西安交通大学 2010-2011 年数字信号处理期末试卷

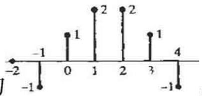
学号：________________；姓名：__________________；成绩：___________

一、 填空计算题（共 21 分，每小题 3 分）

1．已知因果广义线性相位 FIR 滤波器的一个零点为 2-2j，则必定存在的零点__________、__________、__________； 2+j2，$\frac{1}{4}+j\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}-j\frac{1}{4}$

2. IIR 滤波器设计的冲击响应不变法和双线性变换法中，模拟角频率和数字角频率之间的关系分别为__________、__________；$\Omega=\omega/T$ 、$\Omega=\frac{2}{T}\tan\frac{\omega}{2}$

3. 若有系统 $H_1(z)=\frac{0.5-z^{-1}}{1-0.2z^{-1}}$，则与之具有相同幅度响应的最小相位系统 $H_{\min}(z)$ 的零点是________，极点是________；z=0.5，极点在 p=0.2

4. 某 LTI 系统的单位脉冲响应为，该系统_____（是否）线性相位系统，群延迟为________；是，1.5

5. 带宽限制在 5KHz,即对于 $|\Omega|\geq 2\pi(5000)$, $X_c(j\Omega)=0$ 的连续时间信号 $x_c(t)$，以最小______Hz 的采样率对 $x_c(t)$ 采样得到的 $x[n]=x_c(nT)$ 不会混叠。对该采样率下所得采样信号 $x[n]$ 做 FFT，当采用______点数的 FFT 时，可保证谱线间隔对应模拟频率小于 5Hz；10KHz，≥2000

6. 对于长度为 10 的序列 $x[n]$，其 10 点 DFT 记为 $X_{10}[k]$，100 点的 DFT 记为 $X_{100}[k]$。已知 $X_{10}[1]=5+3j$、$X_{10}[8]=7$，必定有 X_{100}[______]= $5+3j$、X_{100}[______]= 7；10 80

7. 无限长信号 $x[n]$ 乘以长度为 L 的矩形窗函数 $w[n]$，可得到有限长序列 $v[n]=x[n]w[n]$。计算 $v[n]$ 的 N 点 FFT 得到 $V[k]$。__________方法可提高 $V[k]$ 的分辨率；_________方法可减少频谱泄露。**增大窗长度，选择旁瓣低的窗函数可减小频谱泄露**

二、（12 分）某因果的 LTI 系统的系统函数为 $H(z)=\frac{2}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}+\frac{-1}{1+\frac{1}{4}z^{-1}}$

a）$H(z)$ 的收敛域是什么？ b）系统是稳定的吗？说明理由；

c)输入 $x[n]$ 产生的输出为 $y[n]=-\frac{1}{3}(-\frac{1}{4})^n u[n]-\frac{4}{3}(2)^n u[-n-1]$，求 $x[n]$ 的 z 变换 $X(z)$；

d） 该系统是否存在因果稳定的逆系统？

解：（a）系统因果的，系统极点 z=$\frac{1}{2}$，z=$-\frac{1}{4}$ 均对应右边序列，收敛域在半径最大极点的外面，|z|> $\frac{1}{2}$

-------------- 3 分

(b) 收敛域包括单位圆，稳定 -------------- 3 分

（c）$Y(z)=-\frac{1}{3}\frac{1}{1-(-\frac{1}{4})z^{-1}}+\frac{4}{3}\frac{1}{1-2z^{-1}}=\frac{1}{3}\frac{-1+2z^{-1}+4+z^{-1}}{(1+\frac{1}{4}z^{-1})(1-2z^{-1})}=\frac{1+z^{-1}}{(1+\frac{1}{4}z^{-1})(1-2z^{-1})}$

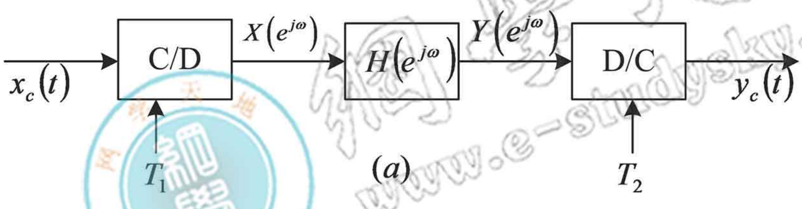
$y[n]$：一个左边序列，一个右边序列，收敛域 2>|z|> $\frac{1}{4}$

