

西安交通大学 2010-2011 年数字信号处理期末试卷

学号: _____; 姓名: _____; 成绩: _____

一、填空计算题 (共 21 分, 每小题 3 分)

1. 已知因果广义线性相位 FIR 滤波器的一个零点为 $2-2j$, 则必定存在的零点 _____、
 _____、_____ ; $2+j2$, $\frac{1}{4}+j\frac{1}{4}$, $\frac{1}{4}-j\frac{1}{4}$

2. IIR 滤波器设计的冲击响应不变法和双线性变换法中, 模拟角频率和数字角频率之间的
 关系分别为 _____、_____ ; $\Omega = \omega/T$ 、 $\Omega = \frac{2}{T} \tan \frac{\omega}{2}$

3. 若有系统 $H_1(z) = \frac{0.5 - z^{-1}}{1 - 0.2z^{-1}}$, 则与之具有相同幅度响应的最小相位系统 $H_{\min}(z)$ 的零点
 是 _____, 极点是 _____ ; $z=0.5$, 极点在 $p=0.2$

4. 某 LTI 系统的单位脉冲响应为 $\begin{matrix} & & 1 & 2 & 1 & 1 \\ & & \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ & & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \end{matrix}$, 该系统 _____ (是否) 线性相位系统, 群
 延迟为 _____ ; 是, 1.5

5. 带宽限制在 5KHz, 即对于 $|\Omega| \geq 2\pi(5000)$, $X_c(j\Omega) = 0$ 的连续时间信号 $x_c(t)$, 以
 最小 _____ Hz 的采样率对 $x_c(t)$ 采样得到的 $x[n] = x_c(nT)$ 不会混叠。对该采样率下所得采
 样信号 $x[n]$ 做 FFT, 当采用 _____ 点数的 FFT 时, 可保证谱线间隔对应模拟频率小于 5Hz;
 10KHz, ≥ 2000

6. 对于长度为 10 的序列 $x[n]$, 其 10 点 DFT 记为 $X_{10}[k]$, 100 点的 DFT 记为 $X_{100}[k]$ 。已
 知 $X_{10}[1] = 5 + 3j$ 、 $X_{10}[8] = 7$, 必定有 $X_{100}[\text{_____}] = 5 + 3j$ 、 $X_{100}[\text{_____}] = 7$; 10 80

7. 无限长信号 $x[n]$ 乘以长度为 L 的矩形窗函数 $w[n]$, 可得到有限长序列 $v[n] = x[n]w[n]$ 。
 计算 $v[n]$ 的 N 点 FFT 得到 $V[k]$ 。_____ 方法可提高 $V[k]$ 的分辨率; _____ 方法可
 减少频谱泄露。增大窗长度, 选择旁瓣低的窗函数可减小频谱泄露

二、(12 分) 某因果的 LTI 系统的系统函数为 $H(z) = \frac{2}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{-1}{1 + \frac{1}{4}z^{-1}}$

a) $H(z)$ 的收敛域是什么? b) 系统是稳定的吗? 说明理由;



网学天地 官网
 更多视频和资料

c) 输入 $x[n]$ 产生的输出为 $y[n] = -\frac{1}{3}(-\frac{1}{4})^n u[n] - \frac{4}{3}(2)^n u[-n-1]$ ，求 $x[n]$ 的 z 变换 $X(z)$ ；

(b) 该系统是否存在因果稳定的逆系统？

解：(a) 系统因果的，系统极点 $z = \frac{1}{2}$ ， $z = -\frac{1}{4}$ 均对应右边序列，收敛域在半径最大极点的外面，

面， $|z| > \frac{1}{2}$

----- 3 分

(b) 收敛域包括单位圆，稳定

----- 3 分

$$(c) Y(z) = -\frac{1}{3} \frac{1}{1 - (-\frac{1}{4})z^{-1}} + \frac{4}{3} \frac{1}{1 - 2z^{-1}} = \frac{1}{3} \frac{-1 + 2z^{-1} + 4 + z^{-1}}{(1 + \frac{1}{4}z^{-1})(1 - 2z^{-1})} = \frac{1 + z^{-1}}{(1 + \frac{1}{4}z^{-1})(1 - 2z^{-1})}$$

