



西安交通大学
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

智能机器人技术课程作业

前馈控制实验

姓名：王超 马茂原

学号：2214414257 2216113438

学院：电信学部

2024 年 4 月 30 日

智能机器人技术课程作业实验

本次作业内容：

1. 实验三：机器人的动力学前馈控制

一、机器人的动力学前馈控制

1.1 实验目的

- 1、学习动力学前馈控制算法
- 2、学习利用动力学前馈控制算法实现机器人的控制

1.2 实验设备及软件

MATLAB 及 Simulink 软件

1.3 前馈控制原理

所谓机器人前馈，是在控制器控制信号输出上叠加机器人逆动力学输出，一并对机器人运动位置进行控制的技术。机器人前馈技术可加快伺服驱动器内部的误差收敛速度，进而改善机器人的动态响应特性，解决机器人在运动过程中的抖动问题，提升机器人系统的精度和效率。

机器人前馈控制框图如图 1 所示。

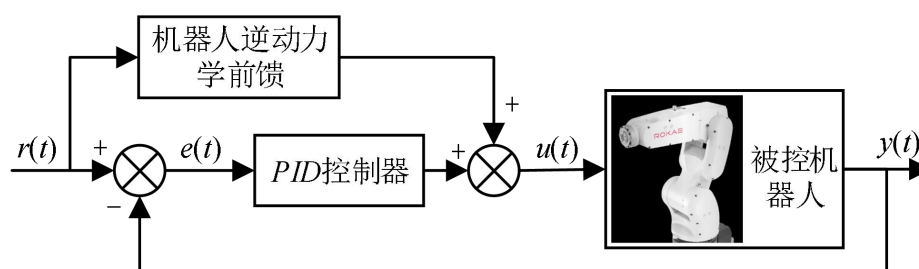


图 1 机器人前馈控制原理框图

在图 1 中，根据被控机器人反馈得到误差 $e(t) = r(t) - y(t)$ ，其中机器人输出量 $y(t)$ 为可测量的各关节变量的向量形式 q ，输入量 $r(t)$ 为期望的关节变量的向量形式 q^* 。这里控制器取为 PID 控制器，其控制率为：

$$u_1(t) = K_p(q^* - q) + K_I \int_{t_0}^t (q^* - q) d\xi + K_D(\dot{q}^* - \dot{q}) \quad (1)$$

机器人逆动力学前馈控制器是根据输入关节期望 \mathbf{q}^* 和实际关节变量 \mathbf{q} ，根据机器人逆运动学求解各关节输出力矩。其控制率为：

$$\mathbf{u}_2(t) = \{M(\mathbf{q}^*)\ddot{\mathbf{q}}^* + C(\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*)\dot{\mathbf{q}}^* + D(\mathbf{q}^*) + F_{cv}\} + \{K'_p(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) + K'_D(\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\mathbf{q}})\} \quad (2)$$

其中 K'_p 表示位置增益矩阵， K'_D 表示速度增益矩阵。 $\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*, \ddot{\mathbf{q}}^*$ 分别表示分别为外部提供的期望关节位置，速度，加速度。 $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}$ 分别表示分别为反馈的实际关节位置和速度。 M, C, D, F_{cv} 分别表示关节空间的惯性矩阵，科氏力和向心力耦合矩阵，重力矩，摩擦力矩。节空间惯性矩阵，科氏力和向心力耦合矩阵，重力矩，摩擦力矩。式中第一部分为前馈项，由机器人逆动力学实现，提供了期望状态所需的关节力矩。第二部分为反馈项，由 PD 控制实现，补偿了伺服误差。

上述前馈控制项 $\mathbf{u}_2(t)$ 中前馈模型使用期望关节位置 \mathbf{q}^* 计算了惯性矩阵等各个矩阵。意味着机器人模型在作业点 $(\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*, \ddot{\mathbf{q}}^*)$ 处的线性化且要求线性化理想的条件下，误差 $\mathbf{e} = \mathbf{q}^* - \mathbf{q}$ 的动力学方程为：

$$M(\mathbf{q}^*)\ddot{\mathbf{e}} + K'_D\dot{\mathbf{e}} + K'_p\mathbf{e} = 0 \quad (3)$$

此时选择合适的增益矩阵 K'_p 和 K'_D ，则误差将衰减至零。

1.4 前馈控制实验模型

(1) 前馈控制的数学模型

在 1.3 实验原理的基础上，通过设计实际仿真系统实现前馈仿真实验。这里 PID 控制器设计为双环结构，外环控制位置，内环控制电流（力矩）。于是需要的控制率为：

PID 外环控制：

$$\mathbf{q}'^* = K_p[(\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) + \frac{1}{T_I} \int_{t_0}^t (\mathbf{q}^* - \mathbf{q}) d\xi + T_D(\dot{\mathbf{q}}^* - \dot{\mathbf{q}})] \quad (4)$$

PID 内环控制：

$$\mathbf{u}_1(t) = K'_p[(\mathbf{q}'^* - \mathbf{q}) + \frac{1}{T'_I} \int_{t_0}^t (\mathbf{q}'^* - \mathbf{q}) d\xi + T'_D(\dot{\mathbf{q}}'^* - \dot{\mathbf{q}})] \quad (5)$$

前馈控制律为：

$$\mathbf{u}_2(t) = M(\mathbf{q}^*)\ddot{\mathbf{q}}^* + C(\mathbf{q}^*, \dot{\mathbf{q}}^*)\dot{\mathbf{q}}^* + D(\mathbf{q}^*) + F_{cv} \quad (6)$$

系统总控制律为：

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) \quad (7)$$

其控制结构如图 2 所示：

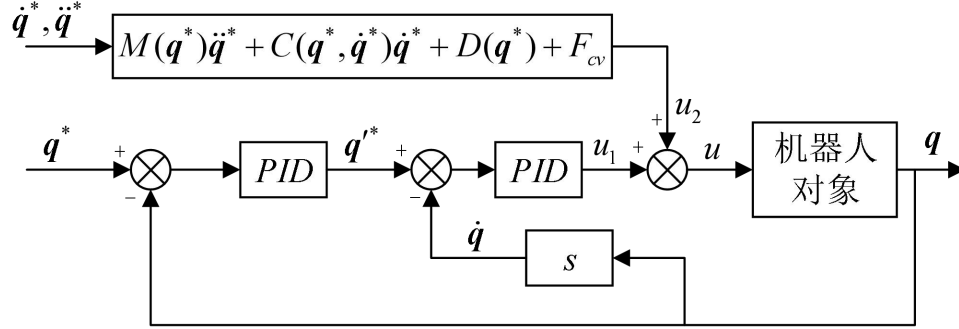


图 2 机器人前馈控制仿真原理图

为进行系统仿真，对式(4)~(7)进行离散化处理，得到如下仿真公式（其中关节角、控制变量、误差变量实际均为向量）：

PID 内环控制：

$$u_1(k) = K'_p e'(k) + TK'_I \sum_{i=0}^k e'(i) + \frac{K'_D}{T} [e'(k) - e'(k-1)], e(k) = \dot{q}^*(k) - \dot{q}(k) \quad (8)$$

PID 外环控制：

$$\dot{q}^*(k) = K_p e(k) + TK_I \sum_{i=0}^k e(i) + \frac{K_D}{T} [e(k) - e(k-1)], e(k) = q^*(k) - q(k) \quad (9)$$

前馈控制率为：

$$u_2(k) = M(q^*(k))\ddot{q}^*(k) + C(q^*(k), \dot{q}^*(k))\dot{q}^*(k) + D(q^*(k)) + F_{cv} \quad (10)$$


系统总控制率为：

$$u(k) = u_1(k) + u_2(k) \quad (11)$$

(2) 被控对象机器人 D-H 参数模型

仿真采用 XB4 机器人模型进行，XB4 机器人的连杆及关节参数表如下：

表 1 XB4 机器人 D-H 参数表和关节变量

连杆	变量	α	$d \text{ (m)}$	$a \text{ (m)}$	
1	θ_1	90°	0.342	0.040	
2	θ_2	0°	0	0.275	
3	θ_3	0°	0	0.025	
4	θ_4	0°	0.280	0	

