

西安交通大学 2015-2016 年数字信号处理期末试卷

一、填空题: (每空 1 分, 共 18 分)

- 1、数字频率 ω 是模拟频率 Ω 对采样频率 f_s 的归一化, 其值是 连续 (连续还是离散?)。
- 2、双边序列 z 变换的收敛域形状为 圆环或空集。
- 3、某序列的 DFT 表达式为 $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_M^{kn}$, 由此可以看出, 该序列时域的长度为 N, 变换后数字频域上相邻两个频率样点之间的间隔是 $\frac{2\pi}{M}$ 。
- 4、线性时不变系统离散时间因果系统的系统函数为 $H(z) = \frac{8(z^2 - z - 1)}{2z^2 + 5z + 2}$, 则系统的极点为 $z_1 = -\frac{1}{2}, z_2 = -2$; 系统的稳定性为 不稳定。系统单位冲激响应 $h(n)$ 的初值 $h(0) = 4$; 终值 $h(\infty)$ 不存在。
- 5、如果序列 $x(n)$ 是一长度为 64 点的有限长序列 ($0 \leq n \leq 63$), 序列 $h(n)$ 是一长度为 128 点的有限长序列 ($0 \leq n \leq 127$), 记 $y(n) = x(n) * h(n)$ (线性卷积), 则 $y(n)$ 为 $64+128-1=191$ 点 的序列, 如果采用基 2 FFT 算法以快速卷积的方式实现线性卷积, 则 FFT 的点数至少为 256 点。
- 6、用冲激响应不变法将一模拟滤波器映射为数字滤波器时, 模拟频率 Ω 与数字频率 ω 之间的映射变换关系为 $\Omega = \frac{\omega}{T}$ 。用双线性变换法将一模拟滤波器映射为数字滤波器时, 模拟频率 Ω 与数字频率 ω 之间的映射变换关系为 $\Omega = \frac{2}{T} \tan(\frac{\omega}{2})$ 或 $\omega = 2 \arctan(\frac{\Omega T}{2})$ 。
- 7、当线性相位 FIR 数字滤波器满足 偶对称 条件时, 其单位冲激响应 $h(n)$ 满足的条件为 $h(n) = h(N-1-n)$, 此时对应系统的频率响应 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$, 则其对应的相位函数为 $\varphi(\omega) = -\frac{N-1}{2}\omega$ 。
- 8、请写出三种常用低通原型模拟滤波器 巴特沃什滤波器、切比雪夫滤波器



网学天地 官网
更多视频和资料

器_____、

椭圆滤波器_____。

二、判断题（每题 2 分，共 10 分）

1、模拟信号也可以与数字信号一样在计算机上进行数字信号处理，只要加一道采样的工序就可以了。

(X)

2、已知某离散时间系统为 $y(n) = T[x(n)] = x(5n+3)$ ，则该系统为线性时不变系统。(X)

3、一个信号序列，如果能做序列的傅里叶变换 (DTFT)，也就能对其做 DFT 变换。(X)

4、用双线性变换法进行设计 IIR 数字滤波器时，预畸并不能消除变换中产生的所有频率点的非线性畸变。

(√)

5、阻带最小衰减取决于窗谱主瓣幅度峰值与第一旁瓣幅度峰值之比。

(X)

三、(15 分)、已知某离散时间系统的差分方程为

$$y(n) - 3y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

系统初始状态为 $y(-1)=1$ ， $y(-2)=2$ ，系统激励为 $x(n)=(3)^n u(n)$ ，

试求：(1) 系统函数 $H(z)$ ，系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 。

(2) 系统的零输入响应 $y_{zi}(n)$ 、零状态响应 $y_{zs}(n)$ 和全响应 $y(n)$ 。

解：(1) 系统函数为 $H(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}} = \frac{z^2+2z}{z^2-3z+2}$

$$\text{系统频率响应 } H(e^{j\omega}) = H(z)|_{z=e^{j\omega}} = \frac{e^{2j\omega} + 2e^{j\omega}}{e^{2j\omega} - 3e^{j\omega} + 2}$$

解一：(2) 对差分方程两端同时作 z 变换得

$$Y(z) - 3z^{-1}[Y(z) + y(-1)z] + 2z^{-2}[Y(z) + y(-1)z + y(-2)z^2] = X(z) + 2z^{-1}X(z)$$

$$\text{即： } Y(z) = \frac{3y(-1) - 2z^{-1}y(-1) - 2y(-2)}{1 - 3z^{-1} + 2z^{-2}} + \frac{(1+2z^{-1})}{1 - 3z^{-1} + 2z^{-2}} X(z)$$