$X(z)=\frac{Y(z)}{H(z)}=\frac{(1-\frac{1}{2}z^{-1})}{(1-2z^{-1})}$，收敛域以极点 2 为界，且要与 $Y(z)$ 和 $H(z)$ 要有交集，2>|z|

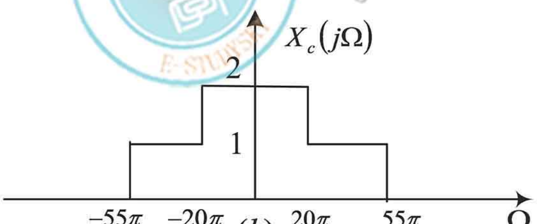
-------------- 3 分

（d）若存在逆系统 $H_i(z)=\frac{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1+\frac{1}{4}z^{-1})}{1+z^{-1}}$，极点 z=−1，其收敛域不包括单位圆，不存在因果稳定的逆系统。 -------------- 3 分

三、（12 分）在图 1（a）示系统中，输入连续信号的频谱 $X_c(j\Omega)$ 和离散时间系统 $H(e^{j\omega})$ 分别如（b）（c）所示，当 $T_1=T_2$=0.02 s 时，试画出 $X(e^{j\omega})$、$Y(e^{j\omega})$ 及输出 $Y_c(j\Omega)$ 的图形。



(a)



(b)

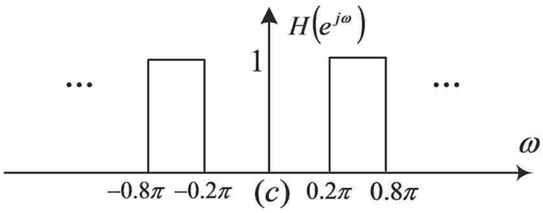
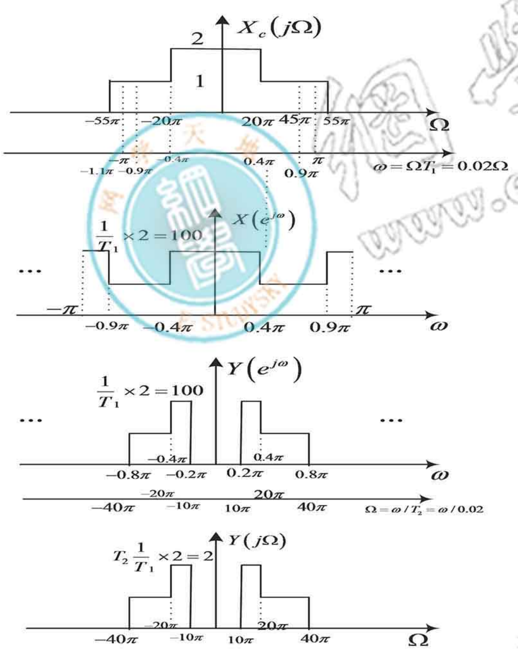


