

# 磁耦合电路

磁耦合电路

## 第13章

### 13.1 磁场耦合与互感

### 13.2 磁耦合电路的计算

主讲人：邹建龙

时 间：     年   月   日



### □ 引言

### □ 13.1 磁场耦合与互感

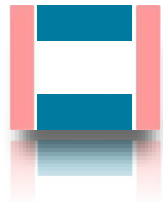
### □ 13.2 磁耦合电路的计算

### □ 小结

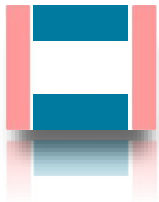
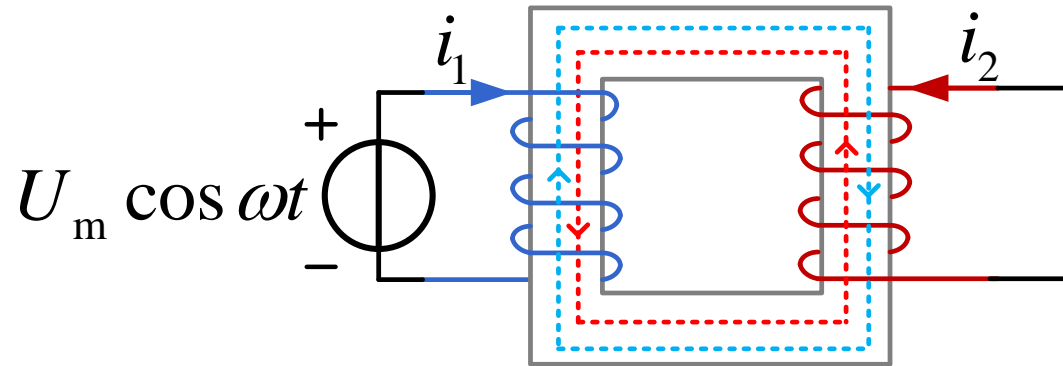




## 13.1-13.2 磁场耦合与互感、磁耦合电路的计算——引言



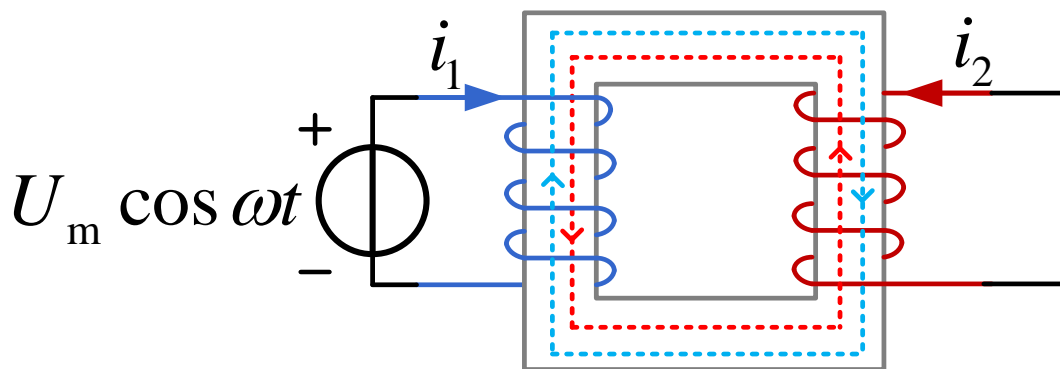
## 13.1 磁场耦合与互感



## 13.1 磁场耦合与互感

### 磁场耦合与互感定义：

两个相互靠近的线圈，当线圈通以电流时，两个线圈的磁场会相互耦合。



$$\psi_1 = L_1 i_1 (\text{线圈1自身产生的磁链}) - M_{12} i_2 (\text{线圈2 耦合过来的磁链})$$

$$\psi_2 = L_2 i_2 (\text{线圈2自身产生的磁链}) - M_{21} i_1 (\text{线圈1 耦合过来的磁链})$$

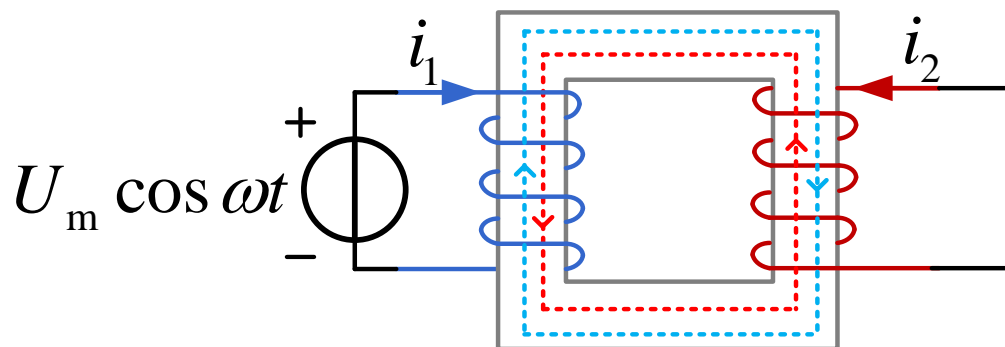
□  $L_1$ 和 $L_2$ 称为自感系数，简称自感

□  $M_{12}$ 和 $M_{21}$ 称为互感系数，简称互感， $M_{12}=M_{21}$



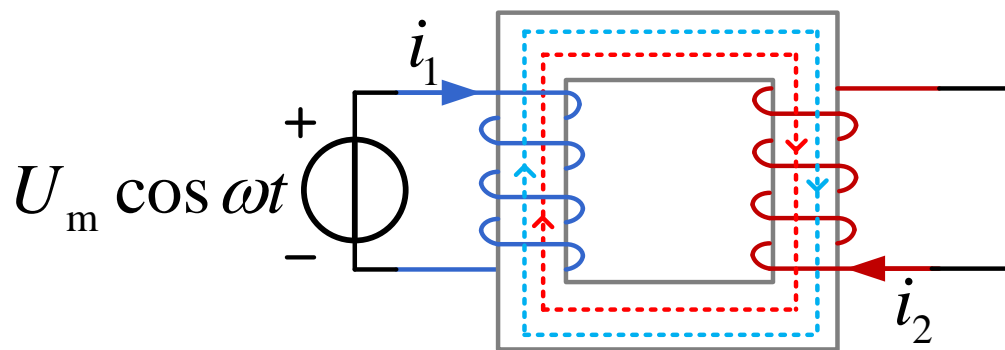
## 13.1 磁场耦合与互感

### 磁场耦合的削弱与加强



磁场相互削弱

$$\begin{aligned}\psi_1 &= L_1 i_1 \text{ (线圈1自身产生的磁链)} \\ &\quad - M i_2 \text{ (线圈2耦合过来的磁链)} \\ \psi_2 &= L_2 i_2 \text{ (线圈2自身产生的磁链)} \\ &\quad - M i_1 \text{ (线圈1耦合过来的磁链)}\end{aligned}$$



磁场相互增强

$$\begin{aligned}\psi_1 &= L_1 i_1 \text{ (线圈1自身产生的磁链)} \\ &\quad + M i_2 \text{ (线圈2耦合过来的磁链)} \\ \psi_2 &= L_2 i_2 \text{ (线圈2自身产生的磁链)} \\ &\quad + M i_1 \text{ (线圈1耦合过来的磁链)}\end{aligned}$$

磁场耦合是削弱还是加强，这显然非常重要！

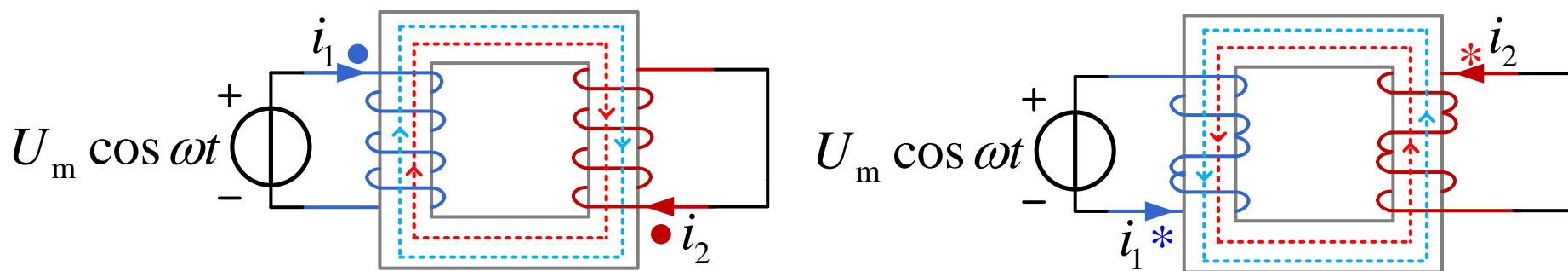
判断削弱还是加强，**需要知道线圈绕向**，但实际中**通常不知道线圈绕向**！这就需要引入**同名端**的概念。



