西安交通大学 2009-2010 年数字信号处理期末试卷

一．填空题

1、一线性时不变系统，输入为 x（n）时，输出为 y（n）；则输入为 2x（n）时，输出为 2y(n)；输入为 x（n-3）时，输出为 y(n-3)。

2、从奈奎斯特采样定理得出，要使实信号采样后能够不失真还原，采样频率 fs 与信号最高频率 f_{max} 关系为：$fs>=2f_{max}$。

3、已知一个长度为 N 的序列 x(n)，它的离散时间傅立叶变换为 X（e^{jw}），它的 N 点离散傅立叶变换 X（K）是关于 X（e^{jw}）的 N 点等间隔 采样。

4、有限长序列 x(n)的 8 点 DFT 为 X（K），则 X（K）=______。

5、用脉冲响应不变法进行 IIR 数字滤波器的设计，它的主要缺点是频谱的 交叠 所产生的现象。

6、若数字滤波器的单位脉冲响应 h(n)是奇对称的，长度为 N，则它的对称中心是 (N-1)/2。

7、用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时，加矩形窗比加三角窗时，所设计出的滤波器的过渡带比较 窄，阻带衰减比较 小。

8、无限长单位冲激响应（IIR）滤波器的结构上有反馈环路，因此是 递归 型结构。

9、若正弦序列 x(n)=sin(30nπ/120)是周期的，则周期是 N= 8。

10、用窗函数法设计 FIR 数字滤波器时，过渡带的宽度不但与窗的 类型 有关，还与窗的 采样点数 有关

11．DFT 与 DFS 有密切关系，因为有限长序列可以看成周期序列的 主值区间截断，而周期序列可以看成有限长序列的 周期延拓。

12．对长度为 N 的序列 x(n)圆周移位 m 位得到的序列用 $x_m(n)$表示，其数学表达式为 $x_m(n)=x((n-m))_N R_N(n)$。

13．对按时间抽取的基 2-FFT 流图进行转置，并 将输入变输出，输出变输入 即可得到按频率抽取的基 2-FFT 流图。

14．线性移不变系统的性质有 交换率、结合率 和分配律。

15．用 DFT 近似分析模拟信号的频谱时，可能出现的问题有混叠失真、泄漏、栅栏效应 和频率分辨率。

16．无限长单位冲激响应滤波器的基本结构有直接Ⅰ型，直接Ⅱ型，串联型 和 并联型 四种。

17．如果通用计算机的速度为平均每次复数乘需要 5μs，每次复数加需要 1μs，则在此计算机上计算 2^{10} 点的基 2 FFT 需要 10 级蝶形运算，总的运算时间是______μs。

三、计算题

一、设序列 x(n)={4，3，2，1} ， 另一序列 h(n) ={1，1，1，1}，n=0,1,2,3

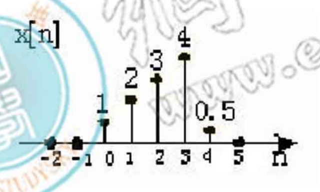
（1）试求线性卷积 y(n)=x(n)*h(n)

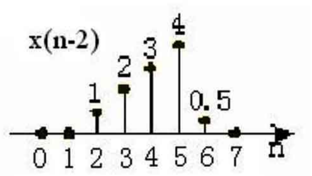
（2）试求 6 点循环卷积。

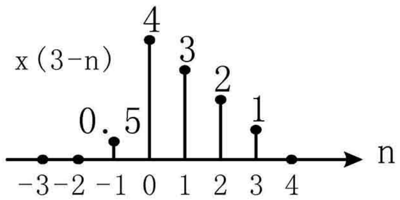
（3）试求 8 点循环卷积。

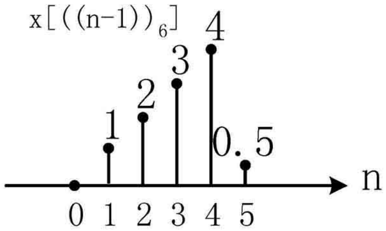
二．数字序列 x(n)如图所示．画出下列每个序列时域序列：

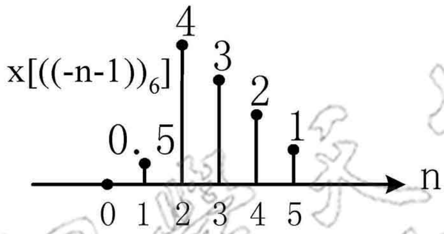
(1) x(n-2)；　(2)x(3-n)；　(3)$x[((n-1))_6]$,(0≤n≤5)；　(4)$x[((-n-1))_6]$,(0≤n≤5)；







