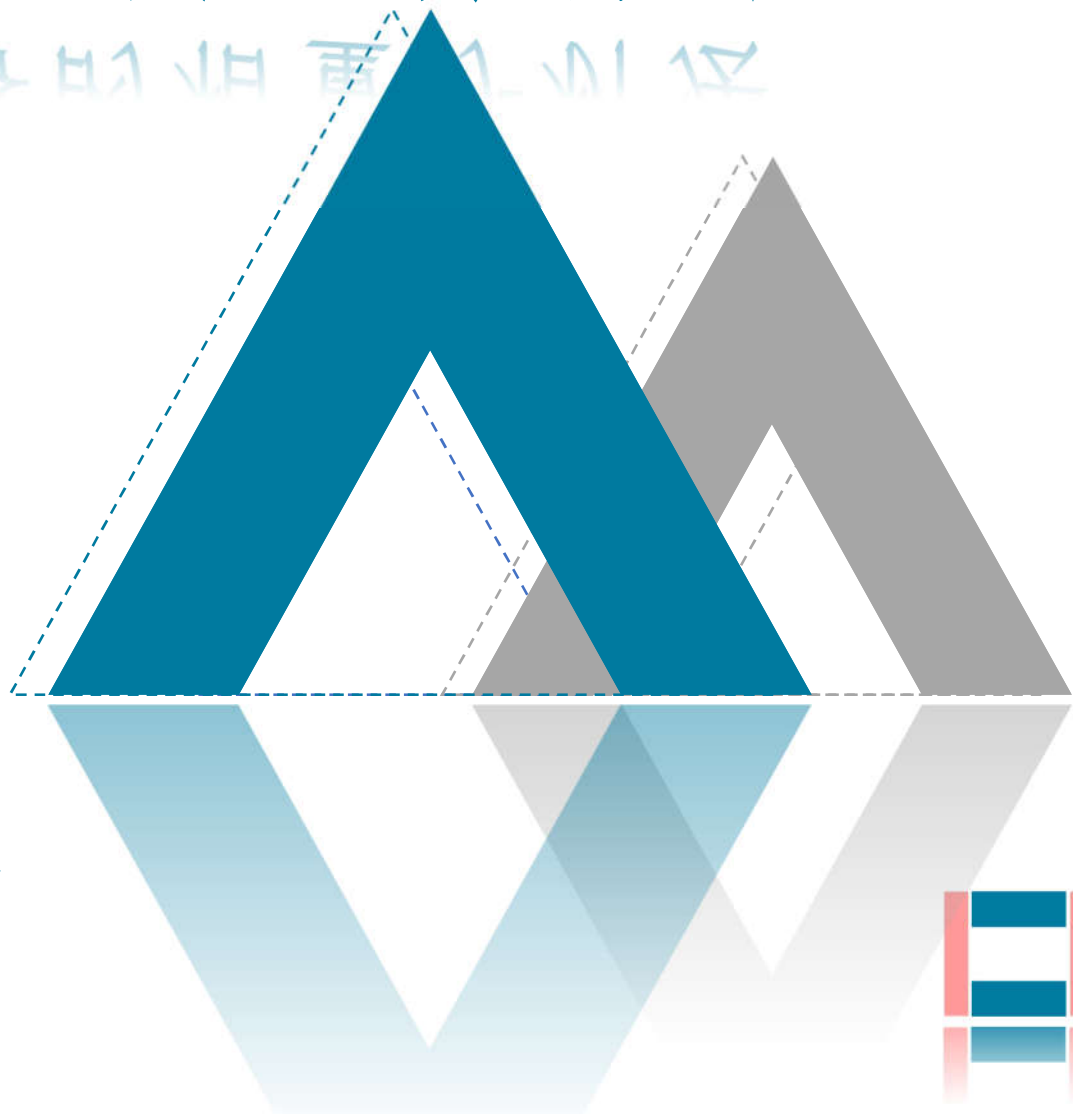


正弦交流电路的相量分析法

第10章

主讲人：邹建龙

时 间： 年 月 日



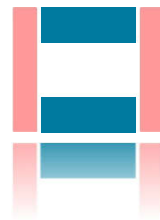
□ 引言

□ 10.1 相量分析法

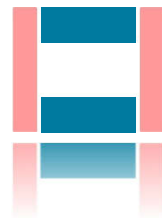
□ 10.2 相量分析法的应用

□ 10.3 相量图

□ 小结

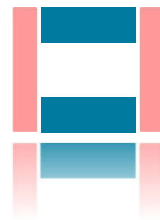


10 正弦交流电路的相量分析法——引言



10.1 相量分析法——依据

内容	对象	相量分析法的依据
KCL	节点	对任意一个节点，所有支路电流相量代数和为零 $\sum \pm \dot{I}_k = 0 \text{ 或 } \sum \text{流入} \dot{I}_m = \sum \text{流出} \dot{I}_n$
KVL	回路	对任意一个回路，所有支路电压相量代数和为零 $\sum \pm \dot{U}_k = 0 \text{ 或 } \sum \text{升压} \dot{U}_m = \sum \text{降压} \dot{U}_n$
VCR	电阻	$\dot{U}_R = R \dot{I}_R \text{ 或 } \dot{I}_R = \frac{\dot{U}_R}{R}$
	电感	$\dot{U}_L = j\omega L \dot{I}_L \text{ 或 } \dot{I}_L = \frac{\dot{U}_L}{j\omega L}$
	电容	$\dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_C \text{ 或 } \dot{I}_C = j\omega C \dot{U}_C$
	任意阻抗	$\dot{U}_Z = Z \dot{I}_Z \text{ 或 } \dot{I}_Z = \frac{\dot{U}_Z}{Z}$



第1步：将所有时域正弦量电压和电流**转化为相量**，并将时域电阻、电感和电容转化为相量域的阻抗。（第1步通常可以省略）

第2步：列写**KCL方程和KVL方程**。

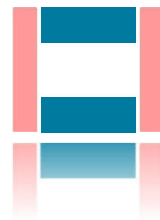
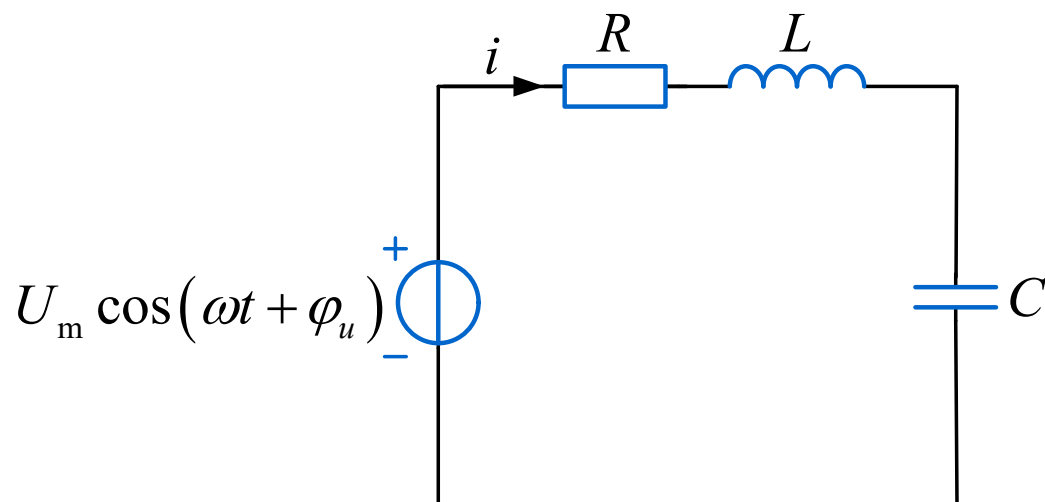
第3步：列写电路元件的VCR方程。（第2步与第3步通常合成为一步，也可以用节点电压法、回路电流法、等效变换等）

第4步：根据KCL方程、KVL方程和VCR**方程求解**出待求的电压和电流相量。

第5步：将电压和电流相量转化为时域正弦量电压和电流。（第5步通常可以省略）



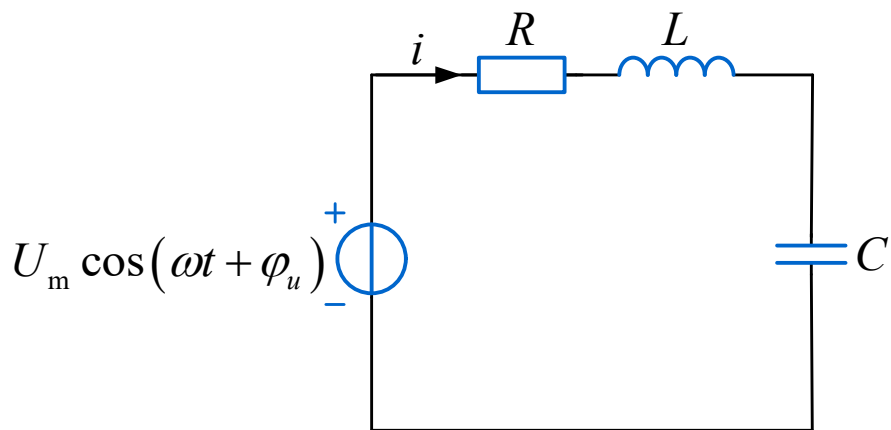
例题1 (基础) 求正弦交流电路稳态时的响应 i 。



10.1 相量分析法——步骤

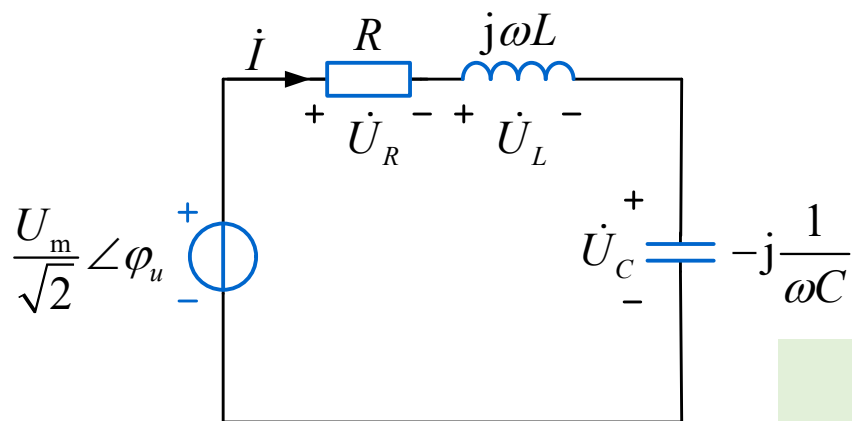
例题1 (基础)

求正弦交流电路稳态时的响应*i*。



$$\frac{U_m}{\sqrt{2}} \angle \varphi_u = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

$$\dot{U}_R = R\dot{I}, \quad \dot{U}_L = j\omega L\dot{I}, \quad \dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}$$

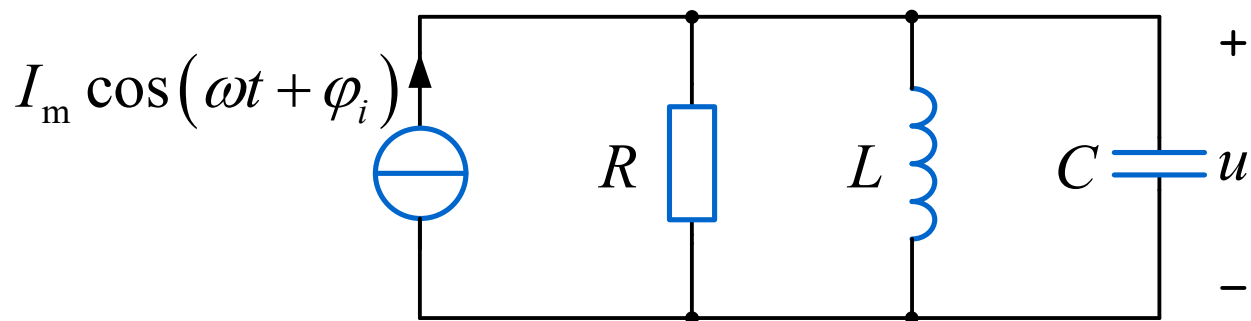


$$\dot{I} = \frac{U_m}{\sqrt{2} \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \angle \left(\varphi_u - \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

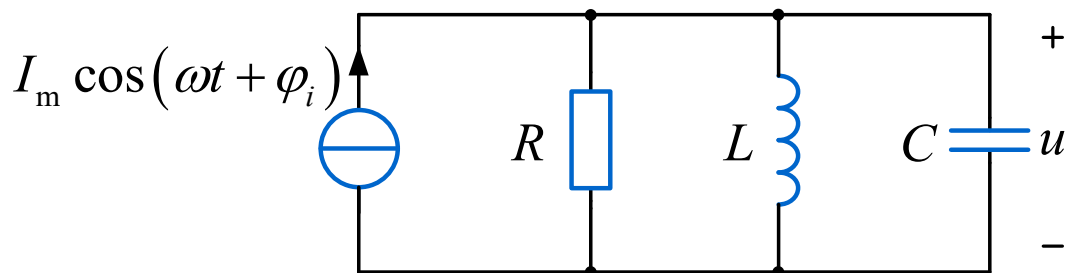
$$i = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cos \left(\omega t + \varphi_u - \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right)$$

同步练习题1 (基础)

