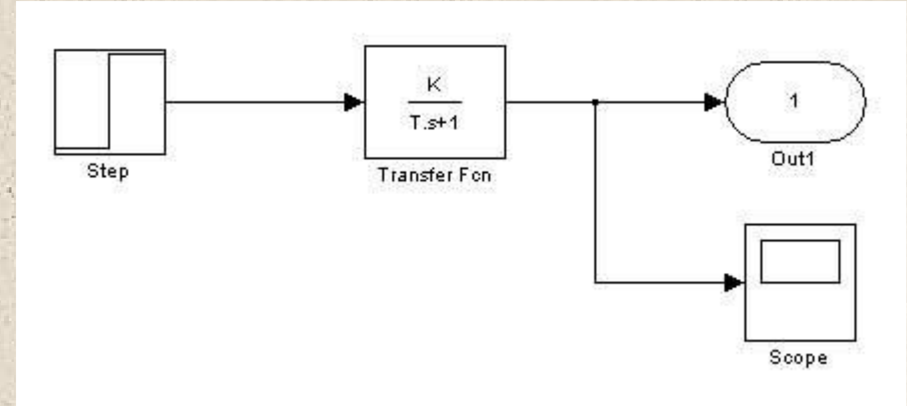
其变化规律往往事先不知道。

例如导弹或飞机的气动参数会随其飞行速度、飞行高度和大气密度而变，

特别是导弹的飞行速度和飞行高度的变化范围很大

某些电子器件和化学反应过程中的某些参数随着环境的温度和湿度的变化而变化.

1.1 自适应控制概述



自适应控制器：通过及时修正自己的特性以适应对象和扰动的动态特性变化，使整个控制系统始终获得满意的性能。

自适应控制的特点：

- 研究具有不确定性的对象或难以确知的对象
- 能消除系统结构扰动引起的系统误差
- 对数学模型的依赖很小，仅需要较少的验前知识
- 自适应控制是较为复杂的反馈控制

Adaptive Nonlinear Control of Fixed-Wing VTOL with Airflow Vector Sensing

Xichen Shi, Patrick Spieler, Ellande Tang, Elena-Sorina Lupu,
Phillip Tokumaru, and Soon-Jo Chung

Caltech

AeroVironment

1.1 自适应控制概述

1.1.2 自系统定义

目前，关于自适应控制有许多不同的定义，不同的学者根据各自的观点，提出了自己的有关自适应控制的 定义，其定义仍然是一个有很大争议的问题，下面列举一些比较流行的自适应控制系统的定义：

1. 其中含义最广泛的，是1961年特鲁克萨而Truxal所提出的定义：即“任何按自适应观点设计的物理系统均为自适应系统”。

按照这个定义，许多控制系统都可包括在自适应系统这一范畴内。

1.1 自适应控制概述

1962年*Gibson(吉普森)*提出了一个比较具体的自适应控制的定义：

一个自适应控制系统必须提供出被控对象的当前状态的连续信息，也就是要辨识对象，它必须将当前的系统 性能与期望的或者最优的性能相比较，并作出使系统趋 向期望或最优性能的决策，最后，它必须对控制器进行 适当的修正以驱使系统走向最优状态。

1.1 自适应控制概述

2.还有一类定义给包含了更具体的自适应控制思想的内容:

定义:

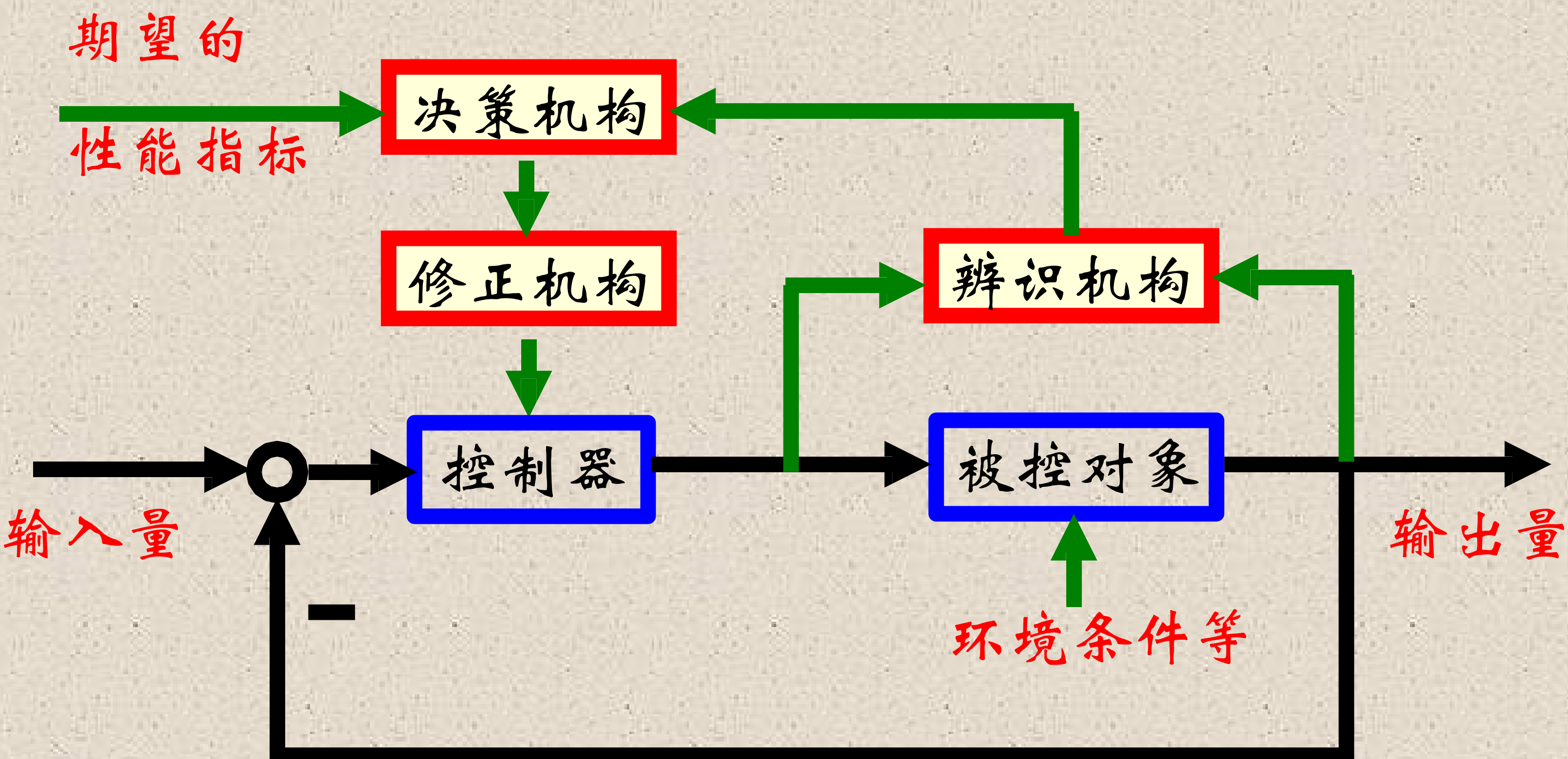
自适应系统利用可调系统的输入量、状态变量及输出量来测量某种性能指标，根据测得的性能指标与给定性能指标的比较，自适应机构修改可调系统的参数或者产生辅助输入量，以保持测得的性能指标接近于给定的性能指标，或者说使测得的性能指标处于可接受性能指标的集合内。

1.1 自适应控制概述

1.1.3 自适应控制系统的基本结构

a 辨识被控对象的特性　*b* 在辨识的基础上作出控制决策

c 按照决策对可调系统实行修正



1.1 自适应控制概述

1.1.3 自适应控制系统的基本结构

判断一个系统是否真正是“自适应”的基本特征，关键看是否存在一个对性能指标的闭环控制。有许多控制系统被设计成参数变化时具有可接受的特性，习惯上，它们常被称作为“自适应系统”。

比如：喷气式飞机的燃料控制是采用温度补偿的，那么它也可以算是自适应系统，然而，实际上它属于常规反馈控制。

因为它对系统的参数改变不是根据当时的特性、性能和参数变动的实际情况做出决策的，而是事先确定下来的，不符合测量辨识，决策改造的过程。

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

有许多准则可以用来对自适应系统进行分类。由于性能指标的类型将决定性能指标测量方块的特点，所以可从性能指标对自适应系统进行分类。

1.按照所用性能指标分为：

（1）静态性能指标　　（请举例说明？）

（2）动态性能指标　　（请举例说明？）

（3）参数性能指标　　（请举例说明？）

（4）状态变量和输入量的泛函

例如，内燃机的效率是一个静态性能指标。系统对阶跃输入响应的形状是一个动态性能指标。闭环控制系统的阻尼系数是一个参数性能指标。二次型性能指标为：

$$J = \int_0^{t_1} (\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{R} \boldsymbol{u}) \mathrm{d}t$$

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

有许多准则可以用来对自适应系统进行分类。

2.按照比较－判定方块的特点分类：

（1）减法器 （? ）

（2）决定一个规定性能指标变量的极大值化或极小值化（? ）

（3）属于某个数域（? ）

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

有许多准则可以用来对自适应系统进行分类。

3.按照自适应机构对可调系统的作用分类:

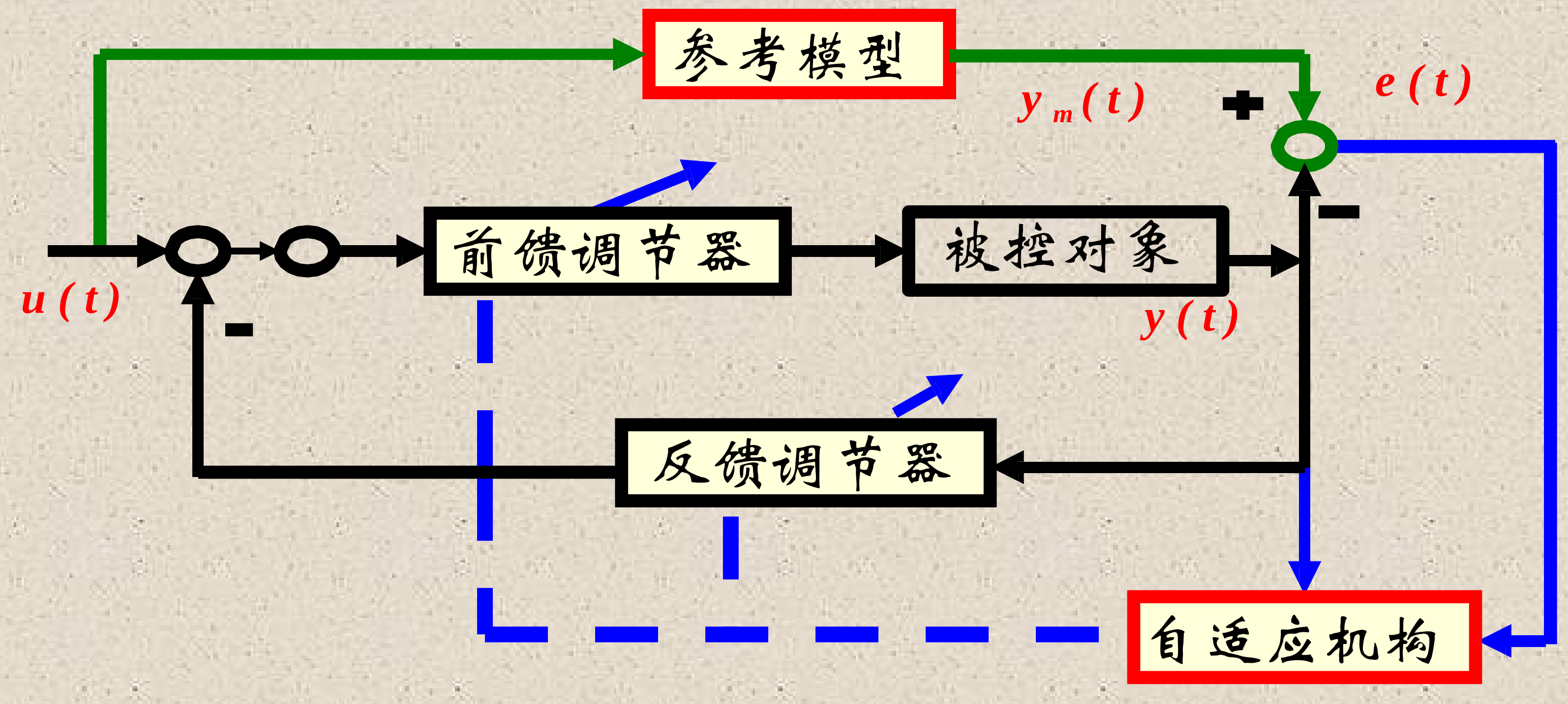
（1）参数自适应：主要是修正控制器中有关参数。

（2）信号综合自适应：根据需要综合出控制信 号，直接加到被控对象上。

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

(1) 参数自适应



1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

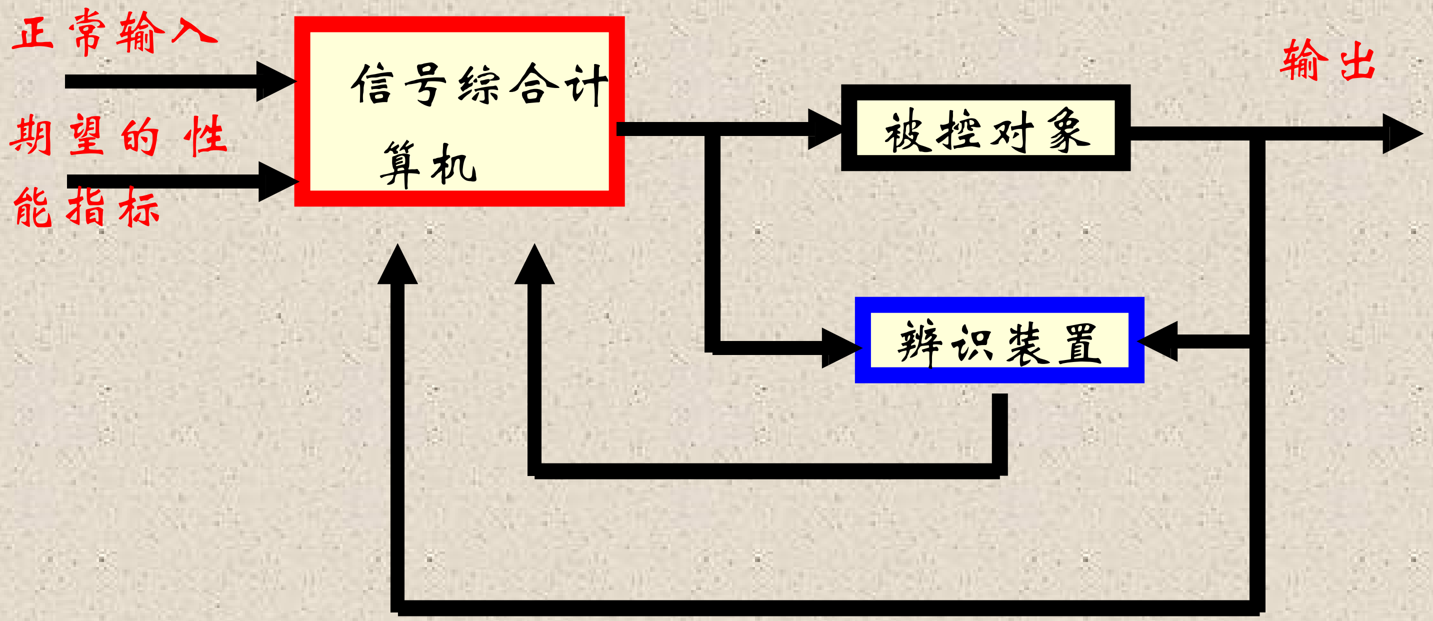
(2) 信号综合自适应

(1) 由辨识装置所提供的当前被控对象的特性；

(2) 所期望的性能指标；

(3) 系统实际输出响应；

(4) 给定的正常输入信号



1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

4.按照自适应技巧，即按照各个部分的工作模式分类：

（1）确定性的

（2）随机性的

（3）学习性的

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

5.按照自适应环的运行环境来分：

（1）有测试信号的

测试信号加到系统输入的 测试信号作用于可调参数的

（2）无测试信号的

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

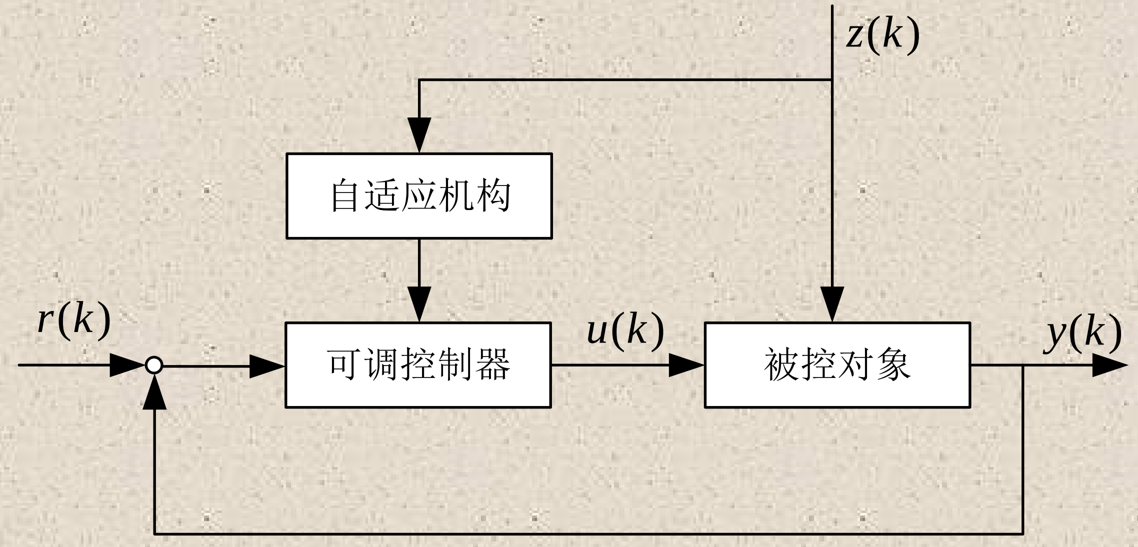
6-1前馈自适应控制

与前馈－反馈复合控制系统的结构比较类似

不同在于：增加了自适应机构，并且控制器可调

借助于过程扰动信号的测量，通过自适应机构来改变控制器的状态，从而达到改变系统特性的目的。

当扰动不可测时，前馈自适应控制系统的应用就会受到严重的限制。



前馈自适应控制结构图

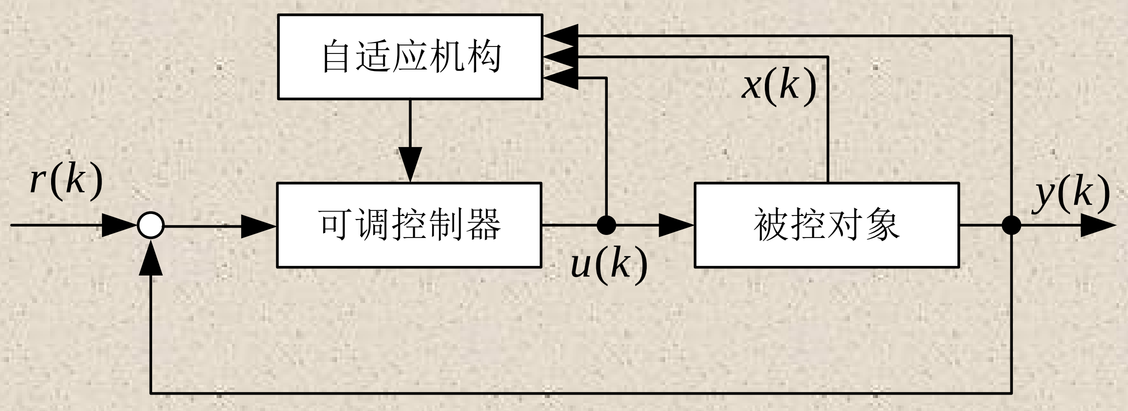
1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

6-2反馈自适应控制

除原有的反馈回路之外，反馈自适应控制系统中新增加的自适应机构形成了另一个反馈回路.

根据系统内部可测信息的变化，来改变控制器的结构或参数，以达到提高控制质量的目的.



反馈自适应控制结构图

1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

7.除上述分类方法外，本书将自适应控制系统分为三大类：

（1）模型参考自适应控制系统（1.2节）
（2）自校正控制系统
（3）其他类型的自适应控制系统

变结构控制 混和自适应 非线性控制对象的自适应控制 模糊自适应。。。

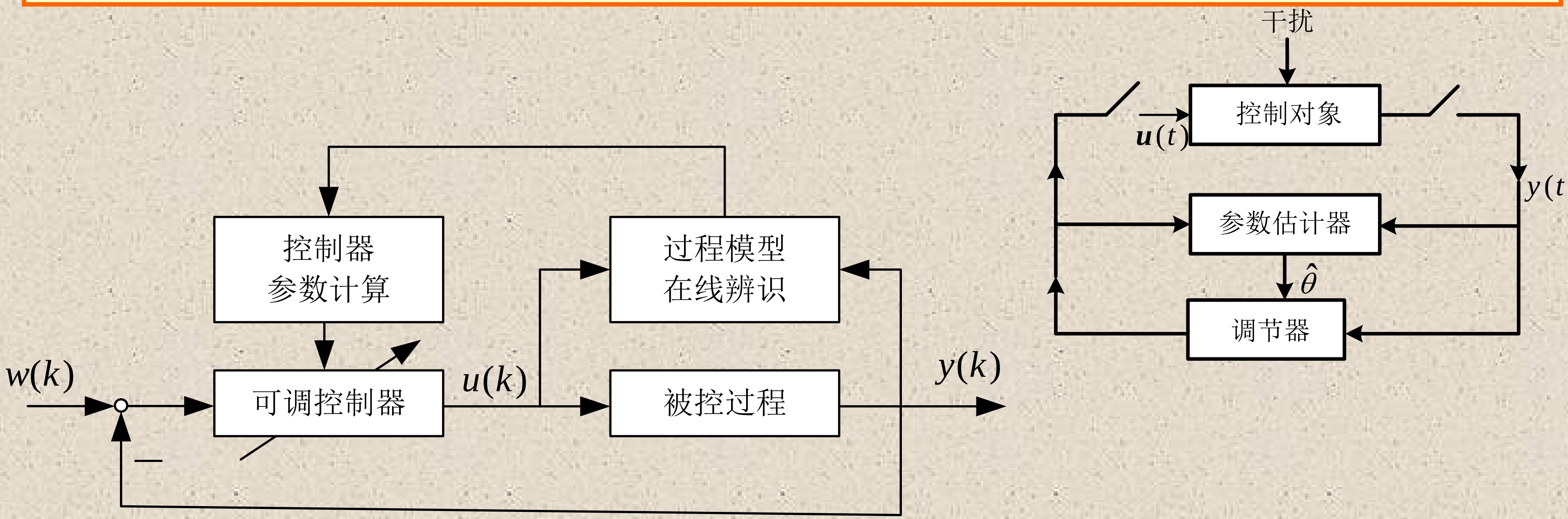
1.1 自适应控制概述

1.1.4 自适应控制系统的分类

7-2 自校正控制

自校正控制系统又称自优化控制或模型辨识自适应控制。

通过采集的过程输入、输出信息，实现过程模型的在线辨识和参数估计。在获得的过程模型或估计参数的基础上，按照一定的性能优化准则，计算控制参数，使得闭环系统能够达到最优的控制品质。



自校正控制系统结构图

1.1 自适应控制概述

1.1.5 自适应控制的发展

自适应控制大约在上世纪五十年代即已开始发展，当时大都 是针对具体对象的设计的讨论，尚未形成理论体系。六十年代现代控制理论蓬勃发展所取得的一些成果，诸如状态空间法、稳定性理论、最优控制、随机控制、参数估计、对偶控制等等，为自适应控制理论的形成和发展准备了条件。

- 自适应控制大约在20世纪50年代即已开始发展,当时大都是针对具体对象的设计方案的讨论,尚未形成理论体系.
  - 20世纪60年代以来,现代控制理论蓬勃发展所取得的一些成果,如状态空间法、稳定性理论、最优控制、随机控制和参数估计等等,为自适应控制理论的形成和发展准备了条件.
  - 自适应控制的设想，最先是由考德威尔（W.1.Caldwell）于1950 年提出来的。
  - 自适应控制主要发展历程:

    模型参考自适应方法

    - 50年代中期-- 1958 年美国麻省理工学院教授H.P. Whitaker首先应用基于参数最优化设计的模型参考自适应方法设计直升机自适应自动驾驶仪研究提出的.

