OKTATÁSI HIVATAL

NAT 2020

Matematika

tankönyv

5

MATEMATIKA 5.
tankönyv

Oktatási Hivatal

A kiadvány 2020. 06. 11-től 2025. 08. 31-ig tankönyvi engedélyt kapott a TKV/3193-7/2020. számú határozattal.

A tankönyv megfelel a Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról megnevezésű jogszabály alapján készült Kerettanterv az általános iskola 5–8. évfolyama számára megnevezésű kerettanterv matematika tantárgy előírásainak.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Kónya István

Tananyagfejlesztő: Paróczay Eszter, Tamás Beáta, dr. Wintsche Gergely

Kerettantervi szakértő és lektor: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szaktanácsadó: dr. Csapodi Csaba

Szerkesztette: dr. Wintsche Gergely

Fedélterv: Bánáti János, Orosz Adél, Slezák Ilona

Látvány- és tipográfiai terv: Orosz Adél

Illusztrációk: Létai Márton

Szakábra: Szalóki Dezső

Fotók: Cultiris Képügynökség, Europress Képügynökség, Profimédia–Red Dot Képügynökség, Shutterstock

ISBN 978-615-6178-17-6

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök
Raktári szám: OH-MAT05TA
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos • Műszaki szerkesztő: Orosz Adél
Grafikai szerkesztő: Bosznai Gábor • Nyomdai előkészítés: WOW (GL)
Terjedelem: 35 (A/5) ív • Tömeg: 684 gramm
1. kiadás, 2024

A könyvben felhasználtuk Gedeon Veronika, Korom Pál, Számadó László, Tóthné Szalontay Anna, Wintsche Gergely Matematika 5. tankönyv című művet. Raktári szám: FI-503010501/1.

Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001. számú „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.
Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen
Felelős vezető: György Géza vezérigazgató
A nyomdai megrendelés törzsszáma:

magyar nyomdatermék
NYOMDA- ÉS PAPÍRIPARI SZÖVETSÉG

SZÉCHENYI 2020

Európai Unió
Európai Szociális Alap

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

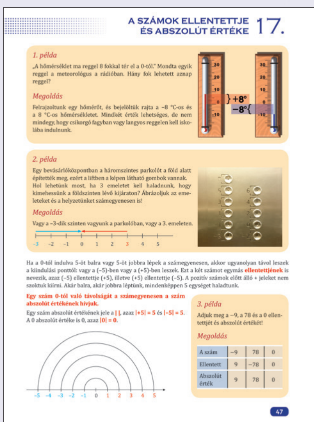
BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Üdvözlünk az 5. osztályban!

Ez az oldal bemutatja
az új matematika-tankönyvedet,
és segít, hogy megismerd
a könyvben használt ismétlődő
motívumokat
és jelöléseket.

Minden fejezet elején találsz egy rövid történetet.

Az új ismereteket példákkal (sárga alapon), játékkal (szaggatott piros keretben) vagy csoportos feladattal (kék keretben) vezetjük be.



Játék

Az osztályban gyűjtsetek össze néhány tárgyat! A játékvezető felmutat egy tárgyat, amelynek a hosszúságát mindenki megbecsüli, és ezt az értéket leírja a füzetébe. A játékvezető aztán megméri a tárgy hosszát, és akinek a becsült értéke a legközelebb esik a valódi hosszhoz, az kap egy pontot. Az nyer, akinek a legtöbb pontja lesz a játék befejezésekor.

Csoportmunka

Alkossatok két-három fős csoportokat, és hajtogassatok egy papírrepülőt! Adjatok nevet a csapatotoknak! Rendezzetek versenyt! Röptessétek háromszor a repülőt, és jegyezzétek fel, hogy az egyes alkalmakkor milyen távol ért földet! Használhattok mérőszalagot, mérőrudat. Jelöljétek meg az adatok között a leghosszabb repülést, és számítsátok ki a három röptetés átlagos távolságát is!
Vessétek össze eredményeiteket a többi csapat eredményeivel!

Legyen a győztes csapat az, amelyiknek a repülője

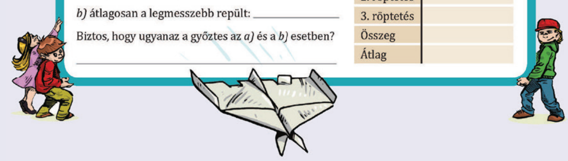
a) a legmesszebb repült: ______

b) átlagosan a legmesszebb repült: ______

Biztos, hogy ugyanaz a győztes az *a)* és a *b)* esetben?

______

1. röptetés	
2. röptetés	
3. röptetés	
Összeg	
Átlag	



A lecke végén (zöld keretben) feladatokat találsz. Ezeket nehézségük szerint három csoportba soroltuk:

1. könnyű,
2. közepes,
3. kicsit nehéz.

Kutatómunka

Gyűjtsétek össze, hogy milyen címletű forint, illetve euró érméket és bankjegyeket használunk ma! Készítsetek táblázatot, és írjátok bele, hogy melyik magyar bankjegyen kinek az arcképe látható!

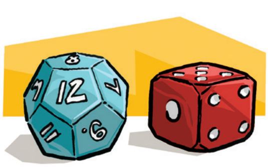
A munkafüzetben ugyanazokat a címeket találod, mint a tankönyvben. A munkafüzet feladatai és játékai is segítenek a tanulásban.

JÓ SZÓRAKOZÁST!

A kutatómunkának ajánlott feladat lehetőséget ad az új dolgok önálló felfedezésére.

TARTALOM


Hm..



I. Az egész számok

Az ötödikesek a nyár végi osztálykirándulásról tartottak hazafelé. Űrhajójuk éppen a Mars közelében haladt el, amikor Attila – akit maguk között Okoskának neveztek – megszólalt:

– Jé, a távolságmérő pont 96 000 000-n áll! – Mire Zsombi odanézett, a kijelző már 95 995 012-re ugrott.

– Azt mutatja, hogy hány kilométerre vagyunk a Földtől.

– Akkor már alig van hátra valami! – sóhajtott Panni szomorkásan. A csillagok bámulását ugyan unta egy kissé, de azt tudta, hogy a kirándulás után föciből kevesebbet kell majd tanulnia.

– Észrevettétek, hogy minden műszerünk hármasával csoportosítva írja ki a számjegyeket? Várjatok, megállítom! Most éppen 95 014 324-et mutat – mondta Attila, miközben kimerevítette a számot a kijelzőn. – Az utolsó hármas csoport kiolvasása egyszerűen háromszázhuszonnégy. Jobbról a második hármas csoport (014) az ezresek számát adja, és tizennégyezernek olvassuk. Az eleje (95) a milliók számát méri, kiolvasva kilencvenötmillió. Amikor megállítottam a számlálót, éppen kilencvenötmillió-tizennégyezer-háromszázhuszonnégy kilométerre voltunk otthonról!

– Elég – hörögte Gazsi elborult tekintettel –, ezt mindenki tudja. Ha nem hagyod abba, megjárod. – Eközben Panni, orrát a kukucskáló ablakhoz nyomva arra nézett, amerre a Földet sejtette.

1. A SZÁMOK KIALAKULÁSA, A RÓMAI SZÁMOK

Grrr, az ősember egyik fia vigyázott a törzs szelídített törpemoáira. A törzsnek csak néhány szava volt a számok kifejezésére. A „fej” egyet jelentett, a „láb” kettőt, míg a „kéz” ötöt.

a) Grrr „kéz”, „kéz”, „láb”, „fej” darab törpemoát őrzött. Vagyis hányat?
b) Egyszer ébredés után a lenti képen látható törpemoákat látta. Hány madár veszett el?

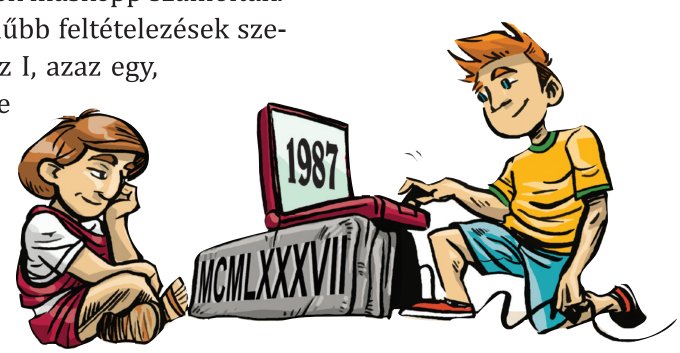
c) A „fej”, „láb”, „kéz” számokkal fejezd ki, hányan vagytok jelenleg a teremben!
d) Nézz utána az interneten, hogy milyen állat a moa!

Az ősidők számolási szokásait nehéz tanulmányozni, mert az ősemberek még nem írtak, így kevés nyoma maradt számolásaiknak. Valószínű, hogy az ősemberek egy része csak az „egy”, „kettő”, „sok” kifejezéseket használta számolásra. Bizonyos leletek azonban arra utalnak, hogy voltak csoportok, amelyek magasabb szintű matematikát is alkalmaztak, a csillagok járását figyelték, időt mértek.

Az ókori civilizációkból már maradtak fenn írásos emlékek. Körülbelül 4000 évvel ezelőtt **Babilonban** agyagtáblákra írtak, és helyiértékes számokat használtak.

Az ókori Rómából származik a **római számírás**. Néhány számot betűkkel jelöltek, és ezek segítségével írták le a többi számot. A római számokkal már korábban is találkoztatok.

A mai világban leggyakrabban az arab számokat használjuk, ezekkel tanultál számolni eddig te is. Az arab számokat körülbelül i. e. 500-ban kezdték el használni Indiában. A régebbi időkben élő emberek másképp számoltak.



A római számok jelei, a legvalószínűbb feltételezések szerint, a kézhasználatból erednek. Az I, azaz egy, ha egy ujjamat mutatom. A tízes jele úgy jött létre, hogy kilenc vonalat rajzoltak egymás mellé, majd egy ferde vonallal áthúzták. 
A római számoknál használt jelek a számok helyi értékét jelölték:

I = egyes; X = tízes; C = százas; M = ezres.

Ezek alapján a 8-at a IIIIIIII jelsorozattal kellett leírni. Ez nagyon nehézkessé tette a számok leírását, így bevezették a félhelyiértékeket:

V = 5; L = 50; D = 500.

Ezzel rövidítették a számok leírását. 8 = VIII

A rómaiak tehát hétféle jelet használtak a számok írására, a nullát nem ismerték.

I = 1	V = 5	X = 10	L = 50	C = 100	D = 500	M = 1000

1. példa

Írjuk le eddigi ismereteink alapján római számokkal a következő arab számokat!

a) 172 *b)* 1367 *c)* 1999

Megoldás

a) 172 = 100 + 70 + 2 = C + LXX + II = CLXXII
b) 1367 = 1000 + 300 + 60 + 7 = M + CCC + LX + VII = MCCCLXVII
c) 1999 = 1000 + 900 + 90 + 9 = M + DCCCC + LXXXX + VIIII = MDCCCCLXXXXVIIII

Az utolsó szám felírásakor még mindig nagyon sok jelet kellett használni a rómaiaknak, ezért további egyszerűsítő jelöléseket vezettek be. A négy egyforma jel helyett az eggyel nagyobb helyi értékű számból kivontak egy eggyel kisebb helyi értékű számot. Ezt a következő módon jelölték:

9 = VIIII = X – I = **IX** **90** = LXXXX = C – X = **XC** **900** = M – C = **CM**

Ezután a félhelyiértékekből is elvégezve a kivonást, további rövidítést kapunk:

4 = V – I = **IV** **40** = L – X = **XL** **400** = D – C = **CD**

A táblázat segítséget nyújt a római számok olvasásához, felírásához.

Egyesek	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Tízesek	X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
Százasok	C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM

Összefoglaljuk azokat a legfontosabb szabályokat, amelyek alapján leírjuk, illetve kiolvassuk a római számokat:

- A római számokat helyi érték szerint csökkenő sorrendben írjuk le: először az ezreseket, százasokat, tízeseket, majd az egyeseket. Például MDXXVI = 1526.
- Az I, X vagy C állhat az öt- vagy a tízszerese előtt, de ilyenkor kivonást jelöl. Tehát I csak V és X előtt, X csak L és C előtt, C csak D és M előtt állhat. Például XL = 40.
- Négy azonos jel ma már nem fordulhat elő egymás mellett, ezért például IIII helyett IV-t írunk.
- A D, az L és a V minden számban csak egyszer szerepelhet.
- A római számírásban a jelcsoportoknak megfelelő értékeket összeadjuk.
  Például MCMLVI = 1000 + 900 + 50 + 6 = 1956.

2. példa

Írd le helyiértékes megadással az MCMXLIX római számot!

Megoldás

M = 1000, CM = 900, XL = 40, IX = 9. A számok összege 1949.

1. A SZÁMOK KIALAKULÁSA, A RÓMAI SZÁMOK

PÁROS MUNKA

Rakjatok ki pálcikákból a padotokra három római számot úgy, hogy minden számban legalább négy jel legyen!
Írjátok fel a füzetetekbe arab számokkal, hogy mely számokat raktátok ki!
Cseréljetek helyet és írjátok le, mely számokat rakta ki a szomszédotok!
Hasonlítsátok össze a leírt számokat! Ha eltérés van, kérjétek tanárotok segítségét!

KUTATÓMUNKA

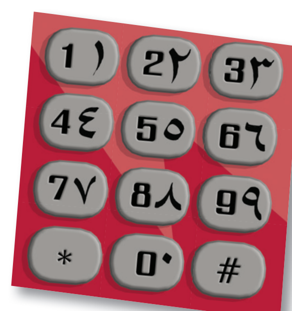
A képen a velencei dózsepalotában lévő órát láthatjátok.
Hasonlítsátok össze egy most használatos óra számlapját a képen látható-val! Milyen különbségeket fedeztek fel?
Találkozhattok-e máshol is ilyen típusú órával?
Gyűjtsetek róla képet, és mutassátok be a következő órán!

Feladatok

1. Nemcsak a római számírás különbözik az Európában is használt számírástól, hanem a keleti arab számok is.

a) Írd le arabul a 785-öt!

b) Barátunk, Hamilkar megadta a telefonszámát: +٣٦ ٢١٦٧٨٨١٢٤٤ .
Írd át általunk használható telefonszámra!



Az arab telefonbillentyűzeten szerepelnek a Magyarországon is használt számjegyek, valamint a valódi arab számjegyek.

2. Keresd meg, mely számok egyenlők egymással az alábbiak közül!

A) négyszázötvenhét	E) 764	I) CDXCIII
B) négyszázkilencvenhárom	F) 457	J) DCCXCVI
C) hétszázhatvannégy	G) 796	K) CDLVII
D) hétszázkilencvenhat	H) 493	L) DCCLXIV

3. Írd át a római számokat az általunk használt helyiértékes írásmód szerint!

a) XIV	*b)* LXVI	*c)* XLVIII	*d)* CCLXXIII	*e)* CDXXXIX	*f)* DCLXXVII
g) DCCCVIII	*h)* CMXXV	*i)* MI	*j)* MDLV	*k)* MXLVI	*l)* MMCCXXII

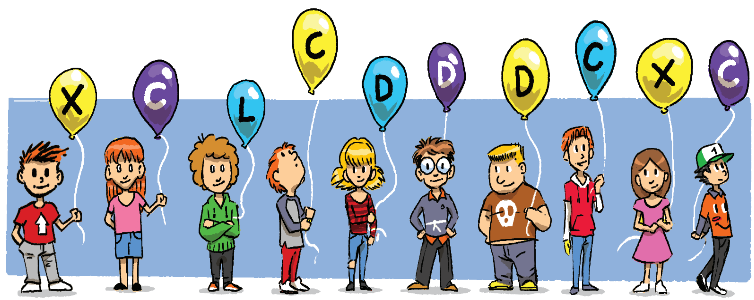
4. Írd le az általunk használt helyiértékes írásmód szerint a következő római számokkal megadott évszámokat!

a) DCCCXXXIX *b)* CMXI *c)* MCXI *d)* MCMXLV *e)* MCMXCIX *f)* MMXXI

5. A turistautak hosszát mutatja a tábla. Rendezd az útvonalakat növekvő sorrendbe a hosszúságuk szerint!

6. *a)* – Gondoltam egy római számra, amely három jelből áll – mondta Tóni.
– Az első jel a harmadik ötszöröse. A harmadik jel a második jel tízszerese. Melyik római számra gondoltam?
– Ezt nem lehet megmondani, mert több ilyen szám is van – mondta Gergő.
Írd fel a füzetedbe, melyek lehetnek ezek a számok!
b) – Így kell ezt! – mondta Gergő – A számomban az első jel a második tízszerese, a második jel pedig a harmadik tízszerese. Melyik számra gondoltam?
Szerinted Gergő tudott olyan feladványt adni, amelynek csak egy megoldása van?
c) Írj egy feladványt, amelyiknek csak egy, és egy másikat, amelyiknek több megoldása is van!

7. Az azonos színű lufikat tartó gyerekek egy csapatba tartoznak. Az a feladatuk, hogy a lufikon szereplő római számok segítségével a lehető legnagyobb számot alkossák úgy, hogy a megfelelő sorrendbe állnak.



a) Írd fel a csapatok számait római és arab számmal is!
b) Melyik csapat száma lett a legnagyobb?
c) Jutka néni egyedül állt, lufi nélkül. A gyerekek megsajnálták, és adtak neki egy piros lufit. Huncutul megjegyezték, hogy írhat rá egy római számjelet, de biztosan nem az övé lesz a legnagyobb szám. Melyik római számot írta Jutka néni a lufijára, hogy megcáfolja ezt az állítást?

8. Írd le a következő számokat római számokkal!

a) 249	*b)* 357	*c)* 497	*d)* 578	*e)* 841	*f)* 945
g) 1067	*h)* 1234	*i)* 1403	*j)* 1556	*k)* 1631	*l)* 1945

9. A gonosz boszorkány azt mondta az arra tévedt királyfinak:
– Én ezekkel a számkártyákkal 4 különböző számot is ki tudok rakni. Ha neked sikerül többet, szabadon engedlek, de ha nem, varangyos békává varázsollak! De jól figyelj, minden számnál fel kell használnod az összes számkártyát!
A királyfi szerencsésen megmenekült. Ugye neked is sikerülne? Sorold fel a felírható számokat a füzetedbe, és írd melléjük az arab megfelelőjüket is!

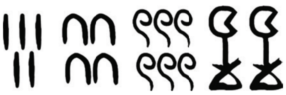
10. A hat jelből álló római számnak nem ismerjük az első és utolsó jelét. Írj az üres helyekre minél többféle lehetséges jelet, és írd fel az így kapott számokat arab számmal is!

_ M D C X _

2. A HELYIÉRTÉKES ÍRÁS

1000	100	10	1
𓆼	𓍢	𓎆	𓏺

Ókori egyiptomi számjegyek



𓆼	𓍢	𓎆	𓏺
2	6	4	5

Helyiérték-táblázat óegyiptomi helyiérték-jelekkel

Négyezer éves papiruszleletek szerint az ókori egyiptomiak már tízes számrendszert használtak. Külön jelük volt az 1, a 10, a 100 és az 1000 írására is.

Felhasználva az ókori egyiptomi számjegyeket felírhatjuk a 2645-öt. A szám 2 darab 1000-es, 6 darab 100-as, 4 darab 10-es és 5 darab 1-es jegyet tartalmaz. Az egyiptomiak jobbról balra írtak, így jobb oldalon látható a 2 darab ezres, aztán balra haladva a 6 darab százas jele, a 4 tízes jele és végül bal oldalon az 5 egyes jele.

A számot ma úgy is leírhatnánk, hogy megadjuk, melyik jelből hány darab van:
2 db 𓆼, 6 db 𓍢, 4 db 𓎆, 5 db 𓏺.

A számot megadhatjuk még egyszerűbben is. Egy táblázat felső sorába írjuk a jeleket (𓆼, 𓍢, 𓎆, 𓏺), az alsó sorába pedig azt, hogy az adott jelből hány darabra van szükség.

Elhagyva a 𓆼, 𓍢, 𓎆, 𓏺 jeleket, a számjegyek helye határozza meg, hogy egyest, tízest, százast vagy ezrest jelentenek a számban.

Megállapodás szerint a jobbról az első helyen álló számjegy (5) az egyeseket, a második helyen lévő számjegy (4) a tízeseket, a harmadik helyen lévő számjegy (6) a százasokat, a legelső számjegy (2) pedig az ezreseket jelöli. A számjegyek helye megadja azok **helyi értékét** (egyesek, tízesek, százasok …), az óegyiptomi jelekre így már nem is lesz szükségünk.

ezresek	százasok	tízesek	egyesek
2	6	4	5

A számjegy **alaki értéke** azt mutatja meg, hogy az adott helyi értékből hány darab szerepel a számban. Az ezresek helyén álló 2 alaki értékű szám **valódi értéke** 2000, amely a helyi érték (1000) és az alaki érték (2) szorzata.

Ahogy szerte a világban, úgy Magyarországon is a **helyiértékes számírást** használjuk. Az általunk használt **számjegyek** a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, … számokat **természetes számoknak** nevezzük.

Zsombi nagymamája egyik délután a fiatalkoráról mesélt, és szóba került a munkája és a fizetése is. Elmondta, hogy régen másmilyen pénzérméket és bankjegyeket használtak. Néhányat eltett közülük emlékbe, ezeket most előkereste és megmutatta Zsombinak.
Nagymama mesélte, hogy volt olyan időszak, amikor a család minden egyforintost egy perselybe gyűjtött. Ha megtelt a persely, akkor a benne lévő pénzt összeszámolták, és felhasználták a családi nyaraláshoz.
– És mennyi pénzt gyűjtöttetek össze? – kérdezte Zsombi.
– Találnunk kellett egy jó módszert az összeszámoláshoz, mert ott volt az asztalon egy halom egyforintos – húzta a válasszal az időt a nagymama, mert nem akart rögtön válaszolni a feltett kérdésre.
– Hogyan csináltátok? – kíváncsiskodott tovább Zsombi.
– Először tízesével oszlopokat építettünk, majd gurigákba csomagoltuk a 10 darab érmét. 10 gurigát raktunk egy-egy használt nagy borítékba, és ha 10 boríték is összejött, azokat összeragasztottuk.

– Nagymama, mennyi pénzt gyűjtöttetek össze? – türelmetlenkedett Zsombi.
– Azt találd ki te! – mondta nagymama. – Úgy emlékszem 2 összeragasztott csomagunk volt, 7 borítékunk, 3 gurigánk, és maradt még 6 forint becsomagolás nélkül.
Zsombi leült, kicsit gondolkodott, és gyorsan kiszámolta, mennyi pénzt gyűjtöttek nagymamáék.

1. példa

Számítsuk ki, mennyi pénz volt nagymama perselyében!

Megoldás

Készítsünk táblázatot!

	Összeragasztott	Boríték	Guriga	1 Ft-os
Az egység értéke (forint)	1000	100	10	1
Mennyiség (darab)	2	7	3	6

Ezek alapján a megszámolt pénz összértéke:

$2 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 2000 + 700 + 30 + 6 = 2736$ Ft volt.

Nagymamáék az összeszámoláskor tízes csoportosítást végeztek.

2. példa

Határozd meg a 328 számjegyeinek valódi értékét!

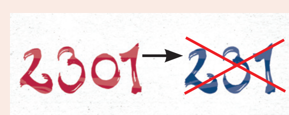
Megoldás

A százas helyi értéken a 3 alaki értékű szám található, ezért a valódi értéke 300. A 2 alaki értékű szám a tízes helyi értéken áll, ezért valódi értéke 20. Az egyesek helyén lévő 8 alaki értékű szám valódi értéke is 8.

helyi érték	százasok	tízesek	egyesek
alaki érték	3	2	8
valódi érték	300	20	8

Fontos!

Ha valamelyik helyi érték hiányzik a számból, akkor nem hagyhatjuk ki, mert a tőle balra lévő számjegyek eggyel jobbra csúsznának, így helyi értékük megváltozna. Például:



A hiányzó helyi értékhez tartozó számjegy a 0.

Az 1, 10, 100, 1000, 10 000, ... helyi értékek sorát nem kell 10 000-nél abbahagyni. A 100 000-es szám tízszeresének azonban már külön neve van, ez az 1 000 000, azaz kiolvasva egymillió. A számok sorának itt sincs vége, a milliárdok, ... jönnek.

Milliárdok		Milliók			Ezresek					
...	milliárd	százmillió	tízmillió	millió	százezer	tízezer	ezer	száz	tíz	egy
	1 000 000 000	100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1000	100	10	1

10· 10· 10· 10· 10· 10· 10· 10· 10· 10·

2. A HELYIÉRTÉKES ÍRÁS

Sokszor fogjuk használni a helyiérték-táblázatot. Segítséget jelenthet a számok szorzásánál, osztásánál, a tizedes törteknél és számos más anyagrésznél is.

Kutatómunka

Gyűjtsétek össze, hogy milyen címletű forint-, illetve euróérméket és -bankjegyeket használunk ma! Készítsetek táblázatot, és írjátok bele, hogy melyik magyar bankjegyen kinek az arcképe látható!

Feladatok

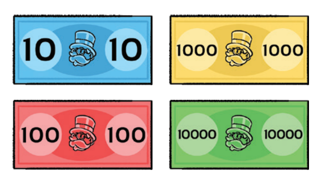
1. Rajzold le a füzetedbe, hogyan írták az egyiptomiak a következő mondatokban lévő számokat!

a) Az áradás 4 nappal később következett be, mint tavaly.
b) A nagy fáraó uralkodásának első 18 éve békét hozott.
c) Mind a 128 adófizető beszolgáltatta a rájuk kirótt vízhasználati és gabonaadót.
d) 1200 katona várja parancsodat a holnapi csatában.
e) Hét bőséges esztendőt hét szűk termést hozó esztendő követ.
f) Mind a 40 testőröd felsorakozott a kérésedre.
g) Őszentsége, a hatalmas fáraó papjainak száma 2884.

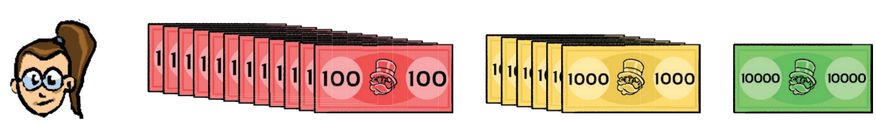
2. Írd fel azokat a 2, 3 és 4 jegyű számokat, amelyek csak

a) a 8-as számjegyet tartalmazzák!
b) a 8-as vagy a 9-es számjegyet tartalmazzák!
c) a 0 vagy az 1 számjegyet tartalmazzák!
d) a 0, 1 vagy 2 számjegyeket tartalmazzák!

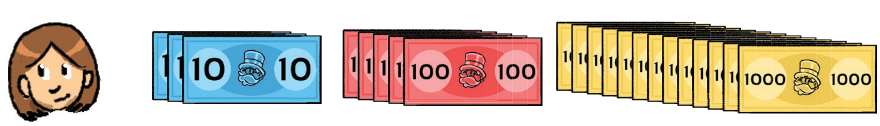
3. Sári, Jázmin és Dorci egy régi társasjátékkal játszanak a nagymamáéknál. Dédi a bankos, aki segít a gyerekek pénzét beváltani, és az összegeket egy lapra írja. Sajnos nincs rajta a szemüvege, így néha elhibázza a feladatát. Keresd meg, hol dolgozott hibátlanul, a hibás váltásokat pedig javítsd ki!



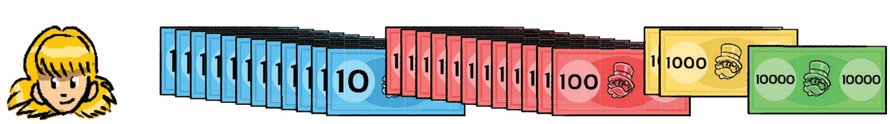
a) Dédi megszámolta Sári pénzét, és 27 200 Ft-ot írt fel.



b) Dédi megszámolta Jázmin pénzét, és 13 800 Ft-ot írt fel.



c) Dédi megszámolta Dorci pénzét, és 13 320 Ft-ot írt fel.



4. *a)* Keresd az alábbi oszlopokban felírt számok közül az egyenlőket! Írd le csoportosítva a füzetedbe az egyenlő számokhoz tartozó betűjeleket!

b) Állítsd növekvő sorrendbe a csoportokat! Ha a csoporton belüli betűket ügyesen sorrendbe teszed, egy értelmes szót kapsz a 12 betűből. Fejtsd meg a rejtvényt!

L) 1637	Z) ezernégyszáztizenöt	É) 1 ezres, 4 százas, 205 egyes
S) 1415	P) ezerhatszázöt	A) 1 ezres, 5 százas, 13 tízes, 7 egyes
N) 1605	T) ezerötszáznyolcvanhét	A) 15 százas, 8 tízes, 7 egyes
M) 1587	D) ezerhatszázharminchét	Á) 1 ezres, 4 százas, 15 egyes

5. Írd fel a számot, ha

a) 8 tízesből és 3 egyesből áll!
b) 3 tízesből és 8 egyesből áll!
c) 3 százasból, 2 tízesből és 8 egyesből áll!
d) 3 százasból és 8 egyesből áll!
e) 3 tízesből és 8 százasból áll!
f) 8 százasból, 3 egyesből és 2 tízesből áll!

6. Írd fel a számot, ha

a) 3 egyesből, 8 tízesből és 7 százasból áll!
b) 9 tízesből, 7 százasból és 2 egyesből áll!
c) 4 ezresből, 7 egyesből és 5 százasból áll!
d) 12 egyesből, 13 tízesből és 9 százasból áll!

7. Készíts a füzetedbe helyiérték-táblázatot!

a) A megfelelő helyi érték alá írd be a számok számjegyeinek alaki értékét: 345, 20 123, 189 764!

b) A megfelelő helyi érték alá írd be a számok számjegyeinek valódi értékét: 3567, 428 309, 1 700 060!

8. Az alábbiak közül melyek azok a háromjegyű számok, amelyeknél a tízes helyi értéken álló számjegy alaki értéke 5?

253; 435; 551; 355; 525; 546; 357; 555

Hány ilyen háromjegyű szám van összesen?

9. A Bojj bolygón is tízes számrendszert használnak, de fordított sorrendben írják a helyi értékeket, pont úgy, mint a régi egyiptomiak. Mit jelent náluk a 2341 szám? Hogy írnád le a háromezer-ötvenkettőt a Bojj bolygón?

10. Éva, Sándor és Edit testvérek. Zsebpénzüket a következő címlettáblázattal tartják nyilván.

	ezresek	ötszázasok	kétszázasok	százasok	ötvenesek	húszasok	tízesek
Éva		5	2	1	1		3
Sándor	1		1	3	2	5	1
Edit	2	2		1	2	1	1

Számold ki, hogy mennyi pénze van a gyerekeknek! Melyiküknek van a legtöbb pénze?

11. *a)* Írd fel a legkisebb és a legnagyobb kétjegyű számot! Hány kétjegyű szám van?

b) Írd fel a legkisebb és a legnagyobb háromjegyű számot! Hány háromjegyű szám van?

c) Írd fel a legkisebb és a legnagyobb négyjegyű számot! Hány négyjegyű szám van?

12. Egy ötjegyű számnak csak három számjegyét ismerjük.
Döntsd el, hogy mi lehet a szám, ha a következőket tudjuk róla!
A tízes helyén álló számjegy egyenlő az egyes és a százas helyi értéken álló számok alaki értékének összegével. Az ezresek helyén álló szám alaki értéke a tízezres helyi értéken álló szám alaki értékének kétszerese.

3. A SZÁMJEGYEK HÁRMAS CSOPORTOSÍTÁSA ÉS A SZÁMOK KIOLVASÁSA

Figyelmesen szemlélve a 9 772 756 számot, leírásában érdekes dolgot vehetünk észre: az érthetőség kedvéért hármas csoportosítással írtuk fel. A nagyobb számok leírásában, elolvasásában, kiejtésében és számjegyekkel való leírásában segít a hármas csoportosítás.

A számok elé tetszőleges számú nullát írhatunk: a 013, a 0 013, a 00 013, stb. számok ugyanazt a számot jelölik, a 13-at. Az egyszerűség kedvéért azonban a számok elé nem írunk felesleges nullákat.

Hogyan olvassuk ki a számot, ha az egyik hármas csoport csupa nullából áll, például a 10 000 001-et?

A csupa 0-ból álló hármas csoportot nem mondjuk ki. Az idegenül hangzó tízmillió-nullaezer-egy helyett tízmillió-egyet mondunk.

Olvassátok fel hangosan a térképen látható számokat!

Csoportmunka

Mindenki írjon fel egy írólapra egy legalább 6, legfeljebb 10 jegyű egész számot! Egyesével jöjjetek ki, és álljatok sorba nagyság szerint, a számotoknak megfelelő helyre! Olvassátok fel egymás után hangosan a saját számotokat!

Példa

Olvasd fel hangosan a következő szöveget!
A Földön összesen 149 157 000 km² területű szárazföld található. Ausztrália és Óceánia a legkisebb kontinens: területe csupán 8 510 000 km². Ehhez képest Európa területe 10 508 000 km². Közép- és Dél-Amerikáé 20 566 000 km², Észak-Amerikáé 21 515 000 km², Afrikáé 30 319 000 km², Ázsiáé pedig 44 411 000 km².

A Föld lakóinak száma 2020. május 17-én 7 754 604 867, azaz hétmilliárd-hétszázötvennégymillió-hatszáznégy-ezer-nyolcszázhatvanhét, de ez pillanatról pillanatra változik, ezért nincs szükség arra, hogy ezt a számot ilyen pontosan ismerjünk. A kisebb számok esetében megtanult módon kerekítünk ezresekre, milliókra, vagy amire éppen szükségünk van.
Mondhatjuk, hogy a Föld lakóinak száma körülbelül 7 800 000 000, azaz hétmilliárd-nyolcszázmillió.

Páros munka

Mindenki írjon fel egy számot betűvel egy papírdarab egyik oldalára, a másikra pedig ugyanezt a számot számjegyekkel! Az egyik oldalát mutasd meg a padtársadnak, ő pedig írja le, mi van a cetli másik oldalán! Kétszer-háromszor cseréljetek szerepet!

Csoportmunka

Kati nyakláncát a következő kétjegyű számok díszítették ebben a sorrendben: 10, 20, 30, 40. Mit mondott Peti, amikor hármas csoportosítású számként olvasta ki Kati nyakláncát? Milyen más sorrendben fűzheti fel Kati a számokat? Álljatok össze négyesével! Egyikőtök írja le a nyaklánc számaiból kirakható 10-zel, a többiek a 20-szal, 30-cal és 40-nel kezdődő számokat! Hány esetet találtatok? Olvassátok fel a kapott nyolcjegyű számokat!

Feladatok

1. Csoportosítsd és olvasd ki hangosan a következő számokat!
a) 56702 *b)* 406211 *c)* 101011100 *d)* 22022020 *e)* 123456789

2. Mondd ki hármas csoportosítású számként a szüleid telefonszámát vagy a sajátodat!

3. Zoltán papírlapokra írta a következő számjegyeket: 0; 1; 1; 2; 3; 3; 5; 6. Olvasd ki a számjegyekből kirakható legnagyobb és legkisebb nyolcjegyű számot, ha minden papírt csak egyszer lehet felhasználni!

4. A számok kiolvasásánál jobbról a negyedik csoportot milliárdnak nevezzük. Mondd ki a következő számokat a „milliárd" szó alkalmazásával!
a) 3 456 123 000 *c)* 123 123 123 123
b) 19 000 000 000 *d)* 26 513 032 millió

5. Tomi „lusta" SMS-t írt beteg barátjának. A „lusta" jelző azt jelenti, hogy a szövegben előforduló számnevek helyett számjegyeket írt. Tomi a levelet úgy titkosította, hogy a számok helyett csillagot írt, és a számokból képzett hétjegyű számot később küldte el. Mondd ki a számot!

6. Az olyan tulajdonságú számokat, amelyek visszafelé olvasva is ugyanazt adják, palindrom számoknak nevezzük. Ilyen például a 121 vagy a 2002 is.
Mondd ki azt a hétjegyű palindrom számot, amelynek első négy számjegye növekvő sorrendben álló páros szám!
Keress palindrom szavakat: görög, apa, ...!

4. A TERMÉSZETES SZÁMOK HELYESÍRÁSA

Ha egy számot betűkkel vagy számokkal írunk le, például három vagy 3, akkor ezt a szót a számnevek közé soroljuk. A számok jegyeinek hármas csoportokba írása a számok szöveggel való leírását is segíti.

Ha a számokat betűkkel írjuk le, akkor a magyar helyesírás szerint a számokat 2000-ig egybeírjuk. A 2000-nél nagyobb számokat hármas csoportokra bontjuk, majd az egyes csoportokat leírjuk, és a csoportokat kötőjellel választjuk el egymástól.

Példa

Írd le a következő számokat!
1999, 2000, 2001.

Megoldás

Ezerkilencszázkilencvenkilenc, kétezer, kétezer-egy.

Feladatok

1. Írd le betűkkel a következő számokat!
a) 46 *b)* 367 *c)* 1789 *d)* 5678 *e)* 23 456 *f)* 103 206

2. Gábor és Éva vitatkozik, hogy az alábbi számokat melyikük írta helyesen. Segíts nekik eldönteni! (Lehet, hogy mind a ketten helyesen vagy helytelenül írták le a számot.)

	Gábor írása	Éva írása
234	kétszázharmincnégy	kettőszázharmincnégy
1205	egyezerkétszázöt	ezerkétszázöt
2567	kétezer ötszázhatvanhét	kétezer-ötszázhatvanhét
26709	huszonhatezer-hetesszázkilenc	huszonhatezerhétszázkilenc

3. Kati húga a következő számokat írta le, sajnos eléggé összevissza. Csoportosítsd hármasával a számjegyeket a füzetedben, és írd melléjük szöveggel a számokat!
a) 23 45 45 3 *b)* 45678920 *c)* 5000 34 3 *d)* 12 34

4. Írd le a következő számokat a füzetedbe úgy, hogy a számjegyeik hármasával legyenek csoportosítva! Állítsd a számokat növekvő sorrendbe!
a) kétmillió-négyszáznyolcvanezer *b)* kétmillió-négyszáznyolcezer *c)* kétmillió-negyvennyolcezer *d)* kétmillió-negyvennyolcezer-kettő *e)* kétmillió-négyezer-nyolcszáz

Kutatómunka

Keresd meg, például az interneten, a következő három esemény évszámát!
– Kálmán magyar királyi herceg és halicsi király fogságba esik, miután seregeit kiűzik Galíciából.
– A XIX. századi magyar forradalom és szabadságharc kezdetének évszáma.
– A legutolsó londoni olimpia megrendezésének évszáma.

Észreveheted, hogy ha az évszámok közül kettőt egymás után írsz, akkor a középső négy számjegy megadja a harmadik évszámot. Írd le betűvel mind a három évszámot és az összeillesztéssel kapott nyolcjegyű számot is!

Csoportmunka

Alakítsatok egyenlő létszámú csoportokat!

Készítsetek az asztalra 20-nál több, de 30-nál kevesebb színes vagy fekete ceruzát! Helyezzetek oda befőzőgumikat: sárgát, pirosat, kéket, zöldet!

A ceruzákat rakjátok kettesével, és minden párt gumizzatok össze sárgával! Az összekötött ceruzapárokat párosítsátok újra, és az így kapott csoportokat gumizzátok össze piros gumival, a sárgákat vegyétek le! Folytassátok a csoportosítást, és sorrendben használjátok a kék, végül a zöld gumit úgy, hogy leveszitek a ceruzákról az előző színűt! Írjátok fel egy lapra, hogy hány zöld, hány kék, hány piros és hány sárga gumis csomagotok és hány gumi nélküli íróeszközötök van!

Készítsetek táblázatot a füzetetekben!

zöld	kék	piros	sárga	maradék

Ezután a csoportok szétszélednek, de egyvalaki mindig maradjon a helyén az eredeti tagok közül. A helyben maradó csoporttag elmondja a csoportosítás eredményét. A többiek ez alapján meghatározzák, hogy hány íróeszközt számoltak meg eredetileg a csoportban. Egyeztessétek az eredményt!

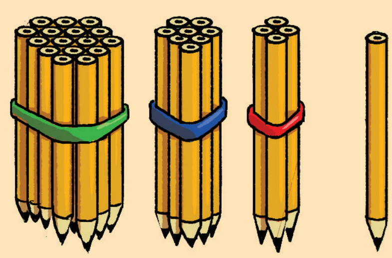
Ha készen vagytok, ismételjétek meg a cseréket úgy, mint az előbb. Mindenkinek minden csoporthoz el kell jutnia.

Válaszoljatok! Hány ceruzával dolgozott az osztály?

1. példa

Hány ceruzánk volt, ha így leltároztunk a csoportosítás után?

zöld	kék	piros	sárga	maradék
1	1	1	0	1



Megoldás

zöld	kék	piros	sárga	maradék
16-os	8-as	4-es	2-es	1-es
1	1	1	0	1

A színek helyett írhatunk számokat. A táblázatból összeszámolható, hogy $1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 29$ ceruzánk volt.

Mivel kettesével csoportosítottunk, kettes számrendszerhez jutottunk.
A leírt számot úgy mondjuk: egy-egy-egy-nulla-egy a kettes számrendszerben.
A tízes számrendszerben ez a szám: $16 + 8 + 4 + 0 + 1 = 29$.

5. SZÁMRENDSZEREK

A kettes számrendszer már ókori kínai írásokban is megjelenik. Ismertté azután vált, hogy Gottfried Leibniz 1703-ban könyvet írt róla. A kettes számrendszerben csak két jelet kell használnunk, ezeket általában 0 és 1 jelöli. A kettes számrendszer kiválóan alkalmas arra, hogy számítógépek, digitális eszközök nyelve legyen. Az első számítógép a magyar származású Neumann János nevéhez fűződik.

2. példa

Szofi egy régi könyvben olyan számokat talált, amelyekben csak 0 és 1 szerepelt, és a számok jobb alsó sarkában egy kicsi 2-es volt. A könyvben ezeket a számokat „kettes számrendszerbeli” számoknak nevezték. A magyarázat azt írta, hogy itt nem tízszeresére, hanem kétszeresére változnak a helyi értékek, azaz hátulról előre haladva 1, 2, 4, 8, 16, 32, … .
Ilyen számok álltak sorban: 100101_2, 10100_2, 11001_2.
Mekkorák ezek a számok a tízes számrendszerben?

Megoldás

Szofi a tízes számrendszer mintájára elkészítette a kettes számrendszer helyiérték-táblázatát is.

Számok	32	16	8	4	2	1
	harminckettő	tizenhat	nyolc	négy	kettő	egy
100101_2	1	0	0	1	0	1
10100_2		1	0	1	0	0
11001_2		1	1	0	0	1

$100101_2 = 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 32 + 4 + 1 = 37.$
Az 100101_2 a tízes számrendszerben 37.
$10100_2 = 1 \cdot 16 + 0 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 16 + 4 = 20.$
Az 10100_2 a tízes számrendszerben 20.
$10001_2 = 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 16 + 8 + 1 = 25.$
Az 11001_2 a tízes számrendszerben 25.

3. példa

Szofinak át kellett írnia a 27-et 2-es számrendszerbe. Hogy csinálta?

Megoldás

Szofi először megnézte, hogy a kettes számrendszer helyiérték-táblázatában melyik az a legnagyobb szám, amelyik még kisebb 27-nél. Ez a 16, tehát van a számban egy 16-os, és marad még 11. Ez kiad egy 8-ast, és marad 3. Tehát nem lesz benne 4-es, a 3 pedig felírható 2 + 1 alakban.

A szám	harminckettes	tizenhatos	nyolcas	négyes	kettes	egyes	
27		1	1	0	1	1	11011_2

A 27 a kettes alapú számrendszerben 11011_2.

Kutatómunka

Keresd meg az interneten, hogy mit szoktak használni a 16-os számrendszer számjegyeinek jelölésére!

4. példa

Kati és Szofi megbeszélték, hogy elmennek a Varázsboltba vásárolni. Kati kinézett magának egy varázsgömböt, Szofi egy varázskártyát. A Varázsboltban csak fabatkával lehet fizetni. A felhasználható fizetőeszköz címletei: 1 fabatka, 3 fabatka, 9 fabatka, 27 fabatka és 81 fabatka. Ha egy vevő a pontos összeget fizeti, és a lehető legkevesebb pénzérmével vásárol, akkor ajándékot kap.
Milyen pénzérmékkel fizessen Kati egy 201 fabatkás varázsgömbért, ha szeretne ajándékot kapni?
A varázskártya 241 fabatkába kerül. Milyen pénzérmékkel fizetett Szofi, ha ő is kapott ajándékot?

Megoldás

Akkor tudunk a legkevesebb pénzérmével fizetni, ha a nagy értékű pénzérmékből a lehető legtöbbet használjuk fel. Készítsünk táblázatot!
Kati akkor kap ajándékot, ha a táblázatban leírt fabatkákkal fizet.

nyolcvanegyes	huszonhetes	kilences	hármas	egyes
2	1	1	1	0

$2 \cdot 81 + 1 \cdot 27 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 201$

Szofi így fizetett:

nyolcvanegyes	huszonhetes	kilences	hármas	egyes
2	2	2	2	1

$2 \cdot 81 + 2 \cdot 27 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 241$

A táblázatok a hármas számrendszer helyiérték-táblázat mutatják.

A történelem során más számrendszerekben is számoltak. A tízes számrendszer elterjedése előtt egyes kulturákban használtak nyolcas, tizenkettes, húszas, illetve hatvanas alapú számrendszereket is. Ez utóbbi hatvanas számrendszert használták például az ókori Mezopotámiában, de még ma is használjuk az idő mérése során. A 60 sokféleképpen osztható egyenlő részekre, ezért előnyös volt a használata.

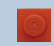
Feladatok

1. A Szabolcsi családnak saját almalégyára van. 1 literes üvegekben árulják az almalevet. Figyelnek arra, hogy minél kevesebb csomag legyen, de mindig minden csomag tele legyen. 1 üveget zacskóba raknak, 2-t már szatyorba, 4-et batyuba, 8-at dobozba, 16-ot rekeszbe és 32-t kartonba.
a) Tegnap 10 üveg almalevet vettem. Milyen csomagokat kaptam?
b) Ma 25 üvegért mentem vissza. Több csomagot kaptam-e, mint tegnap?
c) Hány üveg almalevet vettem, ha 1 kartont, 1 dobozt, 1 batyut és 1 zacskót kell hazaszállítanom?

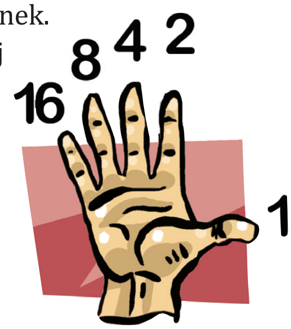
2. Adottak a képen látható építőelemeink:

a) Rajzold a füzetedbe a fenti elemeket egymás alá csökkenő sorrendben! Egy négyzetrács 1 egységnyi legyen!
b) Állapítsd meg minden elemről (a legutolsót kivéve), hogy a közvetlenül mögötte állóból hány darabra van szükség a kirakásához!

c) Hány egységből álljon az a csík, amit a drapp elem fölé szeretnénk rakni?
d) Add meg, hány egység hosszúak azok a csíkok, amelyek az alábbi darabokból állnak!

				
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1

3. A jobb kéz ujjai megfelelhetnek a kettes számrendszer helyi értékeinek. A kinyújtott hüvelykujj az egyeseket, a mutatóujj a ketteseket, a középső ujj a négyeseket, a gyűrűsujj a nyolcasokat, a kisujj a tizenhatosokat jelenti. Melyik tízes számrendszerbeli számokat mutatja Tamás a kezével?



a)  *b)*  *c)* 

d) Számolj a kezeden egyesével 31-ig!

4. Írd át kettes számrendszerbe az 5-öt, 10-et, 15-öt, 20-at, 25-öt, 30-at!

