1.25. $T=\frac{1}{1000}$, $\omega=\Omega\cdot T$

$\Omega=\frac{\omega}{T}=\frac{\pi}{4}\times 1000=250\pi$

$\Omega_1=250\pi$

$\Omega_2=250+2\pi\times T=2250\pi$

1.12. (1) $h=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}H(j\Omega)e^{j\Omega t}d\Omega$

$\frac{dh}{dt}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}jH(j\Omega)\cdot\Omega\cdot e^{j\Omega t}d\Omega$

$=\frac{j}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}(H(j\Omega)\cdot\Omega)e^{j\Omega t}d\Omega$

$\therefore \frac{dh}{dt}\Leftrightarrow\frac{j}{2\pi}\Omega\cdot H(j\Omega)$

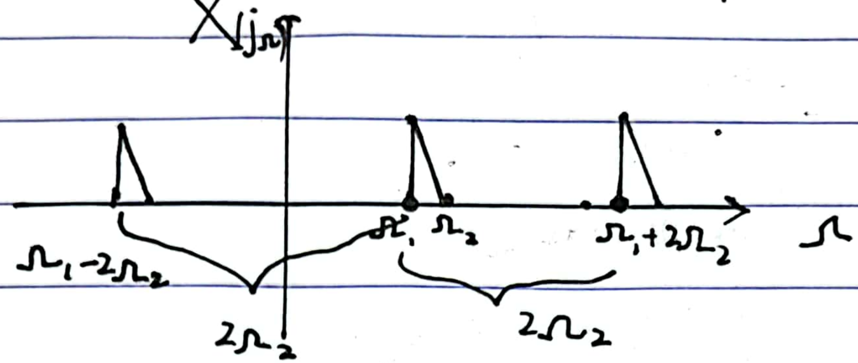
(2) $H(j\Omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)e^{-j\Omega t}dt$

$\frac{dH(j\Omega)}{d\Omega}=-j\int_{-\infty}^{+\infty}t\cdot h(t)e^{-j\Omega t}dt$

$\Rightarrow \cancel{\frac{dH(j\Omega)}{d\Omega}\Leftrightarrow -jt}$ $-jt\,h(t)\Leftrightarrow\frac{dH(j\Omega)}{d\Omega}$

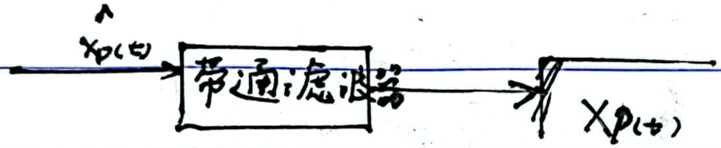
扫描全能王 创建

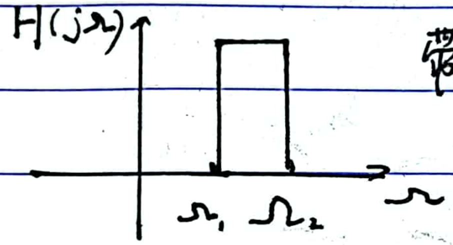
1.27. (1) $T=\frac{\pi}{\Omega_2}$ $\qquad \frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{\Omega_2}}=2\Omega_2 \geq 2\Omega_2$



(2) $\frac{\Omega_2-\Omega_1}{2\pi}$ 最小频率

(3)





带通滤波器

扫描全能王 创建

2.14. $N_4 = N_2 + N_0$

$N_5 = N_3 + N_1$

2.7. (1) 稳定. 因果 无记忆, 线性, 时变

$y_1(n) = T[x_1(n)] = g(n)x_1(n)$

$y_2(n) = T[x_2(n)] = g(n)x_2(n)$

$$a y_1(n) + b y_2(n) = a g(n) x_1(n) + b x_2(n) g(n)$$
$$= g(n)(a x_1(n) + b x_2(n))$$
$$= T[a x_1(n) + b x_2(n)]$$

线性.

