线性代数小测验-I

考试课程　　线性代数　　　　　　2012 年 10 月 29 日

姓名____________　　　　学号____________

一、 (20分) 设
$$A=\begin{pmatrix}1&a&0&d&0&g\\0&b&1&e&0&h\\0&c&0&f&1&i\\0&0&0&0&0&0\end{pmatrix},\quad v=\begin{pmatrix}p\\q\\r\\s\end{pmatrix}$$

(a) 如果$s=1$,求$Ax=v$的全部解的集合;

(b) 如果$s=0$,求$Ax=v$的全部解的集合.

二、 (15分) 设$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&3&3\\1&3&7\end{pmatrix}$, 求$A$的$LDL^T$分解.

三、 (10分) 设$A=\begin{pmatrix}a_{11}&a_{12}&a_{13}\\a_{21}&a_{22}&a_{23}\\a_{31}&a_{32}&a_{33}\end{pmatrix}$, $P_1=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $P_2=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, 求$P_1AP_2$和$AP_2P_1$.

四、 (15分) 线性方程组$\begin{cases}ax_1+x_2+x_3&=&1\\2x_1-4x_2+bx_3&=&-1\\-x_1+2x_2+bx_3&=&0\end{cases}$ 有唯一解，则a,b满足什么条件？

五、 (15分) 设$A=I_n-\alpha\alpha^T$，其中$\alpha=(x_1,\cdots,x_n)^T$，且$\alpha^T\alpha=1$，求$A$的秩(rank).

六、 (15分) 设$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&2&2\\3&2&4\end{pmatrix}$.

(a) 展示A的列空间是$\mathbb{R}^3$的一个平面，求平面方程;

(b) 求A^T的列空间.

七、 (10分) 设A是m阶可逆矩阵，B是n阶可逆矩阵，C是$m\times n$阶矩阵，则$W=\begin{pmatrix}A&C\\0&B\end{pmatrix}$可逆，求它的逆.