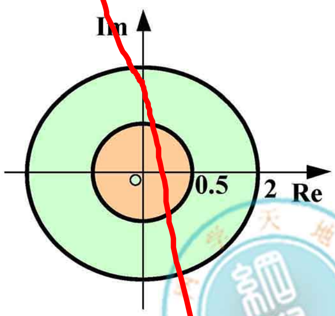




三．已知一稳定的LTI 系统的H(z)为 $H(z)=\dfrac{2(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}$

试确定该系统H(z)的收敛域和脉冲响应h[n]。

解：



系统有两个极点，其收敛域可能有三种形式，|z|<0.5，0.5<|z|<2，|z|>2

因为稳定，收敛域应包含单位圆，则系统收敛域为：0.5<|z|<2

$$H(z)=\frac{2(1-z^{-1})}{(1-0.5z^{-1})(1-2z^{-1})}=\frac{4/3}{1-0.5z^{-1}}-\frac{2/3}{1-2z^{-1}}$$

$$h(n)=\frac{4}{3}(0.5)^n u(n)+\frac{2}{3}2^n u(-n-1)$$

四. 设x(n)是一个10点的有限序列

x（n）={ 2,3,1,4,-3,-1,1,1,0,6}，不计算DFT，试确定下列表达式的值。

(1) X(0)，(2) X(5)，(3) $\sum_{k=0}^{9} X(k)$ ，(4) $\sum_{k=0}^{9} e^{-j2\pi k/5} X(k)$

$$X[k]=\sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}$$

$$x[n]=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}$$

解：（1） $W_N^0=1$ $\quad X[0]=\sum_{n=0}^{9} x[n]=14$

（2）

$$W_{10}^{5n}=\begin{cases}1 & n=\text{偶数}\\ -1 & n=\text{奇数}\end{cases} \qquad X[5]=\sum_{\substack{n=0\\ n=\text{偶}}}^{8} x[n]-\sum_{\substack{n=1\\ n=\text{奇}}}^{9} x[n]=-12$$

（3） $x[0]=\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} X[k]$ $\qquad \sum_{k=0}^{9} X[k]=10*x[0]=20$

（4） $x[((n-m))_N] \Leftrightarrow e^{-j(2\pi k/N)m} X[k]$

$$x[((10-2))_{10}]=\frac{1}{10}\sum_{k=0}^{9} e^{-j(2\pi k/10)2} X[k]$$

$$\sum_{k=0}^{9} e^{-j(2\pi k/10)2} X[k]=10*x[8]=0$$

五. x(n)和h(n)是如下给定的有限序列

x(n)={5, 2, 4, -1, 2}， h(n)={-3, 2, -1 }

(1) 计算x(n)和h(n)的线性卷积y(n)= x(n)* h(n)；

(2) 计算x(n)和h(n)的6 点循环卷积y_1(n)= x(n)⑥h(n)；

(3) 计算x(n)和h(n)的8 点循环卷积y_2(n)= x(n)⑧h(n)；

比较以上结果，有何结论？

解：（1）

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & & 5 & 2 & 4 & -1 & 2\\
 & & & & -3 & 2 & 1\\
\hline
 & & 5 & 2 & 4 & -1 & 2\\
 & 10 & 4 & 8 & -2 & 4 & \\
-15 & -6 & -12 & 3 & -6 & & \\
\hline
-15 & 4 & -3 & 13 & -4 & 3 & 2
\end{array}$$

y(n)= x(n)* h(n)={-15, 4, -3, 13, -4, 3, 2}

(2)

		5	2	4	-1	2
				-3	2	1
		5	2	4	-1	2
	10	4	8	-2	4	
-15	-6	-12	3	-6		
-15	4	-3	13	-4	3	| 2
2						
-13	4	-3	13	-4	3	2