图 1

解：

除第一图外，每图 4 分，-------------- 3*4=12 分



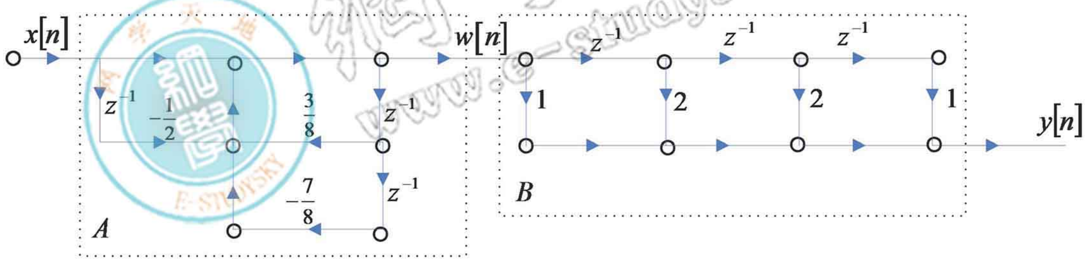
注意：幅度也要标对

四、（10 分）考虑如下图所示由子系统 A 和子系统 B 组成的系统，

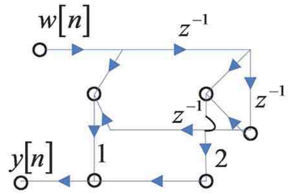
a）求子系统 A 的差分方程；b）画出子系统 B 的线性相位直接型结构；

c）若想具有最少延迟单元个数，信号流图可作何种修改？

d）子系统 B 是第几类线性相位系统？是否适合做低通和高通滤波器？



解：(a) $\dfrac{W(z)}{X(z)}=\dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}}$， $w[n]=\frac{3}{8}w[n-1]-\frac{7}{8}w[n-2]+x[n]-\frac{1}{2}x[n-1]$ ---2 分



（b） ---------- 2 分

（c）$H(z)=\dfrac{W(z)}{X(z)}\dfrac{Y(z)}{W(z)}=\dfrac{1-\frac{1}{2}z^{-1}}{1-\frac{3}{8}z^{-1}+\frac{7}{8}z^{-2}}(1+2z^{-1}+2z^{-2}+z^{-3})$ ------- 2 分

（d）$H(z)$也可写作下式：（将其中两个z^{-1}合并，最终只需要 4 个z^{-1}即可，答案非唯一）

--------- 2 分

（e）子系统 B 的 h（n）={1 2 2 1} 偶对称，总长度是偶数且对称中心不在采样点上，**第 2 类线性相位系统**，z=-1 是子系统 B 的零点，包含$1+z^{-1}$这一项，不能做高通和带阻滤波器，可做低通滤波器。 ------------------- 2 分

五、（15 分）给定两个序列$x_1[n]$和$x_2[n]$，其中：

$$x_1[n]=\begin{cases} n+1 & 0\le n\le 5 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \qquad x_2[n]=\begin{cases} n^2 & 0\le n\le 4 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

a）求线性卷积$x_1[n]*x_2[n]$； **b**）求 6 点循环卷积；

c）求 11 点循环卷积； **d**）说明循环卷积和线性卷积相同需要满足的条件。

解：（a）{0，1，6，20，50，80，110，133，134，96，0} -------------- 4 分

（b）{110，134，140，116，50，80} -------------- 4 分

（c）{0，1，6，20，50，80，110，133，134，96，0} -------------- 4 分

（d）N>L+P-1 -------------- 3 分

六、(10 分) 采用窗函数法设计一个广义线性相位的数字低通滤波器，要求性能指标为：$\omega_p=0.5\pi$，$\omega_s=0.7\pi$，通带纹波$\delta_1=0.04$，阻带纹波$\delta_2=0.05$。

a）写出该离散时间系统的单位脉冲响应$h[n]$； **b**）该滤波器的延迟是多少？

（参考表）

名称	最大旁瓣幅度	主瓣近似宽度	最大逼近误差	等效 Kaiser 窗	等效 Kaiser 过渡带宽
矩形	**-13**	**4π/(M+1)**	**21dB**	**0**	**1.8π/M**
巴特利特	**-25**	**8π/M**	**25dB**	**1.33**	**2.37π/M**
汉宁	**-31**	**8π/M**	**44dB**	**3.86**	**5.01π/M**
哈明	**-41**	**8π/M**	**51dB**	**4.86**	**6.27π/M**

