

3-5章练习

—(20%)、请判断下述命题的正确性

设 A 、 B 、 C 是非空集合

$$1. 2^{A \cup B} \subseteq 2^A \cup 2^B$$

$$2. A' \setminus B = A \setminus B'$$

设 R_1 和 R_2 是非空集合 A 上二元关系

3. 如果 R_1 和 R_2 是对称的, 那么 $R_1 \circ R_2$ 一定是反对称的。

4. 如果 R_1 和 R_2 是反自反的, 那么 $R_1 \circ R_2$ 不一定是自反的。

5. A 、 B 是非空集合, $R_1, R_2 \subseteq A \times B$,
则 $\wp(R_1 \cap R_2) = \wp(R_1) \cap \wp(R_2)$

6. 每个元素都有直接后继的半序集是良序集。

7. 半序集中任意两个元素都是可比较的。

设 f 是从 X 到 Y 的函数, g 是从 Y 到 Z 的函数

8. 如果 f 是单射的, g 是满射的, 那么 $g \circ f$ 一定是满射的。

9. 如果 f 和 $g \circ f$ 都是单射的, 那么 g 一定是单射的。

10. 设 A 是可数集, B 是 A 的子集, 则 $A \setminus B$ 与 A 等势。

二^(20%) 设 A 、 B 、 C 是集合，判断下面命题是否成立，请给出理由。

1) $A \setminus B = A \setminus C \Rightarrow B = C$

2) $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$

三^(20%) 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ，定义 $A \times A$ 上的二元关系 R ：

$$R = \{((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \mid x_1, x_2, y_1, y_2 \in A \wedge x_1 + y_1 = x_2 + y_2\}$$

(1) ^(12%) 证明 R 是 $A \times A$ 上的等价关系。

(2) ^(8%) 求 $[(2, 3)]_R$ 。

四(20%) 设 $A=\{1, 2, 4\}$, $B=\{2, 3, 5, 6, 10\}$, R_1 是 A 上的整除关系, R_2 是 B 上的整除关系, 定义 $A \times B$ 上的关系 R_3 如下:

$$((a_1, b_1), (a_2, b_2)) \in R_3 \Leftrightarrow (a_1, a_2) \in R_1 \wedge (b_1, b_2) \in R_2$$

- 1) 可以证明 R_3 是 $A \times B$ 上的半序关系, 请证明其反对称性。
- 2) 画出 R_3 的Hasse图。
- 3) 设 $C=\{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$, 判断 C 的上确界、下确界、最大元、最小元、极大元、极小元是否存在, 如果存在请具体指出。
- 4) R_3 是否为良序集? 请给出理由。

五^(20%) 设 f 是函数, g 是单射函数, $f \subseteq g$ 并且
 $R(g) \subseteq R(f)$ 。

1) 函数 f 与 g 相等吗? 请说明理由。

2) 函数 f 是 单射的吗? 请说明理由。