

Algorithm Design and Analysis

Lecturer: PGS.TS. Lê Trọng Vĩnh
Trần Bá Tuấn

HUS - HKII,
2023-2024

Assignment 7

§ Dynamic Programming §

Phần 1: Mục tiêu

- Sinh viên cần nắm được các kiến thức cơ bản về quy hoạch động và các yếu tố cơ bản của phương pháp.
- Sinh viên cần nắm rõ các bước giải bài toán bằng phương pháp quy hoạch động và những lỗi hay mắc phải.
- Sinh viên hiểu được các ví dụ minh họa và cài đặt thử nghiệm bằng phương pháp quy hoạch động, đồng thời đưa ra nhận xét, kết luận.

Phần 2: Thực hành

(1) Quy cách nộp bài

- Nộp bài bằng file văn bản hoặc ảnh chụp scan thành PDF nếu bài làm viết tay ra giấy (khuyến khích sinh viên thực hiện trình bày bài làm bằng Latex).
- Chương trình viết bằng 1 trong 3 ngôn ngữ Java, C/C++, Python. Mã nguồn chương trình, file dữ liệu (nếu có) được đặt trong cùng thư mục, kèm theo hướng dẫn cách thực hiện chương trình nếu cần.
- Tất cả các file liên quan tới bài tập để trong thư mục tên Hw7_MaSinhVien_Hovaten, thư mục được nén thành file.zip cùng tên thư mục.
- Sinh viên không nộp bài sẽ nhận điểm 0 bài tập tuần.
- Sinh viên CÓ GIAN LẬN trong nộp bài tập sẽ bị DỪNG CHỈ môn học (điểm 0 cho tất cả các điểm thành phần).

Bài tập 1. (Bố trí phòng họp (mất tính thứ tự so với dãy ban đầu)) Có n cuộc họp, cuộc họp thứ i bắt đầu vào thời điểm A_i và kết thúc ở thời điểm B_i . Do chỉ có một phòng hội thảo nên 2 cuộc họp bất kì sẽ được cùng bố trí phục vụ nếu khoảng thời gian làm việc của chúng chỉ giao nhau tại đầu mút. Hãy bố trí phòng họp để phục vụ được nhiều cuộc họp nhất.

Bài tập 2. (Cho thuê máy) Trung tâm tính toán hiệu năng cao nhận được đơn đặt hàng của n khách hàng. Khách hàng i muốn sử dụng máy trong khoảng thời gian từ a_i đến b_i và trả tiền thuê là c_i . Hãy bố trí lịch thuê máy để tổng số tiền thu được là lớn nhất mà thời gian sử dụng máy của 2 khách hàng bất kì được phục vụ đều không giao nhau (cả trung tâm chỉ có một máy cho thuê).

Bài tập 3. (Dãy tam giác bao nhau) Cho n tam giác trên mặt phẳng. Tam giác i bao tam giác j nếu 3 đỉnh của tam giác j đều nằm trong tam giác i (có thể nằm trên cạnh). Hãy tìm dãy tam giác bao nhau có nhiều tam giác nhất.

Bài tập 4. (Dãy đổi dấu) Cho dãy A_1, A_2, \dots, A_N . Hãy tìm dãy con đổi dấu dài nhất của dãy đó. Dãy con đổi dấu $A_{i_1}, A_{i_2}, \dots, A_{i_k}$ phải thoả mãn các điều kiện sau:

- $A_{i_1} < A_{i_2} > A_{i_3} < \dots$ hoặc $A_{i_1} > A_{i_2} < A_{i_3} > \dots$
- Các chỉ số phải cách nhau ít nhất L : $i_2 - i_1 \geq L, i_3 - i_2 \geq L, \dots$
- Chênh lệch giữa 2 phần tử liên tiếp nhỏ hơn U :

$$|A_{i_1} - A_{i_2}| \leq U, |A_{i_2} - A_{i_3}| \leq U, \dots$$

Bài tập 5. (Dãy số WAVIO) Dãy số Wavio là dãy số nguyên thoả mãn các tính chất: các phần tử đầu sắp xếp thành 1 dãy tăng dần đến 1 phần tử đỉnh sau đó giảm dần. Ví dụ dãy số **1 2 3 4 5 2 1** là 1 dãy Wavio độ dài 7. Cho 1 dãy gồm N số nguyên, hãy chỉ ra một dãy con Wavio có độ dài lớn nhất trích ra từ dãy đó.

Bài tập 6. (Xếp các khối đá) Cho N khối đá ($N \leq 5000$).