$y(n) = T[x(n)] = g(n)x(n)$

$y(n-n_0) = g(n-n_0)\, x(n-n_0)$

$T[x(n-n_0)] = g(n)x(n-n_0)$ 时变

(2) 稳定 非因果、记忆、线性、时变

$y_1(n) = T[x_1(n)] = \sum_{k=n_0}^{n} x_1(k)$

$y_2(n) = T[x_2(n)] = \sum_{k=n_0}^{n} x_2(k)$

$$a y_1(n) + b y_2(n) = a\sum_{k=n_0}^{n} x_1(k) + b\sum_{k=n_0}^{n} x_2(k)$$

$$= \sum_{k=n_0}^{n}(a x_1(k) + b x_2(k)) = T[a x_1(n) + b x_2(n)]$$

扫描全能王 创建

$y(n)=T[x(n)]=\sum_{k=n_0}^{n} x(k)$ $\quad y(n-\tau)=\sum_{k=n_0}^{n-\tau} x(k)$

$T[x(n-\tau)]=\sum_{k=n_0}^{n-\tau} x(k)$ $\quad =T[x(n-\tau)]$

(3) 稳定、非因果、线性、时不变、有记忆

理由同(2)

(4) $T[x(n)]=x(n-n_0)$

稳定，非因果，时不变。

$y_1(n)=T[x_1(n)]=x_1(n-n_0)$

$y_2(n)=T[x_2(n)]=x_2(n-n_0)$

$ay_1(n)+by_2(n)=ax_1(n-n_0)+bx_2(n-n_0)$

$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=ax_1(n-n_0)+bx_2(n-n_0)$

$=ay_1(n)+by_2(n)$

$T[x(n-n_1)]=x(n-n_0-n_1)$

$=y(n-n_1)$

$n_0=0$ 时，无记忆性

$n_0\neq 0$ 时，记忆性

(5) $T[x(n)]=e^{x(n)}$

稳定性，因果，时不变，无记忆

$y(n-n_0)=e^{x(n-n_0)}=T[x(n-n_0)]$

$T[ax_1(n)+bx_2(n)]=e^{ax_1(n)+bx_2(n)}=e^{ax_1(n)}\cdot e^{bx_2(n)}$

$\neq aT[x_1(n)]+bT[x_2(n)]$

扫描全能王 创建

(5) 因果. 非线性. 无记忆. 稳定. 时不变

$y_1[n] = T[x_1(n)] = e^{x_1(n)}$

$y_2[n] = T[x_2(n)] = e^{x_2(n)}$

$a y_1[n] + b y_2[n] = a e^{x_1(n)} + b e^{x_2(n)}$

$T[a x_1(n) + b x_2(n)] = e^{a x_1(n) + b x_2(n)}$

$y(n-n_0) = e^{x(n-n_0)}$

$T[x(n-n_0)] = e^{x(n-n_0)} = y(n-n_0)$

(6) 稳定, 因果. 无记忆. 非线性. 时不变

$T[x(n)] = a x(n) + b$

$T[x_1(n)] = a x_1(n) + b$

$T[x_2(n)] = a x_2(n) + b$

$k_1 T[x_1(n)] = k_1 \cdot a x_1(n) + k_1 b$

$k_2 T[x_2(n)] = k_2 \cdot a \cdot x_2(n) + k_2 b$

$k_1 T[x_1(n)] + k_2 T[x_2(n)] \neq T[k_1 x_1(n) + k_2 x_2(n)]$

$y(n-n_0) = a x(n-n_0) + b = T[x(n-n_0)]$

(7) $T[x(n)] = x(-n)$

稳定性. 非因果. 记忆性. 线性. 时变

$a x_1(-n) + b x_2(-n)$

$T[a x_1(n) + b x_2(n)] = \cancel{a x_1(-n) + b x_2(-n)}$

$= a x_1(-n) + b x_2(-n)$

扫描全能王 创建

$T[x(n-n_0)] = x(-n_0+n)$

$y(n-n_0) = x(-n+n_0) \neq T[x(n-n_0)]$

(8) $T[x(n)] = x(n) + 3u(n+1)$

不稳定，

$T[ax_1(n)+bx_2(n)] = ax_1(n) + bx_2(n) + 3u(n+1)$

$aT[x_1(n)] + bT[x_2(n)] = a[x_1(n)+3u(n+1)] + b[x_2(n) + 3u(n+1)]$

$= ax_1(n) + bx_2(n) + 3a\cdot u(n+1) + 3b\cdot u(n+1)$

非线性，无记忆，因果，

$T[x(n-n_0)] = x(n-n_0) + \cancel{3u(n-n_0+1)}$ $3u(n+1)$

$y(n-n_0) = x(n-n_0) + 3u(n-n_0+1) \neq T[x(n-n_0)]$

时变

6.