$y_1(n) = x(n)⑥h(n) = \{-13, 4, -3, 13, -4, 3\}$

(3) 因为 8>(5+3-1)，
所以 $y_3(n) = x(n)⑧h(n) = \{-15, 4, -3, 13, -4, 3, 2, 0\}$
$y_3(n)$ 与 $y(n)$ 非零部分相同。

六. 用窗函数设计 FIR 滤波器时，滤波器频谱波动由什么决定 ______________，滤波器频谱过渡带由什么决定______________。

解：窗函数旁瓣的波动大小，窗函数主瓣的宽度

七. 一个因果线性时不变离散系统，其输入为 x[n]、输出为 y[n]，系统的差分方程如下：

$$y(n) - 0.16y(n-2) = 0.25x(n-2) + x(n)$$

(1) 求系统的系统函数 H(z)=Y(z)/X(z)；
(2) 系统稳定吗?
(3) 画出系统直接型 II 的信号流图；
(4) 画出系统幅频特性。

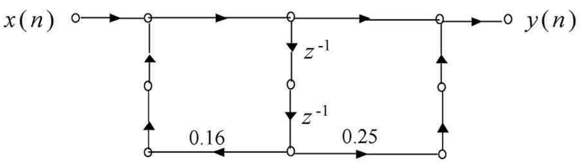
解：(1) 方程两边同求 Z 变换：

$$Y(z) - 0.16z^{-2}Y(z) = 0.25z^{-2}X(z) + X(z)$$

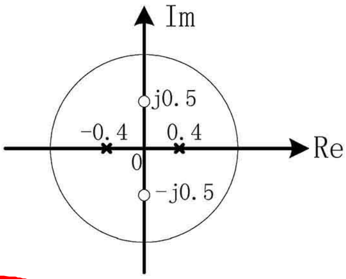
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + 0.25z^{-2}}{1 - 0.16z^{-2}}$$

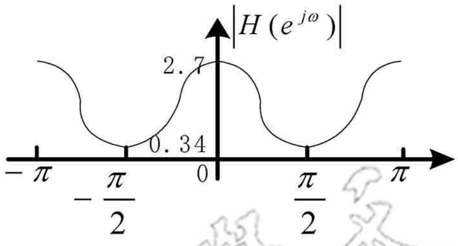
(2) 系统的极点为：0.4 和－0.4，在单位圆内，故系统稳定。

(3)



(4)





八．如果需要设计 FIR 低通数字滤波器，其性能要求如下：

(1)阻带的衰减大于 35dB,

(2)过渡带宽度小于π/6.

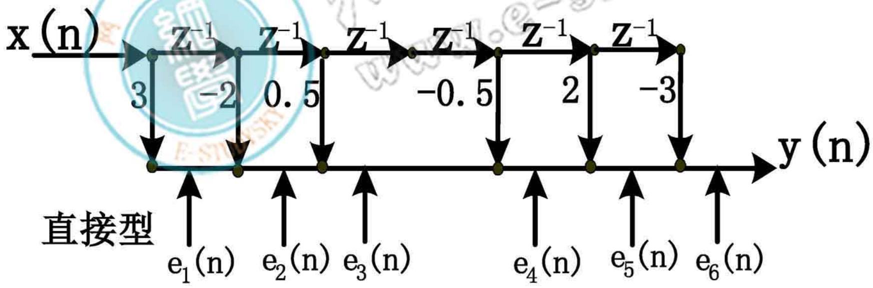
请选择满足上述条件的窗函数，并确定滤波器 h(n)最小长度 N

窗函数	主瓣宽度	过渡带宽	旁瓣峰值衰减(dB)	阻带最小衰减(dB)
矩形	$4\pi/N$	$1.8\pi/N$	-13	-21
汉宁	$8\pi/N$	$6.2\pi/N$	-31	-44
汉明	$8\pi/N$	$6.6\pi/N$	-41	-53
布莱克曼	$12\pi/N$	$11\pi/N$	-57	-74