- 60年代中期--Parks的基于Lyapunov稳定性理论的模型参考自适应控制设计
- 60年代末期--Landau等人的基于Popov超稳定性理论的模型参考自适应控制设计

李雅普诺夫

朗道

1.1 自适应控制概述

上世纪七十年代以来自适应控制理论有了显著的进展，一 些学者分别在确定性和随机的、连续的和离散的系统的自适应控制理论方面，作出了贡献。对于这类系统的控制方案、 结构、稳定性、收敛性等方面都有一定的突破性的进展，从而把自适应控制理论推向一个新的发展阶段，与此同时，开始出现较多实际应用的例子，并取得了良好的效果。

自校正控制方法

- 50年代末期--Kalmann提出的边辨识边控制的思想
- 70年代初期--Astrom的自校正调节器
- 70年代中期--Clarke等人的自校正控制

自适应系统的收敛性分析

- 70年代初--Astrom的初步分析
- 70年代末期--Ljung基于常微分方程(ODE)理论的收敛性分析

- 80年代初期--Goodwin等人的基于随机过程鞅(martingle)理论的参数收敛性和控制的稳定性及最优性分析
- 90年代初--Chen和Guo的自校正调节器参数收敛性分析

自适应控制的鲁棒性分析及鲁棒自适应控制

- 80年代初期--Rohrs的自适应控制系统的鲁棒性分析

1.1 自适应控制概述

1.1.5 自适应控制的发展

目前自适应控制理论正在迅速发展，这反映了现代控制系统向**智能化**、**精确化**方向发展这一总的趋势。另一方面，微处理器的迅猛发展为采用自适应控制创造了条件，反过来也促进了自适应理论的发展，总之，自适应控制理论已日益被人们重视的理论领域，其实际应用也日益广泛。

1.2 自适应控制概述

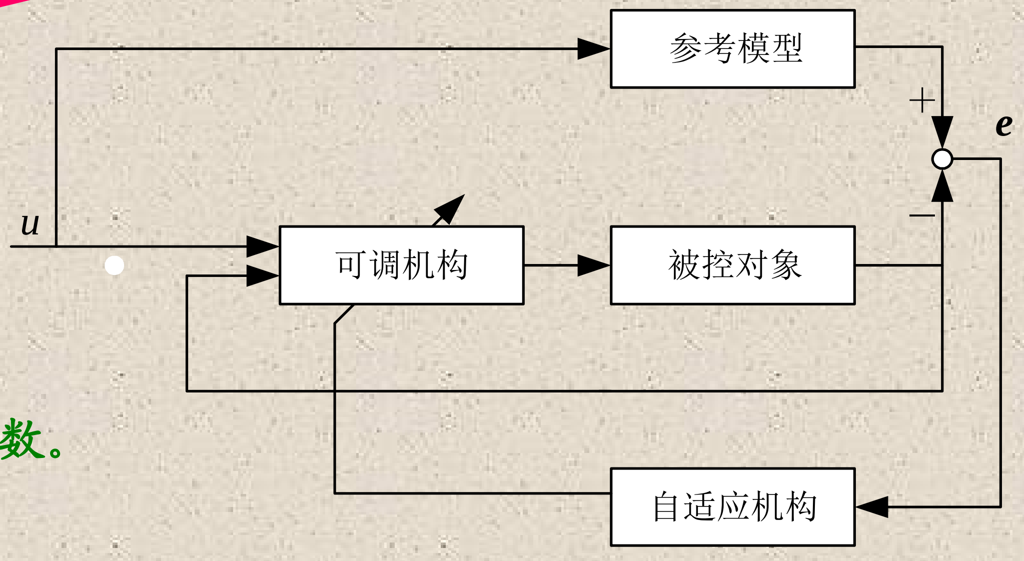
1.2.1 模型参考自适应控制系统的发展

模型参考自适应控制（**MRAC**）

在参考模型始终具有期望的闭环性能的前提下，使系统在运行过程中，力求保持被控过程的响应特性与参考模型的动态性能一致。

主要组成:

- 参考模型 → 表达了期望的闭环性能
- 可调机构 → 结构或参数
- 自适应机构 → 根据系统广义误差，$e(t)$ 按照一定的规律改变可调机构的结构或参数。



模型参考自适应控制系统结构图

1.2 自适应控制概述

1.2.1 模型参考自适应控制系统的发展

最优控制理论，如果对象的状态方程为

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

在某些假设条件下求解最优控制$\boldsymbol{u}$，使二次型性能指标

$$J = \int_0^{t_1} (\boldsymbol{x}^T \boldsymbol{Q}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{u}^T \boldsymbol{R}\boldsymbol{u})\mathrm{d}t$$

如果控制系统为模型参考自适应系统，我们可以将指标设计为，其中 $\boldsymbol{x}_\mathrm{m}$ 为参考模型状态，好处?

$$J = \int_0^{t_1} [(\boldsymbol{x}_\mathrm{m} - \boldsymbol{x})^\mathrm{T} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}_\mathrm{m} - \boldsymbol{x}) + \boldsymbol{u}^\mathrm{T} \boldsymbol{R}\boldsymbol{u})]\mathrm{d}t$$

1.2 自适应控制概述

1.2.2 模型参考自适应的分类

1. 按照系统结构分类

(1) 并联模型参考自适应系统；

(2) 串并联模型参考自适应系统；

(3) 串联模型参考自适应系统。

2. 按照性能指标分类

(1) 广义输出误差及其导数的范数的极小化；

(2) 状态距离的极小化；

(3) 参数距离的极小化。

1.2 模型参考自适应控制

1.2.3 系统设计时常用的一些定义

设参考模型方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m\mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m\mathbf{r} \tag{1.6}$$

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}} \tag{1.7}$$

并联可调系统方程为

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s(t)\mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s(t)\mathbf{r} \tag{1.8}$$

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} \tag{1.9}$$

式中，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}$ 为 n 维状态向量，$\boldsymbol{r}$ 是 m 维输入向量，$\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{s}}$ 为 r 维输出向量，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{m}}$ 和 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{m}}$ 为适当维数的常值矩阵，$\boldsymbol{A}_{\mathrm{s}}(t)$ 和 $\boldsymbol{B}_{\mathrm{s}}(t)$ 为适当维数的时变矩阵，$\boldsymbol{C}$ 为适当维数的输出矩阵。不失一般性，这里对参考模型和可调系统采用了同一矩阵 $\boldsymbol{C}$ 。

定义 1.2.1（广义状态误差） 广义状态误差 $\boldsymbol{e}$ 是表示参考模型的状态向量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}$ 与可调系统状态向量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}$ 之差的可变向量，即

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}} \tag{1.10}$$

定义 1.2.2（广义输出误差） 广义输出误差 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 表示参考模型的输出 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}$ 与可调系统输出 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{s}}$ 之差的可变向量，即

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{y}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{y}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{e} \tag{1.11}$$

1.2 模型参考自适应控制

1.2.3 系统设计时常用的一些定义

定义 1.2.3(状态距离) 参考模型的状态向量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}$ 与可调系统状态向量 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}$ 之差的任何一种范数都称为状态距离。

定义 1.2.4(参数距离) 参考模型的参数向量(或矩阵)与可调系统参数向量(或矩阵)之差的任何一种范数都称为参数距离。

定义 1.2.5(自适应规律) 广义误差与相应的参数修改量之间的关系或与加到可调系统输入的修改量之间的关系称为自适应规律或自适应算法。

定义 1.2.6(自适应机构) 用来执行自适应规律的一组相互连接的线性的、非线性的或时变的方块称为自适应机构。

定义 1.2.7(模型参考自适应系统) 给出一个由参考模型

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{m}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}, t) \tag{1.12}$$

的输入 $\boldsymbol{r}$、输出 $\boldsymbol{y}_{\mathrm{m}}$ 和状态 $\boldsymbol{x}_{\mathrm{m}}$ 所规定的性能指标，式中 $\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}}$ 是参考模型的参数。同时给出一个可调系统，即

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{s}} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{s}}(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}}, \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}, t) \tag{1.13}$$

式中，$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}}$ 是可调系统的参数，$\boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}$ 是可调系统的状态。再给出一个性能指标，即

$$J = f(\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}} - \boldsymbol{\theta}_{\mathrm{s}}, \boldsymbol{e}, t) \tag{1.14}$$

1.2 模型参考自适应控制

1.2.4 模型参考自适应控制的数学描述

模型参考自适应控制系统由参考模型、可调系统和自适应机构三部分组成.

主要组成:
- 参考模型 → 理想模型
- 可调机构
- 自适应机构 → 根据系统广义误差 $e(t)$，按照一定的规律改变可调系统的结构或参数。

目的：保证参考模型和可调系统间的性能一致性。

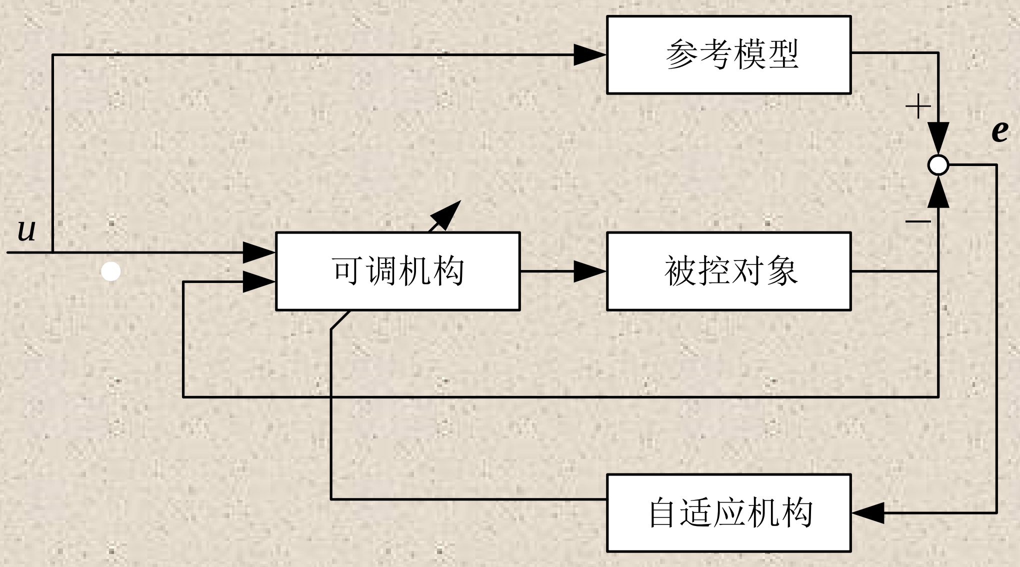
参考模型与可调系统间的一致性程度表达:

状态误差向量 $e_x = x_m - x$

输出误差向量 $e_y = y_m - y$

参考模型的状态和输出

系统的状态和输出



模型参考自适应控制系统结构图

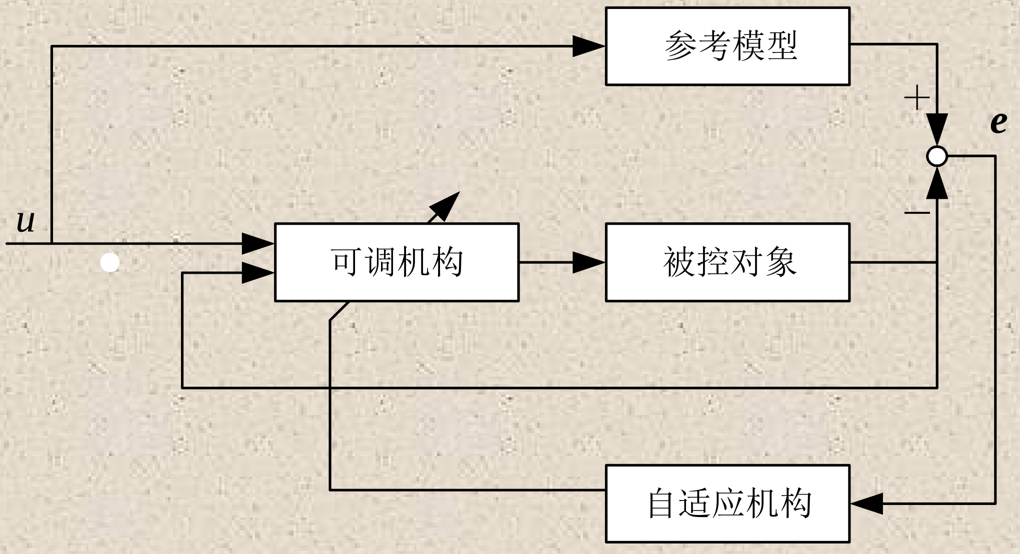
1.2 模型参考自适应控制

1.2.4 模型参考自适应控制的数学描述

广义误差向量 e 不为0时，自适应机构按照一定规律改变可调机构的结构或参数或直接改变被控对象的输入信号，以使得系统的性能指标达到或接近希望的性能指标。

参数自适应方案：通过更新可调机构的参数来实现的模型参考自适应控制。

信号综合自适应方案：通过改变施加到系统的输入端信号来实现的模型参考自适应控制。

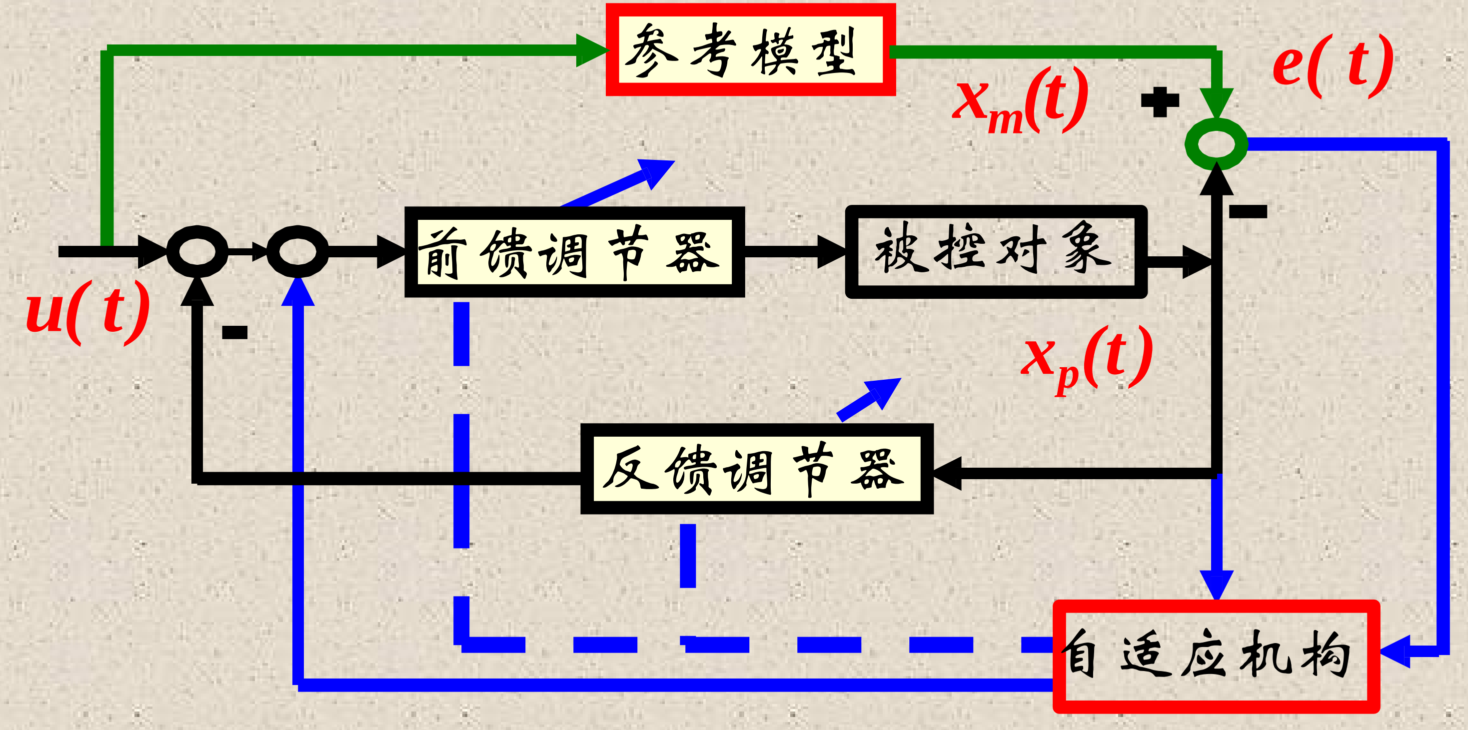


并联模型参考自适应控制系统结构图

1- 用状态方程描述MRAC系统

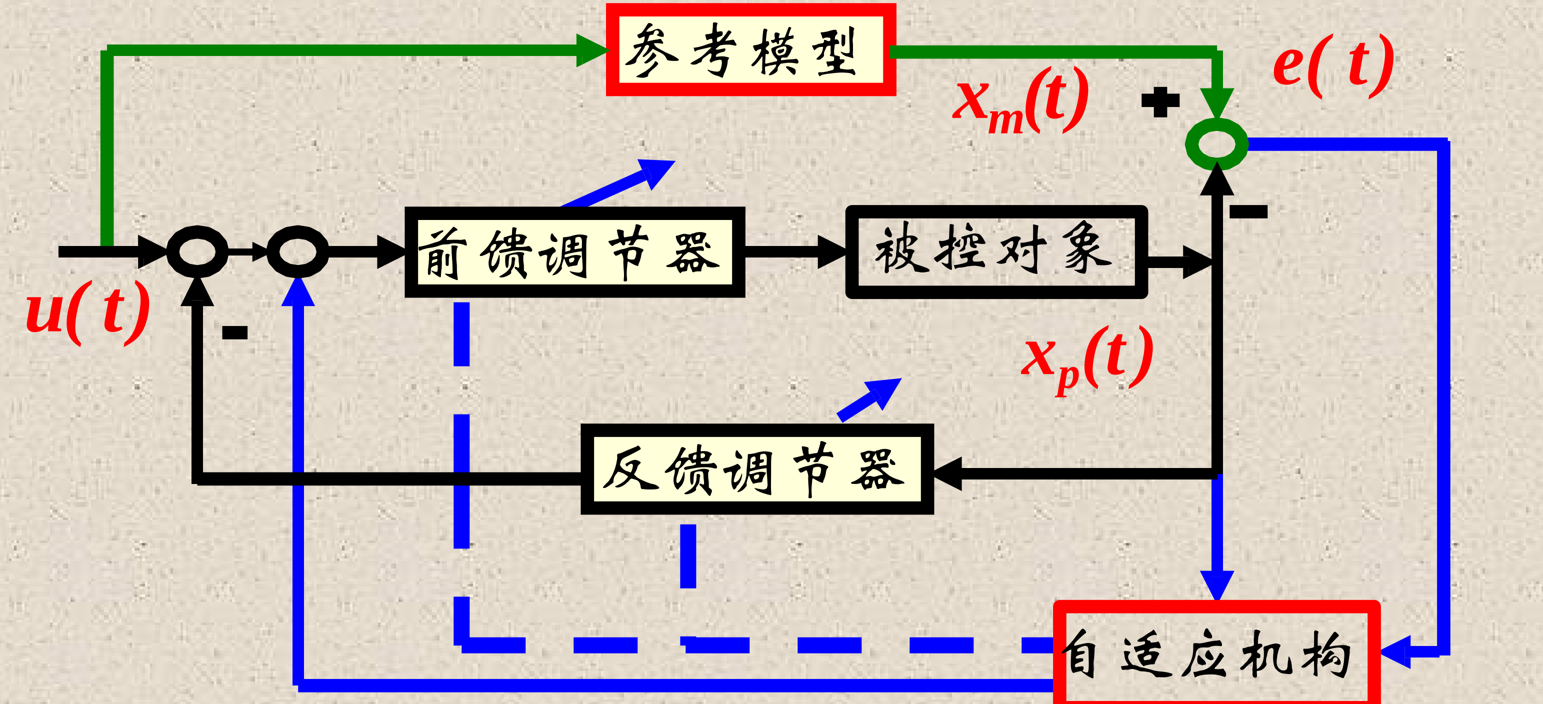
对于参考模型，我们可以用下列线性状态方程表示

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u \qquad x_m(0) = x_{m0}$$



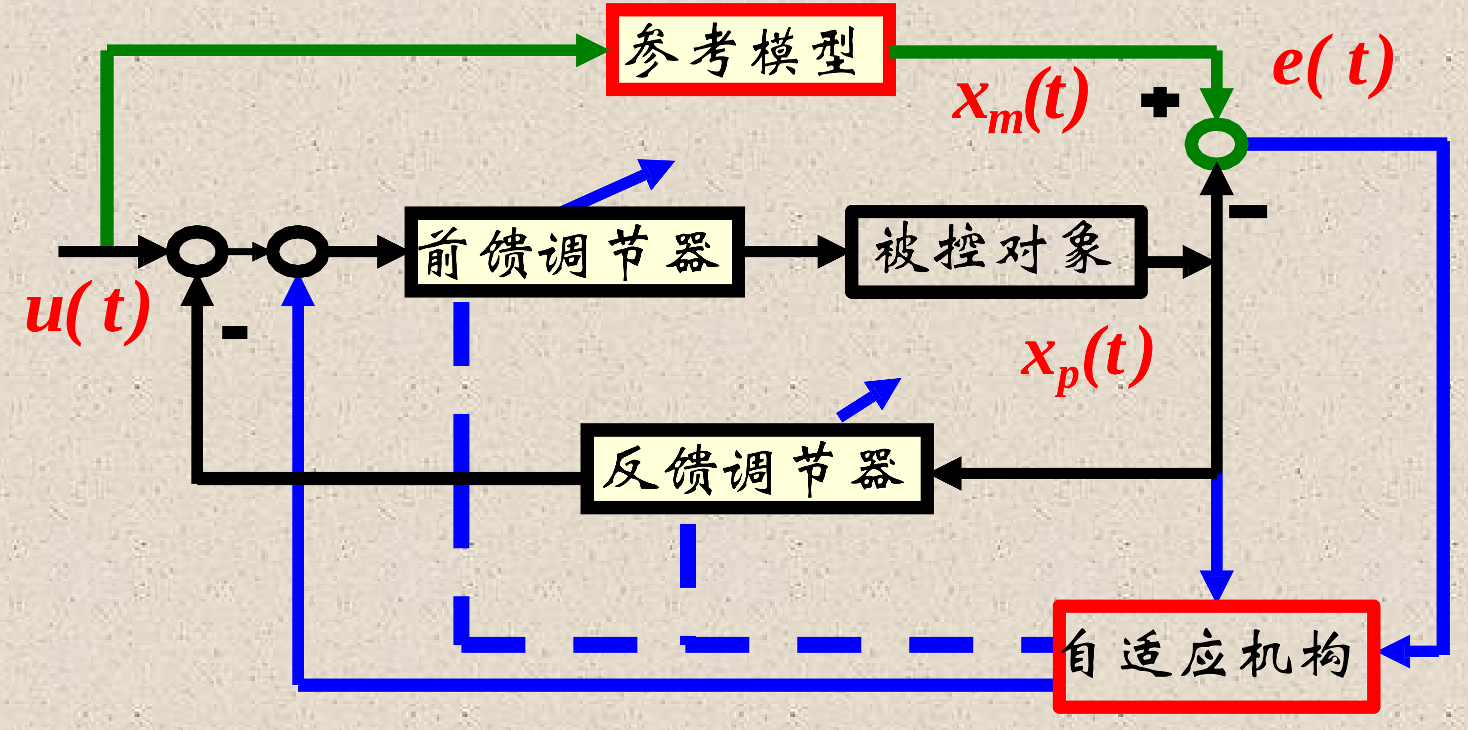
式中：x_m 是模型的n维状态向量，u是m维的分段连续的输入向量，A_m 和B_m 分别为$n\times n$与 $n\times m$ 维的常数矩阵

