

Algorithm Design and Analysis

Lecturer: PGS.TS. Lê Trọng Vĩnh
Trần Bá Tuấn

HUS - HKII,
2023-2024

Assignment 2

§ RECURSION §

Phần 1: Mục tiêu

- Sinh viên cần nắm được các kiến thức cơ bản về đệ quy và lược đồ giải thuật đệ quy.
- Sinh viên hiểu được cách phân tích giải thuật đệ quy với tính đúng đắn và độ phức tạp.
- Sinh viên nắm rõ cách giải công thức đệ quy sử dụng phương pháp thế và định lý chính để xác định độ phức tạp thuật toán.
- Sinh viên tìm hiểu về khởi đệ quy và một số dạng khởi đệ quy đã được trình bày trong bài giảng lý thuyết.

Phần 2: Thực hành

(1) Quy cách nộp bài

- Nộp bài bằng file văn bản hoặc ảnh chụp scan thành PDF nếu bài làm viết tay ra giấy (khuyến khích sinh viên thực hiện trình bày bài làm bằng Latex).
- Chương trình viết bằng 1 trong 3 ngôn ngữ Java, C/C++, Python. Mã nguồn chương trình, file dữ liệu (nếu có) được đặt trong cùng thư mục, kèm theo hướng dẫn cách thực hiện chương trình nếu cần.
- Tất cả các file liên quan tới bài tập để trong thư mục tên Hw2_MaSinhVien_Hovaten, thư mục được nén thành file.zip cùng tên thư mục.
- Sinh viên không nộp bài sẽ nhận điểm 0 bài tập tuần.
- Sinh viên CÓ GIAN LẬN trong nộp bài tập sẽ bị DỪNG CHỈ môn học (điểm 0 cho tất cả các điểm thành phần).

- Trình bày sơ lược về đệ quy, lược đồ giải thuật đệ quy và cách giải công thức đệ quy cho sinh viên.
- **(Master Theorem)** If n is a power of b , the solution to the recurrence

$$T(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n \leq 1 \\ aT\left(\frac{n}{b}\right) + n^d & \text{if } n > 1, a \geq 1, b > 1, d \geq 0 \end{cases}$$

is

$$T(n) = \begin{cases} O(n^d) & \text{if } a < b^d \\ O(n^d \log n) & \text{if } a = b^d \\ O(n^{\log_b a}) & \text{if } a > b^d. \end{cases}$$

Ví dụ 1. Xác định độ phức tạp của công thức dưới đây:

$$T(n) = \begin{cases} 2T(n-1) - 1, & \text{if } n > 0. \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Ví dụ 2. Xác định độ phức tạp của công thức dưới đây:

$$T(n) = \begin{cases} 3T(n-1), & \text{if } n > 0. \\ 1, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Ví dụ 3. Giải công thức đệ quy xác định độ phức tạp thuật toán.

1. $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$ a power of 2, $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 6n - 1$.
2. $T(1) = 2$, and for all $n \geq 2$ a power of 3, $T(n) = 4T\left(\frac{n}{3}\right) + 3n - 5$.
3. $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$ a power of 2, $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 - n$.

(2) BÀI TẬP

Bài tập 1. Giải công thức đệ quy xác định độ phức tạp thuật toán.

1. *Exercise 2.4, page 102-105, Anany's book.*

- Chọn 2 trong 5 ý của bài 1.
- Chọn 1 bài trong các bài còn lại.

2. **Chọn thực hiện ít nhất 3 bài trong các bài dưới đây.**

- $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$, $T(n) = 3T(n-1) + 2$.
- $T(1) = 3$, and for all $n \geq 2$, $T(n) = T(n-1) + 2n - 3$.
- $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$, $T(n) = 2T(n-1) + n - 1$.
- $T(1) = 5$, and for all $n \geq 2$, $T(n) = 2T(n-1) + 3n + 1$.
- $T(1) = 4$, and for all $n \geq 2$ a power of 2, $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 3n + 2$.
- $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$ a power of 6, $T(n) = 6T\left(\frac{n}{6}\right) + 2n + 3$.
- $T(1) = 3$, and for all $n \geq 2$ a power of 6, $T(n) = 6T\left(\frac{n}{6}\right) + 3n - 1$.
- $T(1) = 3$, and for all $n \geq 2$ a power of 3, $T(n) = 4T\left(\frac{n}{3}\right) + 2n - 1$.
- $T(1) = 4$, and for all $n \geq 2$ a power of 2, $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n^2 - 2n + 1$.
- $T(1) = 1$, and for all $n \geq 2$ a power of 2, $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + n - 2$.

Bài tập 2. Lập trình đệ quy và khử đệ quy.

Viết chương trình đệ quy, khử đệ quy, đưa ra đánh giá và so sánh giữa đệ quy và khử đệ quy (khuyến khích sử dụng biểu đồ) sự tăng trưởng của thời gian thực hiện chương trình theo kích thước dữ liệu vào cho ít nhất 2 trong 4 bài toán sau:

1. In Biểu diễn nhị phân của số nguyên.
2. Phân tích số nguyên thành tích các thừa số nguyên tố.
3. Tìm số Fibonacci thứ n .
4. Bài toán Tháp Hà Nội.

Bài tập 3. Đặt bài toán, thiết kế, phân tích và triển khai thuật toán.

Tự đặt ít nhất một bài toán, phân tích bài toán, xây dựng thuật toán, chứng minh tính đúng, đánh giá độ phức tạp của thuật toán và viết chương trình để minh họa kỹ thuật đệ quy.

Một số bài toán gợi ý:

Bài toán xếp balo: Có n đồ vật, mỗi vật có trọng lượng P_i và giá trị V_i ($i = 1 \dots n$). Có một chiếc balo có thể chứa trọng lượng tối đa là M . Hãy xác định tổng giá trị lớn nhất của các vật có thể đưa vào balo. Chỉ ra một cách cho các vật vào balo.

Bài toán chia thưởng: Có m phần thưởng được thưởng cho n học sinh giỏi có xếp hạng theo thứ tự từ 1 đến n . Hỏi có bao nhiêu cách chia các phần thưởng thoả mãn các điều kiện sau:

- (i) Học sinh giỏi hơn có số phần thưởng không ít hơn bạn kém hơn;
- (ii) m phần thưởng phải chia hết cho các học sinh.

Bài toán chia đa giác: Cho một đa giác lồi n đỉnh, người ta muốn chia đa giác thành các tam giác bởi các đường chéo không giao nhau, hãy tìm tổng nhỏ nhất của các đường chéo trong các phương án chia.