

系统建模与动力学分析

学 时 数：48学时

学 分：3

任 课 教 师：闫 涛

工 作 单 位：电信学部自动化学院综合所

办 公 地 点：兴庆校区东二楼344B

创新港4-6168

邮 箱：yantao@xjtu.edu.cn

本课程的性质、目的

“系统建模与动力学分析”是新课程体系中的**专业基础课**（**专业核心必修课**）。通过本课程的学习，能够培养学生利用物理定律、定理等知识，正确建立**工程对象**的**数学模型**，研究分析对象的动力学、电学特性等的能力；使学生掌握运动伺服系统、电机系统、液压系统、气动系统等系统结构和工作原理；并能够分析系统的响应特性，为系统分析与控制器设计提供必要的知识。

系统 分析 与 建模

System Analysis and Modeling

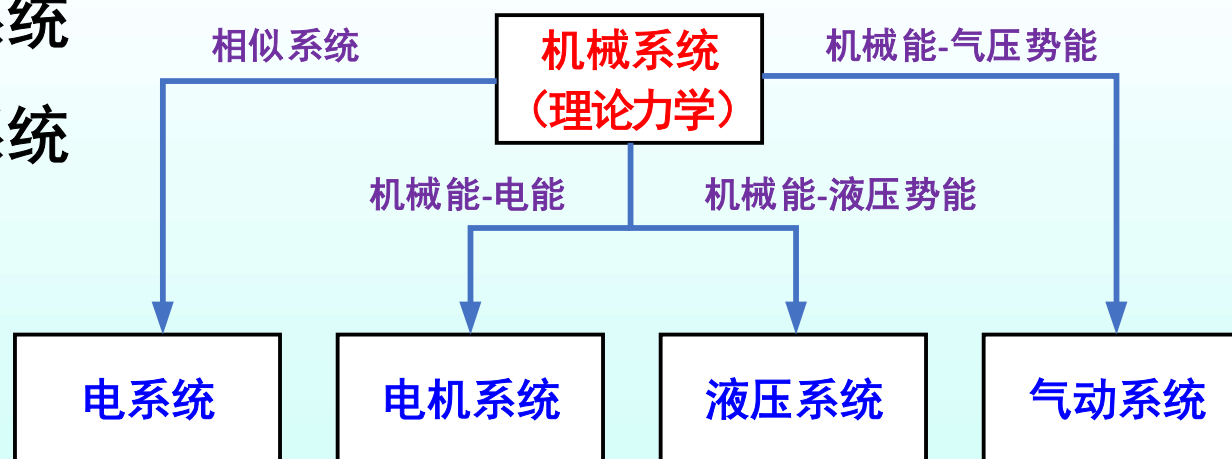
研究对象 手段 目的

本课程的内容简介

本课程包括**系统分析**和**系统建模**两个主要部分。主要内容有：利用相应的定理、定律等（例如**牛顿定律**、**达朗贝尔原理**、**虚位移原理**、**拉格朗日运动方程**、**基尔霍夫定律**、**伯努力方程**、**理想气体状态方程**等），通过推导，建立**机械系统**、**电系统**、**电机系统**、**液压系统**和**气动系统**的数学模型，以及通过求解系统的数学模型（包括拉普拉斯变换法），分析对象系统的**动力学特性**和对输入激励函数的**响应特性**。

本课程的主要内容包括：

- 第一章 绪论
- 第二章 机械系统（上：静力学、运动学建模）
- 第三章 机械系统（下：动力学建模）
- 第四章 电系统
- 第五章 电机系统
- 第六章 液压系统
- 第七章 气动系统
- 课程总结



本课程课时安排：

上课节次	课内学时	授课内容	课后作业
1	2	本课程基本介绍，系统、模型、建模等概念	第一次作业： 静力学，运动学
2	2	理论力学基本知识一：力的概念，静力学公理，力偶矩和力系	
3	2	理论力学基本知识二：合理矩定理，力的平移定理及逆定理	
4	2	理论力学基本知识三：力系的简化，力系的平衡	
5	2	理论力学基本知识四：运动学基础知识及建模方法	
6	2	理论力学基本知识五：运动合成与相对运动，速度的合成	
7	2	理论力学基本知识六：加速度的合成（动量定理与动量矩定理）	
8	2	机械系统建模一：机械系统基础知识，基本机械部件，基本建模方法	第二次作业： 动力学，机械系统
9	2	机械系统建模二：能量法，达朗贝尔原理	
10	2	机械系统建模三：虚位移原理（虚功原理）	
11	2	机械系统建模四：拉格朗日运动方程式	
12	2	电系统建模一：电路的基本定律及建模方法，相似系统	第三次作业： 电系统，电机系统
13	2	电系统建模二：运算放大器（模拟计算机）	
14	2	电机系统建模一：电磁学基本理论，电机的基本构造	
15	2	电机系统建模二：电机原理及电机建模	
16	2	电机系统建模三：电机平衡方程及电机机械特性	第四次作业： 液压系统，气动系统
17	2	液压系统建模一：液压系统基本工作原理，基本液压元件	
18	2	液压系统建模二：液压流体的性质，流体流动的基本定律	
19	2	液压系统建模三：建立液压系统数学模型，建立液面系统数学模型	
20	2	液压系统建模四：建立液压伺服系统数学模型，液压系统综合实例	
21	2	气动系统建模一：气动系统基本工作原理，基本气动元件	
22	2	气动系统建模二：气体的物理和热力学性质，建立气动系统数学模型	作业讲解，例题讲解
23	2	系统响应分析与隔振	
24	2	课程内容梳理总结，典型例题讲解	

本课程主要参考教材：

书名：系统分析与建模 编者：连峰、兰剑、王立琦、闫涛、张光华

出版社：西安交通大学出版社 版次：第1版（持续修订中）

出版时间：2021年10月 ISBN：978-7-5605-7959-7

教材务必购买2022年以后最新版次的！2021年版次的不要买，错误太多！



本课程必要的说明：

**总成绩 = 期末考试成绩 (70%) + 作业成绩 (20%)
+ 平时成绩 (10%)**

教务处规定：**缺勤累积3次取消考试资格！**

先修课程：**高数、线性代数、大学物理、电路、工程制图**

平行课程：**自控原理I、自动原理II**

与其它课程的区别：各章节内容相对独立，更注重分析

每节课后在QQ群上传本节课的PPT

考试范围：以PPT所包含的例题为主，以教材为辅！

本课程QQ群：

西交-系统建模与动力学分析群

群号：761371661

课件下载、在线答疑、调课通知、考试信息等



西交-系统建模
与动力学分析群

761371661

 发消息

首页 成员 设置 [编辑资料](#)



群号码 761371661

群名称 西交-系统建模与动力学分析群 

群备注 添加 

群介绍 本群创建于2020/9/24: 西安交通大学自动化学院
系统建模与动力学分析课程

群标签 家校师生

群主/管理员



成员分布 (1/200)

100%

活跃-1人

100%

男-1人

100%

卡里加里-1人

100%

80后-1人



上一学年课程评教结果：

学年学期	开课单位	课程名称	课程代码	课程类别	教师姓名	教师代码	教师职责	最终得分
2022-2023学年 第一学期	电子与信息学部	系统建模与动力学分析	AUTO440405	专业核心课程	闫涛	0002014081	主讲	99.51

序号	评价意见
1	闫涛老师非常负责任，对于作业的批改尤其认真，教材和PPT的质量也都很好
2	老师切实为学生着想，鼓励我们主动发现教材中的错误，供我们参考的ppt也是自己反复检查后才发出来，非常的负责任，平时的作业习题讲解也很生动详细，是一位特别好的老师
3	hao
4	好
5	老师教的很好，很认真，不断修改PPT，习题讲解也很认真
6	无
7	好
8	老师很好
9	
10	老师真的真的棒
11	无
12	。
13	好
14	好
15	讲解详细
16	。
17	老师很好
18	很好
19	教材还是错误很多。
20	好

21	好
22	好
23	好像买成旧版书了，教材中心更新速度能不能快一点，另外希望以后的版本能配一个习题解析
24	无
25	好
26	不错的老师
27	绝对推荐，超级良心老师
28	很好
29	挺好
30	老师的课非常好
31	好
32	老师好好 我哭死
33	wu
34	好
35	老师讲课很认真，我学到了很多建模方面的知识，感谢老师一学期的栽培，我们了解到老师在这门课上巨大的投入也很有感触。在这里提出一些教学方面的建议：希望日后的课程可以和教材沟通，让教材尽快上架新版教材，本学期我去了多次教材科都只能找到有较多错误的旧版教材，无奈只能拿PPT作为听课讲义；讲运动的合成和虚位移原理时不是特别清楚，可以借鉴一下北师大理力学mooc和哈工大任延宇老师理论力学相关部分的授课方式（资源在Bilibili）。在这里由衷感谢老师的教诲。
36	.
37	好
38	认真严谨，讲解形象，很好！
39	叠
40	无

本课程必要的说明：

本课程与《大学物理》的区别

- 大学物理侧重于对**元件**的建模
- 本课程侧重于对**系统**的建模
- 两者的建模方法有显著区别
- 问题：你是否能用牛顿定律对下述最简单的机器手臂建模？

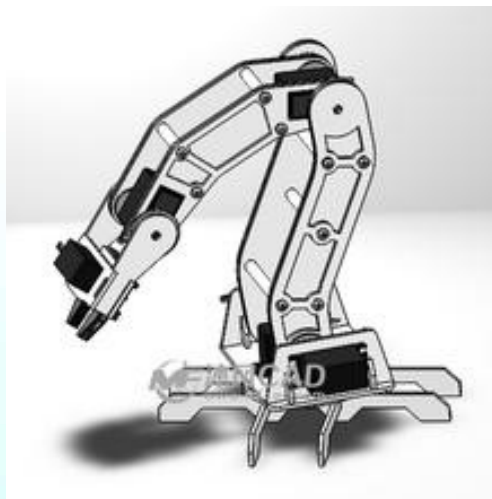


图 4 全关节型机器人

本课程与《自动控制原理》的关系

- **建模**是**控制**的前提和必要条件

本课程必要的说明：

自动化专业为什么要开设本课程？

- 浙大和东北大学自动化——侧重化工机械
- 哈工大自动化——侧重于机器人
- 北航和西工大自动化——侧重于航空航天
- 清华自动化——侧重于工业工程
- 长安大学自动化——侧重于轨道交通
- 同济和建大自动化——侧重于建筑
- 中科大自动化——侧重于数学