2.3.(1)

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{j\omega_0 n} e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j(\omega-\omega_0)n}$$

$$= X(e^{j(\omega-\omega_0)})$$

(2) $$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n-m) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n-m) e^{-j\omega(n-m)} \cdot e^{-j\omega m}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n} \cdot e^{-j\omega m} = e^{-j\omega m} X(e^{j\omega})$$

(3) $$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [x(n) e^{j\omega n}]^*$$

$$= X^*(e^{-j\omega})$$

(4) $$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(-n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(n) e^{j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [x(n) e^{-j\omega n}]^*$$

$$= X^*(e^{j\omega})$$

(5) $$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} Re[x(n)] e^{-j\omega n} = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (x(n) + x^*(n)) e^{-j\omega n}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(n) \cdot e^{-j\omega n}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(X(e^{j\omega}) + X^*(e^{-j\omega})) = X_e(e^{j\omega})$$

扫描全能王 创建

(6) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} j\,Im\{x(n)\}e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}[X(e^{j\omega})-X^*(e^{-j\omega})]$

$= X_o(e^{j\omega})$

(7) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}(x(n)+x^*(-n))e^{-j\omega n}$

$= \frac{1}{2}\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(-n)e^{-j\omega n}\right)$

$= \frac{1}{2}(X(e^{j\omega}) + X^*(e^{-j\omega}))$

$= Re[X(e^{j\omega})]$

(8) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}(x(n)-x^*(-n))e^{-j\omega n}$

$= \frac{1}{2}\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^*(-n)\cdot e^{-j\omega n}\right)$

$= \frac{1}{2}(X(e^{j\omega}) - X^*(e^{j\omega})) = j\,Im[X(e^{j\omega})]$

~~(6)~~

(9) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x\left(\frac{n}{2}\right) e^{-j\omega n}$

$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-2j\omega n} = X(e^{j2\omega})$

(10) $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} g(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(2n) e^{-j\omega n}$

$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2}\left[x(n) + (-1)^n x(n)\right] e^{-j\omega n}$

$= \frac{1}{2}\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-j\omega n} + (-1)^n x(n) e^{-j\omega n}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(X(e^{j\omega}) - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (e^{j\pi n}) x(n) \cdot e^{-j\omega n}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(X(e^{j\omega}) - X(e^{j(\omega-\pi)})\right)$

$= \frac{X(e^{j\omega}) + X(-e^{j\omega})}{2}$

2.23. (1) $y(n)-\frac{1}{2}y(n-1)=x(n)+2x(n-1)+x(n-2)$

$$\Rightarrow Y(e^{jw})-\frac{1}{2}Y(e^{jw})\cdot e^{-jw}=X(e^{jw})+2X(e^{jw})e^{-jw}+X(e^{jw})e^{-2jw}$$

$$Y(e^{jw})(1-\frac{1}{2}e^{-jw})=X(e^{jw})(1+2e^{-jw}+e^{-2jw})$$

$$H(e^{jw})=\frac{Y(e^{jw})}{X(e^{jw})}=\frac{1+2e^{-jw}+e^{-2jw}}{1-\frac{1}{2}e^{-jw}}$$

(2) $$H(e^{jw})=\frac{1-\frac{1}{2}e^{-jw}+e^{-j\cdot 3w}}{1+\frac{1}{2}e^{-jw}+\frac{3}{4}e^{-j2w}}$$

$$\frac{Y(e^{jw})}{X(e^{jw})}=\frac{1-\frac{1}{2}e^{-jw}+e^{-j\cdot 3w}}{1+\frac{1}{2}e^{-jw}+\frac{3}{4}e^{-j2w}}$$

$$\Rightarrow (1+\frac{1}{2}e^{-jw}+\frac{3}{4}e^{-j2w})Y(e^{jw})=(1-\frac{1}{2}e^{-jw}+e^{-j\cdot 3w})X(e^{jw})$$

$$\Rightarrow y(n)+\frac{1}{2}y(n-1)+\frac{3}{4}y(n-2)=x(n)-\frac{1}{2}x(n-1)+x(n-3)$$

扫描全能王 创建

2.20 (1) $2^n u(n)$ 因果，不稳定

当 $n<0$ 时，$2^n u(n)=0$

$$\lim \sum_{n=0}^{+\infty} 2^n u[n] = \lim \frac{1\times(1-2^n)}{1-2} \overset{\lim}{=} 2^n-1 \to \infty$$

(2) $(\frac{1}{2})^n u(-n)$ 非因果，不稳定

$n<0$ 时 $(\frac{1}{2})^n u(-n) \neq 0$.