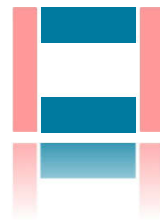
求正弦交流电路稳态时的响应 u 。



同步练习题1 (基础)

求正弦交流电路稳态时的响应 u 。

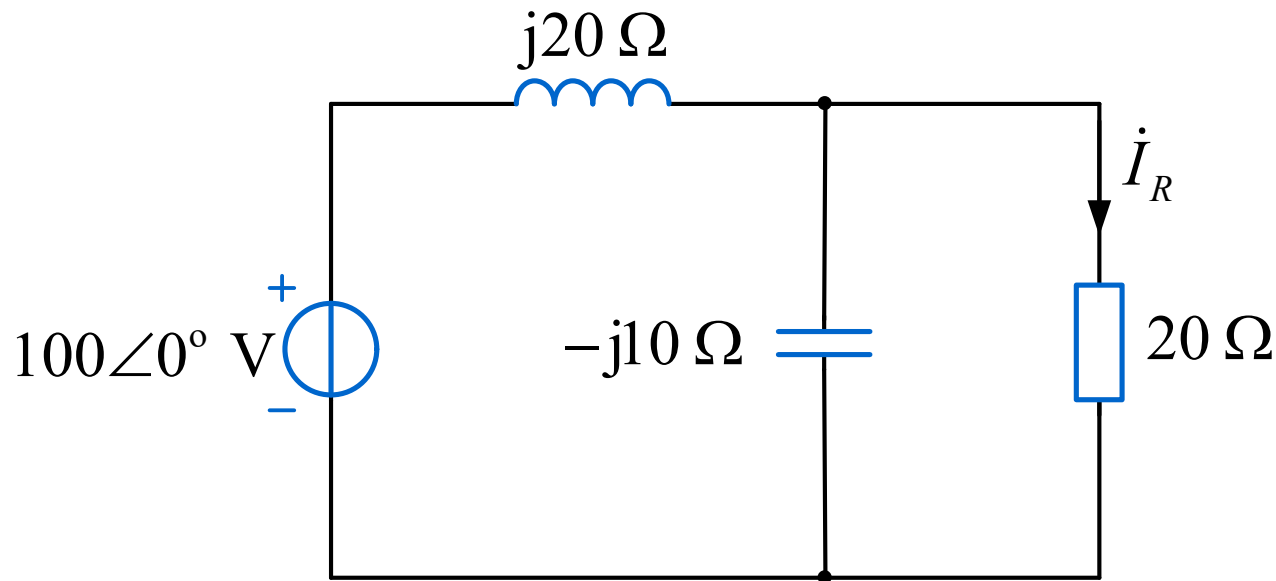
答案:
$$u = \frac{I_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \cos \left[\omega t + \varphi_i - \arctan \left(\frac{R}{\omega C - \frac{1}{\omega L}} \right) \right]$$



10.2 相量分析法的应用

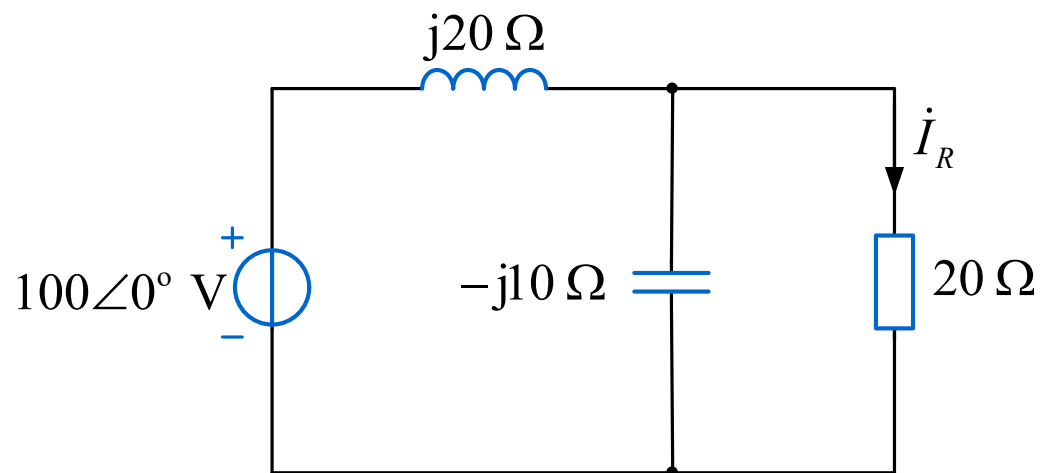
例题2 (基础)

分别用节点电压法、回路电流法、等效变换和戴维南定理四种方法求图中的电阻电流。



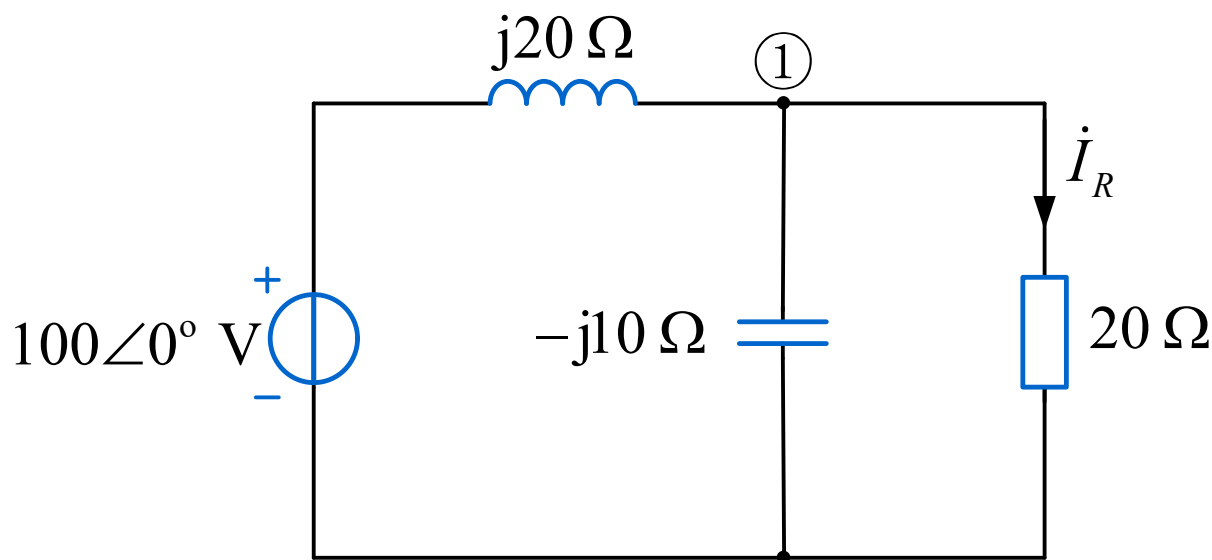
例题2 (基础)

节点电压法。



10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础) 节点电压法。



$$\left(\frac{1}{j20} + \frac{1}{-j10} + \frac{1}{20} \right) \dot{U}_{n1} = \frac{100\angle 0^\circ}{j20}$$

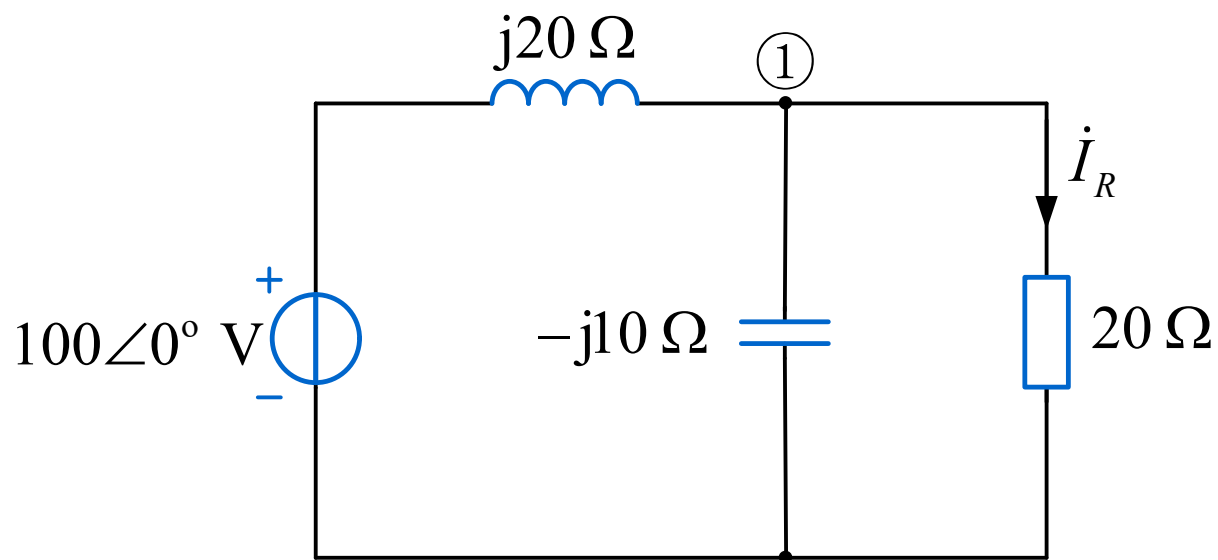
$$\dot{U}_{n1} = 50\sqrt{2}\angle(-135^\circ) \text{ V}$$

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_{n1}}{20} = 2.5\sqrt{2}\angle(-135^\circ) \text{ A}$$

10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

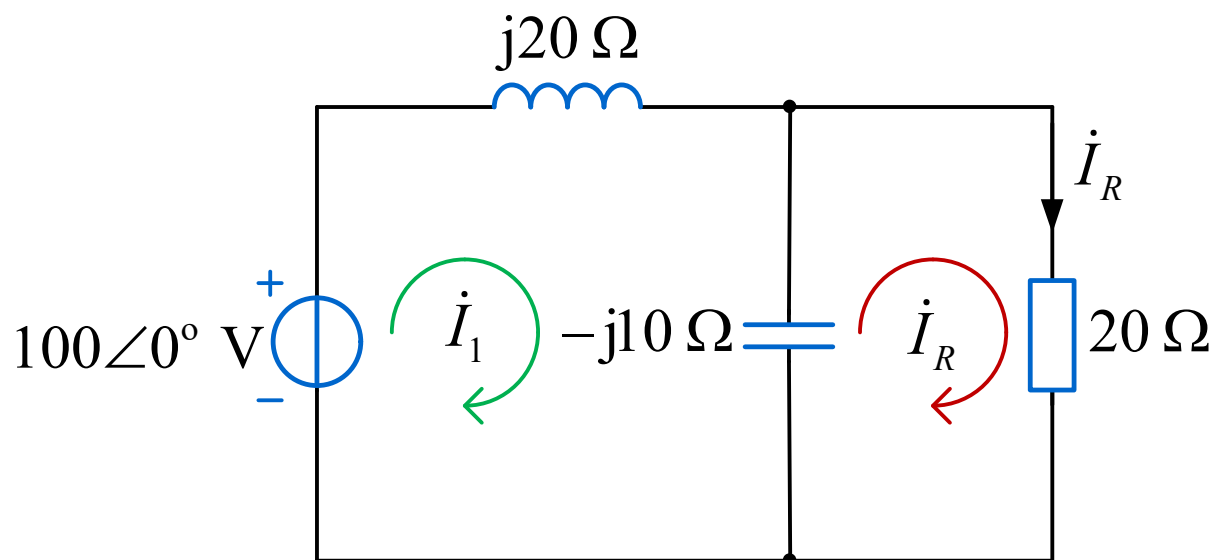
回路电流法。



10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

回路电流法。



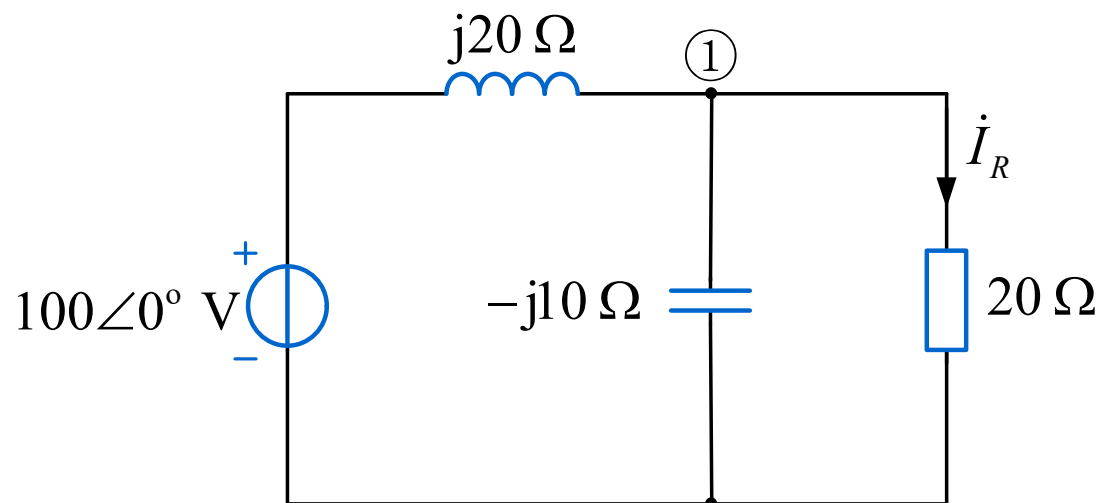
$$\begin{aligned} [j20 + (-j10)] \dot{I}_1 - (-j10) \dot{I}_R &= 100\angle 0^\circ \\ -(-j10) \dot{I}_1 + [(-j10) + 20] \dot{I}_R &= 0 \end{aligned}$$