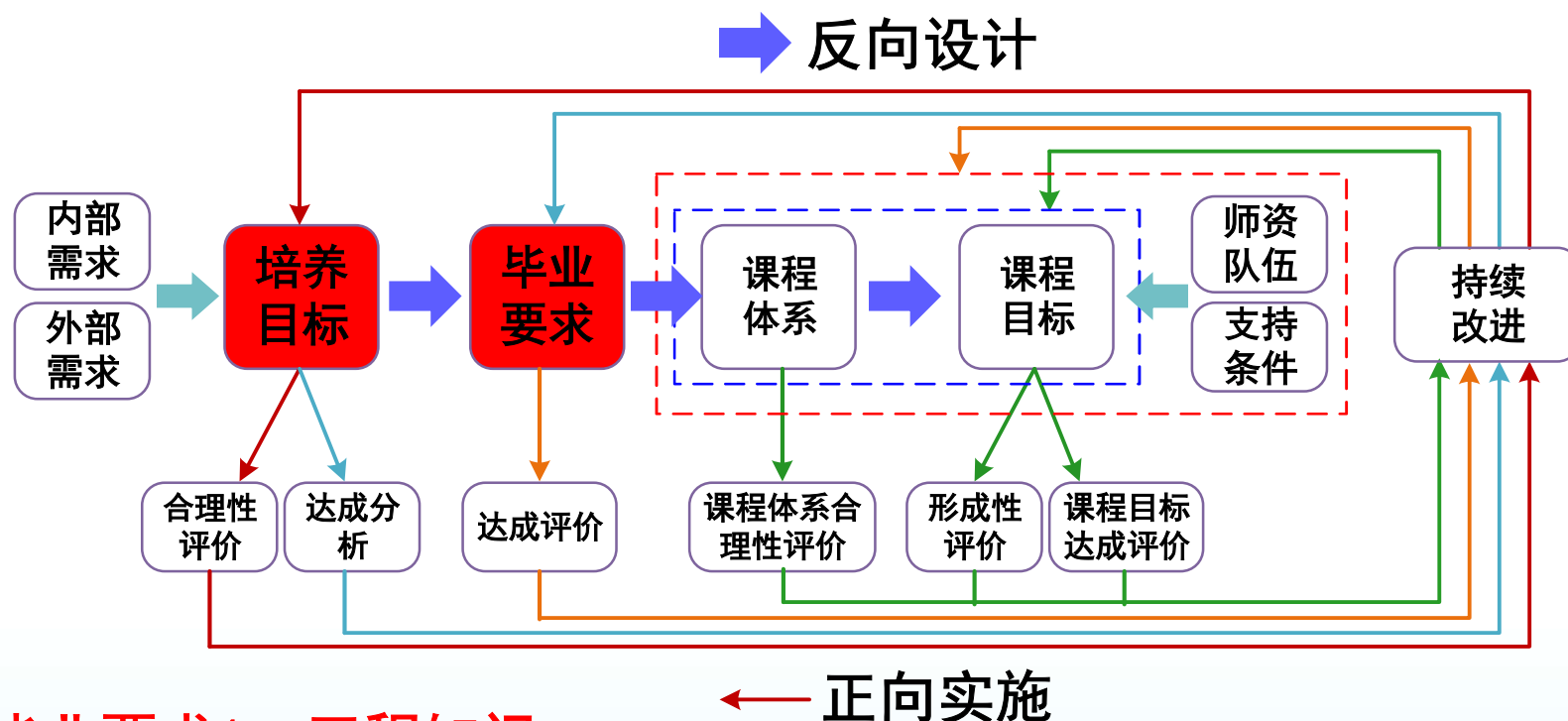


电气自动化、机械自动化、化工自动化、医电自动化……

■ 西安交大电信自动化？？？

——本课程为自动化专业提供基本的研究对象！

自动化专业毕业要求



毕业要求1：工程知识

观测点1-1：能够系统掌握本专业所需的数学知识，并能用于自动化装置与系统中工程问题的表述和解释；

观测点1-2：能正确认识所研究的被控对象，建立数学模型并求解；

观测点1-3：掌握自然科学的基本原理、电子电路的基本理论知识，从自然科学的角度推演和分析自动化装置与系统的工程问题；

自动化专业毕业要求

观测点1-4：能够解释所建立的数学模型，并将所学的工程基础和相关的专业知识用于自动化装置与系统复杂工程问题解决方案的比较和综合。

毕业要求2：问题分析

观测点2-1：能运用数学、自然科学的基本原理及专业工程基础知识，识别和判断自动化领域中复杂工程问题的关键环节；

观测点2-2：能基于数学、自然科学和专业工程基础知识的科学原理和数学模型方法，正确描述自动化领域的复杂工程问题；

观测点2-3：……

观测点2-4：……

毕业要求3：设计/开发解决方案

毕业要求4：研究

毕业要求5：使用现代工具

毕业要求6：工程与社会

毕业要求7：环境和可持续发展

毕业要求8：职业规范

毕业要求9：个人与团队

毕业要求10：沟通

毕业要求11：项目管理

毕业要求12：终身学习

第一章 绪论

- 系统的概念与分类
- 模型的概念与分类
- 建立模型的方法与一般步骤

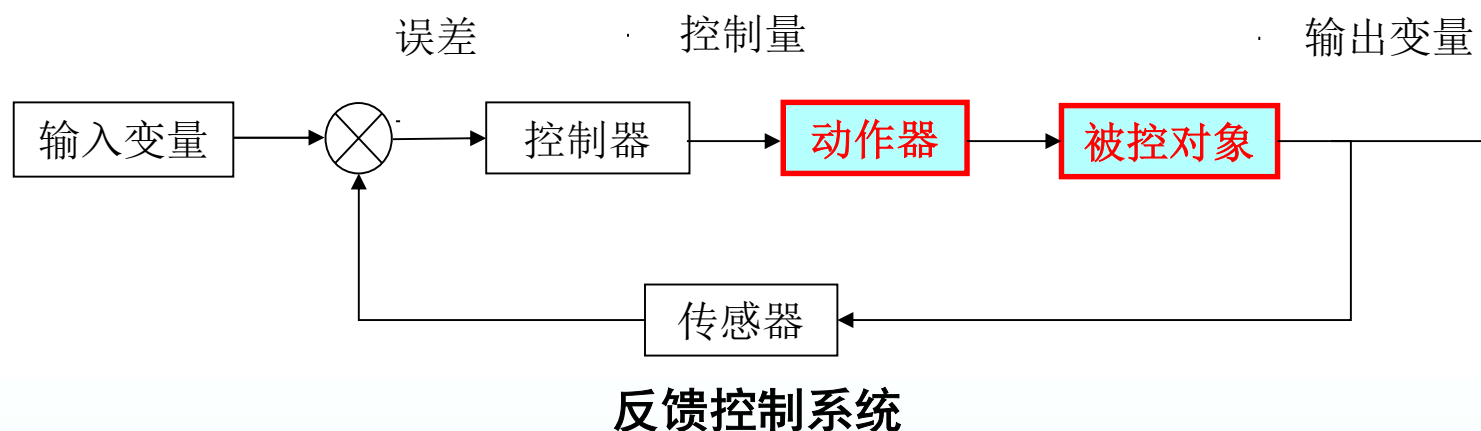
绪 论

系统分析与建模的必要性

- 科学技术的发展，使我们的生活和活动空间发生了极大的变化和扩展。
- 水上有轮船、潜水艇。
- 陆地上的汽车、火车。
- 天空中有飞机。
- 太空中有卫星、太空工作站。
- 还有月球探测飞船、月球车等。
- 工业中有数控机床、机器人、加工中心。
- 电力系统；交通系统；自来水系统。
- 化工系统（制药系统、合成氨装置）等
- 现代科学最重要的标志之一是用数学工具来描述和分析所研究的问题。

绪 论

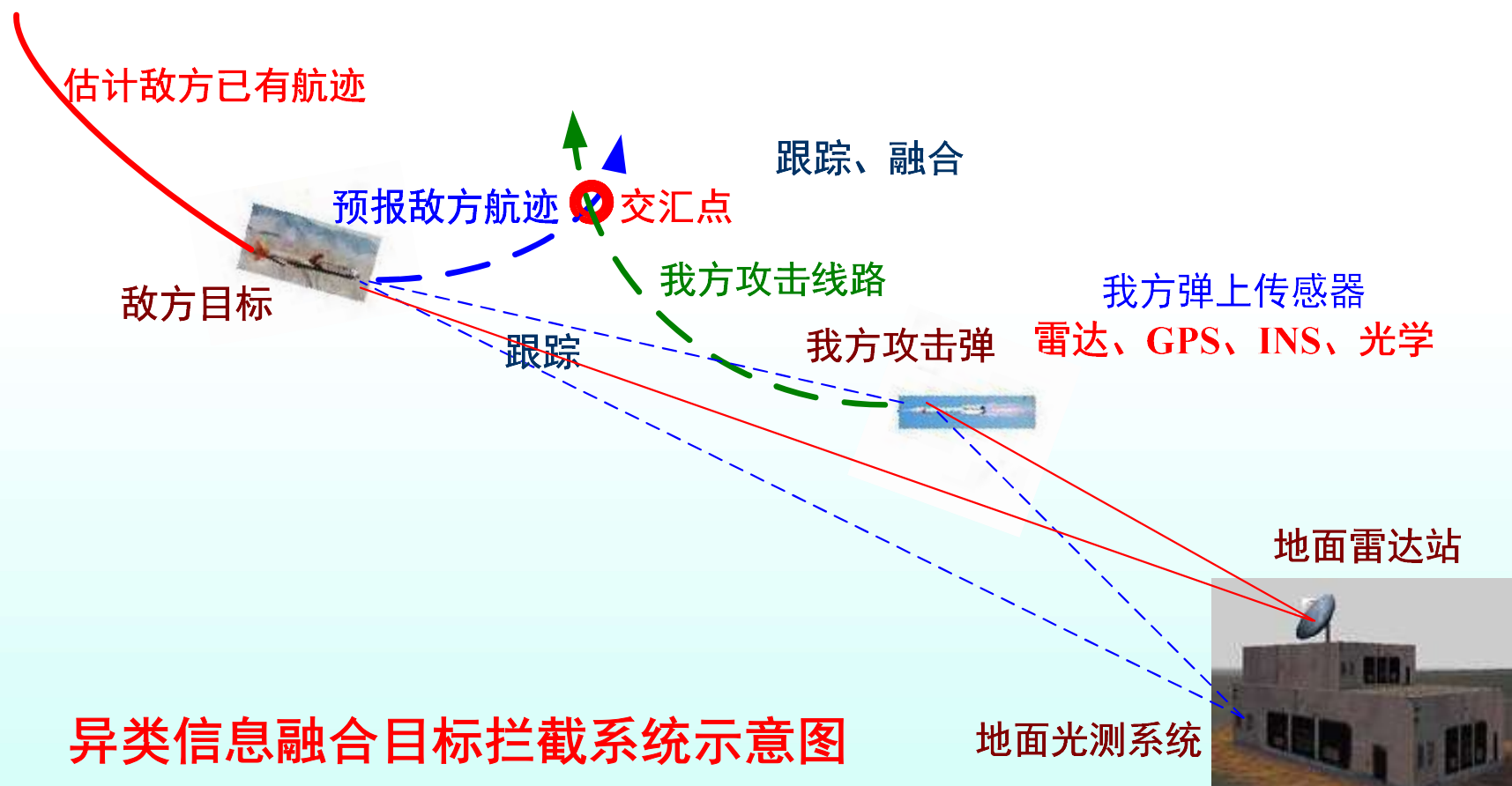
- 本课程的三要素：**系统**、**分析**、**建模**
- 一般控制系统的结构框图如下：



- 本课程主要研究上图中的**动作器**和**被控对象**。
- 本课程的主要任务：
 - 能够利用相关定理、定律建立描述各类系统动态行为特性的数学模型；
 - 熟悉几类广泛使用的实际系统并掌握其基本工作原理；
 - 培养学生对较复杂综合系统的分析和建模能力。