5	θ_5	0°	0	0.073	
6	θ_6	90°	0	0	

(3) 前馈控制 Matlab 总体仿真模型

通过 Matlab Simulink 仿真软件搭建，包括机器人物理本体模块 Robot、PID 控制模块 PID Control、前馈控制模块 Idynamics 以及对期望输入信号求差分的计算模块和仿真示波器等，系统总体仿真模型如下图所示：

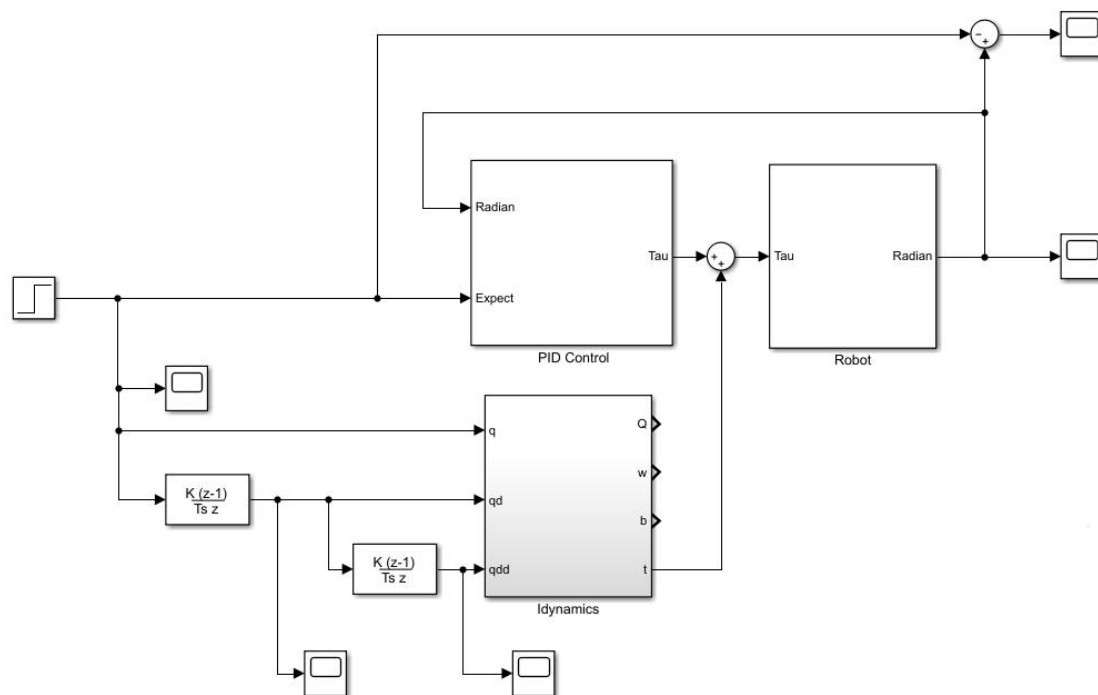


图 3 机器人前馈 Simulink 仿真系统图

(4) PID 控制模块

图中 PID Control 模块利用 matlab 自带 PID 控制器搭建，分别实现 XB4 机器人六关节控制，其结构如图 4 所示：

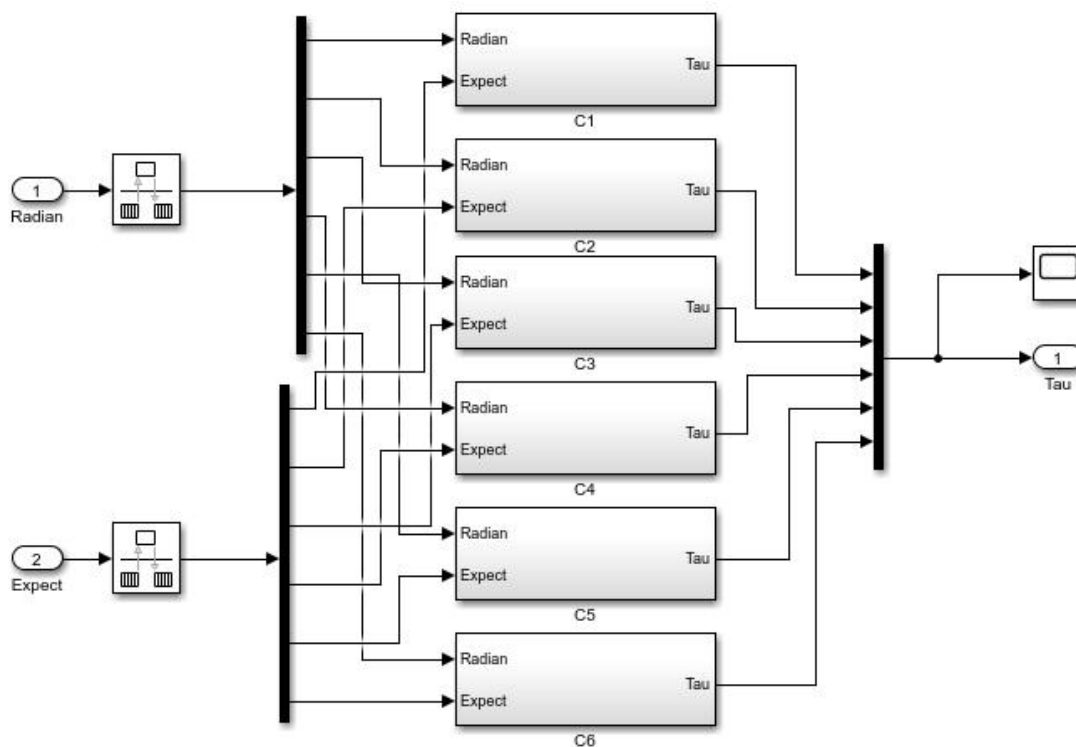


图4 机器人PID控制器 Simulink 仿真子系统图

图4中C1~C6为PID模块，具体内容与图2中左下方内容相似，是进行了离散化处理的仿真结构图，如图5所示：

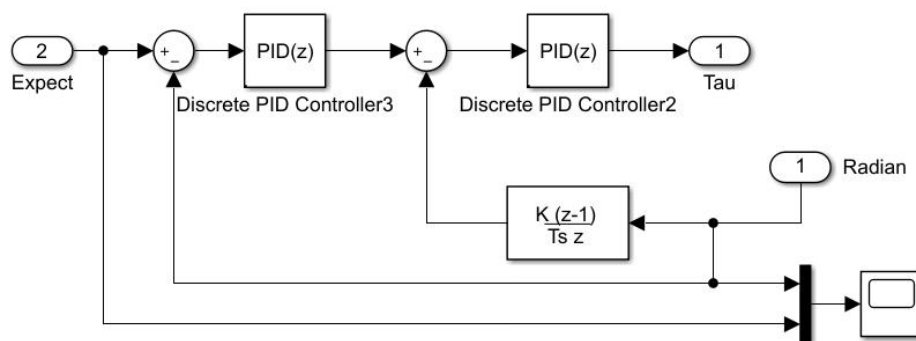


图5 双环PID控制器仿真子系统图

(5) 前馈控制模块

在系统仿真原理图（图3）中 Idynamics 部分为 Matlab 程序 S 函数，用于计算动力学逆解，通过输入参数 q ， q_d ， q_{dd} 求解输出力矩 T ，函数原型为：