$y[n]$ ：一个左边序列，一个右边序列，收敛域 $2 > |z| > \frac{1}{4}$

$$X(z) = \frac{Y(z)}{H(z)} = \frac{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})}{2(1 - 2z^{-1})}$$

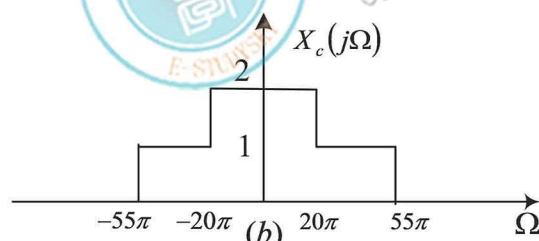
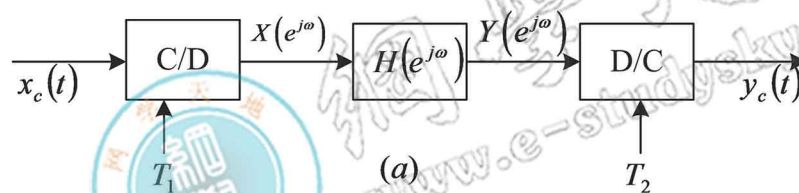
，收敛域以极点 2 为界，且要与 $Y(z)$ 和 $H(z)$ 要有交集， $2 > |z|$

----- 3 分

(d) 若存在逆系统 $H_i(z) = \frac{(1 - \frac{1}{2}z^{-1})(1 + \frac{1}{4}z^{-1})}{1 + z^{-1}}$ ，极点 $z = -1$ ，其收敛域不包括单位圆，不存在因果稳定的逆系统。

----- 3 分

三、(12 分) 在图 1 (a) 示系统中，输入连续信号的频谱 $X_c(j\Omega)$ 和离散时间系统 $H(e^{j\omega})$ 分别如 (b) (c) 所示，当 $T_1 = T_2 = 0.02$ s 时，试画出 $X(e^{j\omega})$ 、 $Y(e^{j\omega})$ 及输出 $Y_c(j\Omega)$ 的图形。



网学天地 官网
 更多视频和资料

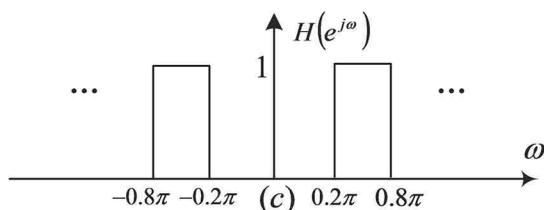
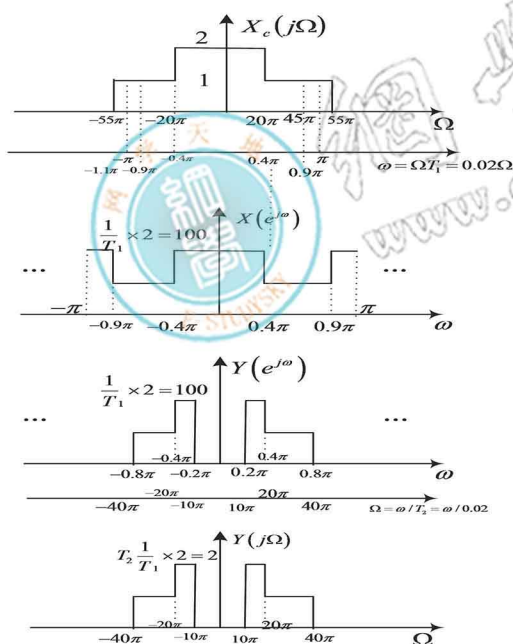


