一 计算题 (共299分)

1. (本题 8分)(3231)

解：(1) 自然光通过第一偏振片后，其强度 $I_1 = I_0 / 2$ 1 分

通过第 2 偏振片后，$I_2 = I_1\cos^2 45° = I_1 / 4$ 2 分

通过第 3 偏振片后，$I_3 = I_2\cos^2 45° = I_0 / 8$ 1 分

通过每一偏振片后的光皆为线偏振光，其光振动方向与刚通过的偏振片的偏振化方向平行. 2 分

(2) 若抽去第 2 片，因为第 3 片与第 1 片的偏振化方向相互垂直，所以此时

$I_3 = 0$. 1 分

I_1 仍不变. 1 分

2. (本题 5分)(3645)

解：令 I_1 和 I_2 分别为两入射光束的光强．透过起偏器后，光的强度分别为 $I_1 / 2$ 和 $I_2 / 2$ 马吕斯定律，透过检偏器的光强分别为 1 分

$$I_1' = \frac{1}{2} I_1 \cos^2 \alpha_1, \qquad I_2' = \frac{1}{2} I_2 \cos^2 \alpha_2$$ 2 分

按题意，$I_1' = I_2'$，于是 $\frac{1}{2} I_1 \cos^2 \alpha_1 = \frac{1}{2} I_2 \cos^2 \alpha_2$ 1 分

得 $I_1 / I_2 = \cos^2 \alpha_1 / \cos^2 \alpha_2 = 2/3$ 1 分

3. (本题 8分)(3764)

解：设第二个偏振片与第一个偏振片的偏振化方向间的夹角为 θ. 透过第一个偏振片后的光强 $I_1 = I_0 / 2$. 1 分

透过第二个偏振片后的光强为 I_2，由马吕斯定律，

$$I_2 = (I_0 /2)\cos^2\theta$$ 2 分

透过第三个偏振片的光强为 I_3，

$$I_3 = I_2 \cos^2(90° - \theta) = (I_0 / 2) \cos^2\theta \sin^2\theta = (I_0 / 8)\sin^2 2\theta$$ 3 分

由题意知 $I_3 = I_2 / 16$

所以 $\sin^2 2\theta = 1 / 2$，

$$\theta = \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\sqrt{2}/2\right) = 22.5°$$ 2 分

4. (本题 8分)(3766)

解：(1) 透过第一个偏振片的光强 I_1

$$I_1 = I_0 \cos^2 30°$$ 2 分

$$= 3 I_0 / 4$$ 1 分

透过第二个偏振片后的光强 I_2，$I_2 = I_1\cos^2 60°$

$$= 3I_0 / 16$$ 2 分

(2) 原入射光束换为自然光，则

$$I_1 = I_0 / 2$$ 1 分

$$I_2 = I_1\cos^2 60° = I_0 / 8$$ 2 分

5. (本题10分)(3767)

解：(1) 透过 P_1 的光强 $I_1 = I_0/2$ 1 分

设 P_2 与 P_1 的偏振化方向之间的夹角为θ，则透过 P_2 后的光强为

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta = (I_0 \cos^2\theta)/2$$ 2 分

透过 P_3 后的光强为

$$I_3 = I_2 \cos^2\left(\frac{1}{2}\pi - \theta\right) = \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta \sin^2\theta\right) = \left(I_0 \sin^2 2\theta\right)/8$$ 3 分

由题意可知 $I_3 = I_0/8$，则$\theta = 45°$. 1 分

(2) 转动 P_2，若使 $I_3 = I_0/16$,则 P_1 与 P_2 偏振化方向的夹角$\theta = 22.5°$ 2 分

P_2 转过的角度为$(45° - 22.5°) = 22.5°$. 1 分

6. (本题 5分)(3768)

解：透过第一个偏振片后的光强为

$$I_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}I_0\right) + \left(\frac{1}{2}I_0\right)\cos^2 30°$$ 2 分

$$= 5I_0/8$$ 1 分

透过第二个偏振片后的光强 $I_2 = (5I_0/8)\cos^2 60°$ 1 分

$$= 5I_0/32$$ 1 分

7. (本题10分)(3770)

解：设入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向之间的夹角为θ_1，已知透过 P_1 后的光强 $I_1 = 0.716I_0$，则

$$I_1 = 0.716\, I_0$$

$$= 0.5(I_0/2) + 0.5(I_0 \cos^2\theta_1)$$ 3 分

$\cos^2\theta_1 = 0.932$ $\theta_1 = 15.1°$ ($\approx 15°$) 1 分

设θ_2 为入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_2 的偏振化方向之间的夹角．已知入射光单独穿过 P_2 后的光强 $I_2 = 0.375I_0$，