$T = \text{Idynamics}(q, q_d, q_{dd})$ 。主要函数内容如下：

```
function T = Idynamics( q,qd,qdd )
offset2=-pi/2;
%----输入数据处理，参数初始化----
s1=sin(q(1)); c1=cos(q(1));
```

```

...
s6=sin(q(6)); c6=cos(q(6));
Q11=qd(1); Q21=qd(2); Q31=qd(3); Q41=qd(4); Q51=qd(5);
Q61=qd(6);
Q12=qdd(1); Q22=qdd(2); Q32=qdd(3);
Q42=qdd(4); Q52=qdd(5); Q62=qdd(6);
f71=0; f72=0; f73=0; n71=0; n72=0; n73=0;
%----机器人动力学模型参数设置----
m1=0.167; m2=1; m3=0.5; m4=0.333; m5=0.25; m6=0.2;
mc11=0; mc12=0; mc13=0.2;
...
mc61=0.3200; mc62=-0.0513; mc63=0.6417;
Ic111=0; Ic122=0; Ic133=1.3676; Ic112=0; Ic113=0; Ic123=0;
...
Ic611=0.0134; Ic622=0; Ic633=0.0051; Ic612=0; Ic613=0;
Ic623=0;
Ia1=0; Ia2=0; Ia3=0; Ia4=0; Ia5=0; Ia6=0;
fv1=0; fc1=0; fv2=0; fc2=0; fv3=0; fc3=0;
fv4=0; fc4=0; fv5=0; fc5=0; fv6=0; fc6=0;
g=9.80200;
%----机器人D-H模型参数设置----
d1=0.342;a1=0.040;a2=0.275;a3=0.025;d4=0.280;dt=0.073;
%----机器人各关节旋转矩阵计算----
R01=[c1 -s1 0;
      s1 c1 0;
      0 0 1];
...
R56=[c6 -s6 0;
      0 0 1;
      -s6 -c6 0];
R06=R01*R12*R23*R34*R45*R56;
R10=R01';R21=R12';R32=R23';R43=R34';R54=R45';R65=R56';
%----机器人动力学模型矩阵计算----
QZ1=[0;0;Q11];QZ2=[0;0;Q21];...
QZ11=[0;0;Q12];QZ21=[0;0;Q22];...
P01=[0;0;d1];P12=[a1;0;0];...
Pc1=[mc11;mc12;mc13];Pc2=[mc21;mc22;mc23];...
Ic1=[Ic111 Ic112 Ic113;Ic112 Ic122 Ic123;Ic113 Ic123 Ic133];...
f7=[f71;f72;f73];n7=[n71;n72;n73];
%----基坐标参数设置----
w0=[0;0;0];
w01=[0;0;0];
v01=[0;0;g];
%----速度、加速度外推计算----

```

```

w1=R10*w0+QZ1;
w11=R10*w01+cross(R10*w0,QZ1)+QZ11;
v11=R10*(cross(w01,P01)+cross(w0,cross(w0,P01))+v01);
vc11=cross(w11,Pc1)+cross(w1,cross(w1,Pc1))+v11;
F1=m1*vc11;
N1=Ic1*w11+cross(w1,Ic1*w1);
...
%----力、力矩内推计算----
f6=f7+F6;
n6=N6+n7+cross(Pc6,F6)+cross(P67,f7);
T6=n6'*[0;0;1];
...
%----添加关节惯性和摩擦----
T1=T1+Ia1*Q12+fv1*Q11+fc1*sign(Q11);
...
T=[T1;T2;T3;T4;T5;T6];
end

```

(6) 机器人物理仿真模块

前馈仿真总图（图 3）中 Robot 模块为 Simulink 中 Simscape 模块搭建的机器人实物仿真系统，如图 6 所示。

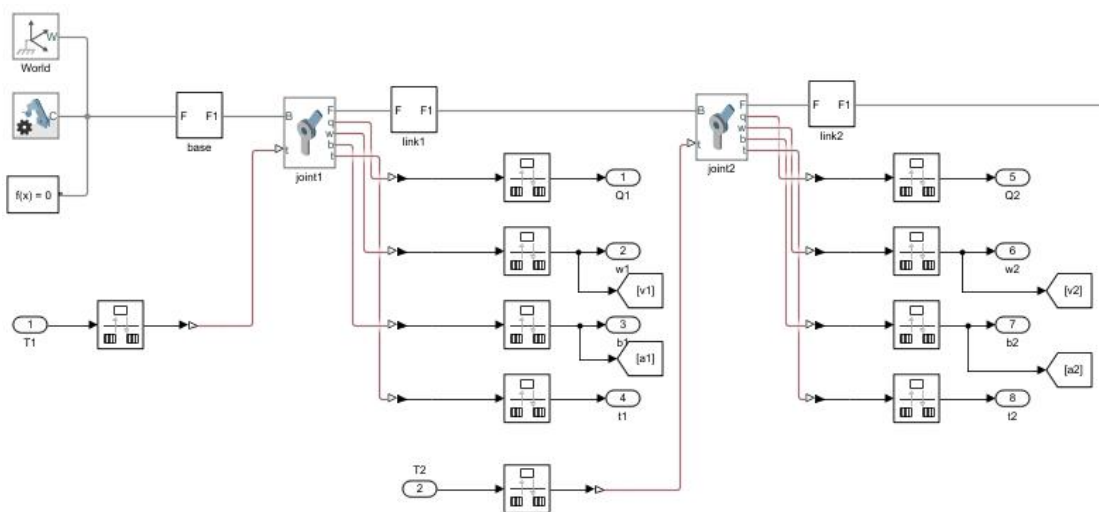


图 6 Simulink 中 Simscape 搭建的机器人实物仿真子系统图（局部）

图 6 中搭建的机器人仿真子系统模拟了 XB4 的 6 连杆结构，图中显示了局部模型（基台、关节 1、连杆 1、关节 2、连杆 2）的连接情况，其他关节和连杆建模方法于此相同。模型中连杆和关节的串联结构反映为图中模块的实线串联，关节输入信号为力矩信号（如图中 T1、T2），关节输出信号为关节模拟传感器输出信号，如关节角、速度、加速度等。

1.5 实验仿真结果

1.5.1 实验描述

对关节 2、3 进行实验研究，在 1.5 所述离线仿真环境下进行仿真，仿真控制周期为 0.001s。

1.5.2 设置信号与 PID 参数

阶跃信号的幅值为 1，在 1s 处对系统施加阶跃信号。周期信号 Amp=1、Fre=0.5。对关节 1、5 的内外环 PID 参数设置如下表所示。

序号	关节	速度环（内环）			位置环（外环）			阶跃信号 (1s 处)
		K'_P	K'_I	K'_D	K_P	K_I	K_D	
1	2	5	0.1	0.01	600	20	0.5	[0 1 0 0 0]
2		100	0.05	0.01	600	20	0.5	[0 1 0 0 0]
3	3	10	0.1	0.01	100	3	0.2	[0 0 1 0 0]
4		5	0.05	0.01	100	3	0.2	[0 0 1 0 0]