Các khối đá đều có dạng hình hộp chữ nhật và được đặc trưng bởi 3 kích thước: dài, rộng, cao. Một cách xây dựng tháp là một cách đặt một số các khối đá trong các khối đá đã cho chồng lên nhau theo quy tắc:

- Chiều cao mỗi khối đá là kích thước nhỏ nhất trong 3 kích thước.
- Các mép của khối đá được đặt song song với nhau sao cho không có phần nào của khối trên nằm chừa ra ngoài khối dưới.

Hãy chỉ ra cách để xây dựng được một cái tháp sao cho số khối đá được dùng là nhiều nhất.

Bài tập 7. (Dãy con có tổng bằng S) Cho dãy A_1, A_2, \dots, A_N . Tìm một dãy con của dãy đó có tổng bằng S .

Bài tập 8. (Chia kẹo) Cho n gói kẹo, gói thứ i có a_i viên. Hãy chia các gói thành 2 phần sao cho chênh lệch giữa 2 phần là ít nhất.

Bài tập 9. (Market (Olympic Balkan 2000)) Người đánh cá Clement bắt được n con cá, khối lượng mỗi con là a_i , đem bán ngoài chợ. Ở chợ cá, người ta không mua cá theo từng con mà mua theo một lượng nào đó. Chẳng hạn 3 kg, 5kg ...

Ví dụ: có 3 con cá, khối lượng lần lượt là: 3, 2, 4. Mua lượng 6kg sẽ phải lấy con cá thứ 2 và con thứ 3. Mua lượng 3 kg thì lấy con thứ nhất. Không thể mua lượng 8 kg. Nếu bạn là người đầu tiên mua cá, có bao nhiêu lượng bạn có thể chọn?

Bài tập 10. (Điền dấu) Cho n số tự nhiên A_1, A_2, \dots, A_N . Ban đầu các số được đặt liên tiếp theo đúng thứ tự cách nhau bởi dấu "?": $A_1?A_2?...?A_N$. Cho trước số nguyên S , có cách nào thay các dấu ? bằng dấu $+$ hay dấu $-$ để được một biểu thức số học cho giá trị là S không?

Bài tập 11. (Expression) Cho n số nguyên. Hãy chia chúng thành 2 nhóm sao cho tích của tổng 2 nhóm là lớn nhất.

Bài tập 12. (Farmer (IOI 2004)) Một người có N mảnh đất và M dải đất. Các mảnh đất có thể coi là một tứ giác và các dải đất thì coi như một đường thẳng. Dọc theo các dải đất ông ta trồng các cây bách, dải đất thứ i có A_i cây bách. Ông ta cũng trồng các cây bách trên viền của các mảnh đất, mảnh đất thứ j có B_j cây bách. Cả ở trên các mảnh đất và dải đất, xen giữa 2 cây bách ông ta trồng một cây ôliu. Ông ta cho con trai được chọn các mảnh đất và dải đất tùy ý với điều kiện tổng số cây bách không vượt quá Q . Người con trai phải chọn thế nào để có nhiều cây ôliu (loài cây mà anh ta thích) nhất.

Bài tập 13. Cho 2 xâu X, Y . Hãy tìm xâu con của X và của Y có độ dài lớn nhất. Biết xâu con của một xâu thu được khi xóa một số kí tự thuộc xâu đó (hoặc không xóa kí tự nào).

Bài tập 14. Hai nước Alpha và Beta nằm ở hai bên bờ sông Omega, Alpha nằm ở bờ bắc và có M thành phố được đánh số từ 1 đến M , Beta nằm ở bờ nam và có N thành phố được đánh số từ 1 đến N (theo vị trí từ đông sang tây). Mỗi thành phố của nước này thường có quan hệ kết nghĩa với một số thành phố của nước kia. Để tăng cường tình hữu nghị, hai nước muốn xây các cây cầu bắc qua sông, mỗi cây cầu sẽ là nhịp cầu nối 2 thành phố kết nghĩa. Với yêu cầu là các cây cầu không được cắt nhau và mỗi thành phố chỉ là đầu cầu cho nhiều nhất là một cây cầu, hãy chỉ ra cách bắc cầu được nhiều cầu nhất.

Bài tập 15. Một xâu gọi là xâu đối xứng (palindrome) nếu xâu đó đọc từ trái sang phải hay từ phải sang trái đều như nhau. Cho một xâu S , hãy tìm số kí tự ít nhất cần thêm vào S để S trở thành xâu đối xứng.