则由 $$0.375I_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}I_0\right) + \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta_2\right)$$

得 $\theta_2 = 60°$ 2 分

以α 表示 P_1、P_2 的偏振化方间的夹角，α有两个可能值

$$\alpha = \theta_2 + \theta_1 = 75°$$ 2 分

或 $$\alpha = \theta_2 - \theta_1 = 45°$$ 2 分

8. (本题 5分)(3771)

解：以 P_1、P_2、P_3 分别表示三个偏振片，I_1 为透过第一个偏振片 P_1 的光强，且

$$I_1 = I_0 / 2. \qquad 1 分$$

设 P_2 与 P_1 的偏振化方向之间的夹角为θ，连续穿过 P_1、P_2 后的光强为 I_2，

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta = \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta\right) \qquad 1 分$$

设连续穿过三个偏振片后的光强为 I_3，

$$I_3 = I_2 \cos^2\left(90^\circ - \theta\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta \sin^2\theta\right) \qquad 1 分$$

$$= \left(I_0 \sin^2 2\theta\right)/8 \qquad 1 分$$

显然，当 2θ＝90° 时,即θ＝45° 时，I_3 最大. 1 分

9. (本题 8分)(3772)

解：设二偏振片以 P_1、P_2 表示，以θ表示入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向之间的夹角，则透过 P_1 后的光强度 I_1 为

$$I_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}I_0\right) + \frac{1}{2}I_0 \cos^2\theta \qquad 2 分$$

连续透过 P_1、P_2 后的光强 I_2

$$I_1 = I_1 \cos^2 45^\circ = \left[I_0/4 + \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta\right)\right]\cos^2 45^\circ \qquad 2 分$$

要使 I_2 最大，应取 $\cos^2\theta$＝1，即θ＝0，入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向平行. 2 分

此情况下， I_1＝3 I_1 / 4 1 分

$$I_2 = \left(3I_0/4\right)\cos^2 45^\circ = 3I_0/8 \qquad 1 分$$

10. (本题 8分)(3773)

解：设入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向之间的夹角为θ，透过 P_1 后的光强 I_1 为

$$I_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}I_0\right) + \frac{1}{2}\left(I_0 \cos^2\theta\right) \qquad 2 分$$

透过 P_2 后的光强 I_2 为 I_2＝$I_1\cos^2 30^\circ$ $= \left[\left(\frac{1}{2} + \cos^2\theta\right)I_0/2\right]\left(\sqrt{3}/2\right)^2$ 3 分

I_2 / I_1＝9 / 16

$\cos^2\theta$＝1 2 分

所以 θ＝0°

即入射光中线偏振光的光矢量振动方向与 P_1 的偏振化方向平行. 1 分

11. (本题10分)(3774)

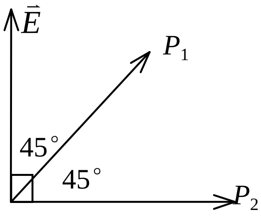
解：设入射光中两种成分的强度都是 I_0，总强度为 $2I_0$.

(1) 通过第一个偏振片后，原自然光变为线偏振光，强度为 $I_0/2$， 原线偏振光部分强度变为 $I_0\cos^2\theta$，其中θ为入射线偏振光振动方向与偏振片偏振化方向 P_1 的夹角．以上两部分透射光的振动方向都与 P_1 一致．如果二者相等，则以后不论再穿过几个偏振片，都维持强度相等(如果二者强度不相等，则以后出射强度也不相等)．因此，必须有

$$I_0/2 = I_0\cos^2\theta，得\theta = 45°.$$ 2 分

为了满足线偏振部分振动方向在出射后“转过”90°，只要最后一个偏振片偏振化方向与入射线偏振方向夹角为 90°就行了． 2 分

综上所述，只要两个偏振片就行了(只有一个偏振片不可能将振动方向“转过”90°)． 2 分



配置如图，$\vec{E}$ 表示入射光中线偏振部分的振动方向，P_1、P_2 分别是第一、第二偏振片的偏振化方向 2 分

(2) 出射强度 $I_2 = (1/2)I_0\cos^2 45° + I_0\cos^4 45°$

$$= I_0\,[(1/4)+(1/4)] = I_0/2$$

比值 $I_2/(2I_0) = 1/4$ 2 分

12. (本题 5分)(3775)

解：设 $I_{\max}$，$I_{\min}$ 分别表示出射光的最大值和最小值，则

$$I_{\max} = I_a/2 + I_b$$ 2 分

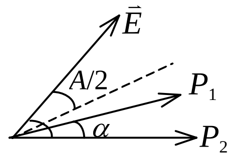
$$I_{\min} = I_a/2$$ 2 分

令 $$I_{\max}/I_{\min} = (I_a/2 + I_b)/(I_a/2) = n$$

所以 $$I_a/I_b = 2/(n-1)$$ 1 分

13. (本题 8分)(3776)

