

### 3-5章练习

—(20%)、请判断下述命题的正确性

设 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是非空集合

$$1. 2^{A \cup B} \subseteq 2^A \cup 2^B$$

$$2. A' \setminus B = A \setminus B'$$

设 $R_1$ 和 $R_2$ 是非空集合 $A$ 上二元关系

3. 如果 $R_1$ 和 $R_2$ 是对称的, 那么 $R_1 \circ R_2$ 一定是反对称的。

4. 如果 $R_1$ 和 $R_2$ 是反自反的, 那么 $R_1 \circ R_2$ 不一定是自反的。

5.  $A$ 、 $B$ 是非空集合,  $R_1, R_2 \subseteq A \times B$ ,  
则  $\wp(R_1 \cap R_2) = \wp(R_1) \cap \wp(R_2)$

6. 每个元素都有直接后继的半序集是良序集。

7. 半序集中任意两个元素都是可比较的。

设  $f$  是从  $X$  到  $Y$  的函数,  $g$  是从  $Y$  到  $Z$  的函数

8. 如果  $f$  是单射的,  $g$  是满射的, 那么  $g \circ f$  一定是满射的。

9. 如果  $f$  和  $g \circ f$  都是单射的, 那么  $g$  一定是单射的。

10. 设  $A$  是可数集,  $B$  是  $A$  的子集, 则  $A \setminus B$  与  $A$  等势。

二<sup>(20%)</sup> 设 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 是集合，判断下面命题是否成立，请给出理由。

1)  $A \setminus B = A \setminus C \Rightarrow B = C$

2)  $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$

三<sup>(20%)</sup> 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，定义 $A \times A$ 上的二元关系 $R$ ：

$$R = \{((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \mid x_1, x_2, y_1, y_2 \in A \wedge x_1 + y_1 = x_2 + y_2\}$$

(1) <sup>(12%)</sup> 证明 $R$ 是 $A \times A$ 上的等价关系。

(2) <sup>(8%)</sup> 求 $[(2, 3)]_R$ 。

四(20%) 设 $A=\{1, 2, 4\}$ ,  $B=\{2, 3, 5, 6, 10\}$ ,  $R_1$ 是 $A$ 上的整除关系,  $R_2$ 是 $B$ 上的整除关系, 定义 $A \times B$ 上的关系 $R_3$ 如下:

$$((a_1, b_1), (a_2, b_2)) \in R_3 \Leftrightarrow (a_1, a_2) \in R_1 \wedge (b_1, b_2) \in R_2$$

- 1) 可以证明 $R_3$ 是 $A \times B$ 上的半序关系, 请证明其反对称性。
- 2) 画出 $R_3$ 的Hasse图。
- 3) 设 $C=\{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$ , 判断 $C$ 的上确界、下确界、最大元、最小元、极大元、极小元是否存在, 如果存在请具体指出。
- 4)  $R_3$ 是否为良序集? 请给出理由。

五<sup>(20%)</sup> 设 $f$ 是函数,  $g$ 是单射函数,  $f \subseteq g$ 并且  
 $R(g) \subseteq R(f)$ 。

1) 函数 $f$ 与 $g$ 相等吗? 请说明理由。

2) 函数 $f$ 是 单射的吗? 请说明理由。