

《第三次课后作业》

43 (a) 一个周期为  $T$  的连续时间周期信号  $x(t)$ ，若在其傅里叶级数表示式

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk(2\pi/T)t}$$

中，对全部非零的偶数  $k$ ，有  $a_k = 0$ ，则称  $x(t)$  是奇谐 (odd harmonic) 的。

(i) 证明：若  $x(t)$  是奇谐的，则有

$$x(t) = -x(t + \frac{T}{2})$$

(ii) 证明：若  $x(t)$  满足上式，则它是奇谐的。

(b) 假设  $x(t)$  是一个周期为 2 的奇谐周期信号，且有

$$x(t) = t, \quad 0 < t < 1$$

画出  $x(t)$  并求出它的傅里叶级数系数。

45 设  $x(t)$  是一个实周期信号，其正弦-余弦形式的傅里叶级数表示为

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos k\omega_0 t - C_k \sin k\omega_0 t]$$

(a) 求  $x(t)$  的偶部和奇部的指数形式的傅里叶级数表示；也就是利用上式的系数求下面两式中的  $\alpha_k$  和  $\beta_k$ ，

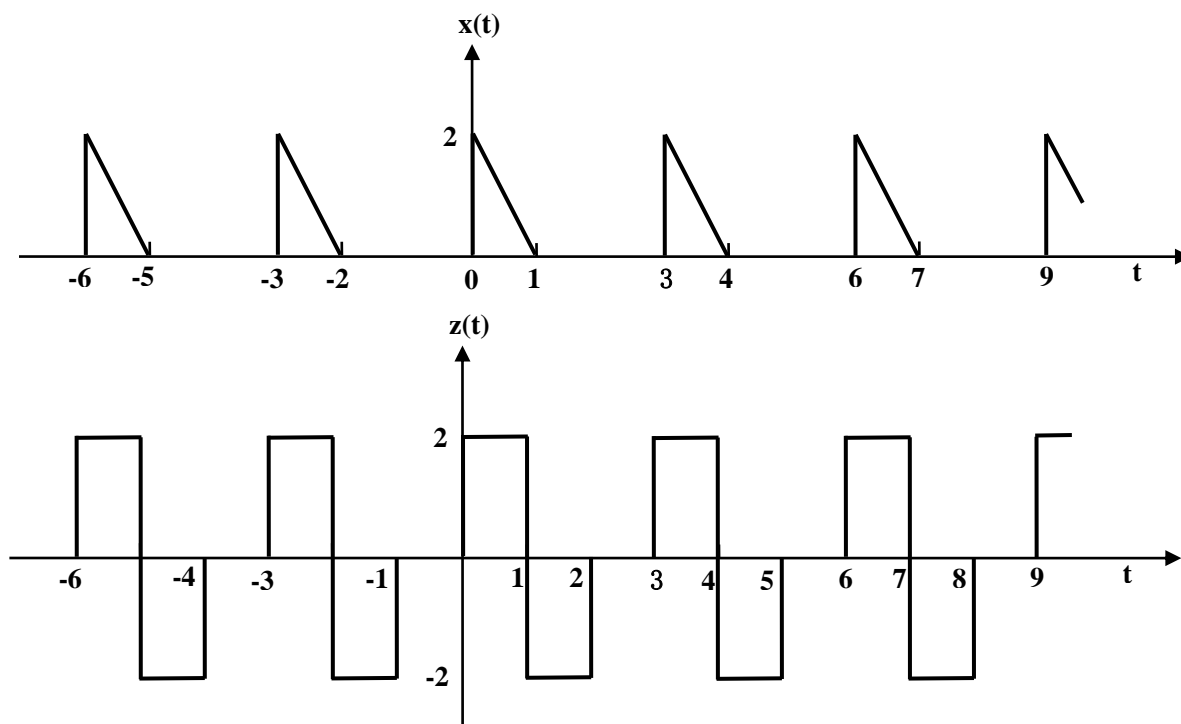
$$\text{Eu}\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k e^{jk\omega_0 t} \quad \text{Od}\{x(t)\} = \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k e^{jk\omega_0 t}$$

(b) 在 (a) 中  $\alpha_k$  和  $\alpha_{-k}$  之间是什么关系？  $\beta_k$  和  $\beta_{-k}$  之间是什么关系？

(c) 假设信号  $x(t)$  和  $z(t)$  如下图所示，它的正弦-余弦形式的级数表示式为

$$x(t) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [B_k \cos(\frac{2\pi kt}{3}) - C_k \sin(\frac{2\pi kt}{3})]$$

$$z(t) = d_0 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \cos(\frac{2\pi kt}{3}) - F_k \sin(\frac{2\pi kt}{3})]$$



试画出信号

$$y(t) = 4(a_0 + d_0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[ B_k + \frac{1}{2} E_k \right] \cos(\frac{2\pi kt}{3}) + F_k \sin(\frac{2\pi kt}{3}) \right\}$$

48 令  $x[n]$  是一个周期为  $N$  的周期序列，其傅里叶级数表示为

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$$

下列每个信号的傅里叶级数系数都能用上式中的  $a_k$  来表示，试导出如下信号的表示式：

(a)  ~~$x[n - n_0]$~~       (b)  ~~$x[n] - x[n-1]$~~       (c)  ~~$x[n] - x[n - \frac{N}{2}]$  ( $N$  为偶数)~~

(d)  $x[n] + x[n + \frac{N}{2}]$  ( $N$  为偶数；注意该信号是周期的，周期为  $N/2$ )