解：入射光振动方向 $\vec{E}$ 与 P_1、P_2 的关系如图．出射光强为



$$I_2 = I_0\cos^2(A-\alpha)\cos^2\alpha$$ 3 分

由三角函数“积化和差”关系，得

$$I_2 = \frac{1}{4}I_0\left[\cos\frac{1}{2}A + \cos\left(\frac{1}{2}A-\alpha\right)\right]^2$$ 3 分

因为 A 为锐角，$\alpha \leqslant A$，所以 $\left|\frac{1}{2}A-\alpha\right| \le \frac{1}{2}A$ (见图)．所以

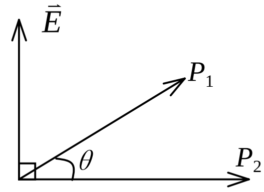
$$\cos\left(\frac{1}{2}A-\alpha\right) \ge \cos\frac{1}{2}A > 0$$

所以，I_2 只在 $\alpha = A/2$ 处取得极值，且显然是极大值． 2 分

(用求导数的办法找极值点也可以)

14. (本题 8分)(3778)

解：以 P_1、P_2表示两偏振化方向，其夹角记为θ，为了振动方向转过 90°，入射光振动方向 $\vec{E}$ 必与 P_2 垂直，如图. 2 分



设入射光强为 I_0，则出射光强为

$$I_2 = I_0 \cos^2(90° - \theta)\cos^2\theta$$

$$= I_0 \sin^2\theta \cos^2\theta = (I_0/4)\sin^2 2\theta \qquad 3 分$$

当 2θ＝90° 即θ＝45° 时，I_2取得极大值，且 $I_{2\max} = I_0/4$， 2 分

即 $I_{2\max}/I_0 = 1/4$ 1 分

15. (本题10分)(3779)

解：设 I_0为入射光中自然光的强度，I_1、I_2分别为穿过 P_1和连续穿过 P_1、P_2的强度.

(1) 由题意，入射光强为 $2I_0$，

$$I_1 = \frac{1}{2}(2I_0) = 0.5I_0 + I_0\cos^2\theta$$

得 $\cos^2\theta = 1/2$， $\theta = 45°$ 3 分

(2) $I_2 = (0.5I_0 + I_0\cos^2 45°)\cos^2\alpha = \frac{1}{4}(2I_0)$

得 $\cos^2\alpha = \frac{1}{2}$， $\alpha = 45°$ 2 分

(3) $I_1 = \left(\frac{1}{2}I_0 + I_0\cos^2\theta\right)(1-10\%) = \frac{1}{2}(2I_0)$

∴ $\cos^2\theta = \frac{5.5}{9}$ $\theta = 38.58°$ 3 分

$$I_2 = I_1\cos^2\alpha(1-10\%) = \frac{1}{4}(2I_0)$$

$\cos^2\alpha = \frac{5}{9}$ $\alpha = 41.81°$ 2 分

16. (本题12分)(3780)

解：设 I_0为自然光强，$x I_0$为入射光中线偏振光强，x为待定系数.

(1) $(0.5I_0 + xI_0\cos^2 45°)\cos^2 30° = (9/5)(0.5I_0 + xI_0\cos^2 60°)\cos^2 45°$

解出 $x = 1/2$ 5 分

可得入射光强为 $3I_0/2$. $I_{入} = 3I_0/2$ 1 分

(2) 第一次测量

$I_1/I_{入} = (0.5I_0 + 0.5I_0\cos^2 45°)/(1.5I_0) = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ 2 分

第二次测量

$I_1/I_{入} = (0.5I_0 + 0.5I_0\cos^2 60°)/(1.5I_0) = 5/12$ 2 分

(3) 第一次测量 $I_2/I_{入} = 0.5\cos^2 30° = 3/8$ 1 分

第二次测量 $I_2/I_{入} = 5\cos^2 45°/12 = 5/24$ 1 分

17. (本题 5分)(3781)

解：设 I_0 为入射光强，I 为连续穿过 P_1、P_2 后的透射光强．

$$I=I_0\cos^2 30^\circ\ \cos^2\alpha \qquad 2\text{ 分}$$

显然，$\alpha=0$ 时为最大透射光强，即

$$I_{\max}=I_0\cos^2 30^\circ=3I_0/4 \qquad 1\text{ 分}$$

由 $I_0\cos^2 30^\circ\ \cos^2\alpha=I_{\max}/4$ 可得

$$\cos^2\alpha\ 1/4=,\ \alpha=60^\circ \qquad 2\text{ 分}$$

18. (本题 5分)(3782)

