

西安交通大学考试题 (A 卷)

课程 概率论与数理统计

学 院 _____

考试日期 2019 年 6 月 19 日

专业班号 _____

姓 名 _____

学 号 _____

期中

☐

期末

☒

(标准正态分布函数 $\Phi(x)$: $\Phi(1.56) = 0.941$, $\Phi(1.645) = 0.95$, $\Phi(1.96) = 0.975$;

$$\chi_{0.975}^2(9) = 2.70, \chi_{0.025}^2(9) = 19.02, \chi_{0.975}^2(10) = 3.25, \chi_{0.025}^2(10) = 20.48,$$

$$t_{0.025}(9) = 2.26, t_{0.025}(10) = 2.23, t_{0.05}(9) = 1.83, t_{0.05}(10) = 1.81)$$

一、完成下列各题 (共 36 分)

1. (5 分) 某大厦有四部电梯, 已知某时刻 T, 每部电梯正在运行的概率为 0.7, 求 T 时刻至少两部电梯运行的概率.

2. (5 分) 随机变量 X 的分布列

X	0	$\pi/2$	π
P	0.2	0.5	0.3

为

求 $D(\sin X)$.

3. (5 分) 已知 $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.4$, $P(\overline{AB}) = 0.8$, 求 $P(A|A \cup \overline{B})$.

4. (6 分) 成箱出售的玻璃杯, 每箱 20 只. 设每箱含 0, 1, 2 只残次品的概率分别为 0.8, 0.1, 0.1. 顾客购买时, 售货员随意取一箱, 而顾客随意取四只检查, 若无残次品则买下, 否则退回. 现售货员随意取一箱玻璃杯, 求顾客买下的概率 (保留小数点后三位小数).

5. (7 分) 随机变量 X, Y 满足 $EX = 1$, $EY = 2$, $D(X) = 1$, $D(Y) = 4$, $\rho_{XY} = 0.6$,

设 $Z = (2X - Y + 1)^2$, 求 $E(Z)$.

6. (8 分) 设总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$, 且 x_1, \dots, x_{10} 为样本观测值, 样本方差 $s^2 = 2$.

分别求 s^2 和 $\text{Var}(\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{\sigma^2})$ 的置信水平为 0.95 的置信区间.

二、(10 分) 二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2; \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $Z = X + Y$ 的概率密度.

三、(10 分) 将 2 个球随机地放入 3 个盒子, 设 X 为第一个盒子内放入的球数, Y 为有球的盒子的个数, 求 (1) (X, Y) 的联合分布列; (2) $E(X), D(Y)$.

四、(10 分) 二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 \leq x \leq y \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

(1) 求 $P(X+Y \leq 1)$; (2) X, Y 是否独立?

五、(10 分) 某种零件的尺寸标准为 $\sigma = 5.2$, 对一批这类零件检查 9 件得到平均尺寸数据 (毫米): $\bar{x} = 26.56$. 设零件尺寸服从正态分布, 问这批零件的平均尺寸能否认为是 26 毫米? ($\alpha = 0.05$)

六、(10 分) 一条生产线生产的产品合格率为 0.8, 要使一批产品的合格率在 76% 与 84% 之间的概率不小于 90%, 问至少要生产多少件产品?

七、(14 分) 设总体 X 的概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{k\theta}, & \theta < x < (k+1)\theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 其中 k 为已知

正数, $\theta > 0$ 为一个待估参数。 X_1, \dots, X_n 为来自总体的样本。

(1) 求 θ 的最大似然估计量和矩估计量; (2) θ 的最大似然估计是否无偏?