5. Luca gyönyörű tortát sütött Nagyapó születésnapjára. Az egyetlen gondja az volt, hogy nem tudta, hogyan fogja azt a rengeteg gyertyát feltenni a torta tetejére. Szerencsére eszébe jutott, hogy Nagyapó igazi fejszámolóbajnok, így a képen látható módon oldotta meg a problémáját. Nagyapó jót mosolygott, amikor meglátta a gyertyákat. Hány éves lett Nagyapó?

6. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis!
a) Ha egy kettes számrendszerbeli szám utolsó jegye 0, akkor a szám páros, azaz osztható 2-vel.
b) Ha egy kettes számrendszerbeli szám utolsó két jegye 0, akkor a szám osztható 4-gyel.
c) Ha egy kettes számrendszerbeli szám utolsó jegye 1, akkor a szám osztható 3-mal.

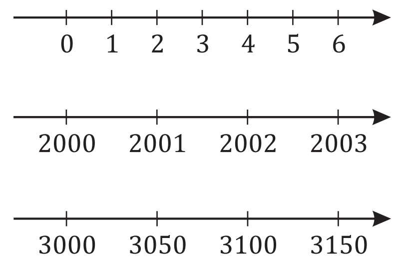
7. A Varázspékségben 1, 3, 9, 27 és 81 fabatkásokkal lehet csak fizetni. Aki a vásárlás összegét a lehető legkevesebb érmével fizeti ki úgy, hogy ne kelljen neki visszaadni, ajándék muffint kap.
a) Matrika 65 fabatkáért vásárolt péksüteményt. Hogy fizessen, hogy kapjon egy ajándék muffint?
b) Huppla egy 81 fabatkással, három 27 fabatkással, két 9 fabatkással és egy 1 fabatkással fizette ki a vásárlását, de sajnos nem kapott ajándék sütit. Mit gondolsz, hogyan kellett volna fizetnie?

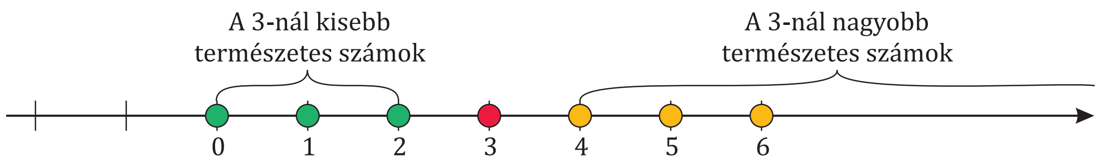
8. Mit gondolsz, milyen számjegyeket használhatsz
a) a 4-es számrendszerben? *b)* a 8-as számrendszerben?

9. – Most számoljunk a 60-as számrendszerben! – mondta Máté bácsi, az ötödikesek matektanára. Látva a sok megszeppent arcot, mosolyogva hozzátette: – Hiszen rengetegszer használtátok már! Hogy mondanátok például másképp azt, hogy 62 perc?
– 1 óra 2 perc! – vágta rá egyszerre az egész osztály. Hány óra és hány perc a
a) 197 perc, *b)* 426 perc, *c)* 4320 másodperc?

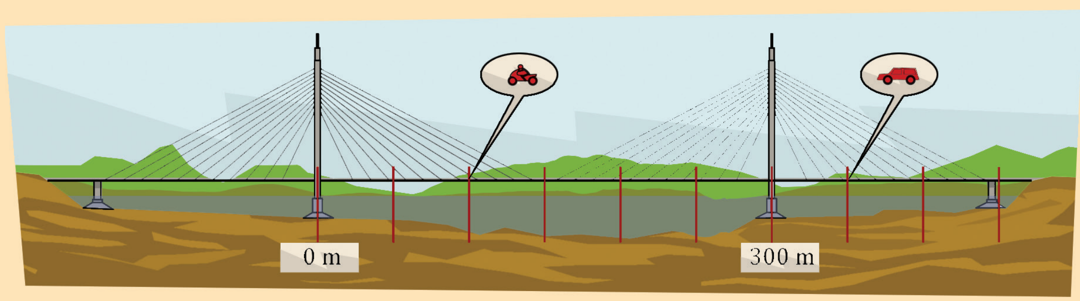
A SZÁMOK ÁBRÁZOLÁSA A SZÁMEGYENESEN 6.

A természetes számokat **számegyenesen** szemléltethetjük. A számegyenes egyik végére tett nyíllal megadjuk, hogy melyik irányban növekednek a számok. Két szám bejelölésével megadjuk a számegyenes beosztását. Ez a két szám gyakran a 0 és az 1, de választhatunk másik számokat is.
A számegyenesen még nagyon sok számnak jut hely! Ha új számokkal ismerkedünk meg, akkor azok helyét a számegyenesen is megkereshetjük.





Példa



A Megyeri híd Nagy-Duna-ág feletti része

a) Mekkora beosztás látható a rajzon?
b) Hányadik méternél tart a motorkerékpáros?
c) Hány méternél van az autó?

Megoldás

a) A 0 és a 300 méter közötti szakasz 6 részre oszlik, így egy beosztás 50 méteres.
b) A 0 métertől a második beosztásnál található a motorkerékpáros, ezért 100 méternél van.
c) Az autó a 0 métertől 350 méterre van.

A mindennapi életben sok számegyenest használunk.
A hosszmérő eszközök egy része számegyenes.

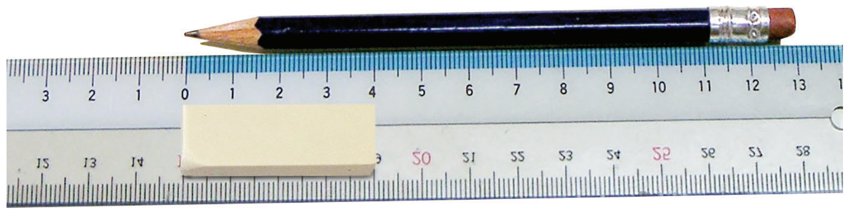
Kutatómunka

Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest! Add meg a növekedési irányt! A közepén jelöld be a 2000. évet, és mindkét irányba mérj fel 10-10 évet! Keresd meg, hogy melyik esztendőben történtek a következő események, és jelöld azokat a számegyenesen!

a) Ekkor adták ki Magyarországon a *Harry Potter és a bölcsek köve* című regényt.
b) Ebben az évben rendezték a XXIX. nyári olimpiai játékokat.
c) Ekkor lett Magyarország az Európai Unió tagja.
d) Ebben az évben került a Hortobágyi Nemzeti Park a világörökségi listára.

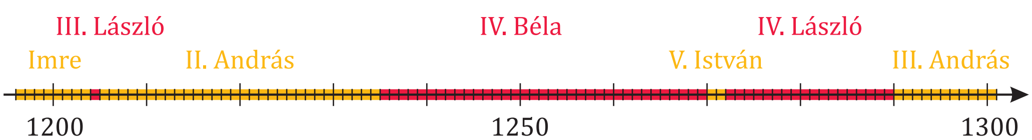
Feladatok

1. Olvasd le a vonalzóról, hol kezdődik és hol végződik a ceruza és a radír! Mondd meg, milyen hosszúak!



2. Mérd meg a vonalzód segítségével, hogy milyen hosszúak a következő tárgyak:
a) a tollad; *b)* a kulcsod; *c)* a mutatóujjad; *d)* a tolltartód!

3. Olvasd le a számegyenesről, hogy melyik uralkodó mettől meddig uralkodott! (Interneten ellenőrizd, hogy jól olvastad-e le a számokat!)

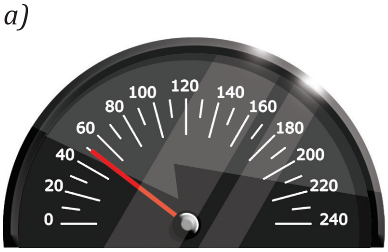


4. Rajzolj a füzetedbe az előző példa egyeneséhez hasonló időegyenest az 1100–1200 közötti évekről! Keresd meg, hogy a felsorolt Árpád-házi királyok mettől meddig uralkodtak, és szemléltesd az előző feladathoz hasonlóan: Könyves Kálmán, II. István, II. Béla, II. Géza, III. István, III. Béla, Imre!

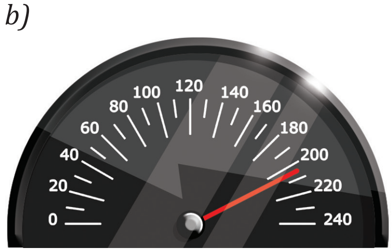
5. Hány kilométert autózik Szofi
a) Bánd és Bakonygyepes között? *b)* Somlóvásárhely és Hosszúpereszteg között?
c) Körmend és Somlóvásárhely között? *d)* Veszprém és Vasvár között?

6. Az autókban lévő sebességmérő műszerek számlapjai görbített számegyenesek. Olvasd le a műszerekről, hogy körülbelül mekkora sebességgel megy a gépkocsi!

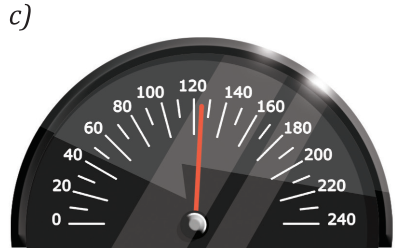
a)



b)



c)



Miért becslünk? Miért kerekítünk? Sok oka lehet ennek, de általában azért, mert sokkal könnyebben leírható, kiszámolható egy adott mennyiség.

Ha például süteményt készítünk, nyilván nem használhatunk 50 dkg liszt helyett 1 kg-ot, ha a többi összetevő mennyisége változatlan marad, de az is nyilvánvaló, hogy anya gond nélkül szór hozzá egy kevés lisztet, ha túl puha, vagy önt hozzá egy kis tejet, ha túl kemény a tészta.

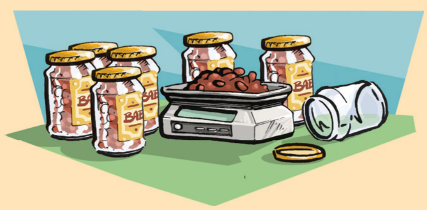
Vannak tehát olyan mennyiségeink, amelyeket nem szükséges vagy esetleg nem is tudunk pontosan megadni.

Olga néni kíváncsi volt, hogy mennyi babjuk van. Hét üveg babot találtak. Megkérte Pistit, hogy mérje meg, mennyi bab van az egyik üvegben. Pisti kiszórta az egyik üveg tartalmát a mérleg serpenyőjébe, és leolvasta, mennyit mutat.

– No, mennyi?

– 96 dkg – válaszolta Pisti.

– Szóval, körülbelül 1 kg. Akkor a 7 üvegben összesen körülbelül hétszer annyi… szóval majdnem 7 kg. Köszönöm szépen, Pisti!



Recept

Olga néni almás pitéjének hozzávalói:

Tészta:
50 dkg liszt
25 dkg margarin
12 dkg cukor
3 db tojás
egy csipet só
egy zacskó sütőpor
annyi tej, hogy a tészta jól összegyúrható legyen

Töltelék:
2-3 kg alma (lereszelve)
fahéj, citromhéj
egy kevés cukor

A tésztát gyúrjuk össze, és tegyük félre pihenni. A reszelt almát egy-két kanál cukorral keverjük össze, hogy a levét jobban kieresszé. A tésztát osszuk két egyenlő részre, és az egyiket nyújtsuk nagyjából 5 mm vastagra, majd igazgassuk a tepsi aljába. A reszelt alma levének nagyját nyomjuk ki, és az almát terítsük el egyenletesen a tésztalapon. A tetejét szórjuk meg fahéjjal és darált dióval. Nyújtsuk ki a másik tésztalapot is, és fedjük le a pitét, majd a tetejét kenjük meg tojásfehérjével, és tegyük forró sütőbe. Ha a teteje aranybarnára sült, akkor kész!

A párbeszédben a mennyiségmegadás különböző módszereit láthatjuk. Pisti az üvegben lévő bab tömegének a mérleg által mutatott (96 dkg) **pontos értékét** adta meg. Pisti anyukája gyakorlott háziasszony, a pontos érték ebben az esetben nem érdekli, annak **kerekített értékével** (96 dkg ≈ 1 kg) számolt. Az összes bab mennyiségét viszont – a pontos adatokat nem ismerve – csak **becsült értékkel** adta meg (körülbelül 7 kg).

A történet alapján láthatjuk, hogy a mennyiség megadásának három módja – **a pontos, a kerekített érték és a becsült érték** – miben különbözik egymástól.

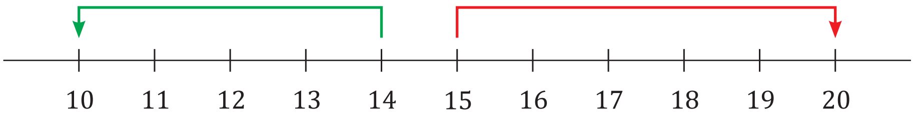
A **kerekítésnél** meg kell határozni, hogy mennyire pontos kerekítést fogunk használni. Lehet például tízesekre, százasokra, ezresekre, … kerekíteni.

Játék

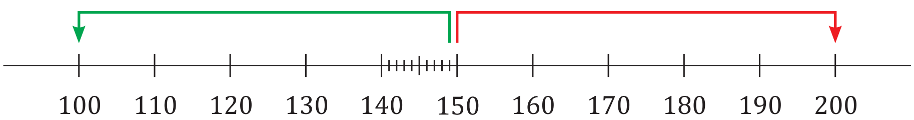
Az osztályban gyűjtsetek össze néhány tárgyat! A játékvezető felmutat egy tárgyat, amelynek a hosszúságát mindenki megbecsüli, és ezt az értéket leírja a füzetébe. A játékvezető aztán megméri a tárgy hosszát, és akinek a becsült értéke a legközelebb esik a valódi hosszhoz, az kap egy pontot. Az nyer, akinek a legtöbb pontja lesz a játék befejezésekor.

7. BECSLÉS, KEREKÍTÉS

Ismételjük át a számok kerekítését, kezdjük a tízesekre kerekítéssel!
Ha az egyesek helyén álló számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor lefelé kerekítünk.
Ha az egyesek helyén álló számjegy 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor felfelé kerekítünk.
Azért kerekítünk így, mert az a célunk, hogy az eredeti szám és a kerekített érték eltérése a lehető legkisebb legyen.
$164 \approx 160$, mert $164 - 160 < 170 - 164$.
Az 5 végződésű szám középen foglal helyet a két tízes szomszédja között, ezt megállapodás alapján felfelé kerekítjük.



Százasokra hasonlóan kerekítünk, ha a szám 00, 01, 02, ..., 49-re végződik, akkor lefelé, ha a szám 50, 51, 52, ..., 99-re végződik, akkor fölfelé kerekítünk.
Az 50 végződésű szám középen foglal helyet a két százas szomszédja között, ezt megállapodás alapján felfelé kerekítjük.
164 százasokra kerekített értéke 200, mert $200 - 164 < 164 - 100$.



Hasonlóan kerekítünk ezresekre, tízezresekre, ...

Példa

„A stadionban 63 882 néző szurkolt a válogatottnak."
Kerekítsük a nézőszámot tízesre, százasra, ezresre, tízezresre!

Megoldás

Foglaljuk táblázatba a kerekítések eredményét!

Eredeti szám		63 882
Kerekített értékek	tízesre	63 880
	százasra	63 900
	ezresre	64 000
	tízezresre	60 000

Vigyázz! A kerekítést nemcsak a 10-es helyi értékek esetén, hanem más értelemben is használjuk!
Mivel a legkisebb forgalomban lévő pénz az ötforintos, ezért fizetéskor

- az 1 vagy 2 forintra végződő összegeket lefelé, a legközelebbi 0;
- a 3 vagy 4 forintra végződő összegeket felfelé, a legközelebbi 5;
- a 6 vagy 7 forintra végződő összegeket lefelé, a legközelebbi 5;
- a 8 vagy 9 forintra végződő összegeket felfelé, a legközelebbi 0

forintra végződő összegre kell kerekíteni.

Feladatok

1. Becsüld meg a következő hosszúságokat:

a) a tanterem magassága;
b) a pad hossza;
c) az udvar hossza;
d) az iskola épületének magassága;
e) a legmagasabb tanuló magassága;
f) a tollad (ceruzád) hosszúsága;
g) az otthonod és az iskola közötti távolság;
h) az iskola előtti fa magassága!

Amennyiben lehetőséged van rá, mérd meg vagy derítsd ki a tényleges távolságokat is!

2. Vajon hány példány élhet a következő állatokból Magyarországon? A számok kerekített értékeit megtalálod a táblázatban.

1.	2.	3.	4.
			
A hazánkban élő túzokok egyedszáma százasokra kerekítve	A szarvasmarhák száma ezresekre kerekítve	Szarvasok száma százasokra kerekítve	Muflonok száma százasokra kerekítve
1500	772 000	96 500	12 300

3. Nyolc diák magassága: 132 cm, 151 cm, 145 cm, 133 cm, 137 cm, 148 cm, 145 cm, 144 cm. Kerekítsd tízesekre a magasságokat! Mennyivel tér el az összeg a kerekített értékek összegétől?

4. *a)* Sorold fel azokat a természetes számokat, amelyeknek a tízesekre kerekített értéke pont 2000!
b) Sorold fel azokat a természetes számokat, amelyeknek a százasokra kerekített értéke 2000, és az utolsó számjegyük 1-es!
c) Sorold fel az összes olyan 23-ra végződő természetes számot, amelynek az ezresekre kerekített értéke 25 000!

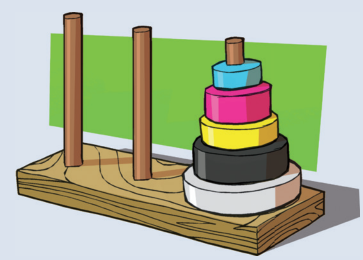
5. *a)* Nyertünk vagy veszítettünk a kerekítéssel, ha aznap a következő összegeket kellett fizetnünk: 341 Ft, 245 Ft, 272 Ft, 510 Ft, 508 Ft és 194 Ft?
b) Gábor úgy okoskodott, hogy a 126 Ft-os csokin spórol 1 forintot a kerekítés miatt. Tehát, ha egyszerre 10 darabot vesz, akkor 10 forintot spórol. Igaza volt?
c) Hány darabot kell vennünk egyesével egy 67 forintos csokoládéból, hogy „ingyen” kapjunk egyet?

6. Pisti észrevette, hogy ha néhány számot tízesekre kerekítünk, akkor úgy viselkednek, mintha ezresekre kerekítenénk. Ilyen például a 12 997 szám. A kerekített értéke 13 000. Hány olyan természetes számot találhat Pisti, amelyiknek a tízesekre és az ezresekre kerekített értéke is 13 000?

8. ÖSSZEADÁS, ÍRÁSBELI ÖSSZEADÁS

Játék

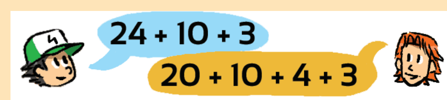
Rajzolj egy lapra három helyet (kört, téglalapot) és készíts öt darab különböző méretű színes korongot papírból! Rakd őket nagyság szerint egymásra úgy, hogy legalul legyen a legnagyobb, és tedd a tornyot az első helyre! Rakd át a korongokat az első helyről az utolsóra! Minden lépésben egyetlen korongot helyezhetsz át, de vigyázz: nagyobb korong nem kerülhet kisebb korongra, és csak a három hely valamelyikére helyezheted!
Először játsszatok három, négy, majd öt koronggal!
Versenyezzetek! Kinek sikerül kevesebb lépésben megoldani a feladatot? Keress rá a Hanoi torony kifejezésre az interneten!



1. példa

Végezzük el az összeadást fejben, és írjuk le a kapott számot!

24 + 13;   17 + 26;   32 + 63;   29 + 11;   24 + 36;   19 + 19



Megoldás

37;   43;   95;   40;   60;   38

Az összeadásban részt vevő számokat **tagoknak (összeadandóknak)**, az eredményt pedig **összegnek** nevezzük.

8470 + 90 870 = 99 340

tagok (összeadandók)   összeg

Több szám összeadása esetén a tagokat tetszőleges sorrendben adhatjuk össze. Használd ezt, amikor csak érdemes!

24 + 33 + 56 + 71 = 184
24 + 56 + 33 + 71 = 184
71 + 56 + 33 + 24 = 184
56 + 24 + 33 + 71 = 184

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{24 + 33}_{57} + 56}_{113} + 71}_{184}$$

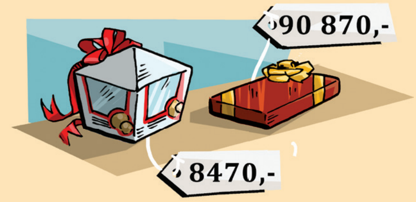
$$\underbrace{\underbrace{24 + 56}_{80} + \underbrace{33 + 71}_{104}}_{184}$$

A második módon könnyebb az összeadás. Csak arra kell ügyelni, hogy ne hagyjunk ki egyetlen tagot sem, és mindegyiket csak egyszer adjuk hozzá.

Ismételjük át az írásbeli összeadást!

2. példa

Mennyibe kerülnek összesen az ékszerbolt kirakatában lévő ékszerek? Számolás előtt végezz becslést!



Megoldás

Becslés: az összeg körülbelül 91 000 + 8000 = 99 000 forint lesz.

8470 +90870	A két összeadandó számot úgy írjuk egymás alá, hogy a megfelelő helyi értékek ugyanabba az oszlopba kerüljenek.
8470 +90870 0	A kisebb helyi értékektől haladunk a nagyobbak felé úgy, hogy az összeadást az egyesekkel kezdjük. 0 + 0 = 0. Az egyes helyi értéken álló 0-t leírjuk az egyesek alá.
8470 +90870 40	A tízesekkel folytatjuk. 7 + 7 = 14. A tízesek helyére 4 kerül, az 1-et átvisszük a százasok helyén álló számjegyek összegéhez.
8470 +90870 340	4 + 8 + 1 = 13. Tehát 3 kerül a százas helyi értékre, az 1-et pedig továbbvisszük úgy, hogy hozzáadjuk az ezres helyi értéken álló számjegyek összegéhez.
8470 +90870 9320	8 + 0 + 1 = 9. Leírjuk az ezresek helyére a 9-et. A tízezresekhez most nincs átvitel.
8470 +90870 99340	Amikor egy számban nem írunk az adott helyi értékre számjegyet, akkor 0-t képzelünk oda, így a tízezresek összege 0 + 9 + 0 = 9.

A két ékszer összesen 99 340 Ft-ba kerül. Ez megfelel az előzetes becslésünknek.

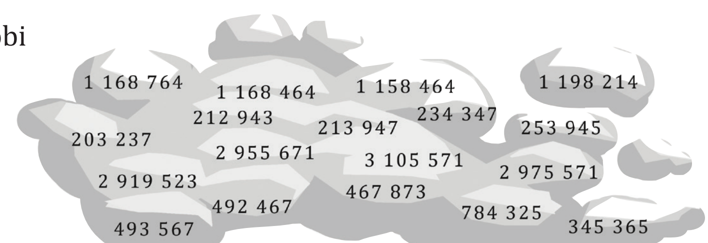
Feladatok

1. Végezd el az összeadásokat a füzetedben!

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
123 +877	961 +987	1222 +8789	2057 +7025	124 816 +524 288

2. Válaszd ki a „számfelhőből” az alábbi összeadások eredményeit!

a) 35 678 + 456 789
b) 114 935 + 99 012
c) 602 245 + 556 219
d) 2 235 013 + 740 558



3. A repülőút-táblázat alapján számold ki, hogy hány kilométeresek a következő utazások!

	Budapest	Madrid	Párizs	Róma
Budapest		1976 km	1246 km	811 km
Madrid	1976 km		1054 km	1365 km
Párizs	1246 km	1054 km		1106 km
Róma	811 km	1365 km	1106 km	

a) Róma–Párizs–Madrid
b) Róma–Madrid–Budapest–Párizs
c) Budapest–Madrid–Párizs–Róma–Budapest

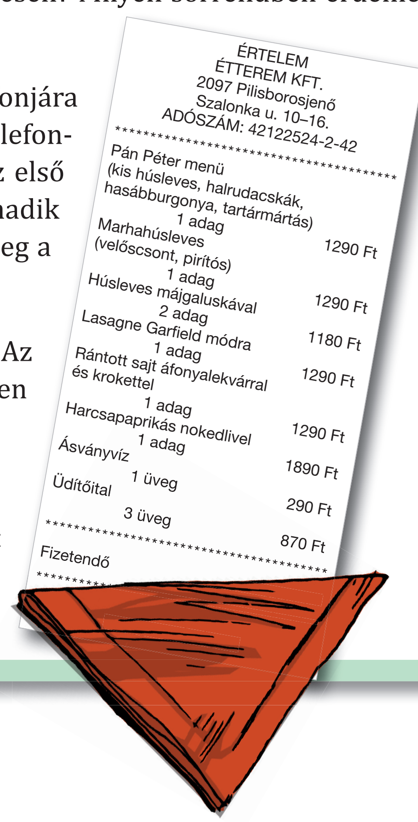
4. Csehország, Magyarország, Lengyelország és Szlovákia elnevezése a „visegrádi négyek”.
Mennyi a négy ország összterülete és összlakossága? (Kerekítve adtuk meg a 2020-as adatokat.)

Ország	Terület (km^2)	Lakosság (fő)
Csehország	78 866	10 700 000
Magyarország	93 036	9 667 000
Lengyelország	322 575	37 860 000
Szlovákia	49 036	5 460 000

5. Gazsi a hét négy napján fut. A GPS-e szerint hétfőn ezernyolcszázhetvenhárom métert, kedden ezernyolcszázhatvan métert, szerdán ezernyolcszázhatvanhét métert és pénteken ezernyolcszáznegyven métert futott. Mennyit teljesített a héten összesen? Milyen sorrendben érdemes összeadnod a számokat?

6. Az 5. a osztály kenutúrán volt a Felső-Tiszán. Peti a telefonjára letöltött távolságmérő app segítségével mérte a távolságot. Telefonját a kenuban elhelyezett hordóba tette, hogy ne érje víz. Az első nap 12 400 métert, a második napon 18 780 métert, a harmadik napon 18 520 métert, az utolsó napon 9770 métert tettek meg a vízen. Összesen hány métert eveztek a négy nap alatt?

7. A Habzsi család születésnapi ebédjét étteremben tartotta. Az ebéd után a képen látható számlát kapták. A végösszeget éppen letakarta egy szalvéta.
a) Mennyit fizettek összesen a szülinapi ebédért?
Az Alagi család is ebédelni ment.
b) Mennyit fizetett Alagi anyuka, ha csak a két gyereke evett egy-egy Pán Péter menüt, és az asztalra kikészített, ingyenes csapvizet itták utána?



1. példa

A mobiltelefon-előfizetésem 500 percet tartalmaz. Hány percet beszélhetek még, ha eddig 473, 465, 449, 411, 400, 384, 371, 356, illetve 89 percet használtam már el?

Megoldás

Ha 500 percből 473 percet használtam el eddig, akkor 500 – 473 = 27 perc beszélgetésem maradt. Ugyanezt az eredményt kapjuk, ha megkeressük azt a számot, amelyiket a 473-hoz kell adni, hogy 500-at kapjunk: 473 + 27 = 500.
A többi eredmény sorban: 35, 51, 89, 100, 116, 129, 144, illetve 411 percnyi időm maradt.

Az a szám, amelyből kivonunk, a **kisebbítendő**.
Az a szám, amelyet kivonunk, a **kivonandó**.
A kivonás eredménye a **különbség**.

kisebbítendő — különbség
500 – 400 = 100
kivonandó

A kivonás eredményét összeadással vagy egy másik kivonással ellenőrizhetjük.
500 – 400 = 100. Ellenőrzés: 100 + 400 = 500 vagy 500 – 100 = 400.
Vigyázz! **A kisebbítendő és a kivonandó nem felcserélhető!**
Az 500 perces egyenlegünkből lebeszélhetünk 356 percet, de ha csak 356 percünk van, nem beszélhetünk le 500 percet.

Ismételjük át az írásbeli kivonást!

2. példa

Vonjuk ki 9087-ből a 848-at! Számolás előtt becsüljük meg az eredményt!

Megoldás

Becslés: a különbség körülbelül 9100 – 800 = 8300 lesz.

9087 – 848	A két számot úgy írjuk egymás alá, hogy a megfelelő helyi értékek egymás alá kerüljenek. A második tag elé kiírjuk a „–” műveleti jelet, és az egészet aláhúzzuk.
9087 – 848 9	A kisebb helyi értékektől haladunk a nagyobbak felé úgy, hogy a kivonást az egyesekkel kezdjük. 8-hoz 9-et kell adni, hogy 17-et kapjunk. A 9-et leírjuk az egyesek helyére, majd az 1-et hozzáadjuk a kivonandó tízesek számához: 4 + 1 = 5.
9087 – 848 39	5-höz 3-at kell adni, hogy 8-at kapjunk. A tízesek oszlopába leírjuk az 3-at. Most nincs mit átvinni a százasokhoz.
9087 – 848 239	8-hoz 2-t kell adni, hogy 10-et kapjunk. Leírjuk a 2-t, és a kivonandó következő helyi értékű számjegyéhez hozzáadunk 1-et: 0 + 1 = 1.
9087 – 848 8239	1-hez 8-at kell adni, hogy 9-et kapjunk. Leírjuk a 8-at. A különbség 8239. Az eredmény megfelel az előzetes becslésnek.

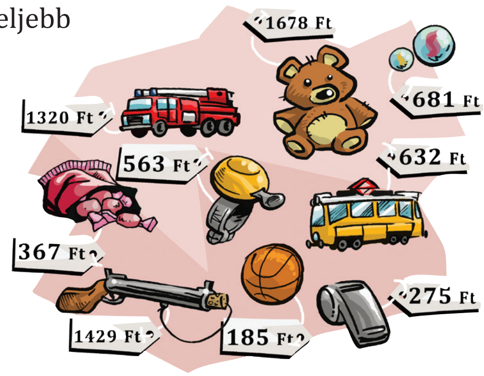
9. KIVONÁS, ÍRÁSBELI KIVONÁS

Csoportmunka

József különböző játékokat akart vásárolni Attilának, legfeljebb 4000 Ft-ért. A lehető legtöbb ajándékot akarta megvenni. Mennyi pénze maradt?

labda	185 Ft	üveggolyó	681 Ft
síp	275 Ft	tűzoltóautó	1320 Ft
cukor	367 Ft	puska	1429 Ft
csengő	563 Ft	plüssmaci	1678 Ft
villamos	632 Ft		

a) Készítsetek sok megoldást a feladathoz!
b) Melyik versből ismerősek a megvehető játékok?



Feladatok

1. Végezd el a füzetedben a kivonásokat!

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*
999	1001	2016	2017	213 645
−763	− 961	−1978	− 89	−108 859

2. Számold ki a füzetedben!
a) Mennyit kell 4678-hoz hozzáadni, hogy 13 263 legyen?
b) Mennyit kell elvenni 89 654-ből, hogy 54 987 legyen?
c) Mennyit kell 8345-höz hozzáadni, hogy 47 528 legyen?
d) Mennyit kell elvenni 45 994-ből, hogy 38 243 legyen?
e) Mennyit kell 6341-hez hozzáadni, hogy 25 262 legyen?

3. „A kőtömbökből és földhalmokból álló stonehenge-i építményt Kr. e. 2500 körül kezdték építeni, és Kr. e. 2100 körül fejezték be. Sokan vallási, illetve csillagászati építménynek tartják, amelyet az ősi kelták emeltek a mai Anglia területén […].

1610-ben Galileo Galilei felfedezte, hogy a Jupiter körül négy nagy hold kering, és ez megerősítette abban a hitében, hogy nem a Föld a világegyetem középpontja.”

Stonehenge

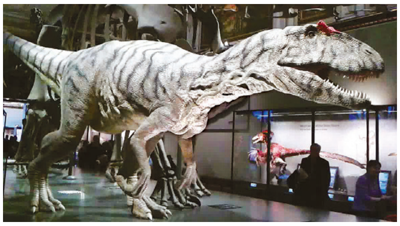
a) Körülbelül hány évig építették Stonehenge-t?
b) Körülbelül hány évvel később élt Galilei, mint a Stonehenge építői?
c) Hány nagy holdja van a Jupiternek?
d) Nézz utána a Naprendszer bolygóinak!

4. Gábor 11 éves, édesapja 40 éves. Hány évvel idősebb Gábor édesapja a fiánál? 15 év múlva mennyivel lesz idősebb az édesapa Gábornál? Hány évesek lesznek akkor?

5. András és Gábor társasjátékot játszottak. Andrásnak kezdetben 10 000 petákja (játékpénze) volt, amiből 2345 petákot költött játékpiramisok építésére, aztán 3216 petákért léphetett csak tovább. Hány petákja maradt Andrásnak?

10. SZORZÁS, ÍRÁSBELI SZORZÁS

A gyerekek kirándulni mentek a bécsi Természettudományi Múzeumba. A belépő diákok számára ingyenes, de a digitális planetáriumba 3 euró fejenként. Andrást bízták meg, hogy a 20 fős csoporttól gyűjtse össze a pénzt. András mindenkitől elkérte a pénzt, és miközben gyűjtötte, össze is adta:



$$3 + 3 = 6,\ \ 6 + 3 = 9\ \dots .$$

András tehát egy 20 tagú összeget számolt ki.
A pénztáros a csoport belépőjegyeinek árát szorzással számolta ki:

$$20 \cdot 3 = 60 \text{ (euró)}.$$

A szorzásban szereplő számokat **tényezők**nek, a szorzás eredményét pedig **szorzat**nak nevezzük.

$$\underbrace{20 \cdot 3}_{\text{tényezők}} = \underbrace{60}_{\text{szorzat}}$$

Ha egy egész számot 10-zel megszorzunk, akkor a számjegyei egy hellyel balra lépnek, az egyesek helyére pedig 0 kerül.

241 · 10

tízezresek	ezresek	százasok	tízesek	egyesek
		2	4	1
	2	4	1	0

Ha egy egész számot 100-zal megszorzunk, akkor a számjegyei két hellyel balra lépnek, az egyesek és tízesek helyére pedig 0 kerül.

241 · 100

tízezresek	ezresek	százasok	tízesek	egyesek
		2	4	1
2	4	1	0	0

Példa

A világ legidősebb embere egy üzbég asszony volt, aki 1880. július 1-én született és 134 évet élt. (Nem hivatalos adat.) Számítsuk ki, hány napot élt az asszony, ha pontosan 134 évig élt, és minden évet 365 naposnak tekintünk!

Megoldás

Két lehetőségünk van. A szorzást kezdhetjük a százasoknál vagy az egyeseknél is, és mindkét módon ugyanahhoz a helyes eredményhez jutunk.

Ha a százasokkal kezdjük, majd a tízesekkel és az egyesekkel folytatjuk, akkor ezt a szorzatot kapjuk. A halvány 0-kat nem szoktuk leírni, csak azt mondjuk, hogy a soron következő szorzatot egy hellyel jobbra toljuk.

```
 365·134
 36500     ← 365·100
 10950     ← 365·30
+ 1460     ← 365·4
 48910
```

Ha az egyesekkel kezdjük, majd a tízesekkel és a százasokkal folytatjuk, akkor ezt a szorzatot kapjuk. A halvány 0-kat nem szoktuk leírni, csak azt mondjuk, hogy a soron következő szorzatot egy hellyel balra toljuk.

```
   365·134
  1460     ← 365·4
 10950     ← 365·30
+36500     ← 365·100
 48910
```

Akármelyik sorrendben szorzunk, az üzbég asszony 134 év alatt 48 910 napot élt meg.

10. SZORZÁS, ÍRÁSBELI SZORZÁS

Játék

Játsszatok párokban! Szorítsátok mindkét kezeteket ökölbe! Számoljatok el háromig együtt, majd néhány ujjatok kinyitásával mutassatok egyszerre egy-egy 0 és 10 közé eső számot!
Az nyer, aki hamarabb mondja ki a két szám szorzatát.

Feladatok

1. A szorzótábla szorzatai (az egyjegyű számok szorzatai) közül gyűjtsd össze azokat, amelyek eredményében a tízesek helyén 5 áll!

2. Akad-e olyan szorzat, amelynek az egyik tényezője kétjegyű, és eredményében a tízesek helyén 5 áll?

3. *a)* Öt természetes szám szorzata 21. Hány azonos tényező van köztük?
b) Hét természetes szám szorzata 0. A legnagyobb közülük 1200. Mekkora a legkisebb?

4. *a)* Melyik számra gondolt Éva, ha 10-zel szorozva 20 000-et kapott?
b) Melyik számra gondolt Tamás, ha 100-zal szorozva 345 000-et kapott?
c) Melyik számra gondolt Jóska, ha 1000-rel szorozva 10 000-et kapott?

5. Számold ki fejben!
a) $100 \cdot 76$ *b)* $101 \cdot 76$ *c)* $99 \cdot 76$
d) $240 : 20$ *e)* $2500 : 50$ *f)* $2600 : 130$

6. Számítsd ki a szorzatokat a füzetedben!
a) $428 \cdot 473$ *b)* $359 \cdot 371$ *c)* $1024 \cdot 25$ *d)* $12 \cdot 123$ e) $708 \cdot 203$

7. A könyvtárban 34 könyvespolc van, és minden polcon 67 könyv található. Mennyi könyv van a könyvtárban?

8. Állítsd növekvő sorrendbe a szorzatokat!
$A = 3456 \cdot 62$ $B = 2369 \cdot 92$ $C = 7452 \cdot 29$ $D = 5423 \cdot 39$

9. Az autókereskedő 258 autót szeretne felújítani. Minden autóhoz 5 új gumit, 3 díszített visszapillantó tükröt és 7 darab reklámmatricát szereltet fel. Hány gumit, visszapillantó tükröt és reklámmatricát kell vásárolnia?

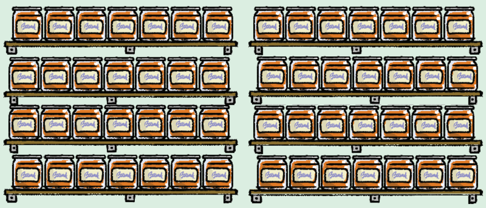
10. Egy ültetvényen minden sorba 349 virágot ültetnek, 14 sorba tulipánt és 13 sorba rózsát. Hány virágot ültettek összesen?

11. Egy raklapon 48 doboz és minden dobozban 64 tankönyv van. Hány tankönyv található a raktárban, ha 4 raklapnyit és még 6 doboznyit szállítottak a nyomdából?

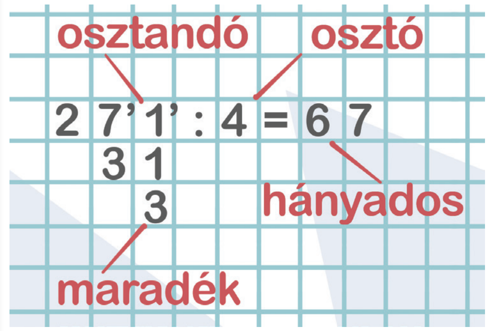
12. Mennyi az első 10 természetes szám szorzata?

11. OSZTÁS, ÍRÁSBELI OSZTÁS KÉTJEGYŰ OSZTÓVAL

Nagymama 56 üveg baracklekvárt főzött be télire. Gondosan bepakolta az üvegeket 8 polcra úgy, hogy minden polcra ugyanannyi üveg jusson.
Gyorsan ki is számolta fejben, hány üveg jut majd egy polcra: 56 : 8 = 7.



Az osztásban szereplő számokat így nevezzük:
osztandó, osztó, hányados, maradék.



1. példa

Peti a nyári ötnapos táborra 3750 Ft zsebpénzt kapott a szüleitől. Szeretné egyenletesen beosztani a pénzét, így minden napra ugyanannyi költőpénzt tesz félre.
a) Hány forint jut egy napra?
b) Éva néni szólt a tábor első napján, hogy aki szeretne elmenni a kalandparkba, az fizessen be a belépőjegyre 1200 Ft-ot. Peti el akart menni, így odaadta a jegy árát. Hány forintja marad így egy napra?

Megoldás

a) 3750 : 5 = 750 Ft jut egy napra.
b) 3750 – 1200 = 2550 Ft-ja marad az öt napra. 2550 : 5 = 510 Ft költőpénze marad egy napra.

Szofinak az osztásban részt vevő számok között a 0 volt a kedvence.
Különlegesnek találta, hogy a 0-t önmagán kívül bármivel el lehet osztani, és mindig 0 lesz az eredmény, de

a 42 : 0 nem értelmezhető, mert nincs olyan szám, amit 0-val szorozva 42-t kapunk.

0-val csak a 0-t lehetne osztani, de a 0 : 0 hányados nem egyértelmű, mert bármilyen számot szorzunk 0-val, a szorzat 0 lesz: $0 \cdot 12 = 0$; $0 \cdot 42 = 0$; $0 \cdot 1 = 0$; $0 \cdot 0 = 0$.

Vagyis a 0-val nem lehet osztani.

Ha egy nullára végződő egész számot 10-zel elosztunk, akkor a számjegyei egy hellyel jobbra lépnek, és a 0 elhagyható.

	tízezresek	ezresek	százasok	tízesek	egyesek
620 : 10			6	2	0
				6	2

Ha egy két nullára végződő egész számot 100-zal elosztunk, akkor a számjegyei két hellyel jobbra lépnek, és a 0-kat elhagyjuk.

	tízezresek	ezresek	százasok	tízesek	egyesek
	1	0	5	0	0
10 500 : 100			1	0	5

11. OSZTÁS, ÍRÁSBELI OSZTÁS KÉTJEGYŰ OSZTÓVAL

2. példa

Végezzük el az alábbi osztásokat!

a) 36 : 4 és 360 : 40 *b)* 48 : 6 és 480 : 60

Megoldás

a) 36 : 4 = 9
A 360 = 36 tízes, a 40 = 4 tízes. Így elegendő kiszámolni a 36 : 4 = 9-et, ezért a 36 tízes : 4 tízes = 9, azaz 360 : 40 = 9.
Ellenőrizzük az eredményt szorzással: 9 · 40 = 360.

b) 48 : 6 = 8
Ugyanilyen módon végiggondolva 480 : 60 = 8. Ellenőrzés: 8 · 60 = 480.

3. példa

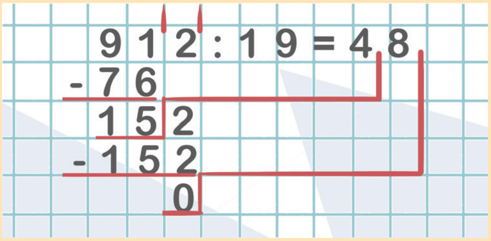
Osszuk el a 912-t 19-cel!

Megoldás

Az osztás elvégzése előtt végezzünk becslést. A jó becsléssel megtudhatjuk, hány számjegyű lesz a hányados.
A becslés során az osztandót kerekítsük százasokra, az osztót tízesekre:
osztandó kerekítése: 912 ≈ 900 osztó kerekítése: 19 ≈ 20

Becsléskor ezekkel a kerekített értékekkel számolunk: 900 : 20, ami az első példa alapján 90 : 2 = 45. A hányados becsült értéke 45.

Végezzük el az osztást!



Az osztandóban induljunk a legnagyobb helyi értéktől. Ha kétjegyű számmal osztunk, akkor az osztandóból legalább a két legnagyobb helyi értéken lévő kétjegyű számot kell leválasztanunk, ez a **91 darab tízes**. Ezt az osztásnál felső vonással jelöljük.

Megkeressük azt a legnagyobb egész számot, amellyel megszorozva a 19-et 91-nél kevesebbet vagy 91-et kapunk.

Most is segítségünkre lehet a kerekítés, mert 90 : 20 eredménye 5-nél kevesebb.
Ez most 4, mert 4 · 19 = 76, 5 · 19 = 95 > 91.
Leírjuk helyi értéknek megfelelően a visszaszorzást, majd kivonjuk a 91-ből. A különbség 15, ami most 15 tízest jelent.

Ezután a következő (egyes) helyi értéken lévő számot hozzáírjuk a 15-höz, így **152**-t kapunk. Megkeressük azt a legnagyobb számot, amellyel megszorozva a 19-et, 152-nél nem nagyobb számot kapunk. Ez most a 8, mert 8 · 19 = 152.
Ismételten elvégezve a kivonást, a maradék 0 lesz.

912 : 19 = 48. A kapott eredmény közel van a becsült értékhez.

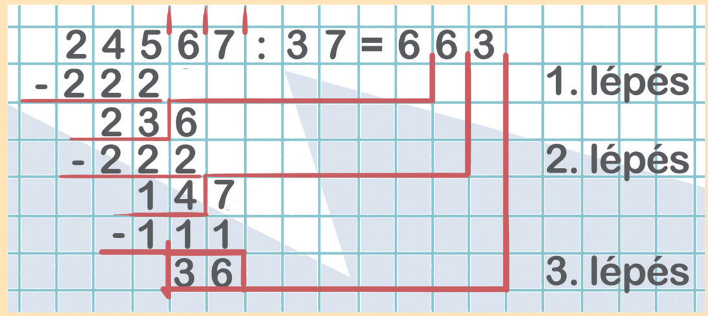
Ellenőrizzük a kapott eredményt szorzással: 48 · 19 = 912.

4. példa

Osszuk el a 24 567-et 37-tel!

Megoldás

Kezdjük most is becsléssel!
Az osztandót kerekítsük ezresekre, az osztót tízesekre.
24 567 ≈ 25 000   37 ≈ 40
25 000 = 2500 tízes,   40 = 4 tízes, ezért a 2500 : 4 osztást kell elvégeznünk a becsléshez. 2500 : 4 = 625 a becslésünk.



Az osztandóból a legnagyobb helyi értéktől kezdve leválasztunk egy olyan számot, amely a leválasztási lehetőségek közül először nagyobb az osztónál. A 2(4567) és a 24(567) még kevés, a 245(67) már elég. Mivel a 24 < 37, ezért a 245 : 37 egy egyjegyű szám lesz.

1. lépés: Megkeressük azt a legnagyobb egyjegyű számot, amelyet az osztóval szorozva legfeljebb 245-öt kapunk. 7-szer 37 az már 210 + 49 = 259 > 245, 6-szor 37 az 180 + 42 =222 < 245, tehát a 6-ot kell választanunk. Leírjuk a hányados első jegyét, a 6-ost, majd visszaszorzunk vele, 37 · 6 = 222, és a 222-t helyi érték szerint leírjuk a kijelölt 245 alá. A kivonást elvégezve marad 23.

2. lépés: A maradék 23 mögé leírjuk az osztandó következő számjegyét. Ez most a 6, amit a 23 mögé írva a 236 számot kapjuk. Most a 236-ot osztjuk el 37-tel. A hányados most is 6 lesz, mert 6 · 37 = 222. A 6-ot leírjuk a hányados következő helyére, a 222-t pedig helyi érték szerint leírjuk a 236 alá és kivonjuk, marad a 14.

3. lépés: A 14 mögé leírjuk az osztandó utolsó számjegyét, a 7-et. A hányados 3 lesz, amit leírunk és visszaszorzunk vele. 37 · 3 = 111. 147 – 111 = 36.
A hányados 663, a maradék pedig 36 lett.

A kapott eredményünk összhangban van a becsült értékkel.

Ellenőrizzünk!
663 · 37 = 24 531
24 531 + 36 = 24 567, az eredményünk jó.

Játék

Üljetek körbe! Válasszatok ki egy számjegyet, amelyet nem szabad kimondani. Ha valaki mégis kimondja, kiesik a játékból. Mondjatok műveleteket úgy, hogy a végeredményben szerepel a tiltott számjegy. A választ adónak nem szabad kimondania a tiltott számot, hanem körül kell írnia. Például, ha a tiltott szám a 3, és valaki azt mondja, 4 · 8, akkor nem vághatja rá a soron következő, hogy 32, mert akkor kiesik. De mondhatja például, hogy 40-nél 8-cal kisebb vagy 22-nél 10-zel nagyobb. Ha jót mondott, ő adhatja fel a következő feladatot.