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u \quad x_m(0) = x_{m0}$$



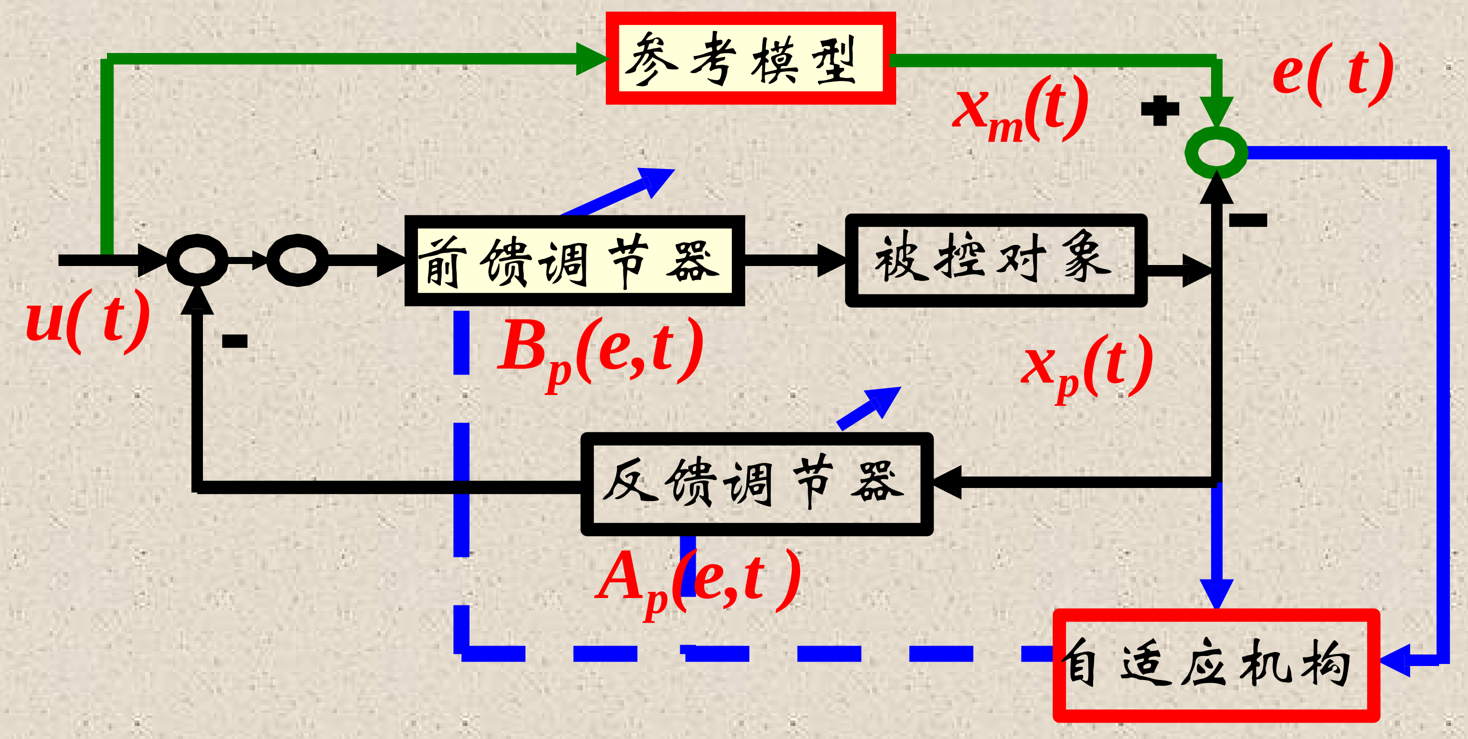
在设计中，参考模型必须是稳定的，并且是完全可控和完全可观测的。

$$\dot{x}_m = A_m x_m + B_m u \quad x_m(0) = x_{m0}$$



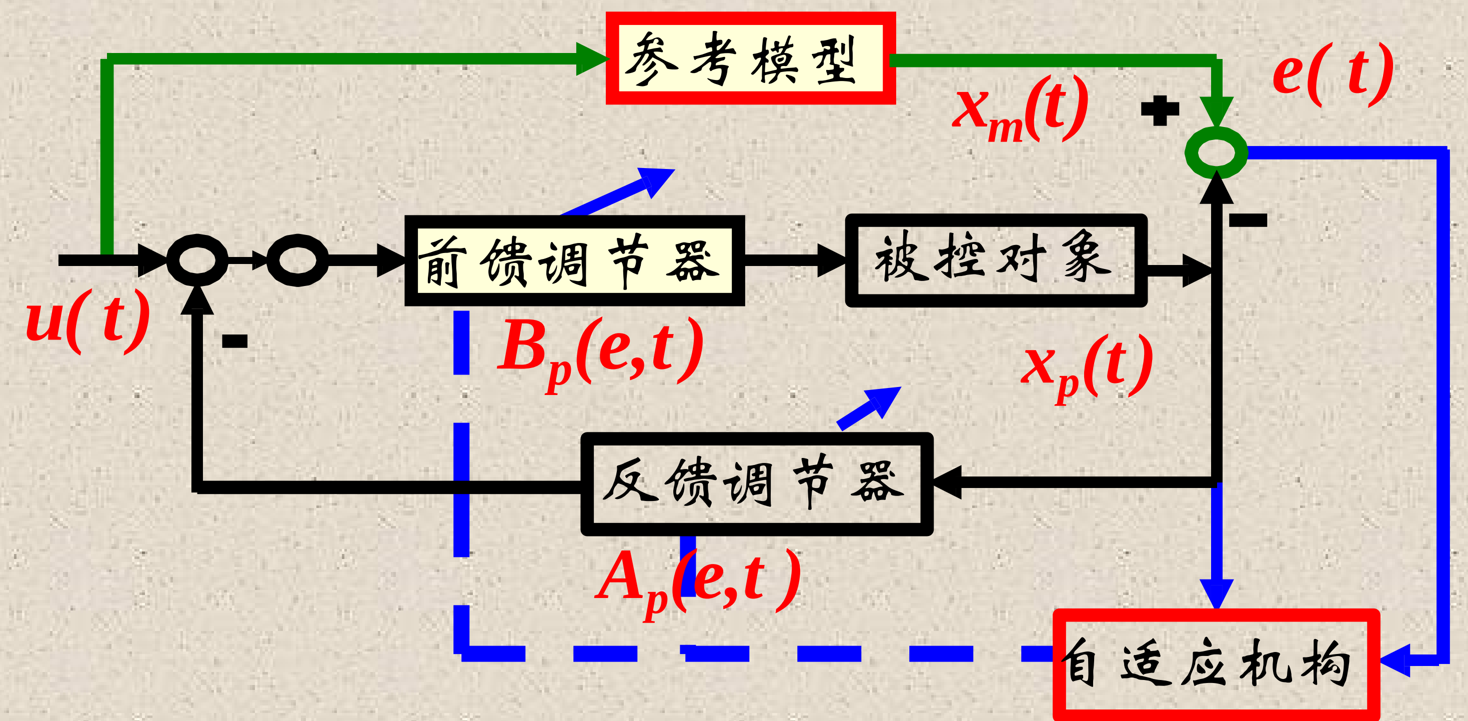
在参数调整式的模型参考系统中，可调系统的状态方程可表示为

$$\dot{x}_p = A_p(e,t)x_p + B_p(e,t)u$$



$$x_p(0) = x_{p0}, \quad A_p(0) = A_{p0}, \quad B_p(0) = B_{p0}$$

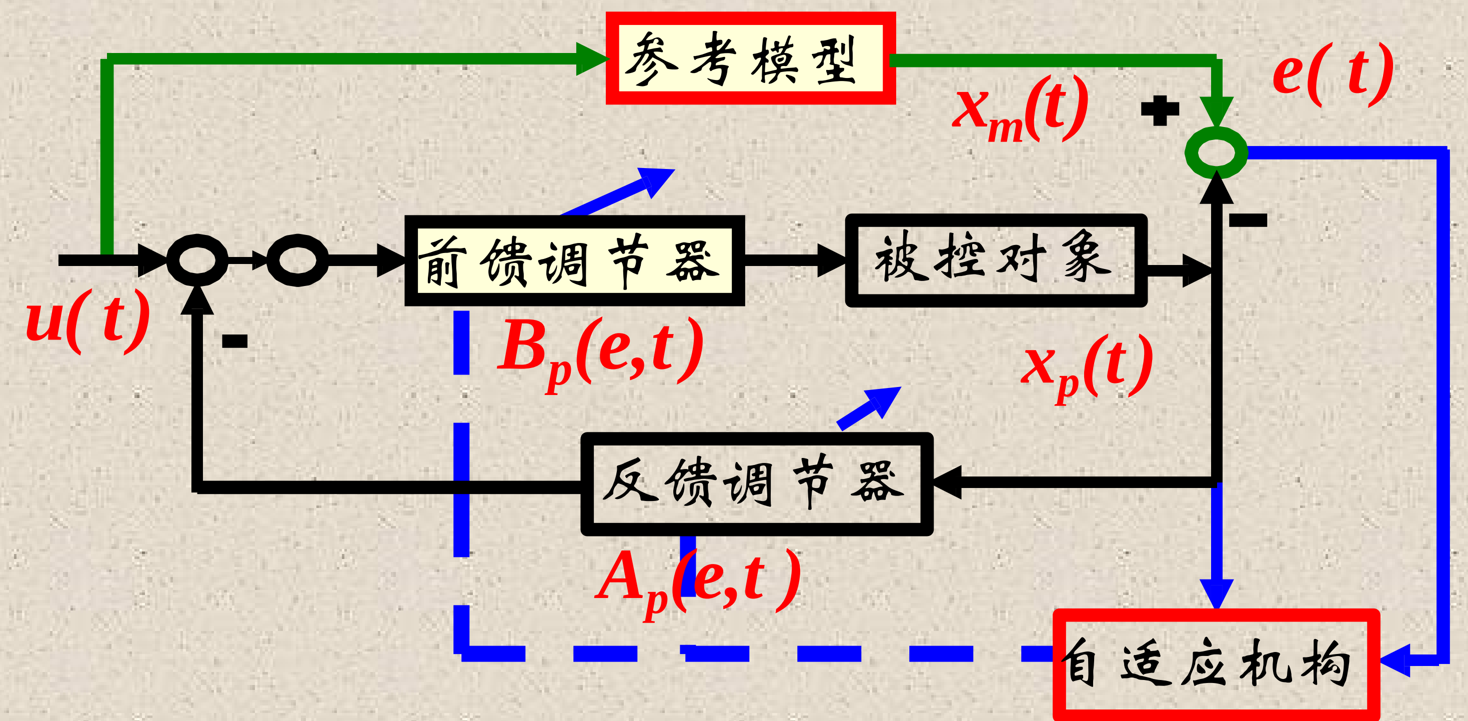
$$\dot{x}_p = A_p(e,t)x_p + B_p(e,t)u$$



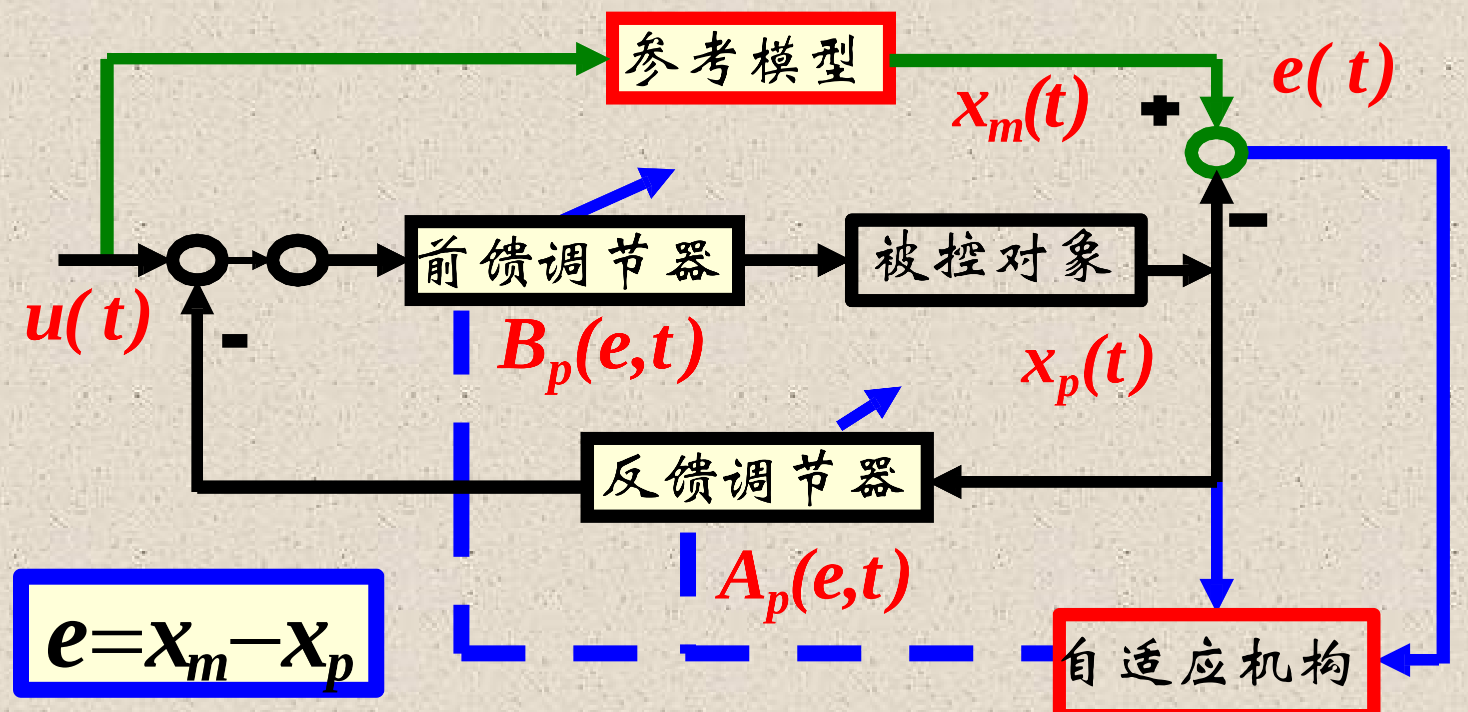
式中：x_p是可调系统的n维状态向量。$A_p(e,t), B_p(e,t)$分别为$n\times n, n\times m$维的时变矩阵，它依赖于广义误差向量e，