## 13.1 磁场耦合与互感

### 同名端的定义：

如果一个线圈的一个端子和另一个线圈的一个端子都流入电流，并且产生的磁场相互增强，则称这两个端子为同名端，并且在这两个端子的位置上用点“ $\bullet$ ”来标记。



- 如果两个线圈的一对端子是同名端，则另一对端子也是同名端。

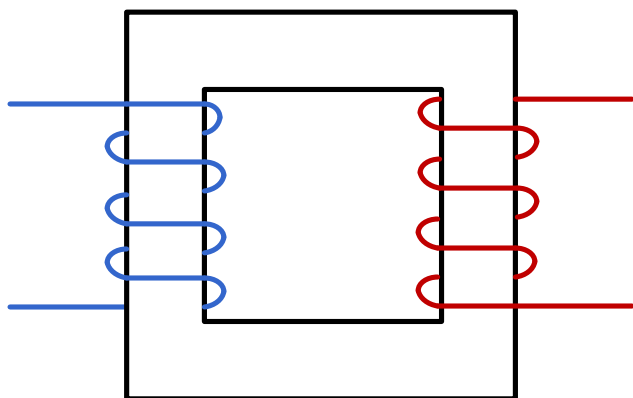
也就是说，两个线圈有两对同名端，但只标记其中一对。

- 在实际中，同名端由生产线圈的工人标记，因为工人知道绕向！



同名端的判断：

### 例题1（基础）



判断并标记图中  
两个线圈的同名端。

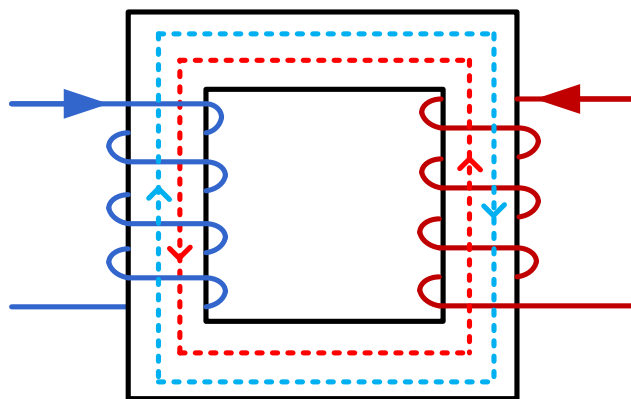
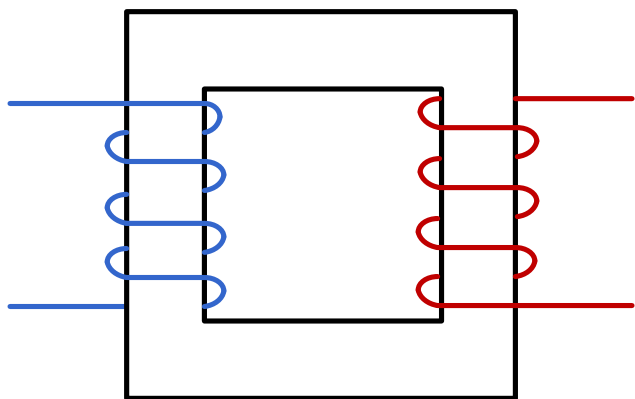




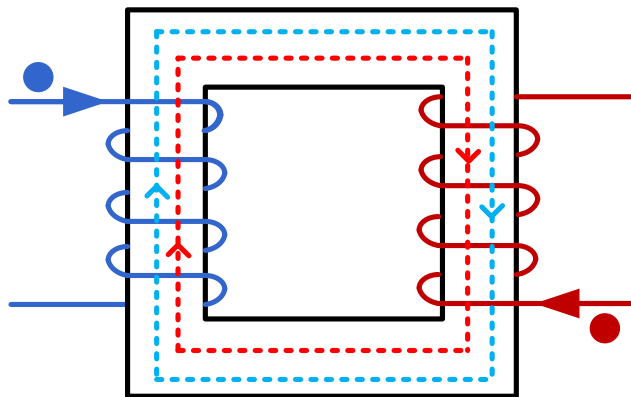
## 13.1 磁场耦合与互感

同名端的判断：

### 例题1（基础）

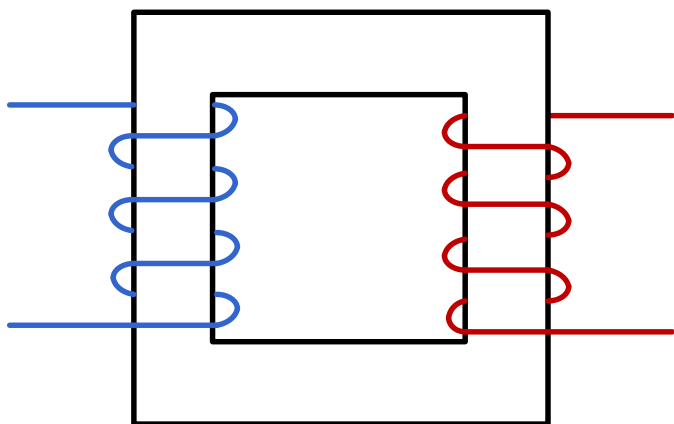


判断并标记图中  
两个线圈的同名端。



同名端的判断：

### 同步练习题1（基础）

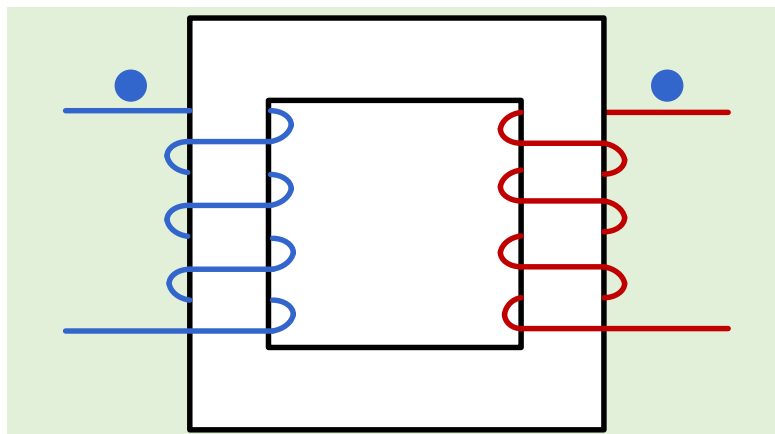
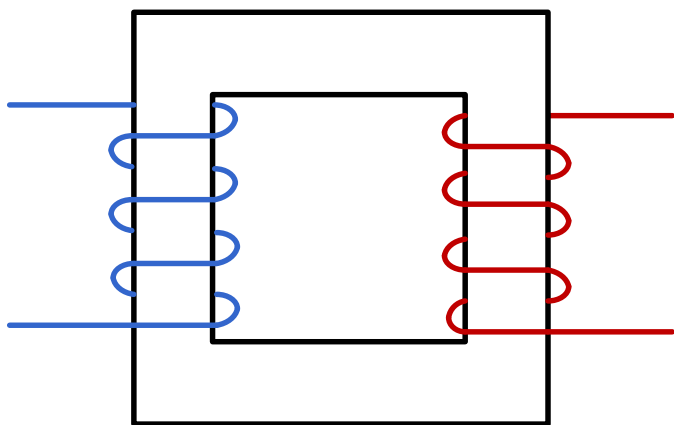