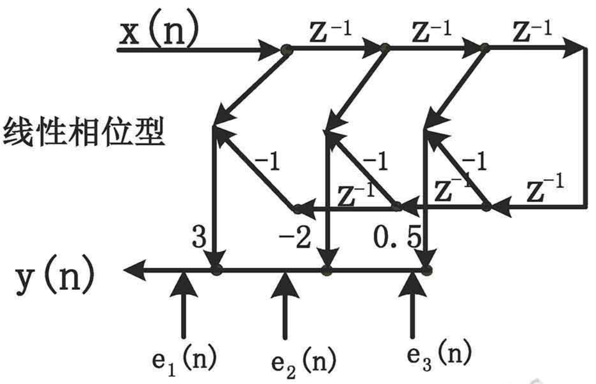
解：根据上表，我们应该选择汉宁窗函数，

$$\frac{8\pi}{N} \le \frac{\pi}{6} \qquad N \ge 48$$

十．已知 FIR DF的系统函数为$H(z)=3-2z^{-1}+0.5z^{-2}-0.5z^{-4}+2z^{-5}-3z^{-6}$，试分别画出直接型、线性相位结构量化误差模型。



直接型



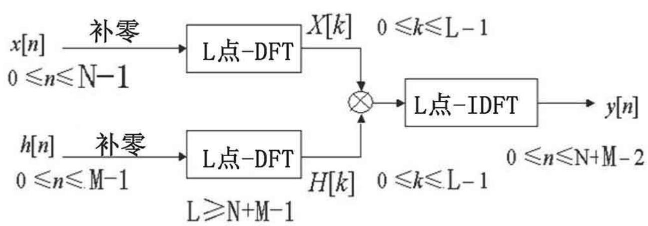
十一．两个有限长的复序列 $x[n]$ 和 $h[n]$，其长度分别为 N 和 M，设两序列的线性卷积为 $y[n]=x[n]*h[n]$，回答下列问题：.

(1) 序列 $y[n]$ 的有效长度为多长？

(2) 如果我们直接利用卷积公式计算 $y[n]$ ，那么计算全部有效 $y[n]$ 的需要多少次复数乘法？

(3) 现用 FFT 来计算 $y[n]$，说明实现的原理，并给出实现时所需满足的条件，画出实现的方框图，计算该方法实现时所需要的复数乘法计算量。

解：(1) 序列 $y[n]$ 的有效长度为：N+M-1；
(2) 直接利用卷积公式计算 y[n]， 需要 MN 次复数乘法
(3)



需要 $3L\log_2 L$ 次复数乘法。

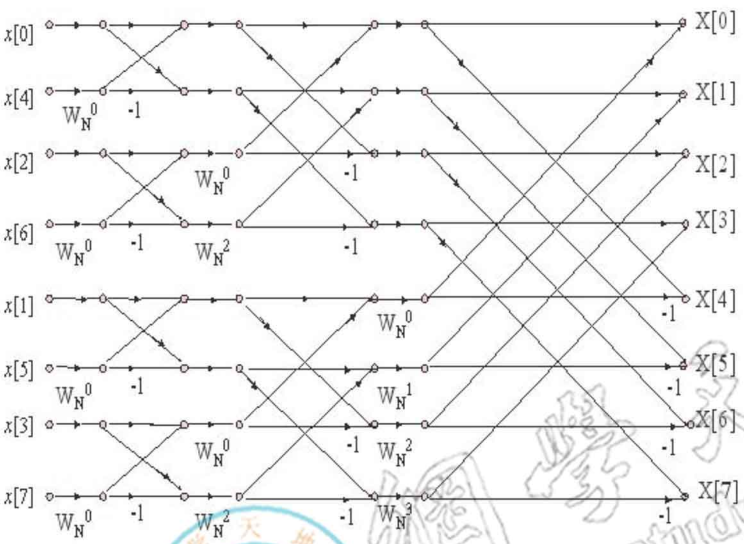
十二．用倒序输入顺序输出的基 2 DIT-FFT 算法分析一长度为 N 点的复序列 $x[n]$ 的 DFT，回答下列问题：

(1) 说明 N 所需满足的条件，并说明如果 N 不满足的话，如何处理？

(2) 如果 N=8，那么在蝶形流图中，共有几级蝶形？每级有几个蝶形？确定第 2 级中蝶形的蝶距(d_m)和第 2 级中不同的权系数(W_N^r)。

(3) 如果有两个长度为N点的实序列$y_1[n]$和$y_2[n]$，能否只用一次N点的上述FFT运算来计算出$y_1[n]$和$y_2[n]$的DFT，如果可以的话，写出实现的原理及步骤，并计算实现时所需的复数乘法次数；如果不行，说明理由。

