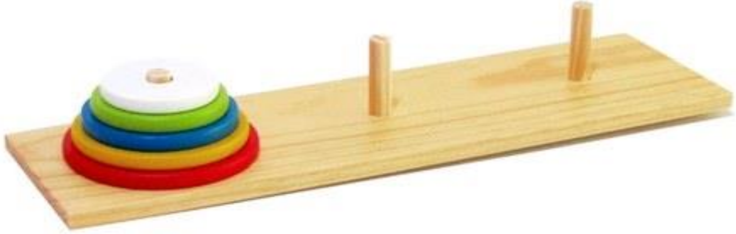
TORRE DE HANÓI

Aluno: FRANCISCO PIRES JÚNIOR



- O objetivo é transferir a torre inteira para um dos outros pinos, movendo apenas um dos discos por vez;

- É vantajoso analisar os casos simples em primeiro lugar;

- É fácil ver como mover uma torre contendo apenas um ou dois discos;

- Suponha que T_n é o número mínimo de movimentos que permite a transferência de <u>n </u>discos. Então $T_1 = 1$ e $T_2 = 3$.

- Podemos obter mais dados considerando os casos mais simples possível, como $T_0 = 0$;

- Agora vamos mudar a perspectiva e tentar pensar em grande escala;

Movimentando uma torre de 3 discos

- Primeiro transferimos n-1 discos menores para um pino intermediário (o que requer T_{n-1} movimentos).

- Depois movemos o maior disco (o que requer <u>um</u> movimento);

- Finalmente empilhamos o n-1 discos menores em cima do maior (o que requer outros Tn-1 movimentos).

- Portanto, podemos transferir n discos (Para n > 0) em no máximo $2T_{n-1} + 1$ movimentos.
- Então temos que, $2T_{n-1} + 1$ mais $T_0 = 0$ formam:

$$T(N) = \begin{cases} 0 & , p\, n = 0 \\ 2T(n-1) + 1, & p\, n > 0 \end{cases}$$

Resolvendo

- $T(n) = 2T(n - 1) + 1$
- $= 2 (2 T(n-1-1) + 1) + 1 = 4T(n-2) + 3$
- $= 4 (2T (n-1-2) + 1) + 3 = 8 T(n-3) + 7$

- Note que, $2 (2 T(n-1-1) + 1) + 1 = 4T(n-2) + 3 = 2^2 T(n-2) + 2 + 1$.

- Para a I-ésima interação, teremos $2^i T(n-i) + \sum_{j=0}^{i-1} 2^j$

- Substituindo i por n, temos: $2^n T(n-n) + \sum_{j=0}^{n-1} 2^j = \sum_{j=0}^{n-1} 2^j$

Concluindo

- $\sum_{j=0}^{i-1} 2^j = 2\ (2^{\text{ n-1}}$ - $1)/\ 2 - 1$
- $= 2^{\text{n}} - 1 = O(2^{\text{n}})$ (exponencial)

Codificação da Função

*hanoi.c

```
Hanoi(n, Origem, Destino, Auxiliar){
    se n > 0
    {
        Hanoi(n-1,Origem,Auxiliar,Destino)
        move o disco da Origem para o Destino
        Hanoi(n-1, Auxiliar,Destino, Origem)
    }
}
```

Fonte: Slides da Aula sobre Recorrência