

## H29 ADSP 課題 3 報告書

クラス		番号	
基本取組時間		時間	
自主課題取組時間		時間	

### 1. 目的

IIR フィルタの設計を行う。

### 2. IIR デジタルフィルタの設計

- ・ バタワース型の IIR デジタルフィルタを設計する。
- ・ サンプル周波数を  $f_s=10[\text{kHz}]$  とし、カットオフ周波数  $f_c=2[\text{kHz}]$  の 1 次ローパスフィルタを設計せよ。設計段階の式も記載すること。
- ・ それぞれのフィルタのインパルス応答（十分収束するまで）もグラフで表示する。
- ・ それぞれの振幅特性[dB]（フィルタにインパルスを入力し、その出力を FFT する）を図示し、検討考察を行うこと。（振幅特性図には、カットオフ周波数における振幅がわかるように、マークを入れておくこと）

#### ・ 計算式

$f_s = 10000$ ,  $f_c = 2000$  とすると,

$$T = \frac{1}{f_s} = 1.0 \times 10^{-4},$$

デジタルフィルタでほしいカットオフ角周波数は  $\omega_d = 2\pi f_c = 12566.370614359172$ ,

プリワーピングで変換したかカットオフ角周波数は  $\omega_a = \frac{2}{T} \tan\left(\frac{\omega_d T}{2}\right) = 14530.850560107217 = \omega_c$ ,

プリワーピングされたカットオフ周波数は  $f_a = \frac{\omega_c}{2\pi} = 2312.6566939707[\text{Hz}]$

となる。

バタワース型の基準 LPF の伝達関数は,

$$H(s) = \frac{1}{s+1} \prod_{i=1}^{\frac{1-1}{2}} \frac{1}{s^2 + 2\cos\theta_i \cdot s + 1} = \frac{1}{s+1} \left( \theta_i = \frac{i}{1}\pi \right)$$

LPF を設計するために周波数変換を行い,  $s \rightarrow \frac{s}{\omega_c}$  に置換すると,

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s}{\omega_c} + 1}$$

アナログ周波数から離散時間の周波数（ナイキスト周波数）へ変換するため双一次変換を行うと,

$$H(z) = \frac{1}{\frac{2}{T} \frac{1-z^{-1}}{\omega_c} + 1} = \frac{1}{\frac{2(1-z^{-1})}{\omega_c T(1+z^{-1})} + 1} = \frac{\omega_c T(1+z^{-1})}{2(1-z^{-1}) + \omega_c T(1+z^{-1})} = \frac{\omega_c T + \omega_c T z^{-1}}{(\omega_c T + 2) + (\omega_c T - 2)z^{-1}} = \frac{\frac{\omega_c T}{2} + \frac{\omega_c T}{2} z^{-1}}{1 + \frac{\omega_c T - 2}{\omega_c T + 2} z^{-1}}$$

$\omega_c T = \alpha$  とおくと,  $a_1 = \frac{\alpha-2}{\alpha+2}$ ,  $b_0 = b_1 = \frac{\alpha}{\alpha+2}$  なので,

$$H(z) = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+2} + \frac{\alpha}{\alpha+2}z^{-1}}{1 + \frac{\alpha-2}{\alpha+2}z^{-1}} = \frac{b_0 + b_1z^{-1}}{1 + \alpha_1z^{-1}}$$

$H(z) = \frac{V(z)Y(z)}{X(z)V(z)}$ より,  $X(z) = (1 + \alpha_1z^{-1})V(z)$ ,  $Y(z) = (b_0 + b_1z^{-1})V(z)$ なので, これを逆変換して

$$v(nT) = x(nT) - \alpha_1v(nT - T)$$

$$y(nT) = b_0v(nT) - b_1v(nT - T)$$

となる.

実際の係数は,

$\alpha = \omega_c T = 1.4530850560107218$ ,  $\alpha_1 = \frac{\alpha-2}{\alpha+2} = -0.15838444032453627$ ,  $b_0 = b_1 = \frac{\alpha}{\alpha+2} = 0.4208077798377318$  である.

### ・インパルス応答と振幅特性

Fig.1 に設計した IIR フィルタのインパルス応答, Fig.2 に振幅特性を示す.

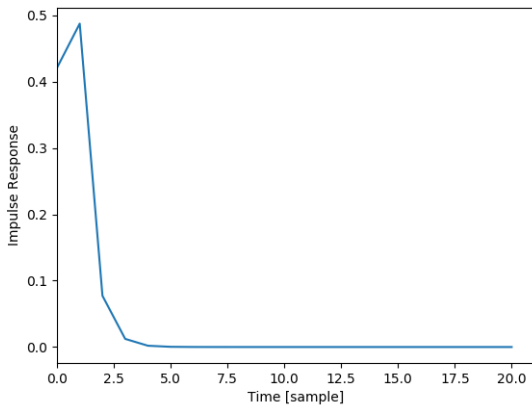


Fig.1. インパルス応答

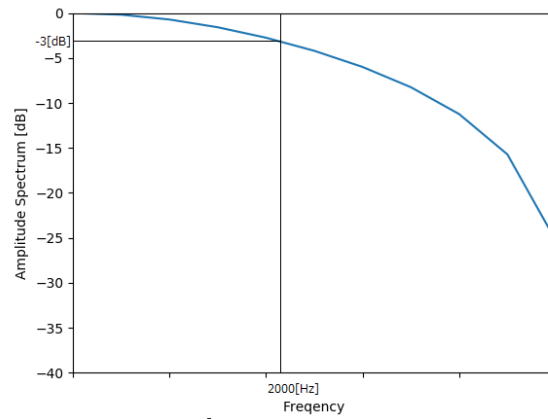


Fig.2. 振幅特性

### 3. 考察

・ Fig.2 より, 正しく IIR フィルタが設計できていることが確認できた. 2 次の IIR フィルタを設計すればより急峻な特性が得られると考えられる.