11. OSZTÁS, ÍRÁSBELI OSZTÁS KÉTJEGYŰ OSZTÓVAL

Feladatok

1. Figyeld meg, hogyan változik a hányados, ha az osztandót a 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére változtatjuk! Végezd el az osztásokat!

a) 56 : 8   560 : 8   5600 : 8   56 000 : 8   *b)* 48 : 4   480 : 4   4800 : 4   48 000 : 4

2. Figyeld meg, hogyan változik a hányados, ha az osztót a 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére változtatjuk! Végezd el az osztásokat!

a) 42 000 : 3   42 000 : 30   42 000 : 300   42 000 : 3000

b) 7 800 000 : 6   7 800 000 : 60   7 800 000 : 600   7 800 000 : 6000

3. Figyeld meg, hogyan változik a hányados, ha az osztandót és az osztót is a 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére változtatjuk! Végezd el az osztásokat!

a) 45 : 5   450 : 50   4500 : 500   45 000 : 5000

b) 6300 : 7   63 000 : 70   630 000 : 700   6 300 000 : 7000

4. Végezd el a következő osztásokat, majd válaszolj a kérdésekre!

a) 6 : 7   12 : 23   14 : 25   35 : 56   26 : 49.
Mekkora a hányados, és mekkora a maradék, ha az osztandó kisebb, mint az osztó?

b) 34 : 34   2 : 2   13 : 13   16 : 16   123 : 123
Mekkora a hányados, és mekkora a maradék, ha az osztandó egyenlő az osztóval?

5. Becsüld meg a hányadosokat, végezd el az alábbi osztásokat a megadott sorrendben, és a táblázatból keresd ki a helyes végeredményt! Ha a számokhoz tartozó betűket a feladatok sorrendjében összeolvasod, egy értelmes szót kapsz. Nézz utána az interneten a szó jelentésének!

2068 : 4   3980 : 5   1771 : 7   5913 : 9   1683 : 11   2808 : 12   3534 : 19   3634 : 23

A 158	É 196	K 796	G 234	M 163	Ny 246	L 657	P 507
O 253	R 524	Ó 153	E 686	Ö 517	U 667	I 186	V 696

6. Az „Építsd meg online álmaid birodalmát!” alkalmazás minden hónapban 6 óra 20 percnyi ingyenes, reklámmentes játéklehetőséget biztosít az oldalra regisztráló családoknak. A négy testvér, Tamás, Gábor, András és Zoli a veszekedés elkerülése érdekében elhatározták, hogy mind a négyen ugyanannyi időt játszanak majd ezzel az alkalmazással.

a) Hány perc játékideje van egy-egy gyereknek havonta?

b) Hány gyerek van abban a családban, ahol a fenti játékidőből havi 76 perc jut mindenkinek?

c) Egy online matematikaórán közösen regisztrált ebbe az alkalmazásba a 19 fős ötödikes csoport. Hány percig tudtak a programmal játszani?

7. Az öreg juhász, mivel már nagyon idős volt, három fiára bízta 840 bárányának gondozását.

a) El tudják-e osztani a bárányokat egyenlően egymás között?

b) Ugyanolyan igazságosan tudnak-e osztozkodni, ha két unokatestvérüket is bevonják az osztozkodásba?

c) El lehetne-e osztani az állatokat egyenlően, ha még két másod-unokatestvérnek is adnának a nyájból egy-egy részt?

OSZTÁS, ÍRÁSBELI OSZTÁS KÉTJEGYŰ OSZTÓVAL 11.

8. Oldd meg az alábbi feladatokat! Az osztás elvégzése előtt végezz becslést!

a) 552 : 23	*b)* 2346 : 19	*c)* 791 : 17	*d)* 2166 : 25
e) 4914 : 21	*f)* 33 333 : 14	*g)* 832 : 11	*h)* 7429 : 23
i) 4921 : 21	*j)* 33 319 : 14	*k)* 840 : 11	*l)* 7429 : 19

Ellenőrizd szorzással azokat az osztásokat, ahol nem volt maradék!

9. A tejcsokoládékat csomagoló üzemben 16 órán keresztül dolgozik az egyik csomagológép. Összesen 17 280 csokoládét csomagol be egy nap alatt.

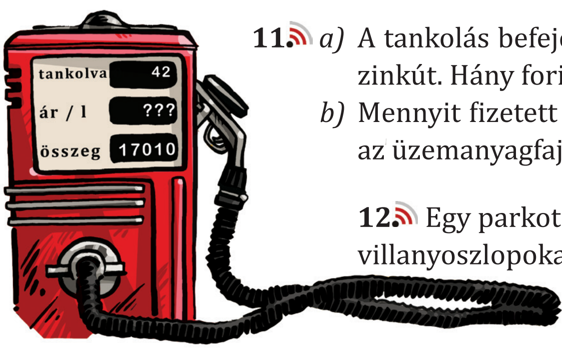
a) Hány csokoládét csomagol be óránként?

b) Hány csokoládéval csomagol be kevesebbet ugyanebből a mennyiségből óránként az a gép, amely kicsit lassabban dolgozik ugyan, de napi 24 órában működik?

10. Az 5. b osztály színházba megy Pestre. Az 54 400 Ft-os buszköltséget egyenlően akarják szétosztani az osztály 34 tanulója között.

a) Mennyit fizessenek fejenként?

b) Hány forinttal lesz több az egy főre jutó költség, ha az osztályból két tanuló biztosan nem tud aznap színházba menni?



11. *a)* A tankolás befejezésénél az ábrán látható értékeket mutatja a benzinkút. Hány forintba került 1 liter üzemanyag ekkor?

b) Mennyit fizetett a következő autós, ha 35 litert tankolt ugyanebből az üzemanyagfajtából?

12. Egy parkot körülvevő 2400 méteres sétányon 16 méterenként villanyoszlopokat állítottak, a tisztaság megőrzése érdekében pedig 150 méterenként kukákat raktak ki. Hány villanyoszlopra és hány kukára volt szükség?

13. Varázslóországban nem forint a pénzegység, hanem a talmi. A varázslótanonc bevásárolt, de sajnos a bűbájszámlán elmosódtak a számok. Így Csiri bá, a gondnok nem fogja kifizetni a számlát. Segíts neki kiszámolni a hiányzó adatokat!

A termék neve	Egységár	Darabszám	Összár
varangysóhaj	23 talmi/üveg		966 talmi
lódarázsszőr	67 talmi/tasak		3551 talmi
kacajpor	talmi/kapszula	47	5875 talmi
álompótló	talmi/darab	241	8917 talmi
mágiarakás	talmi/rakás	72	1224 talmi
macskabajusz	31 talmi/szál		1023 talmi

14. Egy telefontársaság a legújabb reklámjában meghirdette a „Vigyázz nagymamára, nagypapára!" akciót. Ennek keretében október 15-én a nagyszülőknek vásárolt mobiltelefon-készülékekhez kedvezményes áron hozzájuthatunk. Rengeteg vásárló élt a lehetőséggel, így a cég a nyitást követő első órában 97 darab telefont adott el.

a) Mennyibe kerül egy készülék, ha a bevétel az első órában 1 260 030 Ft volt?

b) Ezen a napon a bolti nyitvatartás utolsó órájában, a különleges akció keretében 11 000 Ft-ért juthattak telefonhoz a vásárlók. Hányan vásároltak ekkor, ha a bevétel 693 000 Ft lett?

12. MŰVELETEK TULAJDONSÁGAI, MŰVELETI SORREND, ZÁRÓJELEK

1. példa

Szofi álmában Kalandföld határához ért, de a kapu kijelzője azt villogta: BELÉPŐKÓD: 24 · 25. Melyik számmal juthatott be Kalandföldre?

Megoldás

Szofi az egyik tényezőt elosztotta, a másikat pedig megszorozta 4-gyel.

$$\begin{array}{ccc} 24 & \cdot & 25 = \\ \downarrow :4 & & \downarrow \cdot 4 \\ 6 & \cdot & 100 = 600 \end{array}$$

A 6-ot és a 100-at már könnyedén összeszorozta: 6 · 100 = 600.

A szorzat értéke nem változik, ha az egyik tényezőt egy 0-tól különböző számmal szorozzuk, a másik tényezőt pedig ugyanazzal a számmal osztjuk.

2. példa

Kalandföld elhagyásához is meg kellett adni a kódot. KILÉPŐKÓD: 23 400 : 50, villogott a felirat. Hogyan számolhatta ki Szofi kényelmesen a hányados értékét?

Megoldás

Szofi ugyanazzal a számmal, a 2-vel megszorozta az osztandót és az osztót is. 100-zal pedig könnyű osztani. Kihúzta a 46 800 végéről a két 0-t. A kód pedig valóban 468 volt, így a kapu kinyílt.

$$\begin{array}{ccc} 23\,400 & : & 50 = \\ \downarrow \cdot 2 & & \downarrow \cdot 2 \\ 46\,800 & : & 100 = 468 \end{array}$$

A hányados értéke nem változik, ha az osztandót és az osztót ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk vagy osztjuk.

PÁROS MUNKA

Végezzétek el az alábbi műveleteket!
A pár egyik tagja az első oszlopban, a másik tagja a második oszlopban leírt műveleteket másolja le a füzetébe, majd számolja ki az eredményt!
Ha elkészültetek, hasonlítsátok össze soronként az eredményeket! Beszéljétek meg, hogy az eredmények melyik sor esetén különböznek, és fogalmazzátok meg, miért!
Milyen műveletek esetén hagyhatók el a zárójelek?

(43 + 125) + 75	43 + (125 + 75)
(7 · 4) · 5	7 · (4 · 5)
272 – (64 – 22)	(272 – 64) – 22
(720 : 12) : 6	720 : (12 : 6)
14 · 5 + 7	14 · (5 + 7)
(21 + 42) : 7	21 + (42 : 7)

A természetes számokkal végzett műveletek során megfigyelhetünk olyan műveleti tulajdonságokat, amelyek a műveletek elvégzésének sorrendjét szabályozzák. Nézzük át, hogyan változtatja meg a műveletsor eredményét a zárójelek áthelyezése vagy elhagyása!

I. Összeadás

Az összeadandók felcserélhetők. $16 + 34 = 34 + 16$

Az összeadandók tetszőlegesen csoportosíthatók, és ebben az esetben a zárójel elhagyható.

$(42 + 54) + 46 = 96 + 46 = 142$

$42 + (54 + 46) = 42 + 100 = 142$

$42 + 54 + 46 = 142$

$(42 + 54) + 46 = 42 + (54 + 46) = 42 + 54 + 46$

II. Szorzás

A szorzótényezők felcserélhetők. $6 \cdot 8 = 8 \cdot 6$

A szorzótényezők tetszőlegesen csoportosíthatók, és ebben az esetben is elhagyható a zárójel.

$(4 \cdot 6) \cdot 5 = 24 \cdot 5 = 120$

$4 \cdot (6 \cdot 5) = 4 \cdot 30 = 120$

$4 \cdot 6 \cdot 5 = 120$

$(4 \cdot 6) \cdot 5 = 4 \cdot (6 \cdot 5) = 4 \cdot 6 \cdot 5$

III. Kivonás

A kisebbítendő és a kivonandó nem cserélhető fel, mert $20 - 17 \neq 17 - 20$.
A kivonásban szereplő számok nem csoportosíthatók tetszőlegesen.

$150 - 40 - 30 = 80$

$(150 - 40) - 30 = 110 - 30 = 80$

$150 - (40 - 30) = 150 - 10 = 140$

$(150 - 40) - 30 \neq 150 - (40 - 30)$

IV. Osztás

Az osztandó és az osztó nem cserélhető fel. $120 : 4 \neq 4 : 120$

Az osztásban szereplő számok nem csoportosíthatók tetszőlegesen.

$108 : 12 : 3 = 9 : 3 = 3$

$(108 : 12) : 3 = 9 : 3 = 3$

$108 : (12 : 3) = 108 : 4 = 27$

$(108 : 12) : 3 \neq 108 : (12 : 3)$

3. példa

Helén és Mátyás 5 napig segített nyáron a családi gazdaságban, de a két dolgos segítő nem ugyanannyi munkát végzett el. Ezért Helén, aki idősebb volt, 6000, Mátyás pedig 5000 Ft-ot kapott Zsiga bácsitól az öt napra.

a) Hány forintot kapott Helén, illetve Matyi egy napra?

b) Hány forintot fizetett a két segítőnek Zsiga bácsi egy napra összesen?

c) Hány forinttal kapott többet Helén, mint Mátyás egy-egy napra?

12. MŰVELETEK TULAJDONSÁGAI, MŰVELETI SORREND, ZÁRÓJELEK

Megoldás

a) Helén 6000 : 5 = 1200 forintot, Matyi 5000 : 5 = 1000 forintot kapott egy-egy napra.
b) Összesen 1200 + 1000 = 2200 forintot kapott a két gyerek egy-egy napra.
Ez ugyanannyi, mintha a 6000 + 5000 = 11 000 forintot osztanánk 5-tel,
6000 : 5 + 5000 : 5 = (6000 + 5000) : 5 = 2200
c) Az előzőhöz hasonlóan,
6000 : 5 – 5000 : 5 = (6000 – 5000) : 5 = 200 forinttal kapott többet Helén.

Ha egy műveletsorban összeadás vagy kivonás mellett szorzás vagy osztás is szerepel, akkor először a szorzás vagy az osztás műveleteket végezzük el.

$\underbrace{148 + \underbrace{6 \cdot 8}_{\text{I.}}}_{\text{II.}} = 148 + 48 = 196$

$\underbrace{656 - \underbrace{140 : 4}_{\text{I.}}}_{\text{II.}} = 656 - 35 = 621$

Zárójelet akkor használunk, ha a műveletek sorrendjét meg akarjuk határozni. Először mindig a zárójelben lévő műveleteket végezzük el.

$\underbrace{\underbrace{(148 + 6)}_{\text{I.}} \cdot 8}_{\text{II.}} = 154 \cdot 8 = 1232$

$\underbrace{\underbrace{(656 - 140)}_{\text{I.}} : 4}_{\text{II.}} = 516 : 4 = 129$

Ha egy műveletsorban szerepel összeadás, kivonás, szorzás és osztás is, akkor először balról jobbra haladva a szorzásokat és az osztásokat kell elvégezni, majd ismét balról jobbra haladva az összeadásokat és a kivonásokat.

35 + 72 : 9 · 8 – 12 = 35 + (72 : 9) · 8 – 12 = 35 + 8 · 8 – 12 = 35 + 64 – 12 = 87

Feladatok

1. Számold ki a műveletek eredményét fejben!
a) 5 + 7 · 8 *b)* 6 · 5 – 3 · 8 *c)* 8 : 2 + 7 · 9.
d) 16 : 8 : 2 *e)* 32 : 4 + 25 · 4 *f)* 30 : 5 · 3 : 9

2. Keresd az egyenlőket!
A: 12 + 37 · 12 B: 19 · 18 + 18 · 19 C: 1012 · 23 – 112 · 23 D: 900 · 23
E: 47 · 98 – 47 · 31 F: 36 · 19 G: 47 · 67 H: 38 · 12

3. Számold ki!
a) 16 · 23 + 84 · 23 *b)* 37 · 17 – 17 · 17 c) 132 · 19 – 32 · 19

4. Végezd el a műveleteket!
a) 8 + 4 · 9 – 15 : 3 *b)* 24 : 6 + 15 · 4 – 7 · 8 *c)* 19 · 7 + 18 : 3 · 21
d) 254 – (56 + 42 : 7) *e)* 35 : 7 · 25 – (14 · 9 – 48 : 3) + 22 · 5
f) 210 : (29 · 3 – 132 : 2) + 15 · 6

5. Számolj fejben! Milyen sorrendben végeznéd el a műveleteket?

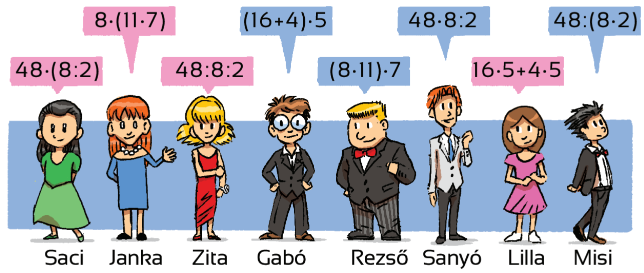
a) $40 + 41 + 42 + 43 + 44$ *b)* $47 + 41 + 53 + 49$

c) $23 \cdot 14 - 3 \cdot 14$ *d)* $19 \cdot 81 + 81 \cdot 19$

6. Kezdődjön a tánc!

a) Párosítsd a gyerekeket az eredményeik szerint! Írd a párok nevét a füzetedbe!

b) Meg tudod keresni a párokat anélkül is, hogy kiszámolnád az eredményeket?



7. *a)* Minden betű egy számjegyet jelöl. Melyik háromjegyű számot jelöli a TÉR, ha a számjegyeiről tudod, hogy

$É : R = É$ $É \cdot T = 12$ $T : É = 3 \cdot R$

b) Minden betű egy számjegyet jelöl. Melyik négyjegyű számot jelöli a SAJT, ha a számjegyeiről tudod, hogy

$S = J + T$ $A = 2 \cdot S$ $A = S \cdot T$ $T : J = 2$

8. Helyezz el a műveletsorokban zárójeleket úgy, hogy megkapd a mellettük felsorolt összes végeredményt! Írd a megoldásokat a füzetedbe!

a) $9 + 9 : 9 + 9 \cdot 9$ 83 91 99 171

b) $72 - 6 \cdot 8 + 10 : 2$ 17 29 533 594

c) Találtál-e olyan zárójelezést, amelynek az eredménye nem szerepel a felsorolt számok között?

9. Sárkánymama tanácstalanul ácsorog a sapkabolt előtt, és épp azon gondolkozik, hány darab sapkát vegyen a családnak télire. Sárkánypapának és a 4 serdülő sárkányfiúnak 14-14 feje van. Neki és a 3 sárkánylánynak csak 7-7. És ott van még a kis Süsü is, a mindig vidám egyfejű. Hány sapkát vásároljon összesen?

10. Egy szupermarketben cukrot szállítanak ki a polcokhoz. A fehér cukorból 24 db, a barna cukorból 36 db van összecsomagolva egy-egy dobozba. Hány darabot kell a polcfeltöltőnek kitennie a polcokra, ha mindkét fajtából 20 dobozt visznek ki?
Írd fel kétféle műveletsorral, és számítsd ki az eredményt!

11. A „Tekerj velünk!" biciklikölcsönzőben 180 gyerekbicikli van összesen, ennek a negyede háromkerekű, a többi kétkerekű. Benedek, a kölcsönző tulajdonosa minden kerékre szeretne egy-egy prizmát szerelni. Hány darabot vegyen összesen?

12. Egy lekvár üvegének tömege 20 dkg, a benne lévő lekváré 45 dkg. Egy polcra 16 darabot szeretnénk feltenni. A polc vékony, legfeljebb 10 kg-ot bír ki. Rátehetjük a 16 üveg lekvárt? Ha igen, akkor még hány üveg lekvárt lehetne rátenni, ha nem, akkor legfeljebb hány darabot bírna el?

13. Számítsd ki a műveletsorok eredményét!

a) $(312 : 13 + 19 \cdot 4) : (24 - 2 \cdot 7)$ *b)* $(958 - (51 \cdot 17 + 91)) : 29$

c) $(2853 + 588 : 4) : (8 \cdot 15 - 15 \cdot 7)$ *d)* $(48531 - (7500 + 31)) : 41$

13. NEGATÍV SZÁMOK

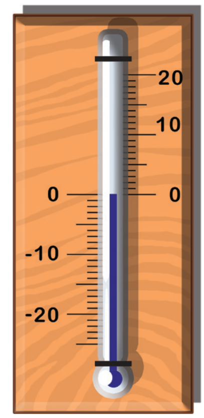
Kínában már az időszámításunk kezdete táján használták a negatív számokat, de Európában elég sokat kellett várni ezeknek a számoknak a megjelenésére. Az 1500-as években már Itáliában is számoltak negatív számokkal, de még sokáig nem terjedt el a használatuk. Te már 4. osztályban is találkozhattál negatív számokkal, például amikor hőmérőről kellett adatokat leolvasnod.

Ha időjárás-előrejelzést nézünk az interneten, téli hónapokban olyan képeket láthatunk, mint a bal oldali ábrán.

Telefonunk kijelzőjén is megnézhetjük a környezetünk hőmérsékletét. Nyáron gyakran látunk 30 fok feletti értéket, de télen, a reggeli órákban, −7 °C is lehet a kijelzőn.

A 0 °C jelöli azt a hőmérsékletet, amelyen a víz megfagy. Ha ennél hidegebb van, akkor negatív hőmérsékleti értéket mutatnak a hőmérők, ha 0 °C-nál melegebb van, akkor pozitív értéket.

A −7 °C hét fokkal hidegebb a 0 °C-nál.



KUTATÓMUNKA

Nézz utána, mennyi volt a Földön mért leghidegebb hőmérséklet! Hol mérték ezt a hideget?

1. példa

Vannak olyan parkolóházak, amelyekben a föld alatt is vannak parkolószintek. Az egyes szintek között lifttel lehet közlekedni.
Mit jelent a liftben lévő táblán a −2 szint jelölés?

Megoldás

Általában a földszintet jelölik a 0-val. A föld felszíne alatt, a felszínhez legközelebb van a −1. szint, eggyel alatta a −2. szint és így tovább, lefelé következik a −3. szint, ...

2. példa

Egy hőlégballon a domb tetejéről indul sétaútjára, és itt állítják 0-ra a magasságmérőt. Először 100 métert emelkedik, majd 125 métert süllyed. Mit mutat ekkor a magasságmérő?

Megoldás

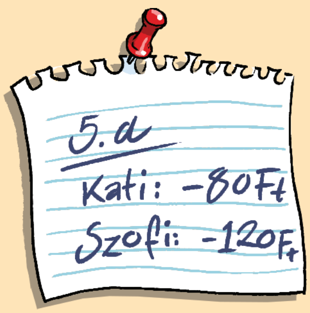
A domb tetejétől számítva 25 méterrel alacsonyabban lesz a legkisebb magasságban. Ezt úgy is mondhatjuk, hogy a hőlégballon a kiindulási ponthoz képest 25 méterrel lesz alacsonyabban. A magasságmérő műszer ilyenkor −25 métert mutat.

3. példa

Az iskolai büfében Kati és Szofi egy müzlit és egy gyümölcsjoghurtot szerettek volna vásárolni. A pénztárcájuk az osztályteremben maradt. A büfés nagyon megértő volt, hitelbe odaadta Katinak és Szofinak, amit kértek, de feljegyezte a tartozásukat. Kati 80 Ft-ért, Szofi 120 Ft-ért vásárolt. Mit írt a büfés a papírjára?

Megoldás

A büfés a tartozást így írta fel:



Ma már számtalan helyen használjuk a negatív számokat. Egy-két hét múlva te is el tudod majd végezni az alapműveleteket a negatív számokkal.

A nullát és a pozitív egész számokat természetes számoknak nevezzük.

A negatív egész számok, a nulla és a pozitív egész számok adják összefoglaló néven az egész számokat.

Az egész számokat számegyenesen is ábrázolhatjuk.

A nulla különleges szám.
Nem pozitív és nem is negatív.

negatív egész számok   nulla   pozitív egész számok

−10 −9 −8 −7 −6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

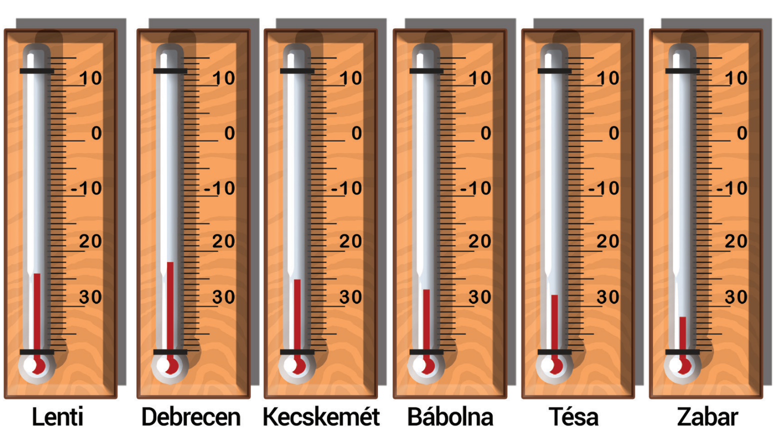
Feladatok

1. Januárban az ábrán látható hőmérsékleti rekordok születtek.

a) Hol mérték januárban a legalacsonyabb hőmérsékletet?

b) Hol mértek −26 °C-nál magasabb hőmérsékletet?

c) Állítsd csökkenő sorrendbe a településeket a mért hőmérsékletük szerint!



13. NEGATÍV SZÁMOK

2. A bankok meg szokták engedni, hogy egyes ügyfelek több pénzt költsenek, mint amennyi a számlájukon van. Ezt úgy mondjuk, hogy egy hitelkeretet nyitnak a számlán. Ha Szmisz már 6 millió fabatkával többet költött, mint amennyi a számláján volt, akkor azt a bank így könyveli: −6 000 000. A képeken Nekeresdfalva öt legnagyobb adósát és banki egyenlegüket látjátok.

a) Ki tartozik a legtöbb fabatkával?
b) Kinek van a legkevesebb tartozása?
c) Kinek van több tartozása, mint Szmisznek?

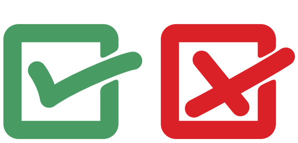
3. Ábrázold számegyenesen, majd állítsd növekvő sorrendbe az alábbi számokat!
a) 0, 5, −2, −4, 3, −7, −9
b) 10, −10, 0, −30, 40, −20, −50
c) −200, −500, 0, 100, −700, 300, −900

4. Biztosan hallottál már róla, hogy a történészek Jézus születésének dátumához igazítják az időszámítás kezdetét. Azt az eseményt, amely a születése előtt történt, így jelöljük: Kr. e. Rómát például a monda szerint Kr. e. 753-ban alapították. Az első olümpiai játékok Kr. e. 776-ban voltak. A marathóni csata Kr. e. 490-ben volt.
a) Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest, egy négyzetrács 100 évet jelentsen!
b) Ábrázold a számegyenesen a nullát és a fenti évszámokat!
c) Kr. e. 585-ben sötétbe borult az ég, és eltűnt a nap. Az ókoriak azt hitték, hogy megharagudtak rájuk az istenek. Ma már ismerjük a magyarázatát, napfogyatkozás volt. Ábrázold a számegyenesen ezt a dátumot is! Nézz utána, mikor volt Magyarországon a legutóbbi teljes napfogyatkozás! Ábrázold ezt a dátumot is a számegyenesen!

5. Herbert Nitsch (kiejtve: Herbert Nics) tartja a szabadtüdős merülés világcsúcsát, több mint 9 percig tudja visszatartani a levegővételt (2020. májusi adat). Már gyerekkorában is 41 méter mélyre merült, amivel megnyerte az első versenyét. Azóta rengeteget gyakorolt, és a súly nélküli merülésben 114 méter mélyre ereszkedett, így ezzel ebben a számban ő a világcsúcstartó. Egy másik versenyszámban, amikor súlyt erősíthet magára, hogy gyorsan mélyebbre merüljön, 214 méter mélyre jutott, így itt is ő a világcsúcstartó. Ábrázold egy függőleges számegyenesen Nitsch elért eredményeit! Jelöld a számegyenesen 0-val a tengerszint magasságát!

6. Rajzolj egy számegyenest a füzetedbe! Jelöld be a számegyenesen
a) a 2-nél nagyobb egész számokat!
b) a 4-nél kisebb egész számokat!
c) a −6-nál nagyobb egész számokat!
d) a −6-nál kisebb egész számokat!
e) a −4-nél nagyobb, de 7-nél nem nagyobb egész számokat!
f) a 10-nél nem nagyobb és −4-nél nem kisebb egész számokat!

7. Igazak vagy hamisak az alábbi állítások?
a) Minden pozitív szám nagyobb bármelyik negatív számnál.
b) Minden negatív szám kisebb a nullánál.
c) A nulla nagyobb, mint bármely pozitív szám.
d) A nulla nagyobb bármely negatív számnál.
e) Egy pozitív és egy negatív szám közül a negatív biztosan kisebb.
f) $3 < -4$ *g)* $-5 < -3$ *h)* $-20 > -10$



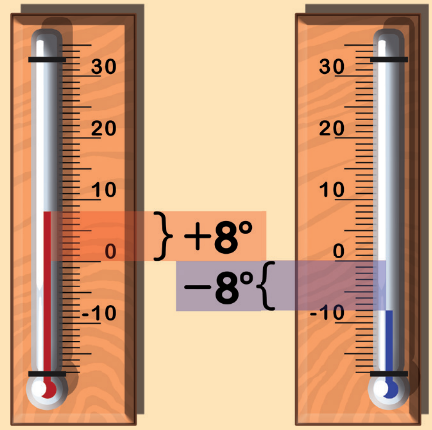
A SZÁMOK ELLENTETTJE ÉS ABSZOLÚT ÉRTÉKE 14.

1. példa

„A hőmérséklet ma reggel 8 fokkal tér el a 0-tól” – mondta egyik reggel a meteorológus a rádióban. Hány fok lehetett aznap reggel?

Megoldás

Felrajzoltunk egy hőmérőt, és bejelöltük rajta a −8 °C-os és a 8 °C-os hőmérsékletet. Mindkét érték lehetséges, de nem mindegy, hogy csikorgó fagyban vagy langyos reggelen kell iskolába indulnunk.

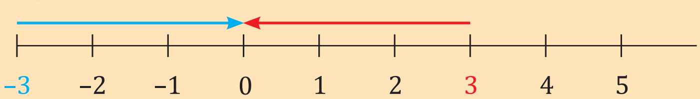


2. példa

Egy bevásárlóközpontban a háromszintes parkolót a föld alatt építették meg, ezért a liftben a képen látható gombok vannak. Hol lehetünk most, ha 3 emeletet kell haladnunk, hogy kimehessünk a földszinten lévő kijáraton? Ábrázoljuk az emeleteket és a helyzetünket számegyenesen is!

Megoldás

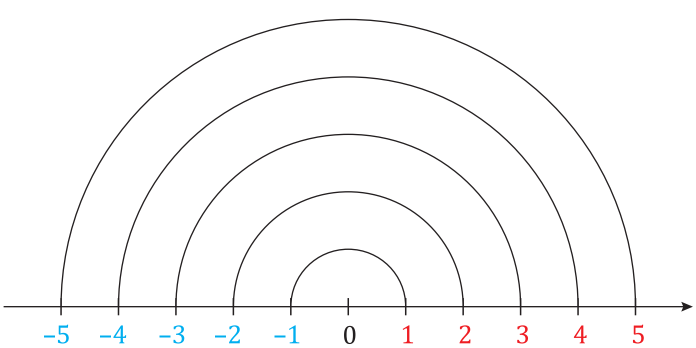
Vagy a –3-dik szinten vagyunk a parkolóban, vagy a 3. emeleten.



Ha a 0-tól indulva 5-öt balra vagy 5-öt jobbra lépünk a számegyenesen, akkor ugyanolyan távol leszünk a kiindulási ponttól: vagy a (–5)-ben, vagy a (+5)-ben leszünk. Ezt a két számot egymás **ellentettjének** is nevezik, azaz (–5) ellentettje (+5), illetve (+5) ellentettje (–5). A pozitív számok előtt álló + jeleket nem szoktuk kiírni. Akár balra, akár jobbra léptünk, mindenképpen 5 egységet haladtunk.

Egy szám 0-tól való távolságát a számegyenesen a szám abszolút értékének hívjuk.

Egy szám abszolút értékének jele a **| |**, azaz **|+5| = 5** és **|–5| = 5**. A 0 abszolút értéke is 0, azaz **|0| = 0**.



3. példa

Adjuk meg a −9, a 78 és a 0 ellentettjét és abszolút értékét!

Megoldás

A szám	−9	78	0
Ellentett	9	−78	0
Abszolút érték	9	78	0

14. A SZÁMOK ELLENTETTJE ÉS ABSZOLÚT ÉRTÉKE

4. példa

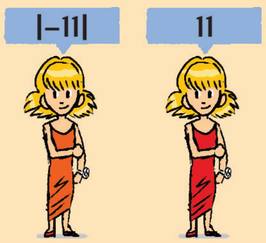
Hol lehet a számegyesen az a szám, amelynek az abszolút értéke 13?

Megoldás

Két megoldás van, a -13 és a 13. $|-13| = |13| = 13$

5. példa

a) Melyik szám abszolút értéke 11?
b) Melyik szám abszolút értéke 0?
c) Melyik szám abszolút értéke -42?



Megoldás

a) Két megoldás van, a -11 és a 11. $|-11| = |11| = 11$
b) Egyetlen szám, a 0 abszolút értéke 0. $|0| = 0$
c) Nincs ilyen szám. Az abszolút érték egy távolságot jelent, ezért nem lehet negatív szám.

Feladatok

1. Ábrázold számegyenesen a 2; -5; 3 számokat és ellentettjüket!

2. Írd le a füzetedbe a felsorolt számok ellentettjét és abszolút értékét: 3; -5; -32; 0; 71; -1119!

3. *a)* Melyik szám ellentettje 7? *b)* Melyik szám ellentettjének az ellentettje 7?
c) Melyik szám ellentettje ellentettjének az ellentettje 7?

4. *a)* Adj meg olyan számot, amelyiknek az abszolút értéke 19!
b) Adj meg olyan számot, amelyiknek az abszolút értéke -19!

5. Állapítsd meg a következő kifejezések értékét! Írd le a füzetedbe!
a) $|100|$ *b)* $|-200|$ *c)* $|0|$ *d)* $|-11|$ *e)* $|-2|$

6. Ábrázold számegyenesen azokat az egész számokat, amelyek
a) kisebbek, mint 3; *b)* ellentettje kisebb, mint 3;
c) nagyobbak, mint -5; *d)* ellentettje nagyobb, mint -5;
e) abszolút értéke kisebb, mint 6; *f)* abszolút értéke nagyobb, mint 6!

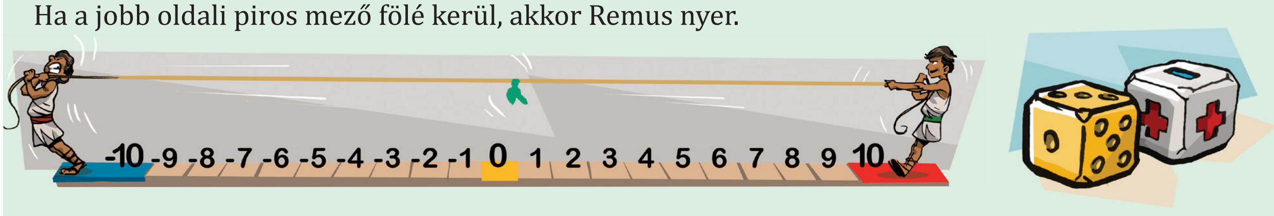
7. Melyek azok az egész számok, amelyeknek az ellentettje
a) 7; *b)* legalább 7; *c)* legfeljebb 7?

8. Két egész szám abszolút értékének az összege 5. Sorold fel az összes lehetőséget!

EGÉSZ SZÁMOK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA 15.

Romulus és Remus „kötélhúzóst” játszanak. A bábu, amely kezdéskor a 0 felett van, a kötél közepét jelzi. A kötéllel való elmozdulást dobókockákkal döntik el. Az egyik egy szabályos dobókocka, a másiknak 3 oldalán „–” jel, 3 oldalán „+” jel található. A fiúk felváltva dobnak a két kockával. Az egyik kocka a lépésszámot mutatja, a másik a lépés irányát. „–” jel esetén balra lépnek, „+” jel esetén jobbra lépnek a dobott számnak megfelelően. (Rajzolhatsz vagy ragaszthatsz jeleket a dobókockára.)

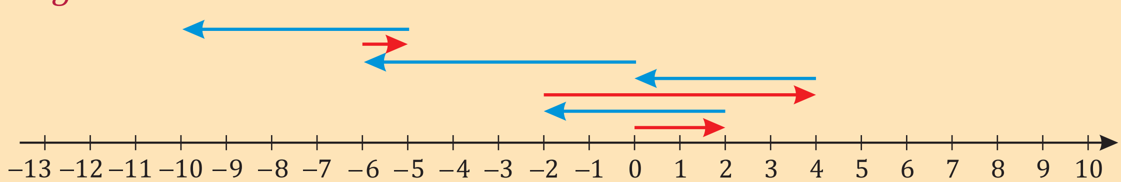
Ha a bábu a bal oldali kék mező fölé kerül a lépéssorozat végén, akkor Romulus nyer, elhúzta Remust. Ha a jobb oldali piros mező fölé kerül, akkor Remus nyer.



1. példa

Ki nyert a +2, –4, +6, –4, –6, +1, –5 lépéssorozat után?

Megoldás



A megadott lépéssorozat végén Romulus nyert.

A pozitív és negatív számok összeadását és kivonását kétféle módon is megmutatjuk, számegyenesen lépegetéssel, illetve a készpénz-adósság modellel.
Már negyedikben is találkozhattatok azzal, hogy valakinek pénze és adóssága is van. A negatív számokat adósságcédulával, a pozitív számokat meglévő pénzzel szemléltethetjük.

Vigyázz!
A **+** jellel kétféle dolgot is szoktunk jelölni: a szám pozitív előjelét és az összeadást.
(A számok előtt álló pozitív előjelet gyakran nem írjuk le. Ha egy szám előtt nem áll előjel, akkor az pozitív.)
A **–** jellel kétféle dolgot is szoktunk jelölni: a szám negatív előjelét és a kivonást.

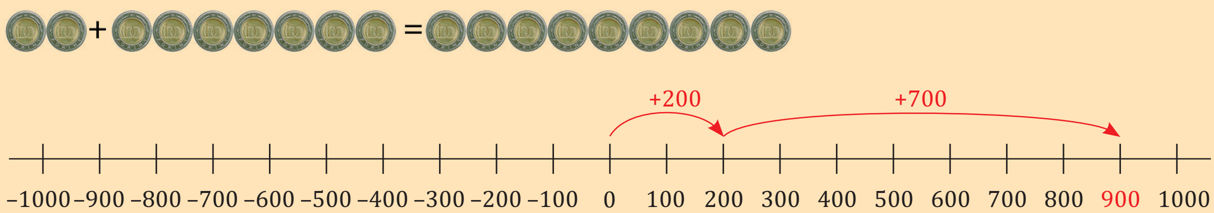
Egyelőre zárójelbe tesszük az előjeles számokat, hogy a kétféle értelmezés ne okozzon zavart.
Azt írjuk, hogy (–5), illetve (+5).

2. példa

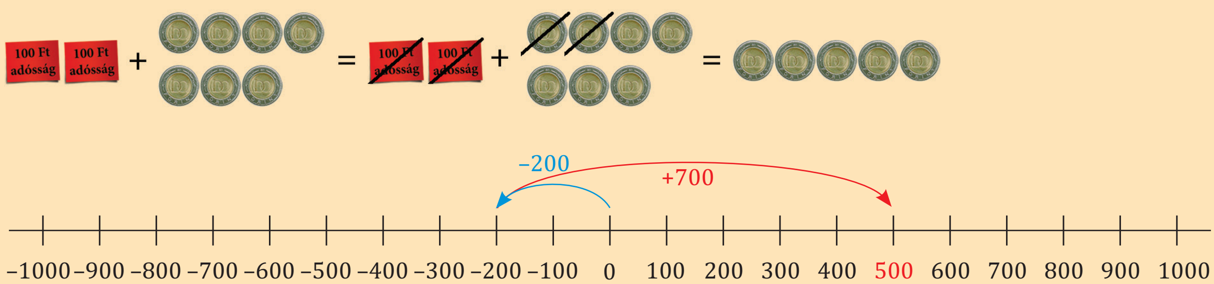
Számoljátok ki, melyik gyereknek hány forintja van! Készítsetek számegyenest is az ábrázoláshoz!
a) Adorjánnak van 200 Ft-ja, és kap még 700 Ft-ot.
b) Beának van 200 Ft adóssága, és kap 700 Ft-ot.
c) Celesztinnek van 200 Ft-ja, de tartozik a barátjának 700 Ft-tal.
d) Demeternek van 200 Ft adóssága, és tartozik még az anyukájának is 700 Ft-tal.

Megoldás

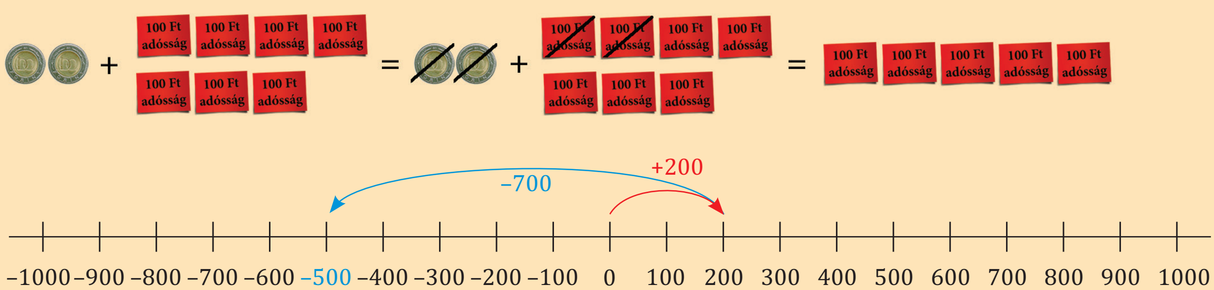
a) Ha Adorjánnak van 200 Ft-ja, és kap még 700 Ft-ot, akkor összesen 900 Ft-ja lesz.
(+200) + (+700) = (+900), rövidebben 200 + 700 = 900.



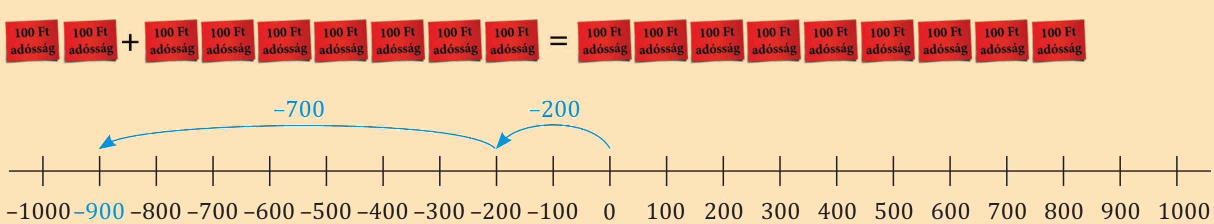
b) Bea 200 Ft-ból meg tudja adni az adósságát, és marad 500 Ft-ja.
(–200) + (+700) = (+500), rövidebben –200 + 700 = 500.



c) Celesztin a 200 forintjából megadhat 200 Ft adósságot, de marad még 500 Ft adóssága.
(+200) + (–700) = (–500), rövidebben 200 – 700 = –500.



d) Ha Demeter a 200 forint adóssága mellett még az anyukájának is tartozik 700 Ft-tal, akkor a két adósság összeadódik.
(–200) + (–700) = (–900), rövidebben –200 – 700 = –900.



Ha valakinek van 500 Ft-ja, és 500 Ft adóssága is, akkor pont ugyanott tart, mintha nem lenne egyetlen forintja sem.

Igaz ez akkor is, ha 800 Ft-ja és 800 Ft adóssága van?

3. példa

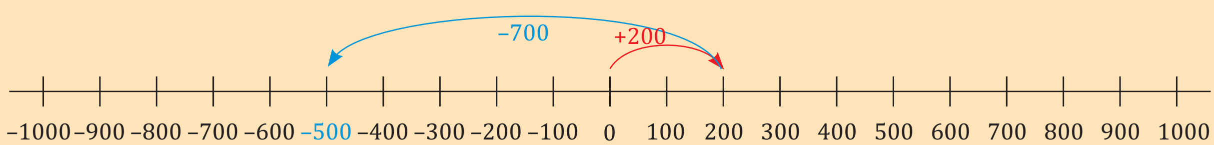
Számoljátok ki, hogy melyik gyereknek hány forintja van! Készítsetek számegyenest is az ábrázoláshoz!

a) Adorjánnak van 200 Ft-ja, és ki kell fizetnie 700 Ft-ot.
b) Beának van 200 Ft adóssága, és ki kell fizetnie még 700 Ft-ot.
c) Celesztinnek van 200 Ft-ja, és átvállalnak tőle 700 Ft adósságot.
d) Demeternek van 200 Ft adóssága, és átvállalnak tőle 700 Ft adósságot.

Megoldás

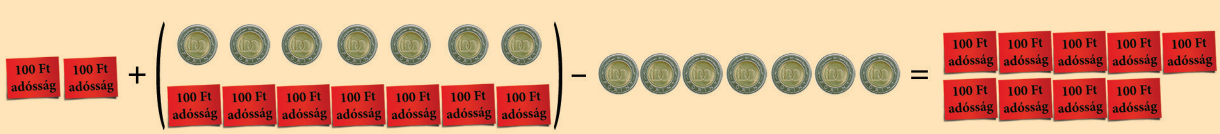
a) Ha Adorjánnak 200 Ft-ja van, és ki kell fizetnie 700 Ft-ot, akkor ezt úgy tudja csak megtenni, ha egy 500 Ft-os adósságcéduláért kap még 500 Ft-ot. Ekkor lesz 700 Ft-ja és egy 500 Ft-os adósságcédulája, amiből a 700 Ft kifizetése után csak az adósságcédula marad meg, azaz lesz 500 Ft adóssága.

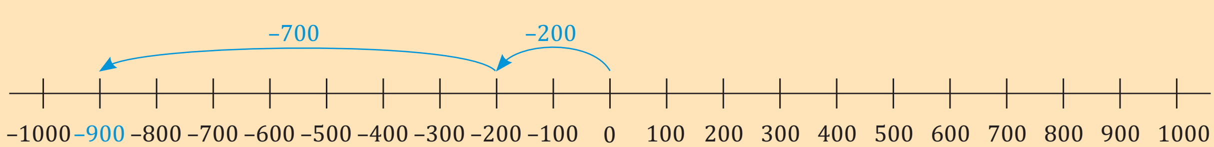
(+200) – (+700) = (–500), rövidebben 200 – 700 = –500.



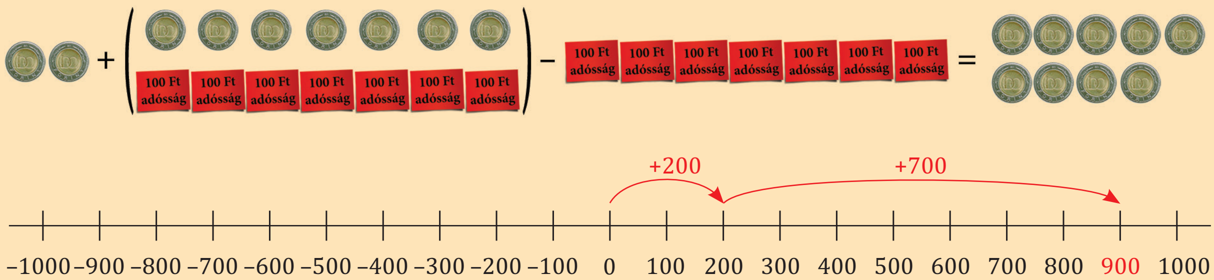
b) Beának csak adóssága van. Hogy ki tudjon fizetni 700 Ft-ot, kölcsönkér ennyi pénzt, és a tartozásáról kap egy 700 Ft-os adósságcédulát. A 700 Ft kifizetése után csak a 900 Ft adósságcédula marad nála.

(–200) – (+700) = (–900), rövidebben –200 – 700 = –900.

