6多维标度法

在实际中往往会碰到这样的问题：有*n*个由多个指标（变量）反映的客体，但反映客体的指标个数是多少不清楚，甚至指标本身是什么也是模糊的，更谈不上直接测量或观察它，仅仅所能知道的是这*n*个客体之间的某种距离（不一定是通常的欧氏距离）或者某种相似性，我们希望仅由这种距离或者相似性给出的信息出发，在较低维的欧氏空间把这*n*个客体（作为几何点）的图形描绘出来，从而尽可能揭示这*n*个客体之间的真实结果关系，这就是多维标度法所要研究的问题。

例表1列出了通过测量得到的英国12个城市之间公路长度的数据。由于公路不是平直的，所以它们还不是城市之间的短距离，只可以看作是这些城市之间的近似距离，我们希望利用这些距离数据画一张平面地图，标出这12个城市的位置，使之尽量接近表中所给出的距离数据，从而反映它们的真实地理位置。

表1 英国12城市之间的公路距离（单位：英里）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2 | 244 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3 | 218 | 350 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4 | 284 | 77 | 369 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5 | 197 | 164 | 347 | 242 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 | 312 | 444 | 94 | 463 | 441 | 0 |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 215 | 221 | 150 | 236 | 279 | 245 | 0 |  |  |  |  |  |
| 8 | 469 | 583 | 251 | 598 | 598 | 169 | 380 | 0 |  |  |  |  |
| 9 | 166 | 242 | 116 | 257 | 269 | 210 | 55 | 349 | 0 |  |  |  |
| 10 | 212 | 53 | 298 | 72 | 170 | 392 | 168 | 531 | 190 | 0 |  |  |
| 11 | 253 | 325 | 57 | 340 | 359 | 143 | 117 | 264 | 91 | 273 | 0 |  |
| 12 | 270 | 168 | 284 | 164 | 277 | 378 | 143 | 514 | 173 | 111 | 256 | 0 |

MATLAB源代码：

clc, clear

d0=textread('d.txt'); %把原始数据保存在纯文本文件d.txt中

d=d0(:);

d=nonzeros(d); %按照一定的顺序提出矩阵D中的非零元素

d=d'; %注意，d必须为行向量或实对称矩阵

cities={'1.阿伯瑞斯吹','2.布莱顿','3.卡里斯尔','4.多佛','5.爱塞特',...

'6.格拉斯哥','7.赫尔','8.印威内斯','9.里兹','10.伦敦',...

'11.纽加塞耳','12.挪利其'} %构造细胞数组

[y,eigvals]=cmdscale(d) %求经典解

plot(y(:,1),y(:,2),'o') %画出点的坐标

text(y(:,1)+25,y(:,2),cities); %对点进行标注

求解结果如下图：

