7.3.(1) N为偶数

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h(k)x(n-k)$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1}h(k)x(n-k)=\sum_{k=0}^{\frac{N-2}{2}}h(k)x(n-k)+\sum_{k=\frac{N}{2}}^{N-1}h(k)x(n-k)$$

$$=\sum_{k=0}^{\frac{N-2}{2}}h(k)x(n-k)+\sum_{k=\frac{N-2}{2}}^{0}h(N-1-k)x(n-(N-1-k))$$

$$=\sum_{k=0}^{\frac{N-2}{2}}h(k)[x(n-k)+x(n-N+k+1)]$$

N为奇数

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}h(k)x(n-k)$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1}h(k)x(n-k)=\sum_{k=0}^{\frac{N-3}{2}}h(k)x(n-k)$$

$$+\sum_{k=\frac{N+1}{2}}^{N-1}h(k)x(n-k)+h\left(\frac{N-1}{2}\right)x\left(n-\frac{N-1}{2}\right)$$

$$=\sum_{k=0}^{\frac{N-3}{2}}h(k)x(n-k)+\sum_{k=\frac{N-3}{2}}^{0}h(N-1-k)x(n-(N-1-k))$$

$$+h\left(\frac{N-1}{2}\right)x\left(n-\frac{N-1}{2}\right)$$

$$=\sum_{k=0}^{\frac{N-3}{2}}h(k)[x(n-k)+x(n-N+k+1)]+h\left(\frac{N-1}{2}\right)x\left(n-\frac{N-1}{2}\right)$$

(2) N为偶数 $H(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} h(n)z^{-n} + \sum_{n=\frac{N}{2}}^{N-1} h(n)z^{-n}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} h(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} h(n)z^{-(N-1-n)}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-2}{2}} h(n)\left[z^{-n}+z^{-(N-1-n)}\right]$$

N为奇数: $H(z)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} h(n)z^{-n} + \sum_{n=\frac{N+1}{2}}^{N-1} h(n)z^{-n} + h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} h(n)z^{-n} + \sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} h(n)z^{-(N-1-n)} + h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

$$=\sum_{n=0}^{\frac{N-3}{2}} h(n)\left[z^{-n}+z^{-(N-1-n)}\right] + h\left(\frac{N-1}{2}\right)z^{-\frac{N-1}{2}}$$

~~N为偶数~~

7.10. $y(n)=x(n)-x(n-N)$

$\Rightarrow Y(e^{jw})=X(e^{jw})-e^{-jwN}X(e^{jw})$

$H(e^{jw})=1-e^{-jwN}$

$=e^{-jw\frac{N}{2}}(e^{jw\frac{N}{2}}-e^{-jw\frac{N}{2}})$

$=2\sin\frac{wN}{2}\cdot e^{j(\frac{\pi}{2}-\frac{wN}{2})}$

幅频响应 $|H(e^{jw})|=2\left|\sin\frac{wN}{2}\right|$

相频响应：$\varphi(N)=\frac{\pi}{2}-\frac{wN}{2}$

7.4. $H(z)=\frac{1}{8}(1+z^{-1}+2z^{-2}+4z^{-3}+z^{-4})$

(1) $h(n)=\frac{1}{8}(\delta(n)+\delta(n-1)+2\delta(n-2)$
$+4\delta(n-3)+\delta(n-4))$

(2) 令 $z=e^{jw}$

$H(e^{jw})=\frac{1}{8}(1+e^{-jw}+2e^{-2jw}+4e^{-3jw}+e^{-4jw})$

$=\frac{1}{8}e^{-2jw}(e^{2jw}+e^{-2jw}+2+e^{jw}+4e^{-jw})$

$=\frac{1}{4}e^{-2jw}(1+\frac{5}{2}\cos w+\cos 2w-\frac{3}{2}j\sin w)$

不具有线性相位特性。

7.7. (1) $H_d(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_d(n) e^{-jwn}$

$$H(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n) e^{-jwn}$$

$$E(e^{jw}) = H_d(e^{jw}) - H(e^{jw})$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [h_d(n) - h(n)] e^{-jwn}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e(n) e^{-jwn}$$

$\Rightarrow$ $e(n) = h_d(n) - h(n)$

(2) $E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |e(n)|^2$.

(3) $E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |e(n)|^2$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} |h_d(n) - h(n)|^2 + \sum_{other} |h_d(n)|^2$$

当 ~~[illegible]~~ $0 \le n \le N-1$ 时，$|h_d(n) - h(n)| = 0$ 时，

$$E = \sum_{other} |h_d(n)|^2$$

则 N值固定时，矩形窗是提供所需频率响应的最好均方误差逼近。