

三 解答题, 共四题

10. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x (x \in \mathbf{R})$.

(1) 求 $f(\frac{2\pi}{3})$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

11. 已知点 $M(3, 1)$, 直线 $ax - y + 4 = 0$ 及圆 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$.

(1) 求过 M 点的圆的切线方程;

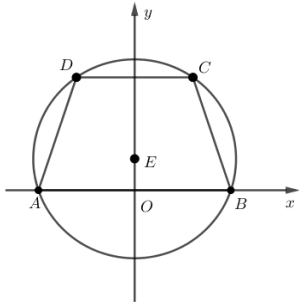
(2) 若直线 $ax - y + 4 = 0$ 与圆相切, 求 a 的值;

(3) 若直线 $ax - y + 4 = 0$ 与圆相交于 A, B 两点, 且弦 AB 的长为 $2\sqrt{3}$, 求 a 的值;

12. 如图所示, 等腰梯形 $ABCD$ 的底边 AB 在 x 轴上, 顶点 A 与顶点 B 关于原点 O 对称, 且底边 AB 和 CD 的长分别为 6 和 $2\sqrt{6}$, 高为 3.

(1) 求等腰梯形 $ABCD$ 的外接圆 E 的方程;

(2) 若点 N 的坐标为 $(5, 2)$, 点 M 在圆 E 上运动, 求线段 MN 的中点 P 的轨迹方程.



13. (选做题) 已知直线 $l_1: mx - y = 0$, $l_2: x + my - m - 2 = 0$.

(1) 求证: 对任意的实数 m , l_1 和 l_2 的交点 M 总在一个定圆上;

(2) 若 l_1 与 (1) 中定圆的另一个交点为 P_1 , l_2 与 (1) 中定圆的另一个交点为 P_2 , 求当实数 m 取值变化, $\triangle MP_1P_2$ 的面积取最大值时, 直线 l_1 的方程.