

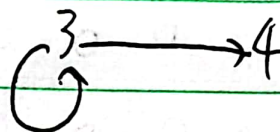
9.	自反	反自反	对称	反对称	传递
相等关系	Y	N	Y	Y	Y
\leq 关系	Y	N	Y	Y	Y
$<$ 关系	N	Y	N	N	Y
全序关系	Y	N	Y	N	Y
空关系	Y	Y	Y	Y	Y

10. $R_1: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$



传递关系

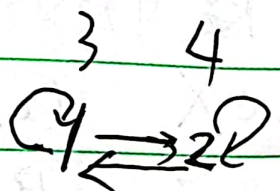
$R_2: \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$



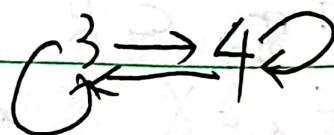
对称关系



$R_3: \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

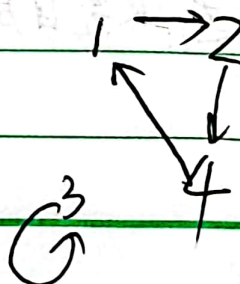


自反关系



对称关系

$R_4: \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$



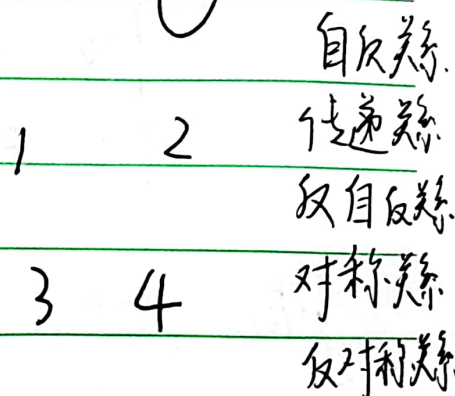
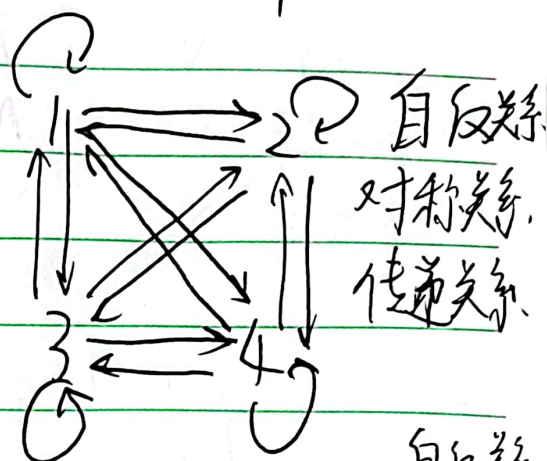
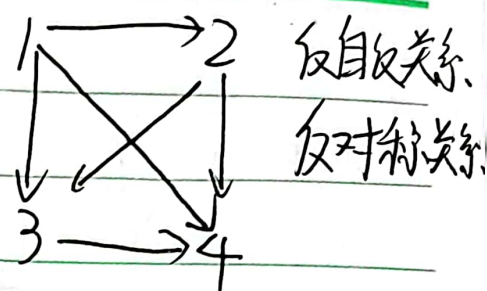
反对称



$$R_5 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_6 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_7 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



设 R 是 A 上的二元关系, 证明:

11.(1) R 是自反的当且仅当 $I_A \subseteq R$

$\Rightarrow \forall x \in X, (x, x) \in R$

根据 I_A 的定义, 即 $I_A \subseteq R$

\Leftarrow 由 $I_A \subseteq R$

得 $\forall x \in X, (x, x) \in R$

综上所述, R 是自反的当且仅当 $I_A \subseteq R$



(3) R 是对称的当且仅当 $R = \tilde{R}$.

\Rightarrow 由 R 是对称的

$\forall x, y \in X$, 若当 $(x, y) \in R$ 时, 有 $(y, x) \in R$

由 $(x, y) \in R$

得 $(y, x) \in \tilde{R}$

又由 $(y, x) \in R$

得 $R = \tilde{R}$

\Leftarrow 由 $R = \tilde{R}$

得 $\forall x, y \in X$, $(x, y) \in R$

$\Rightarrow (y, x) \in \tilde{R}$

$\Rightarrow (y, x) \in R$

$\Rightarrow \forall x, y \in X$, 若 $(x, y) \in R$ 时, 有 $(y, x) \in R$

综上, R 是对称的, 当且仅当 $R = \tilde{R}$