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\frac{1}{2})^n u(-n) = \sum_{n=-\infty}^{0} (\frac{1}{2})^n = \sum_{n=0}^{\infty} 2^n = \frac{2^0(1-2^n)}{1-2}$$

$$= 2^n-1 \to \infty$$

(3) $(\frac{1}{2})^n u(n)$ 因果，稳定

$n<0$ 时 $(\frac{1}{2})^n u(n)=0$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\frac{1}{2})^n u(n) = \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^n = \frac{1\times(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = 2\times(1-(\frac{1}{2})^n) \to 2$$

(4) $\frac{1}{n} u(n)$ 因果，不稳定

$n<0$. $\frac{1}{n}u(n)=0$.

$n=0$ 时，不稳定

(5) $a^{-n} u(n)$，因果 ① $|a|>1$ 时，稳定

② $0<|a|\le 1$ 时，不稳定

$n<0$ 时，$a^{-n}u(n)=0$.

$|a|>1$ 时，$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{-n} u(n) = \sum_{n=0}^{\infty} a^{-n} = \frac{1\times(1-\frac{1}{a^n})}{1-\frac{1}{a}}$

$$\to \frac{a}{a-1}$$

扫描全能王 创建

② $|a|<1$. $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{-n}u(n)=\sum_{n=0}^{+\infty} a^{-n}=(1-\frac{1}{a^{n}})\times\frac{a}{a-1}$

$\to+\infty$

(6) $a^{n}u(-n)$ 非因果. ① $|a|>1$, 稳定

② $0<|a|\leq 1$, 不稳定

$n<0$时, $a^{n}(-n)\neq 0$.

① $|a|>1$时 $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{n}u(-n)=\sum_{n=-\infty}^{0} a^{n}=\sum_{n=0}^{\infty} a^{-n}$

$=\frac{1-(a^{-n})}{1-\frac{1}{a}}\to\frac{a}{a-1}$

② $0<|a|<1$时, $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{n}u(-n)=\sum_{n=0}^{\infty} a^{-n}=\frac{1-a^{-n}}{1-\frac{1}{a}}\to\infty$

(7) $a^{n}u(n)$ 因果 ① $|a|\geq 1$ 不稳定

② $0<|a|<1$, 稳定

$n<0$时, $a^{n}u(n)=0$

① $|a|\geq 1$, $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{n}u(n)=\sum_{n=0}^{\infty} a^{n}=\frac{1-a^{n}}{1-a}$

$\to\infty$ ~~∞~~

② $|a|<1$, $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{n}u(n)=\sum_{n=0}^{\infty} a^{n}=\frac{1-a^{n}}{1-a}\to\frac{1}{1-a}$

(8) $a^{-n}u(-n)$ 非因果, ① ~~$|a|\geq 1$~~ $|a|\geq 1$, 不稳定

② $0<|a|<1$, 稳定

$n<0$时, $a^{-n}u(-n)\neq 0$.

① $|a|\geq 1$时, $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{-n}u(-n)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{n}u(n)$

扫描全能王 创建

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1\times(1-a^n)}{1-a} \rightarrow \infty$$

② $0<|a|<1$ 时，$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^{-n} u(-n) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a^n u(n)$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} a^n = \frac{1\times(1-a^n)}{1-a} \rightarrow \frac{1}{1-a}$$

(9) $u(n-n_0)$，不稳定，① $n_0<0$，非因果

② $n_0 \geq 0$，因果

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} u(n-n_0) = \sum_{n=n_0}^{\infty} u(n-n_0) = \sum_{n=0}^{\infty} u(n) \rightarrow \infty$$

① $n_0<0$ 时，当 $m<0$ 时，$\exists u(m) \neq 0$.

② $n_0 \geq 0$ 时，~~当~~ $m<0$ 时，$u(m)=0$.

(10) $\frac{1}{n!}u(n)$ ~~非~~因果，稳定.

当 $n<0$ 时，$\frac{1}{n!}u(n)=0$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{n!}u(n) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} < \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1\times2} + \cdots + \frac{1}{(n-1)\times n}$$

$$= \lim_{n\to\infty} 1 + \frac{1}{1} + 1 - \frac{1}{n} < 3$$

扫描全能王 创建