解：设 I_0 为自然光强．由题意知入射光强为 $2\,I_0$． 1 分

(1) $$I_1=2\cdot 2\,I_0/3=0.5\,I_0+I_0\cos^2\theta$$

$$4/3=0.5+\cos^2\theta$$

所以 $$\theta=24.1^\circ \qquad 2\text{ 分}$$

(2) $$I_1=(0.5\,I_0+I_0\cos^2 24.1^\circ)=2(2\,I_0)/3,$$

$$I_2=I_1\cos^2 30^\circ=3\,I_1/4$$

所以 $$I_2/2I_0=1/2 \qquad 2\text{ 分}$$

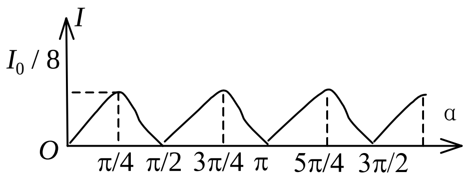
19. (本题 5分)(3783)

解：(1) 连续穿过三个偏振片之后的光强为

$$I=0.5I_0\cos^2\alpha\cos^2(0.5\pi-\alpha) \qquad 2\text{ 分}$$

$$=I_0\sin^2(2\alpha)/8 \qquad 1\text{ 分}$$

(2) 画出曲线 2 分



20. (本题10分)(3796)

解：设入射光中自然光的强度为 I_0，则总的入射光强为 $2I_0$.

(1) 第一次最后出射光强

$$I_2=(0.5I_0+I_0\cos^2 45^\circ)\cos^2 30^\circ$$

第二次出射光强

$$I_2'=(0.5\,I_0+I_0\cos^2 30^\circ)\cos^2\theta \qquad 4\text{ 分}$$

由 $I_2=3I_2'/4$，得 $\cos^2\theta=4/5$，$\theta=26.6^\circ$ 2 分

(2) 第一次穿过 P_1 的光强

$$I_1=0.5I_0+I_0\cos^2 45^\circ=I_0$$

$$I_1/(2\,I_0)=1/2 \qquad 1\text{ 分}$$

第二次相应有 $$I_1'=(0.5I_0)+I_0\cos^2 30^\circ=5I_0/4,$$

$$I_1'/(2I_0)=5/8 \qquad 1\text{ 分}$$

(3) 第一次，$I_2/2\,I_0=I_1\cos^2 30^\circ/(2\,I_0)=3/8$ 1 分

第二次，$I_2'/2I_0=I_1'\cos^2\theta/(2I_0)=1/2$ 1 分

21. (本题10分)(3797)

解：（1）理想偏振片的情形，设入射光中自然光强度为 I_0，则总强度为 2 I_0．穿过 P_1 后有光强

$$I_1 = 0.5I_0 + I_0\cos^2 30^\circ，$$

得 $$I_1/(2I_0) = 5/8 = 0.625$$ 3 分

穿过 P_1、P_2 之后，光强 $I_2 = I_1\cos^2 45^\circ = I_1/2$

所以 $$I_2/(2I_0) = 5/16 = 0.313$$ 3 分

（2）可透部分被每片吸收 10%．穿过 P_1 后光强

$$I_1' = I_1 \times 90\%，$$

$$I_1'/(2I_0) = 0.9I_1/(2I_0) = 0.563$$ 2 分

穿过 P_1、P_2 之后，光强为 I'_2，$I_2'/(2I_0) = 0.253$ 2 分

22. (本题10分)(3798)

解： 设 I 为自然光强(入射光强为 $2I_0$)；θ为入射光中线偏振光的光矢量振动方向与第一个偏振片偏振化方向间的夹角．

(1) 据题意 $0.5I\cos^2 30^\circ = I\cos^2\theta \cdot \cos^2 30^\circ$ 3 分

$$\cos^2\theta = 1/2$$

$$\theta = 45^\circ$$ 1 分

(2) 总的透射光强为 $2 \times \dfrac{1}{2} I\cos^2 30^\circ$ 2 分

所以透射光与入射光的强度之比为 $\dfrac{1}{2}\cos^2 30^\circ = 3/8$ 1 分

(3) 此时透射光强为 $(I\cos^2 30^\circ)(1-5\%)^2$ 2 分

所以透射光与入射光的强度之比为

$$\frac{1}{2}(\cos^2 30^\circ)(1-5\%)^2 = 0.338$$ 1 分

23. (本题10分)(3799)