绪 论

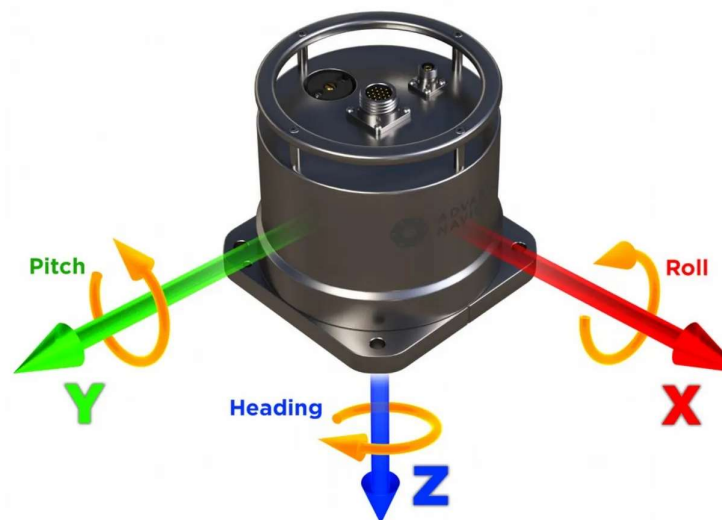
系统 (System): 是一些**元件**的**组合**，这些元件共同作用以完成给定的任务。**元件**是系统单个作用的单元。



自动化领域常用系统举例——惯性导航系统

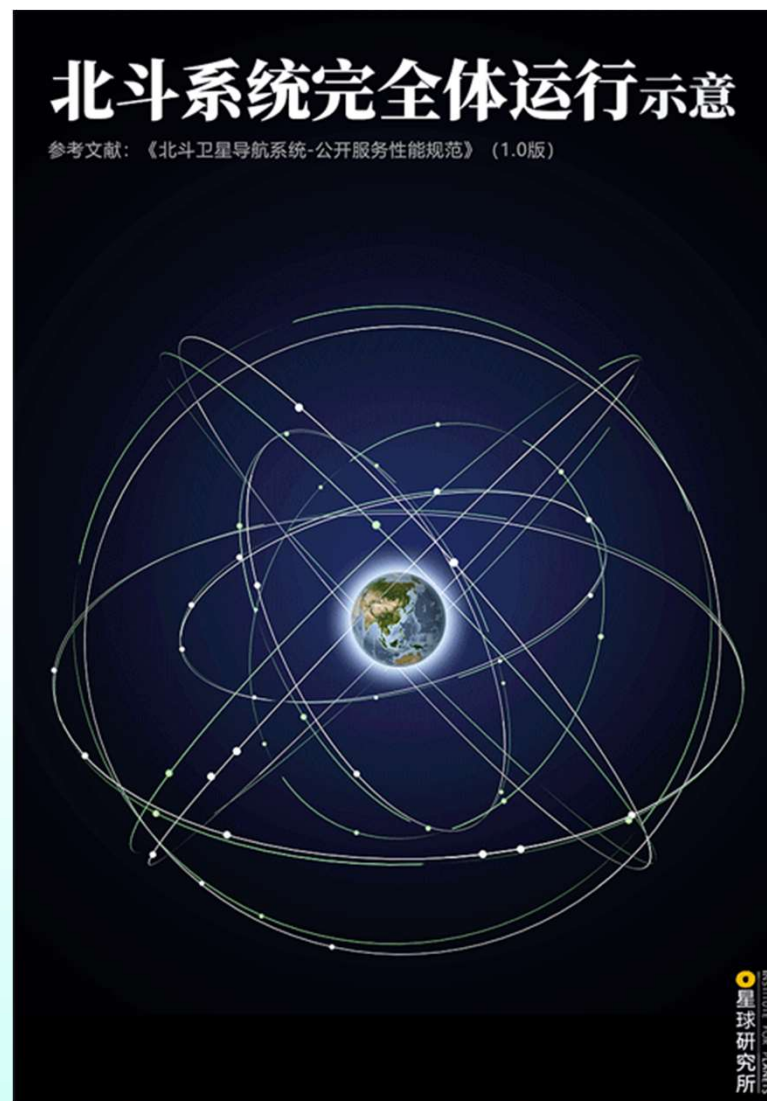
惯性导航系统 (Inertial Navigation System, INS) 是通过测量所在载体的加速度和速度等（惯性量）来导航。

惯性导航系统输出载体的导航参数，如瞬时速度、加速度、姿态、位置等。一般惯性导航系统有陀螺仪、加速度表、台体结构、电路、计算机部分等。

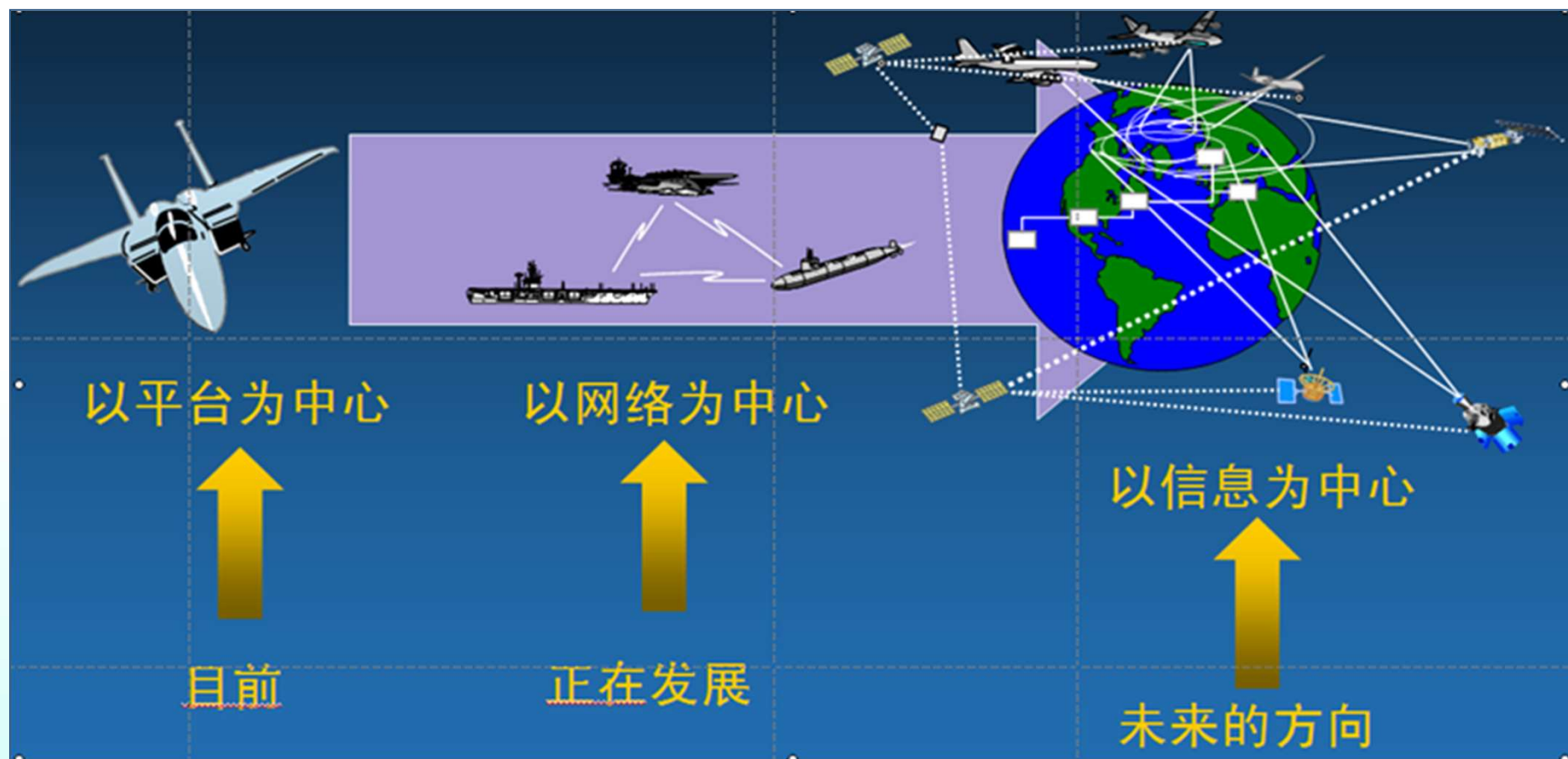


自动化领域常用系统举例——卫星导航系统

卫星导航系统（北斗、GPS、伽利略、GLONASS），是采用导航卫星对地面、海洋、空中和空间用户进行导航定位的技术。



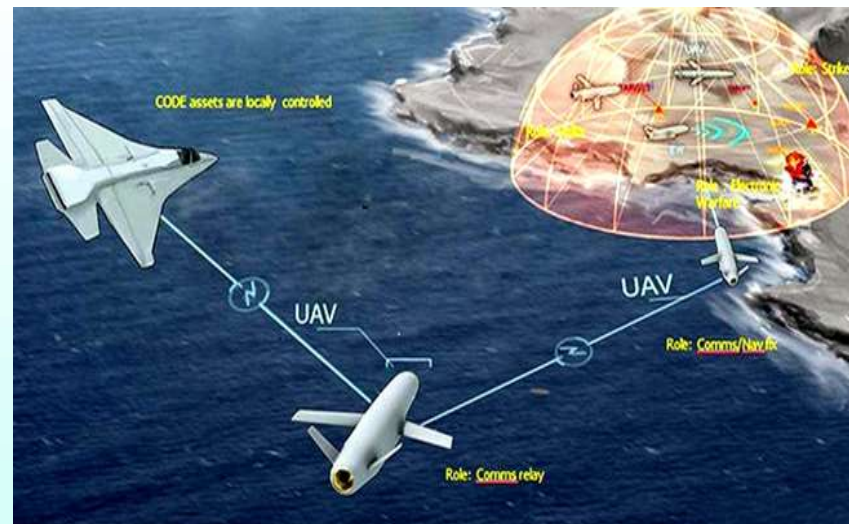
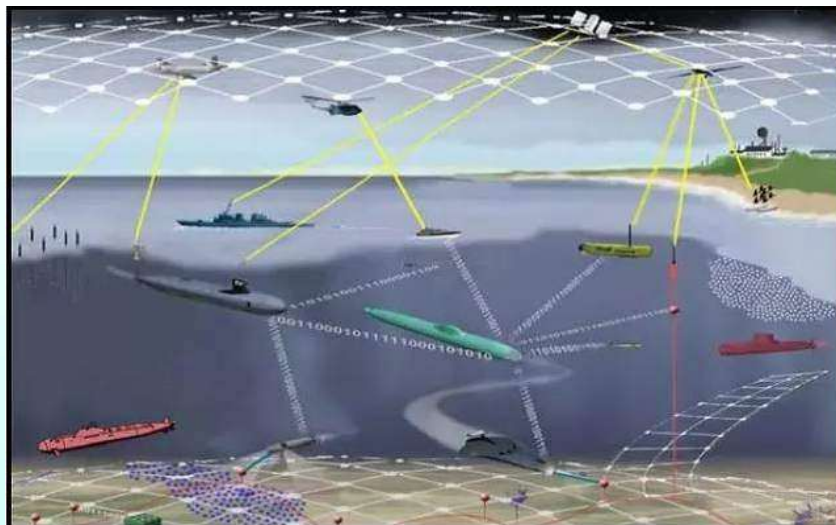
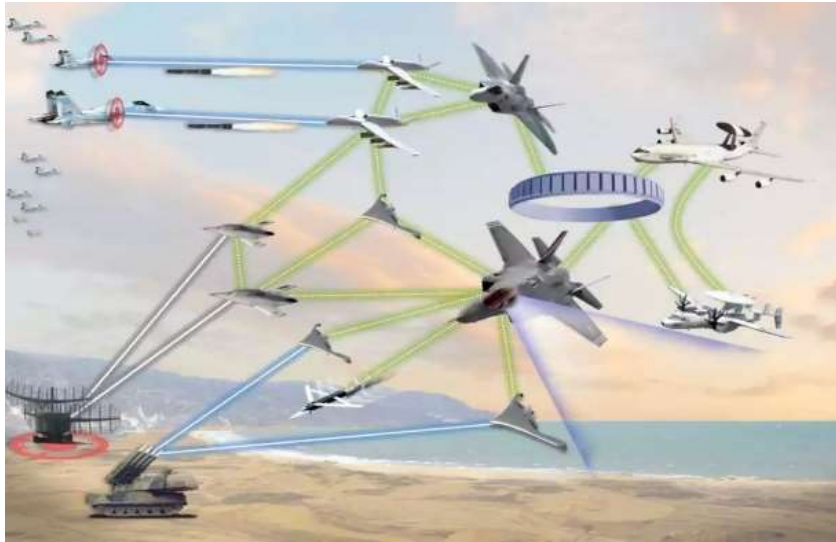
自动化领域常用系统举例——网络化作战系统