图 1

解：

除第一图外，每图 4 分，----- 3*4=12 分



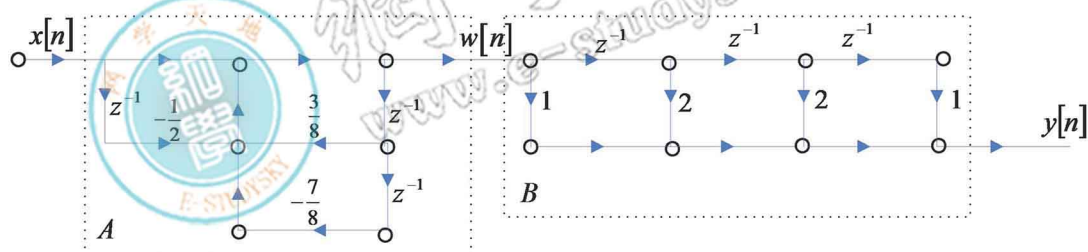
注意：幅度也要标对



网学天地 官网
更多视频和资料

四、(10 分) 考虑如下图所示由子系统 A 和子系统 B 组成的系统，

- 求子系统 A 的差分方程；
- 画出子系统 B 的线性相位直接型结构；
- 若想具有最少延迟单元个数，信号流图可作何种修改？
- 子系统 B 是第几类线性相位系统？是否适合做低通和高通滤波器？



解：(a)
$$\frac{W(z)}{X(z)} = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{3}{8}z^{-1} + \frac{7}{8}z^{-2}}, \quad w[n] = \frac{3}{8}w[n-1] - \frac{7}{8}w[n-2] + x[n] - \frac{1}{2}x[n-1] \quad \text{---2}$$

分

(c) $H(z) = \frac{W(z)}{X(z)} \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - \frac{3}{8}z^{-1} + \frac{7}{8}z^{-2}} (1 + 2z^{-1} + 2z^{-2} + z^{-3})$ ----- 2 分

(e) 子系统 B 的 $h(n) = \{1, 2, 2, 1\}$ 偶对称, 总长度是偶数且对称中心不在采样点上, 第 2 类线性相位系统, $z = -1$ 是子系统 B 的零点, 包含 $1 + z^{-1}$ 这一项, 不能做高通和带阻滤波器, 可做低通滤波器。

$$x_1[n] = \begin{cases} n+1 & 0 \leq n \leq 5 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad x_2[n] = \begin{cases} n^2 & 0 \leq n \leq 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$


解: (a) $\{0, 1, 6, 20, 50, 80, 110, 133, 134, 96, 0\}$ ----- 4 分

(c) $\{0, 1, 6, 20, 50, 80, 110, 133, 134, 96, 0\}$ ----- 4 分

(d) $N > L + P - 1$ ----- 3 分

六、(10 分) 采用窗函数法设计一个广义线性相位的数字低通滤波器, 要求性能指标为: $\omega_p = 0.5\pi$, $\omega_s = 0.7\pi$, 通带纹波 $\delta_1 = 0.04$, 阻带纹波 $\delta_2 = 0.05$ 。

g) 写出该离散时间系统的单位脉冲响应 $h[n]$; b) 该滤波器的延迟是多少?

(参考表)

名称	最大旁瓣幅度	主瓣近似宽度	最大逼近误差	等效 Kaiser 窗	等效 Kaiser 过渡带宽
矩形	-13	$4\pi/(M+1)$	21dB	0	$1.8\pi/M$
巴特利特	-25	$8\pi/M$	25dB	1.33	$2.37\pi/M$
汉宁	-31	$8\pi/M$	44dB	3.86	$5.01\pi/M$
哈明	-41	$8\pi/M$	51dB	4.86	$6.27\pi/M$

布莱克曼	-57	$12\pi/M$	74dB	7.04	$9.19\pi/M$
------	-----	-----------	------	------	-------------