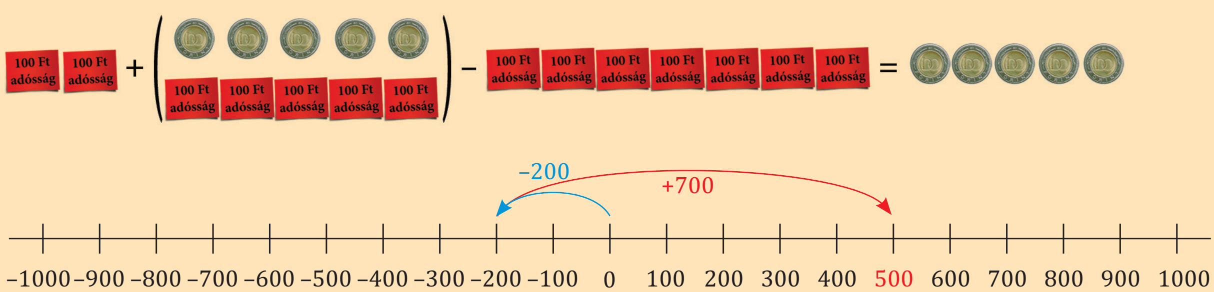




c) Ha Celesztinnek összesen 200 Ft-ja van, és el tudunk venni tőle egy 700 Ft-os adósságcédulát, akkor 900 Ft-ja van, és 700 Ft adósságcédulája. Anyukája nagylelkűen kifizeti az adósságát, azaz elveszi tőle a 700 Ft adósságcédulát. Az összvagyona 700 Ft-tal megnő, azaz 900 Ft-ja lesz.
(+200) – (–700) = (+900), rövidebben 200 + 700 = 900.



d) Ha Demeternek 200 Ft adóssága van, és el tudunk venni tőle 700 Ft adósságot, akkor az olyan, mintha lenne 500 Ft-ja és egy 700 Ft-os adósságcédulája. Ha elvesszük tőle, azaz kifizetjük helyette a 700 Ft-os adósságcédulát, akkor 500 Ft-ja marad.
(–200) – (–700) = (+500), rövidebben –200 + 700 = +500.



Megfigyelted?

- Ha valakitől 700 Ft adósságot elveszünk, az ugyanazt jelenti, mintha hozzáadnánk 700 Ft-ot a pénzéhez.
- Ha negatív irányba lépünk a számegyenesen –700-at, az ugyanazt jelenti, mintha 700-at lépnénk pozitív irányba, azaz jobbra. Úgy is mondhatjuk, hogy egy szám kivonása helyett a szám ellentettjét adjuk hozzá.

Csoportmunka

Válasszatok valakit magatok közül, ő lesz az osztálytermi lépegető. Jelöljetek ki egy számegyenest a padlón, és a lépegető álljon a 0 pontra, arccal a pozitív irányba!
Sorban mindenki mondhat egy műveletet – összeadást vagy kivonást – és egy egész számot, az osztálytermi lépegető pedig a következő szabályok szerint lép.
+ (+3) ⇒ Pozitív irányba néz és előre, azaz pozitív irányba lép 3-at.
+ (–3) ⇒ Pozitív irányba néz, de hátrál, azaz negatív irányba hátrál 3 lépést.
– (+3) ⇒ Megfordul, azaz negatív irányba néz, és előre, azaz negatív irányba lép 3-at. A lépés végén visszafordul pozitív irányba.
– (–3) ⇒ Megfordul, azaz negatív irányba néz, és hátra, azaz pozitív irányba hátrál 3 lépést. A lépés végén visszafordul pozitív irányba.

4. példa

Írjuk fel más alakban is, és számítsuk ki az eredményt!

a) (+12) + (−7) *b)* (+12) − (−7)

Megoldás

a) (+12) + (−7) = 12 + (−7) = 12 − 7 = 5 *b)* (+12) − (−7) = 12 − (−7) = 12 + 7 = 19

Feladatok

1. A „Kincs, ami nincs” társasjátékban készpénz- és adósságkártyákat lehet húzni. Állapítsd meg, melyik gyereknek mekkora a vagyona!

a) Regőnek van egy 500 Ft-os készpénzkártyája, és húzott egy 800 Ft-os készpénzkártyát.
b) Emőkének van egy 400 Ft-os készpénzkártyája, és húzott egy 300 Ft-os adósságkártyát.
c) Bálintnak van egy 700 Ft-os adósságkártyája, és húzott egy 200 Ft-os készpénzkártyát.
d) Miminek van egy 600 Ft-os készpénzkártyája, és húzott egy 900 Ft-os adósságkártyát.
e) Ivánnak van egy 900 Ft-os adósságkártyája, és húzott egy 700 Ft-os adósságkártyát.

2. A „Kincs, ami nincs” társasjátékban készpénz- és adósságkártyákat lehet húzni. Ha egy gyereknek több pénzt kell kifizetnie a játék folyamán, mint amennyi készpénze van, a banktól adósságkártyát kap. Állapítsd meg, melyik gyerek milyen értékű kártyát kap a banktól, és mekkora vagyona marad! A megoldáshoz készíts számegyenest is!

a) Kelemennek van egy 200 Ft-os készpénzkártyája, és ki kell fizetnie 600 Ft-ot.
b) Jucinak 400 forintos adósságkártyája van, és ki kell fizetnie 300 Ft-ot.
c) Ibolyának 900 Ft értékű készpénzkártyája van, és ki kell fizetnie 700 Ft-ot.

3. Számold ki!

a) 3 − 10 *b)* 3 − (−10) *c)* −3 − 10 *d)* −3 − (−10)
e) 10 − 10 *f)* (−10) − (−10) *g)* 100 − (−10) *h)* −23 − 67

4. Folytasd a füzetedben 5 számmal! Legyen minden szám 7-tel kevesebb, mint az előző!

a) 15; 8; 1; … *b)* −1; −8; −15; …

5. Írd le zárójelek nélkül, majd számold ki az összegeket!

a) (+14) + (+14) *b)* (+14) − (+14) *c)* (−14) + (+14) *d)* (+14) + (−14)
e) (+14) − (−14) *f)* (−14) − (+14) *g)* (−14) + (−14) *h)* (−14) − (−14)

6. Írd le zárójelek nélkül, majd számold ki az összegeket!

a) (+42) + (+28) *b)* (+24) − (+57) *c)* (+12) − (+32) *d)* (+27) − (−42)
e) (−19) + (+4) *f)* (−11) − (+33) *g)* (−65) − (+43) *h)* (−88) − (−88)

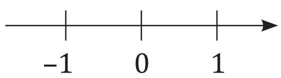
7. Írd fel rövidebb alakban is, és számold ki a műveletek eredményét! Mely esetekben kaptál azonos végeredményt?

a) (+13) + (+34) *b)* (+13) + (−34) *c)* (−13) + (+34) *d)* (−13) + (−34)
e) (+13) − (+34) *f)* (+13) − (−34) *g)* (−13) − (+34) *h)* (−13) − (−34)

16. ÖSSZEFOGLALÁS

A **természetes számok** a nemnegatív egész számok, azaz 0, 1, 2, 3, … . A természetes számok jele: $\mathbb{N}$ vagy N, a latin *naturalis* (jelentése: természetes) szó első betűje alapján.
Az **egész számok** a természetes számok és az ellentettjeik. Az egész számok jele: $\mathbb{Z}$ vagy Z. Minden természetes szám egész szám.

A számok szemléltetésére alkalmas eszköz a számegyenes. A számegyenes olyan egyenes, amelynek az egyik végén nyíl van, ez jelöli ki a pozitív irányt. A számegyenesen a nullától pozitív irányban, növekvő sorrendben találhatók a **pozitív számok**, a másik irányban pedig csökkenő sorrendben a **negatív számok**. Két különböző szám, leggyakrabban a 0 és az 1 helye határozza meg, hogy mekkora a számegyenesen az egység.



63 ellentettje a –63.
–25 ellentettje a 25.

$|-15| = 15$; $|15| = 15$

Minden számnak van **abszolút értéke**. Ez a szám megmutatja a 0-tól való távolságot a számegyenesen, jelölése két függőleges vonal (pl. $|2| = 2$, $|-3| = 3$, $|0| = 0$). A pozitív számok előjele „+”, a negatív számoké „–”. A 0-nak nincs előjele. A 0 nem pozitív és nem negatív szám.

10 000	1000	100	10	1
5	2	7	9	1

A számokat tízes számrendszerben, helyiértékes sorrendben leírt számjegyekkel adjuk meg. A felhasználható számjegyek: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Egy szám fontos jellemzője, hogy hány jegyű. A 2006 négyjegyű, a 0 egyjegyű.

huszonötmillió-negyvenezer-hat

A számokat hármas csoportosításban írhatjuk, ez segíti a számok kiejtését és leírását. A számokat balról jobbra olvasva, hármas csoportosításban mondjuk ki (például –11 234 592: mínusz tizenegymilló-kétszázharmincnégyezer-ötszázkilencvenkettő). Kétezerig egybeírjuk a számokat, kétezer felett pedig a hármas csoportosításnak megfelelően kötőjellel.

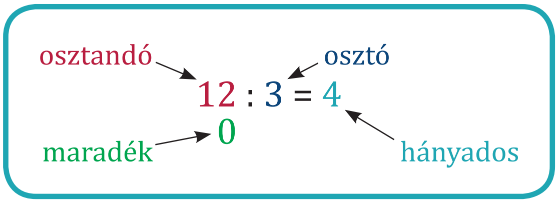
$1010101_2 = 85_{10}$

A tízes számrendszeren kívül használunk más számrendszereket is. A számítástechnikában gyakori a **kettes számrendszer** (pl. 100101), az idő mérésénél pedig elterjedt a **hatvanas számrendszer**. Különleges esetekben él még a római számokkal történő számmegadás hagyománya (például MCMLXXVI).

Műveleti jelek:
+; –; ·; :

Relációs jelek:
<; ≤; >; ≥; =
≮; ≰; ≯; ≱; ≠

A számokkal **műveletek** végezhetők, ilyen például az összeadás, a kivonás, a szorzás és az osztás. Az összeadás eredménye az **összeg**, a kivonásé a **különbség**, a szorzásé a **szorzat**, az osztásé a **hányados**.



$15 + 23 = 23 + 15$
$42 \cdot 21 = 21 \cdot 42$
$16 - 8 \neq 8 - 16$
$92 : 4 \neq 4 : 92$

Több művelet kijelölésekor számít a műveletek sorrendje. Előbb a szorzást és az osztást hajtjuk végre, azután következik a kivonás és az összeadás. A zárójel felboríthatja a műveletek sorrendjét.

A műveletek pontos eredményének kiszámolása előtt célszerű becslést végezni. A becsléshez kerekítjük a számokat. A művelet elvégzése után érdemes a becslésünket összehasonlítani a pontos eredménnyel. Ha nagy az eltérés, gondoljuk végig, mi lehet az oka.

Feladatok

1. Melyik ez a szám:
kétmillió-háromszázegyezer-hatvanöt?
A) 20 301 065
B) 2 301 065
C) 2 301 165

2. Melyik igaz?
A) A 2 345 876 esetén az ezresek helyén a 4 áll.
B) A 2 345 876 esetén a százezresek helyén a 3 áll.
C) A 2 345 876 esetén a tízezresek helyén a 3 áll.

3. A CMXXV római szám
A) a 955-öt,
B) a 925-öt,
C) az 1125-öt jelenti.

4. Mi a nyíl szerepe a számegyenesen?
A) Semmi, csak jól mutat.
B) Megmutatja a pozitív irányt.
C) Az abszolút értéket adja meg.

5. Mennyi 345 345 + 567 987?
A) 914 002
B) 913 332
C) 914 432

6. Mennyi 345 345 – 567 987?
A) –913 332
B) 222 642
C) –222 642

7. Mennyi 3456 · 1000?
A) 3 456 000
B) 3 45 600
C) 3 4 560

8. Mennyi 345 · 23?
A) 7935
B) 7934
C) 7945

9. Melyik igaz, melyik hamis?
A) A 3 és a –3 abszolút értéke megegyezik.
B) A –3 kisebb, mint a 3.
C) A –(–3) = –3.
D) Az 5 – 3 = 3 – 5.

10. Mennyi a szorzat eredménye? (–831) · 13
A) –10 813
B) –10 803
C) –10 823

11. Mennyi a 4567 : 42 hányadosa?
A) 107
B) 109
C) 108

12. Mennyi a 4567 : 42 maradéka?
A) 29
B) 31
C) 35

13. Tízes számrendszerben mennyi a 1001_2?
A) 9
B) 7
C) 5

14. Melyik a 31 kettes számrendszerben?
A) 1111_2
B) 10101_2
C) 11111_2

15. Melyik az 56 501 ezresekre kerekített értéke?
A) 56 000
B) 56 500
C) 57 000

16. Mennyi (–6) – (–9)?
A) 3
B) –15
C) –3

16. ÖSSZEFOGLALÁS

17. Határozd meg a szorzások hiányzó tényezőjét!

a) ___ · 2 = 516 *b)* 172 · __ = 516 *c)* ___ · 4 = 516 *d)* 86 · __ = 516 *e)* ___ · 12 = 516

18. Végezd el a szorzásokat!

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*
123 · 7	456 · 2	789 · 5	4123 · 8	7465 · 3	8421 · 10
123 · 70	456 · 20	789 · 50	4123 · 80	7465 · 30	8421 · 100
1230 · 7	4560 · 2	7890 · 5	41230 · 8	74 650 · 3	84 210 · 10
1230 · 70	4560 · 20	7890 · 50	41230 · 80	74 650 · 30	84 210 · 100

19. Végezd el az osztásokat!

a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*
516 : 2	516 : 3	516 : 4	516 : 6	516 : 12	516 : 43
5160 : 2	5160 : 3	5160 : 4	5160 : 6	5160 : 12	5160 : 43
5160 : 20	5160 : 30	5160 : 40	5160 : 60	5160 : 120	5160 : 430

20. „Éjszaka −12 °C-ig hűlt le a levegő, reggel viszont már −5 °C-ot mutatott a hőmérő. Délután akár 1 °C-ig is emelkedhet a hőmérséklet, de sajnos éjszaka megint erős fagyra kell számítani.” Rajzolj a füzetetedbe egy számegyenest, és jelöld be az említett hőmérsékleteket színessel!

21. Egy csokigyárban Fincsi csokoládét csomagolnak. Egy dobozba 16 db csokoládé kerül. Egy csokibonbon tömege 37 g.

a) Hány doboz készül 7000 db csokoládéból?

b) Mekkora az össztömege a becsomagolt csokibonbonnak? Váltsd át a kiszámolt tömeget egész kg-ra, egészre kerekítve!

22. Végezd el az alábbi műveletsorokat!

a) 157 – 54 : 3 + 11 *b)* 98 + 84 : 4 · 3 *c)* 23 · 6 + 46 · 3 *d)* 161 : 7 – 207 : 9

e) (48 + 123 + 79) : 25 + (23 · 14 + 19 · 52 – 1260 : 2) : 17

f) 32 · 15 + (97 + 7 · 13 – 720 : 4) · (92 – 79) + 4576 : 11

23. Melyik számot írjuk a ♥ helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség?

a) 23 + (−14) = ♥ *b)* (−17) – (+11) = ♥ *c)* (−13) + |−8| = ♥

d) 13 – ♥ = −1 *e)* 8 + ♥ = 3 *f)* (−9) – ♥ = −5

g) ♥ + (−11) = −4 *h)* ♥ – (−6) = −7 *i)* ♥ + |−8| = 5

24. Készíts számegyenest a füzetedben a családodban lévő személyek életkorának bemutatásához!

25. Géza a következő 2-es számrendszerbeli számot írta fel barátjának, hogy számolja át 10-es alapú számrendszerbe: 1201. Barátja azonban kinevette. Miért?

26. Géza azt mondta, hogy a 110. hónap 1011. napján született, még tűzijáték is volt a tiszteletére. Aztán még azt is hozzátette, hogy a 3 a szerencseszáma, ezért 3-as számrendszerben írta fel a számokat. Melyik hónap melyik napján született Géza?

27. Öt pozitív egész szám összege 150. Páros vagy páratlan lesz ennek az öt számnak a szorzata? Válaszodat indokold!

28. Számold ki a művelet eredményét!

$$4 \cdot 12 - 8 : 2 + 2$$

Rakj a megfelelő helyekre zárójeleket úgy, hogy az eredmény az alábbi legyen!

a) 10 *b)* 34 *c)* 40 *d)* 46

29. Számold ki a 100 tagból álló összeget!

$$(+1) + (-2) + (+3) + (-4) + \ldots + (+99) + (-100)$$

30. Az összeadásokban az azonos jelek azonos, a különböző jelek különböző számjegyeket jelölnek. Határozd meg a jelek értékét! Ahol lehet, keress több megoldást!

a)

```
   ■ ●
 + ● ■
 -----
   ▲ ▲
```

b)

```
   ♦ ♥
 + ♦ ♥
 -----
   ♥ ♣
```

CSOPORTMUNKA

Szabadulószoba

A 0-val osztók gonosz társasága megtámadta a világot, és egy speciális intergalaktikus trollszerkezettel el akarja tüntetni az őszi szünetet. A trollszerkezet hatástalanításához egy kódra van szükség, melyet megfejthettek, ha hibátlanul megoldjátok az alábbi feladatsort. Fogjatok össze, és mentsétek meg az őszi szünetet!

1. Írd le az általunk használt helyiértékes írásmód szerint az alábbi két római számot, és végezd el az összeadást! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **első szám.**
MCMLXXVIII + DCCCLVII

2. Végezd el az alábbi műveletet! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **második szám.**
Huszonnyolcezer-nyolcszázkilencből vegyünk el huszonháromezer-ötszáznegyvennégyet, és az így kapott számot osszuk el tizenhárommal.

3. Kinéztem magamnak egy szuper cipőt. Van 4500 Ft spórolt pénzem, de a cipő négyszer ennyibe kerül. Anyáék tudnak adni 10 000 Ft-ot, és nagymamáék is segítenek 2000 Ft-tal. A hiányzó pénzt megkereshetem, ha a szomszéd néninél levágom a füvet. Egy fűnyírásért 500 Ft-ot fizet. Hányszor kell lenyírnom a füvet ahhoz, hogy megvehessem álmaim cipőjét? Ez a szám a titkos kódhoz szükséges **harmadik szám.**

4. Írd át a következő két számot 10-es alapú számrendszerbe, és végezd el az összeadást! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **negyedik szám.**
$101101_2 + 21012_3$

5. A Minibolha vidáman lépked vagy ugrál a számegyenesen. Először mindig 5-tel nagyobb értékű mezőre lép, aztán kétszer akkora értékű mezőre ugrik. Ezt ismételgeti, harmadik lépésként megint 5-tel nagyobb értékű mezőre lép, és negyediknek kétszer akkora értékű mezőre ugrik… Jelenleg a (–4)-es számon áll. Melyik számon áll a tizedik lépés után? Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **ötödik szám.**

6. Keress egy jó módszert, és végezd el egyszerűen az alábbi műveletsort! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **hatodik szám.**
14 625 + 2079 + 987 – 426 + 375 + 10 013 + 2426 – 579 + 500

7. Végezd el a következő műveletsort!
a) Oszd el a 2991-et 22-vel! Jegyezd meg a maradékot!
b) Oszd el a 2037-et az *a)* feladatban kapott maradékkal!
A *b)* feladatban kapott hányados lesz a titkos kódhoz szükséges **hetedik szám.**

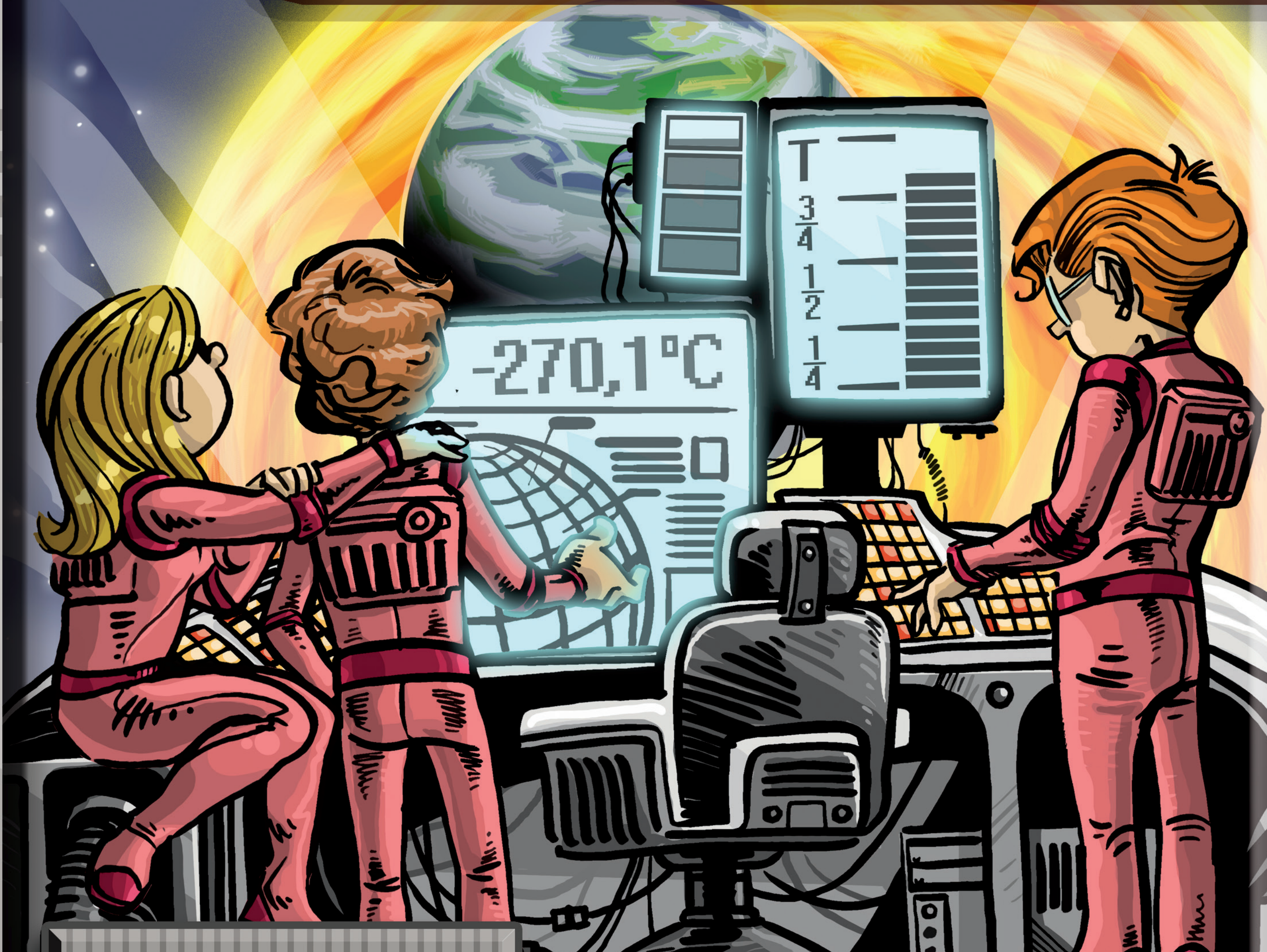
8. Kerekítsd az alábbi műveletben szereplő számokat tízesre, és végezd el úgy a műveletsort! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **nyolcadik szám.**
29147 : 9 – 84 · 13 + 21083 : 18

9. Lujzi néni kutyafarmján a kutyák 2 nap alatt esznek meg egy zsák 6999 Ft-os kutyatápot. Hány forintot költött Lujzi néni szeptemberben a kutyák etetésére, ha a táp mellé 25 darab vitamincsomagot is vásárolt, csomagját 870 Ft-ért? Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **kilencedik szám.**

10. Bendegúz kiszállt a társasjátékból, és hogy testvérei ne szomorkodjanak miatta, anya szállt be helyette. Bendegúz adósság- és készpénzkártyái egy halomban hevertek, így anya elkezdte összeszámolgatni, mennyi is jelenleg a vagyona. Ezt a műveletsort kellett elvégeznie:
(–70) + (+90) + (–110) + (–40) + (+50) + (+20) + (–70) + (+80) + (–60)
Végezzétek el ti is! Az így kapott végeredmény lesz a titkos kódhoz szükséges **tizedik szám.**

Adjátok össze a fenti tíz feladatnál kapott végeredményeket, és osszátok el az így kapott összeget 35-tel! Az így megkapott négyjegyű szám automatikusan bekerül a varázsmédia-hálózatba, ami ennek segítségével már leállítja a 0-val osztók társaságának trollszerkezetét.
Gratulálok, nélkületek nem sikerült volna! Megmentettétek az őszi szünetet!

II. Törtek, tizedes törtek



Egy nappal később az 5. a űrhajója jóval közelebb került a Földhöz, de az utasok ebből nem sokat vettek észre.

– Mi az az izé, ami már órák óta –270,1-en áll? – kérdezte Gazsi.

– Máris észrevetted? Nagyon ügyes vagy! A külső hőmérsékletet mutatja, de nem órák óta, hanem három hete –270 °C-ot mutat – szólalt meg Gerzson.

– Ez az űr hőmérséklete. Lehetne akár 3,05 K is, ha nem Celsius-, hanem Kelvin-fokban mérnénk a kinti hőmérsékletet. Nagyjából ennyit melegít rajta a háttérsugárzás – tódította Okoska, aki most sem bírt csöndben maradni. – Az abszolút 0 fok körülbelül –273,15 °C.

– Ez lenne az a hőmérséklet, ahol te is csöndben tudnál maradni? – vágta rá Berta szemrehányó tekintettel, hiszen mindannyian figyeltek Gerzson előadásán, amit még az út elején tartott az űr hőmérsékletéről. Szeme sarkából látta, hogy Gazsi is nagyon bólogat.

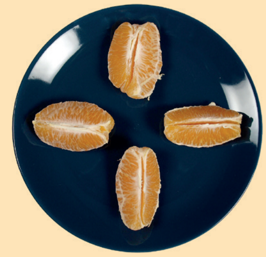
– És a másik bigyó, amin a mutató a $\frac{3}{4}$ jel fölött áll?

– Az az áramforrások töltöttségét jelzi. Ne aggódjatok, ez is bőven elég, több mint amire szükségünk van! 24 napja vagyunk úton, és már csak 6 nap van hátra. Épp a negyede a kirándulásnak.

– Hűha! – sóhajtott Panni. – Akkor már csak 5 esti buli lesz?

1. ISMERKEDÉS A TÖRTEKKEL

1. példa



a) A családi vacsora után anya megtisztított egy narancsot, és egyenlően osztotta el a négytagú család tagjai között. Mekkora rész jutott a narancsból Petinek?

b) – Együnk még egy narancsot! – mondja Panni.
– Az sajnos elfogyott, de felvágok egy almát. – mondja anya.
– Jó, jó! De akkor adjunk Dödőnek, a tengerimalacnak is.
Mekkora részt ehetett Dödő, ha anya egyenlő részekre vágta fel az almát?

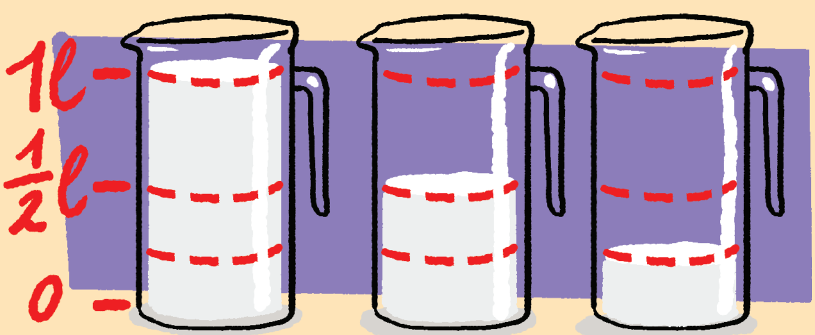
Megoldás

a) Peti egy részt vett el, ez a narancsnak az 1 negyed része.

b) Az alma 1 ötöd részét. Ezt röviden úgy írjuk, hogy $\frac{1}{5}$.

2. példa

Reggelire megittuk egy liter tej felét. A vacsoránál a megmaradt tej fele fogyott el. Figyeld meg az ábrán a változásokat! Mekkora része maradt meg a tejnek?



Megoldás

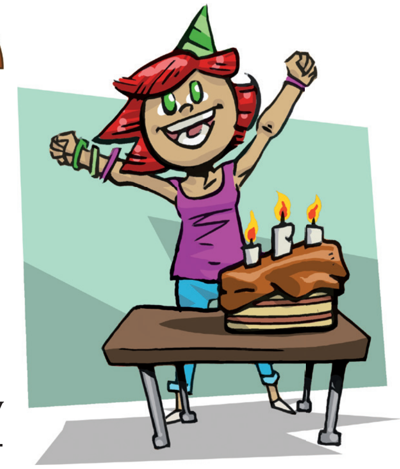
A felének a fele maradt meg. Az ábráról leolvasható, hogy ez a kancsó tej negyede.

Ezt így írjuk le: $\frac{1}{4}$.

Rakosgassunk!

A színesrúd készletből készítsd elő a sötétkék rudat! Hány fehér kis kockával tudod kirakni?
Ha a sötétkék rudat tekintjük 1 egésznek, akkor 1 fehér kis kocka annak az $\frac{1}{9}$ része.
Ha a kis kockákból 5 darabot veszünk, akkor az 5 darab a sötétkék rúd $\frac{5}{9}$ része.

Szofi 7 barátnőjével ünnepelte a születésnapját. A csokitortát 8 egyenlő részre vágta fel, hogy mindenkinek egy-egy szelet jusson. Kínálgatni kezdte a barátnőit, de csak 3 lány evett a tortából egy-egy szeletet, a többiek még játszottak. Hányad része fogyott el a csokitortának?



A torta háromnyolcad része elfogyott.

Ezt röviden $\frac{3}{8}$ alakban írjuk.

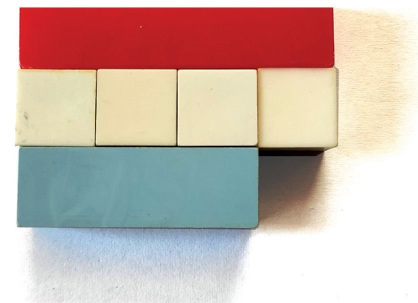
A $\frac{3}{8}$ egy **tört**.

$\frac{3}{8}$ ← számláló, ← törtvonal, ← nevező

A törtvonal alatti szám a **nevező**, amely megnevezi, hogy az egészet hány egyenlő részre osztjuk fel. A törtvonal feletti szám a **számláló**, amely megszámolja, hogy hány darabot veszünk a részekből.

Rakosgassunk!

A színes rudak közül válassz ki kettőt! Mekkora része a kék rúd a pirosnak? Keress több lehetőséget!



Rajzold le a füzetedbe az ábrákat! Minden esetben jelöld be, hogy mit tekintesz 1 egésznek! Segítség egy példán keresztül:

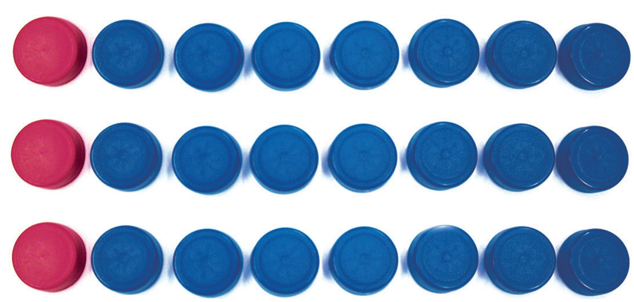
A világoskék rúd (3 fehér kocka) a piros rúdnak (4 fehér kocka) a $\frac{3}{4}$-része.

Szemléltesd az $\frac{5}{4}$-et és a $\frac{3}{2}$-et!

A törteket többféle módon is tudjuk értelmezni. Mindkét ábra a $\frac{3}{8}$-ot szemlélteti.

Az első esetben az 1 egészet nyolc részre osztottuk, és hármat vettünk belőle.

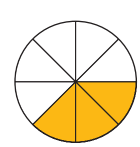
A második esetben a 3 egésznek vettük a nyolcadát.

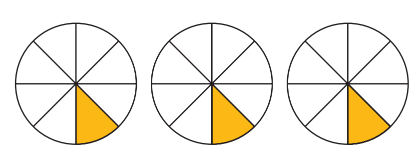


Azt látjuk, hogy az 1 egész $\frac{3}{8}$ része ugyanakkora, mint a 3 egész $\frac{1}{8}$ része.

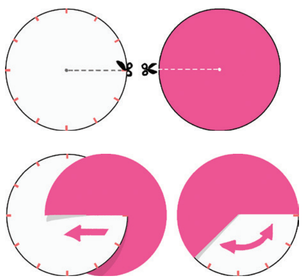
A $\frac{3}{8}$ tört három értelmezése:

1. Egy egészet nyolc egyenlő részre osztunk, és a részekből veszünk hármat.
2. Három egész egy-egy nyolcadát vesszük.
3. Három és nyolc hányadosa.





1. ISMERKEDÉS A TÖRTEKKEL



Forgassunk!
Készítsetek az ábra alapján egy fehér és egy színes körlapot, amelyek ugyanakkorák! Vágjátok be mindkettőt egy-egy egyenes mentén a középpontjáig!
A fehér kör vonalán jelöljetek 12 egyforma nagyságú beosztást az ábra szerint.
Csúsztassátok össze a két körlapot úgy, hogy azok fedjék egymást! Forgassátok az egyik körlapot a másikon! Forgassátok úgy a körlapokat, hogy a színes körlap $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{12}$ része legyen látható! Milyen törteket tudtok még így előállítani?

Törtek a $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{8}{7}$.

A két egész szám hányadosaként felírható számokat racionális számoknak nevezzük.

Ne feledjük, hogy 0-val nem értelmezett az osztás, ezért **a tört nevezője nem lehet 0**!

Minden egész szám felírható tört alakban is!

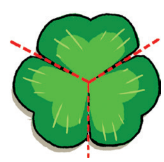
Például:

$6=\frac{6}{1}$; $6=\frac{12}{2}$;

$-3=-\frac{3}{1}$; $0=\frac{0}{1}$;

$23=\frac{23}{1}$; $-6=-\frac{30}{5}$.


$\frac{2}{2}$


$\frac{3}{3}$

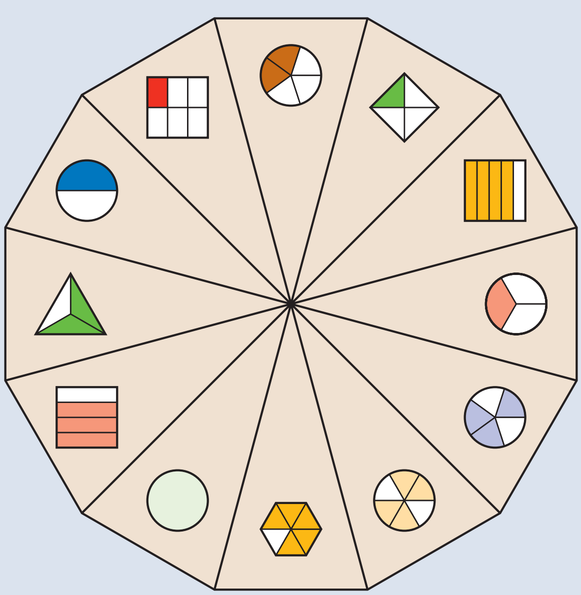

$\frac{4}{2}$


$\frac{15}{5}$

KUTATÓMUNKA

Hol találkozhatsz a negyed, fél, háromnegyed szavakkal?

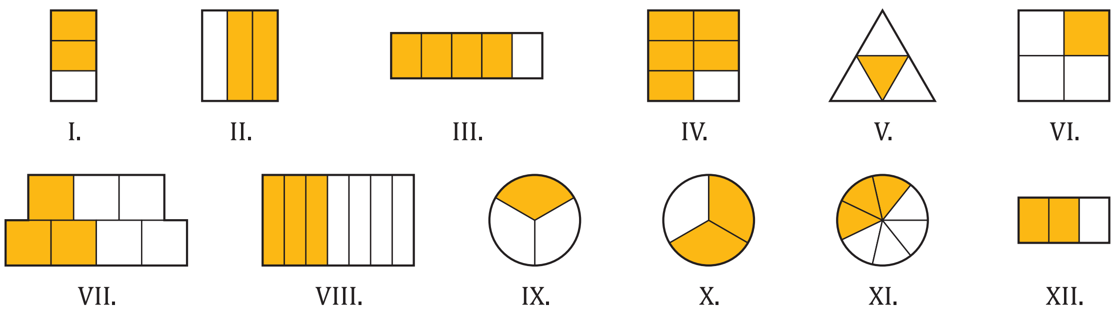
Játék



Ezt a játékot ketten játszhatjátok. Vegyetek két dobókockát. Az egyik játékos kapjon 6 piros, a másik 6 kék korongot. Felváltva dobjatok egyszerre a két kockával! A kisebb szám mindig a számlálóba, a nagyobb a nevezőbe kerüljön. Ha sikerül egy törtet „kidobnotok” a lenti játéktábláról, tegyétek rá a saját korongotokat a megfelelő mezőre! Egy mezőn egyszerre csak egy korong lehet.
Az a játékos nyer, amelyik először takar le 6 mezőt.

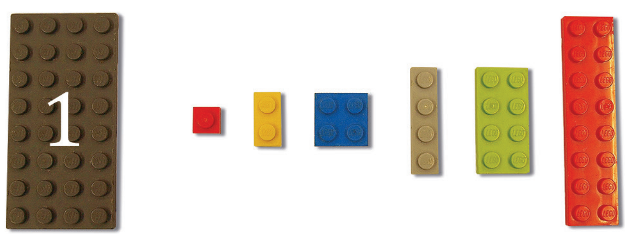
Feladatok

1. Az alábbi ábrák egy részét kiszíneztük. Keresd meg, melyik törthöz melyik ábra tartozik! Egy törthöz több ábra is tartozhat.



a) $\frac{1}{4}$ *b)* $\frac{2}{3}$ *c)* $\frac{5}{6}$ *d)* $\frac{3}{7}$

2. A legnagyobb építőelem 1 egészet ér. Mekkora része ennek a többi színes építőelem?

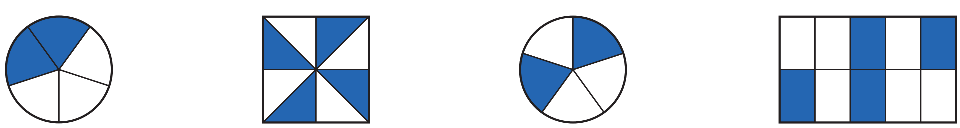


3. Keresd a kakukktojást! Válaszodat indokold!

a)

b)

c)



4. Írd le a következő törteket számokkal!

a) három tizenegyed *b)* két ötöd *c)* négy heted *d)* öt hatod
e) kilenc heted *f)* három negyed *g)* egy tized *h)* három tizenötöd

5. Írd le a következő törteket betűkkel!

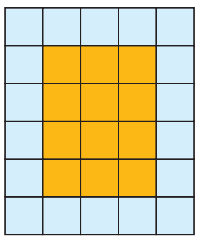
a) $\frac{3}{7}$ *b)* $\frac{4}{17}$ *c)* $\frac{25}{26}$ *d)* $\frac{12}{235}$ *e)* $\frac{1}{100}$ *f)* $\frac{7}{4}$ *g)* $\frac{23}{56}$

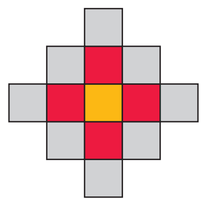
6. Melyik az a tört, amelyiknek a

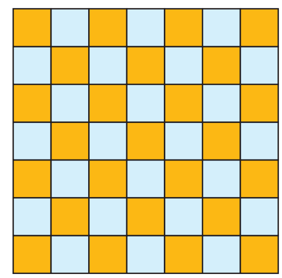
a) számlálója 10, nevezője 17?
b) nevezője 8, számlálója 7?
c) számlálója 4, nevezője 5?
d) számlálója 8, nevezője 9?
e) nevezője 34, számlálója 23?
f) számlálója 101, nevezője 103?

7. Minden ábra egy egész. Az egésznek hányad része

a) sárga, kék; *b)* sárga, szürke, piros; *c)* kék, sárga?







8. Rajzolj a füzetbe 4×6-os téglalapokat, és színezd ki pirossal többféleképpen

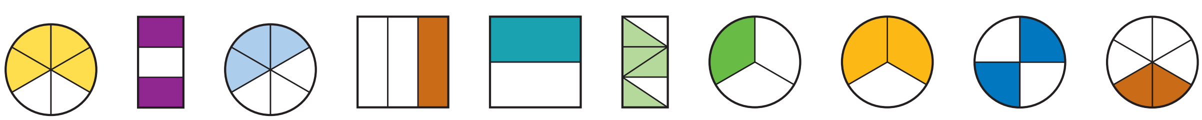
a) az $\frac{1}{3}$ részüket; *b)* az $\frac{5}{6}$ részüket; *c)* a $\frac{23}{24}$ részüket!

d) Hányféle különböző színezést találhatsz a *c)* feladathoz?

9. Gyűjtsetek kupakokat, és rakjátok ki kétféle módon a

a) $\frac{2}{5}$-öt; *b)* $\frac{3}{4}$-et!

10. Mókamatek szigetén lovagok és lókötők élnek. Mindannyian nagyon szeretik és jól is tudják a matekot. Egy dologban azonban különböznek: a lovagok mindig igazat mondanak, a lókötők mindig hazudnak. Miután alaposan megnézték az alábbi képeket, a következőket mondták:



I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII. IX. X.

A) Pontosan két olyan ábra van, amelyiknek a felénél kevesebb része színes.

B) Négy olyan ábra van, amelyiknek a $\frac{2}{3}$ része színes.

C) Ugyanannyi ábrának színeztük be a harmadát, mint ahány ábrának a fele színes.

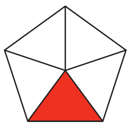
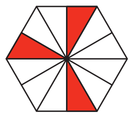
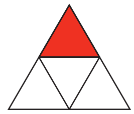
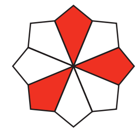
D) Az ábrák felén az $\frac{1}{2}$ részt színeztük be.

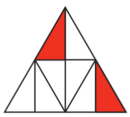
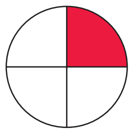
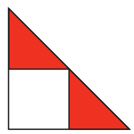
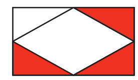
E) A VI. ábra $\frac{4}{2}$ része színes.

a) Döntsd el az állítások alapján, hogy melyiket mondhatták a lovagok, és melyiket mondhatták a lókötők!

b) Írj te is egy-egy hamis, illetve igaz állítást az ábra alapján!

11. Mekkora része színezett az alakzatoknak?

a)

b)

c)

d)


e)

f)

g)

h)


12. Keresd meg a betűtáblán elrejtett 10 darab törttel kapcsolatos kifejezést!

M	U	J	Ö	V	N	T	M	W	N	A	R	C	N	Z	T	Ö	N
H	M	Z	F	V	Ü	Ö	Á	E	K	H	R	E	C	B	Ö	Q	Ö
X	W	G	A	C	B	R	S	Z	É	A	F	J	U	Ü	R	R	P
Ü	A	K	A	A	J	T	F	W	T	T	J	H	Q	K	T	Ü	J
X	N	X	G	D	X	V	É	S	H	O	S	E	P	X	K	B	V
V	E	A	W	N	Y	O	L	C	A	D	U	G	F	Ö	K	W	Q
K	V	T	F	U	Ü	N	H	Á	R	O	M	N	E	G	Y	E	D
H	E	S	Y	H	M	A	F	Z	M	E	U	Ö	I	J	A	W	I
S	Z	Á	M	L	Á	L	Ó	B	A	U	W	C	Q	H	D	B	U
C	Ő	K	Ü	S	T	I	Z	E	D	M	P	K	Ö	L	K	U	I

13. Kati mama és Sanyi papa unokatestvér-találkozót szervezett Miskolcra a hosszú hétvégére. Az unokatestvérek az ország különböző pontjairól érkeznek a találkozóra. 9 órakor az alábbiakat tudjuk az utazókról:
a) Arnoldék Szegeden élnek. A 350 km-es útnak már megtették a felét. Hány km van még hátra?
b) Bertáék Pécsről érkeznek. Hajnalban indultak, már megtették a 428 km-es út háromnegyed részét. Mekkora része van még hátra az útnak?
c) Daniék Sopronból jönnek, és már 280 km-t megtettek a 420 km-ből. Az út mekkora részét tették meg?
d) Ha mostantól mindhárman egyenlő sebességgel haladnak, milyen sorrendben érkeznek meg Kati mamáékhoz?

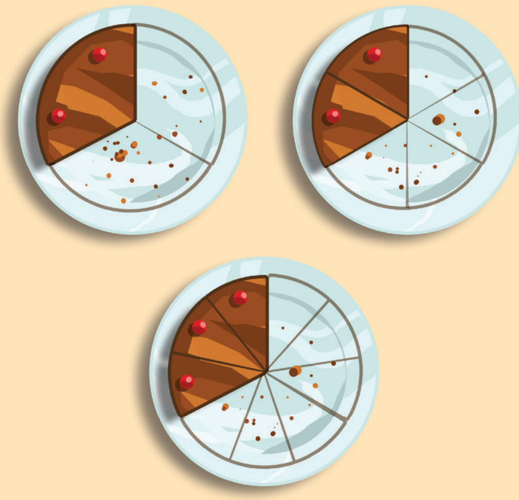
14. Jenci szülinapi buliján 24 szeletes torta volt. A fiúk megették a szeletek felét, a lányok a harmadát. A többi szeletet a felnőttek osztották szét maguk között. Hány felnőtt volt Jenci buliján, ha mindenki egy-egy szelet tortát kapott?

15. Az állatmenhelyen 36 kutyus volt. Decemberben elvitték a kutyusok felét, januárban pedig a maradék kutyusok harmadát. Ez idő alatt szerencsére újabb kutya nem került a menhelyre. Hány kutyus maradt a menhelyen?

2. TÖRTEK BŐVÍTÉSE, EGYSZERŰSÍTÉSE, ÖSSZEHASONLÍTÁSA

1. példa

Szofi kapott 3 kicsi tortát. Az egyiket három egyenlő részre vágta, de a lányok szóltak neki, hogy ezek túl nagy adagok, ezért a második tortát már inkább hat egyenlő részre vágta.
Berta tányérjára egy harmadot tett, Panninak pedig két hatodot adott.
Szofi a harmadik tortát kilenc egyenlő részre vágta.
Mosolyogva tett Bori elé három kilenced tortát.
Ki kapott nagyobb részt a tortából?



Megoldás

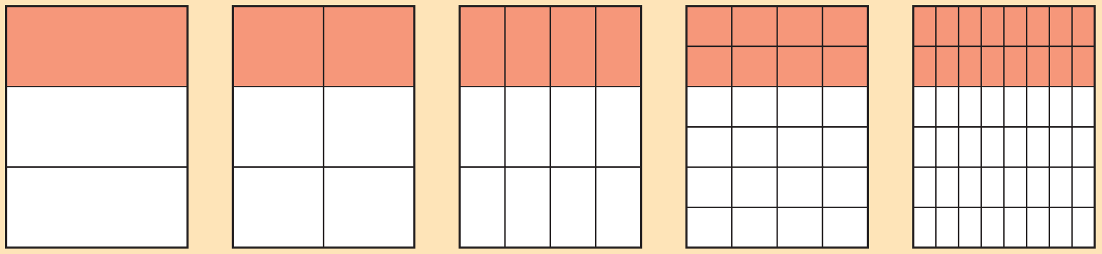
Látjuk, hogy az $\frac{1}{3}$, a $\frac{2}{6}$ és a $\frac{3}{9}$ torta ugyanannyi.
Vagyis mindenki ugyanakkora részt kapott.