判断并标记图中  
两个线圈的同名端。



同名端的判断：

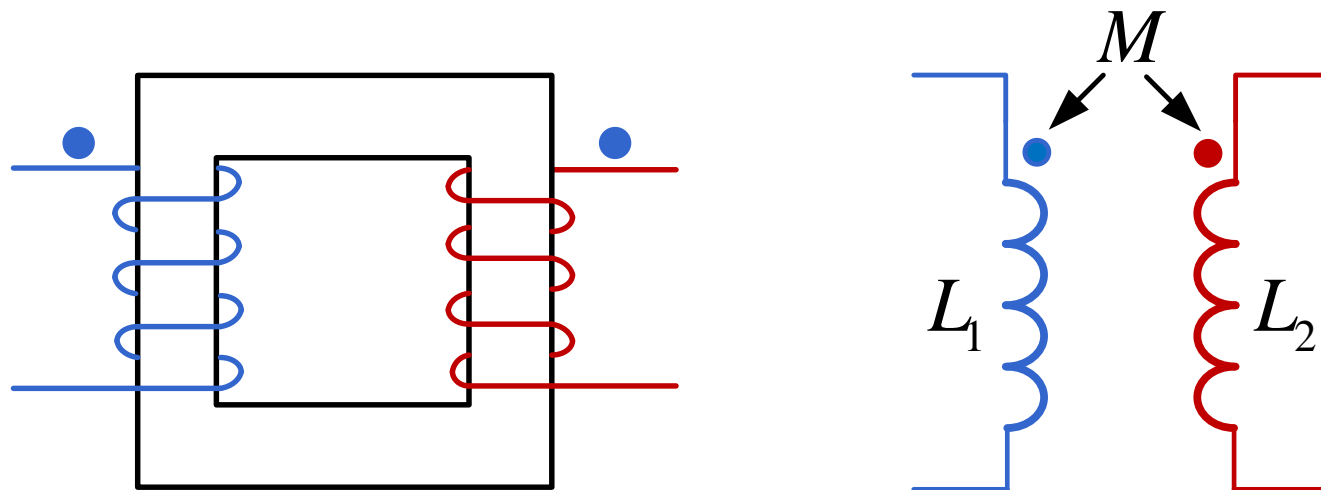
### 同步练习题1（基础）



判断并标记图中  
两个线圈的同名端。



两个磁场耦合线圈对应的电路模型：**耦合电感**



为了避免耦合电感与以往的电感（实际是自感）混淆，  
**耦合电感以后仍称为磁耦合线圈。**



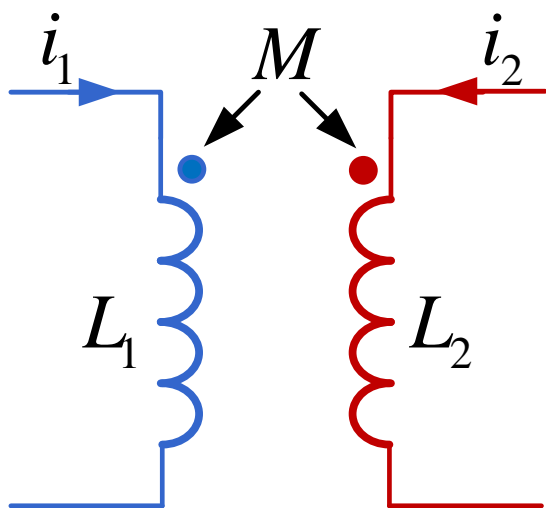
## 13.1 磁场耦合与互感

### 互感电压与极性判断

磁耦合线圈最重要的特性就是通过磁场耦合产生互感电压

互感电压都有极性，判断互感电压极性是一个难点！

互感电压极性判断与同名端定义密切相关！



同名端的定义：

如果一个线圈的一个端子和另一个线圈的一个端子都流入电流，并且产生的磁场相互增强，则称这两个端子为同名端。

自感电压默认与电流取关联参考方向

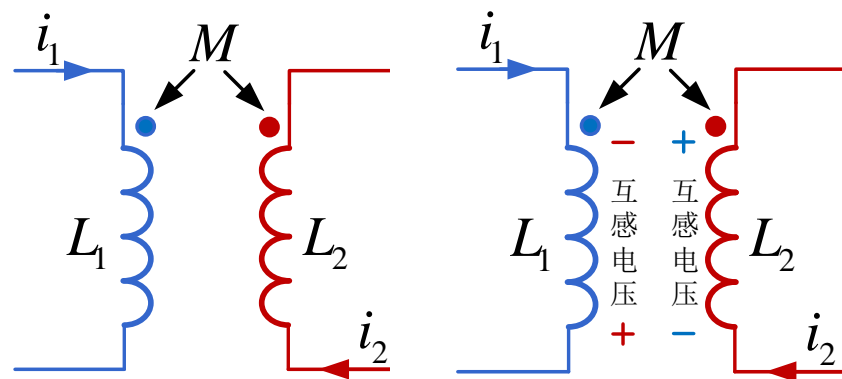
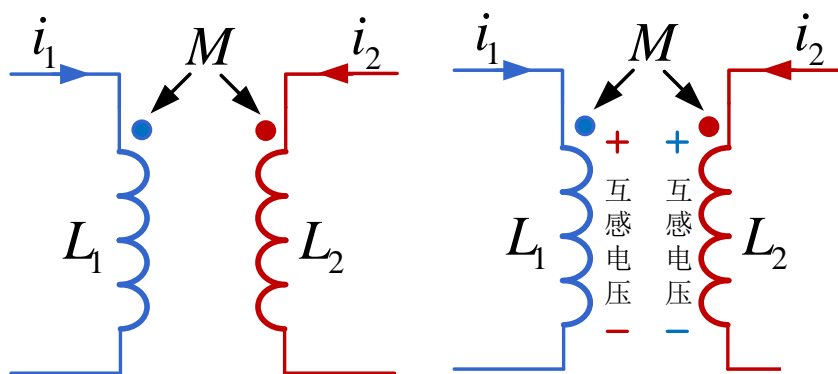
（电流流入端子为自感电压正极），

当耦合磁场与自身磁场相互增强（两个线圈流入电流端子是同名端时磁场相互增强）时，互感电压的正极也是电流流入端子。

## 13.1 磁场耦合与互感

互感电压极性的判断方法：

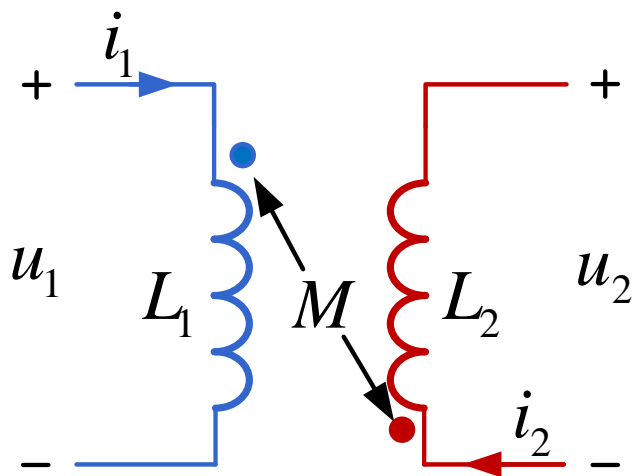
- 自己线圈流入电流的端子对应其他线圈的同名端上的互感电压极性为+
- 同样地，其他线圈流入电路的端子对应自己线圈的同名端上的互感电压极性也为+



## 13.1 磁场耦合与互感——互感电压与极性判断

任何一个线圈的电压都由自感电压与互感电压共同产生。  
线圈电压表达式要具体问题具体分析。

### 例题2（基础）



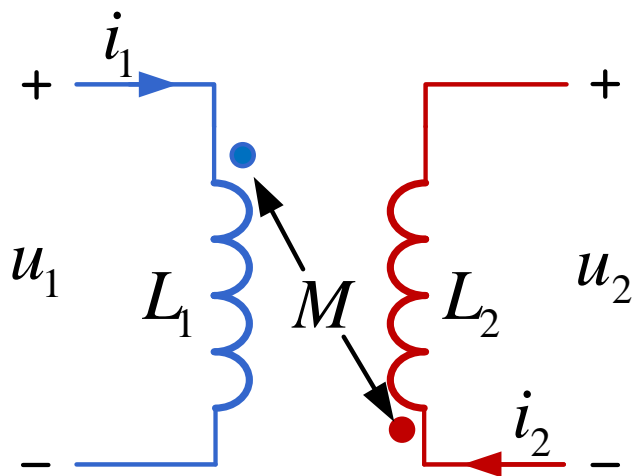
按照图示电路的参考方向，  
写出线圈电压的表达式。



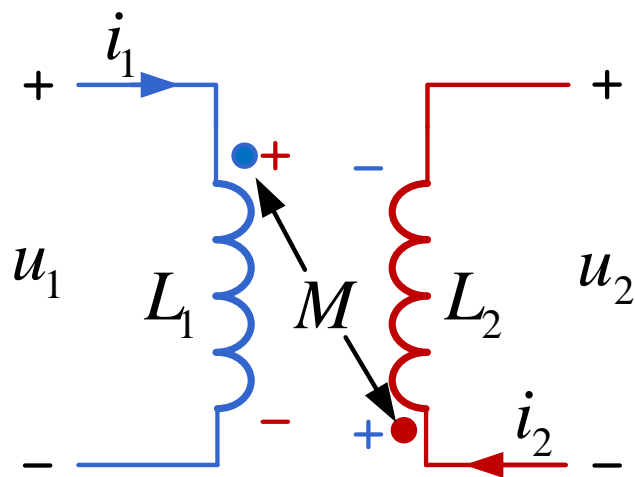
## 13.1 磁场耦合与互感——互感电压与极性判断

任何一个线圈的电压都由自感电压与互感电压共同产生。  
线圈电压表达式要具体问题具体分析。

### 例题2（基础）

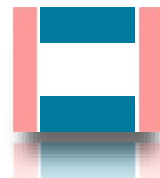


按照图示电路的参考方向，  
写出线圈电压的表达式。



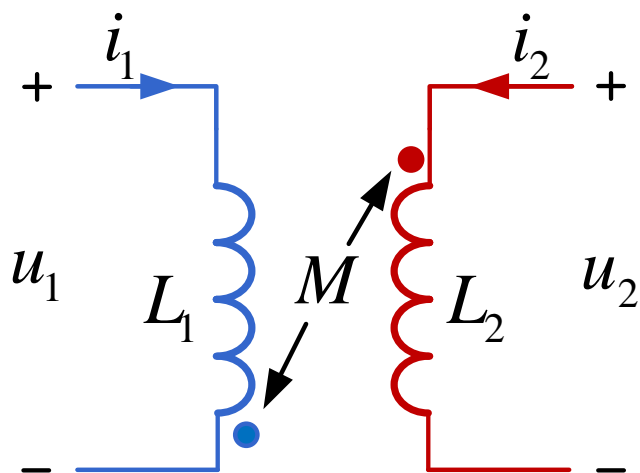
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$





