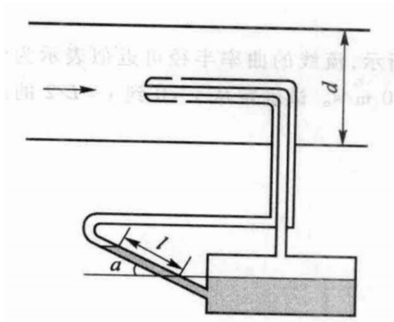
第 4 章 理想流体运动基础作业

~~4.8~~ 如图, 用皮托管测量管道中轴线上气流的最大速度 $u_{\max}$, 皮托管与倾斜酒精差压计相连, 已知管道直径 $d = 200$ mm, $\sin\alpha = 0.2$, $l = 75$ mm, $\rho_{气} = 1.66\ \mathrm{kg/m^3}$, $\rho_{酒精} = 800\ \mathrm{kg/m^3}$. 若管道中平均流速等于 $0.8u_{\max}$, 试求通过管道的质量流量.



解

以测量管轴线所在直线为基准, 有

$$\frac{u_{\max^2}}{2g} + 0 + \frac{p_1}{\rho_{气} g} = 0 + 0 + \frac{p_1}{\rho_{气} g}$$

$$p_1 + (\rho_{酒精} - \rho_{气}) g l \sin\alpha = p_2$$

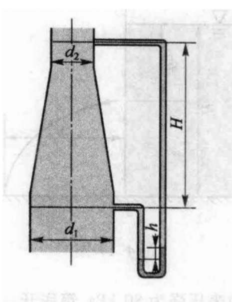
解得

$$u = \sqrt{\frac{2(\rho_{酒精} - \rho_{气}) g l \sin\alpha}{\rho_{气}}}$$

取 $g = 9.8\ \mathrm{m/s^2}$, 得质量流量

$$\begin{aligned}
Q_m &= \rho_{气} \cdot 0.8 u_{\max} \cdot \frac{1}{4}\pi d^2 \\
&= 0.2\pi d^2 \sqrt{2\rho_{气}(\rho_{酒精} - \rho_{气}) g l \sin\alpha} \\
&= 0.2\pi \times 0.2^2 \times \sqrt{2 \times 1.66 \times (800 - 1.66) \times 9.8 \times 0.075 \times 0.2}\ \mathrm{kg/s} \\
&= 0.4961\ \mathrm{kg/s}
\end{aligned}$$

~~4.12~~ 如图, 水在管道中自上而下流动, 已知 $d_1 = 30$ cm, $d_2 = 15$ cm, U 形管中装有水银, $H = 80$ cm, $h = 10$ cm. 试求通过管道的体积流量.



解

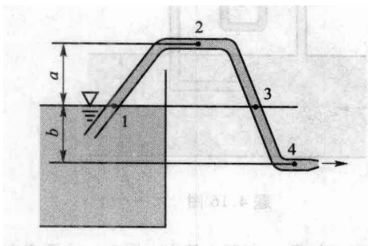
以管道下开口所在水平线为基准, 有

$$\frac{V_1^2}{2g}+0+\frac{p_1}{\rho_{水}g}=\frac{V_2^2}{2g}+H+\frac{p_1}{\rho_{水}g}$$
$$p_1+\rho_{水}gh=p_2+\rho_{水}gH+\rho_{汞}gh$$
$$V_1d_1^2=V_2d_2^2$$

取 $\rho_{汞}=13600\ \mathrm{kg/m^3}$, $g=9.8\ \mathrm{m/s}$, 解得 $V_1=1.283\ \mathrm{m/s^2}$. 因此体积流量

$$\begin{aligned}Q_V&=V_1\cdot\frac{1}{4}\pi d_1^2\\&=1.283\times\frac{1}{4}\pi\cdot 0.3^2\ \mathrm{m^3/s}\\&=0.0907\ \mathrm{m^3/s}\end{aligned}$$

~~4.13~~ 如图, 虹吸管直径 $d_1=10$ cm, 喷嘴出口直径 $d_2=5$ cm, $a=3$ m, $b=4.5$ m. 试分别求图中 1, 2, 3 和 4 点处的计示压强.