自动化领域常用系统举例——网络化作战系统

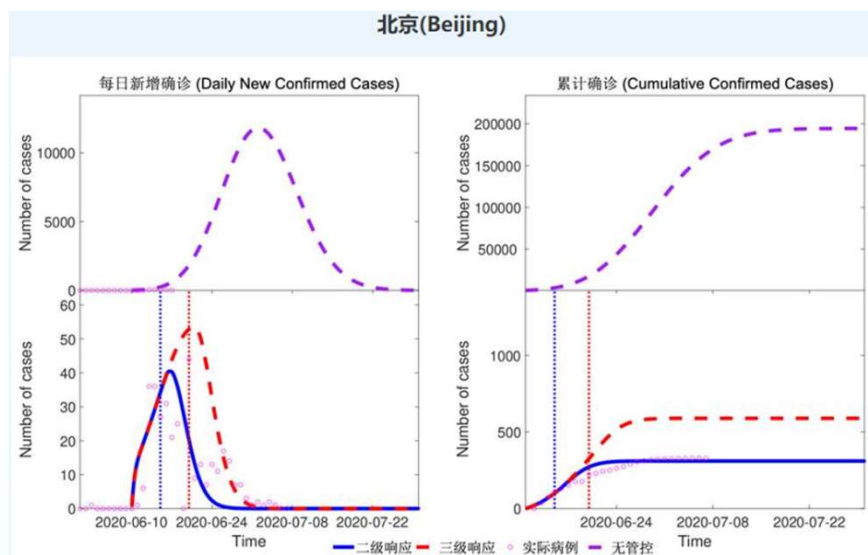


自动化领域常用系统举例——网络化作战系统



自动化领域常用系统举例——疫情预测系统

兰州大学疫情预测系统



西安交通大学疫情预测系统

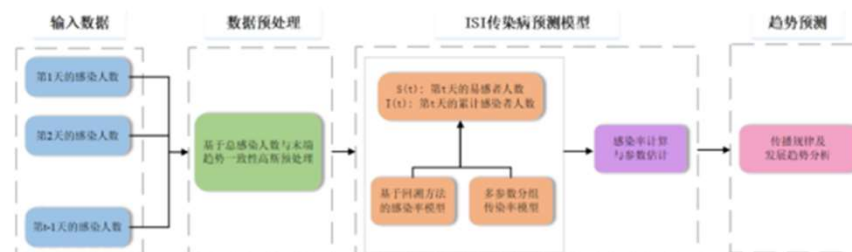


图1 上海新冠疫情预测模型基本框图
(ISI-修正的SI传染病预测模型)

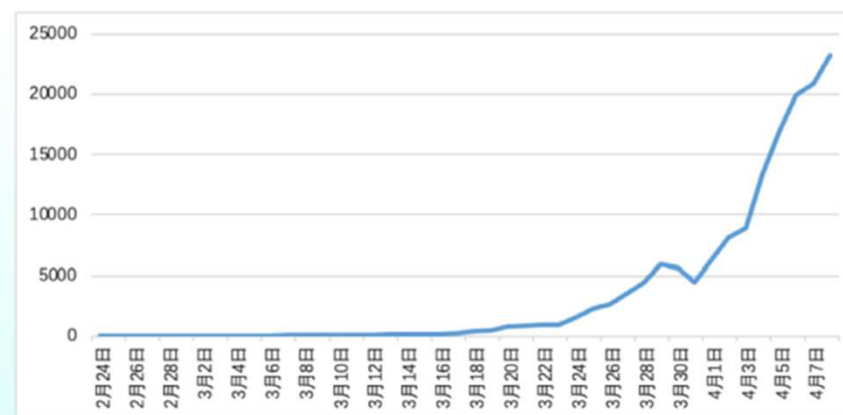


图2 2月24日至4月8日上海市新冠阳性感染人数变化图
(每日新增新冠肺炎阳性感染人数=新增确诊病例数+新增无症状感染者数-无症状感染者转确诊病例数)

自动化领域常用系统举例——人口系统

第9卷 第1期
1983年1月

自动化学报
ACTA AUTOMATICA SINICA

Vol. 9, No. 1
Jan., 1983

人口系统稳定性中临界妇女生育率的探讨

胡保生 王浣尘
(西安交通大学)

摘要

本文简要地讨论人口系统稳定性中临界妇女生育率的离散和连续两种计算公式的关系,并对连续型给出了一种较好的离散化计算公式。用具体数字说明几种公式在计算中的差异,从而看出从离散方程导出的离散公式在应用时较为直接方便,与实际更为贴切。

人口系统的动态研究在国内外得到了普遍的重视^[1-3]。关于人口系统的稳定性研究,1972年文[1]作了介绍,并利用控制理论导出了离散模型和连续模型稳定性的充要条件;1981年文[6]结合中国特点作了研究;1980—1981年文[10—12]在我国人口预测和分析中已经引用了夫妇平均临界总和生育率的数值。

本文简要地讨论临界妇女生育率的连续型离散化公式和离散型公式的关系。

一、临界妇女生育率的计算公式

离散型人口系统方程为:

$$\beta_i = \left(\sum_{j=0}^i (1 - \mu_{00})(1 - \mu_0) \cdots (1 - \mu_{i-1}) k_i h_i \right)^{-1} \quad (1)$$

式中 β_i 为离散型临界妇女总和生育率, μ_i 为 i 岁组的前向按龄死亡率,至于 μ_{00} , 由于在人口学界和医学界中有其传统的确切含义,为了避免概念的含混,建议把 μ_{00} 称为婴儿当年死亡率^[10], k_i 为 i 岁组妇女人数与同岁组人口总数的比例, h_i 为妇女生育模式^[11-12]。

连续型人口系统方程为

$$\beta_{cr} = \left(\int_0^{\infty} e^{-\int_0^r \mu(r) dr} k(r) h(r) dr \right)^{-1} \quad (2)$$

式中 β_{cr} 为连续型临界妇女总和生育率, $\mu(r)$ 为连续型相对死亡率, $k(r)$ 为 r 岁妇女人数与同龄人口总数的比例, $h(r)$ 为育龄妇女的生育模式^[10]。

目前人们往往把 β_i 和 β_{cr} 混淆起来,以为 $\beta_i = \beta_{cr}$ 。其实, β_i 指的是某一段时间范围内(譬如一年)的平均值, β_{cr} 指的是某一时刻上的计算值。

在目前或以往的人口统计中所能得到的不是连续函数 $\mu(r)$, $k(r)$, $h(r)$, 而往往是它们的按年统计平均值 μ_i , k_i , h_i 。因此,连续型公式(2)目前是无法应用的,若要计

本文于1981年8月19日收到。

1期

胡保生等: 人口系统稳定性中临界妇女生育率的探讨

51

算,必须给出其离散化形式。这种形式必然应该同式(1)相对应,相协调。文[6]给出式(2)的离散化形式为

$$\beta_{cr} \approx \left(\sum_{i=0}^i k_i h_i e^{-(\mu_{00} + \sum_{j=0}^i \mu_j)} \right)^{-1} \quad (3)$$

如果按照文[9]的精神,式(2)的离散化形式应为

$$\beta_{cr} \approx \left(\sum_{i=0}^i k_i h_i e^{-(\sum_{j=0}^i \mu_j)} \right)^{-1} \quad (4)$$

与式(3)相比缺少 μ_{00} 项。

作者认为,式(2)的离散化形式应为

$$\beta_{cr} \approx \left(\sum_{i=0}^i k_i h_i e^{-(\mu_{00} + \sum_{j=0}^i \mu_j)} \right)^{-1} \quad (5)$$

这是因为 e 的指数部分中 μ_a 对应于连续年龄从年初的 $r \in [a, a+1)$ 到年底的 $r \in [a+1, a+2)$ 的统计平均值,因而其中 $a=0$ 到 $i-1$ 的求和才同其对应的系统 $k_i h_i$ 相符合。

文[6]已经发现式(3)同式(1)的差异,不仅有 $(1 - \mu_i)$ 与 $e^{-\mu_i}$ 的差别,同时也提到了项数的差别。至于式(4)比式(3)缺少一项 μ_{00} , 而式(5)同式(1)相比项数不少,只是 $(1 - \mu_i)$ 与 $e^{-\mu_i}$ 的差别。

离散型状态方程和连续型方程用来描述同一个人口系统,应该是协调的,因而由离散型状态方程导出的离散型计算公式(1)与由连续型方程导出连续型公式(2)的离散化形式在计量上应该是一致的,但是目前连续型公式(2)的离散化形式有三种,即式(3), (4), (5), 取哪一种为妥呢? 需要进行分析讨论。

二、公式(1), (3)~(5)的定量计算和偏差分析

为了讨论和对比的方便,采用文[6]的 μ_i , k_i 和 e^2 分布密度函数 h_i 的数据。先考察 $(1 - \mu_i)$ 同 $e^{-\mu_i}$ 的差别。按 $e^{-\mu_i}$ 的级数展开有

$$e^{-\mu_i} = 1 - \mu_i + \left(\frac{\mu_i^2}{2!} - \frac{\mu_i^3}{3!} + \cdots \right)$$

由于 $0 < \mu_i \leq 1$, 上式右端括号中的和式必然大于0, 这时, 必有 $e^{-\mu_i} > 1 - \mu_i$,

当 $0 < \mu_i \leq 1$, 而且其相对偏差

$$\varepsilon \triangleq \frac{e^{-\mu_i} - (1 - \mu_i)}{(1 - \mu_i)},$$

必有关系式

$$\varepsilon < \varepsilon'' < \varepsilon'.$$

其中

$$\varepsilon' \triangleq \frac{\mu_i^2}{2!}, \quad \varepsilon'' \triangleq \frac{\mu_i^2}{2!} - \frac{\mu_i^3}{3!} + \frac{\mu_i^4}{4!}.$$

在讨论我国妇女生育率问题的时候, μ_i 通常在 $2 \times 10^{-2} - 1 \times 10^{-4}$ 的范围之内, 这时的偏差均在万分之二左右或以下。今用8位显示10位内存计算机计算 $e^{-\mu_i}$ 及其偏差 ε 。