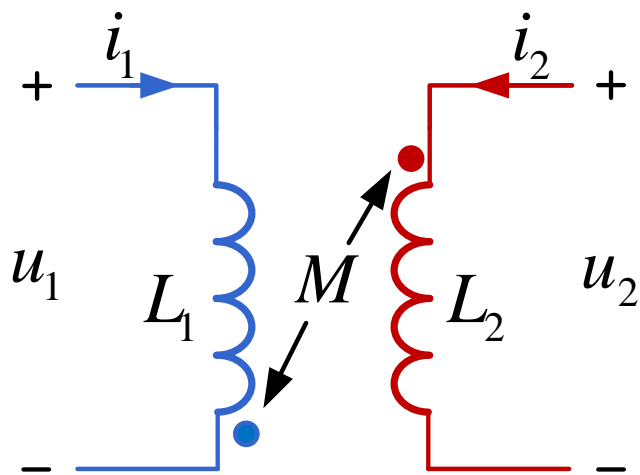
### 同步练习题1（基础）



按照图示电路的参考方向，  
写出线圈电压的表达式。



## 同步练习题2（基础）



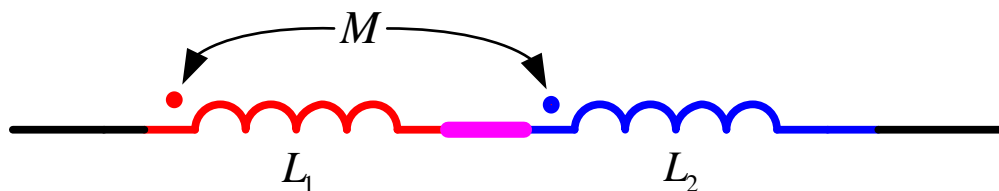
按照图示电路的参考方向，  
写出线圈电压的表达式。

答案：  $u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$ ,  $u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$

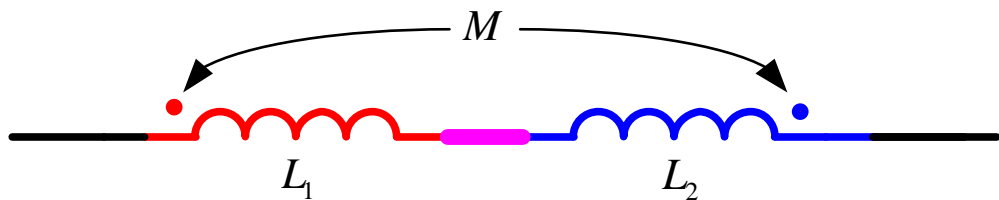


## 13.2 磁耦合电路的计算

### 耦合电感的去耦等效——串联去耦等效



(a) 耦合电感同方向串联

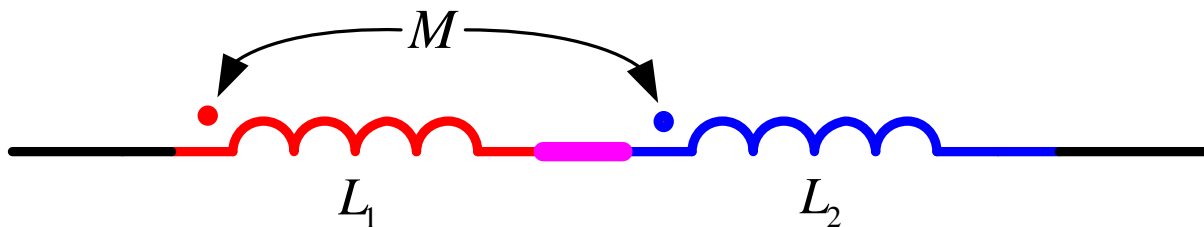


(b) 耦合电感反方向串联

将以上电路的同名端和互感标记去掉，等效为一个电感，这一过程称为串联去耦等效

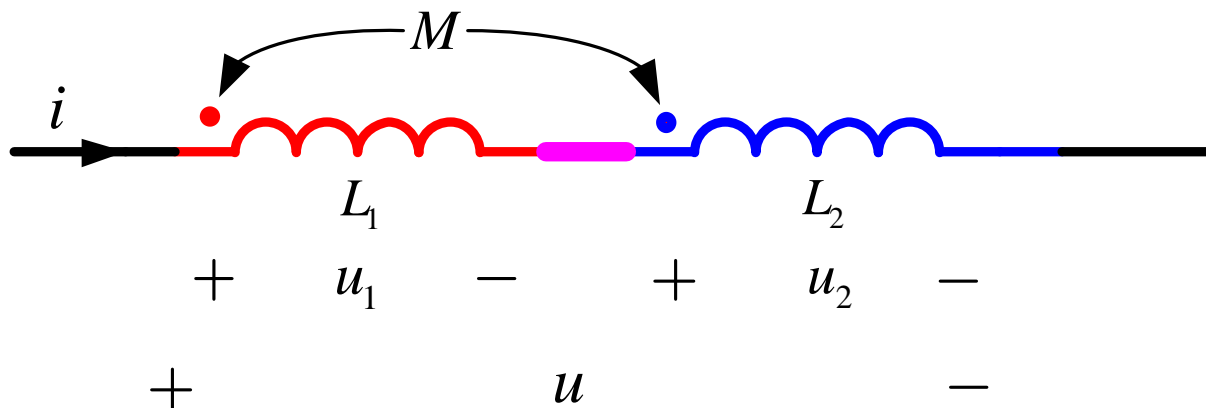


### 同方向串联去耦等效的推导过程

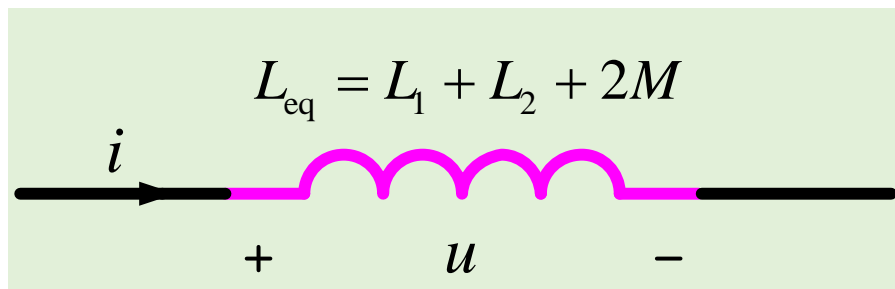


## 13.2 磁耦合电路的计算

### 同方向串联去耦等效的推导过程

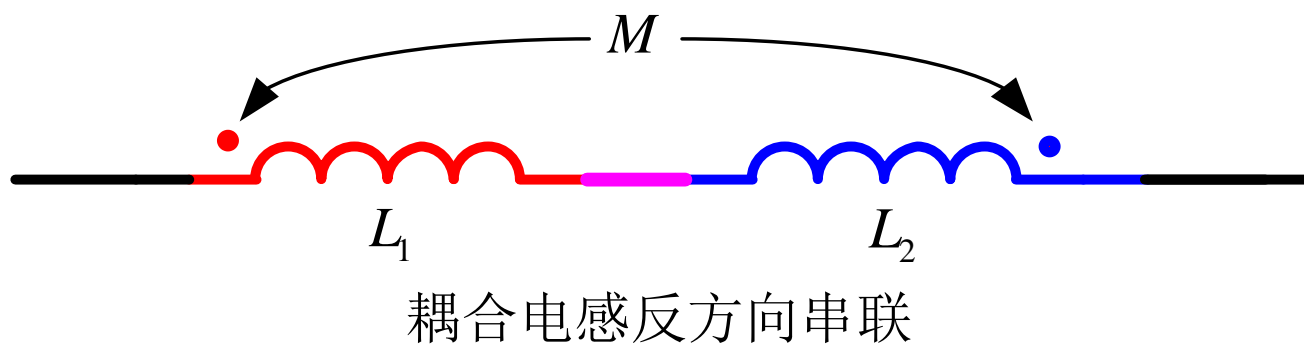


$$u = u_1 + u_2 = \left( L_1 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) + \left( L_2 \frac{di}{dt} + M \frac{di}{dt} \right) = (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$



