



网学天地 官网  
更多视频和资料

## 西安交通大学 2009-2010 年数字信号处理期末试卷

### 一. 填空题

- 1、一线性时不变系统, 输入为  $x(n)$  时, 输出为  $y(n)$ ; 则输入为  $2x(n)$  时, 输出为  $2y(n)$ ; 输入为  $x(n-3)$  时, 输出为  $y(n-3)$ 。
- 2、从奈奎斯特采样定理得出, 要使实信号采样后能够不失真还原, 采样频率  $f_s$  与信号最高频率  $f_{\max}$  关系为:  $f_s \geq 2f_{\max}$ 。
- 3、已知一个长度为  $N$  的序列  $x(n)$ , 它的离散时间傅立叶变换为  $X(e^{j\omega})$ , 它的  $N$  点离散傅立叶变换  $X(K)$  是关于  $X(e^{j\omega})$  的  $N$  点等间隔采样。
- 4、有限长序列  $x(n)$  的 8 点 DFT 为  $X(K)$ , 则  $X(K) =$  。
- 5、用脉冲响应不变法进行 IIR 数字滤波器的设计, 它的主要缺点是频谱的 交叠 所产生的现象。
- 6、若数字滤波器的单位脉冲响应  $h(n)$  是奇对称的, 长度为  $N$ , 则它的对称中心是  $(N-1)/2$ 。
- 7、用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时, 加矩形窗比加三角窗时, 所设计出的滤波器的过渡带比较窄, 阻带衰减比较 小。
- 8、无限长单位冲激响应 (IIR) 滤波器的结构上有反馈环路, 因此是 递归 型结构。
- 9、若正弦序列  $x(n) = \sin(30n\pi/120)$  是周期的, 则周期是  $N = 8$ 。
- 10、用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时, 过渡带的宽度不但与窗的 类型 有关, 还与窗的 采样点数 有关。
- 11、DFT 与 DFS 有密切关系, 因为有限长序列可以看成周期序列的 主值区间截断, 而周期序列可以看成有限长序列的 周期延拓。
- 12、对长度为  $N$  的序列  $x(n)$  圆周移位  $m$  位得到的序列用  $x_m(n)$  表示, 其数学表达式为  $x_m(n) = x((n-m))_N R_N(n)$ 。
- 13、对按时间抽取的基 2-FFT 流图进行转置, 并 将输入变输出, 输出变输入 即可得到按频率抽取的基 2-FFT 流图。
- 14、线性移不变系统的性质有 交换率、结合率 和分配律。
- 15、用 DFT 近似分析模拟信号的频谱时, 可能出现的问题有混叠失真、泄漏、栅栏效应 和频率分辨率。
- 16、无限长单位冲激响应滤波器的基本结构有直接 I 型, 直接 II 型, 串联型 和 并联型 四种。
- 17、如果通用计算机的速度为平均每次复数乘需要  $5\mu s$ , 每次复数加需要  $1\mu s$ , 则在此计算机上计算  $2^{10}$  点的基 2 FFT 需要 10 级蝶形运算, 总的运算时间是  $\mu s$ 。