$$\dot{I}_R = 2.5\sqrt{2}\angle(-135^\circ) \text{ A}$$

10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

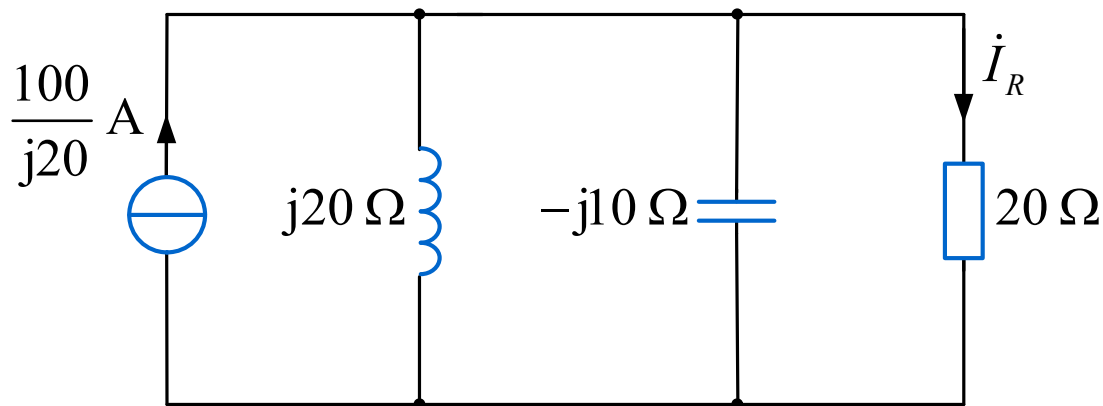
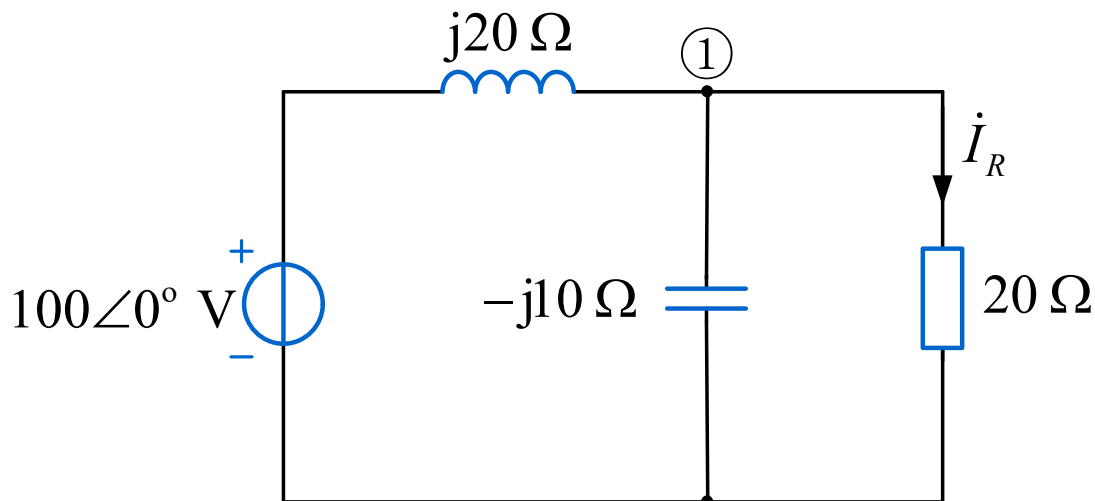
等效变换。



10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

等效变换。

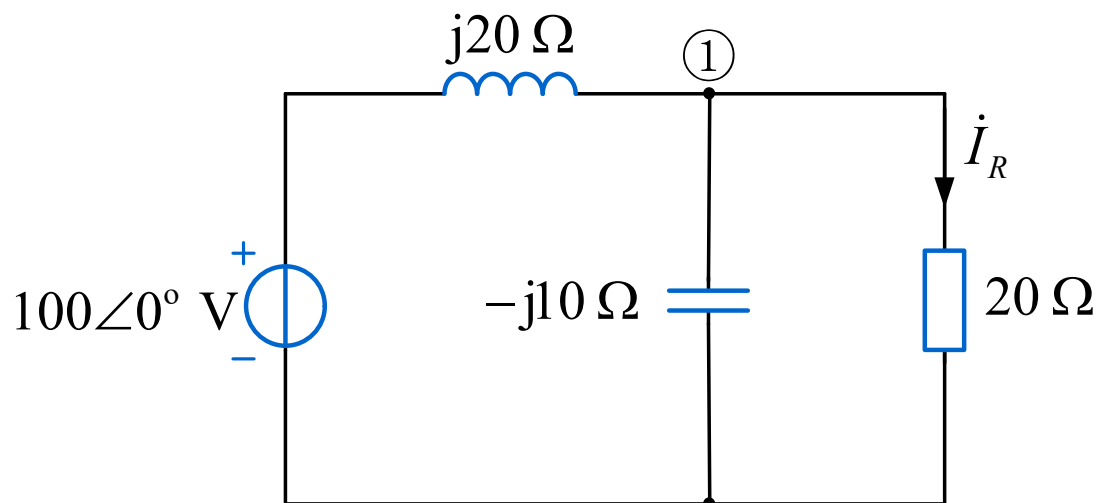


$$\begin{aligned}\dot{I}_R &= \frac{\frac{1}{20}}{\frac{1}{j20} + \frac{1}{-j10} + \frac{1}{20}} \times \frac{100}{j20} \\ &= 2.5\sqrt{2}\angle(-135^\circ) \text{ A}\end{aligned}$$

10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

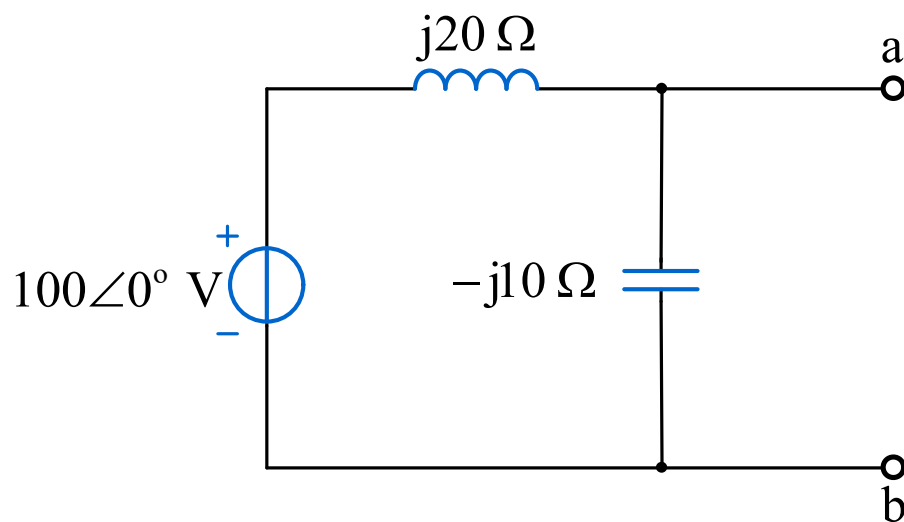
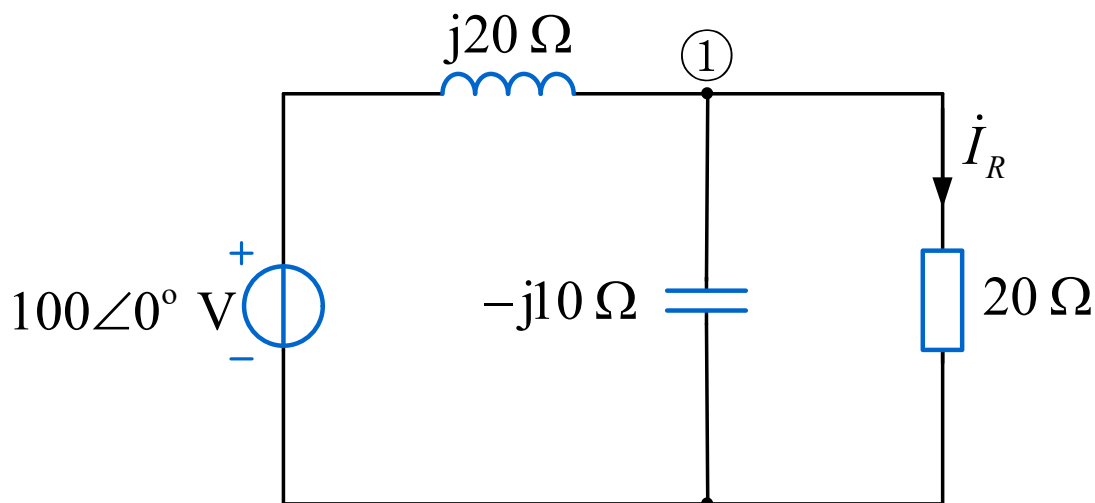
戴维南定理。



10.2 相量分析法的应用

例题2 (基础)

戴维南定理。



$$\begin{aligned}\dot{U}_{\text{oc}} &= \frac{-j10}{j20 + (-j10)} \times 100 \\ &= 100\angle 180^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

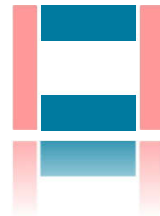
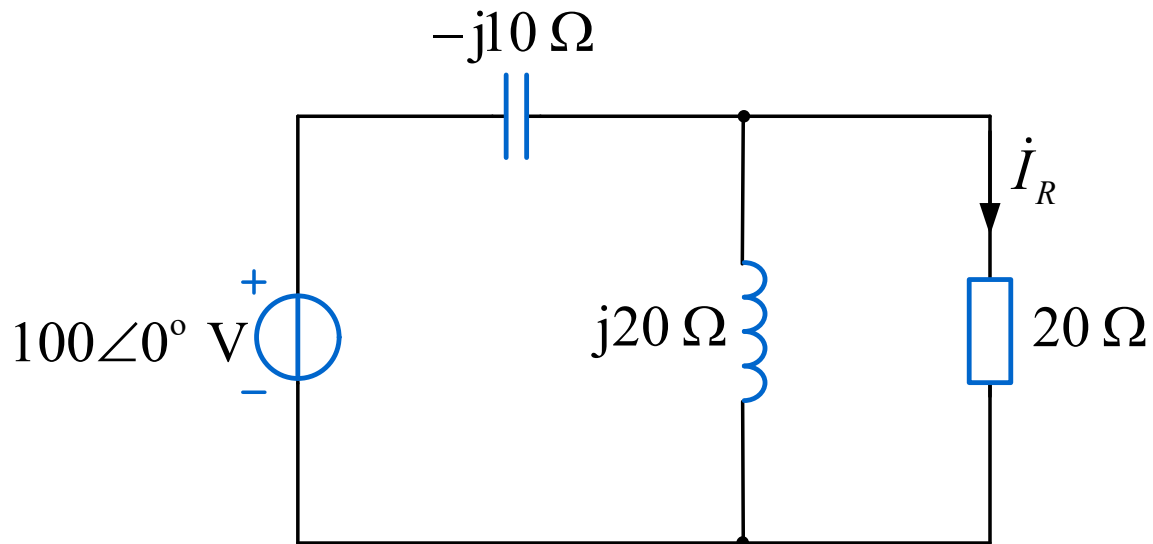
$$\begin{aligned}Z_{\text{eq}} &= \frac{j20 \times (-j10)}{j20 + (-j10)} \\ &= -j20\ \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_R &= \frac{\dot{U}_{\text{oc}}}{Z_{\text{eq}} + 20} \\ &= 2.5\sqrt{2}\angle(-135^\circ) \text{ A}\end{aligned}$$

10.2 相量分析法的应用

同步练习题2 (基础)

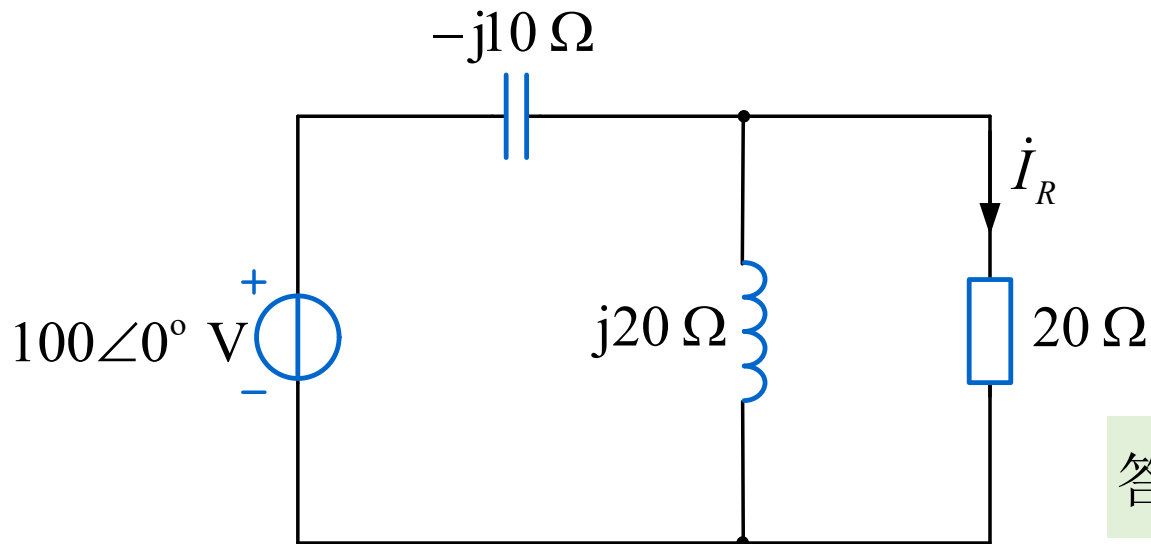
求图中的电阻电流。



10.2 相量分析法的应用

同步练习题2 (基础)

