

# Теор. задачи по 3D

Пищенко Маргарита

Март 2021

1.

1. Переносим центр координат в  $A(a, b)$ . (вспоминаем про подобные матрицы)
2. Поворачиваем на угол  $\phi$ .

Матрица поворота имеет вид: 
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & b & 1 \end{bmatrix}$$

3.

1. Переносим центр координат в  $A(a, b, )$ .
2. Поворачиваем на угол  $\phi$  относительно одной из осей. (по часовой берем положительный угол, иначе отрицательный)
3. Поворачиваем на угол  $\psi$  относительно другой оси.
4. Вектор  $(l, m, n)$  в результате должен стать сонаправлен с 3-ей координатной осью.
5. Поворачиваем на угол  $\theta$  из условия.

$$1) T_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a & b & c & 1 \end{bmatrix}, T_A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -a & -b & -c & 1 \end{bmatrix}$$

2)-3)

- а) Если совмещаем с  $OZ$ :  $-\phi$  для  $OX$ ,  $\psi$  для  $OY$ .
- б) Если совмещаем с  $OY$ :  $\phi$  для  $OX$ ,  $-\psi$  для  $OZ$ .
- в) Если совмещаем с  $OX$ :  $-\phi$  для  $OY$ ,  $\psi$  для  $OZ$ .

Рассмотрим случай а):

$$\sin\phi = \frac{m}{\sqrt{(m^2+n^2)}}, \cos\phi = \frac{n}{\sqrt{(m^2+n^2)}}$$

$$\sin\psi = l, \cos\psi = \sqrt{(m^2 + n^2)}$$

Эти значения надо будет подставить в матрицы элементарных вращений  $R_{OX}$ ,  $R_{OY}$ .

$$R_{OX}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{OY}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$4) R_{OZ}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Итоговая матрица поворота имеет вид:  $M = T_A^{-1} * R_{OX}(\phi) * R_{OY}(-\psi) * R_{OZ}(\theta) * R_{OY}(\psi) * R_{OX}(-\phi) * T_A$

8.

$$R_{OX}(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{OY}(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\alpha & 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\alpha = \pi/2$$

$$R_{OX}(\pi/2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{OY}(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A(a, b, c) \rightarrow A'(-c, a, -b)$$