### 三、计算题

一、设序列  $x(n)=\{4, 3, 2, 1\}$ ，另一序列  $h(n)=\{1, 1, 1, 1\}$ ， $n=0, 1, 2, 3$

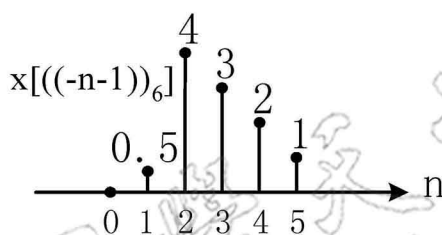
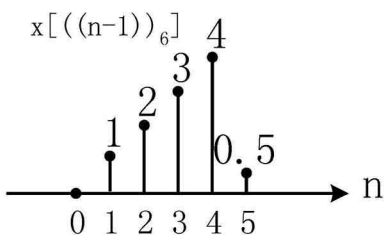
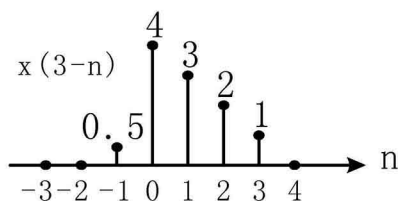
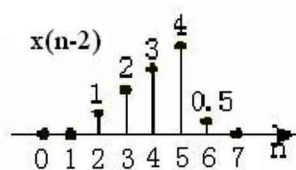
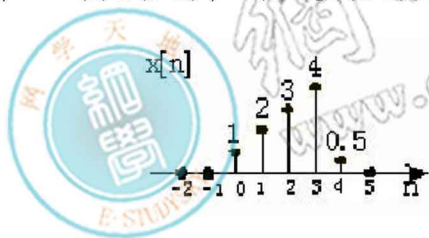
(1) 试求线性卷积  $y(n)=x(n)*h(n)$

(2) 试求 6 点循环卷积。

(3) 试求 8 点循环卷积。

二、数字序列  $x(n)$  如图所示。画出下列每个序列时域序列：

(1)  $x(n-2)$ ； (2)  $x(3-n)$ ； (3)  $x[((n-1))_6]$ ， $(0 \leq n \leq 5)$ ； (4)  $x[(-n-1)_6]$ ， $(0 \leq n \leq 5)$ ；



网学天地 官网  
更多视频和资料

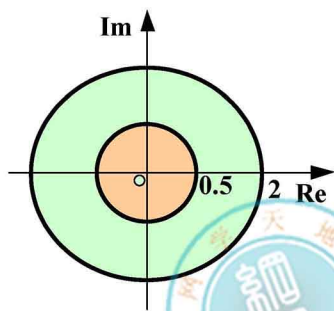


www.e-studysky.com

三. 已知一稳定的LTI 系统的 $H(z)$ 为  $H(z) = \frac{2(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}$

试确定该系统 $H(z)$  的收敛域和脉冲响应 $h[n]$ 。

解：



系统有两个极点，其收敛域可能有三种形式， $|z| < 0.5$ ,  $0.5 < |z| < 2$ ,  $|z| > 2$

因为稳定，收敛域应包含单位圆，则系统收敛域为： $0.5 < |z| < 2$

$$H(z) = \frac{2(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})} = \frac{4/3}{1-0.5z^{-1}} - \frac{2/3}{1-2z^{-1}}$$

$$h(n) = \frac{4}{3}(0.5)^n u(n) + \frac{2}{3}2^n u(-n-1)$$



网学天地 官网  
更多视频和资料



网学天地  
www.e-studysky.com



四. 设 $x(n)$ 是一个10点的有限序列

$x(n) = \{2, 3, 1, 4, -3, -1, 1, 1, 0, 6\}$ ，不计算DFT，试确定下列表达式的值。

(1)  $X(0)$ , (2)  $X(5)$ , (3)  $\sum_{k=0}^9 X(k)$ , (4)  $\sum_{k=0}^9 e^{-j2\pi k/5} X(k)$

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}$$

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}$$

解: (1)  $W_N^0 = 1$   $X[0] = \sum_{n=0}^9 x[n] = 14$

(2)

$$W_{10}^{5n} = \begin{cases} 1 & n = \text{偶数} \\ -1 & n = \text{奇数} \end{cases}$$

$$X[5] = \sum_{n=0}^8 x[n] - \sum_{n=1}^9 x[n] = -12$$

(3)  $x[0] = \frac{1}{10} \sum_{k=0}^9 X[k]$   $\sum_{k=0}^9 X[k] = 10 * x[0] = 20$