1.5.3 实验结果

PID 控制情况下

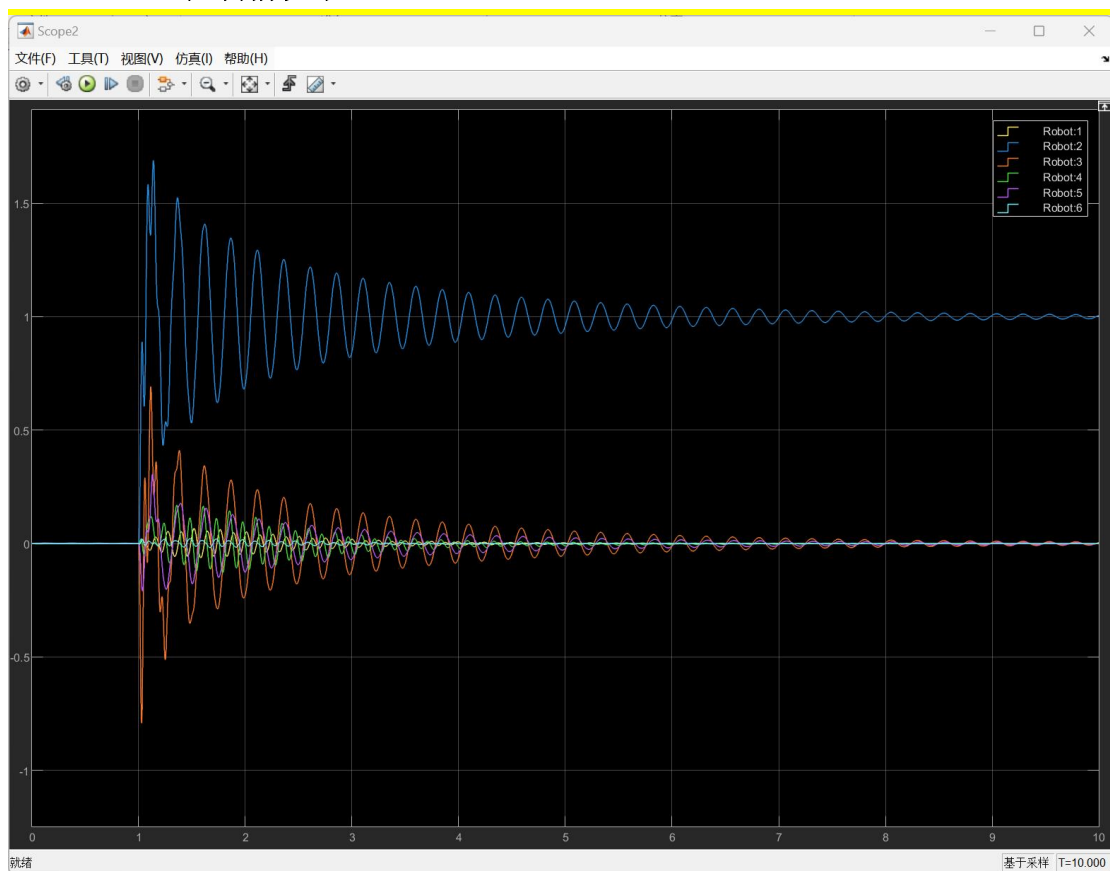


图 1 只在 PID 控制下阶跃输入的各输入关节角度跟踪曲线

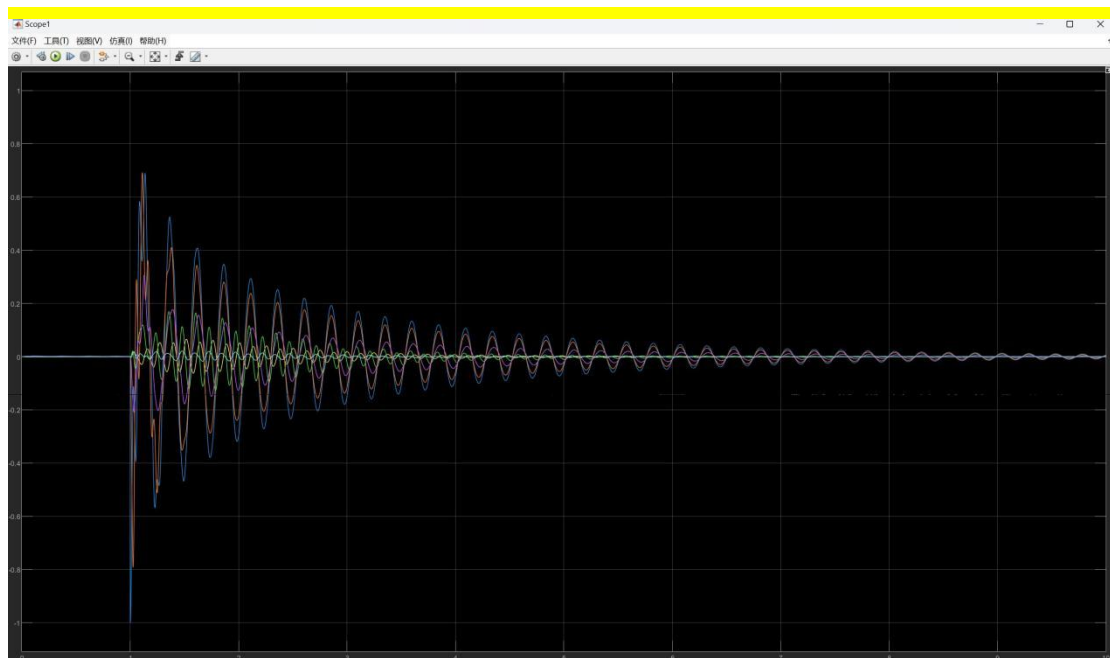


图 2 只在 PID 控制下阶跃输入的各输入关节角度误差曲线

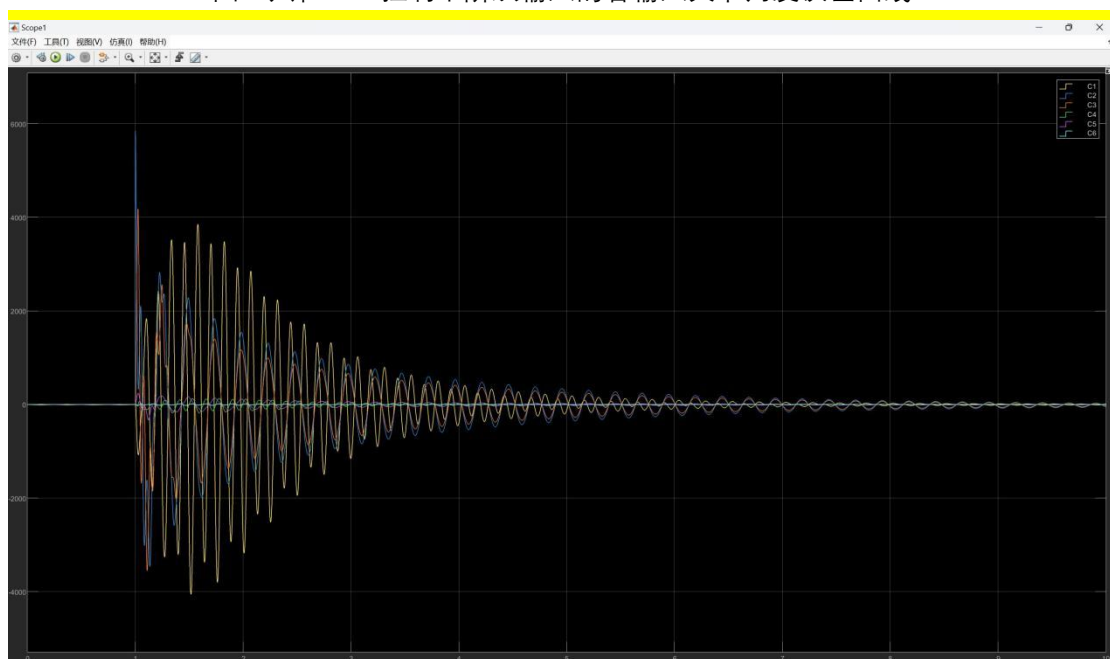


图 3 只在 PID 控制下阶跃输入的各输入关节力矩曲线

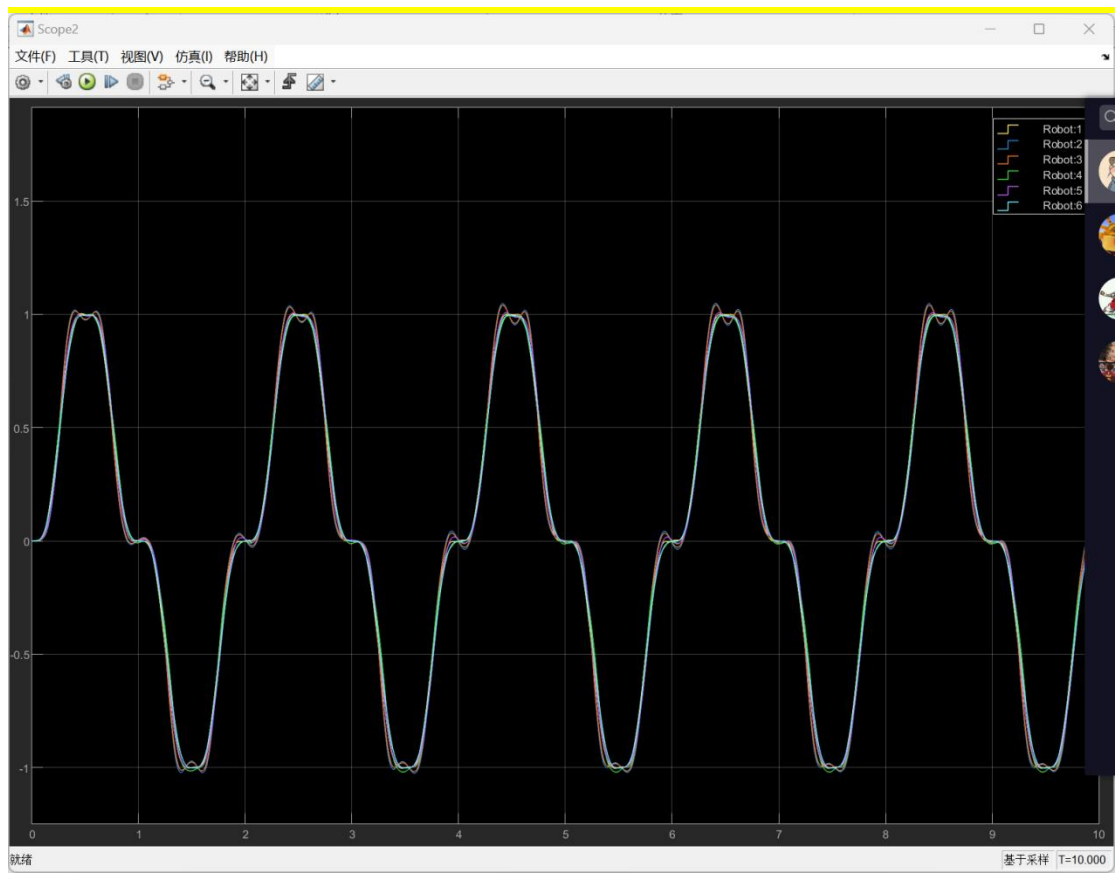


图 4 只在 PID 控制下周期信号输入的各输入关节角度跟踪曲线



图 5 只在 PID 控制下周期信号输入的各输入关节角度误差曲线

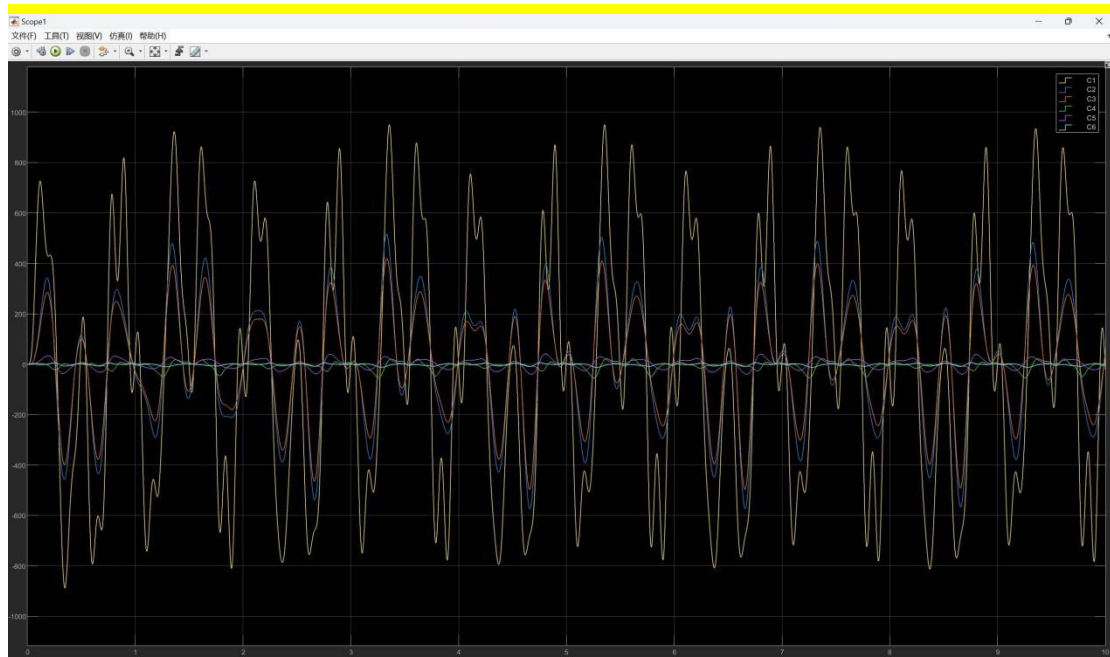