求图中的电阻电流。

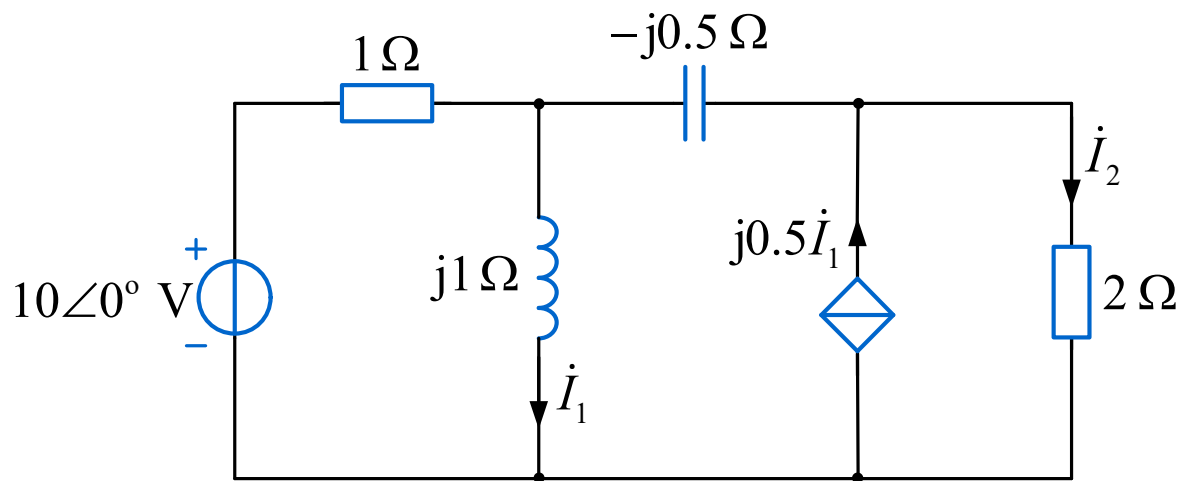


答案: $\dot{I}_R = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$

10.2 相量分析法的应用

例题3 (提高)

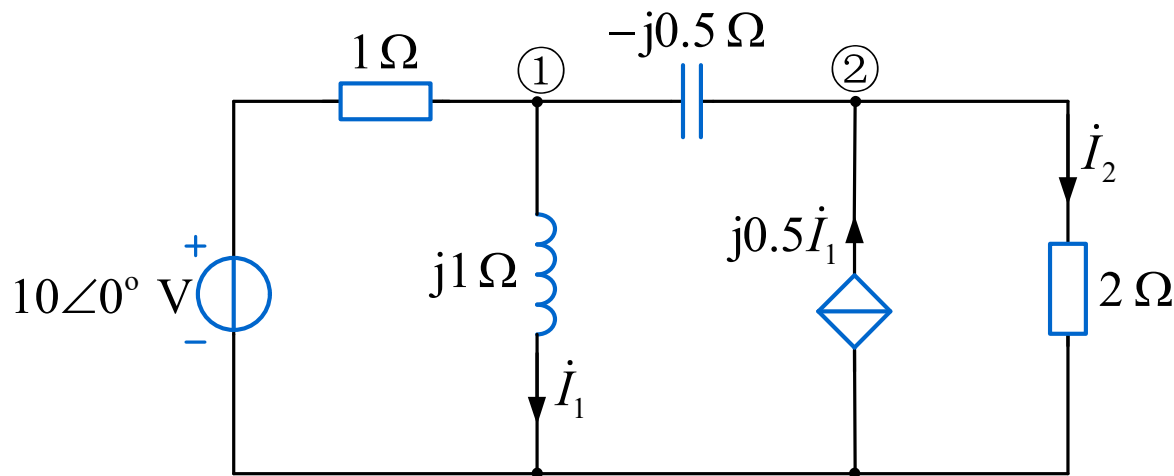
求图中2欧姆电阻的电流。



10.2 相量分析法的应用

例题3 (提高)

求图中2欧姆电阻的电流。



$$\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{j1} + \frac{1}{-j0.5} \right) \dot{U}_{n1} - \frac{1}{-j0.5} \dot{U}_{n2} = \frac{10\angle 0^\circ}{1}$$

$$\dot{U}_{n1} = \dot{U}_{n2} = 5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ V}$$

$$-\frac{1}{-j0.5} \dot{U}_{n1} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{-j0.5} \right) \dot{U}_{n2} = j0.5 \dot{I}_1$$

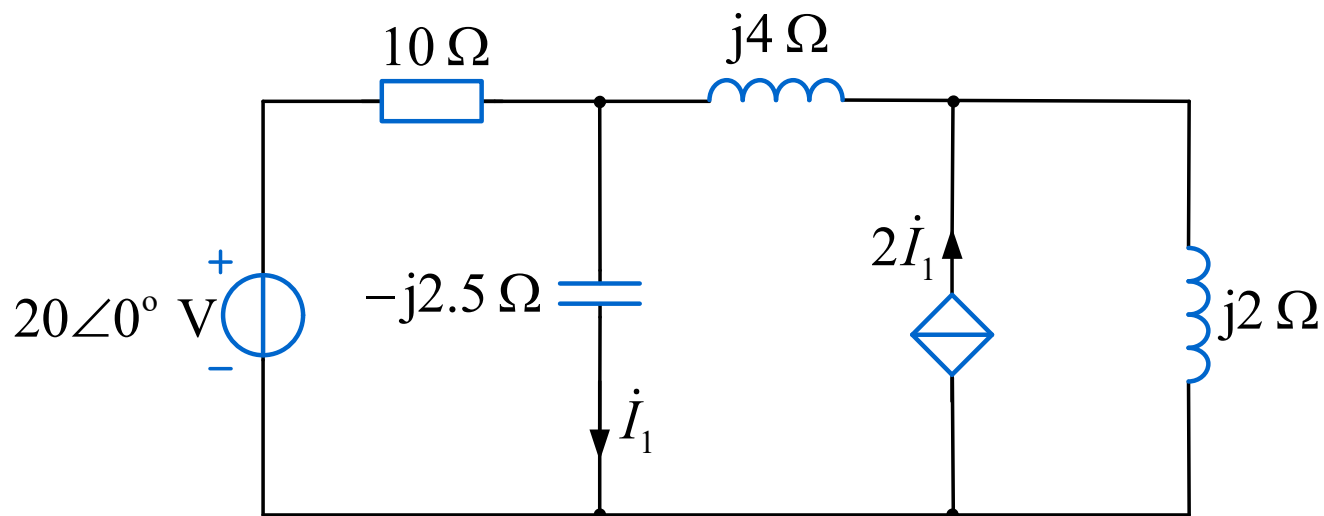
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{n2}}{2} = 2.5\sqrt{2}\angle 45^\circ \text{ A}$$

$$\frac{1}{j1} \dot{U}_{n1} = \dot{I}_1$$

10.2 相量分析法的应用

同步练习题3 (提高)

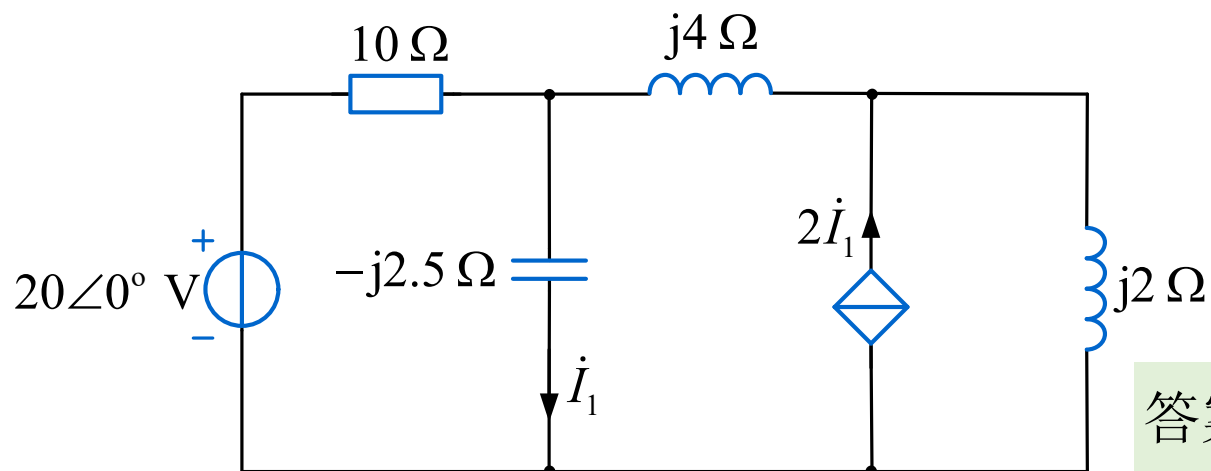
求图中的电容电流。



10.2 相量分析法的应用

同步练习题3 (提高)

求图中的电容电流。

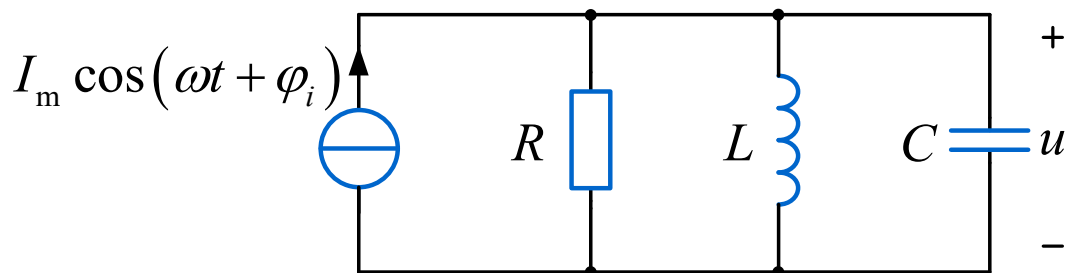


答案: $\dot{I}_1 = 7.59\angle 108.4^\circ \text{ A}$

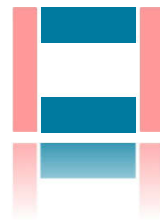
10.2 相量分析法的应用

同步练习题1 (基础)

求正弦交流电路稳态时的响应 u 。



答案:
$$u = \frac{I_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}} \cos \left[\omega t + \varphi_i - \arctan \left(\frac{R}{\omega C} - R\omega L \right) \right]$$

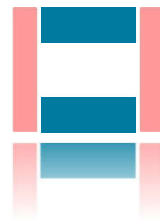
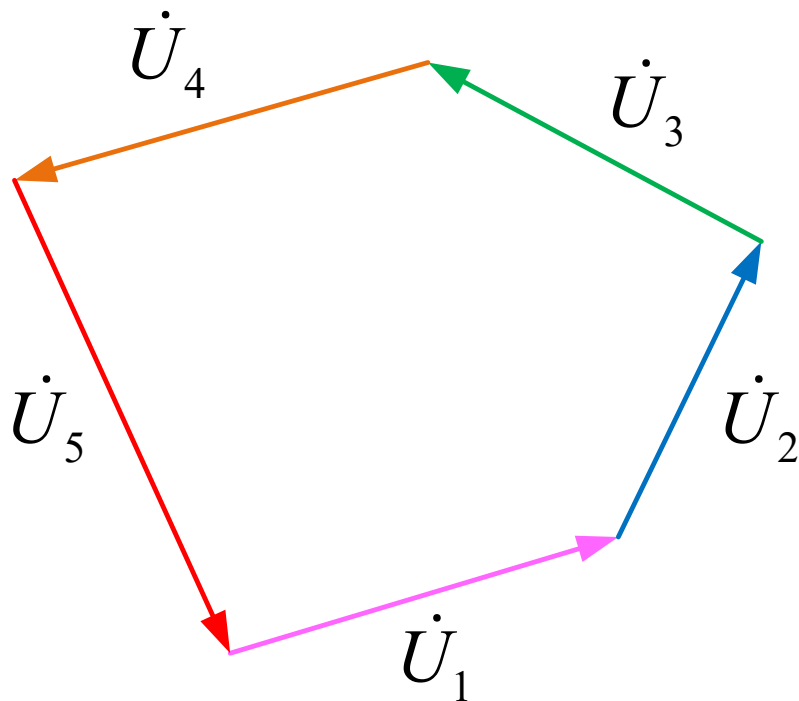


10.3 相量图

相量图是代数方程的几何表示。

相量图的优点是**直观形象**，有时能简化正弦交流电路的分析。

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 + \dot{U}_4 + \dot{U}_5 = 0$$