上式中，第一项为零输入响应的 z 域表示式，第二项为零状态响应的 z 域表示式，将初始状态及激励的 z 变换 $X(z) = \frac{z}{z-3}$ 代入，得零输入响应、零状态响应的 z 域表示式分别为

$$Y_{zi}(z) = \frac{-1-2z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}} = -\frac{z^2+2z}{z^2-3z+2}$$



网学天地 官网
更多视频和资料

$$Y_{zs}(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}} \cdot \frac{z}{z-3} = \frac{z^2+2z}{z^2-3z+2} \cdot \frac{z}{z-3}$$

将 $Y_{zi}(z), Y_{zs}(z)$ 展开成部分分式之和，得

$$\frac{Y_{zi}(z)}{z} = -\frac{z+2}{z^2-3z+2} = \frac{3}{z-1} + \frac{-4}{z-2}$$

$$\frac{Y_{zs}(z)}{z} = \frac{z^2+2z}{z^2-3z+2} \cdot \frac{1}{z-3} = \frac{\frac{3}{2}}{z-1} + \frac{-8}{z-2} + \frac{\frac{15}{2}}{z-3}$$

即 $Y_{zi}(z) = \frac{3z}{z-1} + \frac{-4z}{z-2}$ $Y_{zs}(z) = \frac{\frac{3}{2}z}{z-1} + \frac{-8z}{z-2} + \frac{\frac{15}{2}z}{z-3}$

对上两式分别取 z 反变换，得零输入响应、零状态响应分别为

$$y_{zi}(k) = [3 - 4(2)^k] \varepsilon(k)$$

$$y_{zs}(k) = [\frac{3}{2} - 8(2)^k + \frac{15}{2}(3)^k] \varepsilon(k)$$

故系统全响应为

$$y(k) = y_{zi}(k) + y_{zs}(k) = [\frac{9}{2} - 12(2)^k + \frac{15}{2}(3)^k] \varepsilon(k)$$



网学天地 官网
更多视频和资料

解二、(2) 系统特征方程为 $\lambda^2 - 3\lambda + 2 = 0$ ，特征根为： $\lambda_1 = 1$ ， $\lambda_2 = 2$ ；

故系统零输入响应形式为 $y_{zi}(k) = c_1 + c_2(2)^k$

将初始条件 $y(-1)=1$ ， $y(-2)=2$ 带入上式得

$$\begin{cases} y_{zi}(-1) = c_1 + c_2(\frac{1}{2}) = 1 \\ y_{zi}(-2) = c_1 + c_2(\frac{1}{4}) = 2 \end{cases} \quad \text{解之得} \quad c_1 = 3, c_2 = -4,$$

故系统零输入响应为： $y_{zi}(k) = 3 - 4(2)^k \quad k \geq 0$

系统零状态响应为

$$Y_{zs}(z) = H(z)X(z) = \frac{1+2z^{-1}}{1-3z^{-1}+2z^{-2}} \cdot \frac{z}{z-3} = \frac{z^2+2z}{z^2-3z+2} \cdot \frac{z}{z-3}$$

$$\frac{Y_{zs}(z)}{z} = \frac{z^2+2z}{z^2-3z+2} \cdot \frac{1}{z-3} = \frac{\frac{3}{2}}{z-1} + \frac{-8}{z-2} + \frac{\frac{15}{2}}{z-3}$$

即 $Y_{zs}(z) = \frac{\frac{3}{2}z}{z-1} + \frac{-8z}{z-2} + \frac{\frac{15}{2}z}{z-3}$

对上式取 z 反变换，得零状态响应为 $y_{zs}(k) = [\frac{3}{2} - 8(2)^k + \frac{15}{2}(3)^k] \varepsilon(k)$

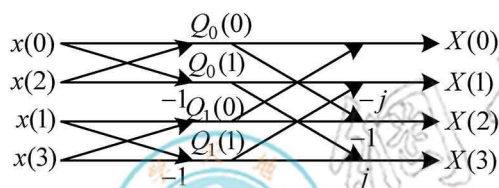
故系统全响应为

$$y(k) = y_{zi}(k) + y_{zs}(k) = \left[\frac{9}{2} - 12(2)^k + \frac{15}{2}(3)^k \right] \varepsilon(k)$$