Az 1. példában látottak alapján:

$\frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}$; $\quad \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 3} = \frac{3}{9}$; $\quad \ldots \quad \frac{1}{3} = \frac{20 \cdot 1}{20 \cdot 3} = \frac{20}{60}$; $\quad \ldots$

2. példa

Az alábbi téglalapokon beszíneztük a téglalap területének egy részét.



Írjuk fel tört alakban a beszínezett részeket!

Megoldás

Tört alakban felírva: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{4}{12}$; $\frac{8}{24}$; $\frac{16}{48}$.

Az ábrákon a téglalapok ugyanakkora részét színeztük be, ez azt jelenti, hogy a felírt törtek is egyenlők.

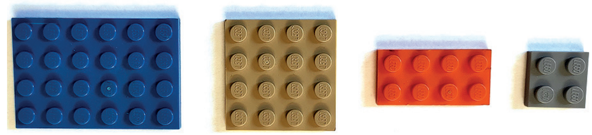
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24} = \frac{16}{48}$$

Látjuk, hogy ahányszor több részre osztottuk a téglalapot, annyiszor több kisebb alakzatot kellett beszínezni.

Ezt nevezzük a törtek bővítésének.

Bővítéskor a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nullától különböző egész számmal szorozzuk meg. Bővítéskor a tört értéke nem változik.

Keressetek a 2. példában lévő téglalapokon és az építőkockák között $\frac{1}{2}$-del, $\frac{3}{4}$-del egyenlő törteket!



3. példa

Érdemes-e Szofinak 9 részre vágni a tortáját, ha mindhárom barátnője 3 szeletet fogyaszt el?

Megoldás

Attól, hogy a tortát több egyenlő részre vágjuk, a torta mennyisége nem változik, elég lenne tehát 3 részre vágnia.

Ez azt jelenti, hogy $\frac{3}{9} = \frac{3:3}{9:3} = \frac{1}{3}$,

vagy másképpen $\frac{3}{9} = \frac{\cancel{3} \cdot 1}{\cancel{3} \cdot 3} = \frac{1}{3}$.

Ezt nevezzük egyszerűsítésnek.

Egyszerűsítéskor a tört számlálóját és nevezőjét ugyanazzal a nullától különböző egész számmal osztjuk. Egyszerűsítéskor a tört értéke nem változik.

4. példa

Egyszerűsítsük a $\frac{48}{30}$-ot a lehető legnagyobb számmal!

Megoldás

A $\frac{48}{30}$ számlálója és nevezője egyaránt osztható 2-vel. Húzzuk át a számokat, és írjuk a számláló fölé, illetve a nevező alá a hányadosokat!

$$\frac{48}{30} = \frac{\overset{24}{\cancel{48}}}{\underset{15}{\cancel{30}}} = \frac{24}{15}$$

Az egyszerűsített tört a $\frac{24}{15}$. Ez tovább egyszerűsíthető, mert mind a számláló, mind a nevező osztható 3-mal.

$$\frac{48}{30} = \frac{\overset{24}{\cancel{48}}}{\underset{15}{\cancel{30}}} = \frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{8}{5}$$

Ugyanazt kapjuk, mintha a $\frac{48}{30}$-ot $2 \cdot 3 = 6$-tal egyszerűsítettük volna: $\frac{48}{30} = \frac{\cancel{6} \cdot 8}{\cancel{6} \cdot 5} = \frac{8}{5}$.

A példában a $\frac{8}{5}$ tovább már nem egyszerűsíthető, ez a **tört legegyszerűbb alakja**.

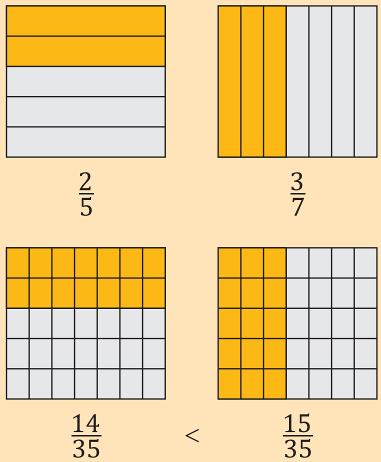
Gyakran érdemes egyszerűsíteni a törteket, mert kisebb számokkal könnyebb lesz a további számolás. Például: Ha azt mondjuk, hogy egy hét $\frac{15}{105}$ részét játékkal töltöttük, akkor ezt nem olyan egyszerű elképzelni, de $\frac{15}{105} = \frac{1 \cdot 15}{7 \cdot 15} = \frac{1}{7}$, azaz a hét egy hetedét, vagyis pont 1 napot töltöttünk játékkal.

5. példa

A $\frac{2}{5}$ vagy a $\frac{3}{7}$ a nagyobb?

Megoldás

I. módszer



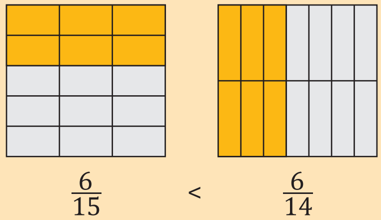
Könnyen összehasonlíthatjuk a két törtet, ha azonos a nevezőjük. A 35 többszöröse az 5-nek és a 7-nek is, ezért a 35 épp megfelelő lesz közös nevezőnek.

A $\frac{2}{5}$-öt 7-tel bővítve $\frac{14}{35}$-öt kapunk.

A $\frac{3}{7}$-et 5-tel bővítve a bővített alak $\frac{15}{35}$ lesz.

Az egyenlő nevezőjű pozitív törtek közül az a nagyobb, amelyiknek a számlálója nagyobb.

II. módszer



Könnyen összehasonlíthatjuk a két törtet, ha azonos a számlálójuk. A 6 épp megfelelő lesz közös számlálónak.

A $\frac{2}{5}$-öt 3-mal bővítve $\frac{6}{15}$-öt kapunk.

A $\frac{3}{7}$-et 2-vel bővítve $\frac{6}{14}$ lesz.

Ha 15 egyenlő részre osztunk valamit, akkor kisebb részeket kapunk, mint ha csak 14 részre darabolnánk.

$$\frac{6}{15} < \frac{6}{14}$$

Az egyenlő számlálójú pozitív törtek közül az a nagyobb, amelyiknek a nevezője kisebb.

6. példa

Melyik nagyobb: $\frac{3}{5}$ vagy $\frac{12}{20}$?

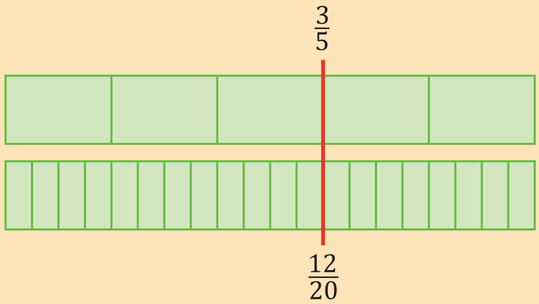
Megoldás

Bővítsük a $\frac{3}{5}$ törtet úgy, hogy a nevező 20 legyen.

$\frac{3}{5} = \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5} = \frac{12}{20}$, tehát a két tört egyenlő.

Gondolkodhatunk úgy is, hogy egyszerűsítjük a $\frac{12}{20}$-ot.

A 12-ben és a 20-ban is maradék nélkül megvan a 4, ezért $\frac{12}{20} = \frac{12:4}{20:4} = \frac{3}{5}$. A két tört egyenlő.



Feladatok

1. Bővítsd

a) a $\frac{2}{3}$-ot 4-gyel; *b)* a $\frac{4}{7}$-et 5-tel; *c)* a $\left(-\frac{5}{8}\right)$-ot 3-mal!

2. Válaszd ki a számegyenesről, milyen számmal bővítettük az alábbi törteket! Ha a számokhoz tartozó betűket sorban összeolvasod, egy értelmes szót kapsz.

K	S	N	E	A	Ű	B	SZ	V	GY	R	O	J
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ *b)* $-\frac{2}{3} = -\frac{8}{12}$ *c)* $\frac{5}{3} = \frac{45}{27}$ *d)* $-\frac{2}{10} = -\frac{14}{70}$

e) $\frac{8}{9} = \frac{24}{27}$ *f)* $-\frac{17}{33} = -\frac{170}{330}$ *g)* $\frac{7}{4} = \frac{35}{20}$

3. *a)* Bővítsd a példa alapján a következő törteket! $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

$\frac{1}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{15}{9}$ $-\frac{2}{7}$ $-\frac{5}{8}$ $-\frac{6}{5}$

b) Bővítsd a törteket úgy, hogy 100 legyen a nevezőjük!

$\frac{2}{5}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{15}{25}$ $-\frac{2}{10}$ $-\frac{5}{20}$ $-\frac{6}{50}$

c) Bővítsd a törteket úgy, hogy 60 legyen a számlálójuk!

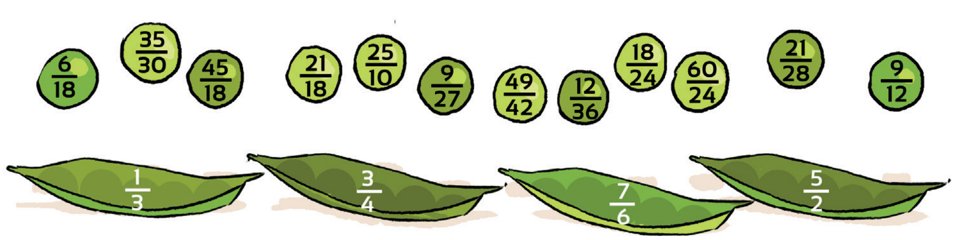
$\frac{2}{3}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{15}{9}$ $-\frac{4}{7}$ $-\frac{12}{13}$ $-\frac{6}{5}$

4. Egyszerűsítsd a következő törteket!

$\frac{2}{24}$ $\frac{10}{24}$ $\frac{15}{24}$ $-\frac{18}{24}$ $-\frac{12}{24}$ $-\frac{36}{24}$

$\frac{3}{12}$ $\frac{9}{6}$ $\frac{6}{4}$ $-\frac{12}{8}$ $-\frac{15}{10}$ $-\frac{8}{6}$

5. Keresi a borsó a héját! Egyszerűsítsd a borsószemekre írt törteket, és válaszd ki, melyik borsónak melyik a héja!



6. Milyen számokat írhatunk a betűk helyére, hogy az egyenlőség igaz legyen? Számolj a füzetedben!

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{a} = \frac{b}{25} = \frac{24}{c} = \frac{d}{20} = \frac{27}{e} = \frac{f}{35}$ *b)* $\frac{16}{12} = \frac{g}{24} = \frac{8}{h} = \frac{i}{9} = \frac{20}{j} = \frac{k}{27} = \frac{4}{l}$

2. TÖRTEK BŐVÍTÉSE, EGYSZERŰSÍTÉSE, ÖSSZEHASONLÍTÁSA

7. Melyik tört a nagyobb?

a) $\frac{3}{12}$ vagy $\frac{5}{12}$ *b)* $\frac{2}{3}$ vagy $\frac{3}{4}$ *c)* $\frac{1}{2}$ vagy $\frac{3}{8}$ *d)* $-\frac{1}{12}$ vagy $-\frac{3}{12}$

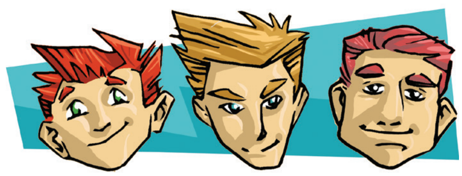
e) $\frac{4}{5}$ vagy $\frac{3}{4}$ *f)* $\frac{7}{12}$ vagy $\frac{3}{4}$ *g)* $\frac{5}{7}$ vagy $\frac{5}{8}$ *h)* $-\frac{5}{8}$ vagy $-\frac{3}{5}$

i) $\frac{5}{12}$ vagy $\frac{7}{18}$ *j)* $-\frac{9}{5}$ vagy $-\frac{9}{4}$ *k)* $\frac{4}{9}$ vagy $\frac{3}{7}$ *l)* $\frac{7}{9}$ vagy $\frac{5}{6}$

8. Gergő, Máté és Zsiga az alábbi tört-összehasonlításokat vizsgálják:

$\frac{3}{12} < \frac{5}{12}$; $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$; $\frac{1}{2} > \frac{3}{8}$; $\frac{48}{52} = \frac{56}{49}$; $\frac{7}{12} > \frac{3}{4}$; $\frac{5}{8} < \frac{5}{7}$; $-\frac{3}{2} > -\frac{1}{2}$; $\frac{7}{9} < \frac{8}{10}$.

Alapos szemlélődés után a következő megállapításokat teszik:
Gergő: A nyolc feladat fele hibás.
Zsiga: A feladatok negyede hibás.
Máté: Három feladat kivételével mind hibátlan.



Kinek van igaza? Válaszodat számolással igazold!

9. Döntsd el az alábbi állításokról, melyik igaz, melyik hamis!

a) Ti elfeleztetek egy pizzát, mi elnegyedeltünk egy ugyanakkorát. Te egy szeletet ettél, én kettőt. Tehát kétszer annyit ettem, mint te.

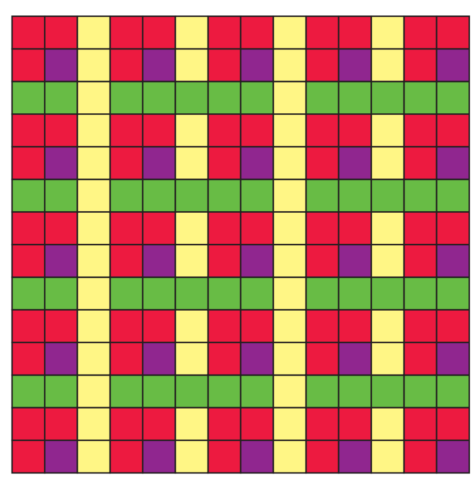
b) Te fél liter almalevet ittál, én 5 decilitert. Tehát én tízszer annyit ittam, mint te, mert az 5 a félnek a 10-szerese.

c) Mindkettőnknek van 16-16 szem cukorkája. Én megettem a cukorkáim negyedét, neked már csak a $\frac{9}{12}$ része van meg. Sajnos neked kevesebb cukorkád maradt, mint nekem.

10. Rendezd csökkenő sorrendbe a következő törteket:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{12}$!

11. Vettünk egy új asztalterítőt.



a) A terítő hányad része sárga?
b) A terítő hányad része piros?
c) A terítő hányad része lila?
d) A terítő hányad része zöld?
e) A terítő hányad része sárga vagy zöld?
f) A terítő hányad része piros vagy lila?
g) A terítő hányad része nem sárga?
h) A terítő hányad része nem lila?
i) Állítsd növekvő sorrendbe az így kapott törteket!

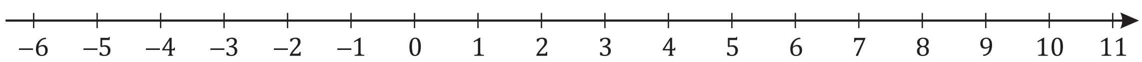
12. A 90 perces focimeccsen eltelt a második félidő harmada.

a) Hány perc telt el a mérkőzésből?
b) Hány perc van hátra?

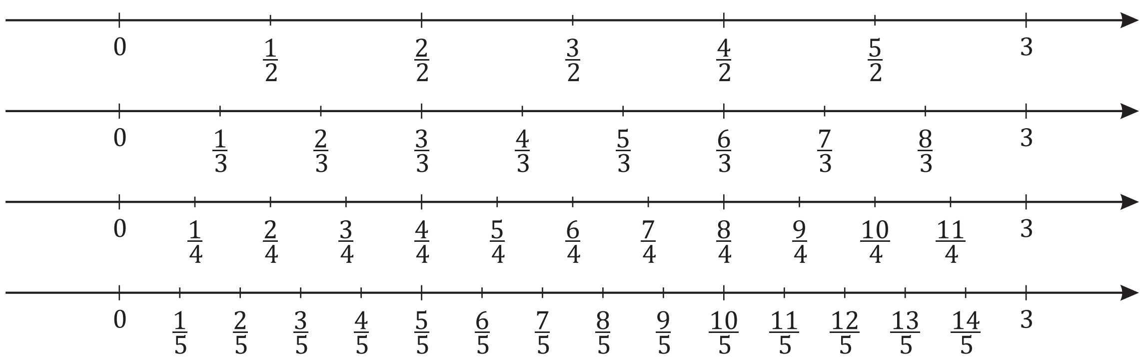
Ismételjünk! Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest, és jelöld rajta a felsorolt számokat! Legyen a füzetedben egy négyzetrács hossza 1 egység!

$$1; \quad 3; \quad 7; \quad -2; \quad -5; \quad 10$$

A számegyenesen eddig egész számokat ábrázoltunk. Hogyan ábrázolhatunk törteket? Te hová tennéd az $\frac{1}{2}$-et a számegyenesen?



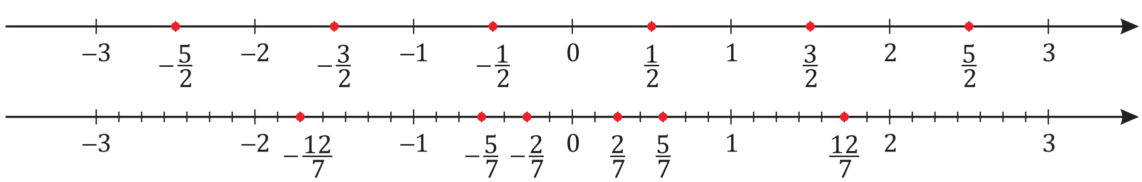
Osszuk fel a számegyenes 0 és 3 közötti szakaszát 6, 9, 12, majd 15 egyenlő részre. Amikor a 0 és 3 közötti szakaszt 15 részre osztjuk fel, akkor az egységet 5 részre osztjuk fel.



A számegyeneseken bejelölt számokat könnyen összehasonlíthatjuk. Azt is el tudjuk dönteni, hogy a vizsgált szám melyik két egész szám közé esik.
Válaszd ki az előző számegyenesek segítségével, mely törtek nagyobbak, mint 1!

$$\frac{7}{4}; \quad \frac{2}{3}; \quad \frac{6}{5}; \quad \frac{3}{4}; \quad \frac{5}{3}; \quad \frac{1}{2}$$

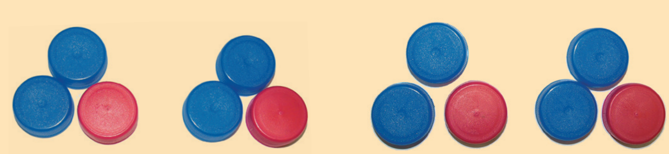
Írd fel a füzetedbe a fenti számegyenes felhasználásával a 3-at többféle tört alakban!
Ha a pozitív előjelű törtek ellentettjét vesszük, akkor negatív törteket kapunk. A negatív törtek is ábrázolhatók számegyenesen.



1. példa

Legyen az ábrán látható összeállítás egy egész!

Hány egészet és mekkora törtrészt tesznek ki az ábrán látható piros kupakok?

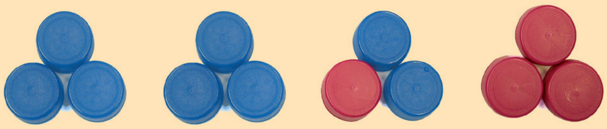


3. TÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA SZÁMEGYENESEN, VEGYES TÖRTEK

Megoldás

Minden egészben $\frac{1}{3}$ rész piros, ami összesen 4 darab $\frac{1}{3}$ rész, azaz $\frac{4}{3}$ rész.

Ha kicsit átrendezzük a helyzetüket, akkor ezt láthatjuk:



A piros kupakok 1 egészet és még $\frac{1}{3}$ részt tesznek ki. Ez 1 egész és még $\frac{1}{3}$. Röviden ezt úgy írhatjuk, hogy $1\frac{1}{3}$. Az $1\frac{1}{3}$ a $\frac{4}{3}$ egy másik alakja.

Ezt az alakot vegyes törtnek nevezzük. Használható a vegyes szám elnevezés is.

A vegyes tört segíthet eldönteni, hogy két tört közül melyik a nagyobb.

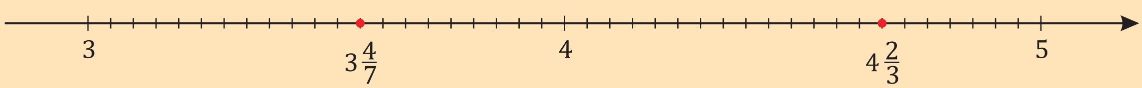
2. példa

Melyik nagyobb?

a) $3\frac{4}{7}$ vagy $4\frac{2}{3}$ *b)* $2\frac{3}{4}$ vagy $2\frac{5}{6}$ *c)* $-1\frac{1}{4}$ vagy $-2\frac{5}{6}$

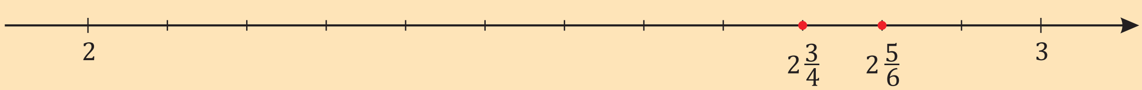
Megoldás

a)



A $3\frac{4}{7}$ a 3 és a 4 közé esik, a $4\frac{2}{3}$ a 4 és az 5 közé, tehát a $4\frac{2}{3}$ a nagyobb.

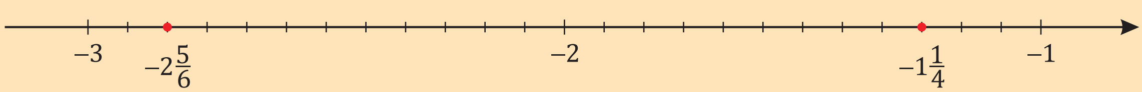
b)



Itt mind a két szám 2 és 3 között van, csak az egészek nélküli részét vizsgáljuk.

Alakítsuk át a törteket, hogy egyenlő legyen a nevezőjük: $2\frac{3}{4} = 2\frac{9}{12}$, $2\frac{5}{6} = 2\frac{10}{12}$, tehát az utóbbi a nagyobb.

c)



A $-1\frac{1}{4}$ a -1 és a -2 között van, a $-2\frac{5}{6}$ a -2 és a -3 között.

A két negatív tört közül az a nagyobb, amelyik közelebb van a nullához. Így a $-1\frac{1}{4}$ a nagyobb.

TÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA SZÁMEGYENESEN, VEGYES TÖRTEK 3.

Játék

Készítsetek magatoknak hat számkártyát!

Fordítsátok a kártyákat lefelé, majd egyikőtök húzzon ki két számkártyát egymás után! Írjátok fel azt a törtet, amelynek a számlálója az elsőnek kihúzott szám lesz, nevezője pedig a másodiknak kihúzott szám! Döntsétek el, hogy a kapott tört 1-nél nagyobb vagy kisebb!
Tegyétek vissza a számkártyákat, és a másik játékos is végezze el ugyanezt.
Hasonlítsátok össze a két törtet, akié a nagyobb, az kap egy pontot.
Játsszatok 5 ilyen játékot! Ki győzött?

Feladatok

1. Írd fel a következő mennyiségeket tört és vegyes tört alakban is! Van olyan ábra, ahol ezt nem tudod megtenni. Melyiknél és miért nem?

a)

b)

c)

d)

2. Alakítsd át a törteket vegyes törtekké!

a) $\frac{5}{2}$ *b)* $\frac{9}{2}$ *c)* $\frac{10}{3}$ *d)* $\frac{5}{3}$ *e)* $\frac{5}{4}$ *f)* $\frac{7}{4}$

3. Keresd meg az egyenlő törteket, és a betűjelüket írd a füzetedbe! Ha a betűket helyes sorrendbe teszed, egy értelmes magyar szót kapsz. Melyik ez a szó?

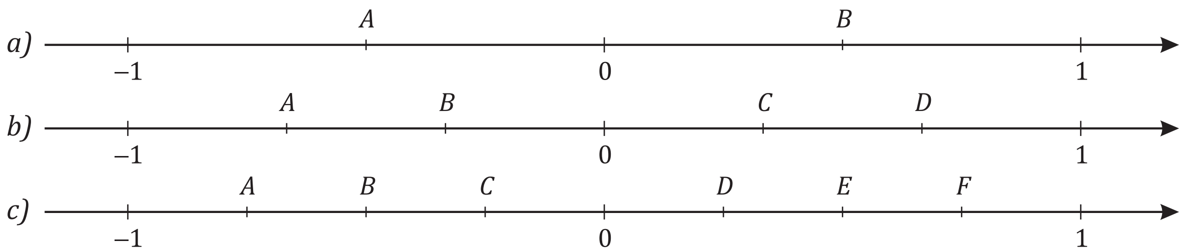
a) $A=\frac{8}{3}$ $E=\frac{7}{3}$ $P=2\frac{1}{3}$ $V=2\frac{2}{3}$ $U=2\frac{4}{12}$ $K=\frac{28}{10}$ $SZ=1\frac{4}{3}$ $R=\frac{21}{9}$

b) $S=\frac{18}{4}$ $A=\frac{7}{2}$ $R=\frac{9}{2}$ $GY=4\frac{1}{4}$ $I=4\frac{1}{2}$ $K=4\frac{7}{14}$ $B=\frac{12}{2}$ $E=2\frac{5}{2}$

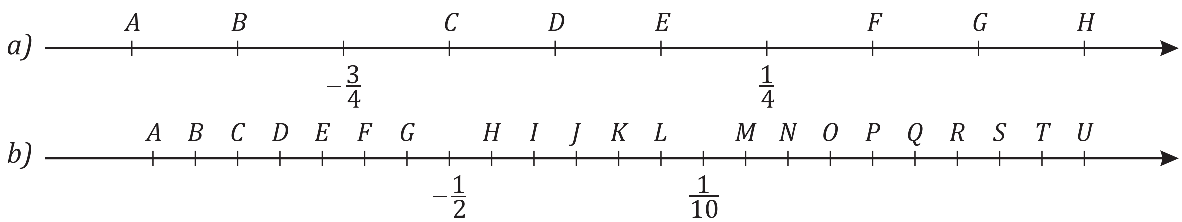
4. Írd át törtté!

a) $2\frac{1}{2}$ *b)* $5\frac{1}{2}$ *c)* $1\frac{1}{3}$ *d)* $1\frac{2}{3}$ *e)* $5\frac{3}{4}$ *f)* $9\frac{1}{4}$

5. Melyik betű melyik törtszámot jelöli a számegyenesen?



6. Keresd meg, melyik betű jelöli a 0-t, az 1-et és a –1-et a számegyenesen!



7. A gizmákok a számegyenes pozitív felén élő vidám kis lények. Színes kis házacskákban élnek, és azt is tudjuk, hogy a szomszédos házak ugyanolyan távol, $1\frac{1}{3}$ egységnyi távolságra vannak egymástól.

a) Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest úgy, hogy egy négyzetrács jelöljön $\frac{1}{3}$ egységet!

b) Jelöld a számegyenesen a gizmákok első 6 házát, ha tudod, hogy az első ház az 1 pontban van!

c) Írd a házak alá, melyik pontban helyezkednek el a számegyenesen!

d) Hányadik szomszédokra igaz az, hogy pontosan 4 egységnyire vannak egymástól?

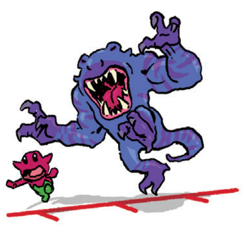
8. A számegyenesen élő gizmákok nagy ellensége a rettenetes Krancs. Egy napon a gonosz Krancs megéhezett, így üldözőbe vette az arra járó kis gizmákot. Amíg a Krancs $\frac{1}{2}$ egységnyit lép, addig a gizmák kétszer $\frac{1}{6}$ egységnyit ugrik. Jelenleg a Krancs a számegyenesen a 0 pontban, a gizmák az $1\frac{1}{2}$ pontban áll.

a) Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest, válaszd ki a megfelelő egységet, és jelöld, hol van rajta a Krancs és a gizmák!

b) Rajzold be különböző színnel, melyik mezőkre léphet a Krancs, és melyik mezőkre ugorhat a menekülő gizmák! (A gizmák természetesen nem a Krancs felé kezd el ugrálni.)

c) A számegyenes melyik pontjában fogja a Krancs elkapni a gizmákot?

d) Mennyit lépett eddig a Krancs, és mennyit ugrott a gizmák?



Az oázisok környékén a nagy szárazság miatt folyamatosan öntözni kell. Mivel a legegyszerűbb a vízsugarat körbeforgatva locsolni, ezért gyakran kör alakú kerteket hoznak létre.

1. példa

Mohamed és családja kör alakú kertjük $\frac{1}{4}$-ében banánt ültetett.

Később folytatták a telepítést, így a kert újabb $\frac{1}{4}$-ét sikerült beültetniük, majd kis idő múlva újabb $\frac{1}{4}$-ét. Mekkora területet ültettek be összesen? Olvassuk le az ábrákról!

Megoldás

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

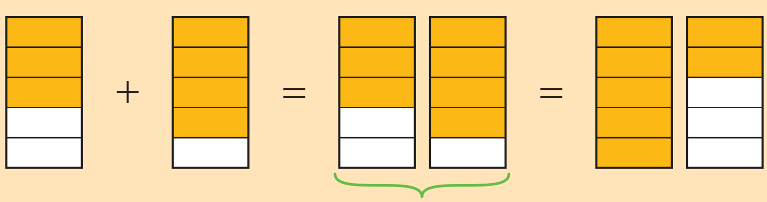
A zöld szeletek összege: 

A kertnek összesen $\frac{3}{4}$-ét ültették be.

2. példa

Egy téglalap az 1 egész. Mekkora része van kiszínezve az ábrán a két téglalapnak együtt?

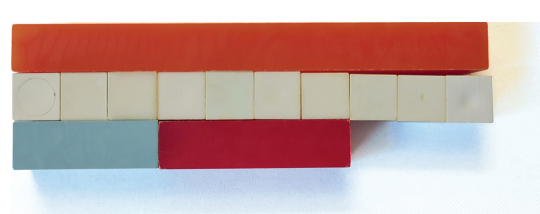
Megoldás



$$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{3+4}{5} = \frac{7}{5}$$

Egyenlő nevezőjű törteket úgy adhatunk össze, hogy a számlálójukat összeadjuk, a nevezőt változatlanul leírjuk.

A színesrúd készlettel is szemléltetni tudjuk a törtek összeadását. Például a $\frac{3}{10} + \frac{4}{10}$ összeadást az ábra mutatja.



4. EGYENLŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

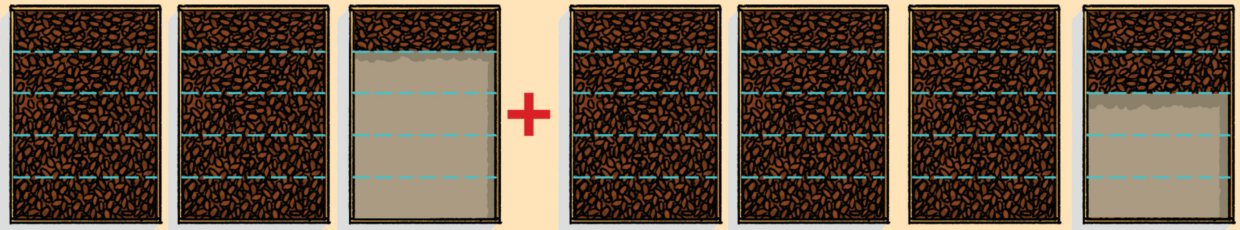
A színesrúd készletből rakd ki a

a) $\frac{6}{7}+\frac{4}{7}$; *b)* $\frac{5}{8}+\frac{2}{8}$; *c)* $\frac{6}{12}+\frac{1}{12}$ összeadásokat!

Keress többféle lehetőséget! Számítsd ki az összegeket!

3. példa

A bazárban Juszuf délelőtt $2\frac{1}{5}$ láda, délután $3\frac{2}{5}$ láda datolyát adott el.



Hány láda datolyát adott el Juszuf a nap során?

Megoldás

$2\frac{1}{5}$ láda + $3\frac{2}{5}$ láda = $5+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ láda = $5\frac{3}{5}$ láda

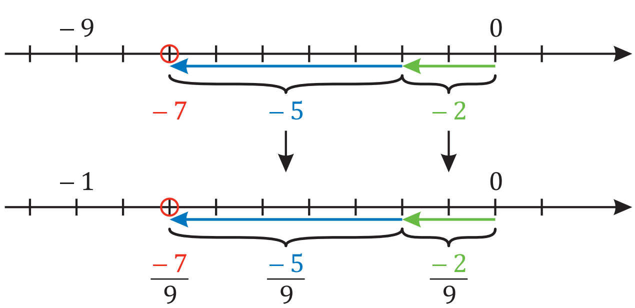
Vegyes törteket úgy is össze tudunk adni, hogy az egészeket és a törteket külön-külön összeadjuk.

Ha a kapott összegben a tört rész 1-nél nagyobb, azt át kell váltani egészekre.

Például: $1\frac{4}{7}+2\frac{6}{7}=3+\frac{4}{7}+\frac{6}{7}=3\frac{10}{7}=4\frac{3}{7}$

Játék

Alkossatok párokat! Az első, majd a második játékos dobjon kétszer egy dobókockával. A dobott számok olyan törtek számlálói lesznek, amelyek nevezője 6. Mindkét játékos írja le a füzetébe a saját dobása szerint kapott törteket, majd adja össze ezeket. Az nyer, akinek nagyobb lett a törtek összege. Játsszatok három fordulót!



Negatív törtek összeadásakor a számlálóval végzett műveletekben az egész számoknál tanult ismereteket használjuk.

$$\left(-\frac{2}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)=-\frac{2}{9}-\frac{5}{9}=-\frac{7}{9}$$

4. példa

Hamid egyik kertjének $\frac{7}{9}$ részében volt datolya, de sajnos ennek egy része, a kert $\frac{3}{9}$-e kiszáradt. A kert mekkora részén maradtak életben a datolyapálmák?

Megoldás

$\frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$

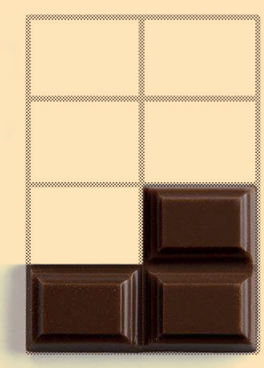
Kezdetben a kert $\frac{7}{9}$ része datolyaültetvény volt, miután kipusztult a $\frac{3}{9}$ rész, $\frac{7}{9} - \frac{3}{9} = \frac{4}{9}$ rész maradt.

5. példa

Szofi tábla csokoládéja 8 kockából áll. Ebből megevett 2 kockát. Később jött Panni, aki kapott 3 kockát. Mekkora része maradt meg az eredeti tábla csokinak?

Megoldás

$1 - \frac{2}{8} = \frac{8}{8} - \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$



$\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$

Megmaradt a csoki $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \frac{3}{8}$ része.

Egyenlő nevezőjű törteket úgy vonhatunk ki, hogy a kisebbítendő számlálójából kivonjuk a kivonandó számlálóját, ezt írjuk a különbség számlálójába, a nevezőt pedig változatlanul leírjuk.

Például: $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{7-2}{9} = \frac{5}{9}$

Vegyes számok kivonásakor a kisebbítendő egész részéből kivonjuk a kivonandó egész részét, majd a tört részekkel is elvégezzük a kivonást.

Például: $5\frac{3}{4} - 3\frac{1}{4} = 2\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = 2\frac{2}{4}$

4. EGYENLŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

Van olyan eset, amikor először az egészeket alakítjuk törtté, ezután végezzük el a kivonást.

Például: $5\frac{2}{5} - 3\frac{4}{5} = \frac{27}{5} - \frac{19}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$

Fogalmazzátok meg, mikor alkalmazhatjuk az első módszert, és mikor a másodikat!

Ha nem tudjuk a törtrészt kivonni, mert túl nagy, akkor sem kell a teljes törtet átalakítani, elég 1 egészet törtre váltani.

Mivel $5\frac{2}{5} = 4\frac{7}{5}$, ezért $5\frac{2}{5} - 3\frac{4}{5} = 4\frac{7}{5} - 3\frac{4}{5} = 1\frac{3}{5}$.

Játék

A játék lényege, hogy megtaláljátok a labirintusból kivezető utat. Ehhez az kell, hogy végigmenjetek a helyesen felírt mezőkön. Tegyetek egy közös bábut a RAJT sávba, és dobjatok egyszerre két kockával! Aki a nagyobbat dobja, az helyezheti el a bábut az első sáv helyes mezőjére. Számolással ellenőrizni kell, hogy helyes mezőre került-e a bábu! Ha igen, akkor a játékos átléphet egy szomszédos helyes mezőre. Csak olyan helyre léphet, amelyikhez vezet átjáró. Ha hibás mezőre lép, akkor vissza kell lépnie, és a másik játékos léphet. Az nyer, aki a CÉL sávba rakja a bábut.

RAJT

$1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$	$1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4} + \frac{5}{4} = 2$	$3\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 6\frac{1}{2}$	$4 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$
$\frac{3}{5} + \frac{7}{5} = 3$	$3\frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{14}{5}$	$\frac{7}{3} + 1\frac{2}{3} = 4$	$1\frac{7}{6} + \frac{4}{6} = 3$	$8\frac{1}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4}$
$\frac{8}{3} - \frac{5}{3} = \frac{13}{3}$	$1\frac{3}{7} - \frac{4}{7} = \frac{9}{7}$	$1\frac{1}{4} + \frac{8}{4} = 3\frac{1}{4}$	$7\frac{1}{5} - \frac{21}{5} = 1$	$\frac{8}{7} - 1\frac{1}{7} = \frac{9}{7}$
$\frac{4}{9} + 1\frac{5}{9} = \frac{9}{9}$	$3\frac{1}{8} - 1\frac{2}{8} = \frac{15}{8}$	$\frac{5}{7} + 1\frac{4}{7} = 2\frac{2}{7}$	$6\frac{3}{8} - \frac{4}{8} = 3$	$\frac{9}{2} - 3 = \frac{6}{2}$
$5\frac{1}{3} - 2 = \frac{8}{3}$	$\frac{19}{6} - 1\frac{5}{6} = 1\frac{2}{6}$	$\frac{15}{2} - 3 = 4\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{5} + 1\frac{4}{5} = 9$	$\frac{5}{8} + 1\frac{1}{8} = 1$

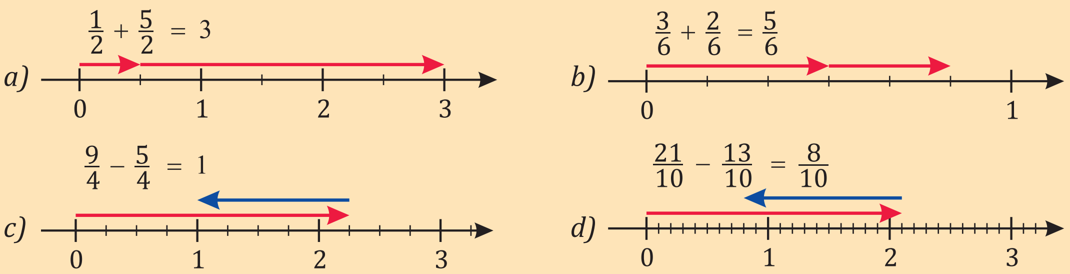
CÉL

6. példa

Ábrázoljuk számegyenesen a műveleteket, és olvassuk le az eredményt!

a) $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}$ *b)* $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$ *c)* $\frac{9}{4}-\frac{5}{4}$ *d)* $\frac{21}{10}-\frac{13}{10}$

Megoldás



Feladatok

1. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$ *b)* $\frac{6}{20}+\frac{9}{20}$ *c)* $\frac{5}{14}+\frac{6}{14}$ *d)* $\frac{15}{28}-\frac{13}{28}$ *e)* $\frac{8}{5}-\frac{6}{5}$ *f)* $\frac{17}{25}-\frac{11}{25}$

2. Rajzolj egy számegyenest a füzetedbe! Ábrázold a műveletek eredményét!

$\frac{3}{2}+\frac{4}{2}$ $\frac{7}{6}-\frac{2}{6}$ $\frac{8}{5}-\frac{5}{5}$ $\frac{21}{12}-\frac{13}{12}$

3. Anna a szülinapi buli után összerendezte az öt pizzából megmaradt szeleteket. Mivel eredetileg minden pizzát 8 egyenlő nagyságú szeletre vágtak, könnyű dolga volt.

a) Hány szelet pizzája maradt összesen?
b) Hány egész pizzát tudna belőle összeállítani?
c) Írd fel törtszámmal és vegyes törttel is a maradék pizzák számát!

4. Válaszolj az alábbi kérdésekre! Írjál, számoljál!

a) Megettem a csokim $\frac{7}{12}$ részét. Mekkora része maradt meg?

b) Ha ma megcsinálnám a házi feladatom $\frac{2}{3}$ részét, mekkora része maradna holnapra?

c) Ha délelőtt megnézném a film felét, akkor 45 perc maradna délutánra. Hány perces a film?

d) A csiga ma megtette az út $\frac{2}{5}$ részét, így holnapra 6 méter maradt még. Az út mekkora része maradt hátra? Milyen hosszú az egész út?

5. Írj műveletet az alábbi feladatokhoz! Válaszolj a kérdésekre! Számolj!

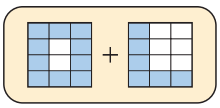
a) Mennyit adjak hozzá a $\frac{4}{7}$-hez, hogy $3\frac{1}{7}$-et kapjak?

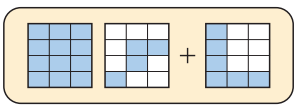
b) Mennyit vegyek el az $5\frac{7}{9}$-ből, hogy $2\frac{8}{9}$-et kapjak?

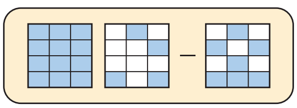
c) Két szám különbsége $3\frac{2}{3}$, a kisebb szám az $1\frac{1}{3}$. Melyik a másik szám?

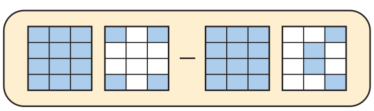
d) Két szám összege 3, különbsége 2. Melyik ez a két szám?

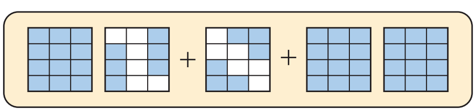
6. Keresd a párját! Az alábbi kártyákon összeadásokat látsz számokkal és ábrákkal. Az ábrákon egy négyzet 1 egészet ér. Párosítsd össze ezeket, majd végezd el a műveleteket! Készíts te is hasonló párokat a füzetedben!

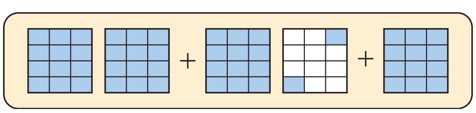
A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

F) 

G) $1\frac{4}{12} - 1\frac{4}{12}$

H) $\frac{10}{12} + \frac{6}{12}$

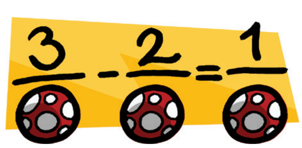
I) $2 + 1\frac{2}{12} + \frac{12}{12}$

J) $1\frac{4}{12} + \frac{6}{12}$

K) $1\frac{4}{12} - \frac{7}{12}$

L) $1\frac{6}{12} + \frac{6}{12} + 2$

7. *a)* Válassz ki minden színből egyet, és állítsd a törteket nagyság szerinti sorrendbe!
b) Válassz két egyszínű törtet! Add össze őket!
c) Válassz minden színből egy-egy párt, és vond ki a nagyobbikból a kisebbiket!



$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{3}$
$\frac{15}{7}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{12}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{1}{7}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{4}$
$\frac{11}{12}$	$\frac{7}{3}$	$\frac{12}{3}$	$\frac{4}{25}$
$\frac{23}{25}$	$\frac{2}{12}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{8}{7}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{10}{25}$

8. János beszolgáltatta a tizedet a várúrnak és egy másik tizedet a templomnak. $\frac{3}{10}$-et elvitt a lánya lakodalma. A termés hányad része maradt meg a családnak?

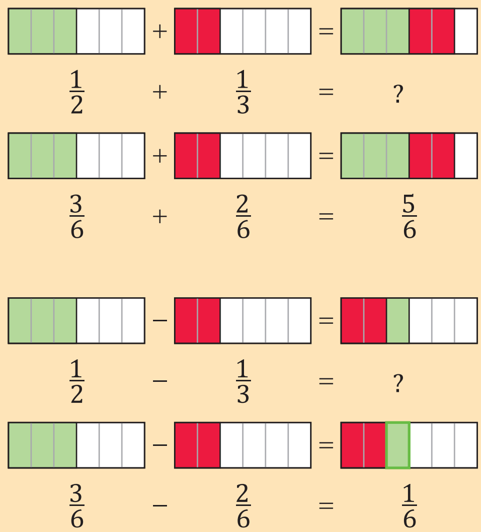
1. példa

Panniék hazafelé epret vettek. Az eper felét Panni kapta, a harmadát anya ette meg.

a) Hányad része fogyott el az epernek? *b)* Mennyivel kapott többet Panni, mint anya?

c) Mennyi eper maradt apának?

Megoldás



a) Azonos nevezőjű törteket könnyű volt összeadni. Most bővítsük mindkét törtet úgy, hogy ugyanaz a szám legyen a nevezőben: $\frac{1}{2}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{3}{6}$ és $\frac{1}{3}=\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{2}{6}$.

Tehát az eper $\frac{5}{6}$ részét ették meg ketten együtt.

b) Most is az segít, ha ugyanaz a két tört nevezője, azaz hozzuk közös nevezőre, bővítsük a törteket: $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$.

Tehát Panni $\frac{1}{6}$ résszel kapott többet, mint anya.

c) Az 1 is felírható tört alakban: $1=\frac{6}{6}$. Vonjuk ki az 1 egész adag eperből, amit Panniék már megettek:

$1-\frac{5}{6}=\frac{6}{6}-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$. Tehát apa az eper hatodát kapta.

Az egész számok is felírhatóak tört alakban. Például: $3=\frac{3}{1}$, $6=\frac{6}{1}$; $-3=\frac{-3}{1}$; $0=\frac{0}{1}$; $23=\frac{23}{1}$.

Bővíthetjük az 1 nevezőjű törtet is: $10=\frac{10}{1}=\frac{20}{2}=\frac{1010}{101}$; $54=\frac{54}{1}=\frac{108}{2}$.

Játék

Alakítsatok párokat! Minden pár kap 2 kockát. Minden gyerek dob egy-egy kockával, a dobott szám lesz a saját törtjének a számlálója. Még egyszer dobnak, ez lesz a törtjük nevezője.

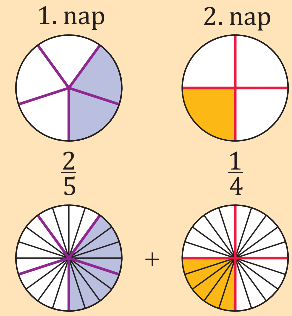
Az kap pontot, aki gyorsabban megmondja a pár által dobott két tört összegét. Például ha az első dobásnál Panni 1-et, Gerzson 5-öt dobott, a másodiknál Panni 3-at, Gerzson pedig megint 5-öt, akkor az nyeri a partit, aki az $\frac{1}{3}+\frac{5}{5}=\frac{4}{3}$ eredményt előbb megmondja.

Játsszatok 9 partit! Aki több pontot gyűjt, az nyer.

5. KÜLÖNBÖZŐ NEVEZŐJŰ TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

2. példa

Ali első nap a kertje $\frac{2}{5}$-ét vetette be, másnap az $\frac{1}{4}$-ét. A kert hányad részét vetette be az első két napon?