$$\dot{x}_p = A_p(e,t)x_p + B_p(e,t)u$$

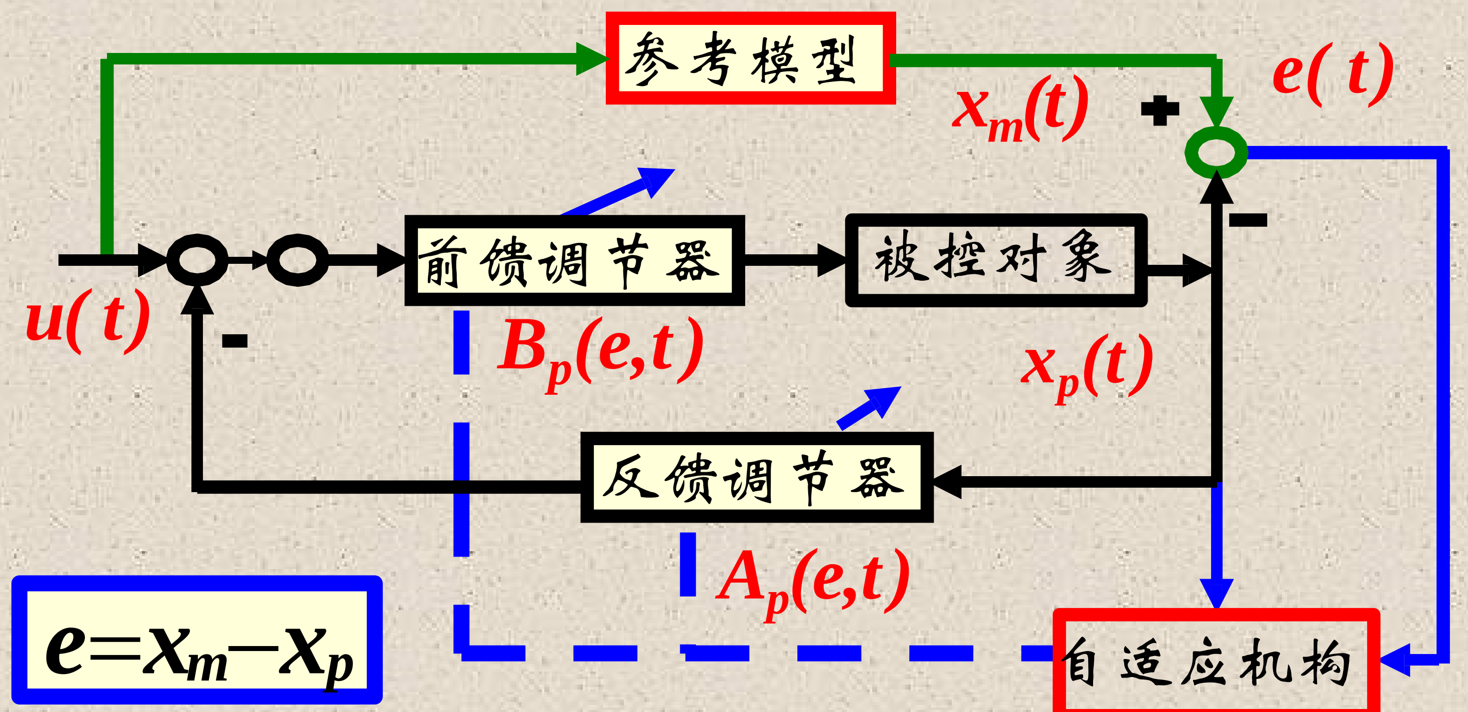
$$\boxed{e = x_m - x_p}$$



在参数调整式的模型参考系统中，设计的任务是确定一个具体的自适应规律，依据广义误差向量按照这一特定的自适应规律来调节参数矩阵 $A_p(e,t), B_p(e,t)$。

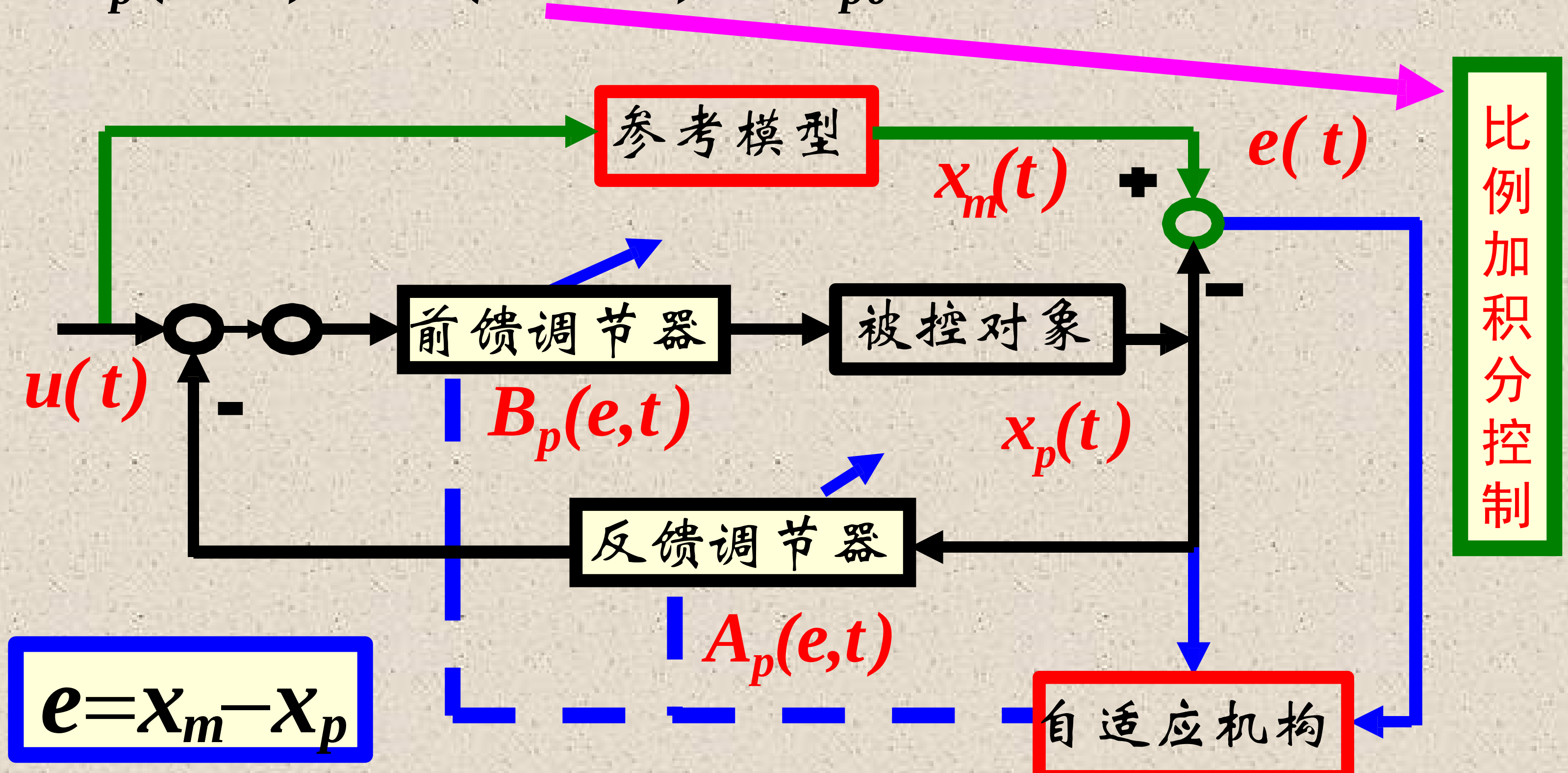


在系统稳定的情况下，这种调节作用将使广义误差向量e逐渐趋向零值。为了能使调节的作用在广义误差向量逐渐趋向零时仍能维持，自适应规律一般常选为具有比例加积分的作用。



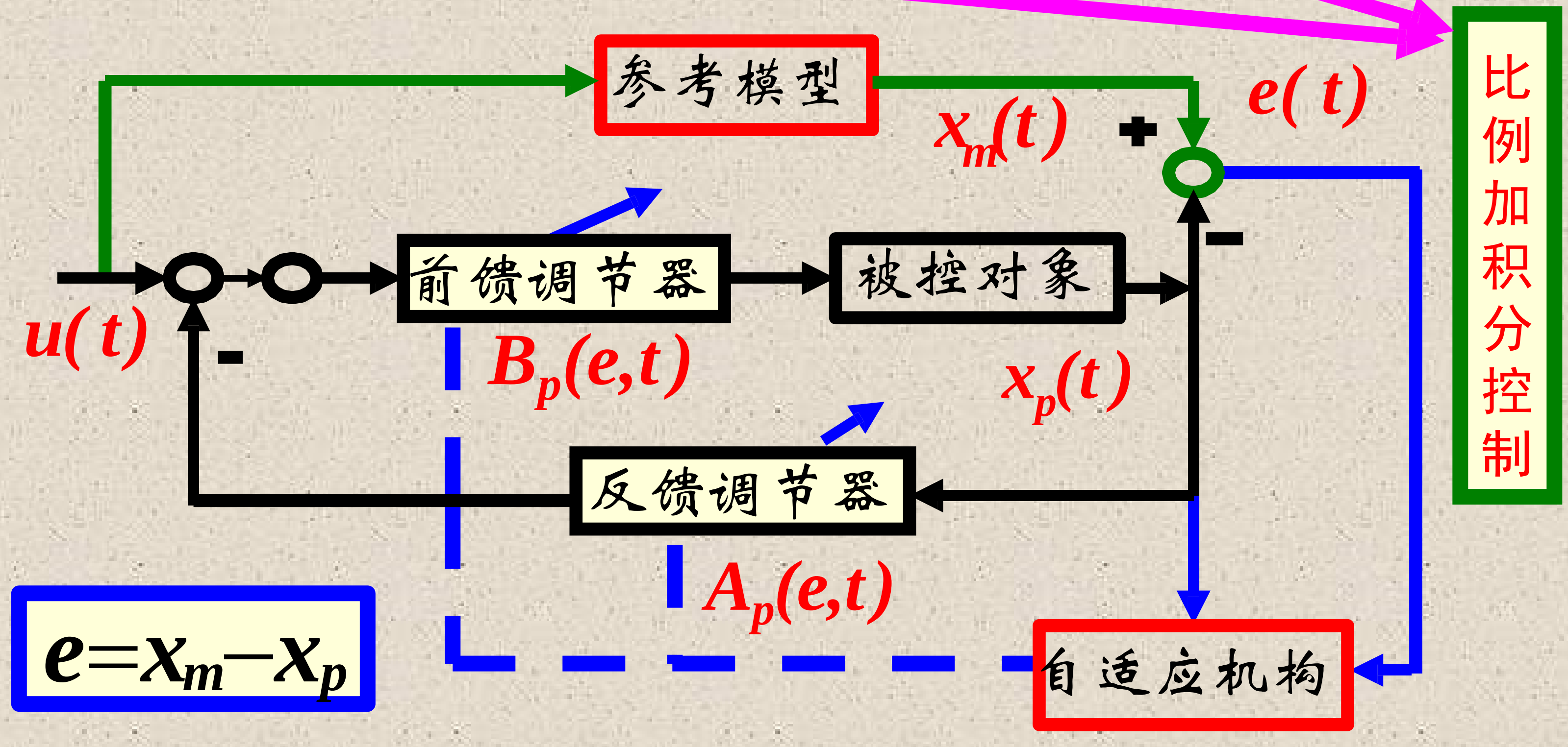
这样，对可调参数的调节不仅取决于广义误差的现时值$e(t)$，而且也依赖于它的过去值 $e(\tau)$，

$$A_p(e,t) = F(e,\tau,t) + A_{p0} \qquad 0 \le \tau \le t$$



$$B_p(e,t) = G(e,\tau,t) + B_{p0} \qquad 0 \le \tau \le t$$

$$A_p(e,t) = F(e,\tau,t) + A_{p0} \qquad 0 \le \tau \le t$$



$$e = x_m - x_p$$

$$B_p(e,t) = G(e,\tau,t) + B_{p0} \qquad 0 \le \tau \le t$$

$$A_p(e,t) = F(e,\tau,t) + A_{p0} \qquad 0 \le \tau \le t$$

比例加积分控制

$$F(e,\tau,t) = \int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau + F_2(v,t)$$

$$G(e,\tau,t) = \int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau + G_2(v,t)$$

式中符号F和G表示在线节上$0 \le \tau \le t$，$A_p(e,t)$, $B_p(e,t)$和向量e之间的函数关系。

自适应规律选择为比例加积分的形式，它既起到按广义误差向量的即时调节作用，又能具有记忆效应的调节作用。

$$F(e,\tau,t)=\int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau+F_2(v,t)$$

$$G(e,\tau,t)=\int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau+G_2(v,t)$$

比例加积分控制

式中符号F和G表示在线节上$0\le\tau\le t$，$A_p(e,t)$, $B_p(e,t)$和向量e之间的函数关系。

自适应规律选择为比例加积分的形式，它既 起到按广义误差向量的即时调节作用，又能具 有记忆效应的调节作用。

式中的符号$v=De$式中D矩阵被称为线性补偿器，

$$F(e,\tau,t)=\int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau+F_2(v,t)$$

$$G(e,\tau,t)=\int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau+G_2(v,t)$$

所谓线性补偿器，就是为了满足系统的稳定性条件而引入的补偿环节。

2- 用输入-输出方程描述MRAC系统

而r为标量输入信号，y_m为标量输出信号，

a_i, b_i 是参考模型输入—输出方程的常系数。 则参考模型的方程为

$$N(p)\,y_m = M(p)\,r$$

式中 $p = \frac{d}{dt}$，$N(p)$和$M(p)$都是p的多项式，

$$N(p) = \sum_{i=0}^{n} a_i p^i \quad M(p) = \sum_{i=0}^{n} b_i p^i$$

对参数调整式的自适应系统，并联可调系统的输入-输出方程为

$$N_p(p,t)\,y_p = M_p(p,t)\,r$$

则参考模型的方程为

$$N(p)\,y_m = M(p)\,r$$

式中 $p=\dfrac{d}{dt}$, $N(p)$和$M(p)$都是p的多项式，

$$N(p)=\sum_{i=0}^{n} a_i p^i \quad M(p)=\sum_{i=0}^{n} b_i p^i$$

对参数调整式的自适应系统，并联可调系统的输入-输出方程为

$$N_p(p,t)y_p = M_p(p,t)r$$

式中

$$N_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} a_{pi}(t,\varepsilon)p^i$$

$$M_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} b_{pi}(t,\varepsilon)p^i$$

