期中考试模拟题（一）2018.4

一、计算下列各题(每小题 5 分，共 40 分)

1. 设随机事件A与B，且$P\left(\overline{B}\right)=0.7$，$P\left(A\overline{B}\right)=0.2$，求$P\left(\overline{A}\overline{B}\right)$.

2. 某大楼有 4 部电梯，现有 3 个工作人员要乘电梯，假定选择那部电梯是随机的，求 3 个人中至少有 2 个人在同一部电梯的概率.

3.设随机变量X的概率密度为$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其它\end{cases}$，以$Y$表示对$X$进行三次独立观察中$\{X\le\frac{1}{2}\}$出现的次数，求概率$P(Y=2)$.

4.设随机变量X的概率密度为$f_X(x)=\begin{cases}e^{-x}, & x\ge 0,\\ 0\ , & x<0.\end{cases}$ 求$Y=e^X$的概率密度$f_Y(y)$.

5. 设随机变量X与Y相互独立且分别服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$与$N\left(\mu,2\sigma^2\right)$，其中$\sigma>0$是未知参数，记$Z=X-Y$. 求$Z$的概率密度$f\left(z\right)$.

6. 设随机变量X的概率分布为$P\left\{X=-2\right\}=\frac{1}{2}$，$P\left\{X=1\right\}=a$，$P\left\{X=3\right\}=b$，若$EX=0$，求$DX$.

7. 设X与Y相互独立均服从$exp(\lambda)$，求$P\{1<min(X,Y)\le 2\}$.

8. 设二维随机变量$\left(X,Y\right)$服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2;\mu,\sigma^2;0\right)$，求$E\left(XY^2\right)$.

二、(10 分)有两个盒子, 第一个盒子中有 40 个黑球, 10 个白球, 第二个盒子中有 12 个黑球, 18 个白球, (1)现随机地取一个盒子, 再从这个盒子中取出一个球, 求这个球为白球的概率；(2)已知取出的球是白球，求此球属于第二个盒子的概率.

三、(12 分)设二维随机变量(X,Y)的概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}k\,\mathrm{e}^{-(3x+4y)}, & x>0,\ y>0\\ 0\quad, & 其他\end{cases}$$

试求：(1) 常数k；(2)边缘密度函数$f_X(x)及f_Y(y)$；(3)判断$X与Y$是否相互独立，为什么？ (4) $P\{0<X\le 1,0<Y\le 2\}$。

四、(10 分)设随机变量X,Y相互独立, X在区间[0,3]上服从均匀分布, Y服从参数为 2 的指数分布,求$Z=X+Y$的概率密度.

五、(12 分)设二维离散型随机变量$\left(X,Y\right)$的概率分布为

X \ Y	0	1	2
0	1/4	0	1/4

1	0	1/3	0
2	1/12	0	1/12

（1）求 $P\left\{X=2Y\right\}$；（2）求 $Cov\left(X-Y,Y\right)$。

六、（12 分）设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}\mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

求：（1）Y 的边缘密度函数 $f_Y(y)$；（2）条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y)$，$f_{X|Y}(x|4)$；

（3）$P\{X>2|Y=4\}$ 及 $P\{X>2|Y<4\}$.

七、（4 分）设 $X\sim P(\lambda_1)$, $Y\sim P(\lambda_2)$，且 X, Y 相互独立，证明：$X+Y\sim P(\lambda_1+\lambda_2)$.