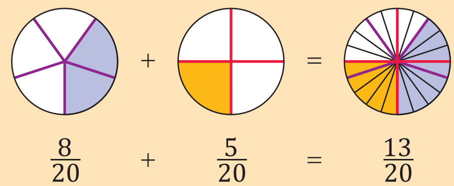


Megoldás

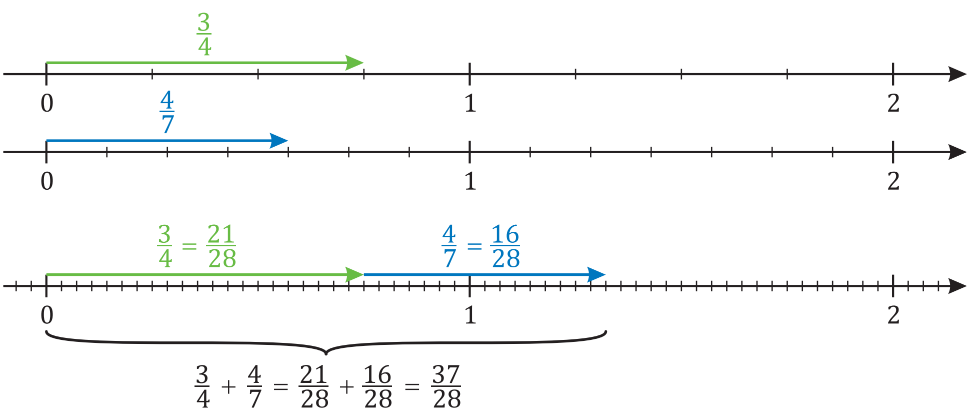
Ha ugyanakkora részekre osztjuk a kertet, akkor össze tudjuk hasonlítani a két nap bevetett területet, és meg tudjuk mondani, hogy a kertnek hányad része a két rész együttvéve. Osszuk fel a kertet 20 egyenlő részre! Ali az első napon $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{8}{20}$ részt, a második napon $\frac{1}{4} = \frac{1 \cdot 5}{4 \cdot 5} = \frac{5}{20}$ részt ültetett be.

A közös nevező a 20, a törteket bővítettük.

Ali a kert $\frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$ részét vetette be az első két napon.



Különböző nevezőjű törtek összeadásakor vagy kivonásakor a törteket bővítéssel vagy egyszerűsítéssel közös nevezőre hozzuk, és úgy végezzük el a műveleteket.

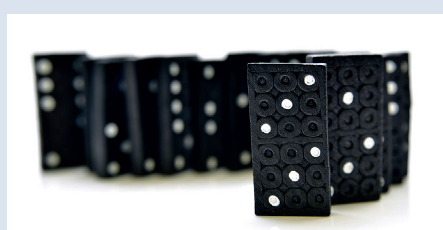


A számegyenes is hasznos lehet a törtek összeadásánál.

Például a
$\frac{3}{4} + \frac{4}{7} = \frac{21}{28} + \frac{16}{28} = \frac{37}{28}$.

Játék

Alkossatok két-két párt! A párok egymással versenyeznek.



Készítsetek elő egy dominókészletet! Vegyétek ki a dominók közül azokat a lapokat, amelyeknek valamelyik fele üres (nincs rajta pötty), ezek most nem kellenek a játékhoz. A többi dominót fordítsátok le! Mindenki húzzon egy dominót, és döntse el, hogy a két lehetőség közül melyik szám lesz az ő törtjének a számlálója, és melyik a nevezője!

A párok tagjai hasonlítsák össze a törtjeiket, és vonják ki a nagyobb törtből a kisebbet! A két pár hasonlítsa össze a kapott különbségeket! Az a pár kap pontot, akinek a különbsége kisebb lesz.

Tegyétek vissza a dominókat, és játsszatok öt fordulót!

3. példa

Két testvér, Bori és Berta ajándékba kaptak egy-egy ugyanolyan tábla csokit. Bori a tábla csoki kétötöd részét ette meg, a másik lány a háromnegyed részét.

a) Melyik lány evett kevesebb csokit?

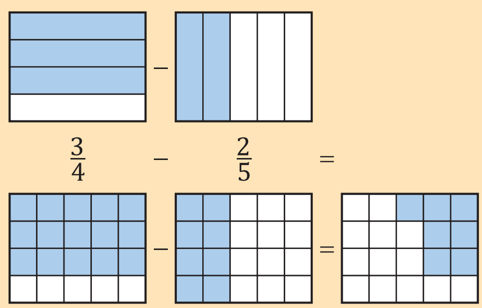
b) Mekkora résszel evett többet az egyik testvér a másiknál?

Megoldás

a) $\frac{2}{5}$ és $\frac{3}{4}$ közül az utóbbi a nagyobb, mert $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$ és $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$.

$\frac{15}{20}$ több, mint $\frac{8}{20}$, ezért $\frac{3}{4} > \frac{2}{5}$. Bori evett kevesebbet.

b) Az ábrák alapján:



$\frac{3}{4} - \frac{2}{5} =$

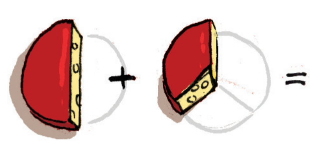
$\frac{15}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$

Berta $\frac{7}{20}$ résszel evett többet Borinál.

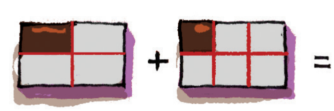
Feladatok

1. Írd fel a képekhez tartozó műveleteket a füzetedbe!

a)

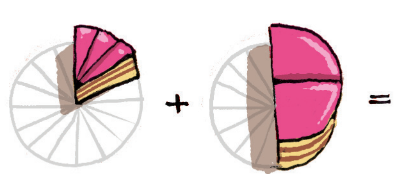


b)



c)

d)



2. Válaszd ki a megfelelő közös nevezőt! Vigyázz, lehet, hogy több helyes válasz is van! Válaszodat a füzetedben rajzzal indokold!

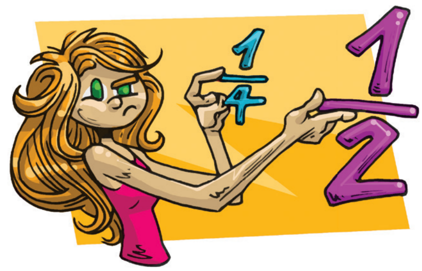
a) Kettedeket és negyedeket akarunk összeadni.	A: 2	B: 3	C: 4	D: 6	E: 8
b) Kettedeket és harmadokat akarunk összeadni.	A: 2	B: 3	C: 6	D: 8	E: 12
c) Harmadokat és ötödöket akarunk összeadni.	A: 3	B: 5	C: 8	D: 15	E: 20

3. Készíts az alábbi műveletekhez rajzokat a füzetedbe! Végezd is el az összeadásokat!

a) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$ *b)* $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ *c)* $\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ *d)* $\frac{2}{6}+\frac{3}{8}$

4. Végezd el a következő műveleteket!

a) $2+\frac{3}{7}$ *b)* $\frac{3}{14}+2$ *c)* $\frac{15}{12}-1$ *d)* $2-\frac{6}{10}$



5. Számold ki!

a) $\frac{3}{8}+\frac{3}{4}$ *b)* $\frac{1}{3}+\frac{6}{15}$ *c)* $\frac{7}{4}-\frac{11}{16}$ *d)* $\frac{11}{5}-\frac{23}{25}$

6. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\frac{3}{5}+\frac{3}{4}$ *b)* $\frac{3}{6}-\frac{2}{5}$ *c)* $\frac{7}{10}+\frac{4}{15}$ *d)* $\frac{21}{12}-\frac{23}{18}$

7. Végezd el a következő műveleteket!

a) $\frac{1}{6}+\frac{4}{3}+\frac{1}{3}$ *b)* $\frac{3}{10}+\frac{2}{5}-\frac{3}{2}$ *c)* $\frac{4}{3}-\frac{6}{5}+\frac{4}{15}$ *d)* $\frac{11}{4}-\frac{11}{16}-\frac{11}{8}$

8. Pótold a kimaradt számokat a füzetedben!

a) $2-\frac{\square}{3}=\frac{1}{3}$ *b)* $1+\frac{2}{\triangle}=\frac{5}{3}$ *c)* $\frac{\bigcirc}{3}-2=\frac{2}{3}$ *d)* $\frac{19}{3}-5=\frac{\text{⬡}}{3}$

9. Pótold a kimaradt számokat a füzetedben!

a) $3-\frac{2}{6}=\frac{\diamond}{3}$ *b)* $5+\frac{9}{6}=\frac{\text{⬠}}{2}$ *c)* $\frac{\text{▱}}{6}+\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$ *d)* $\frac{13}{6}-\frac{\text{⏢}}{6}=1$

10. Pótold a kimaradt számokat a füzetedben!

a) $\frac{5}{4}+\frac{\square}{\bigcirc}=\frac{11}{7}$ *b)* $\frac{11}{8}-\frac{1}{3}=\text{⬡}$ *c)* $\frac{19}{21}-\triangle=\frac{1}{2}$ *d)* $\frac{101}{19}+\text{⬠}=\frac{201}{17}$

11. Janka a hosszú hétvégén teljesítménytúrán volt a barátaival. A hosszú túrát három részre osztották. Pénteken $15\frac{1}{3}$ km-t, szombaton $17\frac{1}{4}$ km-t, vasárnap $11\frac{7}{12}$ km-t gyalogoltak.

a) Hány km-t gyalogoltak összesen?

b) Vajon akkor is ennyit gyalogoltak volna a három nap alatt összesen, ha más sorrendben teljesítik a távokat?

12. Végezd el az alábbi műveleteket! Keress egy „trükköt”, amivel egyszerűbben megoldhatod a feladatot!

a) $\frac{3}{7}+\frac{2}{5}+\frac{4}{7}+\frac{3}{5}$

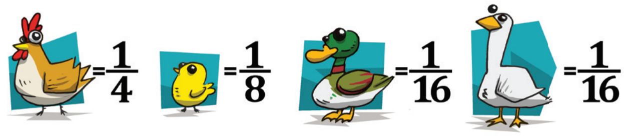
b) $\frac{1}{8}+\frac{9}{11}+\frac{3}{4}-\frac{9}{11}$

c) $\frac{5}{15}+\frac{30}{6}+\frac{2}{3}+\frac{40}{10}+\frac{8}{8}$

d) $\frac{13}{6}-\frac{1}{2}+\frac{16}{4}+\frac{9}{18}-\frac{26}{12}+\frac{49}{7}$

13. Népdalországban a hivatalos fizetőeszköz a pénz. 1 pénz 16 000 Ft-nak felel meg. A bevásárló énekli:

„Én elmentem a vásárba félpénzzel.
Tyúkot vettem a vásárban negyedpénzzel.
Csirkét vettem a vásárban nyolcadpénzzel.
Récét vettem a vásárban tizenhatodpénzzel.
Ludat vettem a vásárban tizenhatodpénzzel.
Kárikittyom, édes tyúkom, elfogyott a félpénzem.”



Számold ki, hogy mennyi forinttal ment a vásárba, hány forintba került egy csirke, egy réce, egy lúd! Vajon valóban elfogyott-e a vásárló összes pénze?

14. Az Újlaki iskolában felújításba fogtak.

a) A festők három teli vödör festékkel kezdték a munkát. Végül az egyik vödörben $\frac{2}{3}$, a második vödörben $\frac{2}{5}$, a harmadik vödörben $\frac{4}{15}$ részig maradt festék. Hány vödör festék maradt összesen?

b) A 4 méter széles és 10 méter hosszú öltöző lefedésére maradék padlószőnyeget szántak. Szerencsére a padlószőnyeget is 4 méter széles tekercsben árulták. Az első tekercsből $\frac{49}{12}$ méter, a másodikból $\frac{33}{15}$ méter, a harmadikból $\frac{157}{60}$ méter maradt.
Le lehet-e fedni velük az öltözőt?

c) $\frac{26}{7}$ méter hosszú szőnyegből levágtak $\frac{5}{3}$ métert. Milyen hosszú szőnyeg maradt?

d) Újlakiék a lakásfelújításra szánt 40 000 Ft $\frac{5}{8}$ részét festékre, $\frac{1}{10}$ részét pedig ecsetekre és festőhengerre költötték. Mennyi pénzük maradt?

15. Melyik a nagyobb? Válaszodat indokold!

$$\frac{2020}{2021} \text{ vagy } \frac{2021}{2022}$$

16. Milyen számokat írhatsz a betűk helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség? A különböző betűk különböző számokat jelölnek.

a) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$

b) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=1$

17. Számold ki a tört értékét!

$$\frac{1+3+5+7+\ldots+97+99}{2+4+6+8+\ldots+98+100}$$

6. TÖRT SZORZÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

Az egész számoknál tanultuk, hogy a szorzás azonos tagok összeadását jelenti.

$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3$

Hogyan szorozhatunk törteket természetes számmal?

1. példa

Mennyi $\frac{1}{2} \cdot 5$?

Megoldás

Ha ez egy egész: 1, akkor ez egy fél: $\frac{1}{2}$.

Az 5 darab $\frac{1}{2}$, az $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\quad \frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$,

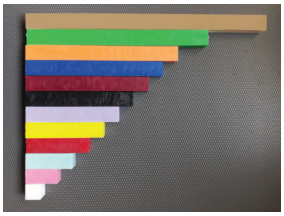
vagyis a számlálót szorozzuk 5-tel.

Ez ugyanannyi, mint az öt fele, azaz $\frac{5}{2}$, .

Dolgozz a színesrúd készlettel!

a) Legyen a citromsárga rúd az 1 egész.
Mennyit ér 3, 5, illetve 9 rózsaszín rúd?
Mennyit ér 2, illetve 4 világoskék rúd?

b) Legyen a fekete rúd az 1 egész.
Mennyit ér 2, 3, illetve 5 piros rúd?



2. példa

Mennyi $\frac{3}{2} \cdot 5$?

Megoldás

Ha ez egy egész: 1, akkor ez három ketted: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

Az 5 darab $\frac{3}{2}$ az: $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$

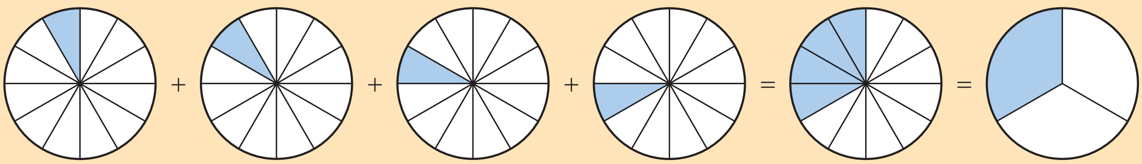
$\frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} = \frac{15}{2}$, vagyis a számlálót szorozzuk 5-tel, $\frac{3}{2} \cdot 5 = \frac{15}{2}$.

Törtet természetes számmal úgy szorzunk, hogy **a tört számlálóját megszorozzuk a természetes számmal, a nevezőt pedig változatlanul leírjuk.**

3. példa

Mennyi $\frac{1}{12} \cdot 4$?

Megoldás



$$\frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{1}{3}$$

Megfigyelhetjük, hogy a szorzást úgy is elvégezhettük volna, hogy a nevezőt osztjuk 4-gyel, a számlálót pedig változatlanul hagyjuk.

$$\frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{1}{12:4} = \frac{1}{3}$$

Törtet egy 0-tól különböző természetes számmal úgy is szorozhatunk, hogy a tört nevezőjét osztjuk a természetes számmal, a számlálót pedig változatlanul leírjuk.
Ezt a módszert akkor alkalmazhatjuk, ha a szorzó osztója a tört nevezőjének.

I. Ha egy törtet megszorzunk egy egész számmal, akkor előfordulhat, hogy egyszerűsíthetjük a törtet a szorzás után, például: $9 \cdot \frac{1}{12} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{4}{\cancel{12}}} = \frac{3}{4}$.

II. Lehetséges, hogy még a szorzás elvégzése előtt tudunk egyszerűsíteni, például: $4 \cdot \frac{5}{24} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot 5}{\underset{6}{\cancel{24}}} = \frac{5}{6}$.

Ez éppen azt jelenti, hogy a nevezőt osztottuk 4-gyel: $4 \cdot \frac{5}{24} = \frac{5}{24:4} = \frac{5}{6}$.

4. példa

Mennyi $2\frac{1}{3} \cdot 4$?

Megoldás

$$2\frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{7}{3} \cdot 4 = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$$

Vegyes törteket úgy szorozhatunk természetes számmal, hogy átváltjuk az egész részt törtté, majd az ismert módon elvégezzük a szorzást.

A következő órákon megismerhetsz más módszert is a vegyes törtek szorzására.

6. TÖRT SZORZÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

PÁROS MUNKA

Készítsetek elő egy dominókészletet és egy dobókockát! A készletből vegyétek ki az üres részeket tartalmazó dominókat, és a többit fordítsátok le!

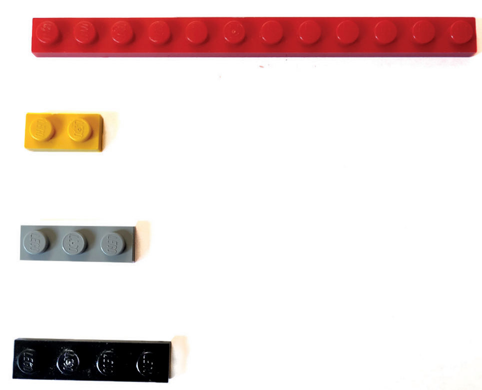
Az egyik játékos húzzon egy dominót, és döntse el, hogy a két lehetőség közül melyik szám lesz egy tört számlálója, és melyik a nevezője! A választott törtet megmondja a társának. A másik játékos ezután dob a dobókockával. A törtet és a dobott számot szorozzátok össze a füzetetekben! A következő fordulóban cseréljetek szerepet, aki először dominót húzott, az dob a dobókockával, és fordítva. A kapott szorzat értéke azé a játékosé, aki a dobókockával dobott.

Két forduló után hasonlítsátok össze a szorzatként kapott törteket! Az nyeri ezt a kört, akinél nagyobb a szorzat értéke.

Játsszatok le három ilyen kört (hat fordulót)!

Feladatok

1. A képen építőelemeket látsz. A hosszú piros 1 egészet ér.



a) Mennyit ér a sárga?
b) Mennyit ér két sárga?
c) Hány sárga elem ér 1 egészet?
d) Mennyit ér a szürke?
e) Mennyit ér három szürke?
f) Hány fekete elem ér 1 egészet?
g) Hány sárga elem ér annyit, mint két szürke elem?
h) Négy szürke elem hány fekete elemet ér?

2. Végezd el a szorzásokat! Egyszerűsíts, ha lehet!

a) $3\frac{1}{4}\cdot 2$ *b)* $5\frac{1}{7}\cdot 7$ *c)* $10\cdot 7\frac{3}{15}$

d) $8\cdot 2\frac{5}{6}$ *e)* $4\frac{2}{3}\cdot 9$ *f)* $16\cdot 1\frac{9}{64}$.

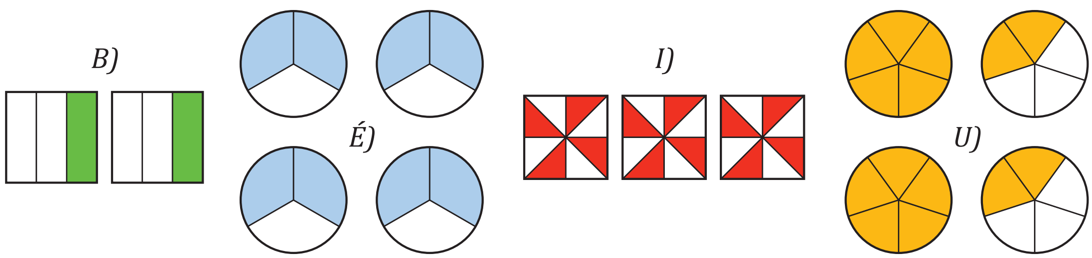
g) $1\frac{1}{5}\cdot 10$ *h)* $2\frac{1}{3}\cdot 6$ *i)* $12\cdot 3\frac{3}{4}$

3. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{11}{32}\cdot 16$ *b)* $\frac{9}{7}\cdot 14$ *c)* $\frac{4}{18}\cdot 9$ *d)* $\frac{3}{17}\cdot 51$ *e)* $\frac{13}{14}\cdot 42$

f) $\frac{11}{32}\cdot 1024$ *g)* $\frac{19}{45}\cdot 225$ *h)* $\frac{3}{19}\cdot 361$ *i)* $\frac{11}{12}\cdot 168$ *j)* $\frac{19}{121}\cdot 11$

4. Keresd meg az ábrákhoz tartozó számolásokat! Ha az egy ábrához tartozó betűket az ábra jelével együtt megfelelő sorrendbe rakod, három esetben egy-egy keresztnevet kapszt!



D) $\frac{4}{8}+\frac{4}{8}+\frac{4}{8}$ *E)* $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ *H)* $1\frac{2}{5}+1\frac{2}{5}$ *A)* $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$

L) $2\cdot\frac{1}{3}$ *M)* $\frac{1}{2}\cdot 3$ *R)* $4\cdot\frac{2}{3}$ *Ó)* $2\cdot 1\frac{2}{5}$

G) $2\frac{4}{5}$ *K)* $2\frac{2}{3}$ *Á)* $\frac{2}{3}$ *O)* $1\frac{1}{2}$

5. Kati naponta $\frac{3}{4}$ liter tejet iszik meg. Hány liter tejet iszik meg

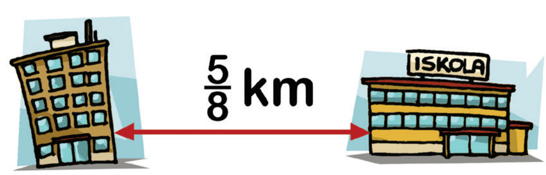
a) 3, *b)* 4, *c)* 5, *d)* 7, *e)* 10, *f)* 28

nap alatt?

$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{22}{5}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{15}{7}$	$\frac{1}{5}$
$\frac{23}{4}$	3	$\frac{1}{6}$	$\frac{14}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{12}{3}$
5	$\frac{12}{5}$	$\frac{11}{8}$	$\frac{1}{4}$	4	6
7	$\frac{12}{3}$	11	$\frac{3}{8}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{21}{2}$

6. Szorozd meg a törteket az ugyanolyan színű dobozban lévő természetes számmal $\left(\text{például: } \frac{2}{3}\cdot 3=2\right)$!

7. Istvánék lakásától $\frac{5}{8}$ kilométerre van az iskola. Hány kilométert tesz meg István jövet-menet



a) naponta, *b)* egy hét alatt, ha egy héten öt nap van tanítás, *c)* négy hét alatt?

8. A kiscica 1 nap alatt a macskaeledel $\frac{3}{80}$ részét eszi meg. Mennyi macskaeledelt eszik meg

a) 5 nap, *b)* 10 nap, *c)* 15 nap, *d)* 20 nap alatt?

e) Megközelítőleg hány napra elég egy zacskó macskaeledel?

7. TÖRT OSZTÁSA POZITÍV EGÉSZ SZÁMMAL

Készíts egy 10 cm és egy 12 cm hosszú papírszalagot!

A 10 cm-es szalag felét színezd be valamilyen halvány színnel, majd a beszínezett részt oszd fel öt egyenlő részre, és ebből egy részt színezz át egy másik színnel! Hány centiméter a két színnel beszínezett rész? A szalag hányad részét színezted be két színnel?

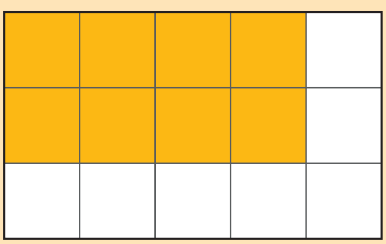
A 12 cm-es szalag háromnegyedét színezd be halványan, majd a beszínezett részt oszd fel négy egyenlő részre! Színezz át más színnel az így kapott részek közül egyet! A szalag mekkora részét színezted be két színnel?

1. példa

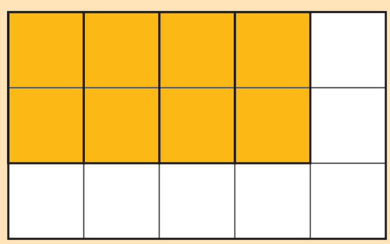
Kalózok foglalták el a szigetet, és felosztották 15 egyenlő részre. 8 rész Jack kapitánynak jutott, aki négy gyermekének adta a területeket. Így a kalózgyerekek két-két részt kaptak a 15 részre osztott szigetből. A birtoklevélbe a következő bejegyzés került:

Thomas a sziget $\frac{2}{15}$ részének birtokosa, a saját területén ő mindennek az ura. Ugyanez állt Liza, Robert és Jenna birtoklevelében is. Hogyan számoltak?

Megoldás



$\frac{8}{15}$ rész



4 db $\frac{2}{15}$ rész

$$\frac{8}{15} : 4 = \frac{8:4}{15} = \frac{2}{15}$$

A tört számlálóját osztjuk a pozitív egész számmal, és a nevezőt változatlanul hagyjuk.

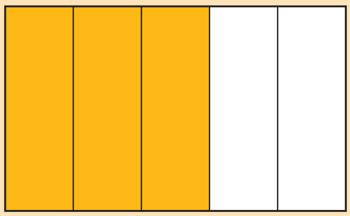
Sajnos ez nem mindig lehetséges. Például a sziget maradék részét, a $\frac{7}{15}$ részt ezzel a módszerrel nem tudjuk 4 egyenlő részre osztani, mert a 7 nem osztható 4-gyel.

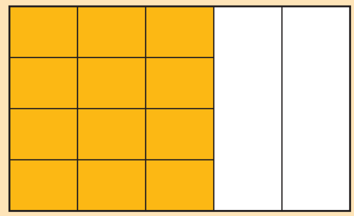
2. példa

A kalózok a sziget kincsét is magukhoz vették. Jack kapitány vette el a legnagyobb részt, az arany $\frac{3}{5}$-ét, de ezt is egyenlően osztotta szét a gyerekei között. Mennyit kapott Jenna?

Megoldás

A 3 nem osztható 4-gyel, úgyhogy a számlálót nem tudjuk osztani, más módszert kell keresni.





Minden ötödöt osszunk fel 4 részre, azaz a teljes kincset ne ötödökre, hanem huszadokra osszuk! A $\frac{3}{5}$ törtet bővítjük:

$\frac{3}{5}:4=\frac{3\cdot 4}{5\cdot 4}:4=\frac{3\cdot 4:4}{5\cdot 4}=\frac{3}{5\cdot 4}=\frac{3}{20}$. Vagyis $\frac{3}{20}$ rész lett Jennáé.

A tört nevezőjét szorozzuk a pozitív egész számmal, és a számlálót változatlanul hagyjuk.

Az előző két példa alapján az osztás elvégzésére két egyenértékű módszerünk van.
Törtet pozitív egész számmal úgy osztunk, hogy

1. **a tört számlálóját osztjuk a pozitív egész számmal, és a tört nevezőjét változtatás nélkül leírjuk.**
   Ezt csak akkor tehetjük meg, ha a szám osztója a tört számlálójának.
   Például: $\frac{8}{5}:2=\frac{8:2}{5}=\frac{4}{5}$
2. **a tört nevezőjét megszorozzuk a pozitív egész számmal, és a tört számlálóját változtatás nélkül leírjuk.**
   Ez a módszer mindig alkalmazható. Például: $\frac{8}{5}:2=\frac{8}{5\cdot 2}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

Feladatok

1. Végezd el a következő osztásokat! Ha lehet, egyszerűsítsd!

a) $\frac{7}{9}:4$ *b)* $\frac{10}{3}:5$ *c)* $\frac{12}{5}:4$ *d)* $\frac{2}{3}:3$ *e)* $\frac{7}{5}:2$ *f)* $\frac{3}{10}:4$

g) $\frac{7}{9}:7$ *h)* $\frac{5}{12}:5$ *i)* $\frac{2}{3}:5$ *j)* $\frac{6}{15}:5$ *k)* $\frac{9}{7}:2$ *l)* $\frac{8}{9}:4$

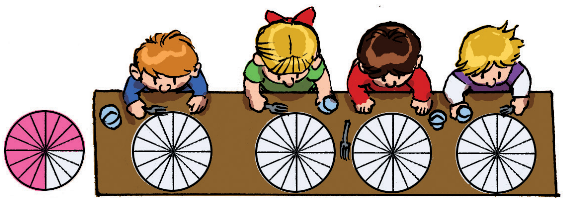
2. Készíts ábrákat a példákhoz a füzetedben, és válaszolj a kérdésekre!

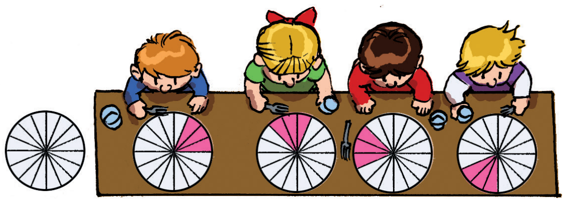
a) Keve megkapta a csoki ötödének a felét, Zsiga a csoki tizedét. Ki kapott többet?
b) Ágotáék elnegyedelték a torta harmadát. Beniék elharmadolták a torta negyedét. Melyik szelet lett a nagyobb?
c) A pizza hatodának a harmada Lucáé, a kilencedének a fele pedig Adélé. Kinek jutott több pizza?

3. Laci egy könyv $\frac{6}{25}$ részét olvasta el 3 óra alatt. István ugyanennek a könyvnek $\frac{10}{27}$ részét 5 óra alatt olvasta el. Melyik fiú olvasott gyorsabban?

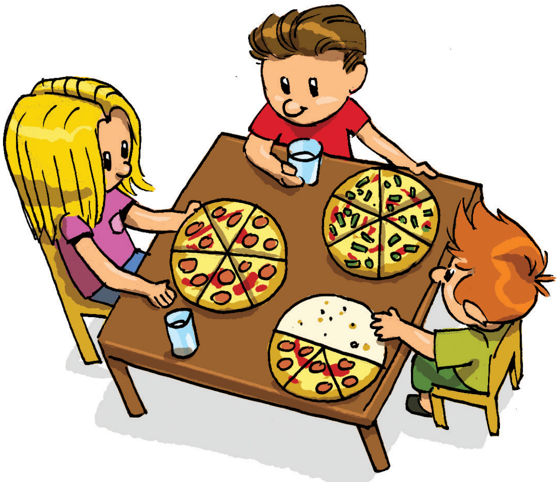
4. Írj szöveget az alábbi ábrákhoz! Fogalmazd meg, mekkora részt osztottak szét a gyerekek, és kinek mennyi jutott! Írd fel műveletek segítségével is!

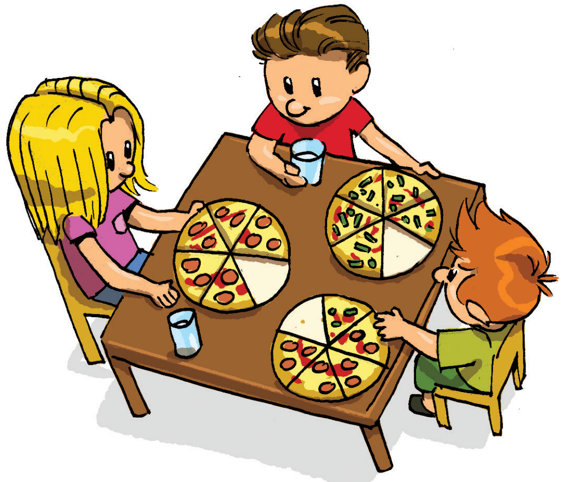
a)



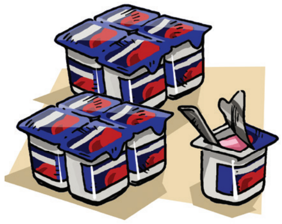


b)





5. Számítsd ki!

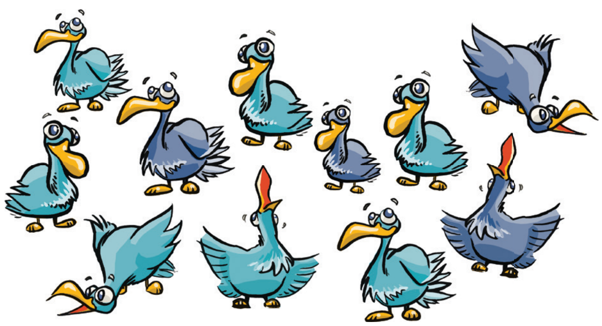


a) 9 doboz joghurt tömege $\frac{18}{5}$ kilogramm. Hány kilogramm 1 doboz joghurt tömege? Hány kilogramm 4 doboz joghurt tömege?

b) Zoliék 12 nap alatt a telek $\frac{36}{49}$ részét művelték meg. Hányad részét művelték meg 1 nap alatt?

c) 10-en 4 nap alatt $\frac{7}{2}$ kilogramm kenyeret ettek meg. Mennyi kenyeret evett meg 1 ember 4 nap alatt? Mennyi kenyeret evett meg 1 ember 1 nap alatt?

6. Az irodalmi versenyen az Arany csapat is indult. 100-nál kevesebb pontot értek el, de a megszerezhető pontok $\frac{12}{13}$ részével így is elsők lettek. A csapatban 5 gyerek volt, akik fejenként ugyanannyi ponttal járultak hozzá a sikerhez. Hány pontot lehetett szerezni a versenyen?



7. A képen látható madarak közül kettő elrepül, aztán a maradék harmada is. Hány madár marad?

MŰVELETEK SORRENDJE, ZÁRÓJELFELBONTÁS 8.

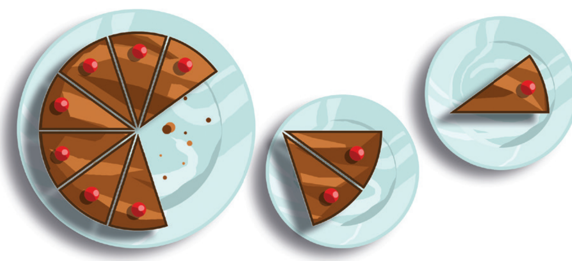
Az egész számoknál megfigyeltük, hogy az összeadást tetszőleges sorrendben elvégezhetjük, és az észszerű csoportosítás könnyebbé, gyorsabbá teszi a számolást.

$15 + 28 + 32 + 35 = 15 + 35 + 28 + 32 = 50 + 60 = 110$

$(+42) + (-54) + (+78) + (+84) = (+42) + (+78) + (+84) + (-54) = (42 + 78) + (84 - 54) = 120 + 30 = 150$

A törtek összeadásakor is érvényesek az egész számok összeadásánál tapasztalt tulajdonságok.

Ha egy tortából levágunk két adagot, például $\frac{1}{10}$ részt és $\frac{1}{5}$ részt, azt tetszőleges sorrendben megtehetjük. Ha mindkét adagot Eszter eszi meg, akkor teljesen mindegy, hogy melyiket vágtuk le előbb, a két levágott adag összesen ugyanakkora.



$$\frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

Összeadás esetén tetszőlegesen csoportosíthatjuk az összeadandókat.

$$\frac{1}{12} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} + \frac{2}{12} = \left(\frac{1}{12} + \frac{2}{12}\right) + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{12} + \frac{2}{8} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Pozitív szám kivonása esetén a műveletet negatív szám hozzáadásával is elvégezhetjük. Így tetszőlegesen felcserélhetjük vagy csoportosíthatjuk az összeadandókat.

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \left(+\frac{5}{2}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) = \left(+\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{3}{4}\right) = 2 + \frac{3}{4} = 2\frac{3}{4}$$

Versenyezzetek!

Írd le a füzetedbe a műveletsort! Végezd el a műveleteket! (Csoportosíts célszerűen!) Eredményeidet írd fel egy kis papírra, és vidd ki a tanárodnak! Legyél te a legügyesebb!

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{6}$; *b)* $\frac{3}{7} + \frac{9}{14} + \frac{10}{28} + \frac{4}{7}$; *c)* $\frac{4}{5} + \frac{2}{9} - \frac{4}{3} + \frac{2}{9} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9}$

1. példa

Szofi egy téglalap alakú asztalterítő szélére ünnepi szegélyt szeretne ragasztani. A terítő egyik oldalának hossza $\frac{2}{5}$ méter, másik oldalának hossza $\frac{3}{4}$ méter.

Milyen hosszú díszszalagot vegyen Szofi?

Megoldás

Kétféle módon tudjuk kiszámolni a keresett mennyiséget.

I. A téglalap négy oldalának hosszát összeadjuk.

$\frac{2}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4}$, mivel a téglalap két-két oldala egyenlő hosszú, ezért:

$$\frac{2}{5} \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 2 = \frac{4}{5} + \frac{6}{4} = \frac{4}{5} + \frac{3}{2} = \frac{8}{10} + \frac{15}{10} = \frac{23}{10} \text{ méter.}$$

II. Számolhatunk úgy is, hogy a két különböző oldal hosszát összeadjuk, majd ennek vesszük a kétszeresét.

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)\cdot 2=\left(\frac{8}{20}+\frac{15}{20}\right)\cdot 2=\frac{23}{20}\cdot 2=\frac{23}{10}\text{ méter.}$$

A kétféle módon kiszámított mennyiség ugyanakkora.

$$\left(\frac{2}{5}+\frac{3}{4}\right)\cdot 2=\frac{2}{5}\cdot 2+\frac{3}{4}\cdot 2$$

Az egész számoknál megismert zárójelfelbontásra vonatkozó szabályt törtek esetén is használhatjuk.

Összeget vagy különbséget úgy is szorozhatunk pozitív egész számmal, hogy az összeg vagy különbség minden tagját megszorozzuk vele, és a szorzatokat összeadjuk vagy kivonjuk.

Ez igaz akkor is, ha egy összeget pozitív egész számmal osztunk.

$$\left(\frac{14}{5}+\frac{28}{3}\right):7=\frac{14}{5}:7+\frac{28}{3}:7=\frac{2}{5}+\frac{4}{3}=\frac{6}{15}+\frac{20}{15}=\frac{26}{15}$$

2. példa

Mivel egyenlő

a) $3\frac{1}{5}\cdot 2$; *b)* $12\frac{4}{9}:3$?

Megoldás

A vegyes törtek szorzását, osztását elvégezhetjük úgy, hogy átváltjuk őket közönséges törtté, és azokkal végezzük el a műveletet.

a) $3\frac{1}{5}\cdot 2=\left(\frac{15}{5}+\frac{1}{5}\right)\cdot 2=\frac{16}{5}\cdot 2=\frac{32}{5}=6\frac{2}{5}$

b) $12\frac{4}{9}:3=\left(\frac{108}{9}+\frac{4}{9}\right):3=\frac{112}{9}:3=\frac{112}{27}=4\frac{4}{27}$

A vegyes törtek összeg alakban is felírhatók. Most olyan módszert mutatunk, amelyik a zárójelfelbontásra vonatkozó szabályt alkalmazza.

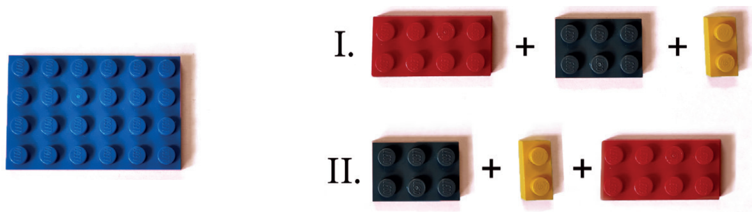
a) $3\frac{1}{5}\cdot 2=\left(3+\frac{1}{5}\right)\cdot 2=3\cdot 2+\frac{1}{5}\cdot 2=6+\frac{2}{5}=6\frac{2}{5}$

b) $12\frac{4}{9}:3=\left(12+\frac{4}{9}\right):3=12:3+\frac{4}{9}:3=4+\frac{4}{27}=4\frac{4}{27}$

Az eredmény ugyanannyi lett, mint az előző esetben, de akkor nagyobb számokkal kellett műveleteket elvégezni. Mindig dönthetsz, hogy melyik módszerrel számolsz. Érdemes végiggondolni, melyik esetben kell kevesebbet számolni.

Feladatok

1. A kék építőkocka 1 egészet ér.



a) Írd fel, mekkora része a kék építőkockának a piros, a szürke, illetve a sárga építőkocka!
b) Írd fel számokkal is a képen látott műveleteket!
c) Hasonlítsd össze a két végeredményt, és döntsd el, melyik a nagyobb! Válaszodat indokold!

2. Hami több, nem egyenlő részre vágta a pizzáját. Először megette a pizza harmadát, majd a negyedét, végül a hatodát. Így sajnos nagyon kevés maradt vacsorára.
a) A pizza hányad részét ette meg?
b) Hányad része maradt meg vacsorára?
c) Milyen sorrendben kellett volna megennie a fent említett három részt, hogy több maradjon vacsorára? Válaszodat indokold!

3. Végezd el a következő műveleteket! Csoportosíts ügyesen, hogy a lehető legkevesebbet kelljen számolnod!

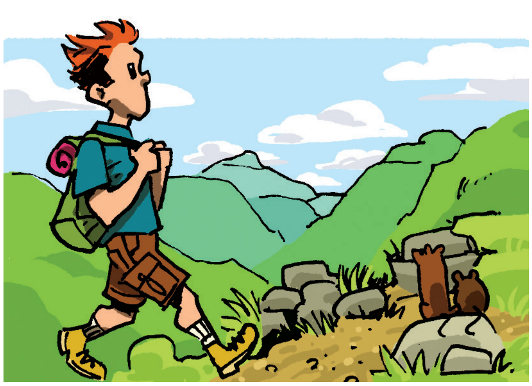
a) $\frac{1}{7}+\frac{8}{11}+\frac{2}{7}+2\frac{3}{11}+\frac{33}{11}+1\frac{4}{7}$ *b)* $2\frac{4}{9}-\frac{8}{5}+\frac{21}{12}-\frac{13}{9}-\frac{3}{4}+\frac{8}{5}$

4. Melyik a nagyobb? Válaszodat indokold!

a) $\left(\frac{5}{9}+\frac{4}{7}\right)+\frac{3}{8}$ vagy $\frac{5}{9}+\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{8}\right)$ *b)* $\left(\frac{7}{8}+\frac{9}{4}\right)-\frac{1}{6}$ vagy $\frac{7}{8}+\left(\frac{9}{4}-\frac{1}{6}\right)$

c) $\left(2\frac{7}{18}-\frac{1}{6}\right)+\frac{4}{9}$ vagy $2\frac{7}{18}-\left(\frac{1}{6}+\frac{4}{9}\right)$

5. A hétvégi Nagy Gyalogtúra komoly fejtörést okozott Lótifutinak. Meggyőződése ugyanis, hogy ha a szombat délutáni és a vasárnapi távokat felcserélik, akkor összességében több kilométert tesznek meg. Szombaton délelőtt $14\frac{1}{5}$, délután $16\frac{2}{3}$ kilométert gyalogoltak. Vasárnapra a $13\frac{3}{4}$ kilométeres szakasz maradt.



a) Szerinted hosszabb lenne a teljes távolság a csere után? Válaszodat indokold!
b) Hány kilométert gyalogoltak összesen?

6. Másold át a füzetedbe, és tegyél az alábbi műveletsorba egy nyitó és egy csukó zárójelet úgy, hogy minden esetben különböző végeredményt kapj! Hány különböző megoldást találtál?

$$4\frac{3}{4} - \frac{3}{2} - \frac{1}{4} - \frac{3}{8}$$

7. A $\frac{11}{15} - \frac{7}{17} + 2\frac{4}{15} - \frac{10}{17}$ műveletsort így is átírhatod: $\frac{11}{15} + \left(-\frac{7}{17}\right) + 2\frac{4}{15} + \left(-\frac{10}{17}\right)$.

Csoportosítást alkalmazva könnyebb lesz a számolás:

$\frac{11}{15} + 2\frac{4}{15} + \left(-\frac{7}{17}\right) + \left(-\frac{10}{17}\right) = 3 + (-1) = 2.$

Írd át az alábbi műveleteket, és ügyesen csoportosítva számítsd ki az eredményeket!

a) $\frac{19}{7} - \frac{5}{13} + 2 - \frac{8}{13} + \frac{9}{7}$

b) $7\frac{5}{12} - 2\frac{3}{19} - \frac{7}{12} + \frac{22}{19} - \frac{17}{12}$

c) $-\frac{11}{24} - \frac{25}{9} + 1\frac{14}{28} + 3\frac{1}{2} - \frac{13}{24} + 2\frac{7}{9}$

8. Ágostont a barátai rábeszélték, hogy vegyen részt a téli szünetben az „Élj egészségesebben!” kihíváson, így a következő héten minden hétköznap háromszor fog otthon tornázni. Reggel $\frac{1}{6}$ órát, délben $\frac{1}{4}$ órát és délután fél órát tornázik. Hány órát fog tornázni a kihívás szerint a jövő héten Ágoston?

9. Ági néni, az ötödikesek osztályfőnöke, lelkesen számolgatja, mennyi gyümölcsöt vegyen a szombat délutáni családi napra a gyümölcssalátába. Úgy gondolja, elég lesz a gyerekeknek fejenként 10 dkg alma, $\frac{1}{5}$ kg banán, 100 g narancs és $\frac{1}{20}$ kg kivi. Ági néni a felnőttekre minden gyümölcsből dupla adagot számolt.

a) Melyik gyümölcsből hány kg-ot vegyen, ha az osztályába 36 gyerek jár, és a gyerekek felének eljön egy testvére és az egyik szülője is?

b) Hány kg gyümölcssaláta lesz összesen?

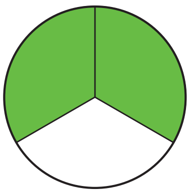
c) Becsüljétek meg hány óráig tart elkészíteni ezt Ági néninek, ha egyedül dolgozik?

10. Anyanyuszi elment a három kisnyuszival a sarki zöldségeshez, hogy megvegyék a jövő heti elemózsiájukat! Vettek $5\frac{1}{2}$ kg káposztát, $8\frac{3}{4}$ kg répát, $3\frac{1}{5}$ kg salátát és $1\frac{3}{10}$ kg zellert. Hány kg zöldséget cipeltek haza fejenként, ha mindenki ugyanolyan nehéz szatyrot cipelt?

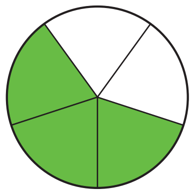
Feladatok

1. Válaszd ki azt a törtet, amelyik megadja, hogy az ábra hányad része van beszínezve!

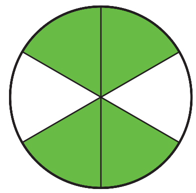
a) $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$



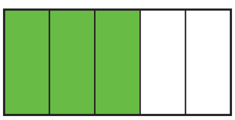
b) $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{5}$



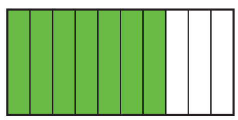
c) $\frac{4}{6}$ $\frac{5}{6}$



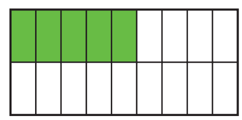
d) $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$



e) $\frac{5}{12}$ $\frac{7}{10}$

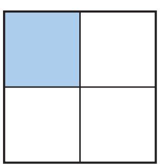


f) $\frac{6}{20}$ $\frac{5}{18}$

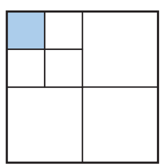


2. Mekkora része van kiszínezve a teljes alakzatnak?

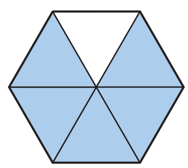
a)



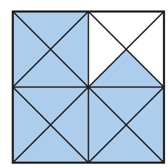
b)



c)



d)



3. Milyen számokat írhatunk a házikó helyére, hogy igaz legyen az egyenlőség?

a) $\frac{3}{4} = \frac{6}{\text{⌂}}$ *b)* $\frac{4}{25} = \frac{16}{\text{⌂}}$ *c)* $\frac{\text{⌂}}{21} = \frac{4}{7}$ *d)* $\frac{7}{5} = \frac{\text{⌂}}{35}$

4. Igaz vagy hamis? Döntsd el!

a) Két egyenlő nevezőjű pozitív tört közül az a kisebb, amelyiknek a számlálója kisebb.
b) Két egyenlő számlálójú negatív tört közül az a kisebb, amelyiknek a nevezője kisebb.
c) A negatív egész számoknak nincs tört alakjuk.
d) Vegyes tört alakban felírt pozitív szám értéke nagyobb, mint 1.