图 6 只在 PID 控制下周期信号输入的各输入关节力矩曲线

前馈控制情况下

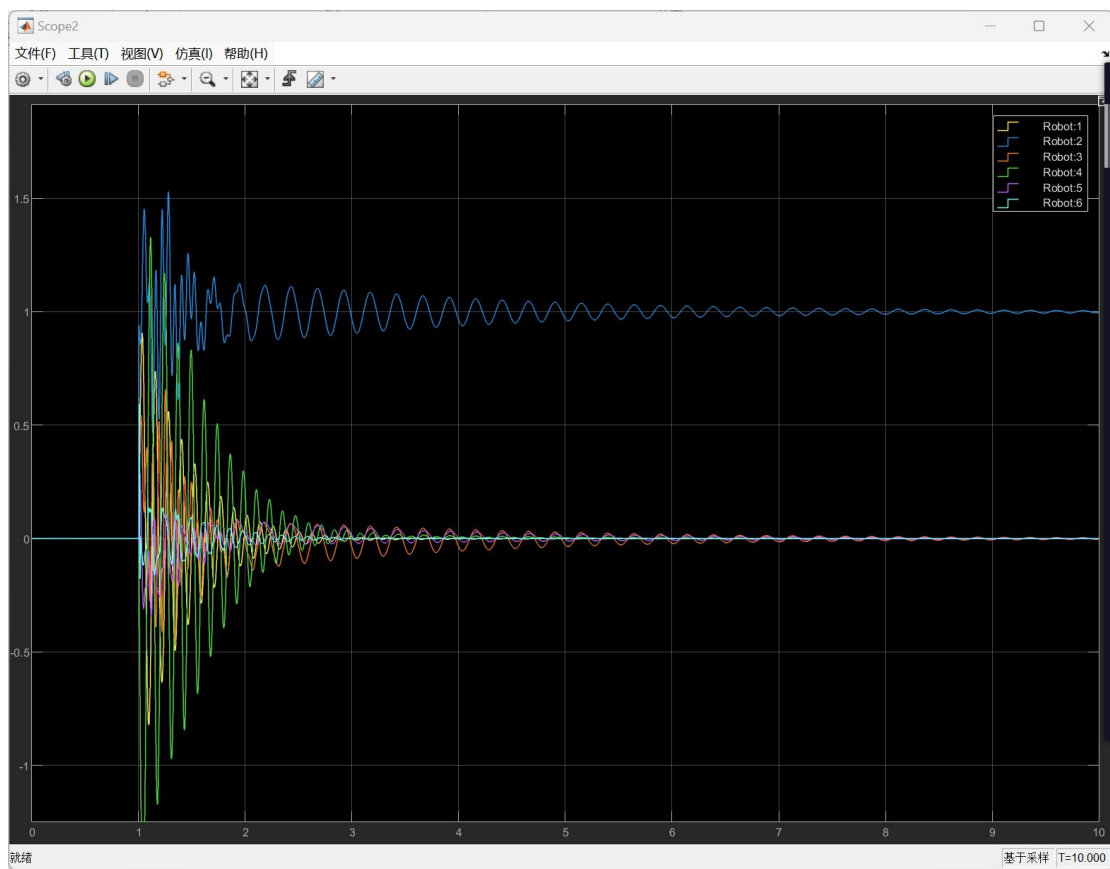


图 7 前馈控制下阶跃输入的各输入关节角度跟踪曲线

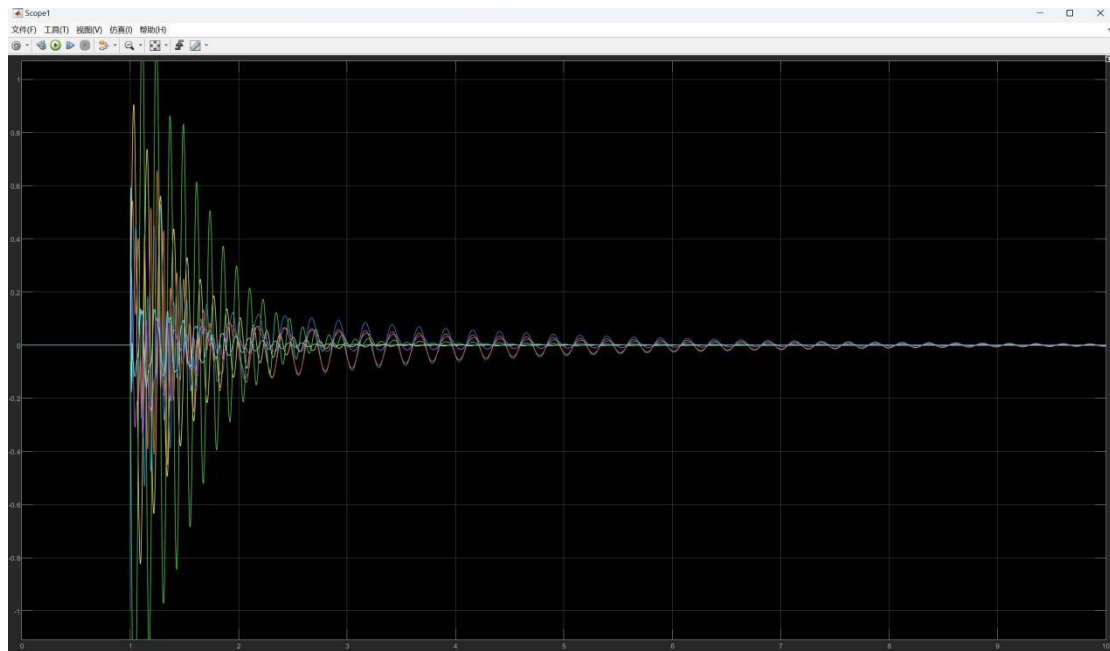


图 8 前馈控制下阶跃输入的各输入关节角度跟踪曲线

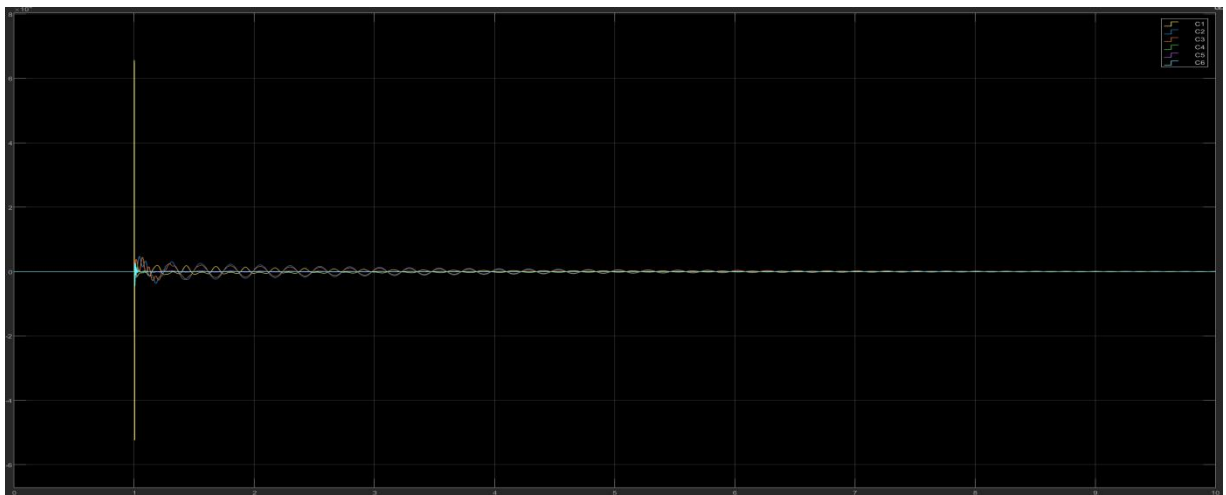


图 9 前馈控制下阶跃输入的各输入关节角度力矩曲线

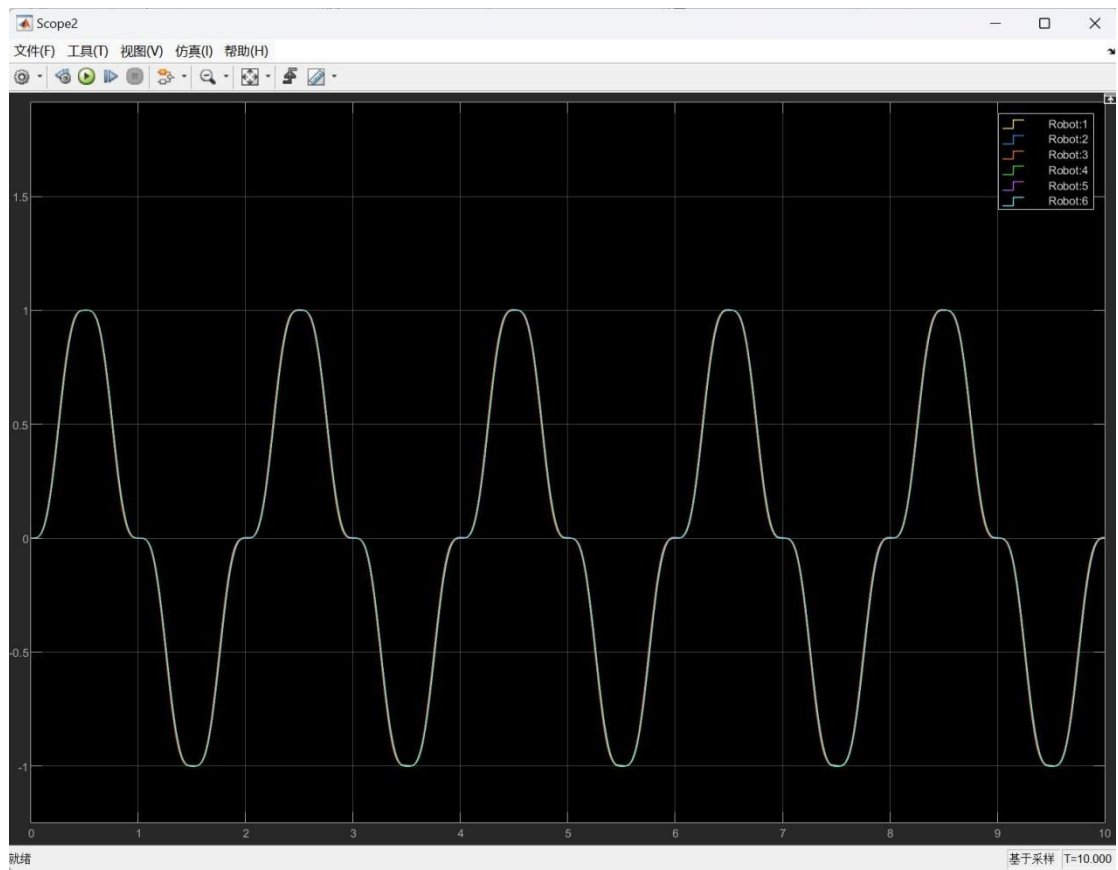


图 10 前馈控制下周期信号输入的各输入关节角度跟踪曲线

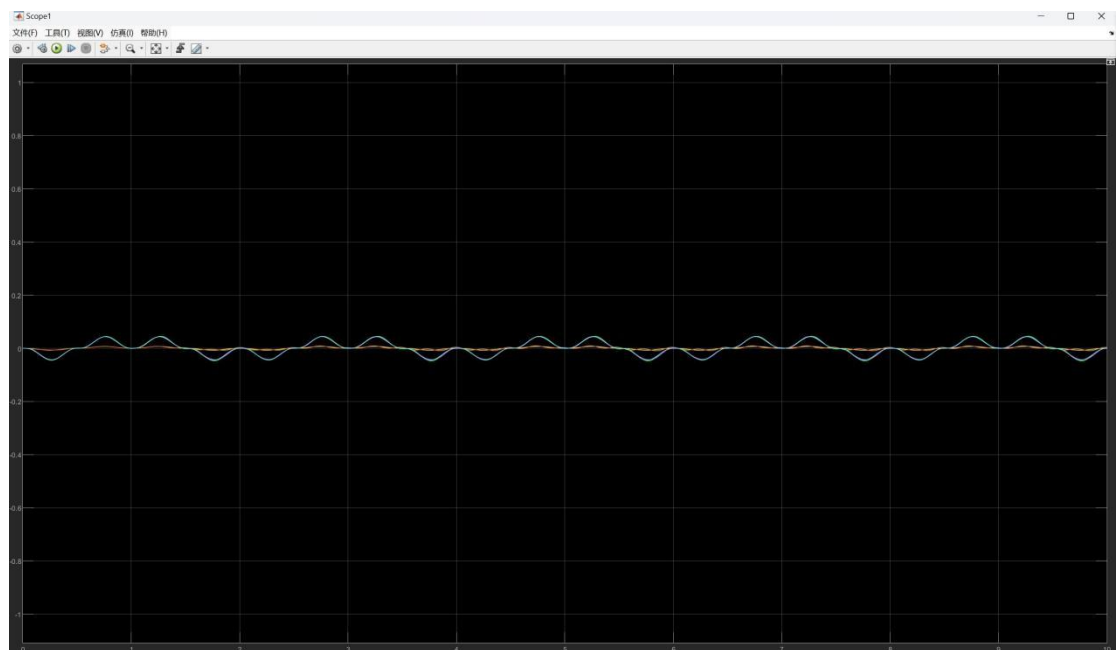


图 11 前馈控制下周期信号输入的各输入关节角度跟踪曲线

