复变函数

姓名 ________ 班级 ________ 学号 ________

一. 填空（每题 4 分，共 20 分）.

~~1. $(1+i)^i =$~~ ________.

2. $\oint_C |z|\bar{z}dz =$ ________, 其中 C 为上半单位圆与线段 $-1 \le x \le 1$, $y=0$ 组成的正向闭曲线。

3. 设 C 为正向圆周 $|z|=3$, 则 $\oint_C [\sin z + \frac{e^z}{(z-\pi i)^5}]dz =$ ________.

~~4. 设 $f(z) = e^x[x\cos y - y\sin y + i(x\sin y + y\cos y)]$, 则 $f'(z) =$~~ ________.

5. $\mathrm{Res}[\sin z - \cos^2 z, \infty] =$ ________.

二. 选择（每题 4 分，共 20 分）.

~~1. 设 $f(z) = |z|^2$, 则~~

$A.\ f(z)$在复平面上无穷可导　$B.\ f(z)$在复平面上处处可导

$C.\ f(z)$仅在$z=0$处可导　$D.\ f(z)$仅在$z=0$处解析

2. 设 $f(z) = \frac{e^z}{\cos z}$ 的泰勒展开式为 $\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$, 则 $\sum_{n=0}^{\infty} C_n z^n$ 的收敛半径 R 为

$A.\ \pi$　$B.\ \pi/2$　$C.\ 1$　$D.\ 3\pi$

3. 映射 $\omega = \frac{3z-i}{z+i}$ 在 $z_0 = 2i$ 处的旋转角为

$A.\ 0$　$B.\ \pi/2$　$C.\ \pi$　$D.\ -\pi/2$

4. 设 $z=0$ 为 $f(z) = \frac{1}{z^3 - \sin^3 z}$ 的 m 级极点，则 $m =$________

$A.\ 1$　$B.\ 3$　$C.\ 9$　$D.\ 5$

5. $\mathrm{Res}[(1-e^{2z})/z^4,\ 0]$ 为

$A.\ 0$　$B.\ -4/3$　$C.\ 4/3$　$D.\ 1$

~~**三.（10 分）已知 $f(z) = \mu(x,y) + i\nu(x,y)$ 解析，且 $\mu - \nu = x^2 - y^2$, 求 $f(z)$。**~~

四.（10 分）将 $f(z) = \frac{1}{z^2(z-i)}$ 在 $|z-i| > 1$ 内展成罗朗级数。

五.（10 分）求函数 $f(z) = \frac{\sin z - z}{z^3}$ 在扩充复平面上所有奇点，并确定其类型。(对于极点，指出其级)

六.（10 分）计算积分 $\oint_C \frac{z}{(1+z^2)e^{1/z}}dz$, 其中 $C:\ |z|=2$, 正向。

七.（10 分）计算定积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+x^4}dx$。

八.（10 分）求将 $|z|>1$ 割去虚轴上的由 i 到 ∞ 后剩余区域映成单位圆内部的一个映射。