(4)  $x[((n-m))_N] \Leftrightarrow e^{-j(2\pi k/N)m} X[k]$

$$x[((10-2))_{10}] = \frac{1}{10} \sum_{k=0}^9 e^{-j(2\pi k/10)2} X[k]$$

$$\sum_{k=0}^9 e^{-j(2\pi k/10)2} X[k] = 10 * x[8] = 0$$



网学天地 官网  
更多视频和资料

五.  $x(n)$ 和 $h(n)$ 是如下给定的有限序列

$x(n) = \{5, 2, 4, -1, 2\}$ ,  $h(n) = \{-3, 2, -1\}$

(1) 计算 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的线性卷积 $y(n) = x(n) * h(n)$ ;

(2) 计算 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的6点循环卷积 $y_1(n) = x(n) \circledast h(n)$ ;

(3) 计算 $x(n)$ 和 $h(n)$ 的8点循环卷积 $y_2(n) = x(n) \circledast h(n)$ ;

比较以上结果，有何结论？

解: (1)

$$\begin{array}{rrrrrr} 5 & 2 & 4 & -1 & 2 & \\ & & & -3 & 2 & 1 \\ \hline & 5 & 2 & 4 & -1 & 2 \\ 10 & 4 & 8 & -2 & 4 & \\ -15 & -6 & -12 & 3 & -6 & \\ \hline -15 & 4 & -3 & 13 & -4 & 3 & 2 \end{array}$$

$$y(n) = x(n) * h(n) = \{-15, 4, -3, 13, -4, 3, 2\}$$

(2)

$$\begin{array}{r}
 5 \quad 2 \quad 4 \quad -1 \quad 2 \\
 \quad \quad \quad -3 \quad 2 \quad 1 \\
 \hline
 5 \quad 2 \quad 4 \quad -1 \quad 2 \\
 10 \quad 4 \quad 8 \quad -2 \quad 4 \\
 -15 \quad -6 \quad -12 \quad 3 \quad -6 \\
 \hline
 -15 \quad 4 \quad -3 \quad 13 \quad -4 \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 2 \\
 \hline
 -13 \quad 4 \quad -3 \quad 13 \quad -4 \quad 3 \quad 2
 \end{array}$$

$$y_1(n) = x(n) \otimes h(n) = \{-13, 4, -3, 13, -4, 3\}$$

(3) 因为  $8 > (5+3-1)$ ，  
 所以  $y_3(n) = x(n) \otimes h(n) = \{-15, 4, -3, 13, -4, 3, 2, 0\}$   
 $y_3(n)$  与  $y(n)$  非零部分相同。

六. 用窗函数设计 FIR 滤波器时，滤波器频谱波动由什么决定 \_\_\_\_\_，滤波器频谱过渡带由什么决定\_\_\_\_\_。

解：窗函数旁瓣的波动大小，窗函数主瓣的宽度

七. 一个因果线性时不变离散系统，其输入为  $x[n]$ 、输出为  $y[n]$ ，系统的差分方程如下：

$$y(n) - 0.16y(n-2) = 0.25x(n-2) + x(n)$$

- (1) 求系统的系统函数  $H(z) = Y(z)/X(z)$ ；
- (2) 系统稳定吗？
- (3) 画出系统直接型 II 的信号流图；
- (4) 画出系统幅频特性。

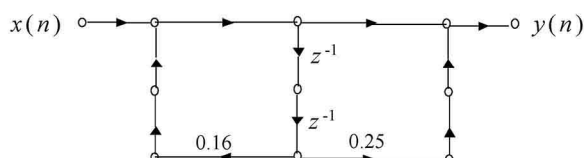
解：(1) 方程两边同求 Z 变换：

$$Y(z) - 0.16z^{-2}Y(z) = 0.25z^{-2}X(z) + X(z)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.25z^{-2}}{1 - 0.16z^{-2}}$$