5. Rajzolj a füzetedbe egy számegyenest! Legyen 1 egész 12 kis négyzet. Ábrázold számegyenesen a felsorolt törteket, és írd a számok alá a betűjelüket! Helyes ábrázolás után a betűket összeolvasva egy értelmes mondatot fogsz kapni. Írd le a füzetedbe!

$M = \frac{3}{12}$ $P = -\frac{5}{12}$ $A = \frac{5}{4}$ $N = \frac{2}{3}$ $É = -\frac{1}{2}$ $U = \frac{3}{8}$ $K = \frac{49}{42}$ $Z = -\frac{3}{4}$ $S = -\frac{3}{2}$ $! = \frac{15}{10}$

6. Anya $\frac{3}{4}$ méter bordó szalagot és $\frac{2}{3}$ méter világoszöld szalagot vásárolt egy tavaszi kép díszítéséhez. Elegendő-e ez a másfél méter hosszú képkeret körberagasztásához, ha a szalagokat átfedés nélkül ragasztja egymás után, és a teljes keretet lefedi?

9. MIT TANULTUNK EDDIG? GYAKOROLJUNK!

7. Hány cm hosszúak az alábbi szakaszok? Segítségül rajzoltunk egy méterrudat.

a) $\frac{1}{2}$ méter *b)* $\frac{1}{10}$ méter *c)* $\frac{3}{10}$ méter *d)* $\frac{3}{5}$ méter

e) $1\frac{4}{10}$ méter *f)* $3\frac{1}{2}$ méter *g)* $2\frac{1}{5}$ méter *h)* $2\frac{1}{4}$ méter

1 méter

8. Kati másfél liter vizet töltött a párologtatóba. Este elpárolgott belőle a fele. Hány liter víz maradt a párologtató edényben?

9. Peti 18 matricát kapott ajándékba. A felét megtartotta. A maradékot egyenlően elosztotta három barátja között. Rajzolj a feladatról ábrát a füzetedbe!
a) Hány matricát kapott egy barátja?
b) Ez az összes matricának mekkora része?

10. Egy gyümölcskoktél egyötöd része ananászlé, negyed része narancslé, fele almalé. A koktél többi része víz. A koktél hányad része gyümölcslé?

11. Alakítsd át a törteket vegyes törtekké!

a) $\frac{17}{5}$ *b)* $\frac{21}{5}$ *c)* $\frac{13}{6}$ *d)* $\frac{17}{7}$ *e)* $\frac{9}{8}$ *f)* $\frac{20}{9}$

Játék

Ezt a játékot legfeljebb négyen játszhatjátok. A játéktáblát a következő oldalon találjátok.
A játékhoz szükségetek lesz egy dobókockára, fejenként egy bábura és néhány darab, játékosonként különböző jelölőkorongra, érmére, kavicsra stb.

A START mezőről indultok, és felváltva léptek egymás után. A játékot a legfiatalabb kezdi.

A kezdő játékos dobjon a kockával, és lépjen a megfelelő mezőre. Végezze el az ott található műveletet, és tegye a saját jelölőkorongját a kapott eredménynek megfelelő hatszögbe. Egy hatszögbe mindenki legfeljebb egy jelölőkorongot tehet. A többiek ellenőrizzék a számolás helyességét! Ha a játékos hibázott és elszámolta, akkor sajnos le kell vennie a jelölőérméjét a tábláról.

Ha az első játékos végzett a számolással, hasonlóan követik őt a többiek.

A játék célja, hogy minél több jelölőérmét helyezz el a táblán.

A játék akkor ér véget, ha valaki átjutott a CÉL vonalon. Ő jutalmul elhelyezhet egy jelölőérmét a tábla tetszőleges hatszögén. Az nyeri a játékot, akinek a legtöbb jelölőérméje van a táblán.

Jó játékot kívánunk!

START

$\frac{2}{5} \cdot 10$

$1\frac{5}{7} : 4$

$\frac{1}{10} \cdot 4$

$3 - \frac{20}{9}$

$8\frac{1}{3} - \frac{10}{3}$

$\frac{13}{9} + \left(-\frac{2}{3}\right)$

$\frac{1}{2} + \frac{4}{3}$

$\frac{3}{12} \cdot 11$

$\frac{-8}{15} + \frac{14}{15}$

$-2 + \frac{17}{7}$

$\frac{21}{9} - 1$

$\frac{5}{6} \cdot 6$

$\frac{11}{28} \cdot 7$

$\frac{1}{18} \cdot 33$

$\frac{5}{9} + 3\frac{4}{9}$

$3 - \frac{5}{3}$

$\frac{1}{16} \cdot 58$

$\frac{1}{14} \cdot 6$

$\frac{19}{2} - 4\frac{1}{2}$

$\frac{-13}{8} + 5\frac{1}{4}$

$5\frac{7}{8} - \frac{15}{8}$

$3\frac{1}{3} + \left(\frac{-9}{6}\right)$

$\frac{42}{35} : 3$

$\frac{28}{9} : 4$

$\frac{5}{15} \cdot 4$

$1\frac{1}{4} + \frac{3}{2}$

CÉL

$1\frac{1}{3}$

5

$\frac{3}{7}$

$\frac{11}{6}$

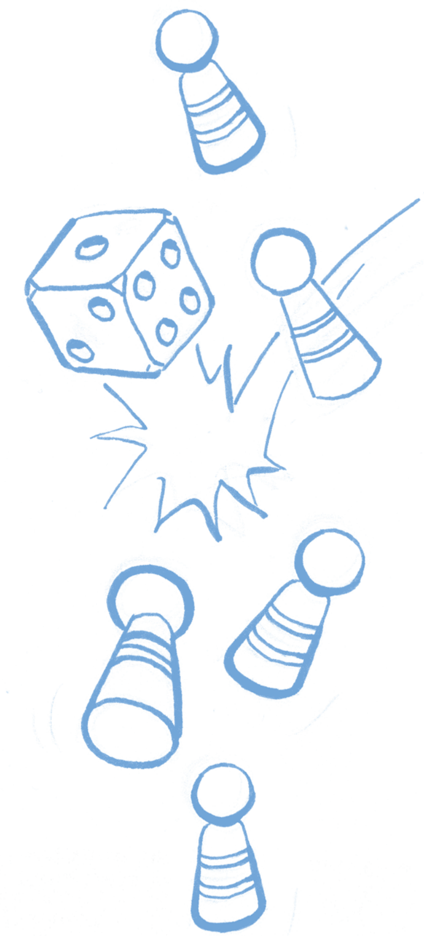
$\frac{7}{9}$

$3\frac{5}{8}$

$2\frac{3}{4}$

4

$\frac{2}{5}$



9. MIT TANULTUNK EDDIG? GYAKOROLJUNK!

12. Írd át törtté!

a) $2\frac{2}{5}$ *b)* $4\frac{3}{5}$ *c)* $5\frac{5}{6}$ *d)* $1\frac{2}{7}$ *e)* $3\frac{5}{8}$ *f)* $5\frac{4}{9}$

13. Rajzolj egy számegyenest a füzetedbe, és ábrázold az összegeket a számegyenesen!

a) $1\frac{1}{3}+2\frac{2}{3}$ *b)* $1\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}$ *c)* $3\frac{2}{5}+2\frac{3}{10}$ *d)* $1\frac{2}{5}+2\frac{1}{2}$ *e)* $1\frac{1}{2}+1\frac{2}{3}$ *f)* $\frac{5}{6}+3\frac{2}{3}$

14. Végezd el a következő műveleteket, és az eredményeket állítsd csökkenő sorrendbe!

a) $5\frac{5}{6}-1\frac{1}{3}$ *b)* $2\frac{2}{3}+1\frac{2}{3}$ *c)* $\frac{1}{6}+1\frac{11}{12}$ *d)* $5\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}$

e) $4-1\frac{3}{4}$ *f)* $2+1\frac{2}{3}$ *g)* $3\frac{7}{15}-\frac{1}{5}$ *h)* $6\frac{2}{3}-1\frac{8}{12}$

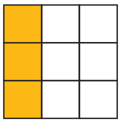
15. Egy kisdobozos almalé $\frac{1}{5}$ liter.

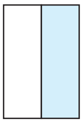
a) Hány liter egy hatos pakk?
b) Egy fóliában 12 hatos pakk van. Hány liter üdítőt tartalmaz egy fólia?
c) Hány liter üdítőt vásárolt a vendéglős, ha 4 fóliányit vett?

16. Melyik természetes számmal szorozhatjuk meg a $2\frac{3}{5}$-öt, hogy $10\frac{4}{5}$-nél kisebb számot kapjunk? Keresd meg az összeset!

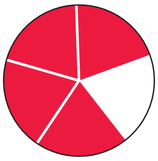
17. Egy könyvesboltban az egyik polcon háromféle könyvet tartanak. A mesekönyv $2\frac{4}{7}$ cm széles, és 5 darab van belőle a polcon. A kalandregény $4\frac{2}{7}$ cm széles, és 8 darab van belőle a polcon. A gyermekregény $3\frac{1}{7}$ centiméter széles, és 5 darab található a polcon. Milyen széles a polc, ha több könyv már nem fér rá?

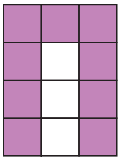
18. Melyiknek nincs párja?





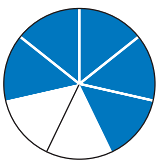
$\frac{1}{7}\cdot 5$





$\frac{3}{2}-\frac{9}{12}$

$\frac{35}{70}$



$\frac{15}{7}:3$

Tizedes törtekkel lépten-nyomon találkozunk. A hosszúság mérésénél is használtunk tizedeket, századokat és ezredeket.
A méter **tized**e a deciméter.
A *deci* latin szó, jelentése tized.

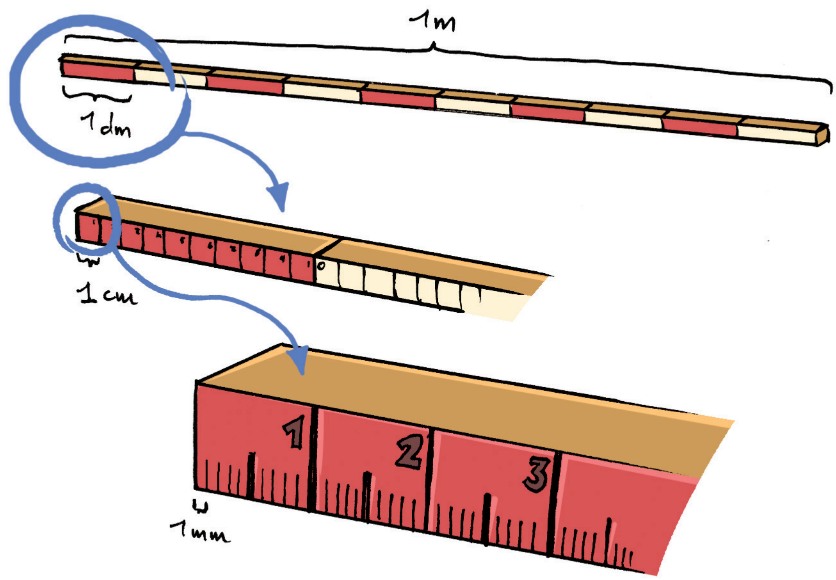
$\frac{1}{10}$ m = 1 dm

A méter **század**a a centiméter.
A *centi* latin szó, jelentése század.

$\frac{1}{100}$ m = 1 cm

A méter **ezred**e a milliméter.
A *milli* latin szó, jelentése ezred.

$\frac{1}{1000}$ m = 1 mm



Amikor egy számot 10-zel, 100-zal vagy 1000-rel szoroztunk, akkor a szám jegyeit 1, 2 vagy 3 hellyel balra léptettük. A szám jegyeinek helyi értéke megváltozott.
Hasonló történik, ha 10-zel, 100-zal vagy 1000-rel osztunk, csak ebben az esetben a számjegyek 1, 2 vagy 3 hellyel jobbra lépnek.

$$\ldots,\; 1000 \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} 100 \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} 10 \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} 1 \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \frac{1}{10} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \frac{1}{100} \underset{:10}{\overset{\cdot 10}{\rightleftarrows}} \frac{1}{1000}$$

A helyi értékek sorát tetszőlegesen tudtuk növelni. Az 1 után a 10 jött, majd a 100, 1000, ... úgyhogy semmilyen akadálya nem volt annak, hogy egy számot 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ... megszorozzunk. Ez annyit jelentett, hogy a szám jegyeit balra léptettük 1, 2 vagy 3 hellyel, és a keletkezett üres helyekre 0-t írtunk. Mit tegyünk, hogy ne legyen akadálya az osztásnak sem?

Folytassuk a helyi értékek sorát a másik irányba is! A helyet, ahol az egészek véget érnek, és a tizedek, századok kezdődnek, megjelöljük egy vesszővel, ez a tizedesvessző.

Ha külföldre utazunk, nagyon sok országban euróval tudunk fizetni. Az utazásunk során megfigyelhetjük, hogy a benzinkutaknál kiírják a benzin literenkénti árát.

Mennyi a képen látható ár, és hogyan olvassuk ki?

A tized, század, ezred, tízezred, százezred, milliomod, ... számok használata a középkorban vált általánossá Európában. A számok egész részét és tört részét sokáig fölülvonással vagy indexbe írással különítették el, de körülbelül 500 évvel ezelőtt elterjedt a tizedesvessző használata.

1,435

egészrész tizedesvessző törtrész

Magyarországon az egészeket a tizedektől, századoktól, ... egy vesszővel választjuk el, ez a tizedesvessző. Európa néhány államában a tizedespont jelölés terjedt el.

10. TIZEDES TÖRTEK

Az egész számok helyiértékes írásánál megtanultuk, hogy a

374 = 3 db százas, 7 db tízes és 4 db egyes.

szám	százas	tízes	egyes
374	3	7	4

A helyi értékek balról jobbra haladva tizedrészükre csökkenek. Ha az egyesek helye után tovább haladunk a helyiérték-táblázatban jobbra, akkor ott az egy egész tizedrésze következik.

A $45\frac{3}{10}$ egy ilyen „kiterjesztett” táblázatban így jelenik meg:

A három tized már nincs egy egész, ezt a kettős elválasztó vonal mutatja a táblázatban.

szám	százas	tízes	egyes	tized
$45\frac{3}{10}$	0	4	5	3

A szám leírását egyszerűsítették az idők során, és ma ezt így írjuk le: 45,3. A vessző helyettesíti a kettősvonalat a táblázatból. Így olvassuk ki: negyvenöt egész, három tized.

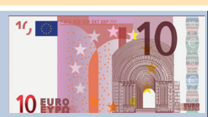
1. példa

Tizedországban csak 100, 10 és 1 euróst használnak, váltópénznek pedig 10 és 1 centes érméket. Tudjuk, hogy 1 euró = 100 cent, ezért 10 cent az 1 euró tizedrésze, azaz $\frac{1}{10}$ euró. Ezt így is írhatjuk: 10 cent = 0,1 euró.

1 cent az euró századrésze, azaz $\frac{1}{100}$ euró.
1 cent = 0,01 euró

Három vásárló sorban 563,2 eurót, 47,35 eurót és 218,07 eurót fizetett. A fizetésnél mindenki a lehető legkevesebb bankjegyet és érmét használta. Készítsünk táblázatot, amelyben feljegyezzük, hogy melyik vásárló melyik bankjegyből és érméből hányat használt a fizetésnél!

Megoldás

					
				0,1 euró	0,01 euró
Első vásárló	5	6	3	2	
Második vásárló		4	7	3	5
Harmadik vásárló	2	1	8	0	7

KUTATÓMUNKA

Gyűjtsetek tizedes törteket egy bevásárlás során! Vigyetek be az osztályba olyan címkéket, amelyeken tizedes törtek vannak!

A nagy versenyeken század-, sőt ezredmásodperc pontossággal mérik a sportolók idejét.

A lázmérő tized pontossággal mutatja a test hőmérsékletét. A képen látható lázmérő 39,6 °C-ot mutat, ami nagyon magas lázat jelent.

Kutatómunka

Milyen sportágban versenyez Hosszú Katinka?
Hány aranyérmet szerzett eddig világversenyeken?
Milyen időeredménnyel lett olimpiai bajnok 2016-ban a 100 méteres hátúszásban?
Nézz utána az interneten!

2. példa

Írjuk a felsorolt törteket helyiérték-táblázatba, majd írjuk fel őket tizedes tört alakban is!

a) $5\frac{1}{10}$ *b)* $5\frac{1}{100}$ *c)* $103\frac{24}{100}$ *d)* $\frac{4}{1000}$

Megoldás

...	ezer	száz	tíz	egy		tized	század	ezred	...
	1000	100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$	
				5	,	1			
				5	,	0	1		
		1	0	3	,	2	4		
				0	,	0	0	4	

Tehát *a)* $5\frac{1}{10}=5{,}1$; *b)* $5\frac{1}{100}=5{,}01$; *c)* $103\frac{24}{100}=103{,}24$; *d)* $\frac{4}{1000}=0{,}004$.

A tizedes tört alakban írt számokat ugyanúgy olvassuk ki, mintha vegyes tört alakban lennének írva.

Feladatok

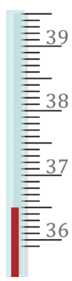
1. Írd le a füzetedbe számjegyekkel a következő számokat!

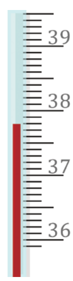
a) kétszáztizenhárom egész három tized
b) nulla egész hat század
c) 49 egész 76 század
d) 103 egész 103 ezred
e) hatvanhét egész kilenc század
f) huszonnyolc egész harminckilenc ezred
g) nulla egész kétszáz ezred
h) nulla egész nyolcezer tízezred

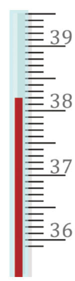
2. Írd le betűvel a következő tizedes törteket!
a) 1,45 *b)* 24,012 *c)* 73,6 *d)* 803,06 *e)* 70,006 *f)* 65,450 *g)* 47,3500

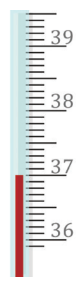
3. Magyarországon 1927 és 1946 között pengő volt a hivatalos pénznem. 1 pengő 100 fillért ért.
a) Írd fel a füzetedben tizedes törtekkel a következő értékeket!
1 pengő 17 fillér = ... pengő 18 pengő 40 fillér = ...pengő
b) Váltsd át az alábbi pengőben megadott értékeket! Írd le az eredményeket a füzetedbe!
96,7 pengő = ... pengő ....fillér = ... fillér
17,09 pengő = ... pengő .... fillér = ... fillér
c) Keress az interneten képeket a pengőről és a fillérről!

4. Olvasd le és írd a füzetedbe a lázmérők által mutatott testhőmérsékleteket!

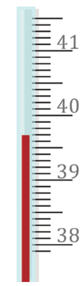
a)


b)


c)


d)


e)

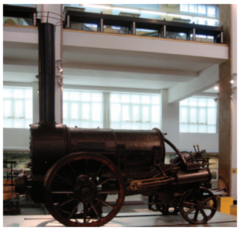

f)


5. Írd át tizedes tört alakba!
a) $\frac{7}{10}$ *b)* $3\frac{7}{10}$ *c)* $\frac{14}{100}$ *d)* $-\frac{2}{10}$ *e)* $-\frac{1}{5}$ *f)* $\frac{3}{20}$

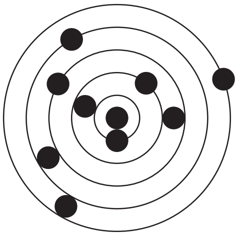
6. Írd át tört alakba!
a) 0,1 *b)* −0,11 *c)* 0,0101 *d)* −8,1 *e)* 3,14 *f)* 2,023

7. Párosítsd a tizedes törteket a tört alakjukkal!
A) $-\frac{314}{100}$ *B)* $\frac{1}{100}$ *C)* $-\frac{987}{1000}$ *D)* $\frac{9}{25}$ *E)* $\frac{31415}{10\,000}$ *F)* $-\frac{11}{2}$
G) 3,1415 *H)* −5,5 *I)* 0,01 *J)* −3,14 *K)* 0,36 *L)* −0,987

8. Írd a tizedes törteket helyiérték-táblázatba!
a) 10,2 *b)* 100,2 *c)* 100,02 *d)* 10,02 *e)* 1,102



9. George Stephenson, angol mérnök tervezte és építette az első sikeres személyszállító vonatot húzó mozdonyt, amelyet Rocketnek nevezett el. A mozdony nyomtávja 1435 mm volt. Ez lett a mai normál vasúti nyomtáv szabványa. Írd fel a nyomtávot centiméterben, deciméterben és méterben is!



10. Árpi délutánonként lövészetre jár. Az ábrán az egyik gyakorlat utáni lőlapja látható. A körvonalak a kör közepétől 0,5 cm, 1 cm, 1,5 cm, 2 cm és 2,5 cm-re vannak. A lövedékek átmérője 0,5 cm. Olvasd le, hogy milyen messzire csapódtak be a lövedékek a lőlap közepétől!

TIZEDES TÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA, KEREKÍTÉSE ÉS ÖSSZEHASONLÍTÁSA 11.

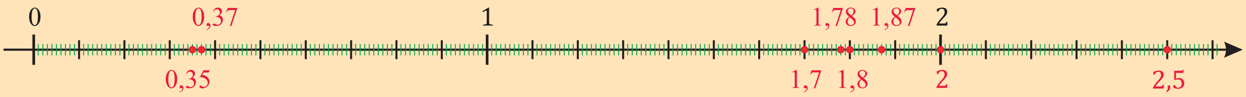
1. példa

Ábrázoljuk számegyenesen a következő törteket, majd írjuk fel őket növekvő sorrendben!

1,78; 1,87; 0,35; 2; 2,5; 0,37; 1,8; 1,7

Megoldás

Osszuk fel az egészek közötti részeket tíz-tíz egyenlő részre, azaz tizedekre! Ha az egyes tizedeket is felosztjuk tíz egyenlő részre, akkor századokat kapunk.



A számegyenesről leolvasható a növekvő sorrend.

$0{,}35 < 0{,}37 < 1{,}7 < 1{,}78 < 1{,}8 < 1{,}87 < 2 < 2{,}5$

A tizedes törtek nagyság szerinti rendezéséhez nincs szükség számegyenesre.
Először hasonlítsuk össze a számok egész részét, hiszen minden 0-val kezdődő szám kisebb minden 1-gyel kezdődő számnál.
A két legkisebb szám a 0,35 és a 0,37, mivel csak ezek kezdődnek 0-val.
Ha két szám egész része egyenlő, akkor hasonlítsuk össze a következő helyi értéken álló számjegyeket! Ezek most a tizedek.
Ha ezek is egyenlők, akkor lépjünk tovább a századokra:
$0{,}35 < 0{,}37$, mert $5 < 7$.

Hasonlóan folytathatjuk.
Az 1-gyel kezdődő számok az 1,78; 1,87; 1,8; 1,7.
Az 1,78 és az 1,7 számok tizedes helyi értékén 7 áll, tehát ezek következnek a nagyság szerinti sorban.
Hogyan haladjunk tovább, ha az egyik számban elfogytak a számjegyek?
Egészítsük ki 0-val!

Ha a tizedes tört végére 0-kat írunk, illetve ha a tizedes tört végéről 0-kat hagyunk el, akkor a tizedes tört értéke nem változik.
Ha a tizedes tört végére 0-kat írunk, akkor bővítjük a tizedes törtet.

1,7	=	1,70	=	1,700
$1\frac{7}{10}$	=	$1\frac{70}{100}$	=	$1\frac{700}{1000}$

Ha a tizedes tört végéről 0-kat hagyunk el, akkor egyszerűsítjük a tizedes törtet.
Az $1{,}70 < 1{,}78$, mert $0 < 8$.
Hasonlóan folytatva: $1{,}80 < 1{,}87 < 2{,}0 < 2{,}5$.

Más lehetőség:
Azt is megtehettük volna, hogy az összes számot 100 nevezőjű tört alakban írjuk fel, hiszen tudjuk, hogy azonos nevezőjű pozitív törtek közül az a nagyobb, amelyiknek a számlálója nagyobb.

$$\frac{35}{100} < \frac{37}{100} < \frac{170}{100} < \frac{178}{100} < \frac{180}{100} < \frac{187}{100} < \frac{200}{100} < \frac{250}{100}$$

Ha ki akarjuk hangsúlyozni, hogy egy számnak nem a tizedes tört alakját, hanem a két egész szám hányadosaként felírt alakját akarjuk használni, akkor ez utóbbit a szám közönséges tört alakjának is nevezhetjük. Ha a számok között negatív számok is vannak, hasonlóan járhatunk el, mint negatív egész számok rendezésekor.

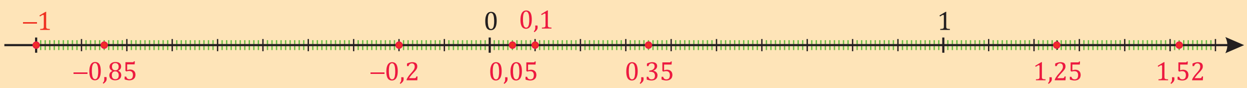
11. TIZEDES TÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA, KEREKÍTÉSE ÉS ÖSSZEHASONLÍTÁSA

2. példa

Ábrázoljuk a számegyenesen a felsorolt törteket, majd írjuk fel őket növekvő sorrendben!

$$1{,}52; \quad 1{,}25; \quad 0{,}35; \quad -0{,}85; \quad -1; \quad 0{,}1; \quad 0{,}05; \quad -0{,}2$$

Megoldás



A számegyenes segítségével, balról jobbra haladva, felírhatjuk a növekvő sorrendet.

$$-1 < -0{,}85 < -0{,}2 < 0{,}05 < 0{,}1 < 0{,}35 < 1{,}25 < 1{,}52$$

A negatív számok közül az eddig tanultakhoz hasonlóan az a kisebb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb.

Csoportmunka

Minden tanuló felír egy lapra egy tetszőleges – legfeljebb ezred helyi értéket tartalmazó –, 0 és 2 közé eső tizedes törtet. A tanár kihívja az első tanulót, aki az osztállyal szembefordulva kiáll a tábla elé, és a lapját maga elé tartja. A következő tanuló, mint egy képzeletbeli „számegyenesen", beáll a társa mellé, attól függően, hogy ő milyen számot írt fel a saját lapjára. Ezt követi a harmadik, negyedik stb. tanuló, egészen addig, amíg az osztály minden tanulója megtalálja helyét.

A 1; 2; 5 számok és egy tizedesvessző felhasználásával írd le az összes olyan pozitív tizedes törtet, amely csak ezeket a számokat tartalmazza, mindegyiket pontosan egyszer!
Rendezd növekvő sorrendbe a kapott tizedes törteket!

Tizedes törtek kerekítése

A tizedes törteket hasonlóan kerekítjük, mint az egész számokat. A tizedes tört kerekítésénél is meg kell határozni, hogy melyik helyi értékre szeretnénk kerekíteni. Így lehet például egyesre, tizedre, századra stb. kerekíteni.

3. példa

Kerekítsd a 19,3389 számot százasra, tízesre, egyesre, tizedre, századra, ezredre, tízezredre!

Megoldás

	Kerekített érték						
A szám	százasra	tízesre	egyesre	tizedre	századra	ezredre	tízezredre
19,3389	0	20	19	19,3	19,34	19,339	19,3389

Pontosság

A számok kerekítésével utalhatunk azok pontosságára is. Kerekítsük a 2,3286-et

ezredekre: 2,329 – ekkor három tizedesjegy pontossággal adtuk meg a számot;

századokra: 2,33 – ekkor két tizedesjegy pontossággal adtuk meg a számot;

tizedekre: 2,3 – ekkor egy tizedesjegy pontossággal adtuk meg a számot!

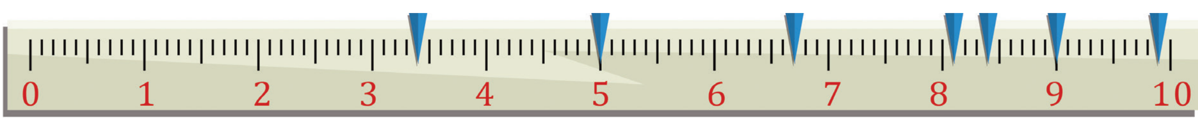
Ha egy szám nagyon sok számjegyből áll, akkor általában úgy kerekítjük, hogy lehetőleg csak az első néhány darab legyen nullától különböző. Például, ha három nullától különböző számjegyre kerekítünk, akkor azt mondjuk, hogy **három értékes jegyre** kerekítünk.

1,256789	→	1,26	2 345 678,5	→	2 350 000
0,023456	→	0,0235	0,01999999	→	0,0200

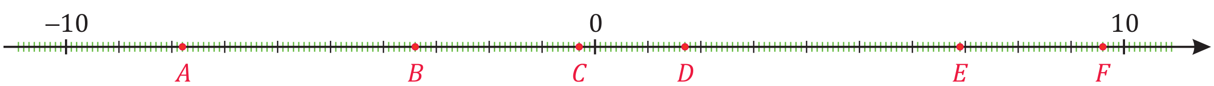
Egy mérés eredményénél a tizedesjegyek száma is fontos lehet, mert a mérés pontosságát ezzel írjuk le. A kellő tizedesjegyek számát a szükséges nullák kiírásával adjuk meg. Például a 120 cm hosszúságúnak mért asztal 1,20 méter, és nem 1,2 méter.

Feladatok

1. Olvasd le a vonalzóról a megjelölt számokat!



2. Add meg a számegyenesen betűvel jelölt értékeket!



3. Készíts a füzetedbe számegyenest, és jelöld be rajta a következő számok helyét!

4,2; 4,6; 5,8; 5,5; 5,1; 5; 4,3; 6

A számegyenes melyik részét érdemes felrajzolnod?

4. Biztosan emlékszel a gizmákokra, akik a számegyenesen élő apró kis lények. Közülük a legjátékosabbak Zumó és Gizmi, akik hetente háromszor együtt játszanak délutánonként.

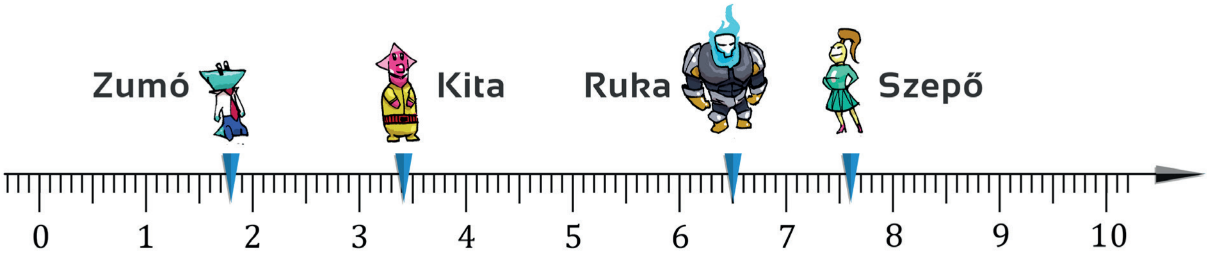
a) Hétfőn Zumó és Gizmi felváltva, egymás felé ugrálnak a számegyenesen. Zumó a −1,4 számon áll, és minden ugrással 1 egésszel nagyobb értékű pontra kerül. Gizmi a 6,6 számon áll, és minden ugrásnál 1 egésszel kisebb értékű pontra kerül. Mit gondolsz, találkoznak? Ha igen, akkor melyik pontban? Ábrázold a helyüket és az útjukat a füzetedben felrajzolt számegyenesen!

b) Szerdán Zumó a számegyenes −3,2 pontján áll, és ugrásonként 0,3-del nagyobb értékű mezőre ugrik. Gizmi a 4,8 számon áll, és ugrásonként 0,2-del kisebb értékre kerül. Másodpercenként egyet ugranak. Hány másodperc múlva és melyik mezőn találkoznak?

c) Pénteken versenyt rendeznek. Zumó 1,1 nagyságú ugrásokkal, Gizmi 0,9 nagyságú ugrásokkal közelít a 3,4 értéknél kitűzött CÉL felé. Mindketten nyolcszor ugranak. Ki melyik pontján álljon a számegyenesnek, hogy egyszerre érjenek célba?

11. TIZEDES TÖRTEK ÁBRÁZOLÁSA, KEREKÍTÉSE ÉS ÖSSZEHASONLÍTÁSA

5. A Gizmákfalvi Általános Iskolában testnevelésóra van. Sípszóra minden kis gizmáknak a hozzá legközelebb álló egész értékű pontba kell ugrania.
a) Segíts eldönteni, melyik gizmák melyik pontba ugorjon!



b) Hol állhat Aska, ha a 9-es pontba ugrik?

6. Melyik nagyobb?
a) 2,1 vagy 2,01 *b)* 3,08 vagy 3,081 *c)* 0,001 vagy 0,019 *d)* 10,01 vagy 10,10
e) 0,003 vagy 0,002 *f)* 0,023 vagy 0,003 *g)* 0,003 vagy 1,002 *h)* 12,003 vagy 11,003

7. Kerekítsd tizedekre a következő tizedes törteket!
a) 4,023 *b)* 5,05 *c)* 4,101 *d)* 3,7856 *e)* 10,997 *f)* 15,6

8. Kerekítsd századokra a következő tizedes törteket!
a) 5,345 *b)* 123,56 *c)* 56,04 *d)* 56,346 *e)* 9,919 *f)* 7,9549

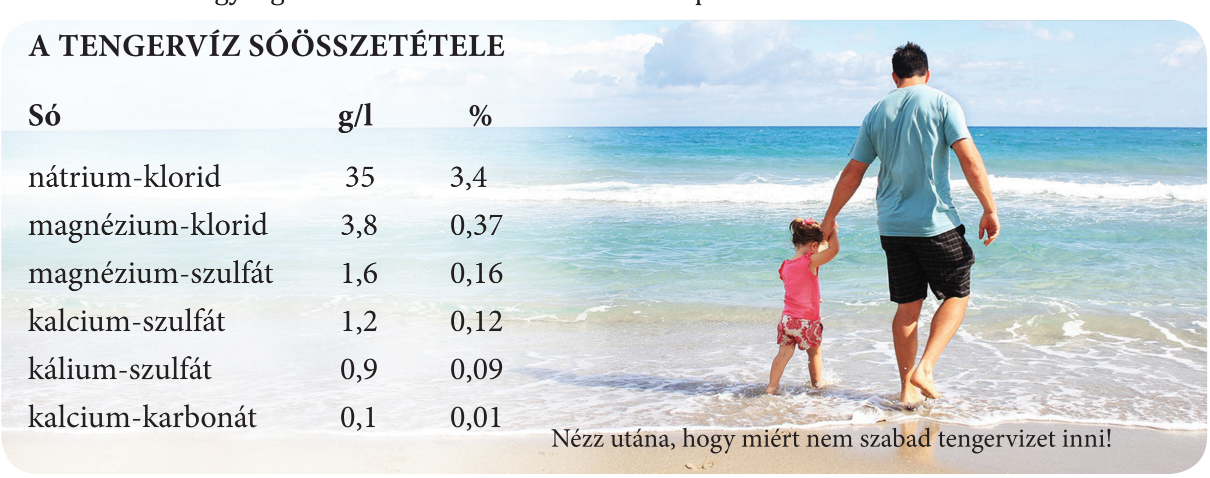
9. Kerekítsd három értékes jegyre a következő számokat!
a) 125,345 *b)* 23,5678 *c)* 6,34567 *d)* 0,73491 *e)* 0,012349 *f)* 0,0076992

10. Írd fel a számokat növekvő sorrendben!
a) 1,79; 1,27; 2,09; 1,28; 1,18; 1,08
b) 10,2; 9,99; 10; 11,203; 11,202; 10,999
c) −1,79; −1,27; −2,09; −1,28; −1,18; −1,08
d) 3,34; −3,43; 4,33; −4,3; 3,35; −4,04; 3,98; −3,04
e) 2,4; 2,41; −2,4; −2,41; 2,39; −2,39

11. Rendezd nagyság szerint csökkenő sorrendbe a képen látható törteket!

A TENGERVÍZ SÓÖSSZETÉTELE

Só	g/l	%
nátrium-klorid	35	3,4
magnézium-klorid	3,8	0,37
magnézium-szulfát	1,6	0,16
kalcium-szulfát	1,2	0,12
kálium-szulfát	0,9	0,09
kalcium-karbonát	0,1	0,01



Nézz utána, hogy miért nem szabad tengervizet inni!

1. példa

A Formula–1-es spanyol nagydíj edzésén a pálya három szakaszán mérték a versenyzők idejét. Minden szakaszon Lewis Hamilton volt a leggyorsabb, Sebastian Vettel lemaradt. A három részidejük a táblázatban szerepel. Mennyi idő alatt tették meg a teljes kört? Mennyivel volt gyorsabb Hamilton, mint Vettel?

	Lewis Hamilton	Sebastian Vettel
1. szakasz	23,549 s	24,483 s
2. szakasz	32,715 s	34,470 s
3. szakasz	30,435 s	31,326 s

Megoldás

Össze kell adni a három-három részidőt. Teljesen hasonlóan csináljuk, mint az egész számok esetében. Ügyeljünk arra, hogy a tizedesvesszőket egymás alá írjuk, azaz a megfelelő helyi értékek egymás alá kerüljenek! Összeadjuk a számokat, mintha egész számok lennének, és kitesszük a tizedesvesszőt a megfelelő helyre. Kivonásnál is az egészeknél megszokott módon járunk el. Ügyeljünk a tizedesvessző helyére!

A leggyorsabb köridő Hamiltoné volt: 86,699 másodperc, azaz 1 perc 26,699 másodperc.

Vettel körideje 90,279 másodperc volt, ez 3,58 másodperccel több volt, mint Hamiltoné.

Hamilton	*Vettel*
23,549	24,483
32,715	34,470
+30,435	+31,326
86,699	90,279

$$\begin{array}{r} 90{,}279 \\ -86{,}699 \\ \hline 3{,}580 \end{array}$$

Tizedes törteket úgy adunk össze, hogy a számjegyeket helyi érték szerint egymás alá írjuk, a legkisebb helyi értéktől indulva követjük az összeadás lépéseit. Amikor az összeadás során elérünk a tizedesvesszőhöz, kitesszük.

Tizedes törteket úgy vonunk ki, hogy a számjegyeket helyi érték szerint egymás alá írjuk, a legkisebb helyi értéktől indulva követjük a kivonás lépéseit. Amikor a kivonás során elérünk a tizedesvesszőhöz, kitesszük.

PÁROS MUNKA

Dobjatok két dobókockával felváltva, és képezzetek a dobott értékekből tizedes törteket! Például, ha a dobókockával 2-t és 5-öt dobtatok, akkor 2,5-et és 5,2-et is írhattok. Az nyer, aki hat dobás után, a kapott tizedes törteket összeadva a legnagyobb (vagy megállapodás szerint a legkisebb) számot kapja eredményül.

12. TIZEDES TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

2. példa

Végezzük el a műveleteket!

a) 3,2 + 4,25 + 2,37 + 0,9   *b)* 13,8 – 8,27

Megoldás

a) A számokban a legkisebb felírt helyi érték a század, ezért írjuk fel a tizedes törteket két tizedesjegy pontossággal: 3,20 + 4,25 + 2,37 + 0,90, majd így írjuk egymás alá a tizedes törteket:

$$\begin{array}{r} 3{,}20 \\ 4{,}25 \\ 2{,}37 \\ +0{,}90 \\ \hline 10{,}72 \end{array}$$

b) Kivonás esetén is célszerű ezt megtenni, 13,80 – 8,27.

$$\begin{array}{r} 13{,}80 \\ -\ \ 8{,}27 \\ \hline 5{,}53 \end{array}$$

A tizedesvessző után az utolsónak felírt számjegy mögé tetszőleges számú 0-t írhatunk, a szám értéke nem változik.

Például: 2,4 = 2,40 = 2,400 = 2,4000.

Vigyázz! Ez nem érvényes az egész számok esetén, mert 57 ≠ 570.

3. példa

Egy délnyugati dombságon felállított meteorológiai mérőállomáson szeptemberben 37,0 mm, októberben 20,4 mm, novemberben 97,8 mm esőt mértek.

a) Becsléssel állapítsuk meg, hogy az őszi hónapokban hány mm eső esett ezen a mérőállomáson!

b) Számoljuk ki pontosan, mennyi esőt mértek!

Megoldás

a) Becsüljünk egészre kerekített értékekkel, mert ezeket fejben is elég gyorsan össze lehet adni.

37,0 + 20,4 + 97,8 ≈ 37 + 20 + 98 = 155 mm

A becslésünk alapján az összeg 155 mm.

b) A pontos érték kiszámolása:

$$\begin{array}{r} 37{,}0 \\ 20{,}4 \\ +97{,}8 \\ \hline 155{,}2 \end{array}$$

A becslés jól közelítette a pontos értéket, ami 155,2 mm volt.

KUTATÓMUNKA

Nézz utána, hogyan mérnek csapadékot! Mit jelent az, hogy egy adott napon 12,1 mm esőt mérnek?

TIZEDES TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA 12.

Játék

Alkossatok párokat, és készítsétek elő a számkártyákat 0–9-ig, és egy tizedesvesszőt ábrázoló kártyát vagy lapocskát! Ha nincs ilyen lapotok, használjatok egy ceruzát a tizedesvessző jelölésére!

A páros mindkét tagja egyesével húz 4-4 kártyát úgy, hogy a kártyákat minden húzás után visszateszi, de a húzott számokat feljegyzi. Mindketten alkossatok egy 100-nál kisebb számot a négy felírt számból! Mind a négy húzott számot fel kell használni!

Tippeljetek a két szám összegére tízesekre kerekítve! Írjátok le a tippet a füzetekbe! Az nyer, aki az összeget pontosabban tippelte meg. Adjátok össze a két számot, és döntsétek el, ki nyert! Játsszatok öt fordulót!

4. példa

Kisebb, nagyobb, egyenlő? Döntsük el számolással!

$24{,}3 - 12{,}2 + 8{,}8$ vagy $24{,}3 - (12{,}2 + 8{,}8)$

Megoldás

Ha a műveletsorban zárójelet használtunk, akkor először a zárójelben lévő műveletet kell elvégezni. Ha nincs zárójel, akkor balról jobbra haladva végezzük el a műveleteket.

$24{,}3 - 12{,}2 + 8{,}8 = 12{,}1 + 8{,}8 = 20{,}9 \quad > \quad 24{,}3 - (12{,}2 + 8{,}8) = 24{,}3 - 21 = 3{,}3$

A két eredmény nem egyenlő, az első kifejezés a nagyobb.

Feladatok

1. Végezd el az összeadásokat a füzetedben! Kivonással ellenőrizd az eredményedet!

a) $\begin{array}{r} 103{,}19 \\ +\ 81{,}81 \\ \hline \end{array}$ *b)* $\begin{array}{r} 78{,}87 \\ +12{,}105 \\ \hline \end{array}$ *c)* $\begin{array}{r} 8896{,}5677 \\ +124245{,}3506 \\ \hline \end{array}$ *d)* $\begin{array}{l} \ \ 653{,}726 \\ +7482{,}8 \\ \hline \end{array}$

2. Végezd el a kivonásokat a füzetedben! Összeadással ellenőrizd az eredményedet!

a) $\begin{array}{r} 12{,}786 \\ -\ 3{,}504 \\ \hline \end{array}$ *b)* $\begin{array}{r} 78{,}87 \\ -12{,}105 \\ \hline \end{array}$ *c)* $\begin{array}{r} 653{,}726 \\ -603{,}725 \\ \hline \end{array}$ *d)* $\begin{array}{r} 94{,}45 \\ -23{,}75 \\ \hline \end{array}$

12. TIZEDES TÖRTEK ÖSSZEADÁSA ÉS KIVONÁSA

3. Végezd el a következő műveleteket! Ellenőrzéssel igazold számolásod helyességét!

a) 3,25 + 4,17 *b)* 6,43 + 23,5 *c)* 6,34 – 2,42 *d)* 50,07 – 10,40
e) 3,457 + 5,987 *f)* 0,432 + 0,078 *g)* 4,301 – 2,732 *h)* 0,345 – 0,562

4. Végezd el a következő műveleteket!

a) (3,6 + 12,7) – (13,5 – 5,05) *b)* 9,735 – (7,18 + 0,604) *c)* 37,92 + (11,9 – 6,57)
d) Végezd el a műveleteket zárójelek nélkül is! Ugyanazokat az eredményeket kaptad?

5. Végezd el a műveleteket! Csoportosíts ügyesen, hogy minél kevesebbet kelljen számolnod!

a) 5,4 + 13,2 + 4,6 + 6,8 *b)* 14,73 + 25,67 – 2,23 + 4,33
c) 68,163 – 37,847 + 52,347 – 42,663

6. Melyik a nagyobb?

a) 2,23 + 3 vagy 2,25 + 3 *b)* 2,23 – 1 vagy 2,25 – 1
c) 2,23 – 3 vagy 2,25 – 3 *d)* 4,55 – 1 vagy 2,55 + 1
e) 2,23 – 3 vagy 3 – 2,25 *f)* 6,28 + 1,56 vagy 3,26 + 4,59

7. Árpád a piacon almát vásárolt. Az eladó néhány almát rakott a mérlegre, amely ekkor 0,893 kilogrammot mutatott. Rátett még egy almát, és a mérleg nyelve 1,037 kilogrammnál állt meg. Árpád megörült, mert ki tudta számolni az utolsó alma tömegét. Hogyan? Mennyit kapott?

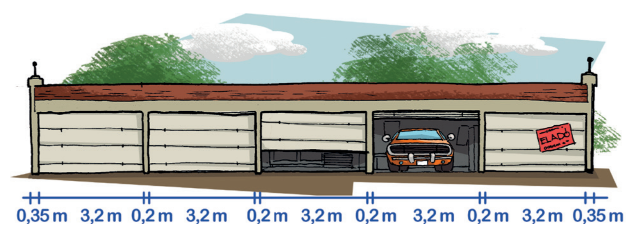
8. Tamásék a lakásfelújítás miatt megmérték a falak hosszát és magasságát.

a) Az egyik szoba hosszúságát a fal közepén álló szekrény miatt így mérték meg: a szekrény előtti falhossz 2,34 méter. A szekrény hossza 0,80 méter. A szekrény utáni falhossz 1,45 méter. Milyen hosszúságú a fal?

b) A 4,15 méter hosszú falhoz két 1,47 méter széles szekrényt akarnak beállítani. Elférhet-e a falhoz még egy 1,2 méter széles asztal?

c) A festők 3,56 méteres falmagassághoz állították be 1,83 méter magas létrájukat. Elérhetik-e a mennyezetet?

9. Az udvari épületben 5 garázs helyét alakították ki. Egy garázs belül 3,2 méter széles, és az elválasztó falak 0,2 méter vastagok. A két szélső fal 0,35 méter vastag. Hány méter hosszú az épület külső mérete?