四、回答以下问题：

- (1) 画出按时域抽取 $N = 4$ 点基2FFT的信号流图。
- (2) 利用流图计算4点序列 $x(n) = (2, 1, 3, 4)$ ($n = 0, 1, 2, 3$) 的DFT。
- (3) 试写出利用FFT计算IFFT的步骤。

解：(1)



4点按时间抽取FFT流图

$k \backslash l$	0	1
0	$W_2^0 W_2^0$	$W_2^0 W_2^1$
1	$W_2^0 W_2^0$	$W_2^1 W_2^1$

加权系数

$$(2) \quad \begin{cases} Q_0(0) = x(0) + x(2) = 2 + 3 = 5 \\ Q_0(1) = x(0) - x(2) = 2 - 3 = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} Q_1(0) = x(1) + x(3) = 1 + 4 = 5 \\ Q_1(1) = x(1) - x(3) = 1 - 4 = -3 \end{cases}$$

$$X(0) = Q_0(0) + Q_1(0) = 5 + 5 = 10$$

$$X(1) = Q_0(1) + W_4^1 Q_1(1) = -1 + j \cdot 3$$

$$X(2) = Q_0(0) + W_4^2 Q_1(0) = 5 - 5 = 0$$

$$X(3) = Q_0(1) + W_4^3 Q_1(1) = -1 - 3j$$

即： $X(k) = (10, -1 + 3j, 0, -1 - 3j), k = 0, 1, 2, 3$

(3) 1) 对 $X(k)$ 取共轭，得 $X^*(k)$ ；

2) 对 $X^*(k)$ 做 N 点 FFT；

3) 对 2) 中结果取共轭并除以 N 。

五、(12分) 已知二阶巴特沃斯模拟低通原型滤波器的传递函数为

$$H_a(s) = \frac{1}{s^2 + 1.414s + 1}$$

试用双线性变换法设计一个数字低通滤波器，其3dB截止频率为 $\omega_c = 0.5\pi$ rad，

写出数字滤波器的系统函数，并用正准型结构实现之。(要预畸，设 $T = 1$)

解：(1) 预畸

$$\Omega_c = \frac{2}{T} \arctan\left(\frac{\omega_c}{2}\right) = \frac{2}{1} \arctan\left(\frac{0.5\pi}{2}\right) = 2$$

(2) 反归一化

$$H(s) = H_a(s) \Big|_{s=\frac{s}{\Omega_c}} = \frac{1}{\left(\frac{s}{2}\right)^2 + 1.414\left(\frac{s}{2}\right) + 1} = \frac{4}{s^2 + 2.828s + 4}$$

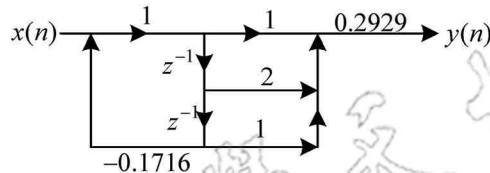


(3) 双线性变换得数字滤波器

$$H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}} = \frac{4}{s^2 + 2.828s + 4} \Big|_{s=\frac{2(1-z^{-1})}{1+z^{-1}}} = \frac{4}{(2\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}})^2 + 2.828 \cdot 2\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} + 4}$$

$$= \frac{4(1+2z^{-1}+z^{-2})}{13.656+2.344z^{-2}} = \frac{0.2929(1+2z^{-1}+z^{-2})}{1+0.1716z^{-2}}$$

(4) 用正准型结构实现



六、(12分) 设有一FIR数字滤波器，其单位冲激响应 $h(n)$ 如图1所示：

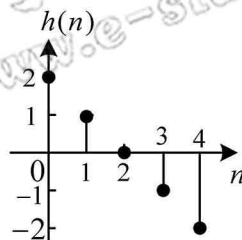


图 1



网学天地 官网
更多视频和资料

试求：(1) 该系统的频率响应 $H(e^{j\omega})$ ；

(2) 如果记 $H(e^{j\omega}) = H(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ，其中， $H(\omega)$ 为幅度函数（可以取负值），