解：设 I_0 为自然光强；I_1、I_2 分别为穿过 P_1 和连续穿过 P_1、P_2 后的透射光强．由题意知入射光强为 $2I_0$．

(1) $$I_2 = (0.5I_0 + I_0\cos^2 45^\circ)\cos^2\alpha$$ 2 分

显然，当$\alpha = 0$ 时，透射光强最大．

$$I_{\max} = I_0/2 + I_0\cos^2 45^\circ = I_0/2 + I_0/2 = I_0$$ 1 分

由题意知 $$\cos^2\alpha = 2/3$$ 1 分

$$\alpha = 35.26^\circ$$ 1 分

(2) $$I_0/2 + (I_0\cos^2 45^\circ)](1-10\%)\cos^2\alpha(1-10\%)$$

$$= (2/3)(I_0/2 + I_0\cos^2 45^\circ)$$ 3 分

$$\cos^2\alpha = (2/3)(1/0.9^2) \qquad \alpha = 24.9^\circ$$ 2 分

24. (本题10分)(3800)

解：设 I_0 为自然光强；I_1、I_2 分别为穿过 P_1 和连续穿过 P_1、P_2 后的透射光强度．由题意知入射光强为 $2I_0$.

(1) $I_1 = I_0 / 2 + I_0\cos^2\theta = 2I_0/2$ 2 分

$\cos^2\theta = 1 / 2$

得 $\theta = 45^\circ$ 1 分

由题意，$I_2 = I_1 / 2$， 又 $I_2 = I_1 \cos^2\alpha$，所以 $\cos^2\alpha = 1 / 2$，

得 $= 45^\circ$ 2 分

(2) $I_1 = [I_0 / 2 + I_0\cos^2\theta](1-5\%) = 2I_0/2$ 2 分

得 $\theta = 42^\circ$ 1 分

仍有 $I_2 = I_1 / 2$，同时还有 $I_2 = I_1\cos^2\alpha(1-5\%)$

所以 $\cos^2\alpha = 1 / (2\times 0.95)$， $\alpha = 43.5^\circ$ 2 分

25. (本题10分)(3801)

解：设 I 为自然光强；xI 为入射光中线偏振光强，x 为待定系数，即入射光中线偏振光强与自然光强之比．据题意，入射光强为 $I + xI$.

(1) $$\frac{\left(\frac{1}{2}I + xI\cos^2 60^\circ\right)\cos^2 60^\circ}{\left(\frac{1}{2}I + xI\cos^2\theta\right)\cos^2 45^\circ} = \frac{1}{2}$$ ① 3 分

$$\frac{\left(\frac{1}{2}I + xI\cos^2\theta\right)}{I + xI} = \frac{5}{12}$$ ② 3 分

①×② $$\frac{2\left(\frac{1}{2} + x/4\right)}{4(1+x)} = \frac{5}{24}$$

解得 $x = \frac{1}{2}$ 2 分

(2) 将 x 值代入② $$\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\cos^2\theta\right)\right]\frac{2}{3} = \frac{5}{12}$$

$\cos^2\theta = 1 / 4$ $\theta = 60^\circ$ 2 分

26. (本题10分)(3802)

解：设 I 为自然光强；I_1、I_2 分别为穿过 P_1 和连续穿过 P_1、P_2 后的透射光强度．由题意知入射光强为 $2I$.

(1) $$\frac{I_1}{2I}=\frac{\frac{1}{2}I+I\cos^2 60^\circ}{2I}$$ 2 分

$=3/8$ 1 分

$$\frac{I_2}{2I}=\frac{\left(\frac{1}{2}I+I\cos^2 60^\circ\right)\cos^2 30^\circ}{2I}$$ 2 分

$=9/32$ 1 分

(2) $$\frac{3}{8}=\frac{\frac{1}{2}I+I\cos^2 60^\circ}{2I}(1-10\%)$$

$$=\left[\frac{1}{2}+\cos^2\theta\right]0.9/2$$ 1 分

$\cos^2\theta=0.333$　　$\theta=54.7^\circ$ 1 分

$$\frac{9}{32}=\frac{\left(\frac{1}{2}I+I\cos^2 54.7^\circ\right)\cos^2\alpha}{2I}(1-10\%)^2$$ 1 分

所以　$\cos^2\alpha=0.833$ ，　$\alpha=24.1^\circ$ 1 分

[或 $\frac{9}{32}=\frac{3}{8}(\cos^2\alpha)0.9$ ，$\cos^2\alpha=0.833$,　$\alpha=24.1^\circ$]

27. (本题 8分)(3809)

解：设 I_0 为入射光强度；I 为连续穿过两偏振片的光强.