解(1)N 应为 2 的幂，即 $N=2^m$，（m 为整数）；如果 N 不满足条件，可以补零。



(2)3 级，4 个，蝶距为 2，W_N^0 ，W_N^2

(3) $y[n]=y_1[n]+jy_2[n]$

$$Y[k]=\sum_{n=0}^{N-1}y[n]W_N^{kn}$$

$$Y_1[k]=Y_{ep}[k]=\frac{1}{2}\{Y[((k))_N]+Y^*[((-k))_N]\}$$

$$Y_2[k]=Y_{op}[k]=\frac{1}{2}\{Y[((k))_N]-Y^*[((-k))_N]\}$$

十三．考虑下面 4 个 8 点序列，其中 $0\leq n\leq 7$，判断哪些序列的 8 点 DFT 是实数，那些序列的 8 点 DFT 是虚数，说明理由。

(1) $x_1[n]=\{-1,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ -1,\ -1\}$,

(2) $x_2[n]=\{-1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1\}$,

(3) $x_3[n]=\{0,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 1\}$,

(4) $x_4[n]=\{0,\ -1,\ -1,\ 0,\ 0,\ 0,\ -1,\ -1\}$,

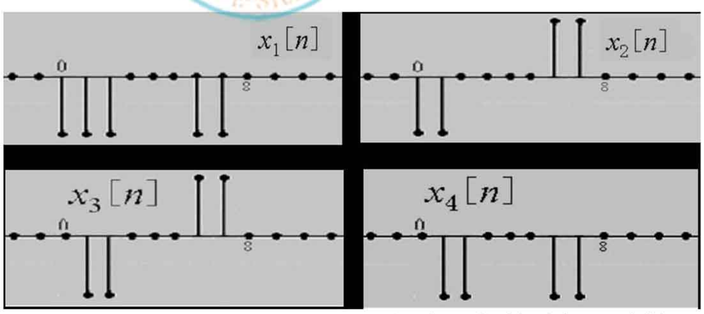
解：

$$x_o(n)=-x_o^*(N-n)=-X_o(N-n)$$

$$x_e(n)=x_e^*(N-n)=X_e(N-n)$$

DFT[x_e（n）]=Re[X（k）]

DFT[x_0（n）]=jIm[X（k）]



$x_4[n]$的 DFT 是实数，因为它们**具有周期性共轭对称性；**$x_3[n]$ 的 DFT 是虚数，因为它**具有周期**

性共轭反对称性

十四．已知系统函数 $H(z)=\dfrac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$，求其差分方程。

解：

$$H(z)=\frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{2+0.25z^{-1}}{1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2}}$$

$$Y(z)(1-0.25z^{-1}+0.3z^{-2})=X(z)(2+0.25z^{-1})$$

$$y(n)-0.25y(n-1)+0.3y(n-2)=2x(n)+0.25x(n-1)$$

十五．已知 $Y(z)(1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2})=X(z)(1+z^{-1})$，画系统结构图。

解：

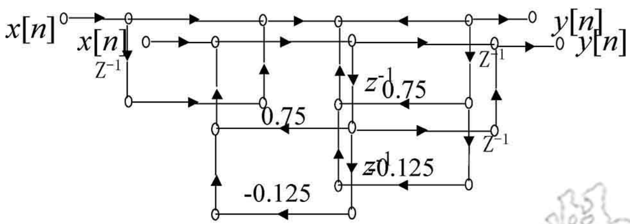
$$Y(z)(1-\frac{3}{4}z^{-1}+\frac{1}{8}z^{-2})=X(z)(1+z^{-1})$$

$$H(z)=\frac{Y(z)}{X(z)}=\frac{1+z^{-1}}{1-0.75z^{-1}+0.125z^{-2}}$$

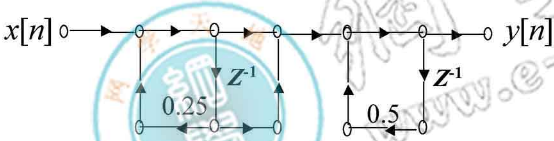
$$=\frac{1+z^{-1}}{(1-0.5z^{-1})(1-0.25z^{-1})}=\frac{6}{1-0.5z^{-1}}-\frac{5}{1-0.25z^{-1}}$$

直接型 I：

直接型 II：



级联型：



并联型：