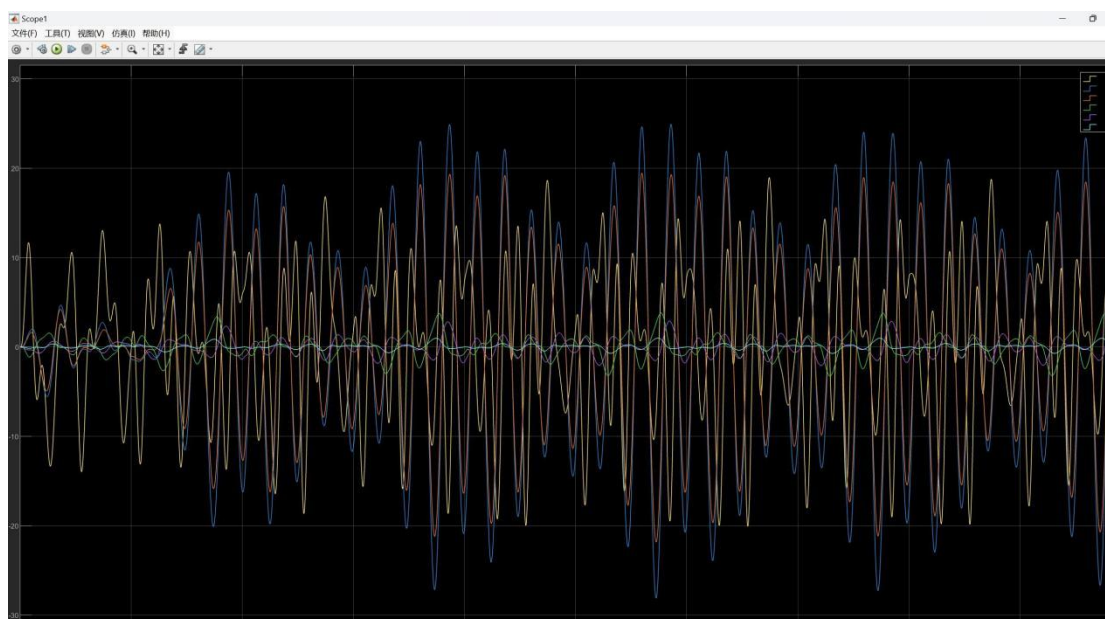


图 12 前馈控制下周期信号输入的各输入关节角度跟踪曲线

1.6 实验结论

(1) 阶跃信号实验结果

调节内外环 PID 各参数如表 2 所列，得到对应仿真曲线。阶跃响应设置从 1s 开始，也仅对关节 2 和 3 分别实加单位为 1 的阶跃信号。

序号	关节	速度环（内环）			位置环（外环）			阶跃信号 (1s 处)
		K'_P	K'_I	K'_D	K_P	K_I	K_D	
1	2	100	0.05	0.01	600	20	0.5	[0 1 0 0 0]
2		5	0.1	0.01	600	20	0.5	[0 1 0 0 0]
3	3	10	0.1	0.01	100	3	0.2	[0 0 1 0 0]
4		5	0.05	0.01	100	3	0.2	[0 0 1 0 0]

