

期中考试模拟题（十一）2023.4

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设 A, B 是两个事件，若 $P(AB)=0$ ，则（ ）。
A. A, B 互不相容 B. AB 是不可能事件
C. $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$ D. AB 未必是不可能事件
2. 设事件 A, B 满足 $P(B|A)=1$ ，则下列关系式成立的是（ ）。
A. $P(\bar{B}|A)=0$ B. $P(B|\bar{A})=0$ C. $B=\Omega$ D. $A\subset B$
3. 已知 X 的分布函数为 $F(x)$ ，则下列结论不正确的是（ ）。
A. 如果 $F(a)=0$ ，则对任意 $x\leq a$ 有 $F(x)=0$
B. 如果 $F(a)=1$ ，则对任意 $x\geq a$ 有 $F(x)=1$
C. 如果 $F(a)=\frac{1}{2}$ ，则 $P\{X\leq a\}=\frac{1}{2}$
D. 如果 $F(a)=\frac{1}{2}$ ，则 $P\{X\geq a\}=\frac{1}{2}$
4. 设 $X\sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y\sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，且 $P\{|X-\mu_1|>1\}>P\{|Y-\mu_2|>1\}$ ，则（ ）。
A. $\sigma_1<\sigma_2$ B. $\sigma_1>\sigma_2$ C. $\mu_1<\mu_2$ D. $\mu_1>\mu_2$
5. 设 X 服从参数为 3 的泊松分布，则 $P\{X>1\}=(\quad)$ 。
A. 1 B. $1-3e^{-3}$ C. $1-e^{-3}-3e^{-3}$ D. $1-e^{-3}$
6. 设 X 的概率密度和分布函数分别为 $f(x)$ 和 $F(x)$ ，则下列说法正确的是（ ）。
A. $0\leq f(x)\leq 1$ B. $f(x)$ 是连续函数
C. $F(x)$ 是连续函数 D. $\int_{-\infty}^{+\infty} F(x)dx=1$
7. 设 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} \frac{3}{(x+1)^4} & x>0 \\ 0 & x\leq 0 \end{cases}$ ，则 $D(X)=(\quad)$ 。
A. 2 B. $2/3$ C. 1 D. $3/4$
8. 设 X 和 Y 相互独立，且 $X\sim U[-1,3]$ ， $Y\sim P(3)$ ，则 $E(XY^2)=(\quad)$ 。
A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

9. 设 X 的分布函数为 $F(x) = 0.7\Phi(x) + 0.3\Phi(\frac{x-1}{2})$, 其中 $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数,

则 $E(X) =$ ()。

- A. 0 B. 0.3 C. 0.7 D. 1

10. 向正方形区域 $\Omega = \{(p, q) | |p| \leq 1, |q| \leq 1\}$ 中随机投一点, 如果 (p, q) 是所投点 M 的坐标, 则方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个实根的概率是 ()。

- A. $\frac{11}{12}$ B. $\frac{11}{24}$ C. $\frac{7}{12}$ D. $\frac{13}{24}$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1、设事件 A, B 同时发生的概率为 0.3, 且 $P(\bar{A}) + P(\bar{B}) = 0.8$, 则 A, B 中至少有一个发生的概率为_____。

2、现进行独立重复试验, 设每次试验成功的概率为 p , 则直到第 5 次试验时才取得第 3 次成功的概率为_____。

3、设某元件的寿命服从参数为 0.01 的指数分布, 由 5 个相互独立的这种元件串联而组成的系统能够正常工作 100 小时以上的概率为_____。

4、若 $(X, Y) \sim N(0, 1; 1, 2; 0)$, 则 $X - 2Y + 3$ 服从_____分布(写出分布的参数)。

5、设 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y) = \begin{cases} (1 - 2^{-x})(1 - 3^{-y}), & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 则概率

$P(Y \leq 1) =$ _____。

三、(10 分) 仪器中有三个元件, 它们损坏的概率都是 0.2, 并且损坏与否相互独立. 当一个元件损坏时, 仪器发生故障的概率为 0.3, 当两个元件损坏时, 仪器发生故障的概率为 0.6, 当三个元件损坏时, 仪器发生故障的概率为 0.95, 当三个元件都不损坏时, 仪器不发生故障。求: (1) 仪器发生故障的概率; (2) 仪器发生故障时恰有二个元件损坏的概率。

四、(12 分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{A}{\sqrt{1-x^2}}, & |x| < 1 \\ 0, & |x| \geq 1 \end{cases}$, 求:

- (1) 常数 A ; (2) X 的分布函数; (3) $Y = \arcsin X$ 的概率密度。

五、(12分) 设 $X \sim U[0,1]$, 当 $X=x(0 < x \leq 1)$ 时, Y 服从区间 $[x,1]$ 上的均匀分布, 求: (1) Y 的概率密度; (2) $Z = X + Y$ 的概率密度;

(3) $P\{X + Y \leq 1\}$ 。

六、(12分) 设随机变量 Y 服从参数为 1 的指数分布, 定义随机变量 X_1, X_2 为

$$X_1 = \begin{cases} 0, & \text{若 } Y \leq 1 \\ 1, & \text{若 } Y > 1 \end{cases}, \quad X_2 = \begin{cases} 0, & \text{若 } Y \leq 2 \\ 1, & \text{若 } Y > 2 \end{cases}$$

求: (1) X_1 和 X_2 的分布律; (2) X_1 和 X_2 的联合分布律;

(3) X_1 和 X_2 是否独立? 为什么? (4) 在 $X_2 = 0$ 条件下 X_1 的条件分布。

七、(9分) 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 对 X 独立

重复观察 4 次, Y 表示其中观察值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数. 求:

(1) Y 的分布; (2) Y^2 的数学期望。