(1) $$I=\frac{1}{2}I_0\cos^2\alpha$$ 2 分

显然，当 $\alpha=0$ 时，即两偏振化方向平行时，I 最大.

$$I_{\max}=\frac{1}{2}I_0$$ 1 分

由 $$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}I_0\right)=\frac{1}{2}I_0\cos^2\alpha$$

得　$\alpha=54.8^\circ$ 2 分

(2) 考虑对透射光的吸收和反射，则

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}I_0\right)=\frac{1}{2}I_0(1-5\%)^2\cos^2\alpha$$ 2 分

$\alpha=52.6^\circ$ 1 分

28. (本题 5分)(3810)

解：设 I 为自然光强，据题意

$(0.5I+I\cos^2 45^\circ)\cos^2 30=(0.5I+I\cos^2 30^\circ)\cos^2\theta$ 4 分

有　$\cos^2\theta=3/5$　　$\theta=39.23^\circ$ 1 分

29. (本题 8分)(5661)

解：(1) 经 P_1 后，光强 $I_1=\frac{1}{2}I_0$ 1 分

I_1 为线偏振光．通过 P_2．由马吕斯定律有

$$I=I_1\cos^2\theta$$ 1 分

∵ P_1 与 P_2 偏振化方向平行．∴$\theta=0$．

故 $$I=I_1\cos^2 0^\circ=I_1=\frac{1}{2}I_0$$ 1 分

(2) 加入第三个偏振片后，设第三个偏振片的偏振化方向与第一个偏振化方向间的夹角为α．则透过 P_2 的光强

$$I_2=\frac{1}{2}I_0\cos^2\alpha\cos^2\alpha=\frac{1}{2}I_0\cos^4\alpha$$ 2 分

由已知条件有 $$\frac{1}{2}I_0\cos^4\alpha=I_0/32$$

∴ $$\cos^4\alpha=1/16$$ 2 分

得 $\cos\alpha=1/2$ 即 $\alpha=60^\circ$ 1 分

30. (本题10分)(3241)

解：由题可知 i_1 和 i_2 应为相应的布儒斯特角，由布儒斯特定律知

$$\mathrm{tg}\, i_1=n_1=1.33;$$ 1 分

$$\mathrm{tg}\, i_2=n_2/n_1=1.57/1.333,$$ 2 分

由此得 $i_1=53.12^\circ$， 1 分

$i_2=48.69^\circ$． 1 分

由△ABC 可得 $\theta+(\pi/2+r)+(\pi/2-i_2)=\pi$ 2 分

整理得 $\theta=i_2-r$

由布儒斯特定律可知， $r=\pi/2-i_1$ 2 分

将 r 代入上式得

$$\theta=i_1+i_2-\pi/2=53.12^\circ+48.69^\circ-90^\circ=11.8^\circ$$ 1 分

31. (本题 5分)(3784)

解：由布儒斯特定律

$$\mathrm{tg}\, i_0=1.33$$ 3 分

得 $i_0=53.1^\circ$ 2 分

32. (本题 5分)(3785)

解：光从水(折射率为 n_1)入射到空气(折射率为 n_2)界面时的布儒斯特定律

$$\mathrm{tg}\, i_0=n_2/n_1=1/1.33$$ 3 分

$i_0=36.9^\circ$ $(=36^\circ\ 52')$ 2 分

33. (本题 5分)(3786)

解：设 n_2 为玻璃的折射率，由布儒斯特定律可得

$$n_2=1.33\,\mathrm{tg}49.5^\circ$$ 3 分

$=1.56$ 2 分

34. (本题 5分)(3787)

解：(1) 由布儒斯特定律 $\mathrm{tg}i_0=1.33$

得 $i_0=53.1°$

此 i_b 即为所求的入射角 3 分

(2) 若以 r 表示折射角，由布儒斯特定律可得

$r=0.5\pi-i_0=36.9°$ 2 分

35. (本题 5分)(3788)

解：(1) 设该液体的折射率为 n，由布儒斯特定律

$\mathrm{tg}i_0=1.56\,/\,n$ 2 分

得 $n=1.56\,/\,\mathrm{tg}48.09°=1.40$ 1 分

(2) 折射角

$r=0.5\pi-48.09°=41.91°$ $(=41°\ 55')$ 2 分

36. (本题 5分)(3789)

解：设此不透明介质的折射率为 n，空气的折射率为 1．由布儒斯特定律可得

$n=\mathrm{tg}\,56°=1.483$ 2 分

将此介质片放入水中后，由布儒斯特定律

$\mathrm{tg}\,i_0=n\,/\,1.33=1.112$

$i_0=48.03°$ $(=48°\ 2')$ 3 分

此 i_0 即为所求之起偏角．

37. (本题 5分)(3791)