解：据 $\delta_1 = 0.04$ ， $\delta_2 = 0.05$ ，选取较小值，则有 $\delta = \delta_2 = 0.05$

因此 $A = -20\log_{10} \delta = 26$

比较最大逼近误差， $25 < 26.02 < 44$

因此选取汉宁滤波器

据 $\omega_p = 0.5\pi$ ， $\omega_s = 0.7\pi$

可得到 $\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2} = \frac{0.5\pi + 0.7\pi}{2} = 0.6\pi$

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.2\pi$$

$$\Delta\omega > \frac{5.01\pi}{M}$$

$$M > 25.05$$

取 $M=26$

$$h(n) = \frac{\sin[\omega_c(n-M/2)]}{\pi(n-M/2)} \omega[n] = \frac{\sin[0.7\pi \times (n-13)]}{\pi(n-13)} \omega[n]$$

(b)、该滤波器延迟是 13

七、(10 分) 两个 8 点长序列 $x_1[n]$ 、 $x_2[n]$ 如下所示：

$$x_1[n] = 1\delta[0] + 2\delta[1] + 3\delta[2] + 4\delta[3] + 3\delta[4] + 2\delta[5] + 1\delta[6]$$

$$x_2[n] = 3\delta[0] + 2\delta[1] + \delta[2] + 1\delta[4] + 2\delta[5] + 3\delta[6] + 4\delta[7]$$

$x_1[n]$ 、 $x_2[n]$ 的 8 点 DFT 分别记为 $X_1[k]$ 、 $X_2[k]$ ，若已知 $X_1[k]$ ，试用 $X_1[k]$ 表示 $X_2[k]$ 。

解： $x_1[n]$ 循环右移 4 位得到 $x_2[n]$ ，所以 $\therefore x_2[n] = x_1[((n-4))_8]$ ， $0 \leq n \leq 7$



网学天地 官网
更多视频和资料

$$\therefore X_2[k] = W_8^{4k} X_1[k] = e^{-j\frac{2\pi}{8} \times 4} X_1[k] = -X_1[k]$$

八、(10 分) 一个长度为 100 的有限长序列 $x[n]$ ，即 $n < 0$ 和 $n \geq 100$ 时 $x[n] = 0$ ， $X(e^{j\omega})$ 表示其 DTFT。现有长度为 64 和 128 点的 FFT 程序可供使用，请说明如何利用所提供的 FFT 程序，计算得到：

a) $X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega_k = \frac{2\pi k}{64}, k=0,1,\dots,63}$

b) $X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega_k = \frac{2\pi k}{128}, k=0,1,\dots,127}$

解： $\because X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\omega n}$

又 $\because x[n]$ 是有限长序列， $x[n] = 0$ 当 $n < 0, n > 100$ 时

$$\therefore X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-j\omega n}$$

$$\text{则 } X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega = \frac{2\pi k}{64}} = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}} + \sum_{n=64}^{99} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}} + \sum_{n=0}^{35} x[m+64]e^{-j\frac{2\pi k(m+64)}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} [x[n] + x[m+64]]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

上式为 64 点 DFT 的定义

故首先将 $x[n]$ 分为两段 $x_1[n]$ 、 $x_2[n]$

$$x_1[n] = x[n], n \in [0, 63]$$

其中 $x_2[n] = x[n+64], n \in [0, 35]$

由 $x_1[n]$ 、 $x_2[n]$ 构造新的序列 $x_3[n]$ ， $x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$

将 $x_3[n]$ 送进 64 点的 FFT，即可得到



$$b). \because X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jwn} = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-jwn}$$

$$\therefore X(e^{jw}) \Big|_{w=\frac{2\pi k}{128}} = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{128}} = \sum_{n=0}^{127} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{128}}$$

上式为 128 点 DFT 的定义

在 $x[n]$ 的后面补 128 个零，将其送进 128 点的 FFT 的程序即可。



网学天地 官网
更多视频和资料