表 2 内外环 PID 参数情况

对于第 1 组实验（表 2 中序号 1 参数），得到仿真结果如下各图所示。



图 13 关节 2 在阶跃信号下，单独 PID 控制的位置跟踪曲线



图 14 关节 2 在阶跃信号下，PID+前馈响应的位置跟踪曲线

对于第 1 组实验（表 2 中序号 2 参数），得到仿真结果如下各图所示。

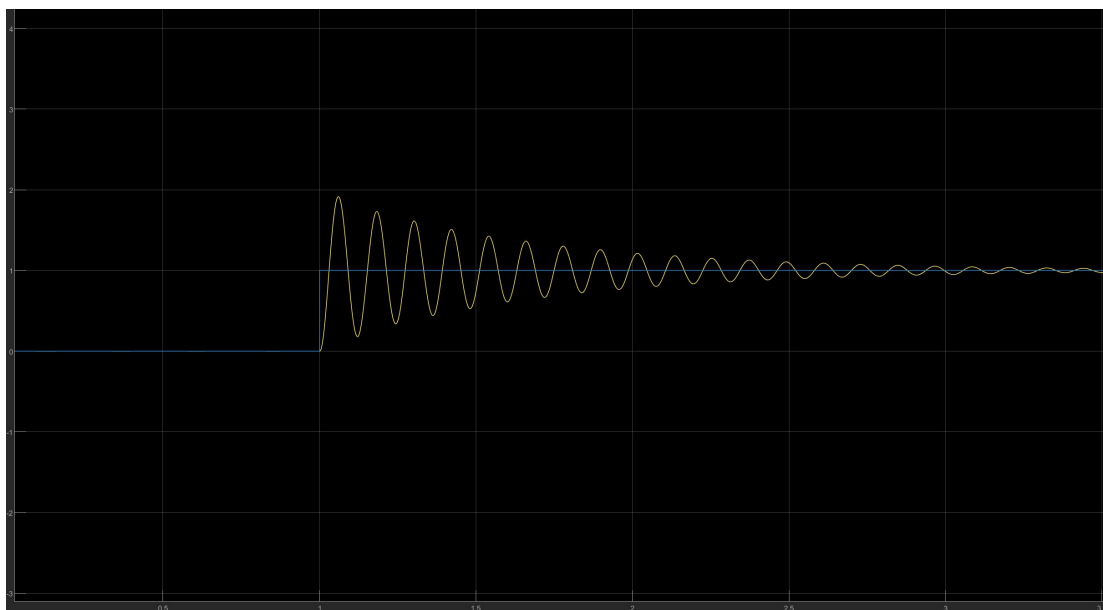


图 15 关节 2 在阶跃信号下，单独 PID 控制的位置跟踪曲线

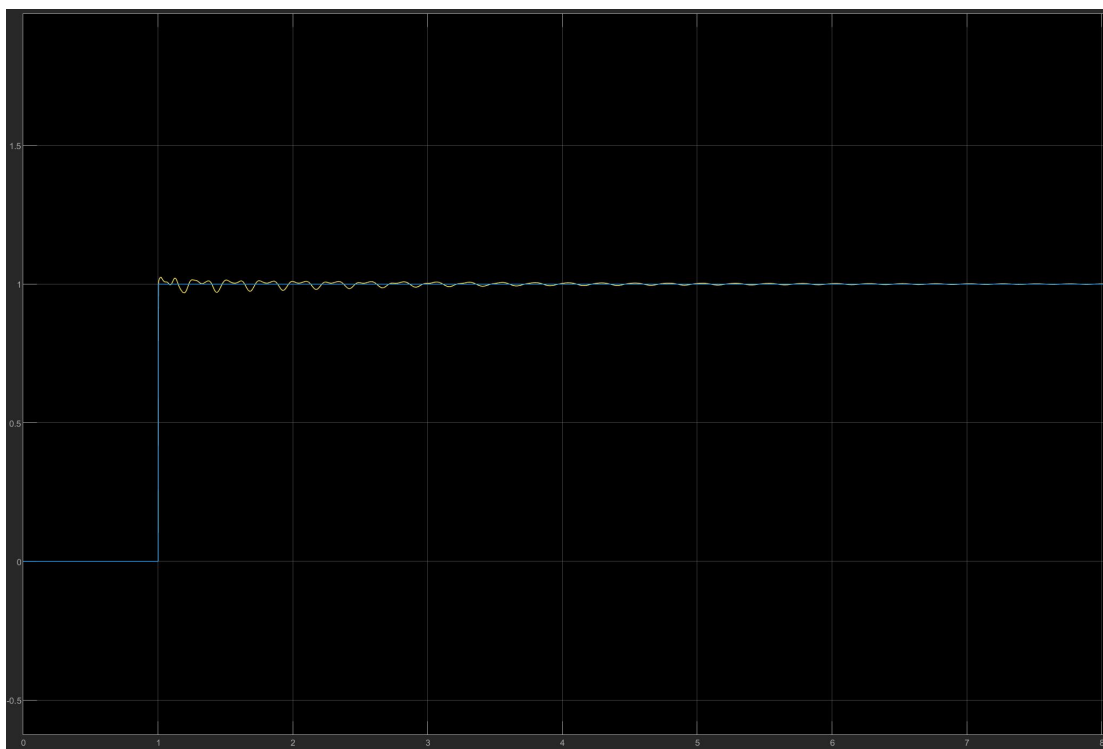


图 16 关节 2 在阶跃信号下，PID+前馈响应的位置跟踪曲线

如上曲线可以看出，单独 PID 控制时，关节 2 在本关节单独阶跃激励下的震动较大，增加逆动力学前馈后，关节 2 的控制效果得到很大改善.

