期中考试模拟题（四）2019.11

一、填空题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 某人购买了 3 张彩票，设 A_i 表示他购买的第 i 张彩票中奖，$i=1,2,3$，则 3 张彩票中至多有 1 张未中奖的事件可表示为______________________________.

2. 设事件 A,B 相互独立，$P(B)=0.4, P(A-B)=0.3$，则 $P(B-A)=$_____.

3. 设随机变量 $X\sim U[0,2]$，则 $Y=3-4X$ 的概率密度为___________.

4. 设二维随机变量 $(X,Y)\sim N(1,0,1,1,0)$，则 $P\{XY-Y\le 0\}=$______.

5. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，$X\sim P(9), Y\sim \exp(0.2)$，则 $D(3X-2Y+5)=$_____.

二、选择题(每小题 3 分，共 15 分)

1. 设 A,B 为随机事件，$P(B)>0, P(A|B)=1$，则必有(　　).

   A $P(A\cup B)>P(A)$　　B $P(A\cup B)>P(B)$

   C $P(A\cup B)=P(A)$　　D $P(A\cup B)=P(B)$

2. 每次试验的成功概率为 $p\ (0<p<1)$，重复进行试验直到第 n 次才取得 $r(1\le r\le n)$ 次成功的概率是(　　).

   A $C_n^r p^r(1-p)^{n-r}$　　B $C_{n-1}^{r-1}p^r(1-p)^{n-r}$

   C $p^r(1-p)^{n-r}$　　D $C_{n-1}^{r-1}p^{r-1}(1-p)^{n-r}$

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$，则 $Y=3X+2$ 的分布函数 $G(y)=($　　$)$.

   A $\frac{1}{3}F(\frac{1}{3}y-\frac{2}{3})$　　B $F(3y+2)$　　C $F(3y-2)$　　D $F(\frac{1}{3}y-\frac{2}{3})$

4. 下列结论正确的是(　　).

   A 随机变量的分布函数在某些点处的值可以大于 1.

B 设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x)$，则有 $P\{a<X<b\}=f(b)-f(a)$.

C 若 (X,Y) 是二维连续型随机变量，则 $Z=X/Y$ 是一维连续型随机变量.

D 开区间 (a,b) 上服从均匀分布的随机变量与闭区间 $[a,b]$ 上服从均匀分布的随机变量具有不同的分布函数.

5. 设 X_1, X_2, X_3 是随机变量，$X_1 \sim N(0,1)$，$X_2 \sim N(0,4)$，$X_3 \sim N(5,9)$，$p_i = P\{-2 \le X_i \le 2\}\ (i=1,2,3)$，则有(　　).

A $p_1 > p_2 > p_3$　　B $p_2 > p_1 > p_3$　　C $p_3 > p_2 > p_1$　　D $p_1 > p_3 > p_2$

三、（10 分）从混有 5 张假钞的 20 张百元钞票中任取 2 张，并将其中 1 张拿到验钞机上检验。（1）求检验结果是假钞的概率；（2）如果检验结果是假钞，求抽出的 2 张都是假钞的概率.

四、（10 分）掷两枚均匀地硬币一次，以 X 表示第一枚硬币出现正面的次数，以 Y 表示第二枚硬币出现正面的次数，试求二维随机变量 (X,Y) 的联合分布律及联合分布函数.

五、（10 分）设某地区成年男子的身高 $X \sim N(170,36)$（单位：cm）.（1）问应如何设计公共汽车车门的高度，使男子与车门碰头的机会小于 0.01? （$\Phi(2.33)=0.99$）；（2）若车门的高度为 182，求 100 个成年男子与车门碰头的人数不多于 2 个的概率（$\Phi(2)=0.9772$）（本问化成最简表达式即可）.

六、（16 分）设二维随机变量 (X,Y) 在区域 $G=\{(x,y)\,|\,0 \le y \le 1-x^2\}$ 服从均匀分布。

求（1）(X,Y) 的联合概率密度；　　　（2）X 和 Y 的边缘概率密度；

（3） X 与 Y 是否相互独立？为什么？

（4） $f_{X|Y}(x|y)$ 及 $P\{X \geq \frac{1}{4}|Y=\frac{1}{2}\}$.

七、（12 分）设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-(x+y)}, & x>0, y>0, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求（1） $Z=|X-Y|$ 的概率密度；（2） $U=\min\{X,Y\}$ 的分布函数；

（3） $P\{X+Y<5\}$.

八、（12 分）设随机变量 X 分布律为 $P\{X=1\}=P\{X=2\}=\frac{1}{2}$，给定 $X=i$ 的条件下，随机变量 Y 服从均匀分布 $U(0,i), i=1,2$，求：

（1） Y 的分布函数；　（2） Y 的概率密度；　（3）数学期望 $E(Y)$.