式中 $p = \dfrac{d}{dt}$, $N(p)$和$M(p)$都是p的多项式，

$$N(p) = \sum_{i=0}^{n} a_i p^i \quad M(p) = \sum_{i=0}^{n} b_i p^i$$

对参数调整式的自适应系统，并联可调系统的输入-输出方程为

$$N_p(p,t)\,y_p = M_p(p,t)\,r$$

式中

$$N_p(p,t)=\sum_{i=0}^{n} a_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$$M_p(p,t)=\sum_{i=0}^{n} b_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$a_{pi}(t,\varepsilon),b_{pi}(t,\varepsilon)$由广义误差按照自适应规律进行自适应修正，其中广义误差的定义为

$$\varepsilon \approx y_m - y_p$$

自适应规律的选择与用状态方程描述时相似；

$$N_p(p,t)\,y_p = M_p(p,t)\,r$$

式中

$$N_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} a_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$$M_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} b_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$a_{pi}(t,\varepsilon),b_{pi}(t,\varepsilon)$由广义误差按照自适应规律进行自适应修正，其中广义误差的定义为

$$\varepsilon \approx y_m - y_p$$

自适应规律的选择与用状态方程描述时相似；

$$N_p(p,t)\,y_p = M_p(p,t)\,r$$

式中

$$N_p(p,t)=\sum_{i=0}^{n} a_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$$M_p(p,t)=\sum_{i=0}^{n} b_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$$\begin{aligned} a_{pi}(t,\varepsilon) &= F_i(\varepsilon,\tau,t)+a_{pi}(0) \\ b_{pi}(t,\varepsilon) &= G_i(\varepsilon,\tau,t)+b_{pi}(0) \end{aligned} \qquad \tau \le t$$

都表示自适应规律，常常确定为比例加积分的形式。

对参数调整式的自适应系统，可调系统的输入−输出方程为

$$N_p(p,t)\,y_p = M_p(p,t)\,r$$

式中

$$N_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} a_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

$$M_p(p,t) = \sum_{i=0}^{n} b_{pi}(t,\varepsilon)\,p^i$$

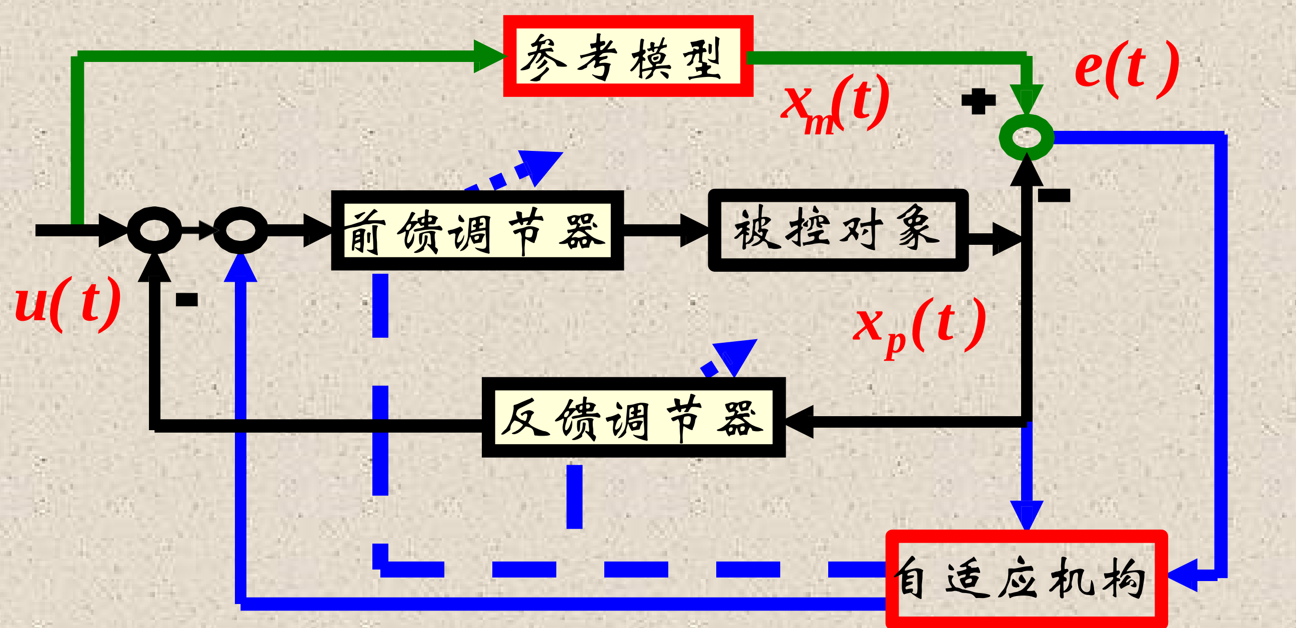
$$a_{pi}(t,\varepsilon) = F_i(\varepsilon,\tau,t) + a_{pi}(0)$$

$$b_{pi}(t,\varepsilon) = G_i(\varepsilon,\tau,t) + b_{pi}(0) \qquad \tau \le t$$

都表示自适应规律，常常确定为比例加积分的形式。

3- *MRAC*系统的误差方程

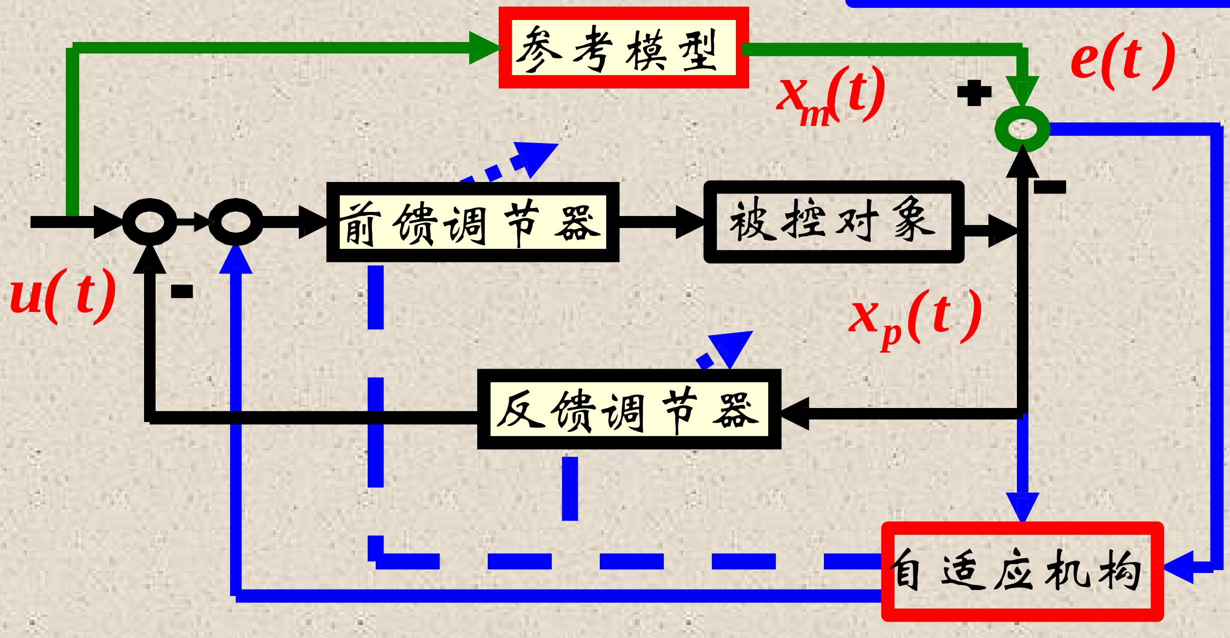
通过前面的分析，我们知道模型参考自适应系统规律的主要信息来源，是出于广义误差$e(t)$或$\varepsilon(t)$



3- *MRAC*系统的误差方程

也表明了模型参考自适应系统的完全渐近适应，就意味着对任意初始条件都能存在

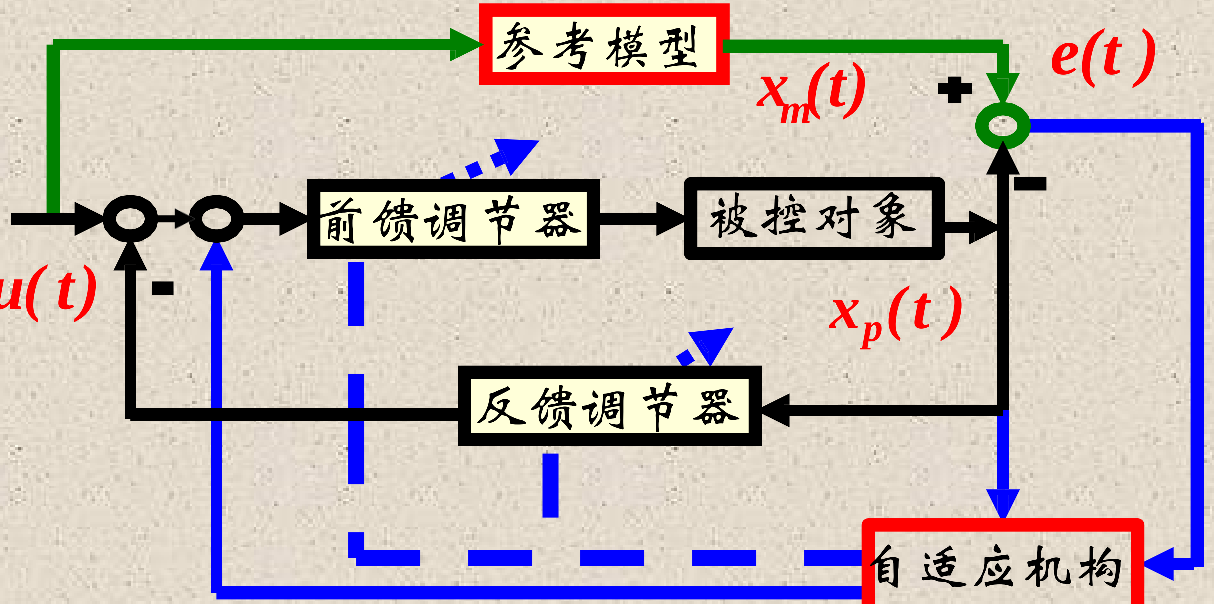
$$\boxed{\lim_{t\to\infty} e(t) = 0}$$



3- *MRAC*系统的误差方程

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = 0$$

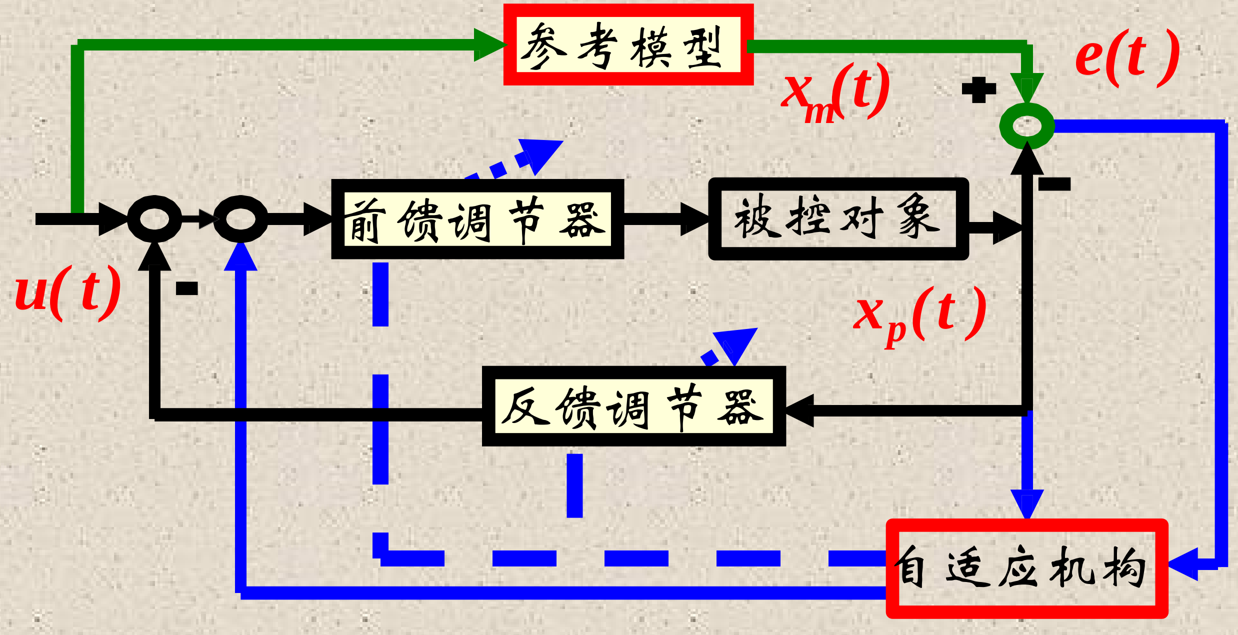
由*e*所表示的误差方程必须是渐近稳定的。误差方程是模型参考自适应系统的分析设计的重要依据。