解：光自水中入射到玻璃表面上时，

$\mathrm{tg}\,i_0=1.56\,/\,1.33$ 2 分

$i_0=49.6°$ 1 分

光自玻璃中入射到水表面上时，

$\mathrm{tg}\ i_0'=1.33\,/\,1.56$

$i_0'=40.4°$ (或 $i_0'=90°-i_0=40.4°$) 2 分

38. (本题10分)(3793)

解：(1) 据布儒斯特定律 $\mathrm{tg}i=(n_2\,/\,n_1)=1.50\,/\,1.33$ 2 分

$i=48.44°$ $(=48°\ 26')$ 1 分

(2) 令介质Ⅱ中的折射角为 r，则 $r=0.5\pi-i=41.56°$ 2 分

此 r 在数值上等于在Ⅱ、Ⅲ界面上的入射角。

若Ⅱ、Ⅲ界面上的反射光是线偏振光，则必满足布儒斯特定律 1 分

$\mathrm{tg}\,i_0=n_3\,/\,n_2=1\,/\,1.5$ 2 分

$i_0=33.69°$ 1 分

因为 $r\neq i_0$，故Ⅱ、Ⅲ界面上的反射光不是线偏振光． 1 分

39. (本题 5分)(3794)

解：　(1) 由布儒斯特定律

$$\operatorname{tg} i = n_2 / n_1 = 1.60 / 1.00$$

$$i = 58.0^\circ$$ 2 分

(2) $$r = 90^\circ - i = 32.0^\circ$$ 1 分

(3) 因二界面平行，所以下表面处入射角等于 r，

$$\operatorname{tg} r = \operatorname{ctg} i = n_1 / n_2$$

满足布儒斯特定律，所以图中玻璃板下表面处的反射光也是线偏振光. 2 分

40. (本题 5分)(3795)

解：　(1) 据布儒斯特定律

$$\operatorname{tg} i = n_2 / n_1 = 1.43$$

所以 $$i = 55.03^\circ$$ 2 分

(2) 令在介质Ⅱ中的折射角为 r，则

$$r = 0.5\pi - i$$

此 r 在数值上等于介质Ⅱ、Ⅲ界面上的入射角，由布儒斯特定律

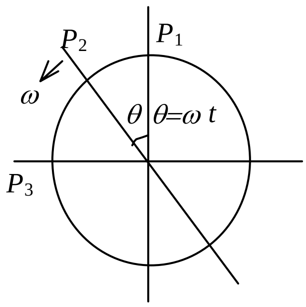
$$\operatorname{tg} r = n_3 / n_2$$

得 $$n_3 = n_2 \operatorname{tg} r = n_2 \operatorname{ctg} i = n_2 n_1 / n_2 = 1.00$$ 3 分

二 理论推导与证明题 (共23分)

41. (本题 5分)(3232)

证：由图所示，在 t 时刻，中间偏振片转过的角度 $\theta = \omega t$，



则 $$I = \frac{I_0}{2}\cos^2\theta \sin^2\theta$$ 3 分

$$= I_0 \sin^2 2\theta / 8$$

$$= I_0 (1 - \cos 4\theta) / 16$$

$$= I_0 (1 - \cos 4\omega t) / 16$$ 2 分

42. (本题 5分)(1935)

证：因反射光线 1 为完全偏振光，故自然光线的入射角 i_0 满足布儒斯特定律

$$\operatorname{tg} i_0 = n / n_0$$ 2 分

在这种情况下，反射光线和折射光线垂直，有

$$i_0 + r = 90^\circ$$ 1 分

因而上式可写成 $$\operatorname{tg}(90^\circ - r) = \operatorname{ctg} r = n / n_0$$

即 $$\operatorname{tg} r = n_0 / n$$ 2 分

折射光线在玻璃板下表面的入射角 r 也满足布儒斯特定律，因而反射光线 2 也是完全偏振光.

43. (本题 8分)(3811)

证：设 r_2、r_3 分别是Ⅱ、Ⅲ介质中这光线的折射角，i' 为最后的出射角．因各界面平行，所以 r_2、r_3 分别等于Ⅱ、Ⅲ界面和Ⅲ、Ⅰ界面上的入射角，如图．逐次用折射定律，

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r_2 = n_3 \sin r_3 = n_1 \sin i'$$

得 $i = i'$ 3 分

由题意，在Ⅰ、Ⅱ界面和Ⅲ、Ⅰ界面满足布儒斯特定律的条件，所以

$i + r_2 = \pi / 2$，$i' + r_3 = \pi / 2$． 3 分

由此得 $r_2 = r_3$ 必有 $n_2 = n_3$，证毕． 2 分

44. (本题 5分)(3812)