10.3 相量图

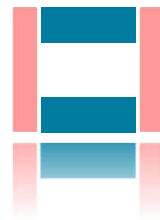
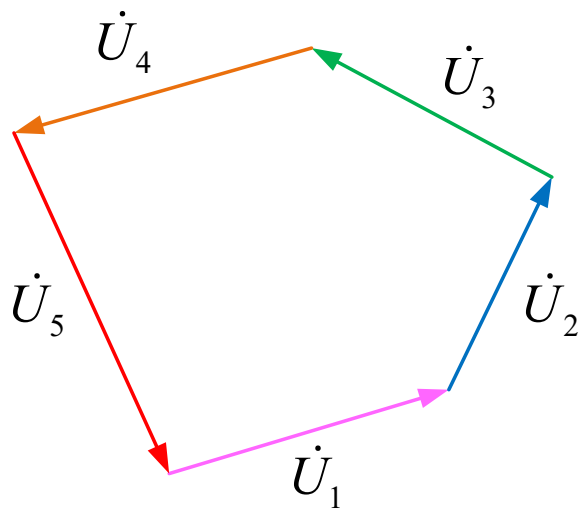
相量图绘制依据：**KCL+KVL+VCR**。

电流相量满足的KCL方程： $\sum(\pm \dot{I}_k)=0$

电压相量满足的KVL方程： $\sum(\pm \dot{U}_k)=0$

KCL和KVL决定了相量图都是封闭的多变形。

$$\dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 + \dot{U}_4 + \dot{U}_5 = 0$$



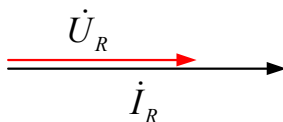
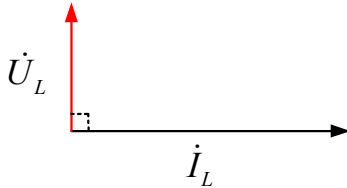
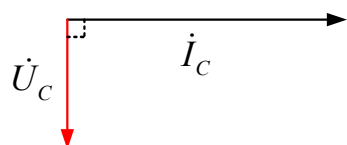
10.3 相量图

相量图绘制依据之一——VCR。



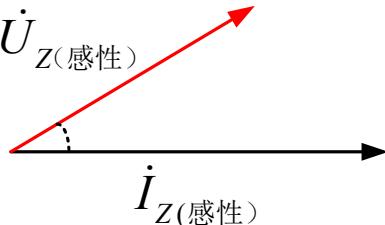
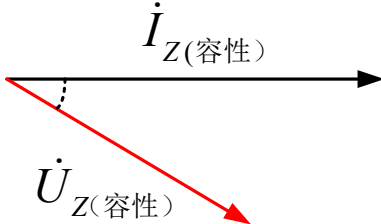
10.3 相量图

相量图绘制依据之一——VCR。

电路元件	VCR	电压与电流相位关系	电压相量与电流相量的角度关系
电阻	$\dot{U}_R = R\dot{I}_R$	$\varphi_u - \varphi_i = 0^\circ$	电阻电压相量与电流相量
		电阻的电压与电流同相位	几何上相互平行
			
电感	$\dot{U}_L = j\omega L\dot{I}_L$	$\varphi_u - \varphi_i = 90^\circ$	电感电压相量与电流相量
		电感电压超前电流 90 度	几何上相互垂直， 且电压相量垂直电流相量向上
			
电容	$\dot{U}_C = -j\frac{1}{\omega C}\dot{I}_C$	$\varphi_u - \varphi_i = -90^\circ$	电容电压相量与电流相量
		电容电压滞后电流 90 度	几何上相互垂直， 且电压相量垂直电流相量向下
			

10.3 相量图

相量图绘制依据之一——VCR。

电路元件	VCR	电压与电流相位关系	电压相量与电流相量的角度关系
感性阻抗电压相量与电流相量			
感性阻抗	$\dot{U}_Z = Z\dot{I}_Z$	$0^\circ < \varphi_u - \varphi_i < 90^\circ$	几何上夹角为锐角
	$Z = R + jX,$ $X > 0$	感性阻抗电压超前电流	
		0 至 90 度	
容性阻抗电压相量与电流相量			
容性阻抗	$\dot{U}_Z = Z\dot{I}_Z$	$-90^\circ < \varphi_u - \varphi_i < 0^\circ$	几何上夹角为锐角
	$Z = R + jX,$ $X < 0$	容性阻抗电压滞后电流	
		0 至 90 度	

9.2.1 正弦量

正弦量的常用计算公式

计算内容	计算结果
正弦函数转化为余弦函数的公式	$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$
余弦函数公式	$\cos(-\theta) = \cos \theta, \quad \cos(\theta + 180^\circ) = -\cos \theta$
和差化积公式	$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ $\cos \alpha - \cos \beta = -\sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$
积化和差公式	$\cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$ $\cos^2 \theta = \cos \theta \cos \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$
其他公式	$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

第1步：列写电压相量满足的KVL方程和电流相量满足的KCL方程（建议采用代数和等于零的形式）。

第2步：确定参考相量。（参考相量指的是作为基准的相量，只有确定了参考相量，才能根据参考相量确定其他相量的角度。绘制相量图时，通常将参考相量的辐角设置为零。）

第3步：根据元件VCR反映的角度关系确定容易绘制的相量。

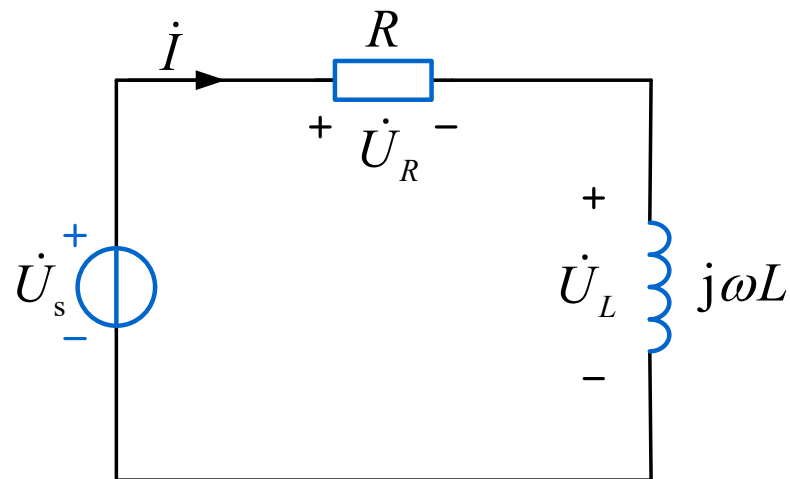
第4步：根据KCL方程和KVL方程，构成封闭多边形。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题4 (基础)

绘制正弦交流电路的相量图。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题4 (基础) 绘制正弦交流电路的相量图。

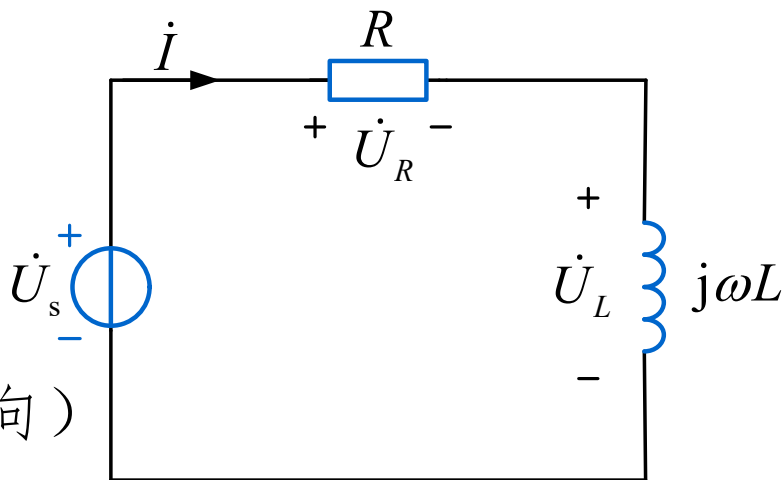
第1步： 列写KVL方程

$$-\dot{U}_s + \dot{U}_R + \dot{U}_L = 0$$

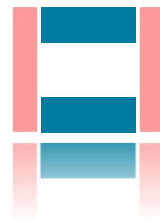
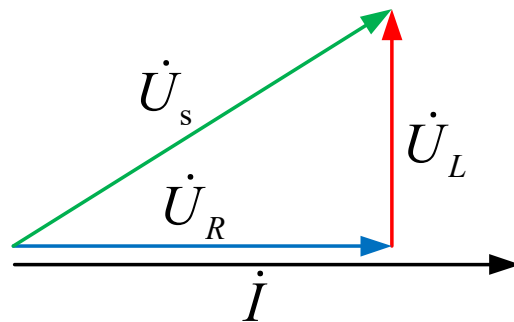
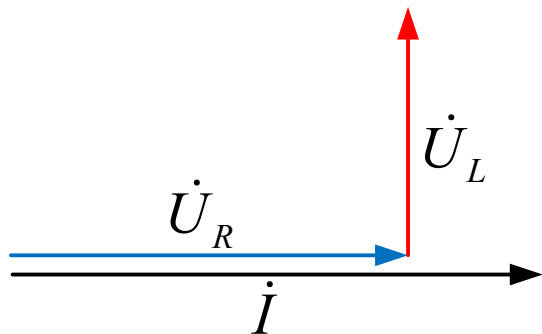
第2步： 选择参考相量

选择电流为参考相量（水平方向）

第3步： 根据VCR确定相量的角度



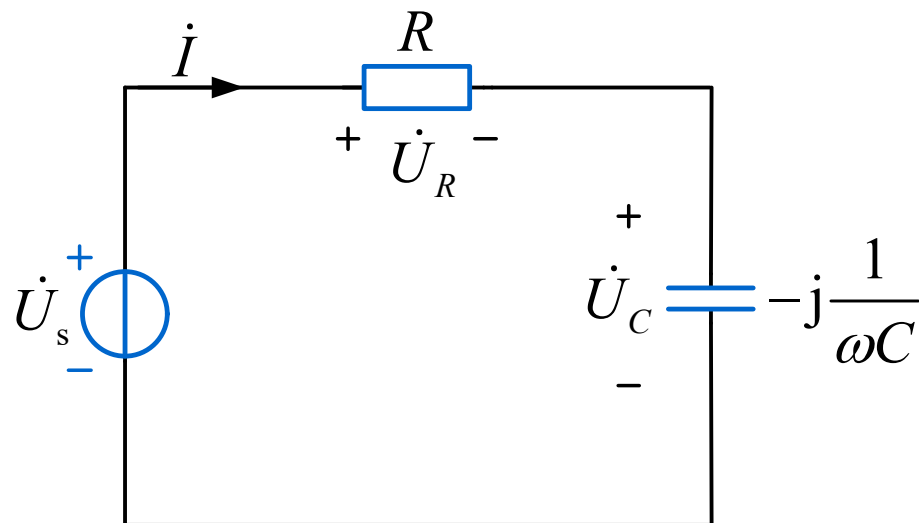
第4步： 构成封闭多边形



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题4（基础）

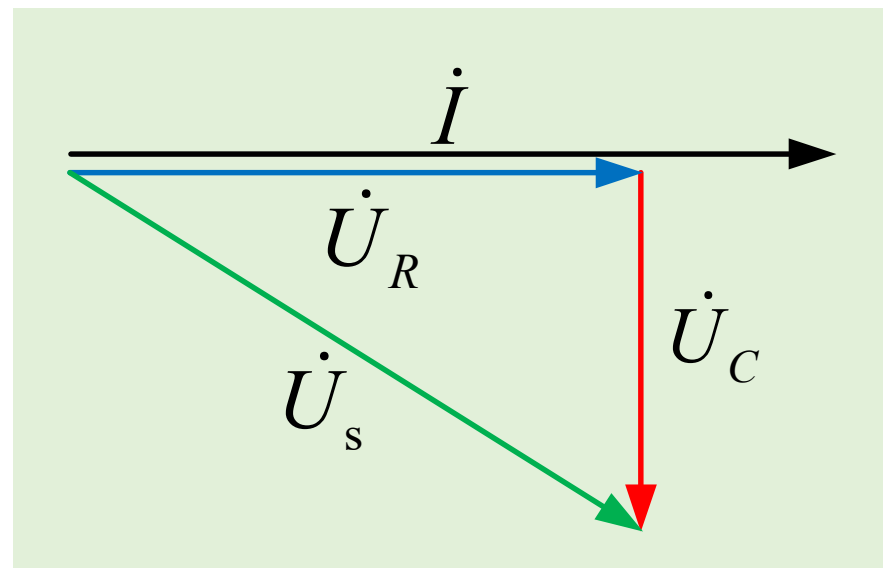
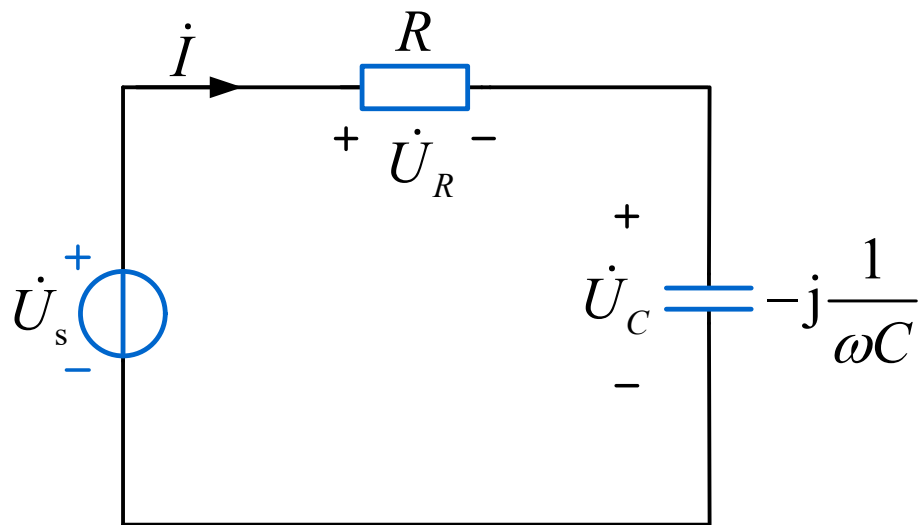
绘制正弦交流电路的相量图。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题4（基础）