解

以水箱内水面为基准, 对水面-虹吸管喷嘴出口处, 有

$$0+b+0=\frac{V_{末}}{2g}+0+0$$
$$Vd_1^2=V_{末}d_2^2$$

解得管内流速

$$V=\sqrt{\frac{gb}{8}}=2.35\ \mathrm{m/s}$$

对水面-2 点处, 有

$$0+0+0=\frac{V^2}{2\rho_{水}}+a+\frac{p_2}{\rho_{水}}$$

解得 $p_2=-32161.25$ Pa.

对 1 点-2 点, 有

$$p_1=p_2+\rho_{水}ga=-2761.25\ \mathrm{Pa}$$

显然有 $p_3=p_1=-2761.25$ Pa.

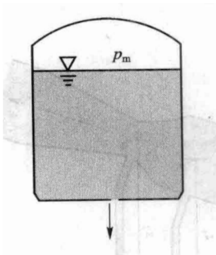
对 3 点-4 点, 有

$$p_4=p_3+\rho_{水}gb=41338.75\ \mathrm{Pa}$$

综上所述, 题给各点处计示压强为

$$\begin{cases} p_1 = -2761.25\ \text{Pa} \\ p_2 = -32161.25\ \text{Pa} \\ p_3 = -2761.25\ \text{Pa} \\ p_4 = 41338.75\ \text{Pa} \end{cases}$$

~~4.18~~　如图, 一封闭水箱内水深 2 m, 水面之上空气表压 80 kPa, 箱底开一直径为 50 mm 的圆孔. 若流量因数为 0.6, 试求流出圆孔的流量 (假设流动定常).



解

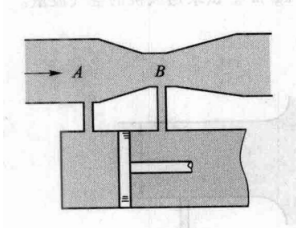
以圆孔所在水平线为基准, 有

$$0 + h + \frac{p_m}{\rho_{气} g} = \frac{V^2}{2g}$$

流出圆孔的流量

$$\begin{aligned} Q_V &= c_d \cdot V \cdot \frac{1}{4}\pi d^2 \\ &= c_d \cdot \frac{1}{4}\pi d^2 \cdot \sqrt{2gh + \frac{2p_m}{\rho_{水}}} \\ &= 0.6 \times \frac{1}{4}\pi \times 0.05^2 \times \sqrt{2 \times 9.8 \times 2 + \frac{2 \times 80 \times 10^3}{1000}}\ \text{m}^3/\text{s} \\ &= 0.0166\ \text{m}^3/\text{s} \end{aligned}$$

~~4.20~~　如图, 供应汽水加热器的水流过水平放置的文丘里管, A 处直径为 10 cm, B 处直径为 7 cm, 已知 A 处水流平均流速为 4.5 m/s, 试计算 A 与 B 两截面间的压强差. 压强使活塞在直径为 20 cm 的缸体内水平运动. 若忽略摩擦力和连杆面积, 试求作用在活塞上的力约为多大?



解

以上管轴线为基准, 有

$$\frac{V_A^2}{2g} + 0 + \frac{p_{A\mathrm{m}}}{\rho_{气} g} = \frac{V_A^2}{2g} + 0 + \frac{p_{A\mathrm{m}}}{\rho_{气} g}$$

$$V_A^2 d_A^2 = V_B^2 d_B^2$$

A 与 B 两截面间的压强差

$$\begin{aligned}\Delta p = p_{A\mathrm{m}} - p_{B\mathrm{m}} &= \frac{1}{2}\rho_{水}\left(V_B^2 - V_A^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\rho_{水}\left(\frac{d_A^4}{d_B^4} - 1\right)V_A^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 1000 \times \left(\frac{0.1^4}{0.07^4} - 1\right) \times 4.5^2\ \mathrm{Pa} \\ &= 32044.9\ \mathrm{Pa}\end{aligned}$$

作用在活塞上的力

$$F = \Delta p \cdot S = 32044.9 \times \frac{1}{4}\pi \times 0.2^2\ \mathrm{N} = 1006.7\ \mathrm{N}$$