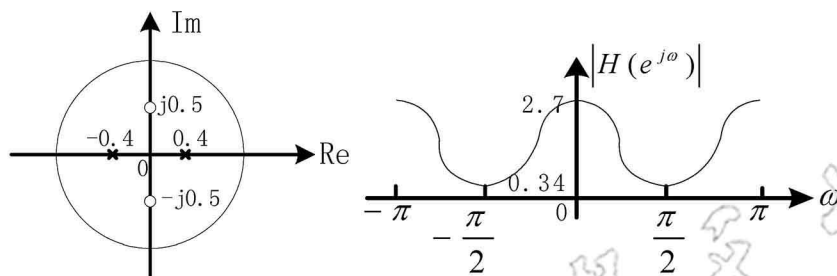
(2) 系统的极点为：0.4 和 -0.4，在单位圆内，故系统稳定。

(3)



网学天地 官网  
 更多视频和资料

(4)



八. 如果需要设计 FIR 低通数字滤波器，其性能要求如下：

(1) 阻带的衰减大于 35dB,

(2) 过渡带宽度小于  $\pi/6$ .

请选择满足上述条件的窗函数，并确定滤波器  $h(n)$  最小长度  $N$



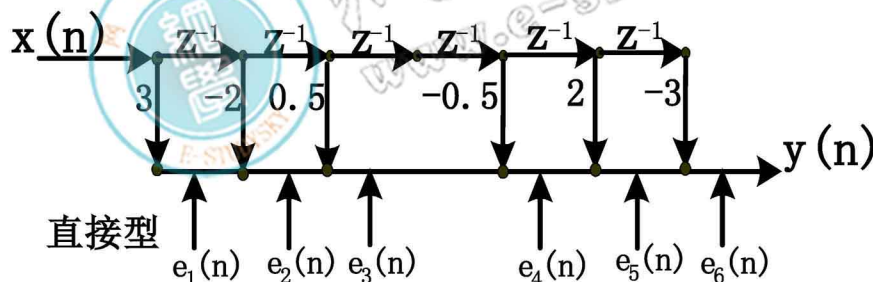
网学天地 官网  
更多视频和资料

窗函数	主瓣宽度	过渡带宽	旁瓣峰值衰减 (dB)	阻带最小衰减 (dB)
矩形	$4\pi/N$	$1.8\pi/N$	-13	-21
汉宁	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	-31	-44
汉明	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	-41	-53
布莱克曼	$12\pi/N$	$11\pi/N$	-57	-74

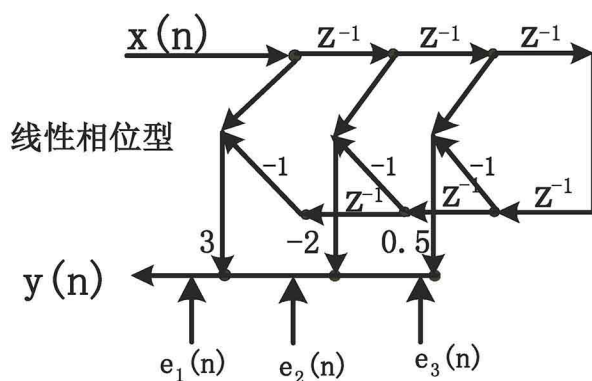
解：根据上表，我们应该选择汉宁窗函数，

$$\frac{8\pi}{N} \leq \frac{\pi}{6} \quad N \geq 48$$

十. 已知 FIR DF 的系统函数为  $H(z)=3-2z^{-1}+0.5z^{-2}-0.5z^{-4}+2z^{-5}-3z^{-6}$ ，试分别画出直接型、线性相位结构量化误差模型。







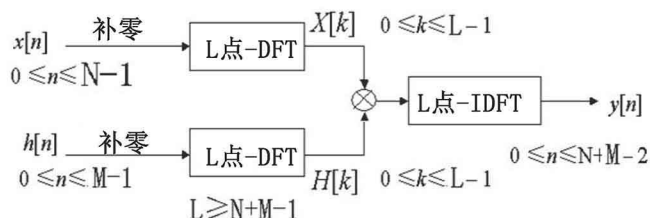
十一. 两个有限长的复序列  $x[n]$  和  $h[n]$ ，其长度分别为  $N$  和  $M$ ，设两序列的线性卷积为  $y[n]=x[n]*h[n]$ ，回答下列问题：