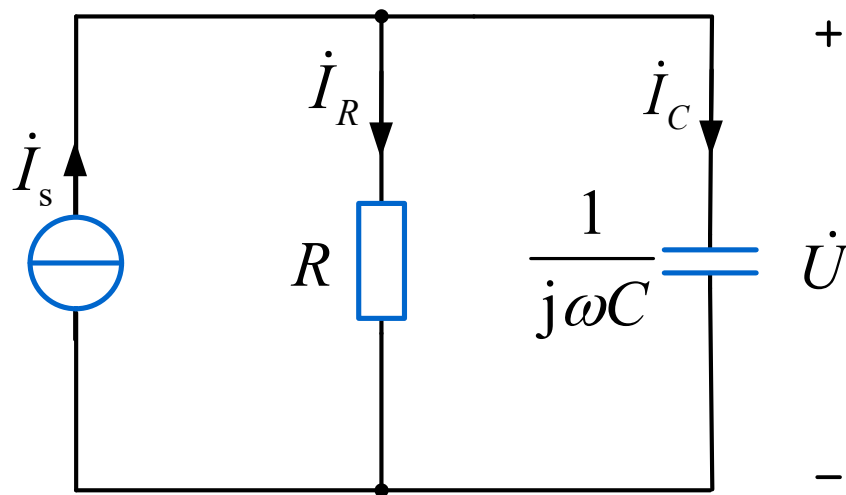
绘制正弦交流电路的相量图。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题5 (基础)

绘制正弦交流电路的相量图。

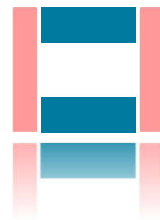
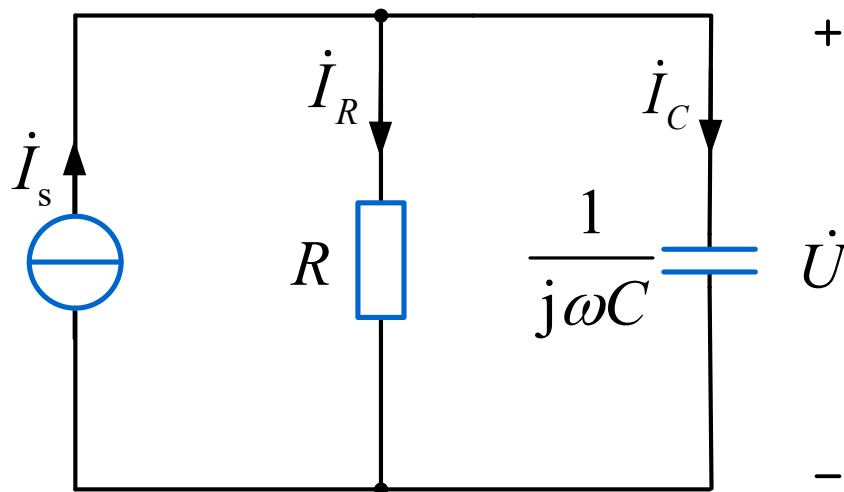
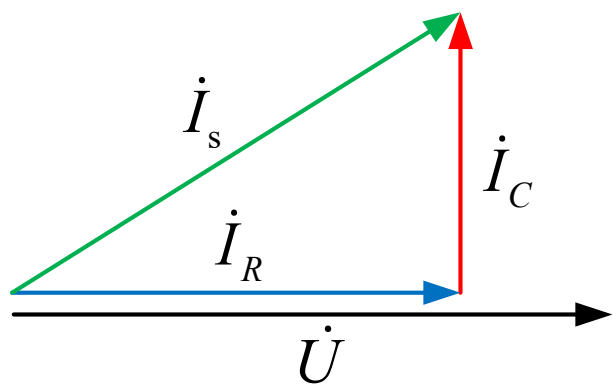
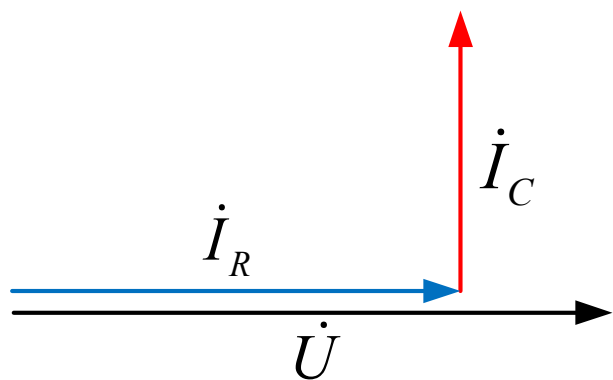


10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题5 (基础)

绘制正弦交流电路的相量图。

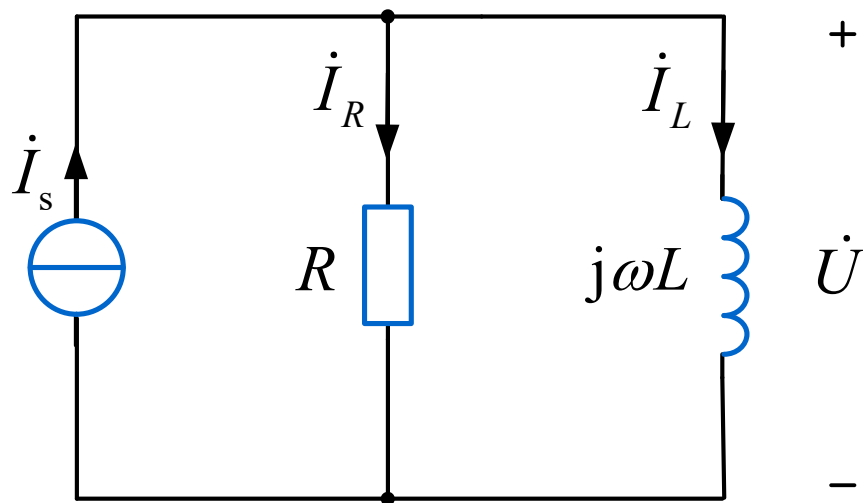
$$-\dot{I}_s + \dot{I}_R + \dot{I}_C = 0$$



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题5（基础）

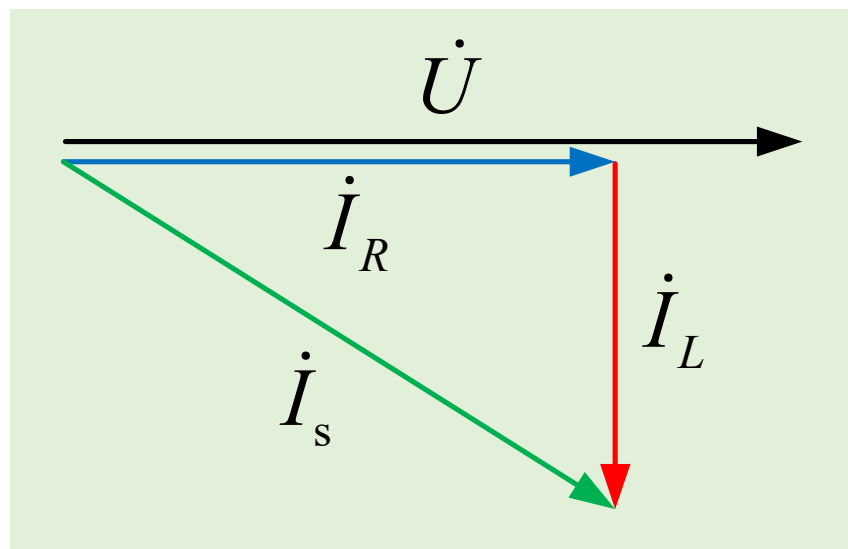
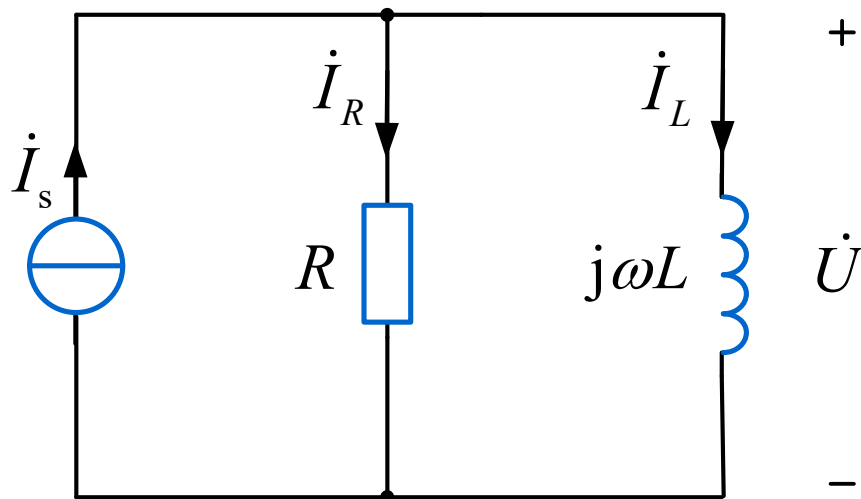
绘制正弦交流电路的相量图。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题5（基础）

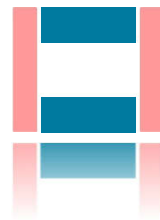
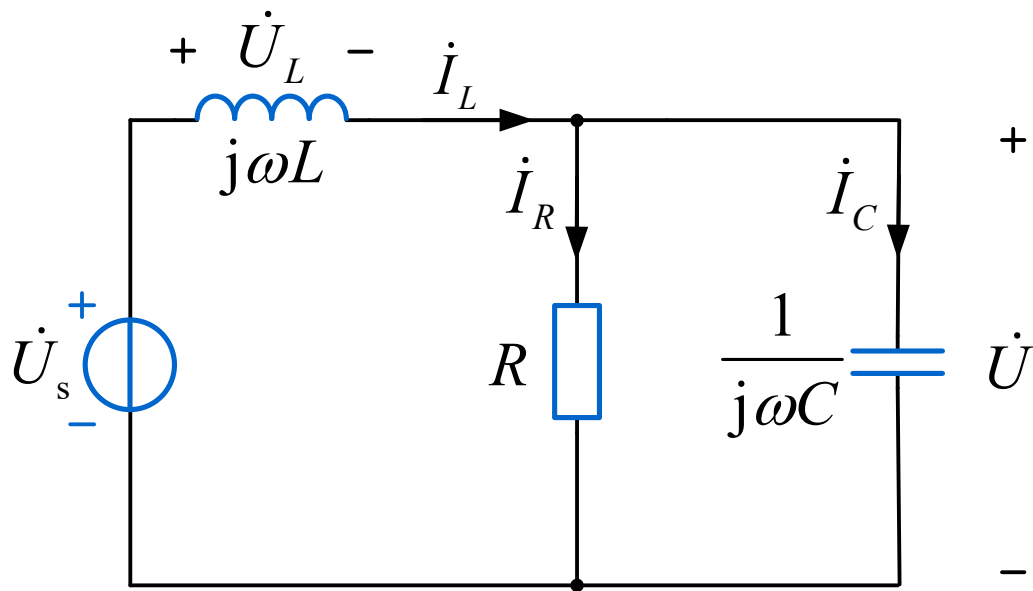
绘制正弦交流电路的相量图。



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题6 (提高)

