แนวคิดของข้อ 1

หา R^0_n, P^0_n จาก Homogeneous

$$H^0_n = \begin{bmatrix} R^0_n & d^0_n \\ 0\ 0\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H^{n-1}_n = \left[\begin{array}{ccc|c} \multicolumn{3}{c|}{\text{Rotation}} & \text{translation} \\ C(\theta_n) & -S(\theta_n)C(\alpha_n) & S(\theta_n)S(\alpha_n) & r_n C(\theta_n) \\ S(\theta_n) & C(\theta_n)C(\alpha_n) & -C(\theta_n)S(\alpha_n) & r_n S(\theta_n) \\ 0 & S(\alpha_n) & C(\alpha_n) & d_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

หา θ_n, α_n, d_n จาก DH-parameters

หา R^0_i, P^0_i $i \leq j$ จาก

R^0_i, P^0_i ดึงมาจาก H^{n-1}_n โดยที่

$$R^0_2 = R^0_1 \cdot R^1_2 \qquad P^0_2 = P^0_1 \cdot P^1_2$$

$$R^0_3 = R^0_1 \cdot R^1_2 \cdot R^2_3 \qquad P^0_3 = P^0_1 \cdot P^1_2 \cdot P^2_3$$

$$R^0_{end} = R^0_1 \cdot R^1_2 \cdot R^2_3 \cdot R^3_{end} \qquad P^0_{end} = P^0_1 \cdot P^1_2 \cdot P^2_3 \cdot P^0_{end}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_{end} - d^0_1) \quad R^0_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_{end} - d^0_2) \quad R^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times (d^0_{end} - d^0_3)}^{\hat{z}^0_i \times (P^0_{end} - P^0_i)\ ;\ i \leq j} \\ \underbrace{R^0_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad R^0_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad R^0_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\hat{z}^0_i\ ;\ i \leq j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

นาย จักรภัทร พรหมสิทธิ์ 63340500006
นาย ศุภราช อินทร์โสภา 63340500063

HW2

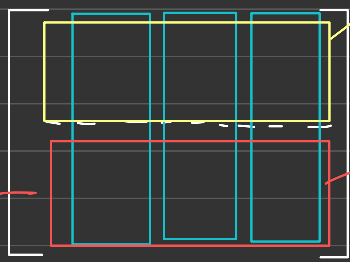
Q1) การหา Matrix Jacobian

$\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$ เพราะเป็น RRR

$$J^i_{w,i} = \begin{cases} \rho_j \hat{z}^0_j & : \text{if } j \le i \\ \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} & : j > i \end{cases}$$

โดย Matrix Jacobian จะมีขนาด 6x3

จะได้ $J^e(\vec{q}) =$



$r_{x,i}$, $r_{y,i}$, $r_{z,i}$: $i \in [1,3]$

$p_{x,j}$, $p_{y,j}$, $p_{z,j}$: $j \in [1,3]$

joint1 joint2 joint3

↳ หาได้จาก Cross Product ของ $(\vec{z}_j \times (\vec{P}_e - \vec{P}_{j-1}))$

$\vec{z}$ = Rotation matrix แกน z ของแต่ละ joint เทียบกับเฟรมโลก

$\vec{P}_e$ = Position ปลาย endeffector

$\vec{P}_{j-1}$ = Position ของแต่ละ joint เทียบเฟรมโลก

ใช้ใน code

$$J^i_{v,j} = \begin{cases} \rho_j(\hat{z}^0_j \times (\vec{p}^0_{0,i} - \vec{p}^0_{0,j-1})) + \cancel{(1-\rho_j)\hat{z}^0_j}^{\,0} & : \text{if } j \le i \\ \begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix} & : \text{if } j > i \end{cases}$$

โดยทำการดึงและคัดแยกจากโจทย์

Q2) การหา singularity ของระบบ

ทำการลดรูป Jacobian Matrix ให้เหลือขนาด 3x3 โดยตัดส่วนของ $\vec{r}_x, \vec{r}_y, \vec{r}_z$ และทำการหา det และเข้าเงื่อนไข

$$|\det(J(\vec{p}))| < \varepsilon \quad : \varepsilon = 0.001$$

ให้ return true หากหุ่นยนต์ใกล้สภาวะ singularity หากปกติให้ return false

Q3) หา $\vec{\tau}$ ได้จาก

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} \qquad \vec{f} = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \qquad \vec{W}^0 = \begin{bmatrix} \vec{n}^0 \\ \hdashline \vec{f}^0 \end{bmatrix}$$

wrench

$$* \ \vec{\tau} = J^e(\vec{q})^T \vec{W}_e^0$$

หาได้จากนำเอาพี ที่โจทย์กำหนดให้มาคูณกับ Rotation Matrix เทียบเฟรม 0 ได้ตามสมการดังนี้

$$n^0 = R^0_{end} \cdot n^{end}$$

$$f^0 = R^0_{end} \cdot f^{end}$$

โดยทำการดึงข้อมูลจาก Matrix ที่โจทย์ให้มาและเขียนสมการ ทั้ง 3 joint