布莱克曼	-57	12π/M	74dB	7.04	9.19π/M

解：据 $\delta_1 = 0.04$ ， $\delta_2 = 0.05$ ，选取较小值，则有 $\delta = \delta_2 = 0.05$

因此 $A = -20\log_{10}\delta = 26$

比较最大逼近误差，$25 < 26.02 < 44$

因此选取汉宁滤波器 -------------- 2 分

据 $\omega_p = 0.5\pi, \omega_s = 0.7\pi$

可得到 $\omega_c = \dfrac{\omega_p + \omega_s}{2} = \dfrac{0.5\pi + 0.7\pi}{2} = 0.6\pi$ -------------- 2 分

$$\Delta\omega = \omega_s - \omega_p = 0.2\pi$$

$$\Delta\omega > \frac{5.01\pi}{\text{M}}$$

$$\text{M} > 25.05$$

取 M=26 -------------- 2 分

$$h(n) = \frac{\sin\left[\omega_c\left(n - M/2\right)\right]}{\pi\left(n - M/2\right)}\omega[n] = \frac{\sin\left[0.7\pi \times \left(n-13\right)\right]}{\pi\left(n-13\right)}\omega[n]$$ -------------- 2 分

(b)、该滤波器延迟是 13 -------------- 2 分

七、（10 分）两个 8 点长序列 $x_1[n]$、$x_2[n]$ 如下所示：

$$x_1[n] = 1\delta[0] + 2\delta[1] + 3\delta[2] + 4\delta[3] + 3\delta[4] + 2\delta[5] + 1\delta[6]$$

$$x_2[n] = 3\delta[0] + 2\delta[1] + \delta[2] + 1\delta[4] + 2\delta[5] + 3\delta[6] + 4\delta[7]$$

$x_1[n]$、$x_2[n]$ 的 8 点 DFT 分别记为 $X_1[k]$、$X_2[k]$，若已知 $X_1[k]$，试用 $X_1[k]$ 表示 $X_2[k]$。

解： $x_1[n]$ 循环右移 4 位得到 $x_2[n]$ ， 所以 $\therefore\ x_2[n] = x_1[((n-4))_8],\quad 0 \le n \le 7$

$$\therefore \quad X_2[k] = W_8^{4k} X_1[k] = e^{-j\frac{2\pi}{8}\times 4} X_1[k] = -X_1[k]$$

八、（10 分）一个长度为 100 的有限长序列 $x[n]$，即 $n<0$和$n\geq 100$时$x[n]=0$，$X\left(e^{j\omega}\right)$表示其 DTFT。现有长度为 64 和 128 点的 FFT 程序可供使用，请说明如何利用所提供的 FFT 程序，计算得到：

a) $X\left(e^{j\omega}\right)\Big|_{\omega_k=\frac{2\pi k}{64},\quad k=0,1,\cdots,63}$ b) $X\left(e^{j\omega}\right)\Big|_{\omega_k=\frac{2\pi k}{128},\quad k=0,1,\cdots,127}$

解：$\because X(e^{jw}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jwn}$

又$\because x[n]$是有限长序列. x[n]=0 当 n<0, n>100时

$$\therefore X(e^{jw}) = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-jwn}$$

$$\text{则}X(e^{j\omega})\Big|_{\omega=\frac{2\pi k}{64}} = \sum_{n=0}^{99} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}} + \sum_{n=64}^{99} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}} + \sum_{n=0}^{35} x[m+64]e^{-j\frac{2\pi k(m+64)}{64}}$$

$$= \sum_{n=0}^{63} [x[n]+x[m+64]]e^{-j\frac{2\pi kn}{64}}$$

上式为 64 点 DFT 的定义

故首先将 $x[n]$ 分为两段 $x_1[n]$、$x_2[n]$

其中 $\begin{matrix} x_1[n] = x[n], n\in[0,63] \\ x_2[n] = x[n+64], n\in[0,35] \end{matrix}$

由 $x_1[n]$、$x_2[n]$ 构造新的序列 $x_3[n]$，$x_3[n] = x_1[n] + x_2[n]$

将 $x_3[n]$ 送进 64 点的 FFT，即可得到

b）. $\because X(e^{jw})=\sum_{n=-\infty}^{\infty}x[n]e^{-jwn}=\sum_{n=0}^{99}x[n]e^{-jwn}$

$$\therefore X(e^{jw})\big|_{w=\frac{2\pi k}{128}}=\sum_{n=0}^{99}x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{128}}=\sum_{n=0}^{127}x[n]e^{-j\frac{2\pi kn}{128}}$$

上式为 128 点 DFT 的定义

在 $x[n]$ 的后面补 128 个零，将其送进 128 点的 FFT 的程序即可。