绘制正弦交流电路的相量图。



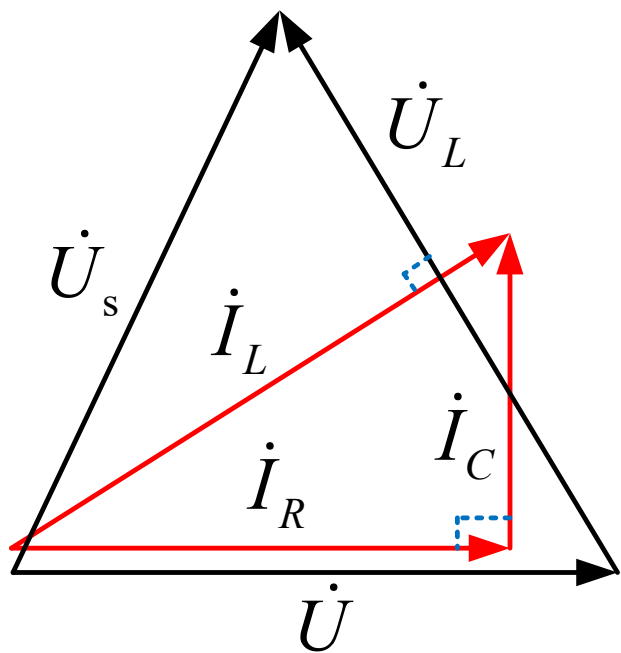
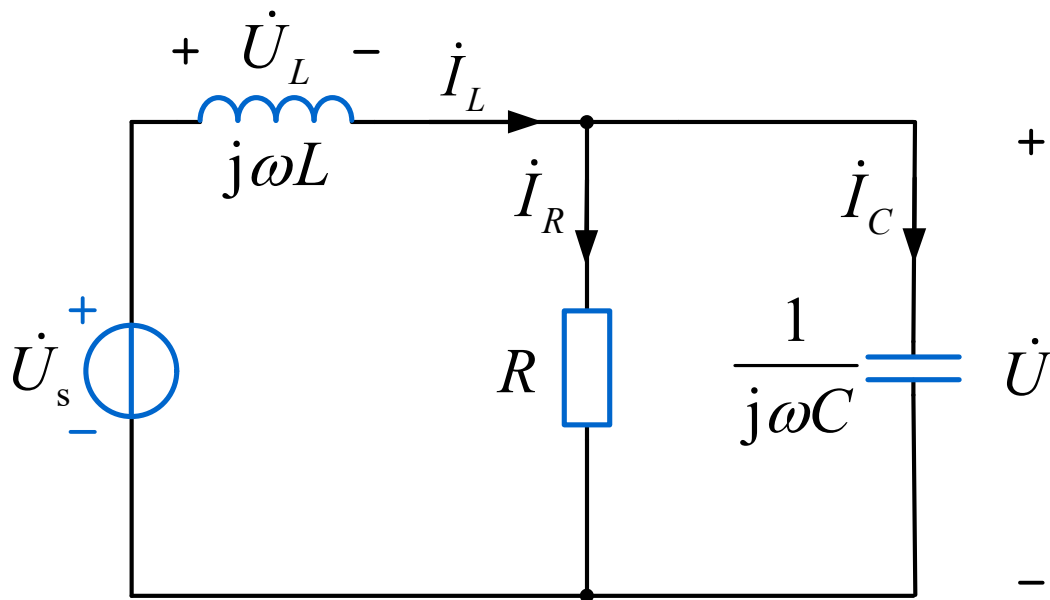
10.3 相量图——绘制相量图的步骤

例题6 (提高)

绘制正弦交流电路的相量图。

$$-\dot{I}_L + \dot{I}_R + \dot{I}_C = 0$$

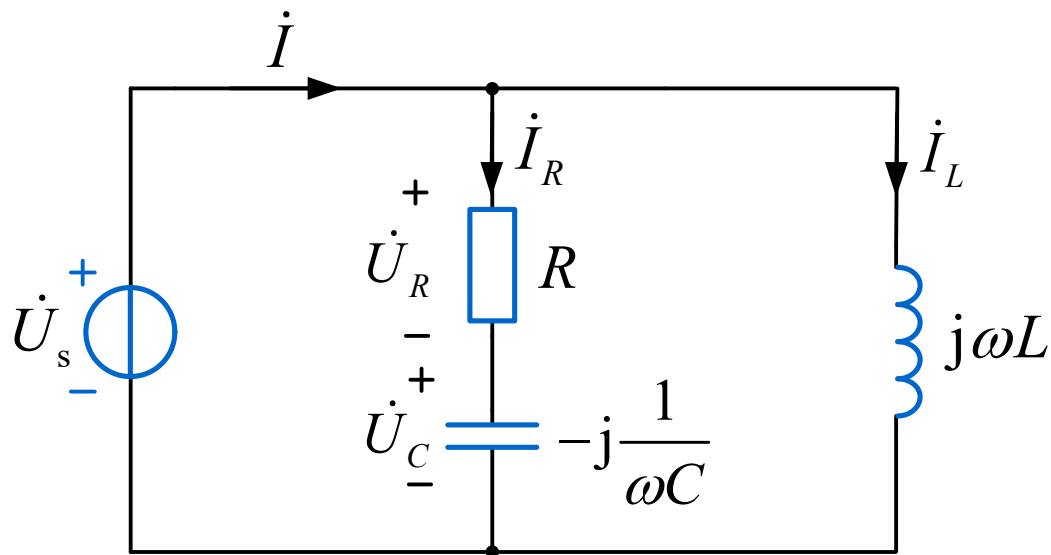
$$-\dot{U}_s + \dot{U}_L + \dot{U} = 0$$



10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题6（提高）

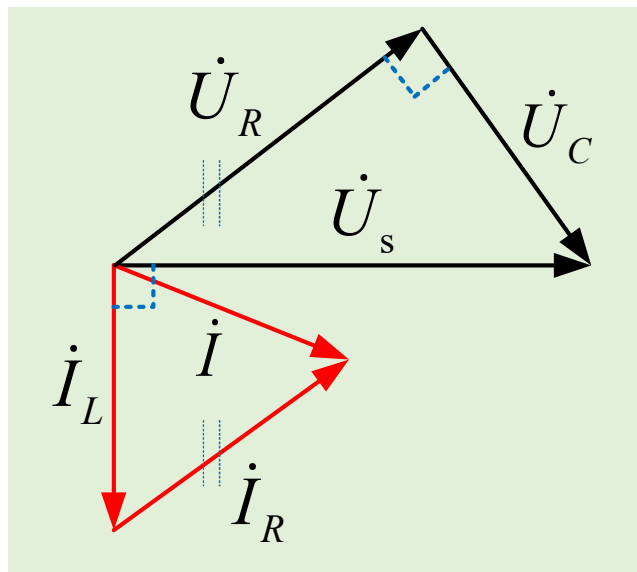
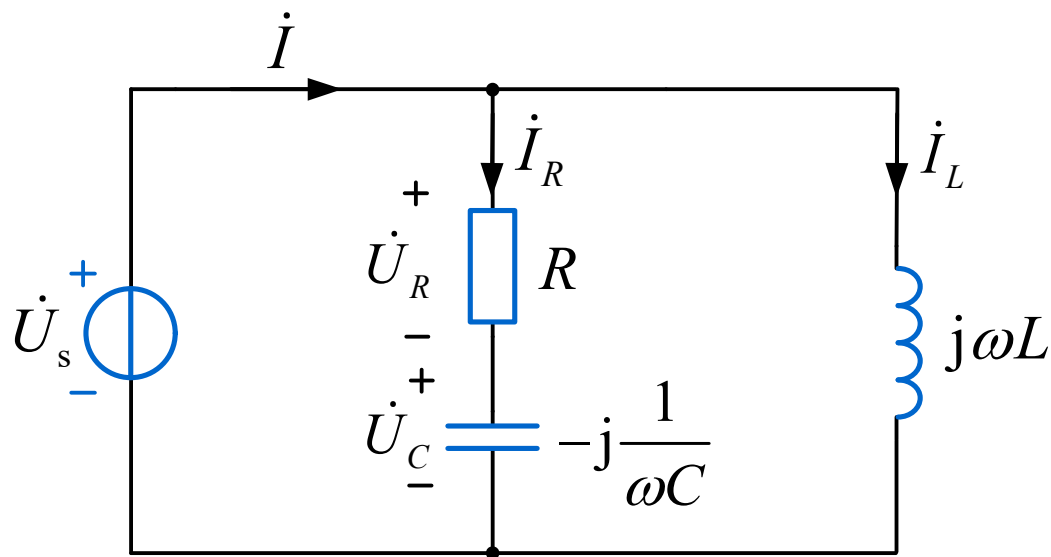
绘制正弦交流电路的相量图。



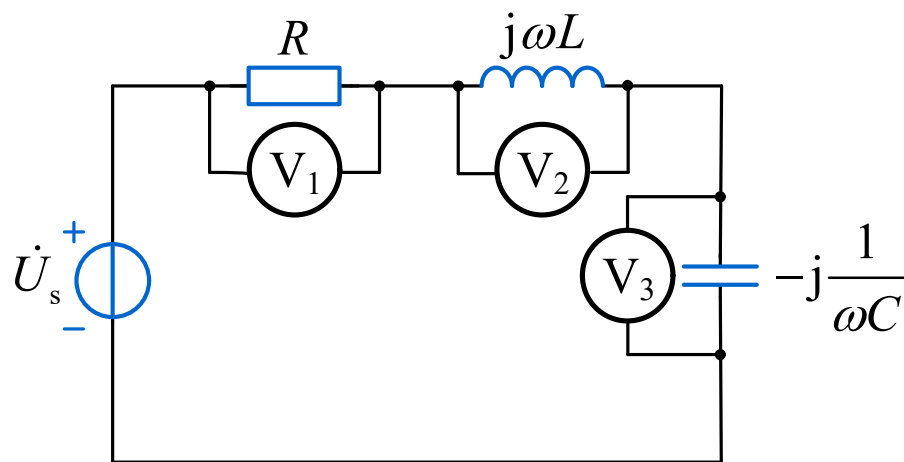
10.3 相量图——绘制相量图的步骤

同步练习题6 (提高)

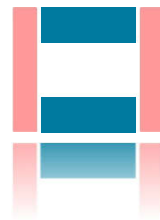
绘制正弦交流电路的相量图。



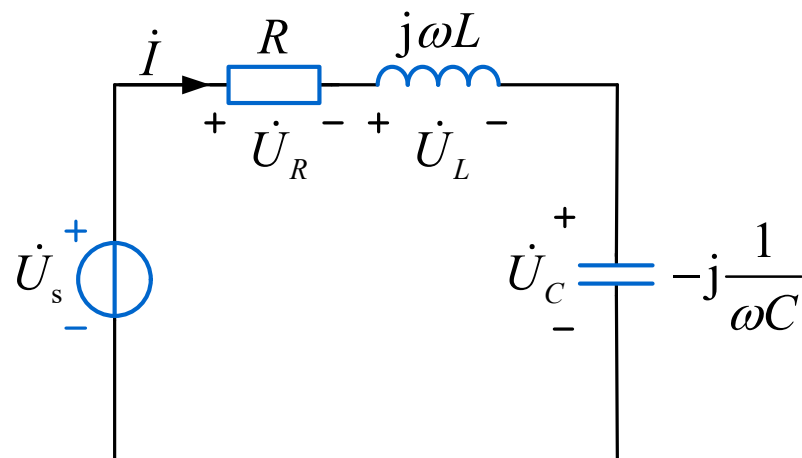
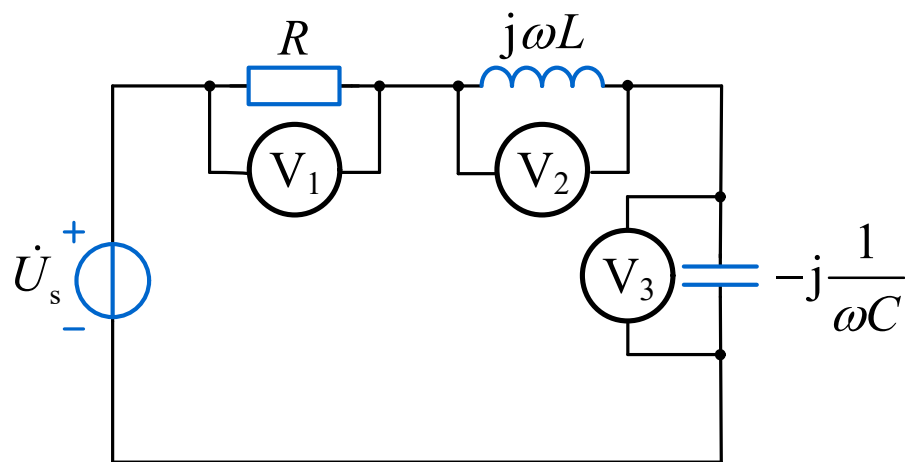
例题7 (基础)



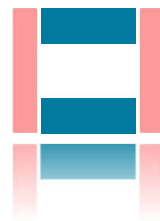
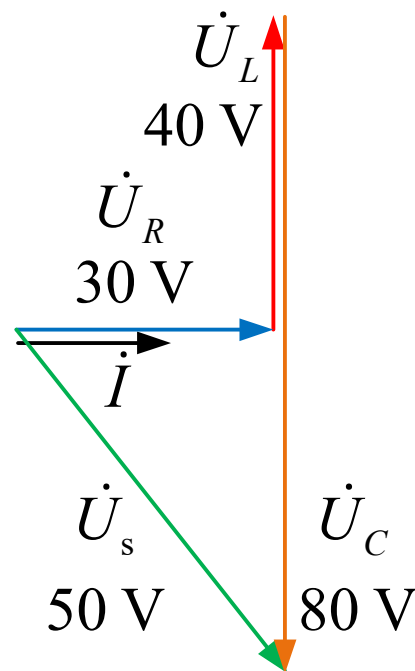
已知电压表1、2、3的读数分别为30V、40V和80V，求电压源电压有效值。



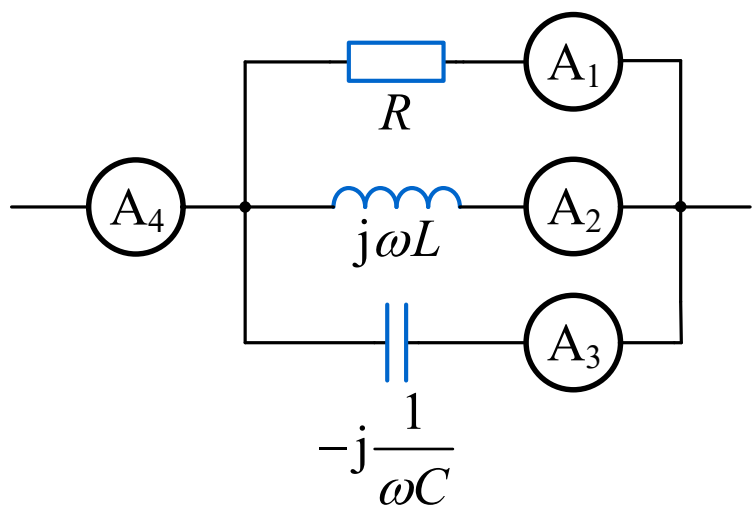
例题7 (基础)