- (1) 序列  $y[n]$  的有效长度为多长？
- (2) 如果我们直接利用卷积公式计算  $y[n]$ ，那么计算全部有效  $y[n]$  的需要多少次复数乘法？
- (3) 现用 FFT 来计算  $y[n]$ ，说明实现的原理，并给出实现时所需满足的条件，画出实现的方框图，计算该方法实现时所需要的复数乘法计算量。

解：(1) 序列  $y[n]$  的有效长度为： $N+M-1$ ；

(2) 直接利用卷积公式计算  $y[n]$ ，需要  $MN$  次复数乘法

(3)



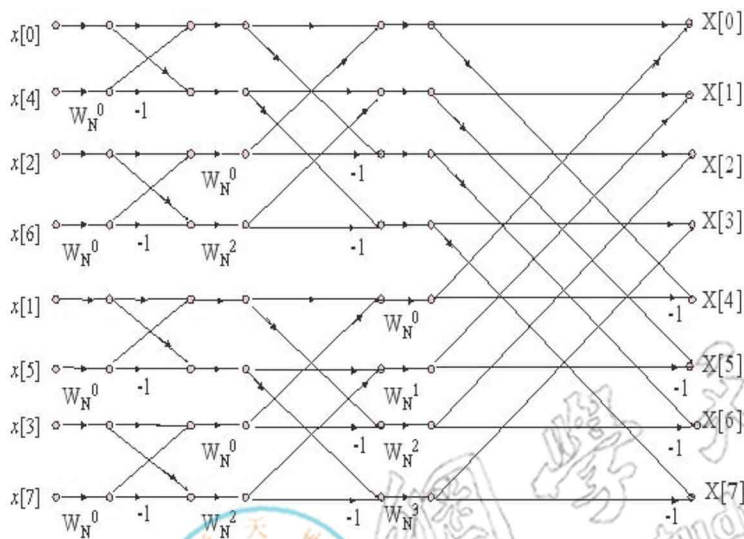
网学天地 官网  
更多视频和资料

需要  $3L \log_2 L$  次复数乘法。

十二. 用倒序输入顺序输出的基 2 DIT-FFT 算法分析一长度为  $N$  点的复序列  $x[n]$  的 DFT，回答下列问题：

- (1) 说明  $N$  所需满足的条件，并说明如果  $N$  不满足的话，如何处理？
- (2) 如果  $N=8$ ，那么在蝶形流图中，共有几级蝶形？每级有几个蝶形？确定第 2 级中蝶形的蝶距 ( $d_m$ ) 和第 2 级中不同的权系数 ( $W_N^r$ )。
- (3) 如果有两个长度为  $N$  点的实序列  $y_1[n]$  和  $y_2[n]$ ，能否只用一次  $N$  点的上述 FFT 运算来计算出  $y_1[n]$  和  $y_2[n]$  的 DFT，如果可以的话，写出实现的原理及步骤，并计算实现时所需的复数乘法次数；如果不行，说明理由。