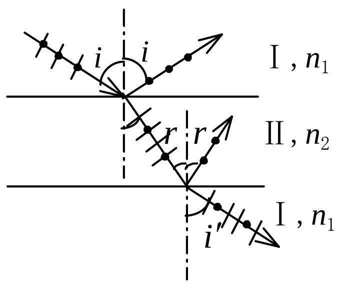
证：设介质Ⅰ、Ⅱ的折射率分别为 n_1、n_2，Ⅰ、Ⅱ交界面(图中的上界面)处折射角为 r，它也等于Ⅱ、Ⅰ下界面处的入射角．最后的折射角为 i'．由折射定律，

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r = n_1 \sin i'$$

所以 $i = i'$ 1 分

在上界面，布儒斯特定律，$i + r = \frac{1}{2}\pi$ 2 分

所以 $i' + r = \frac{1}{2}\pi$，这表明在下界面处也满足布儒斯特定律，所以在下界面处的反射光也是线偏振光． 2 分



三 回答问题 (共38分)

45. (本题 5分)(3644)

答：马吕斯定律的数学表示式为

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$ 2 分

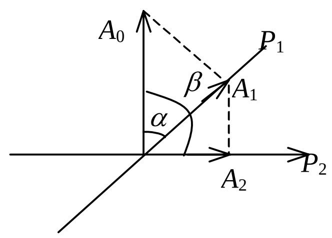
式中，I_0 为入射线偏振光(或完全偏振光)的强度， 1 分

I 为(透过检偏器后)透射光的强度． 1 分

α 为入射线偏振光的光振动方向和检偏振器偏振化方向之间的夹角． 1 分

46. (本题 5分)(5225)

答：(1) 见图，只有让 $\beta = 90°$，才能使通过 P_1 和 P_2 的透射光的振动方向($\vec{A}_2$)与原入射光振动方向($\vec{A}_0$)互相垂直，即 $\beta = 90°$． 2 分



(2) 据马吕斯定律，透射光强

$$I = (I_0 \cos^2 \alpha) \cos^2 (90° - \alpha)$$
$$= I_0 \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha$$
$$= I_0 \sin^2 (2\alpha) / 4$$

欲使 I 为最大，则需使 $2\alpha = 90°$，即 $\alpha = 45°$． 3 分

47. (本题 5分)(3228)

答：当入射角 i 等于某特定值 i_0，满足 $\mathrm{tg}\, i_0 = n_{21}$(或说 $\mathrm{tg}\, i_0 = n_2 / n_1$)， 2 分

反射光成为线偏振光(或说完全偏振光，平面偏振光) 2 分

其光矢量的振动方向(或说振动面)垂直于入射面 1 分

48. (本题 5分)(3647)

答：布儒斯特定律的数学表达式为

$$\mathrm{tg}\, i_0 = n_{21}$$ 3 分

式中 i_0 为布儒斯特角； 1 分

n_{21} 为折射媒质对入射媒质的相对折射率． 1 分

或答 $\mathrm{tg}\, i_0 = n_2 / n_1$ 3 分

式中 i_0 为布儒斯特角； 1 分

n_2 为折射媒质的(绝对)折射率；

n_1 为入射媒质的(绝对)折射率． 1 分

49. (本题 8分)(3790)

答：布儒斯特定律可以应用于测量不透明介质的折射率． 2 分

原理如下：将不透明介质加工出一个光学平面，将一束自然光自空气入射于此表面上． 1 分

用一捡偏器捡测反射光是否是线偏振光．不断改变入射角，直至反射光是线偏振光为止．测出此时的入射角 i_0． 2 分

据布儒斯特定律 $n = \mathrm{tg}\, i_0$

此 n 即是不透明介质的折射率． 3 分

50. (本题 5分)(3792)

答：由题意，$(n_2 / n_1) = \mathrm{tg} i_0$．设第一界面上折射角为 r，它也等于第二界面上的入射角．若要第二界面反射光是线偏振光，r 应等于起偏角，即

$$n_3 / n_2 = \mathrm{tg}\, r$$ 2 分

因为 i_0 是起偏角，$\therefore i_0 + r = 90^\circ$．$\mathrm{tg}\, r = \mathrm{ctg}\, i_0$.

由此得 $n_2 / n_3 = n_2 / n_1$ 2 分

不论 n_2 是多少，只要 $n_1 = n_3$ 就能满足要求． 1 分

51. (本题 5分)(5540)

答：一个光点围绕着另一个不动的光点旋转， 3 分

方解石每转过 90° 角时，两光点的明暗交变一次,一个最亮时,另一个最暗。 2 分