$\varphi(\omega)$ 为相位函数，试求 $H(\omega)$ 与 $\varphi(\omega)$ ；

(3) 判断该线性相位FIR系统是何种类型的数字滤波器？（低通、高通、带通、带阻），说明你的判断依据。

(4) 画出该FIR系统的线性相位型网络结构流图。

解：(1) $h(n) = (2, 1, 0, -1, -2)$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^4 h(n)e^{-jn\omega} = h(0) + h(1)e^{-j\omega} + h(2)e^{-j2\omega} + h(3)e^{-j3\omega} + h(4)e^{-j4\omega}$$

$$= 2 + e^{-j\omega} - e^{-j3\omega} - 2e^{-j4\omega} = 2(1 - e^{-j4\omega}) + (e^{-j\omega} - e^{-j3\omega})$$

$$= 2e^{-j2\omega}(e^{-j2\omega} - e^{j2\omega}) + e^{-j2\omega}(e^{j\omega} - e^{-j\omega}) = e^{-j2\omega}[4j\sin(2\omega) + 2j\sin(\omega)]$$

$$(2) H(e^{j\omega}) = e^{-j2\omega} e^{j\frac{\pi}{2}} [4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)] = e^{j(\frac{\pi}{2}-2\omega)} [4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega)]$$

$$H(\omega) = 4\sin(2\omega) + 2\sin(\omega), \quad \varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - 2\omega$$

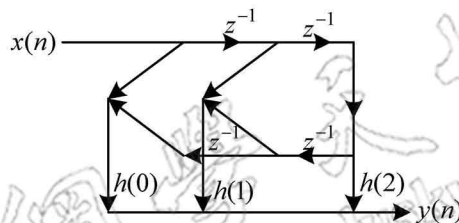
$$(3) \quad H(2\pi - \omega) = 4\sin[2(2\pi - \omega)] + 2\sin(2\pi - \omega) = -4\sin(2\omega) - 2\sin(\omega) = -H(\omega)$$

故 当 $\omega = 0$ 时，有 $H(2\pi) = -H(0) = H(0)$ ，即 $H(\omega)$ 关于 0 点奇对称， $H(0) = 0$ ；

当 $\omega = \pi$ 时，有 $H(\pi) = -H(\pi)$ ，即 $H(\omega)$ 关于 π 点奇对称， $H(\pi) = 0$

上述条件说明，该滤波器为一个线性相位带通滤波器。

(4) 线性相位结构流程图



网学天地 官网
更多视频和资料

八、(15 分) 简答题

(1) 试写出双线性变换法设计 IIR 数字高通滤波器的主要步骤。

(2) 简述利用窗函数来设计 FIR 滤波器时，对理想低通滤波器加矩形窗处理后的影响。为了改善 FIR 滤波器的性能，尽可能的要求窗函数满足哪两个条件？

解：(1) 1) 将数字高通滤波器的频率指标转换为模拟高通滤波器的频率指标(其中将高通截止频率通过预畸转换为模拟高通滤波器的截止频率)

2) 将模拟高通滤波器技术指标转换为模拟低通滤波器技术指标

3) 设计模拟低通原型滤波器

4) 将模拟低通原型滤波器通过双线性映射为数字低通原型滤波器

5) 将数字低通原型滤波器通过频域变换为数字高通滤波器

(2) 理想低通滤波器加窗后的影响有 3 点：

1) 理想幅频特性的陡直的边沿被加宽，形成一个过渡带，过渡带的带宽取决于窗函数频响的主瓣宽度。

2) 在过渡带的两侧附近产生起伏的肩峰和纹波，它是由窗函数频响的旁瓣引起的，旁瓣相对值越大起伏就越强。

西安交大通信考研全套课程，考研真题、考点重点、典型题独家视频讲解
考研真题、期末试题、考研题库、教案讲义、考研笔记等，全部免费赠送！
资料、视频更新：www.e-studysky.com；QQ: 1489600923；Tel: 18801294486

3) 增加截取长度 N ，将缩小窗函数的主瓣宽度，但却不能减小旁瓣相对值。只能减小过渡带带宽，而不能改善滤波器通带内的平稳性和阻带中的衰减。

为了改善滤波器的性能，尽可能要求窗函数满足：

- 1) 主瓣宽度窄，以获得较陡的过渡带
- 2) 旁瓣相对值尽可能小，以改善通带的平稳度和增大阻带中的衰减。



网学天地 官网
更多视频和资料