解(1)  $N$  应为 2 的幂，即  $N=2^m$ ，( $m$  为整数)；如果  $N$  不满足条件，可以补零。



(2) 3级, 4个, 蝶距为2,  $W_N^0$ ,  $W_N^2$

(3)  $y[n] = y_1[n] + jy_2[n]$

$$Y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} y[n] W_N^{kn}$$

$$Y_1[k] = Y_{ep}[k] = \frac{1}{2} \{Y[(k))_N] + Y^*[((-k))_N]\}$$

$$Y_2[k] = Y_{op}[k] = \frac{1}{2} \{Y[(k))_N] - Y^*[((-k))_N]\}$$

十三. 考虑下面4个8点序列, 其中  $0 \leq n \leq 7$ , 判断哪些序列的8点DFT是实数, 那些序列的8点DFT是虚数, 说明理由。

(1)  $x_1[n] = \{-1, -1, -1, 0, 0, 0, -1, -1\}$ ,

(2)  $x_2[n] = \{-1, -1, 0, 0, 0, 0, 1, 1\}$ ,

(3)  $x_3[n] = \{0, -1, -1, 0, 0, 0, 1, 1\}$ ,

(4)  $x_4[n] = \{0, -1, -1, 0, 0, 0, -1, -1\}$ ,

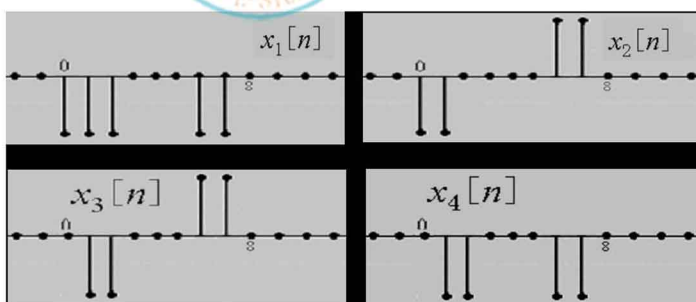
解:

$$x_o(n) = -x_o^*(N-n) = -X_o(N-n)$$

$$x_e(n) = x_e^*(N-n) = X_e(N-n)$$

$$\text{DFT}[x_o(n)] = \text{Re}[X(k)]$$

$$\text{DFT}[x_e(n)] = j\text{Im}[X(k)]$$



$x_1[n]$  的DFT是实数, 因为它们具有周期性共轭对称性;  $x_3[n]$  的DFT是虚数, 因为它具有周期



网学天地 官网  
更多视频和资料



性共轭反对称性

十四. 已知系统函数  $H(z) = \frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$ ，求其差分方程。

解：

$$H(z) = \frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$$

$$Y(z)(1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}) = X(z)(2+0.25z^{-1})$$

$$y(n)-0.25y(n-1)+0.3y(n-2)=2x(n)+0.25x(n-1)$$

十五. 已知  $Y(z)(1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2})=X(z)(1+z^{-1})$ ，画系统结构图。

解：

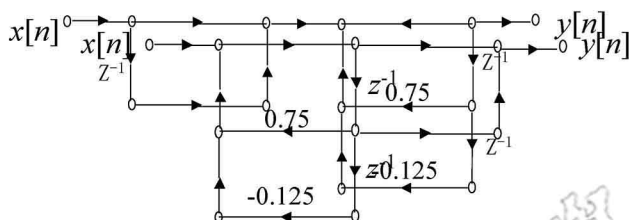
$$Y(z)(1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2})=X(z)(1+z^{-1})$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1+z^{-1}}{1-0.75z^{-1}+0.125z^{-2}}$$

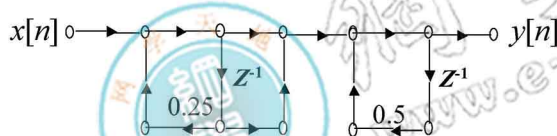
$$= \frac{1+z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})(1-0.25z^{-1})} = \frac{6}{1-0.5z^{-1}} - \frac{5}{1-0.25z^{-1}}$$

直接型 I：

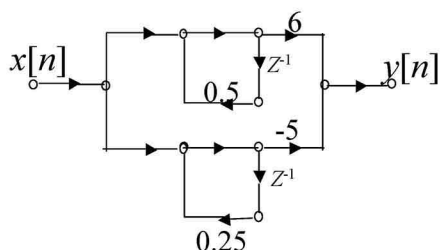
直接型 II：



级联型：



并联型：



网学天地 官网  
 更多视频和资料