## 13.2 磁耦合电路的计算

### 反方向串联去耦等效的结果



$$L_1 + L_2 - 2M$$

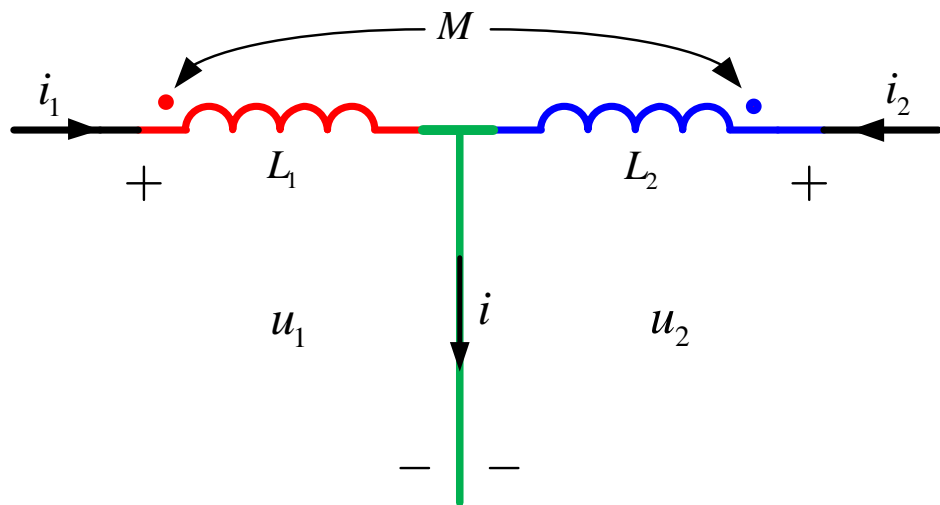


耦合电感反方向串联的等效电路



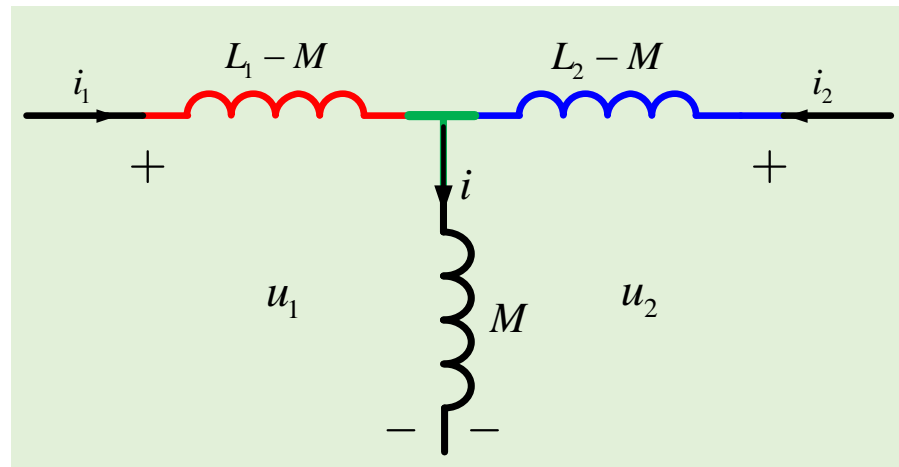
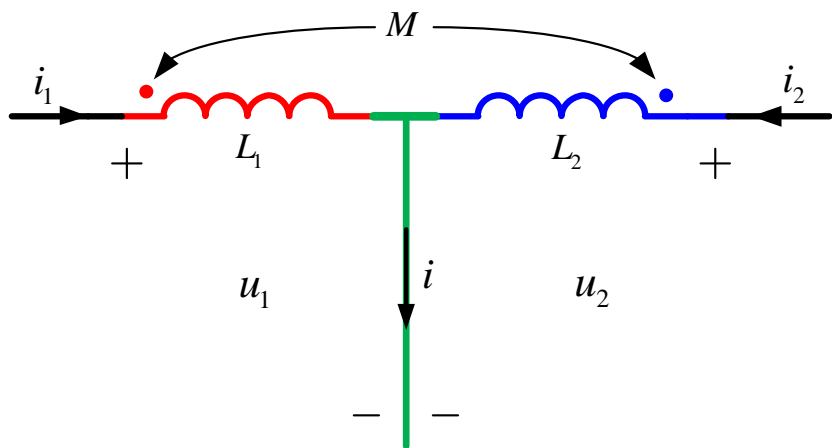
## 13.2 磁耦合电路的计算

### T形同侧接法去耦等效的推导过程



## 13.2 磁耦合电路的计算

### T形同侧接法去耦等效的推导过程



$$\begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{d(i - i_1)}{dt} \\ &= (L_1 - M) \frac{di_1}{dt} + M \frac{di}{dt} \end{aligned}$$

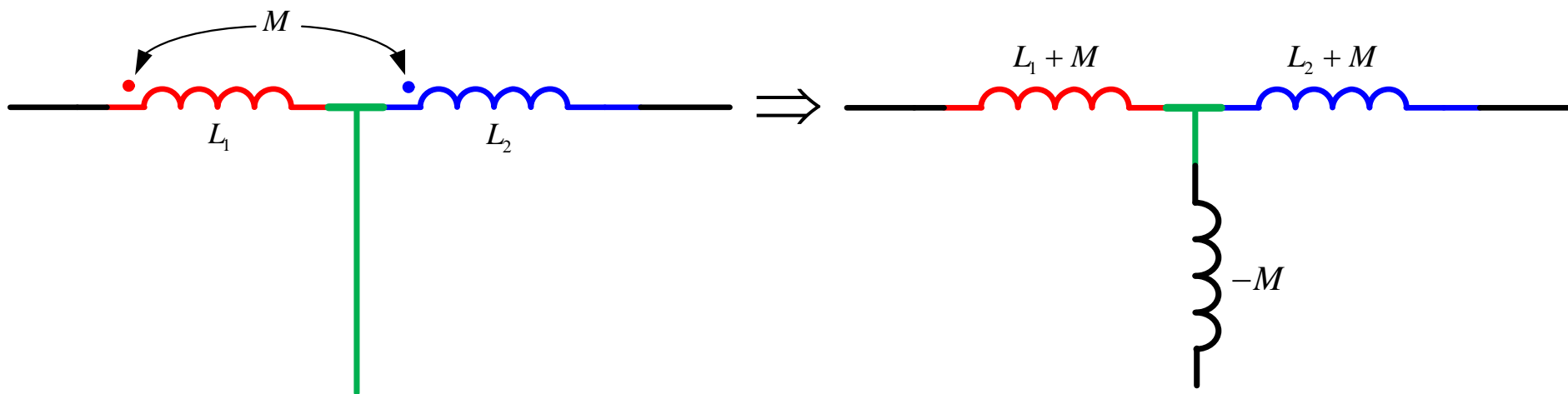
$$\begin{aligned} u_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \\ &= L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{d(i - i_2)}{dt} \\ &= (L_2 - M) \frac{di_2}{dt} + M \frac{di}{dt} \end{aligned}$$