胡保生



王浣尘



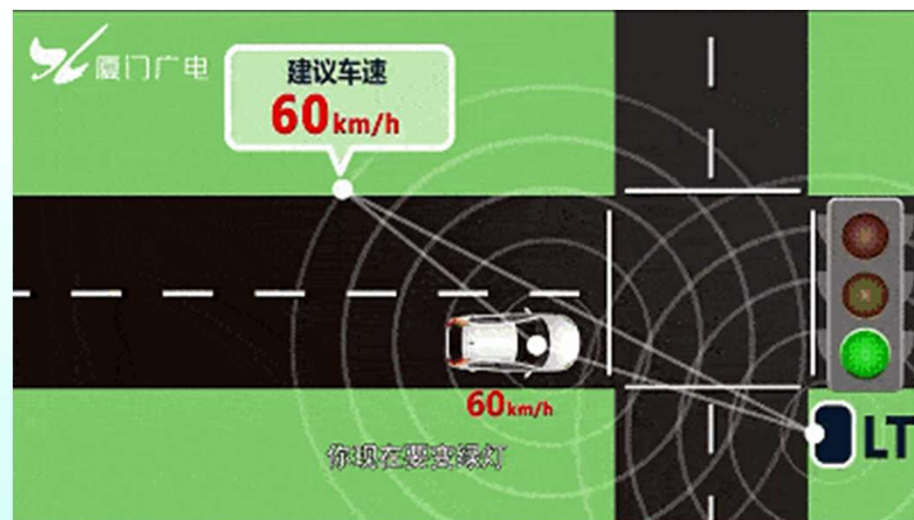
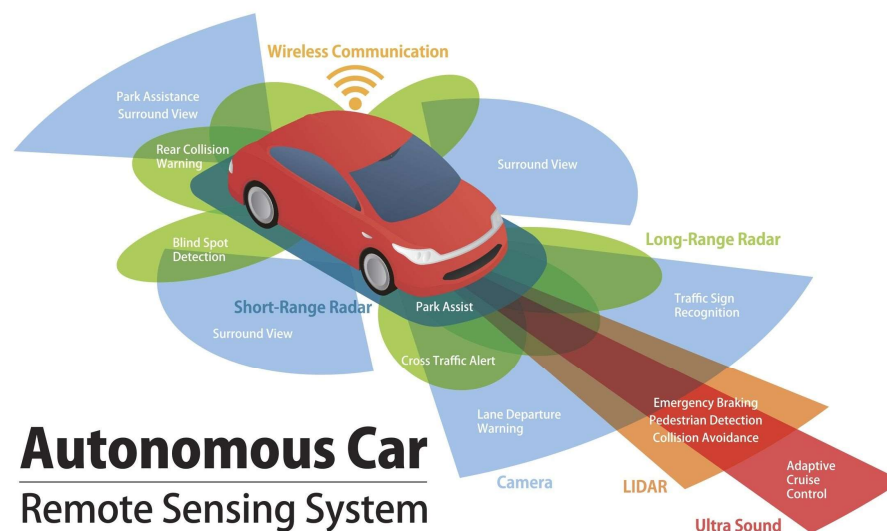
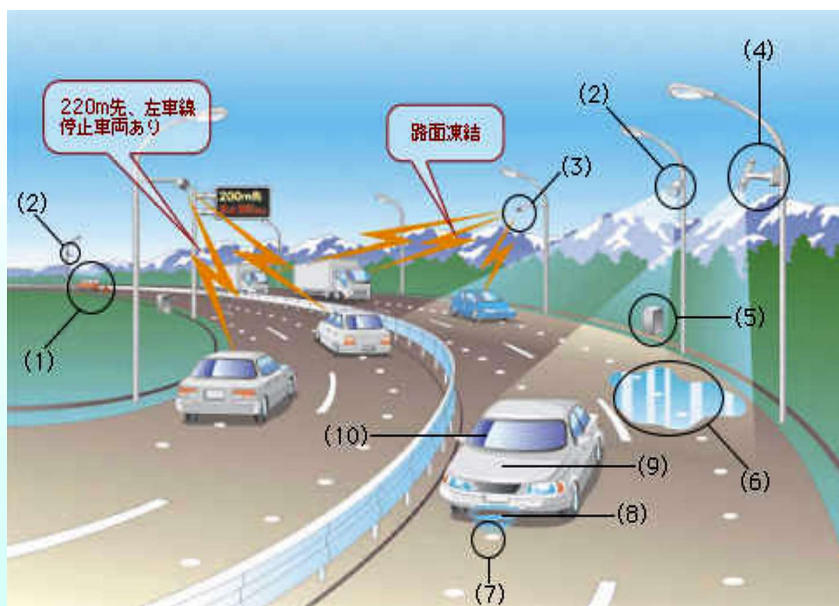
宋健

自动化领域常用系统举例——智能交通系统

智能交通系统——

包括路面的检测装置和无人驾驶车辆上的检测装置。

智能交通系统可用于对环境和车辆运行状态的检测、跟踪、控制和规划。



自动化领域常用系统举例——智能机器人系统

智能机器人涉及控制工程、计算机、人工智能、传感、新材料、仿生技术等多种学科，主要研究分支有拟人智能技术，未知环境信息获取、理解和控制的新机制理论，复杂环境中的机器人自主工作新方法，人机接口，机器人的智能体系结构、多传感器机器人系统、装配机器人、微操作机器人、微机器人，基于网络的机器人遥操作系统等。



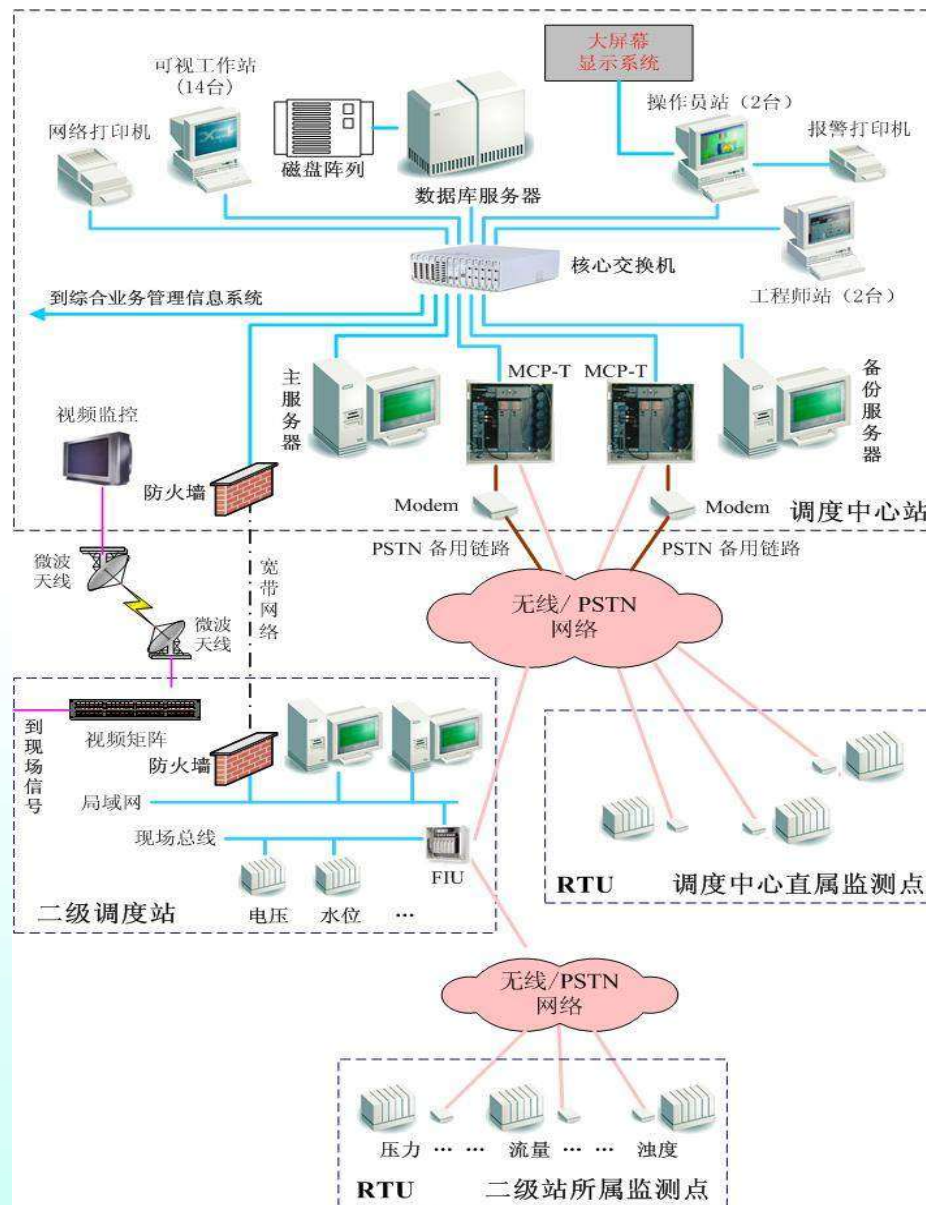
机器人士兵“剑”的功能图



自动化领域常用系统举例——自来水系统

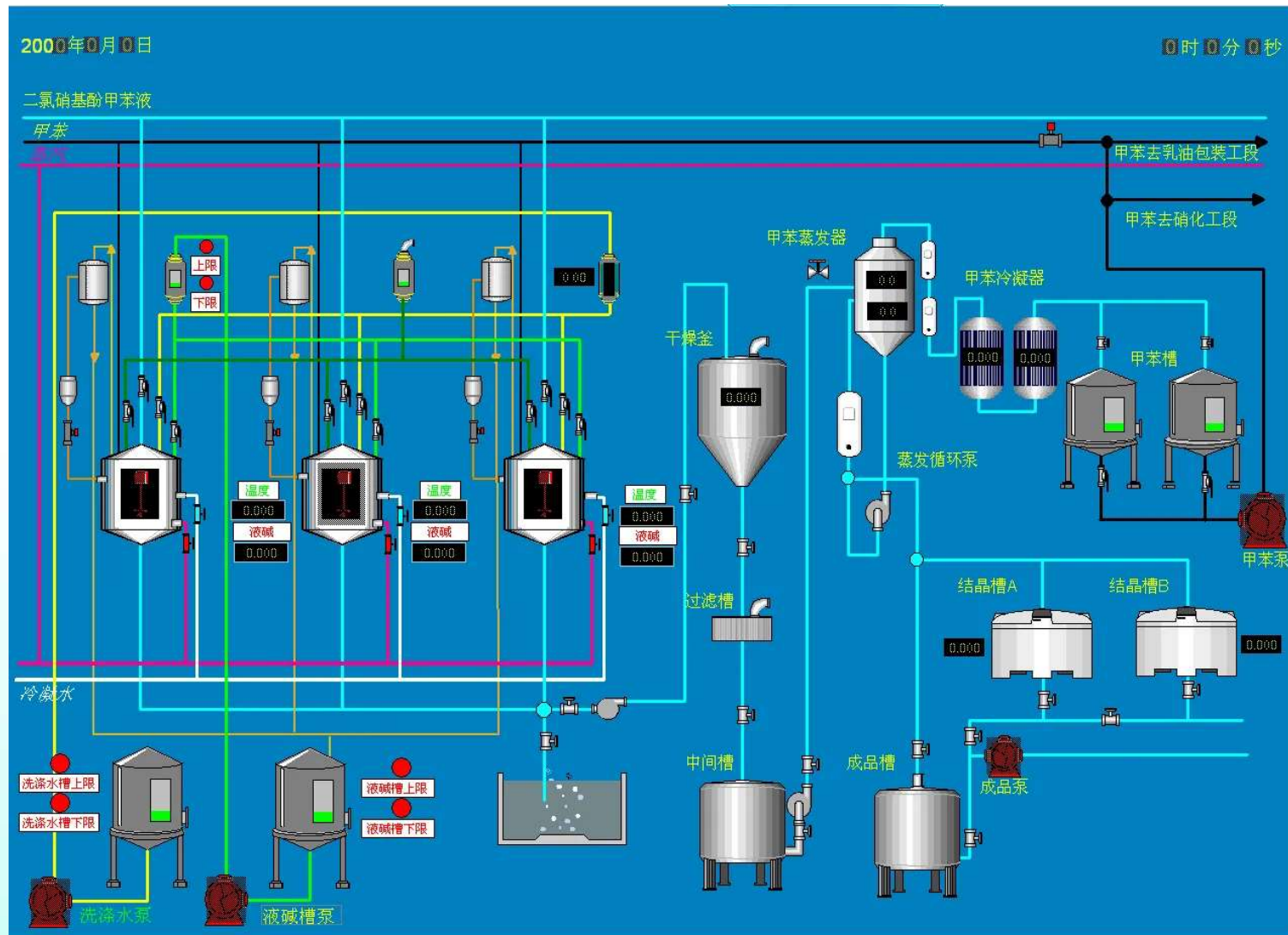
SCADA系统网络结构

西安市自来水公司的综合监控系统应用现代信息技术对影响配水全过程各环节的主要设备、运行参数进行实时监测和分析，提出调度控制依据或实施的参考方案，为调度人员及时掌握配水系统实际运行工况和下达调度指令提供辅助手段，并实施科学调度控制的自动化信息管理。



