

《第一次课后作业》

13 设 $x(t)$ 的傅里叶变换为 $X(j\omega) = \delta(\omega) + \delta(\omega - \pi) + \delta(\omega - 5)$

并令

$$h(t) = u(t) - u(t-2)$$

(a) $x(t)$ 是周期的吗?

(b) $x(t) * h(t)$ 是周期的吗?

(c) 两个非周期信号的卷积有可能是周期的吗?

14 考虑一个信号 $x(t)$ ，其傅里叶变换为 $X(j\omega)$ ，假设给出下列条件：

1. $x(t)$ 是实值且非负的。

2. $\mathcal{F}^{-1}\{(1+j\omega)X(j\omega)\} = Ae^{-2t}u(t)$ ， A 与 t 无关。

3. $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi$

求 $x(t)$ 的闭式表达式。

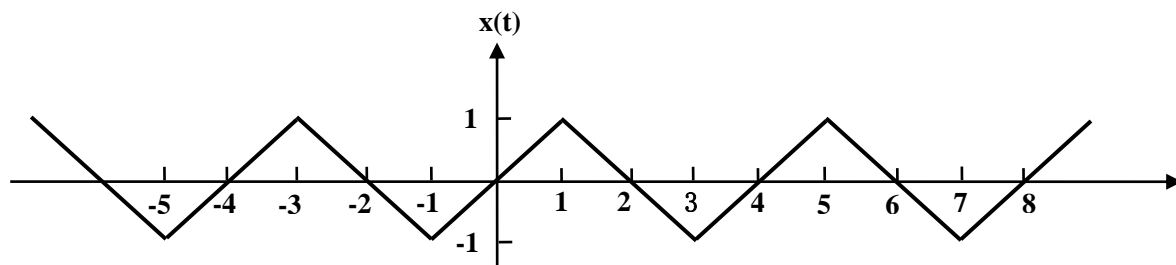
24 (a) 下图所示的实信号中，如果有的话，哪些信号的傅里叶变换满足下列所有条件：

$$(1) \operatorname{Re}\{X(j\omega)\} = 0 \quad (2) \operatorname{Im}\{X(j\omega)\} = 0$$

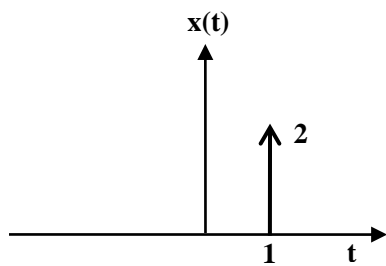
(3) 存在一个实数 α ，使 $e^{j\alpha\omega} X(j\omega)$ 为实函数

$$(4) \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) d\omega = 0 \quad (5) \int_{-\infty}^{\infty} \omega X(j\omega) d\omega = 0$$

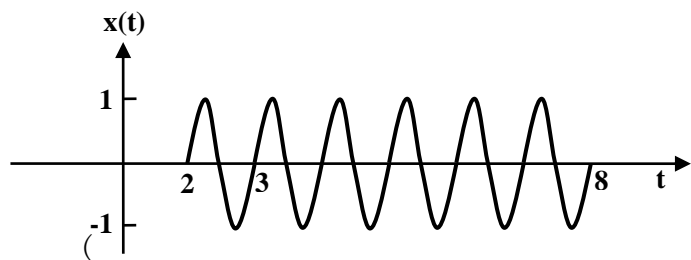
(6) $X(j\omega)$ 是周期的。



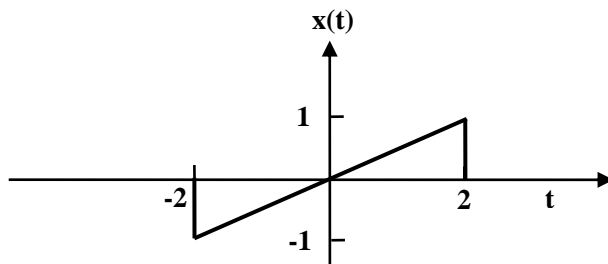
(a)



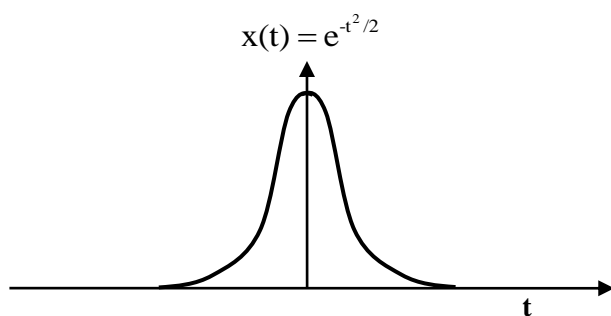
(b)



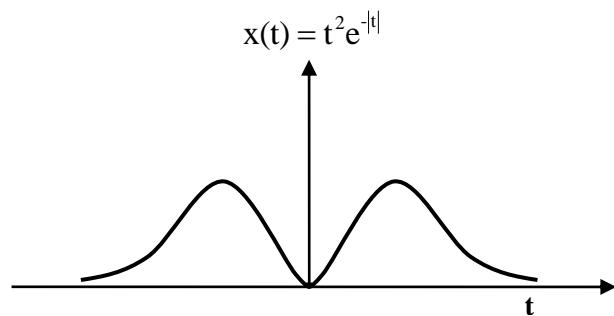
(c)



(d)



(e)



(f)

(b) 构造一个信号，它具有上述性质(1)，(4)和(5)，但没有其余性质。

25 设 $X(j\omega)$ 为右下图所示信号 $x(t)$ 的傅里叶变换：

(a) 求 $\angle X(j\omega)$

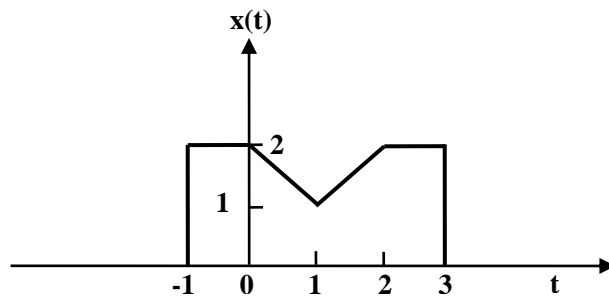
(b) 求 $X(j0)$

(c) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) d\omega$

(d) 计算 $\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) \frac{2 \sin \omega}{\omega} e^{j2\omega} d\omega$

(e) 计算 $\int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$

(f) 画出 $\Re\{X(j\omega)\}$ 的反变换



注意：不必具体算出 $X(j\omega)$ 就能完成以上全部计算。

27 考虑信号

$$x(t) = u(t-1) - 2u(t-2) + u(t-3)$$

和

$$\tilde{x}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-kT)$$

式中 $T > 2$ 。令 a_k 记作 $\tilde{x}(t)$ 的傅里叶级数系数， $X(j\omega)$ 为 $x(t)$ 的傅里叶变换。

(a) 求 $X(j\omega)$ 的闭式表达式。

(b) 求傅里叶级数 a_k 的表达式，并验证 $a_k = \frac{1}{T} X(j\frac{2\pi k}{T})$