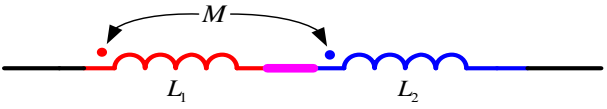

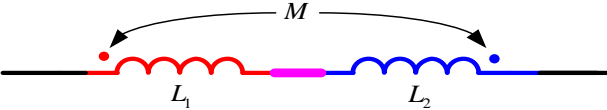

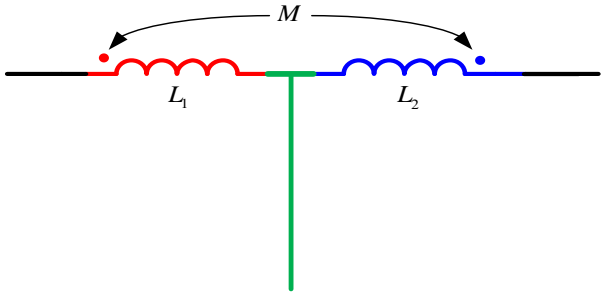
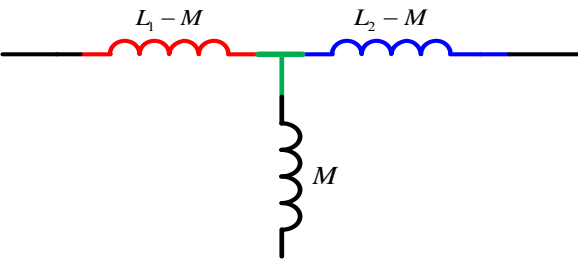
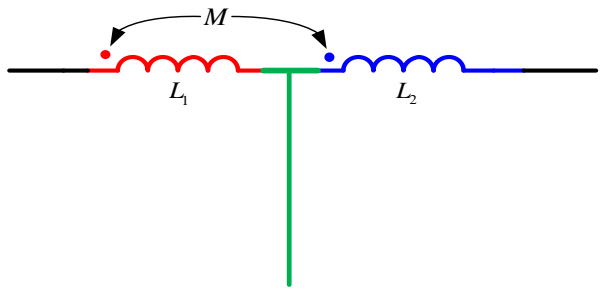
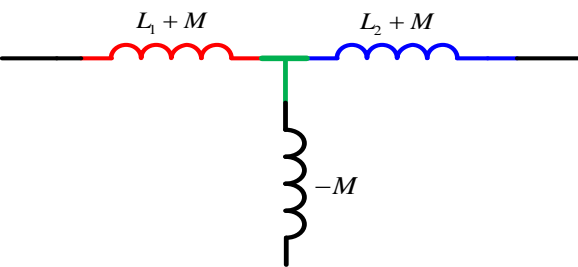
## 13.2 磁耦合电路的计算

T形异侧接法去耦等效的结果



## 13.2 磁耦合电路的计算

### 耦合电感去耦等效总结

耦合电感连接方式	去耦等效电路
 <p>耦合电感同方向串联</p>	$L_1 + L_2 + 2M$ 
 <p>耦合电感反方向串联</p>	$L_1 + L_2 - 2M$ 
 <p>耦合电感T形同侧连接</p>	
 <p>耦合电感T形异侧连接</p>	

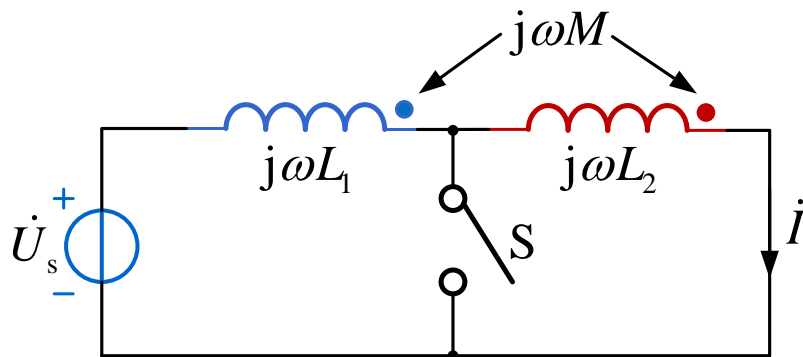


## 13.2 磁耦合电路的计算

磁耦合电路的计算思路：

- 如果能去耦等效，一般就**去耦等效**，以简化电路分析
- 如果不能去耦等效，需要根据同名端位置和电流参考方向**判断互感电压的极性**

### 例题3（基础）



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

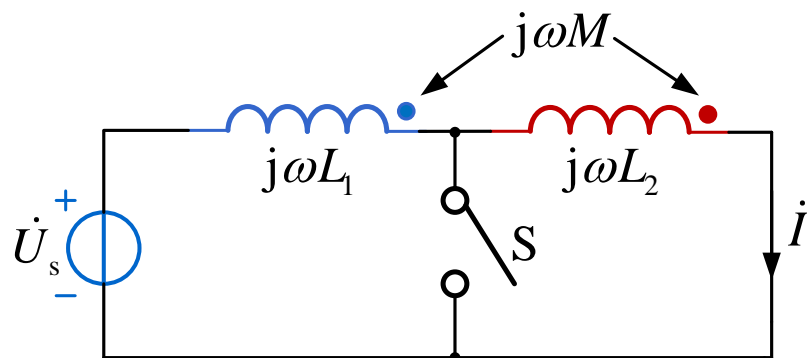
分别求开关S断开  
和闭合时的电流*i*



## 13.2 磁耦合电路的计算

### 例题3 (基础)

开关S断开  
去耦等效电路



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{j\omega(L_1 + L_2 + 2M)} = \frac{100}{j60} = 2\angle -90^\circ \text{ A}$$

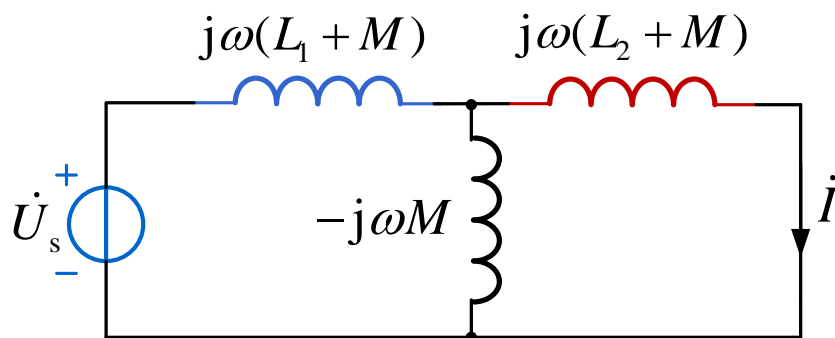
已知  $\dot{U}_s = 120\angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

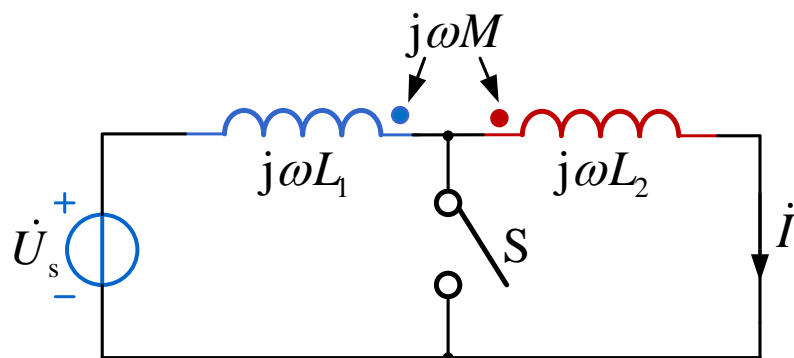
分别求开关S断开  
和闭合时的电流  $i$

开关S闭合  
去耦等效电路



$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{j\omega(L_1 + M) + \frac{-j\omega M \times j\omega(L_1 + M)}{-j\omega M + j\omega(L_1 + M)}} \times \frac{-j\omega M}{-j\omega M + j\omega(L_1 + M)} = 4\angle 90^\circ \text{ A}$$

## 同步练习题3（基础）



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

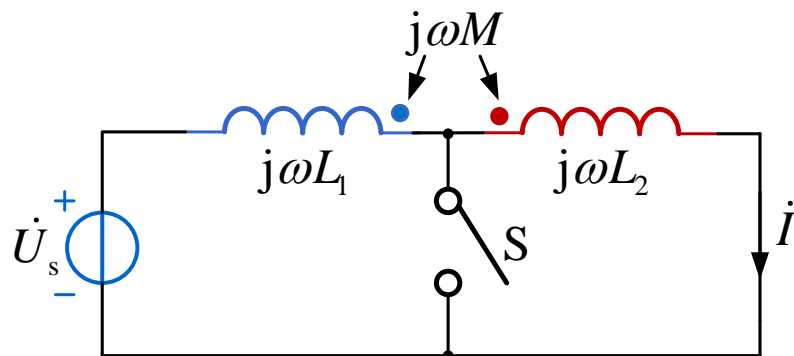
$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

分别求开关S断开  
和闭合时的电流 $\dot{i}$



## 同步练习题3 (基础)



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

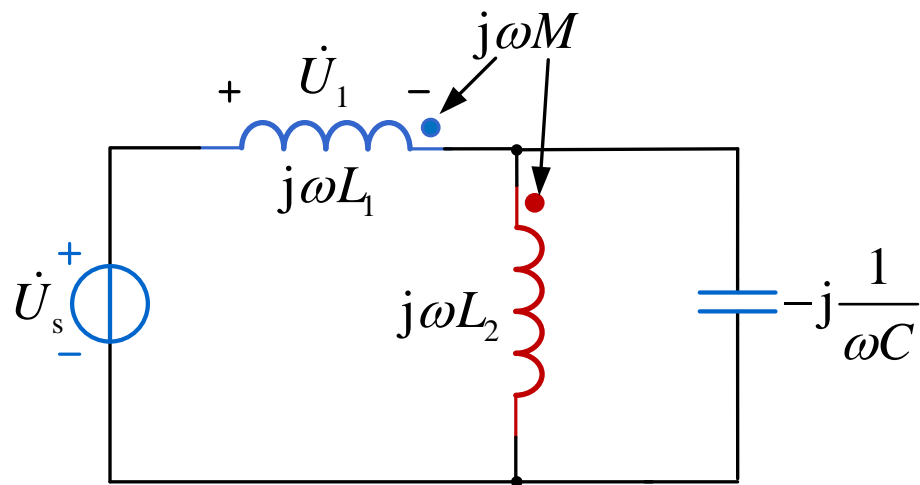
分别求开关S断开  
和闭合时的电流  $\dot{I}$

答案:

开关S断开时,  $\dot{I} = 6 \angle -90^\circ \text{ A}$ , 开关S闭合时,  $\dot{I} = 4 \angle -90^\circ \text{ A}$



## 例题4 (提高)



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

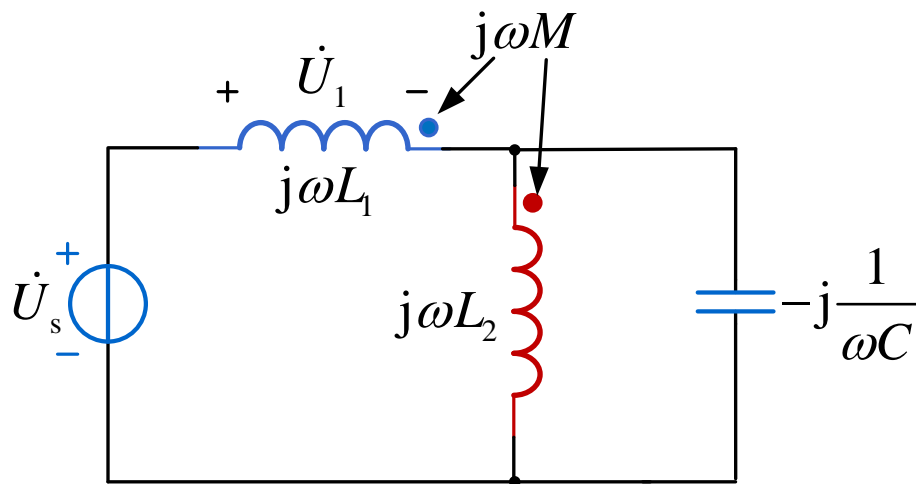
$1/(\omega C) = 20 \Omega$

求  $\dot{U}_1$



## 13.2 磁耦合电路的计算

### 例题4 (提高)



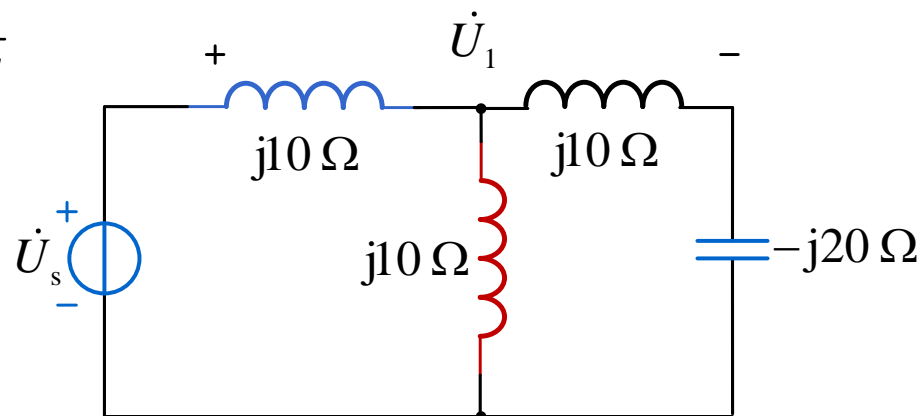
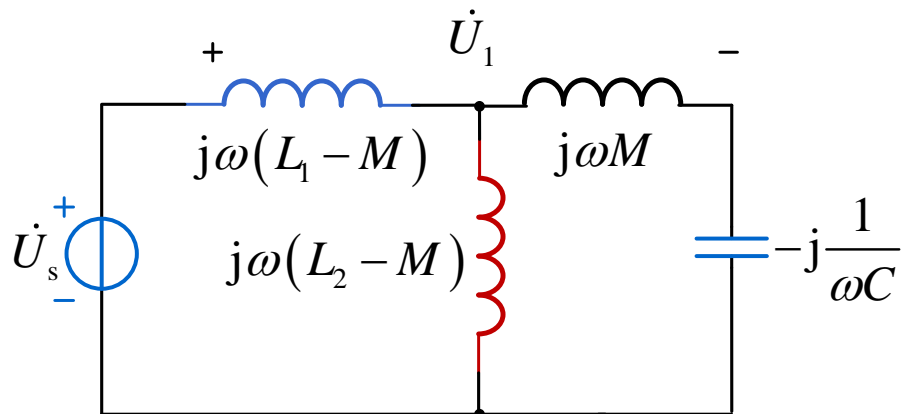
已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

$1/(\omega C) = 20 \Omega$

求  $\dot{U}_1$

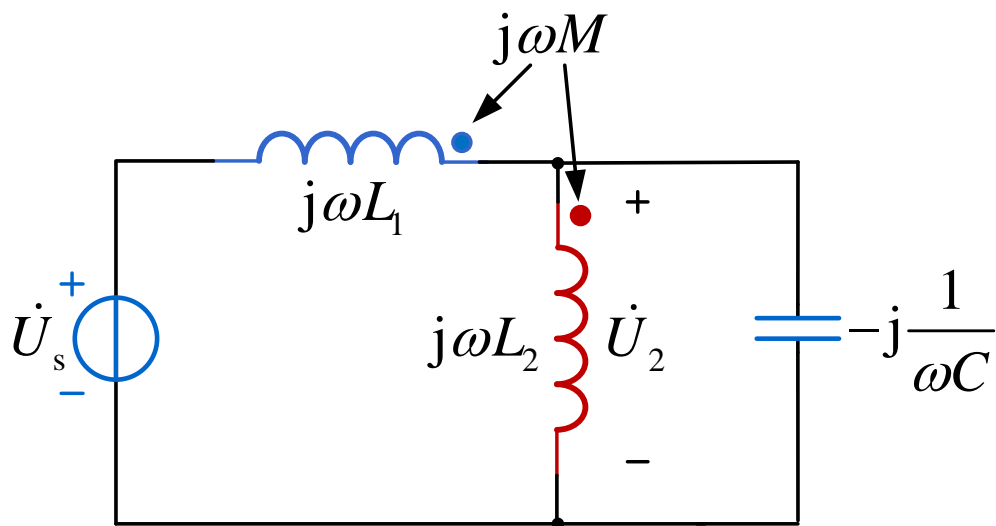


$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= \frac{j10}{j10 + (-j20)} \times \dot{U}_s \\ &= 120 \angle 180^\circ \text{ V}\end{aligned}$$