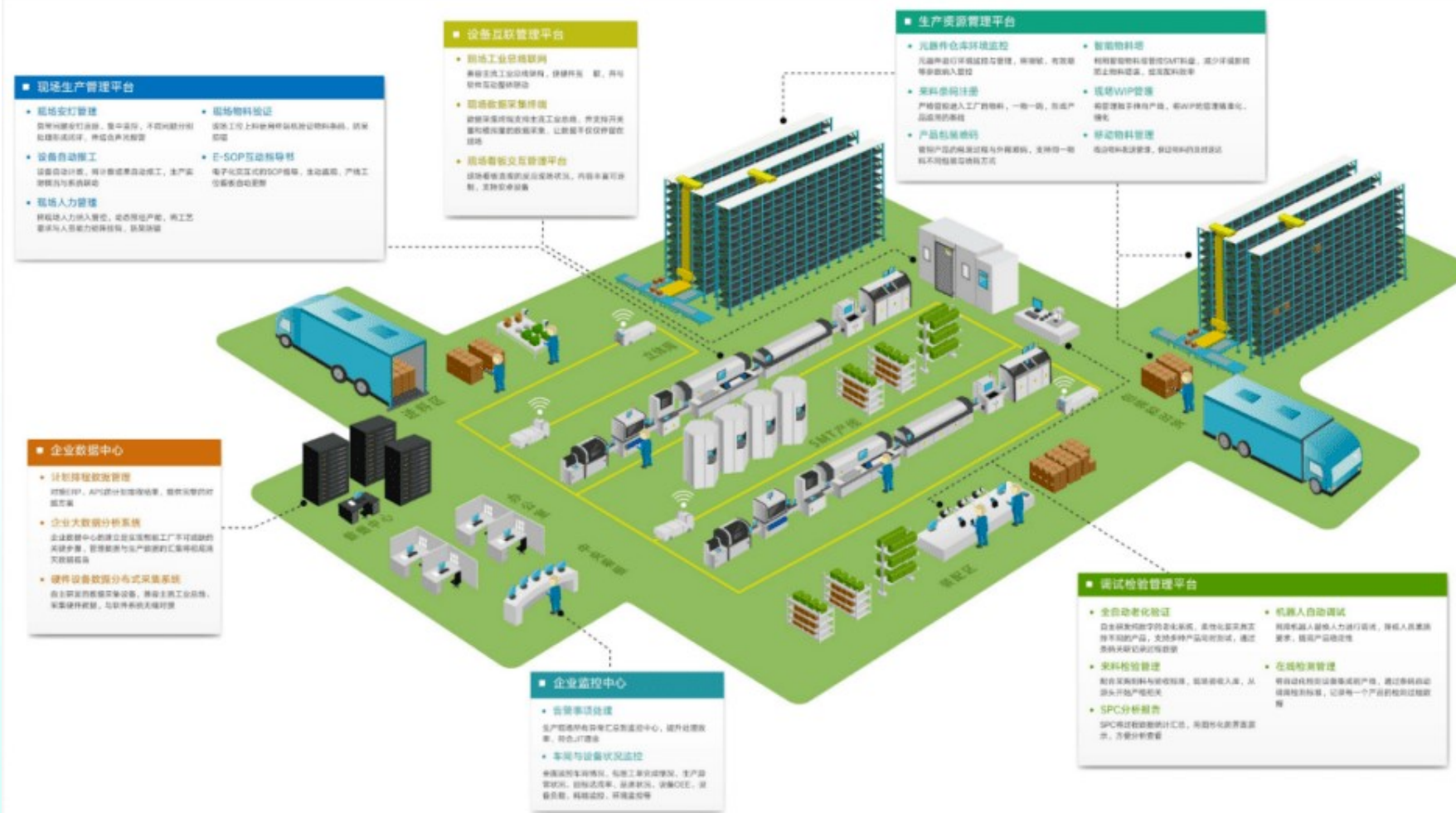
自动化领域常用系统举例——工业化工系统

一个化工过程控制的组态人机界面（含各种检测装置）



自动化领域常用系统举例——智能工厂系统

实现车间生产过程的信息化



自动化领域常用系统举例——智能工厂系统



绪 论

系统的定义、内涵和外延：

- 最早的系统定义是由系统论创始人奥地利学者贝塔朗菲给出的：**系统是相互作用的多元素的复合体。**
- 我国著名科学家钱学森先生将系统定义为：**系统是相互作用和相互依赖的若干组成部分结合的、且具有特定功能的有机体。**
- 在自然界和人类社会中，凡具有特定功能，按照某些规律结合起来相互关联、相互制约、相互作用、相互依存的事物总体，均可称之为**系统(System)**。



贝塔朗菲



钱学森

著名科学家

中国航天之父

中国导弹之父

绪 论

系统的一般分类

- 按照**自然属性**，系统被分为**人工系统**（工程系统、社会系统等）与**自然系统**（如海洋系统、生态系统等）。
- 按照**物理属性**，系统被分为**实物系统**（武器装备、机电产品等）与**概念系统**（如思想体系、战略战术、软件、数据库等）。应该指出，实物系统可以是人工系统或自然系统，而概念系统必定为人工系统。
- 按照**运动属性**，系统被分为**静态系统**（如平衡力系、古建筑群等）与**动态系统**（如控制系统、动力学系统等）。

绪 论

- 按照状态变化对时间是否连续，系统被分为连续系统（如雷达天线位置随动系统、模拟计算机系统等）、离散事件系统（如电话服务系统、生产调度系统等）和混合系统（如数字计算机控制系统、半物理仿真系统等）。
- 按照参数性质和状态特点，系统被分为集中参数系统与分布参数系统、确定型系统与随机系统、线性系统与非线性系统。
- 按照对系统的认知和研究现状，系统被分为白箱系统、灰箱系统及黑箱系统。
 - 白箱系统：具有充足的信息量，其发展变化规律明显、定量描述方便、结构和参数具体。
 - 黑箱系统：内部特征全部是未知的。
 - 灰箱系统：是介于白箱系统与黑箱系统之间的一种具有“信息不确定性”或“信息缺乏”的系统。

绪 论

- 按照**结构和关系的复杂程度**，系统被分为**简单系统**（如RC电路、稳压电源等）与**复杂系统**（如世界能源系统、国家人口控制系统等）。
- 复杂系统还可以分为**一般复杂系统**与**开放复杂巨系统**。
- 按照**专业技术特点**等，可对各个领域内的系统做出更详细的分类。如：
 - 根据**控制理论**可分为：**经典控制系统**和**现代控制系统**
 - 根据**控制结构**可分为：**开环控制系统**、**闭环控制系统**和**复合控制系统**
 - 根据**控制方法**可分为：**计算机控制系统**、**模糊控制系统**、**变结构控制系统**、**鲁棒控制系统**、**智能控制系统**、**神经网络控制系统**和**自适应控制系统**等。

绪 论

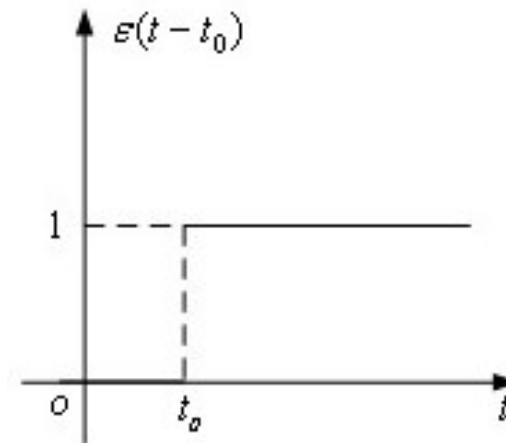
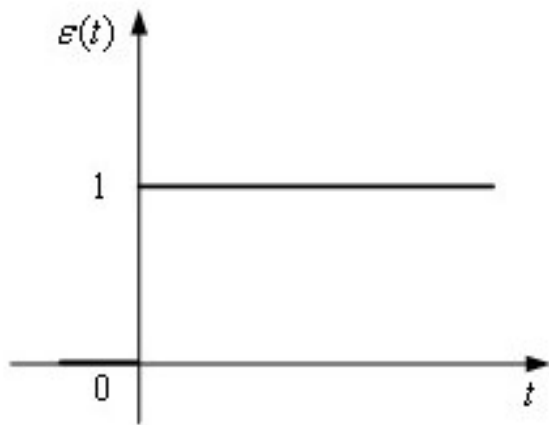
动态系统和静态系统

- 如果系统的现时输出是由其之前的输入决定，该系统称为**动态系统**。
- 如果系统的即时输出仅仅是由其即时输入决定，该系统称为**静态系统**。

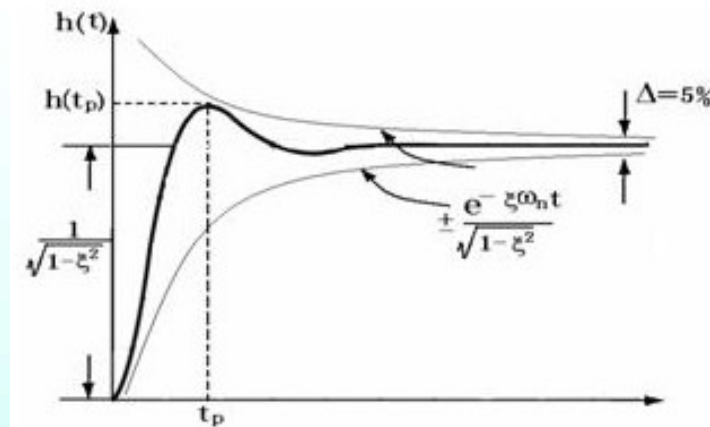
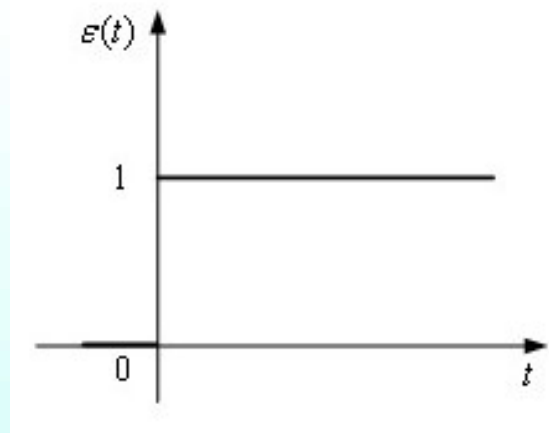
两者的特性

