Date:

11. (5) 证明 R 是传递的当且仅当 $R \circ R \subseteq R$

证明: $\Rightarrow$

$\forall x, y \in A$

$(\exists z \in A)(xRz \wedge zRy)$

$\Rightarrow (x, y) \in R$ （由 R 是传递的）

所以 $R \circ R \subseteq R$

$\Leftarrow$ $\forall x, y, z \in A$

$(x, y) \in R \wedge (y, z) \in R$

$\Rightarrow (x, z) \in R \circ R$

$\Rightarrow (x, z) \in R$ （$R \circ R \subseteq R$ 条件）

所以 R 是传递的

17. (1) 真 $\forall x \in A$,

$(x, x) \in R_1 \wedge (x, x) \in R_2$

$\Rightarrow (x, x) \in R_1 \circ R_2$

所以 $R_1 \circ R_2$ 是自反的

(2) 假 $R_1 = \{(1, 2)\}$, $R_2 = \{(2, 1)\}$

$R_1 \circ R_2 = \{(1, 1)\}$ 不是反自反

(3) 假设 $R_1=\{(1,2),(2,1)\}$

$R_2=\{(2,3),(3,2)\}$

$R_1\circ R_2=\{(1,3)\}$ 不是对称关系

(4) 假设 $R_1=\{(1,3),(2,4)\}$

$R_2=\{(3,2),(4,1)\}$

$R_1\circ R_2=\{(1,2),(2,1)\}$ 不是反对称关系

(5) 假设 $R_1=\{(1,2),(2,3),(3,4),(4,4)\}$

$R_2=\{(3,4),(4,5),(5,6)\}$

$R_1\circ R_2=\{(2,4),(3,5),(4,5),\}$ 不是传递关系

19. (1) $(1,2)\in R$

$(2,4)\in R$

$(1,4)\notin R$

(2) $|A|=4$

$R^2=\{(1,4),(2,3),(3,4),(4,4)\}$　　$R^4=\{(1,4),(2,4),(3,4),($

$R^3=\{(1,3),(2,4),(3,4),(4,4)\}$

$R_1=\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,3),(4$

No:

Date:

(3) 能，$R_2 = A \times A$ 上的全关系.

23. (1) 证明:

① 自反性: $\forall x \in A$

$(x,x) \in R_1 \wedge (x,x) \in R_2$

$\Rightarrow (x,x) \in (R_1 \cap R_2)$

所以 $R_1 \cap R_2$ 是自反的.

② 对称的 $\forall x,y \in A$

$(x,y) \in (R_1 \cap R_2)$

$\Rightarrow (x,y) \in R_1 \wedge (x,y) \in R_2$

$\Rightarrow (y,x) \in R_1 \wedge (y,x) \in R_2$ (条件 R_1, R_2 对称)

$\Rightarrow (y,x) \in (R_1 \cap R_2)$

所以 $R_1 \cap R_2$ 是对称的

③ 传递性: $\forall x,y,z \in A$

$(x,y) \in R_1 \cap R_2 \wedge (y,z) \in R_1 \cap R_2$

$\Rightarrow ((x,y) \in R_1 \wedge (x,y) \in R_2) \wedge ((y,z) \in R_1 \wedge (y,z) \in R_2)$

$\Rightarrow (((x,y) \in R_1 \wedge (y,z) \in R_1) \wedge ((x,y) \in R_2 \wedge (y,z) \in R_2)$

$\Rightarrow (x,z) \in R_1 \wedge (x,z) \in R_2$

$\Rightarrow (x,z) \in (R_1 \cap R_2)$

所以 $R_1 \cap R_2$ 是传递的

综上，$R_1 \cap R_2$ 是等价关系.

扫描全能王 创建

(2) $R_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1)\}$

$R_2 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(2,3),(3,2)\}$

$R_1 \cup R_2 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(1,2),(2,1),(2,3),(3,2)\}$

不传递

$R_1 \cup R_2$ 不是等价关系