

σ -алгебры

1. Доказать, что борелевская σ -алгебра плоскости порождается правильными треугольниками.
2. Верно ли, что борелевская σ -алгебра плоскости порождается правильными треугольниками, имеющими сторону, параллельную оси абсцисс?
3. Верно ли, что борелевская σ -алгебра плоскости порождается конечными множествами?
4. Построить пример сюръективного отображения $f: X \rightarrow Y$ и σ -алгебры \mathcal{A} в X , для которых класс множеств $\{f(A): A \in \mathcal{A}\}$ не является алгеброй.
5. Верно ли, что борелевская σ -алгебра прямой порождается компактами нулевой меры Лебега?
6. Верно ли, что борелевская σ -алгебра плоскости порождается всеми открытыми множествами, симметричными относительно оси абсцисс?
7. Показать, что всякое замкнутое множество в \mathbb{R}^n есть счетное пересечение открытых.
8. Могут ли два класса множеств без общих элементов породить одну и ту же σ -алгебру?
9. Верно ли, что борелевская σ -алгебра плоскости порождается отрезками?
10. Построить пример убывающей последовательности бесконечных σ -алгебр \mathcal{A}_n в некотором пространстве X , пересечение которых есть $\{\emptyset, X\}$.
11. Существует ли σ -алгебра, строго заключенная между борелевской σ -алгеброй прямой и σ -алгеброй всех измеримых по Лебегу множеств?
12. В \mathbb{R} дана последовательность σ -алгебр \mathcal{A}_n , причем \mathcal{A}_n строго содержится в \mathcal{A}_{n+1} при всех n . Доказать, что объединение \mathcal{A}_n не является σ -алгеброй.