期中考试模拟题（十）2022.11

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）.

1. 设 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(\overline{A}\cup\overline{B})=$______________.

2. 设 $P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$，$P(AB)=P(BC)=0$，$P(C\mid A)=\dfrac{1}{2}$，则 $P(A\cup B\cup C)=$ ____________.

3. 若 X 的分布律为 $P(X=k)=\dfrac{b}{k(k+1)}(k=1,2,3,\cdots)$，则常数 $b=$____________.

4. 设 X 服从参数 3 的指数分布，则 $Y=2X+3$ 的概率密度 $f(y)=$_________.

5. 设 X 与 Y 相互独立，且 $EX=EY=0$，$DX=DY=1$，则 $E(X+2Y)^2=$__________.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）.

1. 对任意事件 A 和 B，下列式子中正确的是（　　）.

(A) $A\cup B-A=B$　　(B) $A\cup B-A=B-A$

(C) $A\cup B-A=A$　　(D) $A\cup B-A=A-B$

2. 设 A，B 为两个互斥事件，且 $P(A)>0$，$P(B)>0$，则下列结论正确的是（　　）.

(A) $P(B\mid A)>0$　　(B) $P(A\mid B)=P(A)$

(C) $P(A\mid B)=0$　　(D) $P(AB)=P(A)P(B)$

3. 设 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$ 分别是随机变量 X_1 与 X_2 的分布函数，为使 $F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$ 是某一随机变量的分布函数，在下列给定的各组数值中应取（　　）.

(A) $a=\dfrac{3}{5}$，$b=-\dfrac{2}{5}$　　(B) $a=\dfrac{2}{5}$，$b=\dfrac{2}{3}$

(C) $a=\dfrac{1}{2}$，$b=\dfrac{2}{3}$　　(D) $a=\dfrac{1}{2}$，$b=-\dfrac{3}{2}$

4. 设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则随着 σ 的增大，概率 $P(|X-\mu|<\sigma)$（　　）.

(A) 增大　　(B) 减小　　(C) 不变　　(D) 不定

5. 设 X 的概率密度 $f(x)$ 是偶函数，$F(x)$ 是 X 的分布函数，则对任意实数 a，有（　　）.

(A) $F(-a)=1-\int_0^a f(x)dx$　　(B) $F(-a)=\dfrac{1}{2}-\int_0^a f(x)dx$

(C) $F(-a)=F(a)$　　(D) $F(-a)=2F(a)-1$

三、（10 分）某公司对职员进行业务考核，其中有 75%中级职员、25%初级职员进行某项业务测试.根据以往经验，中级职员有 80%通过测试，初级职员有 10%通过测试.现有一职员已通过测试，问他是中级职员的概率是多少?

四、（12 分）甲、乙两人独立地进行两次射击，假设甲的命中率为 0.2，乙的命中率为 0.5，以 X 和 Y 分别表示甲和乙的命中次数，求：(1) X 和 Y 的联合分布律；(2) $D(2X+Y)$.

五、（12 分）设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<-a\\ A+B\arcsin\dfrac{x}{a}, & -a\le x<a\\ 1, & x\ge a\end{cases}$，

$a>0$.求：(1) 常数 A，B；(2) X 的概率密度；(3) 方程 $t^2+X\,t+\dfrac{a^2}{16}=0$ 有实根的概率.

六、（12 分）随机变量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<x<1, 0<y<x\\ 0, & 其他\end{cases}$. 求：

(1) X 与 Y 的边缘概率密度；(2) 条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$；(3) X 与 Y 是否独立？为什么？

七、（12 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立，且它们的概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}1 & 0\le x\le 1\\ 0 & 其他\end{cases},\qquad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y} & y>0\\ 0 & 其他\end{cases}.$$

求：(1) $Z=X+Y$ 的概率密度 $f(z)$；　　(2) $P\{X>Y\}$.

八、（12 分）设系统 L 由子系统 L_1 与 L_2 并联而成，而 L_1 与 L_2 由 5 个独立的电子元件 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 按如图方式组成.设每个元件 $A_i\,(i=1,2,3,4,5)$ 的寿命 X_i（单位：h)服从参数为 0.1 的指数分布，求：(1) $E(X_1^2+X_2)$；　　(2) 子系统 L_1 和 L_2 的寿命的概率分布；

(3) 系统 L 的寿命的概率分布.