- 如果输入不改变，则静态系统的输出保持为常数，而且只有当输入改变时输出才改变。
- 如果系统不是处在平衡状态，动态系统的输出是随时间而改变的。

绪 论



静态系统的输入与输出关系举例



动态系统的输入与输出关系举例

模型的基本概念和性质

为什么要建立模型？

- 在实际系统上进行实验叫做**实物实验**或**物理实验**。
- 除此，人们往往希望在实际系统产生之前描述系统，预测它们的功能和性能。
- 由于某种原因（如有毒、有害、有危险、太昂贵等）不易在现实系统上完成实验时，借助“模型”代替系统本身，在模型上进行实验。
- 于是，产生了**模型 (Model)** 及模型研究的概念。

模型的基本概念和性质

系统是通过模型来表达的，模型具有如下主要性质：

- **普遍性**，也称**等效性**：同一个模型可从各个角度反映不同的系统。或者说，一种模型与多个系统可具有相似性。
- **相对精确性**：模型的近似度和精确性都不可能超出应有限度和许可条件。
- **可信性**：模型必须经过检验和确认，成为代表实际系统的有效模型，即具有良好的置信度（或可信度）。
- **异构性**：同一个系统的模型可以具有不同的形式或结构。因此，模型研究中将选择最方便、最合理的模型形式和结构。
- **通过性**：模型可以视为“黑箱”。通过向其输入信息并获取信息建立起模型的输入输出概念。从而产生了实验辨识建模的现代方法。

模型的基本概念和性质

模型的分类

- (1) **“直觉”模型**：它指过程的特性以非解析的形式储存在人脑中，靠人的直觉控制过程的进行。例如，**司机就是靠“直觉模型”来控制汽车的方向盘。**
- (2) **物理模型**：它是根据相似原理把时间过程加以缩小的复制品，或是实际过程的一种物理模拟，例如**汽车模型、飞机模型、风洞、水利学模型、传热学模型**等均是物理模型。
- (3) **图表模型**：它以图形或表格的形式来表现过程的特性。如**阶跃响应、脉冲响应和频率响应**等，也称非参数模型。
- (4) **数学模型**：它用数学结构的形式来反映实际过程的行为特性。常用的有**代数方程、微分方程、差分方程和状态方程以及传递函数**等。

- **数学模型**：系统的动态特性的数学描述称为数学模型。它是反映系统有关变量之间关系的一组数学描述。对于物理系统，最有用的数学模型是用**微分方程**来描述。
- **线性和非线性微分方程**：线性微分方程可以分为**线性定常微分方程**和**线性时变微分方程**。
- **线性定常微分方程**是由因变量和其导数的线性组合表示，各项的系数都是常数。也称为线性常系数微分方程；
- **线性时变微分方程**是由因变量和其导数的线性组合表示，但有的系数项可以包含有独立的变量。
- 方程中必须不包含有因变量及其导数的幂次、其它函数或因变量和它的导数间的乘积。否则为**非线性微分方程**。

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 5\frac{dx}{dt} + 10x = 0$$

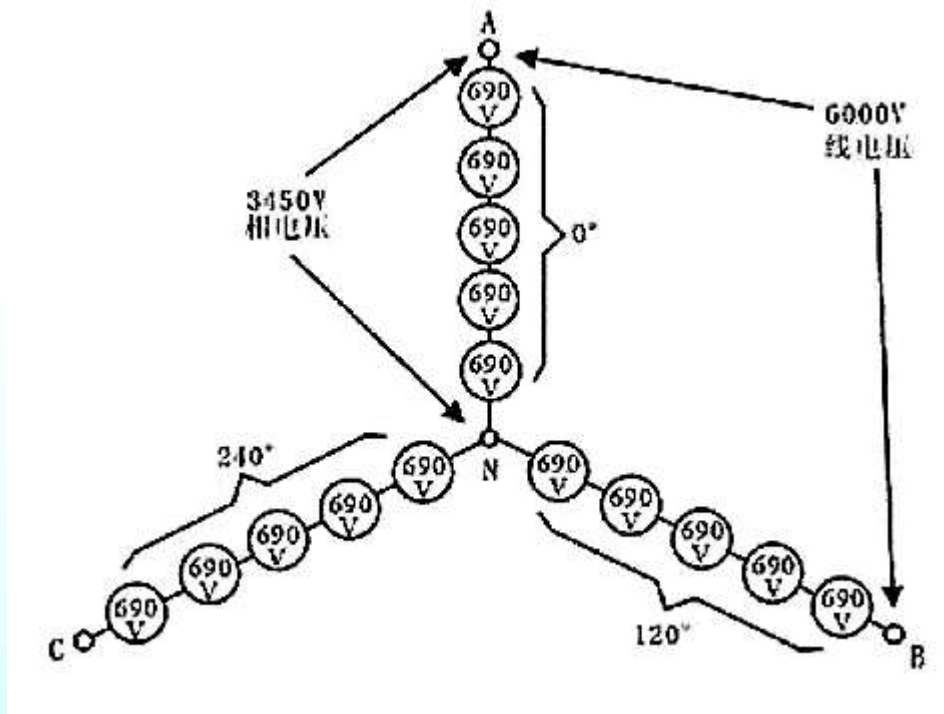
$$\frac{d^2x}{dt^2} + (1 - \cos 2t)x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + (x^2 - 1)\frac{dx}{dt} + x = 0$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + x + x^3 = \sin \omega t$$

- **线性系统和非线性系统：**线性系统，方程的结构模式是线性的，它能够由线性定常微分方程来表示。
- 线性系统最重要的性质之一是能够应用**叠加原理**。
- **叠加原理：**由同时作用的两个不同的激励函数或输入，其产生的响应是此两个单独响应之和。（齐次性、可加性）

叠加原理的一个应用举例：



- 在动态系统的试验研究中，如果因和果是成正比的，则蕴含着叠加原理成立，此系统就可以看成是线性的。

建立模型的方法

建立模型的方法可分为：

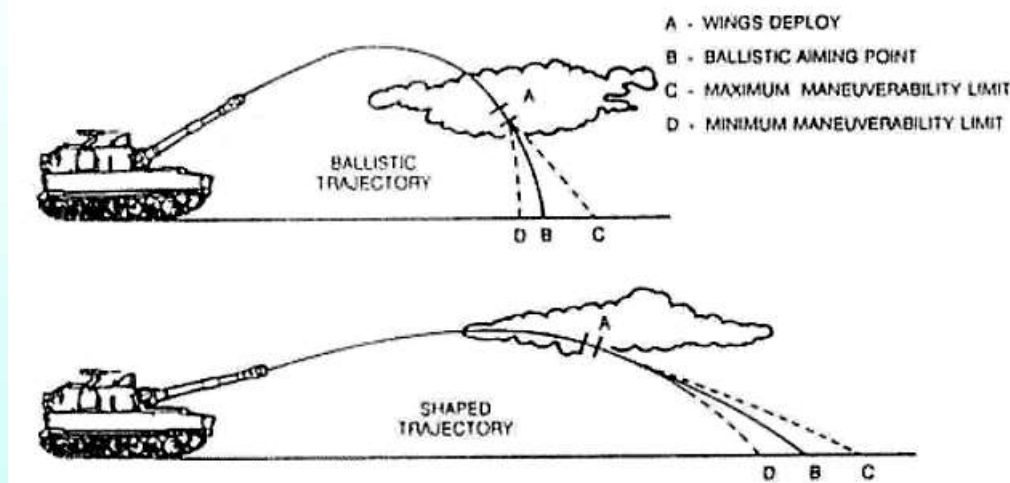
- **白箱建模问题**（**机理建模**，**分析建模**）：系统结构和参数已知时，根据系统各部分所依据的物理规律、化学规律以及其它自然规律来建立相应运动方程的方法。如力学、热学、电学以及相关的工程技术问题。
- **灰箱建模问题**（**综合建模**）：系统结构和参数不完全已知时，综合分析建模和系统辨识。如气象学、生态学、经济学等领域的模型。
- **黑箱建模问题**（**系统辨识**）：系统结构和参数未知时，根据系统对施加的某种测试信号的响应或其它实验数据，来建立数学模型的。如生命科学、社会科学等方面的问题，由于因素众多，关系复杂，可简化为黑箱模型来研究。
- **简化与精度**：存在模型精度和复杂性之间的矛盾。因此，在工程上，总是在满足一定精度要求的前提下，尽量使数学模型简单。

建立模型：

- **建立系统模型：**应用物理定律于具体的系统。它可以建立一个数学模型来描述此系统。
- **简化与精度：**决定一合理的简化模型，必须确定哪些物理变量和关系是重要的，不可忽略的；哪些是对于模型的精度有决定性作用的。
- 数学模型不能精确地代表任何物理元件或系统，它总是包含近似和假设。某些近似和假设限制数学模型的正确性范围。

建立炮弹弹道模型有如图所示的如下几种方法：

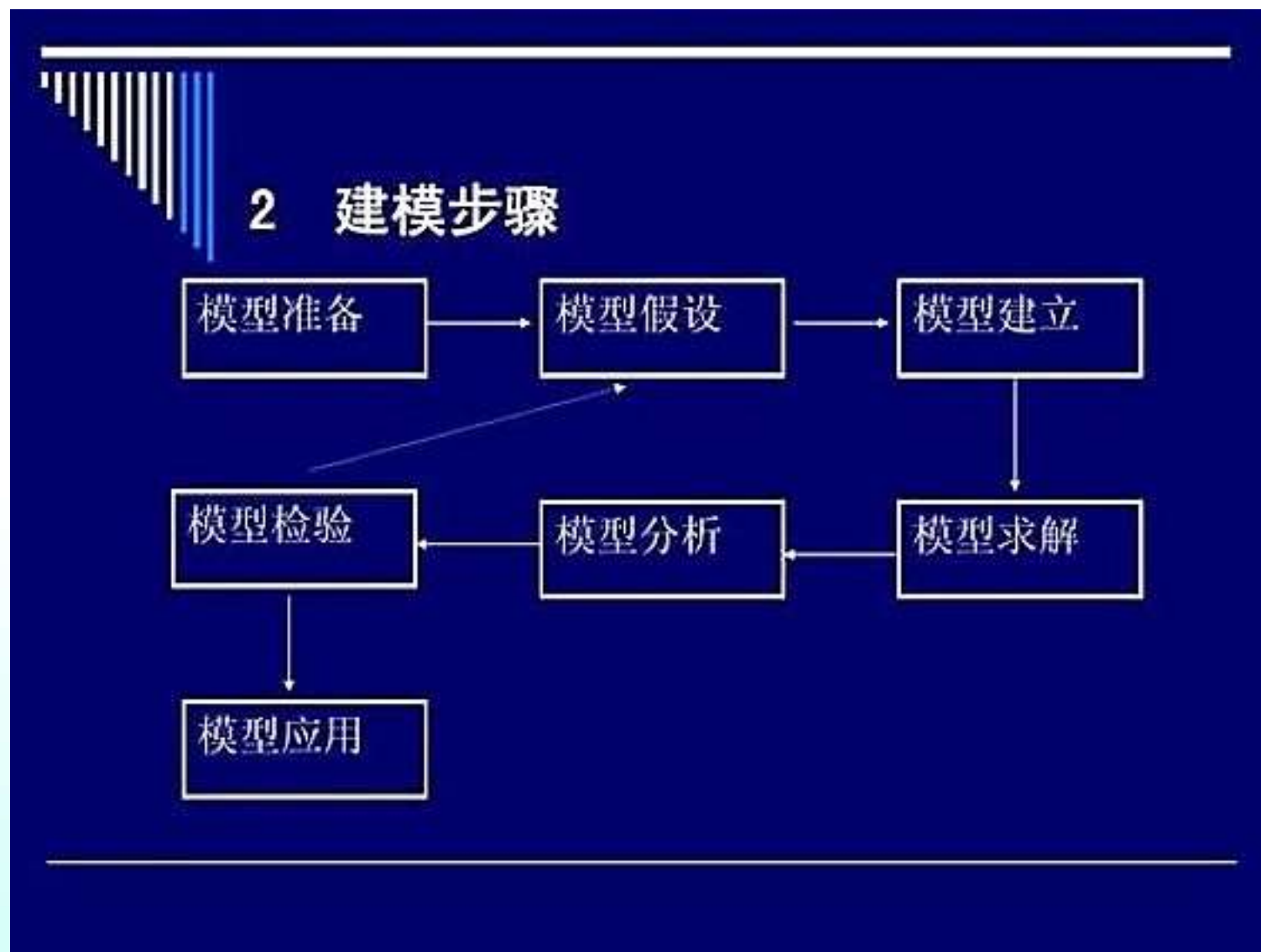
- 仅考虑炮弹初始速度和自重——低精度模型；
- 增加空气阻力等气动力因素——中精度模型；
- 继续增加地球曲率、自转等因素——高精度模型。



