

期中考试模拟题（二）2018.11

一、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设随机事件 A, B, C 的概率均为 p , 且 A 与 B, C 分别相互独立, B 与 C 不相容, 若 A, B, C 中至少有一个发生的概率为 $\frac{7}{9}$, 则 A, B, C 中至少有两个发生的概率为_____。
2. 将一枚均匀硬币掷 $2n$ 次, 则出现正面次数多于反面次数的概率等于_____。
3. 设 A, B 为两个事件, 则 $P\{A \cup B\}P\{AB\}$ _____ $P\{A\}P\{B\}$ (填符号 $(<, >, =, \leq, \geq)$ 之一)。
4. 设随机变量 $X \sim P(\lambda)$, 且 $P(X=1)=P(X=2)$, 则 $P\{X>1\}$ =_____。
5. 设随机变量 $X \sim \exp(\lambda)$, 则随机变量 $Y=-2X+3$ 的概率密度是:_____。

二、解答下列各题 (每小题 7 分, 共 42 分)

1. 设随机变量 X 的概率分布为 $P\{X=-2\}=\frac{1}{2}$, $P\{X=1\}=a$, $P\{X=3\}=b$, 若 $EX=0$, 求: (1) 常数 a, b ; (2) 方差 $D(X)$ 。
2. 设 $0 < P(A) < 1, 0 < P(B) < 1$ 且 $P(A|B)+P(\bar{A}|\bar{B})=1$, 证明事件 A 与 B 相互独立。
3. 设事件 A, B, C 两两独立, 其发生的概率均为 0.6, 若已知 A 发生的条件下 B, C 至少一个发生的概率为 0.2, 求 A, B, C 最多发生两个的概率。
4. 设 $P(X=i)=\frac{1}{3}, i=1, 2, 3$, $P(Y=k|X=i)=\frac{k-i}{9-2i}, k=4, 5$, 求随机变量 Y 的概率分布。
5. 设随机变量 $X \sim U(-2, 1)$, 随机变量 $Y=X^2$, 求 Y 的概率密度。
6. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y)=\begin{cases} 1, & 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 (X, Y) 的联合分布函数。

三 (15 分)、设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y)=\begin{cases} ae^x, & 0 < x < 1, x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

试求: (1) 常数 a ; (2) 边缘密度函数 $f_X(x)$ 及 $f_Y(y)$;

(3) 判断 X 与 Y 是否相互独立, 为什么? (4) 概率 $P\{X+Y \leq 0.5\}$ 。

四 (10 分)、设随机变量 X, Y 相互独立, X 在区间 $[-2, -1]$ 上服从均匀分布, Y 在区间 $[1, 2]$ 上服从均匀分布, 求 $Z=X+Y$ 的概率密度。

五 (18 分)、设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 8xy, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。

求: (1) 条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$; (2) $P\{X \leq x|Y = 0.25\}$;

(3) $P\{X < 0.5|Y < 0.5\}$; (4) $Z = \frac{X}{Y}$ 的概率密度; (5) $E(X^2Y^2)$ 。