(2) 周期信号实验结果

在实际应用中，更常见的信号是连续变化的平滑信号，这里使用周期信号替

代阶跃信号进行实验。周期信号的实验过程与（1）阶跃信号的实验类似，按照表 3 中参数调整周期信号参数。

表 3 周期信号参数情况

序号	关节	信号参数				对应仿真图
		振幅	偏移	频率	相角	
1	1	[1 1 1 1 1 1]	[0 0 0 0 0 0]	[0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5]	[0 0 0 0 0]	图 17 18
2		[1 1 1 1 1 1]	[0 0 0 0 0 0]	[0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1]	[0 0 0 0 0]	图 19 20

按第 1 组参数进行仿真，得到结果如图所示：

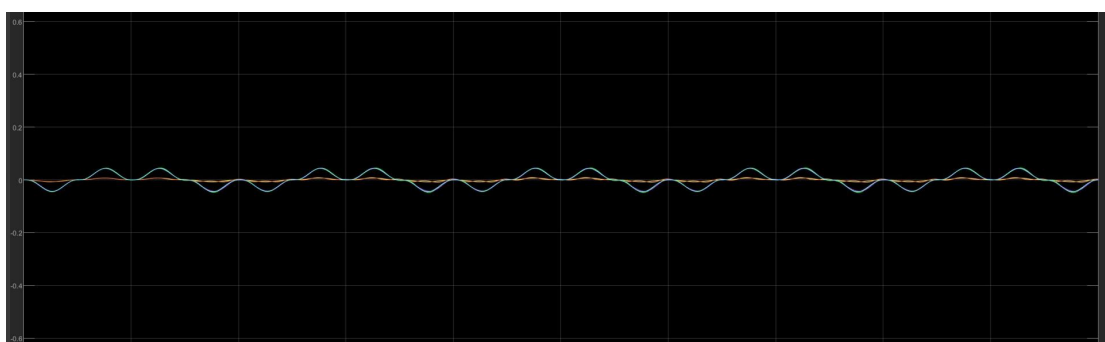


图 17 第 1 组参数 PID+前馈控制仿真关节误差曲线

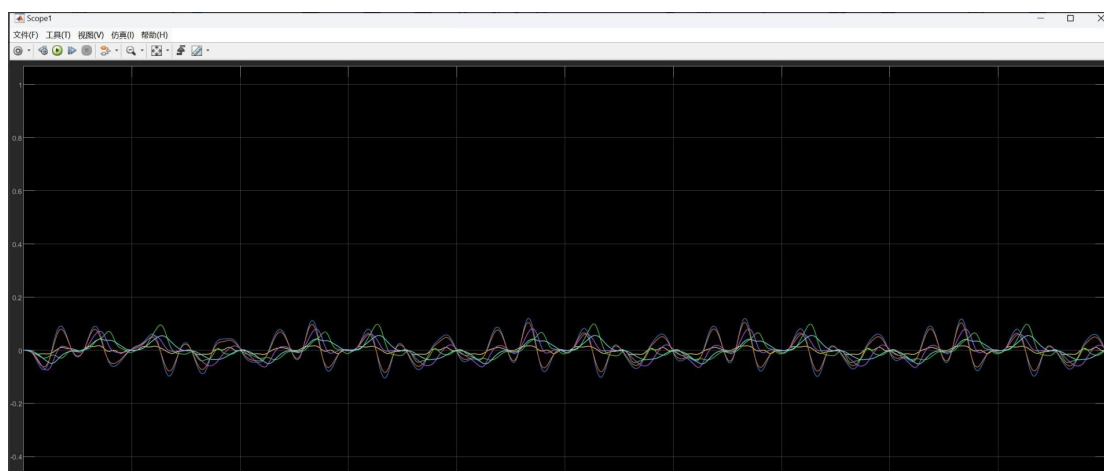


图 18 第 1 组参数单独 PID 仿真关节误差曲线

按第 2 组参数进行仿真，得到结果如图所示：

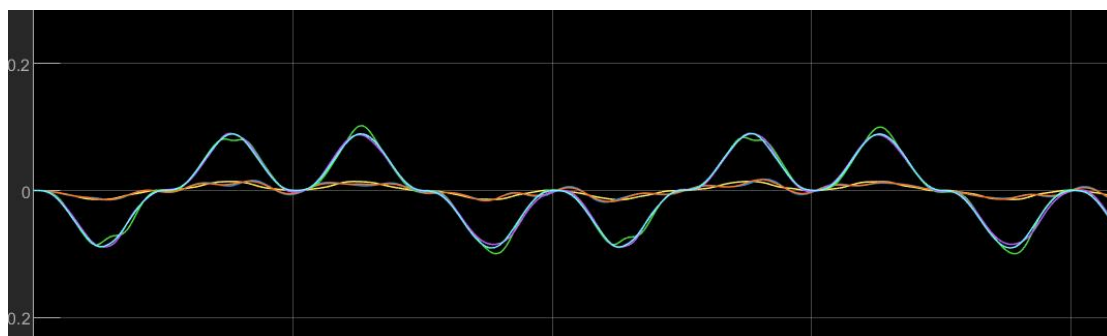


图 19 第 2 组参数 PID+前馈控制仿真关节误差曲线

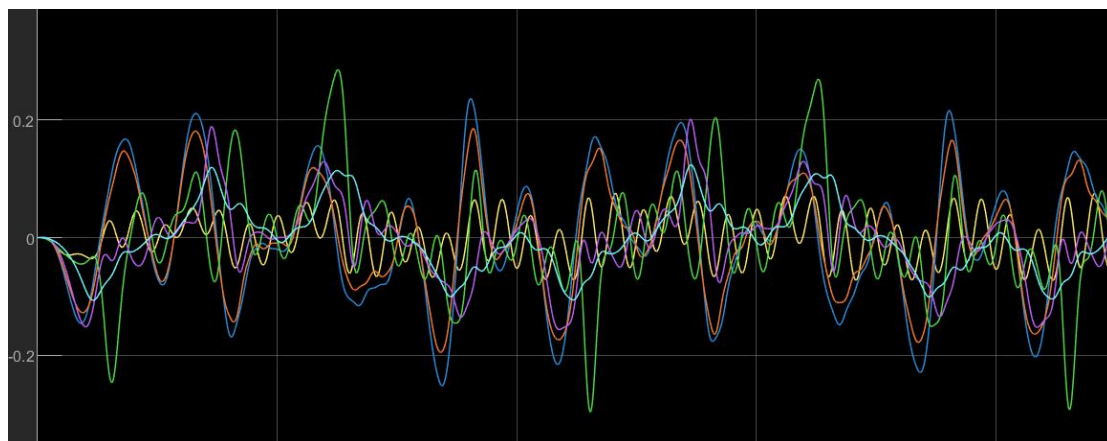


图 20 第 2 组参数单独 PID 仿真关节误差曲线

可以看出当周期信号频率过低时，前馈控制与单独 PID 控制差别不大，但是当频率变大或者震动幅值变大时，很明显可以看到前馈控制使得误差变大。

由此可以看出前馈控制对误差抑制具有一定的积极作用。经过以上仿真，可见前馈控制对系统控制具有一定积极意义，有助于机器人系统的快速收敛。