

1、已知系统的状态转移矩阵为

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} 2e^{-t} - e^{-2t} & e^{-t} - e^{-2t} \\ 2e^{-2t} - 2e^{-t} & 2e^{-2t} - e^{-t} \end{bmatrix}$$

试求这两个系统的系统矩阵 \mathbf{A} 。

2、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

请计算 $\mathbf{A}^7 - \mathbf{A}^3 + 2\mathbf{I}$ 的值。

3、某线性连续定常系统的非齐次状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

已知初始状态 $x_1(0) = 2, x_2(0) = 1$ 。请使用直接求解法，求单位阶跃函数输入时系统的时间

响应 $\mathbf{x}(t)$ 。