期中考试模拟题（八）2021.11

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=P(D)=0.4$，且 A, B, C, D 相互独立，则 A, B, C, D 至少有一个发生的概率为________________.

2. 设随机事件 A 与 B 满足 $P(A)=0.7$，$P(A-B)=0.4$，则 $P(\overline{AB})=$_______.

3. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，Y 参数为 2 的泊松分布，且 X 和 Y 相互独立，则 $D(X+2Y-3)=$______________.

4. 设随机变量 $X\sim N(1,4)$，$Y\sim N(3,8)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $Z=2X+3Y-1$ 的概率密度 $f_Z(z)=$__________________.

5. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且均服从区间 $[1,3]$ 上的均匀分布，令 $U=\max\{X,Y\}$，$V=\min\{X,Y\}$，则 (U,V) 的概率密度 $f_{U,V}(u,v)=$_______.

二、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 对任意两个随机事件 A, B，与 $A\cup B=B$ 不等价的是(　　　).

(A) $A\subset B$　　(B) $\bar{B}\subset\bar{A}$　　(C) $A\bar{B}=\varnothing$　　(D) $\bar{A}B=\varnothing$

2. 设随机事件 A, B 满足，$P(B\mid A)=1$，则必有(　　　).

(A) A 是必然事件　　(B) $A\supset B$　　(C) $A\subset B$　　(D) $P(A\bar{B})=0$

3. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且服从同一分布，而且 $X+Y$ 与它们服从同一名称的概率分布，则 X 和 Y 可能服从的分布是(　　　).

(A) 均匀分布或正态分布　　(B) 指数分布或泊松分布

(C) 泊松分布或正态分布　　(D) 二项分布或指数分布

4. 设随机变量 X 与 Y 满足 $P\{X\le 1, Y\le 1\}=\dfrac{4}{9}$，$P\{X\le 1\}=P\{Y\le 1\}=\dfrac{5}{9}$，则 $P\{\min(X,Y)\le 1\}=$(　　　).

(A) $\dfrac{4}{9}$　　(B) $\dfrac{2}{3}$　　(C) $\dfrac{20}{81}$　　(D) $\dfrac{1}{3}$

5. 设 $X_1\sim N(\mu,4^2)$，$X_2\sim N(\mu,5^2)$，$p_1=P\{X_1\le\mu-4\}$，$p_2=P\{X_2\ge\mu+5\}$，则有(　　　).

(A) $p_1=p_2$　　(B) $p_1>p_2$　　(C) $p_2>p_1$　　(D) 无法比较

三、（10 分）在一次军事训练中，轰炸机轰炸某目标，设它能飞到距目标 400，200，100（米）的概率分别是 0.5，0.3，0.2，又设它在距目标 400，200，100（米）时的命中率分别为 0.01，0.02，0.1，求: (1)目标被命中的概率；(2) 当目标被命中时，求轰炸机分别是在 400，200，100（米）处轰炸的概率各是多少？

四、（10 分）设随机变量 W 在区间 $[-2, 2]$ 上服从均匀分布，令随机变量

$X=\begin{cases}-1, & 若 W\le -1\\ 1, & 若 W>-1\end{cases}$，$Y=\begin{cases}-1, & 若 W\le 1\\ 1, & 若 W>1\end{cases}$，求 X 与 Y 的联合分布律与边缘分布律.

五、（10 分）设随机变量 X 与 Y 相互独立，其概率密度分别为

$$f_X(x)=\begin{cases}2 & 0\le x\le \dfrac{1}{2}\\ 0 & 其他\end{cases},\qquad f_Y(y)=\begin{cases}e^{-y} & y>0\\ 0 & 其他\end{cases}$$

求 $Z=2X+Y$ 的概率密度.

六、（16 分）已知二维随机向量 (X,Y) 满足

$$f_{Y|X}(y|x)=\begin{cases}\dfrac{2y}{1-x^2}, & x\le y\le 1\\ 0, & 其它\end{cases},\quad f_X(x)=\begin{cases}4x(1-x^2), & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases},$$

求：（1）$P\{X+Y\ge 1\}$；（2）$P\{Y<0.5\}$；（3）$P\left\{Y<\dfrac{2}{3}\middle|X=\dfrac{1}{2}\right\}$.

七、（12 分）设随机向量 (X,Y) 的概率密度为 $f(x,y)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-y} & 0<x<y\\ 0 & 其他\end{cases}$

（1）求边缘概率密度 $f_X(x)$ 与 $f_Y(y)$；（2）求 X 的分布函数 $F_X(x)$；

（3）判断 X 与 Y 的相互独立性，并说明理由.

八、（12 分）从学校到火车站的途中有 2 个交通岗，设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的，并且概率均是 $\dfrac{1}{2}$，设 X 为途中遇到红灯的次数，求：

（1）X 的分布律；（2）X 的分布函数；

（3）X 数学期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$.