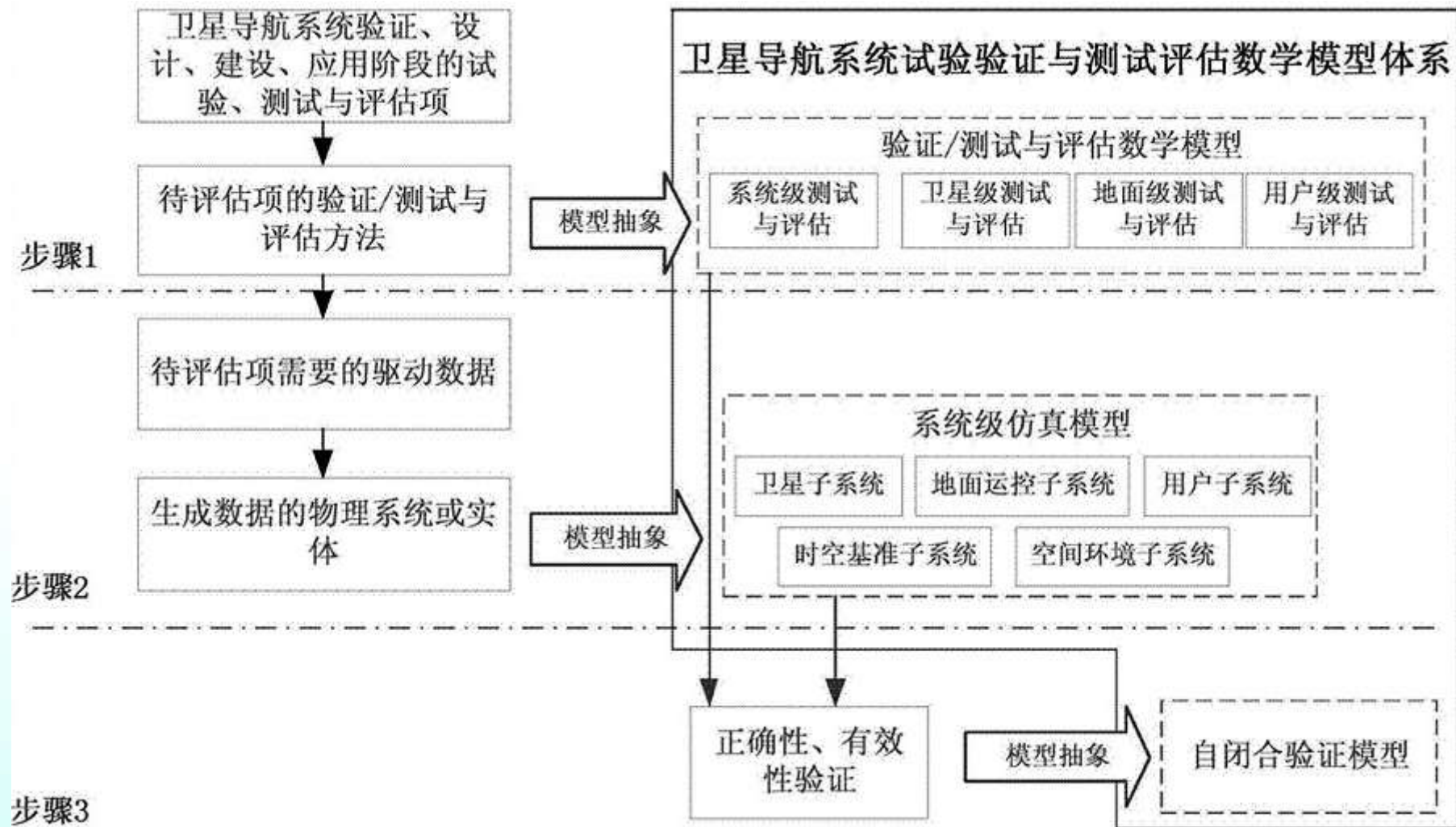
建立数学模型的一般步骤：

- 画系统的简图，并确定变量；
- 应用物理定律，写出每个元件的方程，根据系统图综合这些方程，得到数学模型；
- 对模型进行简化；
- 为了验证模型的正确性，把由模型方程所得到解的性能预示与实验结果比较。如果偏差很大，模型必须重新建立。

建模步骤简图：



建模举例——卫星导航系统：



为提高数学模型质量，建模须遵守以下基本原则：

- (1) 必须满足对数学模型的**精确性**、**简明性**、**层次性**、**多用性**、**可靠性**及**标准化**等基本要求。
- (2) 为了缩短建模周期，获取满意、有效的数学模型，**合理地选择建模方法**至关重要。
- 常见的数学建模方法已有数十种，可归结为四大类：
 - **机理分析法**
 - **试验辨识法**
 - **定性推理法**
 - **综合集成法**
- 随着复杂系统建模需求的不断增强，必须要有建模方法的创新意识。

- (3) 建模时，须经常考虑模型功能是否满足所研究问题的需求，在满足需求的条件下，模型形式和结构是否**合理**、**经济**，模型是否**容易**实现和**稳定**运行，模型可否达到预期**精度**要求等。
- (4) 必须使模型**校核**、**验证**及**确认**贯穿于数学建模的全生命周期。

动态系统的分析和设计

- **分析：** 系统分析表示对已知数学模型在给定的条件下对系统性能的研究。
- **设计：** 系统设计是指寻找完成给定任务的系统的过程。一般，设计过程不是直线向前的而需要逐步试探。
- **综合：** 是指用一定的方法来寻找一个按既定要求完成任务的系统。
- **系统设计的基本方法：** 试探法是非常重要的方法。这是由于：系统可能受到许多限制，或可能是非线性的；在这种情况下，目前还得不到综合的方法。此外，元件的特性也不可能十分清楚，因此试探法总是必须的。
- **系统设计的步骤：** 建立数学模型---设计---分析---综合---样机---完成任务。

注意：

- 一旦列出设计问题的**数学模型**，就可以进行数学方法的设计，并得到设计问题的数学解。
- 可以在**计算机上模拟**此系统，以试验各种输入的效果和扰动对所求的系统性能的影响。
- 如果对原系统结构不满意，此系统必须**重新设计**，并且相应地进行全部分析。
- 这种设计和分析的过程重复进行直至找到满意的系统为止。此时就可以**建立物理系统的样机**。

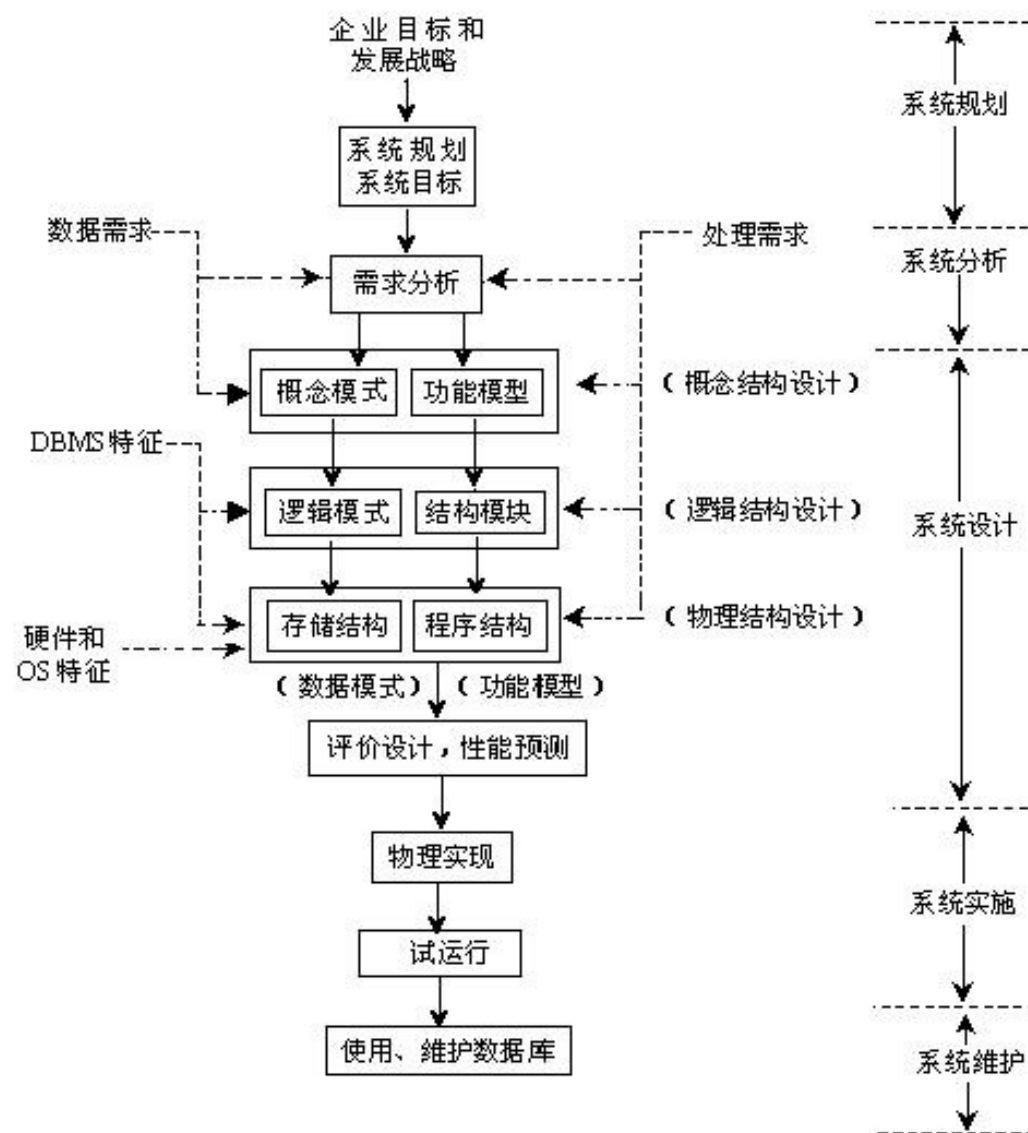
注意：

样机是一物理系统，它代表具有适当精确度的数学模型。

一旦建立了样机，工程师就可以对它进行**试验**，看它是否是满意的。

如果是满意的，设计就是完善的。

如果不满意，必须再**修改样机**和**重新试验**。重复这种过程直至得到满意的样机为止。



系统设计实例

工企综合自动化系统建模