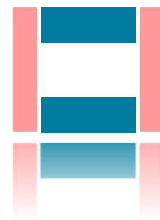
已知电压表1、2、3的读数分别为30V、40V和80V，求电压源电压有效值。



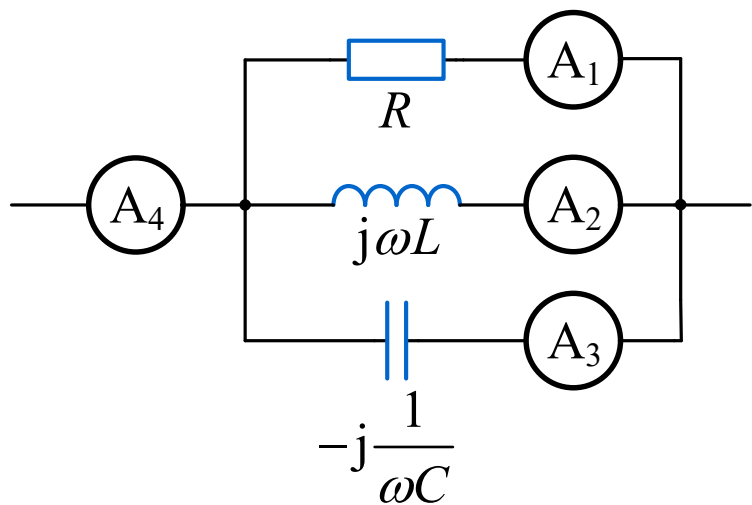
同步练习题7（基础）



已知交流电流表1、2、3的
读数分别为10A、10A和20A，
求交流电流表4的读数。

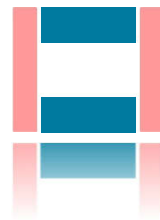


同步练习题7（基础）

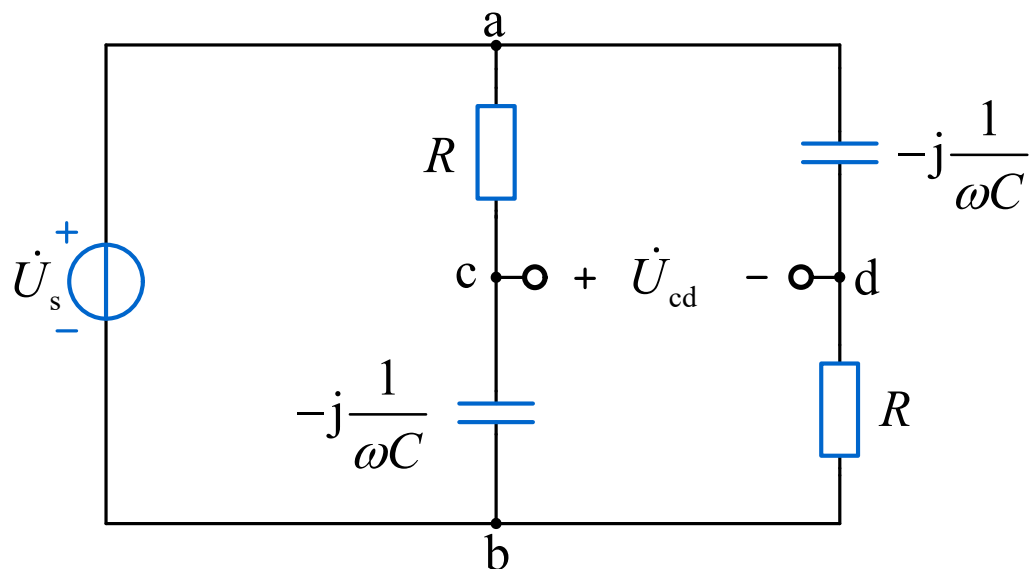


已知交流电流表1、2、3的
读数分别为10A、10A和20A，
求交流电流表4的读数。

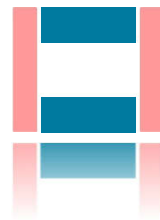
答案： $10\sqrt{2}$ A



例题8 (提高)



电阻 R 由0逐渐增加到 ∞ ，分析 c 、 d 之间电压随 R 改变时的模值和辐角变化规律。（设电压源电压辐角为0）



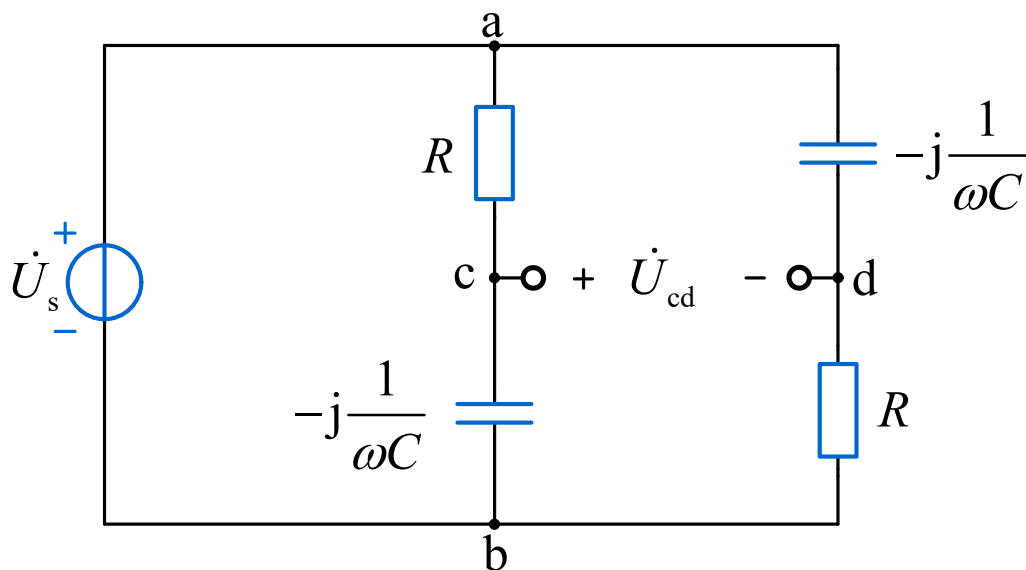
10.3 相量图——相量图的应用

例题8 (提高)

$$-\dot{U}_s + \dot{U}_{ac} + \dot{U}_{cb} = 0$$

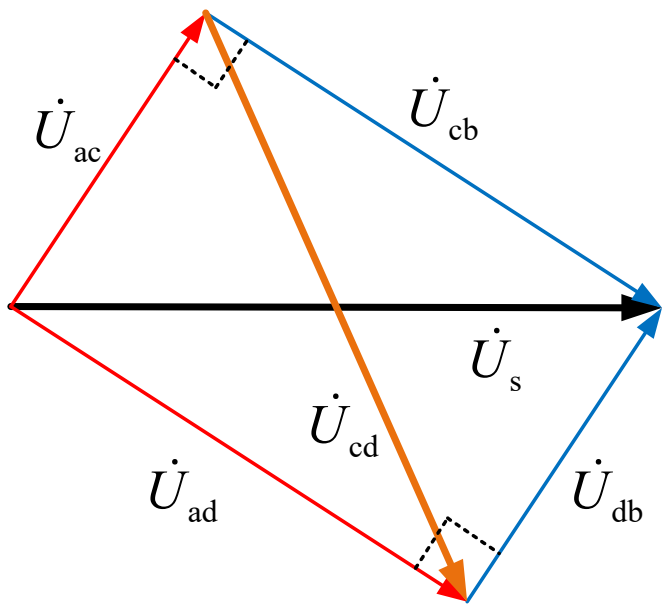
$$-\dot{U}_{ac} + \dot{U}_{ad} - \dot{U}_{cd} = 0$$

$$-\dot{U}_{cb} + \dot{U}_{cd} + \dot{U}_{db} = 0$$

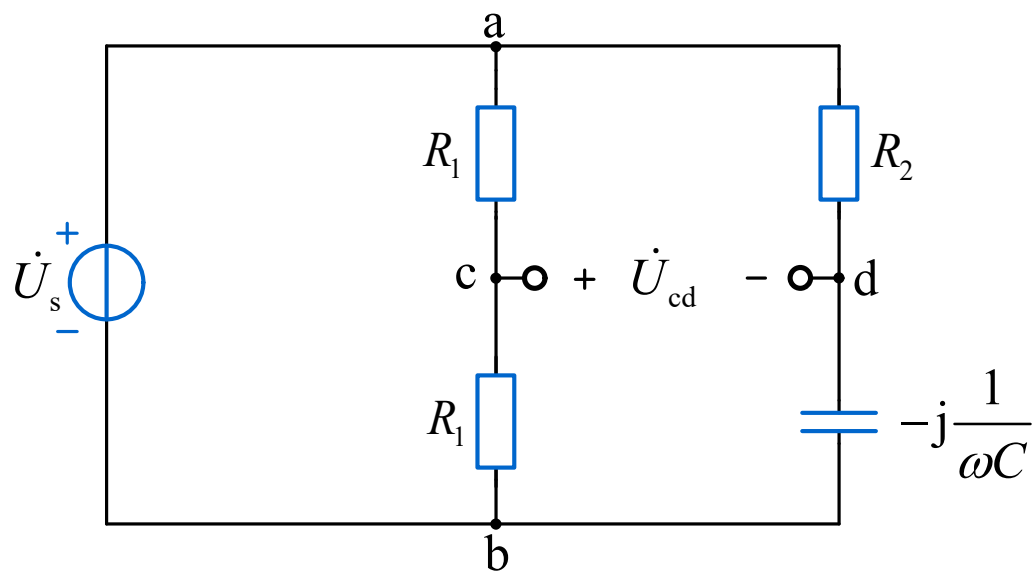


电阻 R 由0逐渐增加到 ∞ ，分析c、d之间电压随 R 改变时的模值和辐角变化规律。（设电压源电压辐角为0）

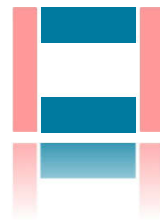
c、d之间电压模值始终等于电压源电压有效值，辐角从0逐渐减小到-180度。



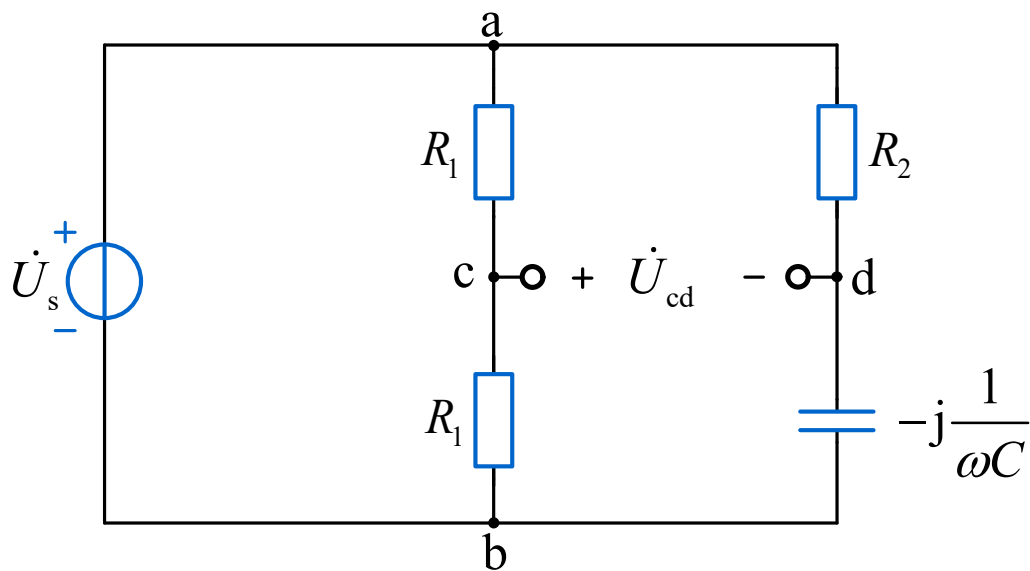
同步练习题8 (提高)



电容 C 由 0 逐渐增加到 ∞ ，分析 c 、 d 之间电压随 C 改变时的模值和辐角变化规律。（设电压源电压辐角为 0）



同步练习题8 (提高)

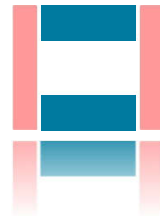


电容 C 由 0 逐渐增加到 ∞ ，分析 c、d 之间电压随 C 改变时的模值和辐角变化规律。（设电压源电压辐角为 0）

答案：c、d 之间电压模值始终等于电压源电压有效值的一半，辐角从 180 度逐渐减小到 0 度。

10 正弦交流电路的相量分析法——小结

- 正弦交流电路的相量分析法依据相量域的KCL、KVL和VCR
- 直流电路的分析方法和电路定理同样适用于交流电路
- 节点电压法、回路电流法、等效变换、戴维南定理等
- 相量图是代数方程的几何表示
- 相量图更加直观形象，在有些情况下可以简化分析
- 相量图都是封闭多边形
- 绘制相量图的关键是根据VCR确定相量的角度



感谢大家聆听

主讲人：邹建龙

时 间： 年 月 日