3- MRAC系统的误差方程

$$\boxed{e(t)=x_m(t)-x_p(t)}$$

$$\dot{x}_m=A_m x_m+B_m u \qquad \dot{x}_p=A_p(e,t)x_p+B_p(e,t)u$$



3- MRAC系统的误差方程

$$\boxed{e(t)=x_m(t)-x_p(t)}$$

$$\dot{x}_m=A_m x_m+B_m u \qquad \dot{x}_p=A_p(e,t)x_p+B_p(e,t)u$$

$$\dot{e}=A_m e+[A_m-A_p(0)-F(e,\tau,t)]x_p+[B_m-B_p(0)-G(e,\tau,t)]u$$

$$F(e,\tau,t)=\int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau+F_2(v,t) \qquad G(e,\tau,t)=\int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau+G_2(v,t)$$

$$\dot{e}=A_m e+\underbrace{\{[A_m-A_p(0)-\int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau-F_2(v,t)]x_p+[B_m-B_p(0)-\int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau-G_2(v,t)u]\}}_{W_1}$$

3- MRAC系统的误差方程

$$\boxed{e(t) = x_m(t) - x_p(t)}$$

$$\dot{e} = A_m e + W_1$$

$$\nu = De$$

$$W = -W_1 = [\int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau + F_2(v,t) + A_p(0) - A_m]x_p$$
$$+ [\int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau - G_2(v,t) + B_p(0) - B_m]u$$

$$\dot{e} = A_m e + \underbrace{\{[A_m - A_p(0) - \int_0^t F_1(v,\tau,t)d\tau - F_2(v,t)]x_p + [B_m - B_p(0) - \int_0^t G_1(v,\tau,t)d\tau - G_2(v,t)u]\}}_{W_1}$$

3- *MRAC系统的误差方程*

非线性部分

$$\dot{e} = A_m e + W_1$$

$$\nu = De$$

线性部分

$$W = -W_1 = [\int_0^t F_1(\nu,\tau,t)d\tau + F_2(\nu,t) + A_p(0) - A_m]x_p$$

$$+ [\int_0^t G_1(\nu,\tau,t)d\tau - G_2(\nu,t) + B_p(0) - B_m]u$$

输入为W_1

输出为 ν

输入为 ν

输出为 W

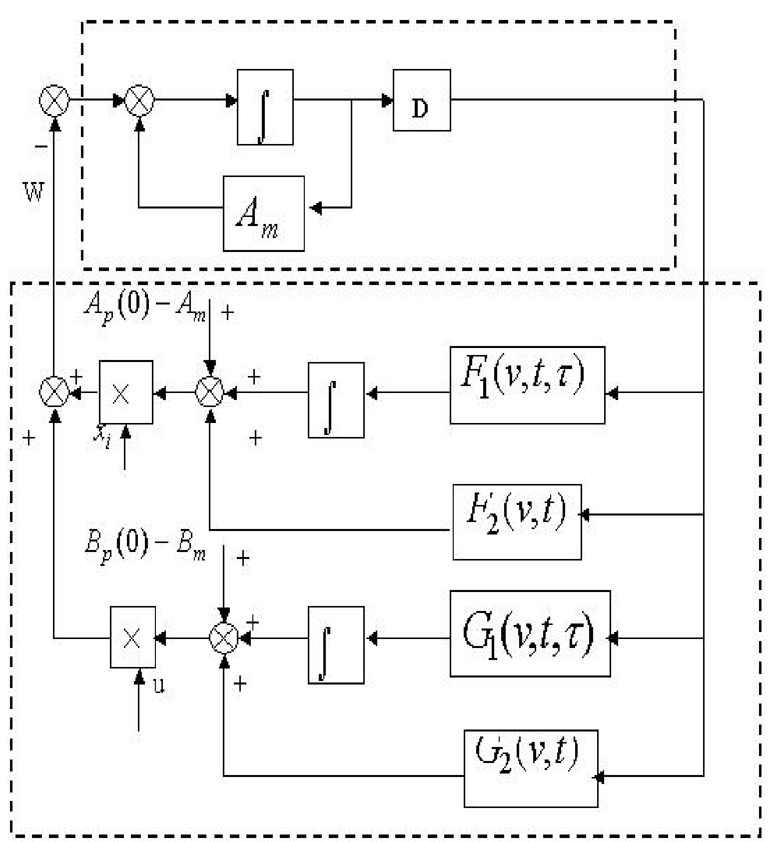
3- *MRAC*系统的误差方程

$$\dot{e} = A_m e + W_1$$
$$v = De$$

线性部分

输入为W_1

输出为 v



(a)

3- *MRAC*系统的误差方程

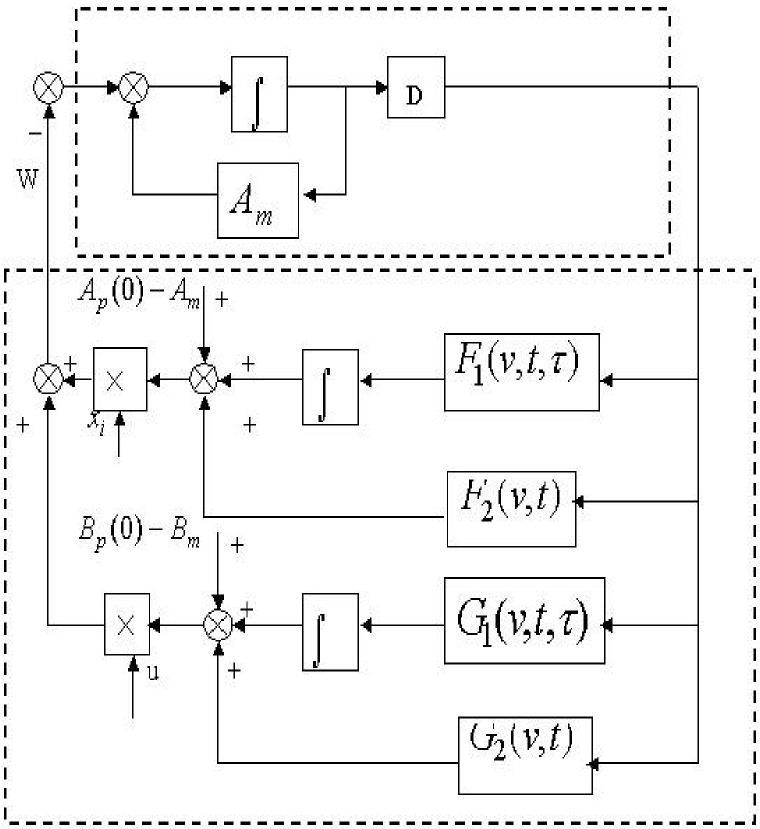
$$\dot{e} = A_m e + W_1$$

$$\nu = De$$

非线性部分

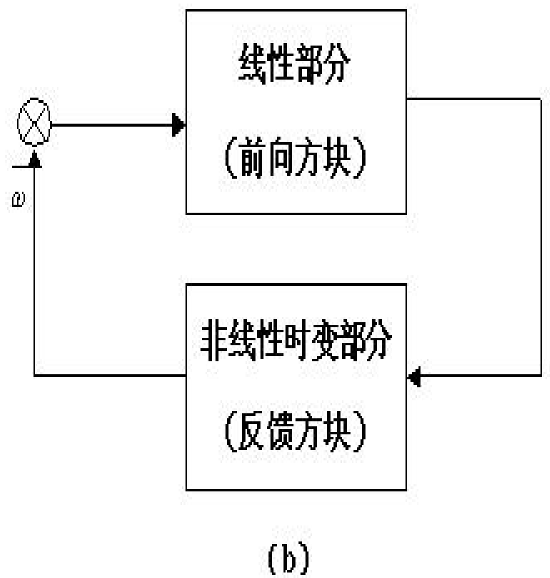
输入为 ν

输出为 W



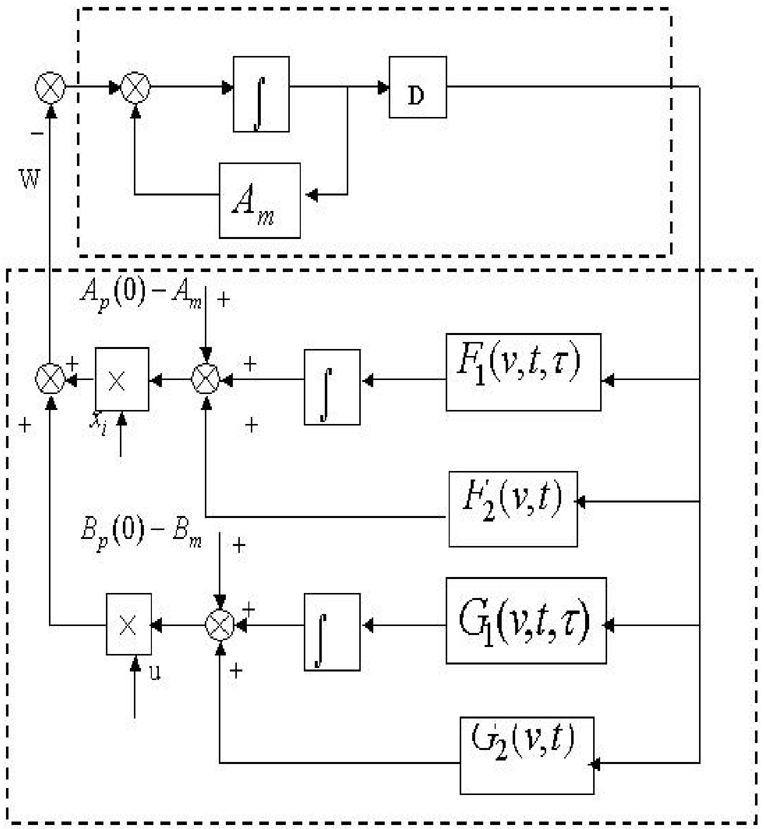
(a)

3- MRAC系统的误差方程



(b)

图3.2　并联自适应系统等价框图



(a)

3- *MRAC*系统的误差方程

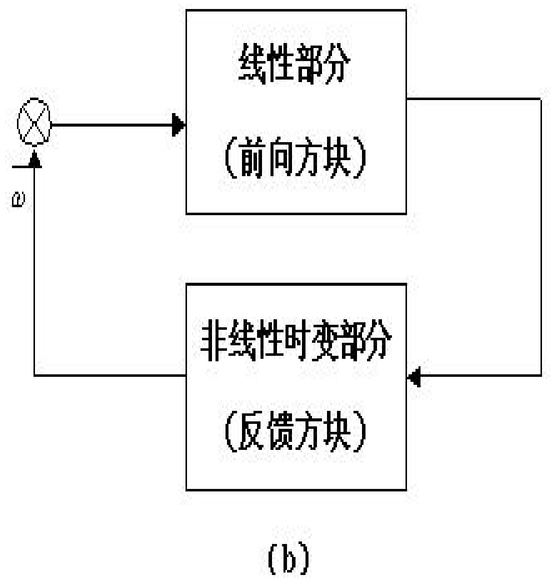
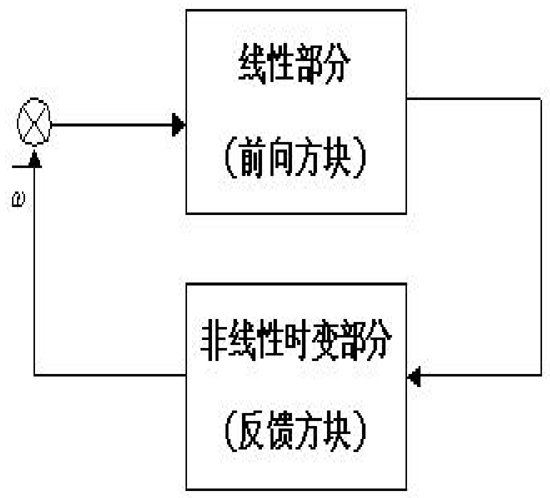


图 3.2 并联自适应系统等价框图

对于可用这种形式等价的时变非线性反馈系统的稳定性理论问题，波波夫曾作了充分的研究。得出的结论为：如果非线性时变部分满足某些（波波夫积分不等式）条件，则反馈系统的稳定性仅由线性部分的特征（正实性质）所决定。

3- *MRAC系统的误差方程*



(b)

图3.2 并联自适应系统等价框图

这样，把研究时变非线性反馈系统的稳定性转化为仅用线性部分的特征来描述，就将一个十分复杂的问题转化为可以用比较简单的方法来解决了。这就是波波夫提出的超稳定性理论的重要贡献。

1.2 模型参考自适应控制

1.2.5 系统设计时常用的一些假设

MRAC的假定条件

系统设计时常用假设:

（1）参考模型是一个线性定常系统

（2）参考模型与可调系统维数相同

（3）在参数自适应情况下，可调系统的所有参数对于自适应作用来说是可达的。

1.2 模型参考自适应控制

1.2.5 系统设计时常用的一些假设

MRAC的假定条件

系统设计时常用假设：

（4）在自适应过程中可调系统参数仅依赖于自适应机构。

（5）除输入信号r外，没有其他外部输入信号。

（6）广义状态误差和广义输出误差可测。

（7）参考模型和可调参数的初始差异未知。