## 同步练习题4 (提高)



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

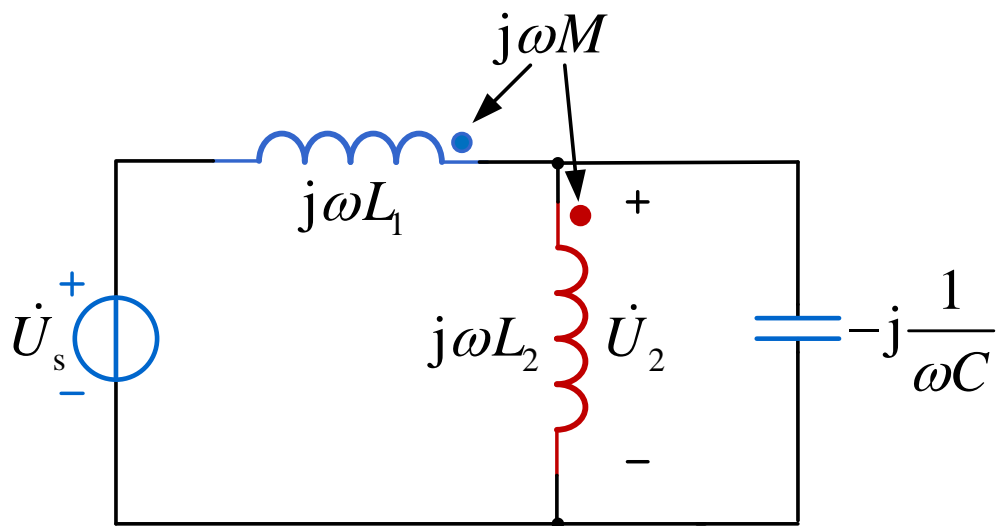
$\omega M = 10 \Omega$ ,

$1/(\omega C) = 10 \Omega$

求  $\dot{U}_2$



## 同步练习题4 (提高)



已知  $\dot{U}_s = 120 \angle 0^\circ \text{ V}$ ,

$\omega L_1 = \omega L_2 = 20 \Omega$ ,

$\omega M = 10 \Omega$ ,

$1/(\omega C) = 10 \Omega$

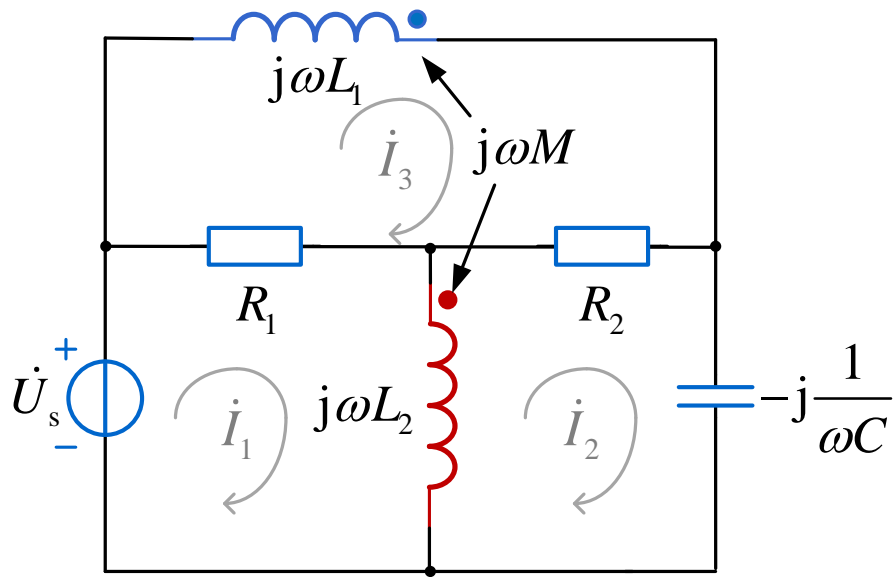
求  $\dot{U}_2$

答案:  $\dot{U}_2 = 120 \angle 180^\circ \text{ V}$

## 13.2 磁耦合电路的计算

### 例题5 (提高)

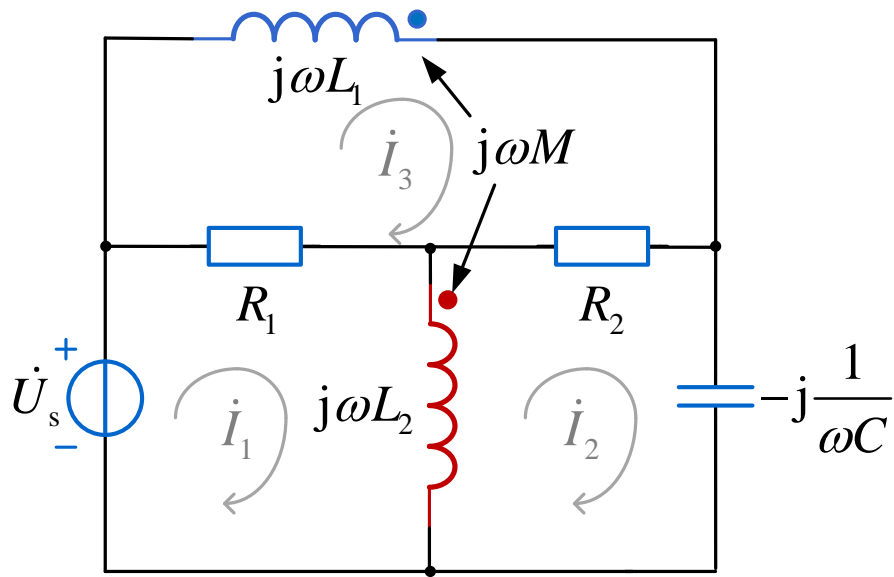
按图示绕向，列写回路电流方程。



## 13.2 磁耦合电路的计算

### 例题5 (提高)

按图示绕向，列写回路电流方程。

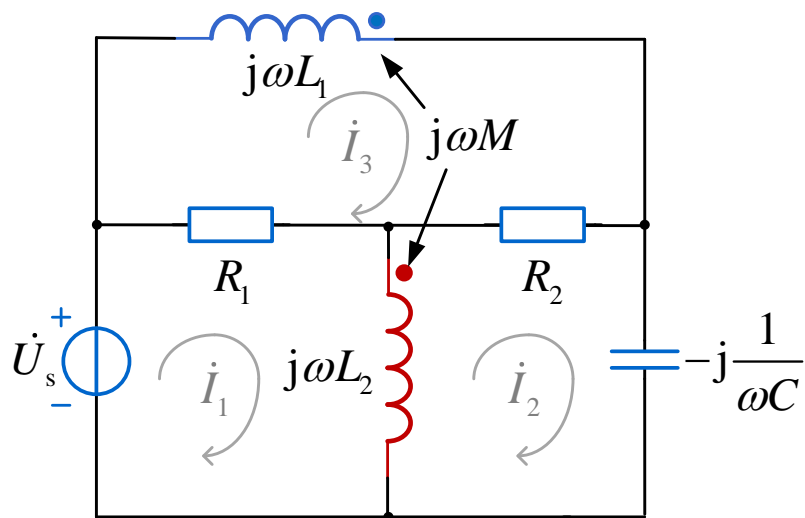


## 13.2 磁耦合电路的计算

### 例题5 (提高)

按图示绕向，列写回路电流方程。

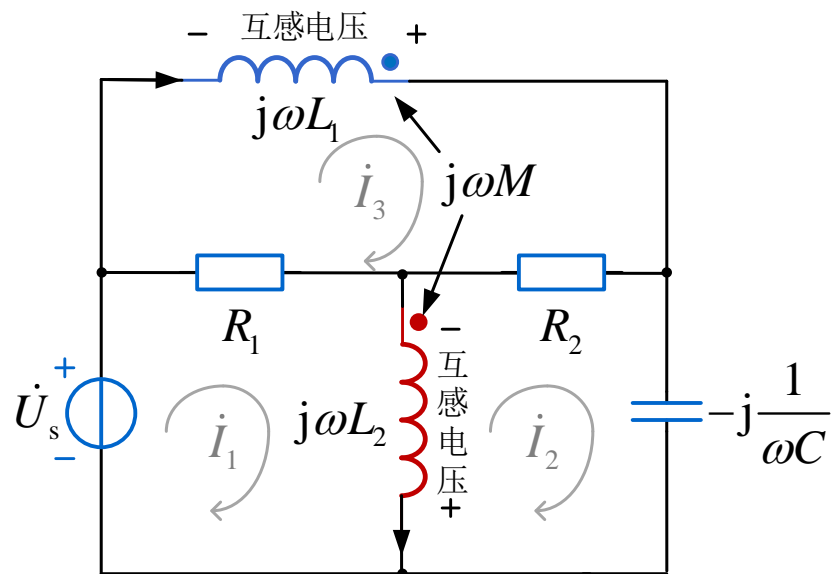
计算方法1: 判断互感电压极性



$$(R_1 + j\omega L_2)\dot{I}_1 - j\omega L_2\dot{I}_2 - R_1\dot{I}_3 - j\omega M\dot{I}_3 = \dot{U}_s$$

$$\left(R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I}_2 - j\omega L_2\dot{I}_1 - R_2\dot{I}_3 + j\omega M\dot{I}_3 = 0$$

$$(R_1 + R_2 + j\omega L_1)\dot{I}_3 - R_1\dot{I}_1 - R_2\dot{I}_2 - j\omega M(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) = 0$$



$$(R_1 + j\omega L_2)\dot{I}_1 - j\omega L_2\dot{I}_2 - (R_1 + j\omega M)\dot{I}_3 = \dot{U}_s$$

$$-j\omega L_2\dot{I}_1 + \left(R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C}\right)\dot{I}_2 + (-R_2 + j\omega M)\dot{I}_3 = 0$$

$$(-R_1 - j\omega M)\dot{I}_1 + (-R_2 + j\omega M)\dot{I}_2 + (R_1 + R_2 + j\omega L_1)\dot{I}_3 = 0$$

## 13.1-13.2 磁场耦合与互感、磁耦合电路的计算——小结

- 两个靠近线圈的磁场可以相互耦合，用**互感 $M$** 表示两者耦合
- 两个线圈磁场耦合有两种可能：相互**增强**；相互**削弱**
- 为了判断磁场增强还是削弱，可引入**同名端**概念
- 根据同名端与电流的电流，可以判断互感电压极性：

自己线圈流入电流的端子对应其他线圈的同名端上的互感电压极性为+，反之亦然

- 相互连接的耦合电感可以**去耦等效**，从而简化电路分析计算
- 如果磁耦合电路能去耦等效，一般去耦等效，如果不能去耦等效，则需要判断互感电压的极性。

# 感谢大家聆听

主讲人：邹建龙

时 间：      年    月    日