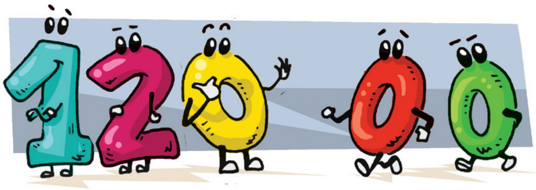


10. Az Alabári iskolában minden 15 perces nagyszünetben beindul a sulirádió, és folyamatosan szól a zene. Az ide járó diákok elküldhetik zenei kívánságaikat, amelyekből Rádiós Rezső kiválaszt néhány dalt.

a) Jól választott-e Rezső, ha a kiválasztott dalok hossza: 2,43 perc, 3,27 perc, 3,52 perc és 4,04 perc? Először becsülj, majd számolással ellenőrizd!

b) Hány perc maradt még a 15 perces szünetből, ha Rezsőhöz mára csak három zenei kívánság érkezett? Az egyik 3,17 perc, a másik 4,28 perc, a harmadik pedig 2,15 perc hosszú. Először becsüld meg, majd számolással ellenőrizd a becslésedet!

c) A zenei kívánságlistára ma több dal is felkerült, ezek hossza: 2,43 perc, 3,07 perc, 4,18 perc, 2,68 perc, 3,17 perc, 2,84 perc, 3,87 perc, 3,54 perc, 2,87 perc. Állíts össze két különböző lejátszási listát úgy, hogy a zenék lejátszási ideje összesen 14 és 15 perc között legyen! Választásodat számolással igazold!



Az egész számokat könnyű volt tízzel, százzal, ezerrel szorozni.

$12 \cdot 10 = 120$; $12 \cdot 100 = 1200$; $12 \cdot 1000 = 12\,000$; ...

Annyi 0-t írtunk a szám végére, ahány 0 a szorzóban szerepelt.

Ha egy egész számot írunk le, akkor nem szoktuk kiírni a tizedesvesszőt, mert felesleges. Nincs olyan törtrész, amelyet el kell választani az egész számtól. Például: 12,0.

Ha azonban a 12 helyett mégis 12,0-et vagy 12,000-et gondolunk, akkor jobban látszik, hogy mi történik a tizedesvesszővel, ha 10-zel szorzunk. Minden számjegy 10-szeres értéket fog jelenteni, azaz eggyel nagyobb helyi értékre lép, vagy ami ugyanezt jelenti, a tizedesvessző eggyel jobbra kerül.

Ha 100-zal szorzunk, akkor a tizedesvessző két hellyel, ha 1000-rel, akkor három hellyel kerül jobbra stb.

A 10-zel, 100-zal, 1000-rel, ... szorzott tizedes törtben a tizedesvesszőt egy, kettő, három, ... helyi értékkel visszük jobbra.

$2{,}41 \cdot 10 = 24{,}1$

tízes	egyes	,	tized	század
	2	,	4	1
2	4	,	1	

szorzó / szorzandó	10	100	1000
12,000	120,00	1200,0	12 000
2,4167	24,167	241,67	2416,7

1. példa

Az iskolaudvaron betonozni fognak, ezért az egyik terem ablaka elé ledobáltak 26 egyforma deszkát. Gazsi, Berta és Panni azon törte a fejét, hogy ha egymásra pakolják a deszkákat, akkor felér-e a deszkakupac a 90 cm magasan lévő ablakig. Az egyik deszkán lévő papír szerint a deszkalapok vastagsága 2,54 centiméter.

Milyen magas a 26 deszka együttesen, azaz mennyi $2{,}54 \cdot 26$?

I. megoldás

Gazsi úgy számolta ki a szorzatot, hogy a 2,54-ot fejben megszorozta 100-zal – azért, hogy egész szám legyen –, így 254-et kapott.

Az egész számot már meg tudta szorozni egész számmal.

```
 254 · 26
 508
+1524
 6604
```

Aztán fejben elosztotta 100-zal a szorzatot, a végeredmény 66,04 cm.

II. megoldás

Berta a 2,54 kiejtéséből indult ki. A 2 egész 54 század, úgy hangzik, mint egy vegyes tört: $2\frac{54}{100}$.

Közönséges törtté alakítva: $\frac{254}{100}$.

A közönséges törtet meg tudjuk szorozni egy egész számmal: $\frac{254}{100} \cdot 26 = \frac{6604}{100}$.

A végeredmény visszaalakítható vegyes törtté, majd tizedes törtté:

$\frac{6604}{100} = 66\frac{4}{100} = 66{,}04$ cm.

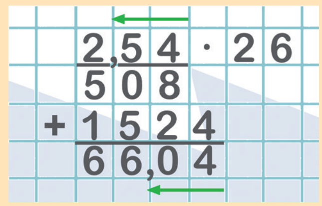
13. TIZEDES TÖRTEK SZORZÁSA TERMÉSZETES SZÁMMAL

III. megoldás

Panni abból indult ki, hogy a tizedes törteket ugyanúgy kellett összeadni és kivonni, mint a természetes számokat, úgyhogy a tizedesvesszővel nem törődve összeszorozta a két számot. Ha egymás alá 26-szor leírta volna a 2,54-ot, és összeadta volna, akkor két tizedesjegyet kellett volna kijelölnie az összegben. Ebből adódóan ennyit jelölt ki a szorzatban is.

2 helyi érték az egyik tényezőben

2 helyi érték a szorzatban



A gyerekek szerint Panni módszere volt a legegyszerűbb, úgyhogy azt ajánlották a többieknek.

A deszkakupac magassága 66,04 cm.

Tizedes törtet természetes számmal úgy szorzunk, mintha egész számok lennének, majd a szorzat végén annyi tizedesjegyet jelölünk ki, amennyi a tizedes törtben szerepelt.
(A 0 is számjegy!)

2. példa

Az iskola plakátokat akar bekeretezve kitenni, és ehhez szükségük van 12 db 1,3 méteres és 12 db 0,8 méteres lécdarabra.

a) Kerekítsük méterre az adatokat, és a becsült értékekkel számítsuk ki, hány méter lécet kell vásárolni!

b) Válasszuk ki, melyik műveletsor írja le a lécek együttes hosszát!

I. 12 · 1,3 + 0,8 méter
II. 12 · (1,3 + 0,8) méter
III. 12 · 1,3 + 12 · 0,8 méter

Megoldás

a) A kerekítés szabályainak alkalmazásával ≈ 12 · 1 + 12 · 1 = 24 méterre van szükség.

b) I. 12 · 1,3 + 0,8 méter = 15,6 + 0,8 = 16,4 méter. Ez nagyon eltér a becslésünktől! Miért?
II. 12 · (1,3 + 0,8) méter = 12 · 2,1 = 25,2 méter, ehhez az értékhez már jó közelítés a becslésünk.
III. 12 · 1,3 + 12 · 0,8 méter = 15,6 + 9,6 = 25,2 méter. Ez a mennyiség megegyezik a *b)*-ben számolt értékkel.

Matematikailag ugyan hibátlan volt a becslésünk, de az *a)* részben adott 24 méteres becslés a gyakorlatban mégis rossz eredményt ad, mert 24 méter léc nem lenne elég a keretezéshez.

Azt láthatjuk, hogy a zárójelfelbontásra korábban tanult szabályok most is érvényesek: ha egy összeget (különbséget) szorzunk egy természetes számmal, akkor az összeg (különbség) minden tagját meg kell szoroznunk a számmal.
Például: 12 · (1,3 + 0,8) = 12 · 1,3 + 12 · 0,8

Feladatok

1. Becsüld meg és válaszd ki az alábbi lehetőségek közül azt, amelyiket helyesnek gondolod!

a) Mit gondolsz, milyen magas lenne tízezer darab A4-es fénymásoló papír, ha egymásra raknánk?
- I. mint a tábla magassága
- II. mint az osztályterem magassága
- III. mint az iskola magassága

b) Ezer ötödikes egymás kezét fogva a lehető legnagyobb kört alkotta. Mit gondolsz, mekkora ez a kör?
- I. körbeéri a Földet az Egyenlítő mentén
- II. körbeéri Pest megyét
- III. körbeéri a Országházat

2. Végezd el a következő műveleteket!

a) 3,6 · 10	*b)* 0,36 · 10	*c)* 0,036 · 10	*d)* 0,0036 · 10
e) 675,67 · 100	*f)* 67,567 · 100	*g)* 6,7567 · 100	*h)* 0,67567 · 100
i) 1,2345 · 1000	*j)* 45,672 · 1000	*k)* 15,25 · 1000	*l)* 0,0045 · 1000

3. Végezd el a következő műveleteket!

a) 567 : 10	*b)* 34,57 : 10	*c)* 5,9 : 10	*d)* 0,123 : 10
e) 435,2 : 100	*f)* 26,42 : 100	*g)* 4,02 : 100	*h)* 0,023 : 100
i) 1234,5 : 1000	*j)* 45,19 : 1000	*k)* 1,025 : 1000	*l)* 0,045 : 1000

4. *a)* Váltsd át centiméterbe a következő mennyiségeket!

0,123 m	2,37 dm	14,5 m	123 mm	2,34 dm	9854 mm

b) Váltsd át deciméterbe a következő mennyiségeket!

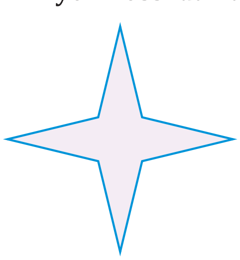
3,56 m	12,372 m	51 cm	763 mm	102,34 mm	985 cm

5. Végezd el a következő szorzásokat!

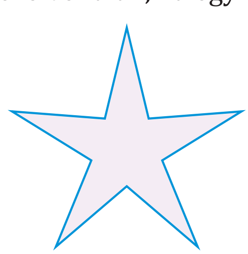
a) 8,7 · 5	*b)* 0,37 · 9	*c)* 0,057 · 6	*d)* 0,0047 · 51
e) 12,3 · 72	*f)* 0,27 · 21	*g)* 6,75 · 13	*h)* 0,67 · 35

6. Milyen hosszúak a következő vonalak, ha egy kék szakasz hossza 0,34 dm?

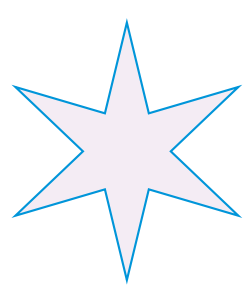
a)



b)



c)



7. A négy jóbarát együtt cipelte be a papírgyűjtésre a papírt. Andris mindkét kezében egy-egy 5,4 kg-os csomagot hozott. Bende az egyik kezében 3,6 kg-ot, a másik kezében kétszer ennyit cipelt. Marci még a hátizsákját is teletömte egy adag papírral, így három csomag 4,8 kg-os papír volt nála. Zoli mindkét kezében egy-egy 7,3 kg súlyú csomagot cipelt.

a) Mit gondolsz, 40 kg-nál többet vittek közösen? *b)* Becslésedet számolással igazold!

8. Végezd el a műveleteket!

a) $2 \cdot (13,2 + 21,94)$
b) $27,904 + 5 \cdot (8,7 - 3,96)$
c) $104,26 - 8 \cdot (153,55 - 100,75)$

9. A műveletek elvégzése nélkül tedd ki a megfelelő relációs jelet!

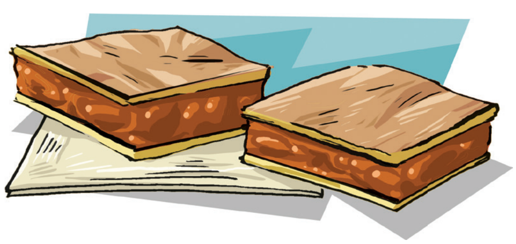
a) $4 \cdot (5,4 + 9,73)$ $\qquad$ $4 \cdot 5,4 + 4 \cdot 9,73$
b) $39,82 - (10,97 + 5,43)$ $\qquad$ $39,82 - 10,97 + 5,43$
c) $54,17 - (38,72 - 11,88)$ $\qquad$ $54,17 - 38,72 + 11,88$

10. Párosítsd a szöveget a megfelelő műveletsorral és a végeredménnyel. Számolással ellenőrizd megoldásodat!

a) Gáspár bicikliversenyre készül, ezért mindennap 13,4 km-t kerékpározik. Hány km-t tekert áprilisban?
b) Ambrus úszóversenyre készül, ezért mindennap úszni jár. A hajnali edzésen 2,8 km-t, a délutánin 4,2 km-t úszik. Hány km-t úszott áprilisban összesen?
c) Zsiga futóversenyre készül, így minden reggel 4,2 km-t, délutánonként pedig 13,4 km-t fut. Hány km-t futott áprilisban?

A) $4,2 \cdot 30 + 13,4 \cdot 30 =$	*B)* $13,4 \cdot 30 =$	*C)* $(2,8 + 4,2) \cdot 30 =$
I. 210 km	II. 528 km	III. 402 km

11. Recept szerint 1 adag almás süti tésztájához a következő összetevők szükségesek:
0,1 dl tej, $\frac{1}{4}$ csomag sütőpor, 4 dkg liszt, 1 dkg porcukor, csipet só.



a) Mennyi hozzávalóra van szükség 8 adag süti tésztájának elkészítéséhez?
b) Mennyi hozzávalóra van szükség 12 adag süti tésztájának elkészítéséhez?
c) Mennyi hozzávalóra van szükség 7 adag süti tésztájának elkészítéséhez?
d) Minden mennyiséget tudtál értelmezni?

12. Egy különleges papírlap vastagsága 0,025 cm. Milyen vastag egy 1250 oldalas Biblia, amelyet erre a papírra nyomtattak?

13. A teniszt egy $26 \cdot 9$ yard méretű (páros esetén $26 \cdot 12$ yard) pályán játsszák. Mekkora a pálya méterben, ha 1 yard = 91,44 cm?

14. Füstös Géza, a felesége és két gyerekük vonattal akartak eljutni a szomszéd faluba. Ha a vonaton vesz jegyet a család, akkor a felnőttek 12,4, a gyerekek 6,2 eurót fizetnek. Ha elővételben megveszik a neten a jegyeket, akkor a felnőttek 11,4, a gyerekek 6 eurót fizetnek fejenként.

a) Mennyit fizet a Füstös család, ha a vonaton vesznek jegyet?
b) Mennyit fizet a Füstös család, ha a neten vesznek jegyet?
c) Mennyivel fizetnek kevesebbet, ha a neten vesznek jegyet?

14. TIZEDES TÖRTEK OSZTÁSA POZITÍV EGÉSZ SZÁMMAL

Az osztás a szorzás fordított művelete. A 10-zel, 100-zal, 1000-rel stb. osztott tizedes törtben a tizedesvesszőt egy, kettő, három stb. helyi értékkel balra visszük.

2,41 : 100 = 0,0241

egyes		tized	század	ezred	tizezred
2	,	4	1		
0	,	0	2	4	1

osztó / osztandó	10	100	1000
12 000	1200	120	12
2,4167	0,24167	0,024167	0,0024167

1. példa

Az ékszerész 6 egyforma gyűrűt szeretne készíteni a nála lévő 19,44 gramm aranyból. Hány grammos lesz egy gyűrű?

Megoldás

Becslésünk szerint az eredmény kicsit több lesz, mint 3, mert 18 : 6 = 3.
Egy gyűrű tömegét megkapjuk, ha a 19,44-ot elosztjuk 6-tal.

```
1 9,4 4 : 6 = 3,2 4
  1 4
    2 4
      0
```

19-ben a 6 megvan 3-szor, marad az 1. Elértünk a tizedesvesszőhöz. Ha tovább folytatjuk az osztást, akkor már nem egészeket osztunk és nem egészeket kapunk, ezért kitesszük a tizedesvesszőt a hányadosban.

14-ben a 6 megvan 2-szer, marad a 2.

24-ben a 6 megvan 4-szer, nem marad semmi.

Egy gyűrű 3,24 g tömegű lesz. Ellenőrzés: 3,24 · 6 = 19,44

Panni szerint most is érdemes az egész számok osztásánál tanult módszert követni. Csak a tizedesvessző helyére kell figyelni!

A tizedes törtet egy pozitív egész számmal úgy osztjuk el, mintha egész számot osztanánk, de amikor az osztás végrehajtása során elérünk a tizedesvesszőhöz, akkor kitesszük a hányadosban is.

Döntsd el, melyik igaz, melyik hamis!
A hamis állításokat javítsd ki, és írd le helyesen a füzetedbe!

A: (42,8 + 6,4) : 4 = 12,3

B: 38,8 + 6,4 : 4 = 11,3

C: 125,5 : 2 – 37,8 : 2 = (125,5 – 37,8) : 2

D: 42,5 : 5 + 21,5 : 5 = 64 : 5

E: 21,7 : 7 + 21,7 : 2 = 21,7 : (7 + 2)

14. TIZEDES TÖRTEK OSZTÁSA POZITÍV EGÉSZ SZÁMMAL

2. példa

Szofi az edzésen 16 hosszt úszott egy 25 méteres medencében 6 perc 33 másodperc alatt. Egy hossz leúszásához körülbelül mennyi időre volt szüksége? Kerekítsük egész másodpercre a kapott eredményt!

Megoldás

6 perc 33 másodperc = 393 másodperc. Osszuk el a 393-at 16-tal!

3	9´	3´	:	1	6	=	2	4	
	7	3							
		9							

A 16-tal való osztás után marad 9, de most már ismerjük a tizedes törteket. Képzeljük oda a tizedesvesszőt és a nem felírt nullákat, majd folytassuk az osztást! Szofi egy 25 méteres hosszt körülbelül 24,5625 másodperc alatt úszott le, ami kerekítve 25 másodperc.

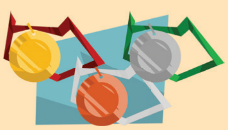
3	9´	3´,	:	1	6	=	2	4,	5	6	2	5
	7	3										
		9	0									
		1	0	0								
				4	0							
					8	0						
						0						

Ellenőrzés: $24{,}5625 \cdot 16 = 393$

3. példa

A versenyen 54 érmet osztottak ki, amelyekért a sportegyesület összesen 105,3 eurót fizetett. Mennyibe került egy érem?

1	0	5´,	3´	:	5	4	=	1,	9	5
	5	1	3							
		2	7	0						
				0						



Megoldás

Egy érem 1,95 euróba került.

Ellenőrzés:

	1,	9	5	·	5	4
	9	7	5			
+		7	8	0		
1	0	5,	3	0		

Feladatok

1. Anélkül, hogy kiszámolnád, állítsd csökkenő sorrendbe az alábbi műveleteket eredményük szerint!

a) 75,8 : 100   75,8 : 10 000   75,8 : 10   75,8 : 1000

b) 9,47 : 100   2,31 : 100   0,28 : 100   2,13 : 100

2. Végezd el a következő osztásokat!

a) 3,6 : 3   *b)* 0,042 : 7   *c)* 184,96 : 8   *d)* 0,67567 : 100

3. Becsüld meg az alábbi osztások eredményét, és válassz a lehetőségek közül! Becslésedet számolással ellenőrizd!

a) 49,6 : 2 =
A: 25-nél kisebb *B:* 25-nél nagyobb, de 50-nél kisebb *C:* 50-nél nagyobb

b) 89,4 : 3 =
A: 25-nél kisebb *B:* 25-nél nagyobb, de 50-nél kisebb *C:* 50-nél nagyobb

c) 267,61 : 7 =
A: 25-nél kisebb *B:* 25-nél nagyobb, de 50-nél kisebb *C:* 50-nél nagyobb

4. Végezd el a következő osztásokat!
a) 15,6175 : 5 *b)* 2,67567 : 100 *c)* 141,22 : 23 *d)* 9,45 : 45

5. Végezd el a következő osztásokat olyan bővítéssel, hogy az új osztó 10, 100 stb. legyen! (Például a 3 : 2 esetében az osztót és az osztandót megszorozzuk 5-tel, 15 : 10-et kapunk. A tizedesvesszőt eggyel balra mozgatva megkapjuk az 1,5-et.)
a) 5 : 2 *b)* 12 : 5 *c)* 0,45 : 5 *d)* 0,7 : 2
e) 4 : 25 *f)* 1 : 4 *g)* 0,37 : 50 *h)* 17 : 20

6. Végezd el a műveleteket! Megoldásodat szorzással ellenőrizd!
a) (2,45 + 8,35) : 3 *b)* (167,62 + 987,123) : 5 *c)* (12,67 – 2,35) : 8
d) (34,234 – 10,08) : 4 *e)* 64,13 – 8,68 : 7 *f)* 460,8 : (12,71 – 3,71)

7. A híres cirkuszi bohóc, a gyerekek legnagyobb ámulatára, egykerekű biciklin egyensúlyozott, miközben 12 darab egymásra pakolt poharat tartott a homlokán. A poharak tömege összesen 3 kg volt. Hány dkg egy pohár?

8. Hófehérke és a hét törpe úgy döntöttek, hogy beneveznek a Balatonkör biciklis váltóversenyre. Ez azt jelenti, hogy egymást váltva ugyanakkora távokat kell biciklizniük. A verseny a Zamárdi strandról indul, és 207,2 km hosszú.
a) Hány km-t kell megtenniük fejenként?
b) Morgó sajnos az utolsó pillanatban úgy döntött, mégsem indul ebben a versenyben, így végül csak Hófehérke és hat törpe nevezett. Hány km-rel kell így többet tekernie egy-egy indulónak?

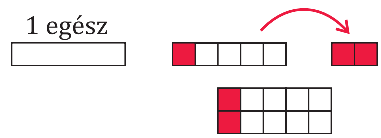
9. A három testvér, Csongi, Matyi és Zozó segítettek a nagymamának meggyet szedni. A nagymamával kötött egyezség szerint a szedett meggy felét a nagyi befőzi, a másik felét a fiúk eladhatják a piacon, hogy szerezzenek maguknak egy kis zsebpénzt. A fiúk összesen 93,6 kg meggyet szedtek.
a) Hány kg meggyből készíthet befőttet nagyi?
b) Hány kg meggyet szedtek a fiúk fejenként, ha mind a hárman ugyanannyit szedtek?
c) Hány forint zsebpénzt gyűjthetnének, ha kilogramonként 450 Ft-ért tudnák eladni a meggyet a piacon?
d) Mennyi pénz jutna nekik fejenként?

10. A sportversenyen a 4-szer 60 méteres váltófutáson a gyerekek részeredményei 12,3; 14,2; 10,7 és 10 másodperc voltak.
a) Hány másodperc alatt futották le összesen a 4-szer 60 métert?
b) Ha minden gyerek ugyanannyi idő alatt futotta volna le a távot, akkor mennyi időbe telt volna egy 60 méteres táv teljesítése?

15. KÖZÖNSÉGES TÖRTEK TIZEDES TÖRT ALAKJA

Emlékszel?

A $\frac{2}{5}$ tört egyszerre jelenti – az ötödrész kétszeresét;
– a két egész ötödrészét;
– a 2 osztva 5-tel műveletet.



$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4$

1. példa

Alakítsuk át tizedes tört alakba!

a) $\frac{3}{10}$ *b)* $3\frac{8}{100}$ *c)* $-2\frac{18}{1000}$

Megoldás

A számok már most 10, 100, illetve 1000 nevezőjű törtek. Csak a tizedesvesszőre és a 0-k helyére kell ügyelnünk.

a) $\frac{3}{10} = 0{,}3$ *b)* $3\frac{8}{100} = 3{,}08$ *c)* $-2\frac{18}{1000} = -2{,}018$

2. példa

Alakítsuk át a közönséges törteket tizedes törtekké!

a) $\frac{2}{5}$ *b)* $\frac{17}{8}$ *c)* $\frac{21}{105}$

Megoldás

a) 2 : 5 = 0,4
20
0

$\frac{2}{5} = 0{,}4$

b) 17 : 8 = 2,125
10
20
40
0

$\frac{17}{8} = 2{,}125$

c) 21 : 105 = 0,2
210
0

$\frac{21}{105} = 0{,}2$

$0{,}4 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2}{5}$

$2{,}125 = \frac{\overset{17}{\cancel{2125}}}{\underset{8}{\cancel{1000}}} = \frac{17}{8}$

$0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = \frac{21}{105}$

Egy törtnek mindig azt az alakját használjuk a feladat megoldása során, amelyiket érdemes.
A mostani példák esetében bővítéssel és/vagy egyszerűsítéssel is 10, 100 vagy 1000 nevezőjű törtet kaphatunk.

a) $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = 0{,}4$ *b)* $\frac{17}{8} = \frac{17 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{2125}{1000} = 2{,}125$

c) $\frac{21}{105} = \frac{\overset{1}{\cancel{21}}}{\underset{5}{\cancel{105}}} = \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0{,}2$

Ha az osztásban 0 maradékhoz jutunk, akkor az osztás véget ér, és a kapott hányadost véges tizedes törtnek nevezzük.

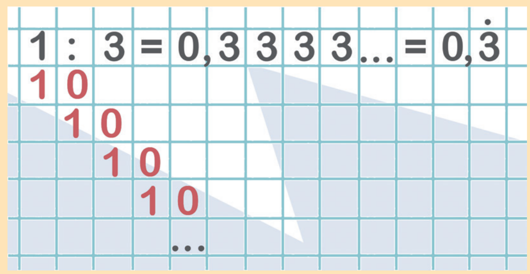
3. példa

Alakítsuk át a közönséges törteket tizedes törtekké!

a) $\frac{1}{3}$ *b)* $\frac{122}{99}$

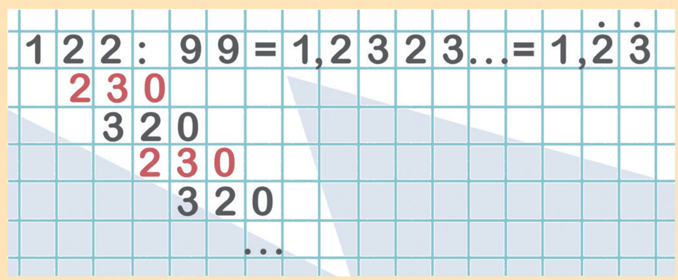
Megoldás

a) Mindig ugyanaz a maradék ismétlődik, azaz az osztás – és vele együtt a tizedes tört – soha nem ér véget. Egy végtelen sok jegyet tartalmazó számot nem lehet leírni, ezért az ismétlődő számot úgy jelöljük, hogy egy pontot teszünk fölé: $0{,}\dot{3}$. (Az ismétlődő számot régebben felülvonással is jelölték: $0{,}\overline{3}$.)



b) A hányadosban felváltva ismétlődik a 2-es és a 3-as számjegy, vagyis a 23 ismétlődik. Az ismétlődő szám neve szakasz.

Az *a)* feladatban a szakasz egyetlen számjegyből áll, a 3-ból. A *b)* feladatban a szám tizedes tört alakja $1{,}\dot{2}\dot{3}$.



Ha az osztás során soha nem kapunk 0 maradékot, akkor valamelyik maradék ismétlődni fog, és ezért végtelen, szakaszos tizedes törtet kapunk.

4. példa

Írjuk fel a 0,125 számot közönséges tört alakban!

Megoldás

$0{,}125 = \frac{125}{1000} = \frac{25}{200} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$. Véges tizedes törtet mindig át lehet alakítani közönséges törtté.

Kutatómunka

Az $\frac{1}{7}$ szám tizedes tört alakja $\frac{1}{7} = 0{,}\dot{1}4285\dot{7}$. Szorozd meg a számot 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel és 6-tal, azaz írd fel a $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$ számokat is! Nézd meg a szakaszok jegyeit! Mit tapasztalsz? Jobban látszik az érdekesség, ha a számokat szépen elrendezve írod egymás alá. Nézz utána az interneten, hogy milyen számokat hívunk főnix számoknak!

15. KÖZÖNSÉGES TÖRTEK TIZEDES TÖRT ALAKJA

Feladatok

1. Írd fel a törteket tizedes tört alakban!

a) $\frac{1}{2}$ *b)* $\frac{1}{4}$ *c)* $\frac{1}{8}$ *d)* $\frac{1}{16}$ *e)* $\frac{1}{32}$ *f)* $\frac{3}{15}$ *g)* $\frac{33}{55}$ *h)* $3\frac{3}{40}$

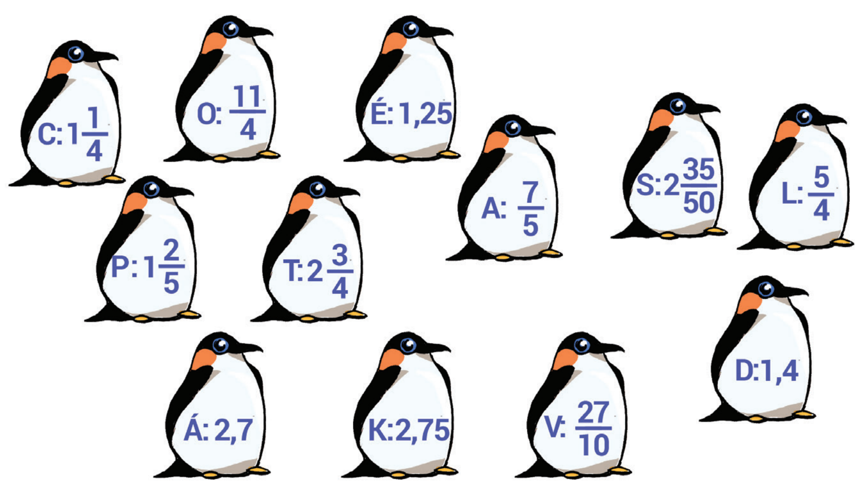
2. Írd fel a törteket tizedes tört alakban!

a) $\frac{1}{9}$ *b)* $\frac{2}{9}$ *c)* $\frac{8}{9}$ *d)* $\frac{20}{9}$ *e)* $\frac{2}{3}$ *f)* $\frac{10}{9}$ *g)* $\frac{12}{9}$ *h)* $\frac{18}{9}$

3. Alakítsd át a tizedes törteket közönséges törtté! Ahol lehet, egyszerűsíts!

a) 0,2 *b)* 0,5 *c)* 0,8 *d)* 0,25 *e)* 0,35
f) 0,45 *g)* 0,75 *h)* 1,2 *i)* 1,25 *j)* 4,5

4. Ki kivel van egy csoportban? Segíts a pingvineknek 3 fős csoportokat alkotni úgy, hogy egy csoportba az azonos értékű pingvinek kerüljenek! Ha készen vagy, alkoss értelmes szavakat az azonos csoportokhoz tartozó betűkből!



5. *a)* Mi lesz az $\frac{1}{3}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 3. számjegy?

b) Mi lesz az $\frac{1}{3}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 12. számjegy?

c) Mi lesz az $\frac{1}{3}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 1235. számjegy?

d) Mi lesz az $\frac{1}{6}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 4. számjegy?

e) Mi lesz az $\frac{1}{49}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 12. számjegy?

f) Mi lesz az $\frac{1}{81}$ tizedes tört alakjában a tizedesvessző utáni 10. számjegy?

6. Folytasd a 0,101101110 szám tizedesjegyeit úgy, hogy a kapott szám
a) végtelen szakaszos tizedes tört legyen; *b)* végtelen legyen, de ne legyen benne szakasz!

ÖSSZEFOGLALÁS 16.

Ebben a fejezetben a törtszámokkal és a velük végezhető műveletekkel ismerkedtünk meg.

A három nyolcad egy tört, amelyet így írunk le: $\frac{3}{8}$ — számláló, törtvonal, nevező

Az egész számok egyben törtszámok is, mert felírhatók két egész szám hányadosaként.
Például: $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4}$

Bővítés:
Példa: $\frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot 5} = \frac{3}{15}$

Egyszerűsítés:
Példa: $\frac{4}{28} = \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 7} = \frac{1}{7}$

Különböző nevezőjű törtek összeadása, kivonása: $\frac{3}{12} + \frac{2}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{3 \cdot 2}{3 \cdot 4} - \frac{4 \cdot 1}{4 \cdot 3} = \frac{3+6-4}{12} = \frac{5}{12}$

Tört szorzása pozitív egész számmal: $\frac{1}{12} \cdot 8 = \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{2}{3}$ vagy $\frac{1}{12} \cdot 4 = \frac{1}{12:4} = \frac{1}{3}$

Tört osztása pozitív egész számmal: $\frac{21}{17} : 3 = \frac{21:3}{17} = \frac{7}{17}$ vagy $\frac{17}{21} : 3 = \frac{17}{21 \cdot 3} = \frac{17}{63}$

Tizedes törtek összeadása és kivonása:

```
   8,291        34,05
+ 34,05      -   8,291
  42,341        25,759
```

Tizedes törtek szorzása és osztása
pozitív egész számmal:
(A 0 is számjegy!)

```
  2,19 · 91     2,19 : 4 = 0,5475
 1971             19
+  219             30
 199,29             20
                     0
```

Egy közönséges tört tizedes tört alakja lehet:
– véges, ha az osztás során 0 maradékot kaptunk;

```
21 : 105 = 0,2
210
  0
```

A $\frac{21}{105}$ tizedes tört alakja: 0,2.

– végtelen szakaszos, ha az osztás során soha
  nem kapunk 0 maradékot.

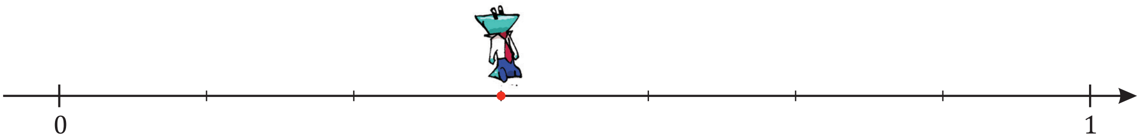
```
122 : 99 = 1,2323... = 1,2̇3̇
 230
  320
   230
    320
     ...
```

A $\frac{122}{99}$ tizedes tört alakja: $1,\dot{2}\dot{3}$.

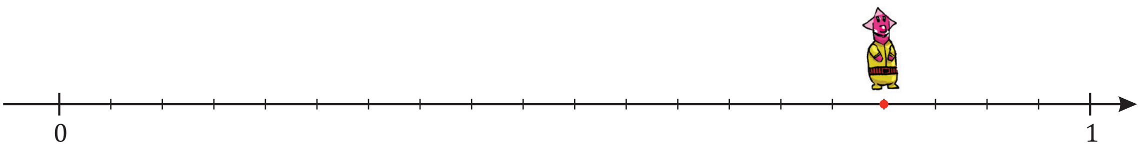
Feladatok

1. Melyik gizmák áll $\frac{4}{5}$-ön?

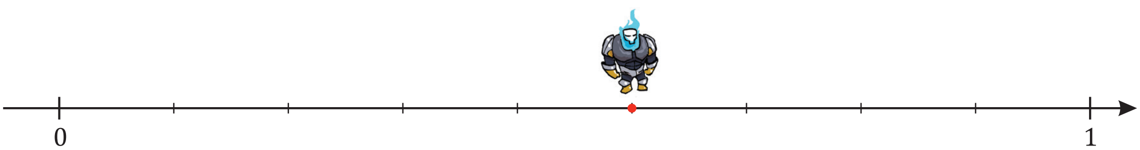
a)



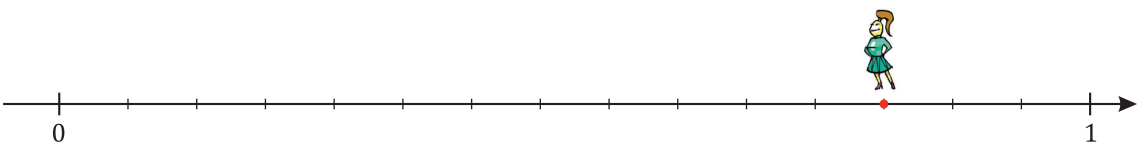
b)



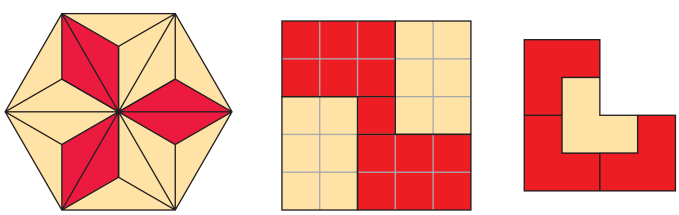
c)



d)



2. Az itt látható csempék
a) mekkora része piros;
b) mekkora része sárga?



3. Bővítsd a törteket 2-vel, 10-zel, 7-tel!

a) $\frac{1}{2}$ *b)* $\frac{3}{10}$ *c)* $\frac{91}{7}$ *d)* $\frac{1}{140}$ *e)* $\frac{5}{34}$

4. Egyszerűsítsd a törteket! Keresd meg a tovább már nem egyszerűsíthető alakot!

a) $\frac{18}{10}$ *b)* $\frac{18}{9}$ *c)* $\frac{32}{6}$ *d)* $\frac{18}{36}$ *e)* $\frac{180}{144}$

f) $\frac{1024}{32}$ *g)* $\frac{972}{45}$ *h)* $\frac{2014}{19}$ *i)* $\frac{2014}{106}$ *j)* $\frac{214}{215}$

5. Melyik a kakukktojás?

a) 0,4 0,40 $\frac{4}{100}$ $\frac{40}{100}$

b) $2\frac{52}{100}$ $\frac{25}{10}$ 2,52 $\frac{252}{100}$

c) −17,352 $-17\frac{352}{100}$ −17,3520 $-\frac{17\,352}{1000}$

6. Egy édességbolt kirakatában négy kosárban különböző színű cukorkák vannak.

a) Az első kosárban a cukorkák $\frac{3}{10}$ része piros, $\frac{1}{5}$ része kék, $\frac{19}{100}$ része zöld. A maradék sárga színű. A cukorkák hányad része sárga?

b) A második kosárban a cukorkák $\frac{2}{5}$ része fehér, $\frac{1}{3}$ része piros. A többi cukorka fekete csomagolású. A kosárban lévő cukrok mekkora része fekete?

c) A harmadik kosárban 100 cukorka van, amelynek $\frac{4}{10}$ része ezüstszínű, a $\frac{35}{100}$ része aranyszínű, a többi rózsaszín csomagolású. Hány darab ezüstszínű cukorka van a kosárban? Aranyszínű vagy rózsaszín cukorkából van több? Mennyivel?

d) A negyedik kosárban 45 csokoládé van. $\frac{7}{15}$ része tejcsoki, a többi fehér csoki. Egy 25 fős osztály osztályfőnöke mindenkinek szeretne venni egy-egy fehér csokit. Jut-e mindenkinek?

7. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{42}{10}+\frac{18}{10}$ *b)* $\frac{10}{9}+\frac{17}{9}$ *c)* $\frac{14}{8}+\frac{30}{8}$ *d)* $\frac{18}{7}+\frac{11}{7}$ *e)* $\frac{18}{144}+\frac{17}{144}$

f) $\frac{42}{10}-\frac{18}{10}$ *g)* $\frac{10}{9}-\frac{17}{9}$ *h)* $\frac{14}{8}-\frac{30}{8}$ *i)* $\frac{18}{7}-\frac{11}{7}$ *j)* $\frac{18}{144}-\frac{17}{144}$

8. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{10}{32}+\frac{1}{2}$ *b)* $\frac{3}{45}-\frac{3}{9}$ *c)* $\frac{3}{19}-\frac{9}{57}$ *d)* $\frac{11}{12}+\frac{12}{13}$ *e)* $\frac{12}{13}-\frac{11}{12}$

f) $\frac{17}{10}+\frac{31}{100}$ *g)* $\frac{121}{81}-\frac{4}{3}$ *h)* $\frac{114}{18}-\frac{114}{24}$ *i)* $\frac{59}{60}+\frac{23}{24}$ *j)* $\frac{111}{57}-\frac{11}{38}$

9. Végezd el a műveleteket!

a) $\frac{32}{11}:16$ *b)* $\frac{14}{9}:7$ *c)* $\frac{17}{2}:9$ *d)* $\frac{8}{11}:4$ *e)* $\frac{24}{7}:21$

f) $\frac{1024}{11}:32$ *g)* $\frac{45}{19}:5$ *h)* $\frac{1024}{11}:11$ *i)* $\frac{168}{7}:24$ *j)* $\frac{43}{13}:23$

10. Végezd el a műveleteket fejben!

a) 3,2 + 5,6 *b)* 4,8 + 9,2 *c)* 6,3 + 7,8

d) 12,8 – 4,4 *e)* 29,5 – 13,2 *f)* 451,6 – 40,3

11. Csoportosítsd úgy az összeadandókat, hogy a számolás egyszerűbb legyen, és számítsd ki az eredményeket!

a) 13,5 + 3,72 + 6,5 + 1,28 *b)* 134,45 + 12,35 + 17,65 + 45,55

c) 14,8 + 24,6 + 43,1 + 35,2 + 6,9 + 25,4

12. Melyik nagyobb? Döntsd el!

a) 21 + 14,3 – 8,2 vagy 21 + (14,3 – 8,2) *b)* 44 – 4,3 + 5,3 vagy 44 – (4,3 + 5,3)

c) 72,8 – (12,25 – 4,2) vagy 72,8 – 12,25 – 4,2

13. Ábel mindennap fut, és telefonjával méri a megtett távolságokat. Hétfőn 12,55 km-t, kedden 13,42 km-t, szerdán 15,20 km-t, csütörtökön 9,52 km-t futott.

a) Hány km-t futott a négy nap alatt összesen? Számolás előtt végezz becslést!

b) Mennyit futott pénteken, ha az öt nap alatt éppen 60 km-t tett meg?

14. Végezd el a szorzásokat!

a) 0,4 · 50	*b)* 0,25 · 440	*c)* 0,2 · 66	*d)* 0,125 · 80	*e)* 0,125 · 800
f) 0,23 · 5	*g)* 42,23 · 592	*h)* 15,173 · 248	*i)* 1,63 · 128	*j)* 23,854 · 985

15. Végezd el az osztásokat!

a) 65,4 : 10	*b)* 8,67 : 100	*c)* 0,2 : 1000	*d)* 0,125 : 5	*e)* 0,12 : 125
f) 21 : 75	*g)* 102,6 : 18	*h)* 100,1 : 24	*i)* 168 : 175	*j)* 25000,16 : 592

16. Egy híd alatt haladó út mellett az itt látható KRESZ-tábla van kirakva. Mit jelent a tábla? Átmehet-e a híd alatt a kamion, ha a platója 1,6 méter magasan van, és 2,35 méter magas kisgépeket szállít?

17. Anya telefonjának a memóriája 128 GB (gigabyte). Ebből a segédprogramok 1,13 GB-ot foglalnak el, a letöltött programok 3,18 GB-ot, a zenék pedig 61,89 GB-ot. Hány GB szabad hely van anya telefonjának a memóriájában?

18. Keress az irodalomkönyvedben egy olyan részt, ahol 5 szövegsor követi egymást! Mérd meg a vonalzóddal, hány milliméter magas ez az 5 sor! Milyen távol van két egymás utáni sor alja? Ismételd meg a mérést és a számítást 10 egymás utáni sorral!

19. Mely egyenlőségek igazak?

a) 20 · (5,5 + 4,7) = 20 · 5,5 + 20 · 4,7

b) 8 · (5,3 – 2,8) = 8 · 5,3 – 8 · 2,8

c) 36 · 2,2 + 17,8 = 36 · (2,2 + 17,8)

d) 4 · (14,3 – 2,5) + 7,2 = 4 · 14,3 + 4 · 2,5 + 7,2

20. Válaszd ki, melyik szöveges leíráshoz melyik műveletsor tartozik!

a) 15,3 és 8,5 összegének a fele

b) 15,3 és 8,5 felének az összege

c) 15,3 felének és 8,5-nek az összege

A: 15,3 + 8,5 : 2 *B:* (15,3 + 8,5) : 2 *C:* (15,3 : 2) + (8,5 : 2) *D:* 15,3 : 2 + 8,5

21. Számoljatok ügyesen!

Ha átalakítjátok az alábbi műveletsorokat, akkor egyszerűbb számolással kaphatjátok meg az eredményt.

a) 11,6 : 3 + 9,4 : 3 *b)* 215,26 : 4 – 35,26 : 4 *c)* 57,27 : 5 + 422,73 : 5 – 25

22.

			
Angol font (GBP)	Euro (EUR)	Svájci frank (CHF)	Amerikai dollár (USD)
385,49	347,88	325,31	312,33

Egy kisvállalkozó forinttal akar fizetni az interneten, és a bank pénzváltási oldalán a táblázatban látható értékeket találta. Egyéb költség nincs. Hány forintba kerül, ha

a) 100 euró értékben vásárol;
b) 120 angol fontért vásárol;
c) 210 amerikai dollárért vásárol;
d) 49 svájci frankért vásárol?

23. Apa a nyaraláshoz forintot vált át az előző feladatban látható árfolyamon. Egyéb költség nincs. Mennyi

a) angol fontot; *b)* eurót;
c) svájci frankot; *d)* amerikai dollárt

kapna 60 000 Ft-ért?

24. Alakítsd át a törteket tizedes törtté!

a) $\frac{308}{10}$ *b)* $\frac{2}{3}$ *c)* $\frac{6}{3}$ *d)* $\frac{8}{3}$ *e)* $\frac{8}{6}$

f) $\frac{32}{1024}$ *g)* $\frac{121}{1331}$ *h)* $\frac{124}{8}$ *i)* $\frac{43}{26}$ *j)* $\frac{2145}{75}$

25. Az egésztelkes jobbágynak a következő adókat kellett fizetnie egy 300 munkanapos évben:

– 25 napnyi napszámos jövedelemmel kellett adóznia a földesurának.
– 50 nap robot a földesúr részére igásállattal, vagy 100 napnyi igásállat nélkül.
– $\frac{1}{10}$ terményadó az egyházközségnek és $\frac{1}{10}$ a földesurának.
– Rendkívüli adók, egy évben körülbelül 30 napnyi munka.

a) Ha egy évben 300 munkanap volt, akkor egy egésztelkes jobbágynak az év hányad részében kellett az adó megfizetéséért dolgoznia?

b) János csak féltelkes jobbágy volt, és a családjának hat olyan tagja is volt, aki ledolgozhatta az adókat. (A féltelkes jobbágynak az egésztelkes jobbágy adójának a felét kellett megfizetnie.) Hány napot kellett fejenként dolgozniuk az adó megfizetéséért?

26. Süssünk mézeskalácsot!

Egy adag tésztához jól gyúrjuk össze a felsorolt alapanyagokat, majd csomagoljuk fóliába a tésztát, és pihentessük egy napig a hűtőszekrényben. Hozzávalók: 50 dkg finomliszt, 20 dkg porcukor, 1 kávéskanál szódabikarbóna, 6 dkg olvasztott vaj, 1 dl langyos tej, 20 dkg méz, 1 csomag vaníliás cukor, valamint fahéj, gyömbér, szerecsendió, szegfűszeg ízlés szerint, illetve díszíteni.

a) Körülbelül mennyi lesz a bekevert tészta tömege?

b) Ha egy kerek mézeskalácshoz 2,5 dkg tészta kell, akkor körülbelül hányat tud formázni Kristóf egy adag tésztából? Végezz becslést! Ez alapján válaszolj a kérdésre. Ellenőrizd az eredményedet!

c) Kristóf talált a fiókban egy póni alakú formázót is, amely nagyobb, és 4,5 dkg tészta kell bele. Hány pónit tud formázni Kristóf egy adag tésztából? Végezz becslést! Ez alapján válaszolj a kérdésre! Ellenőrizd az eredményedet!

d) Hányszorosra növeljék az alapanyagok mennyiségét, ha körülbelül 30-30 darabot akarnak készíteni a kétféle alakú mézeskalácsból? Egész számra kerekítve add meg az eredményt!

e) Ha nagyon nagy a család, és minden összetevőt megháromszorozunk, akkor mennyi lesz az egyes összetevők, illetve a bekevert tészta tömege?

27. Juli $1\frac{2}{3}$ órát tölt tanulással minden hétköznap. Gerzson csak napi $1\frac{1}{6}$ órát tölt tanulással, de hétvégén még hozzácsap 3 órányi tanulást.

a) Melyik gyerek tölt több időt az otthoni tanulással egy hét alatt, és mennyivel?

b) Mennyit tanulna Gerzson naponta, ha a hétvégi 3 órát egyenletesen elosztaná a hétköznapokra?

28. Egy liter benzin ára egy szomszédos országban 1,24 euró. Hány eurót kell fizetnünk, ha 15 liter benzint vásárolunk?

29. Online vásárláskor rendeltünk 5 pár zoknit páronként 0,9 euróért, 3 sálat, melynek darabja 2,45 euró, 4 pár kesztyűt páronként 2,99 euróért és 2 sapkát darabonként 3,69 euróért. A kiszállítás akkor ingyenes, ha legalább 30 euróért vásárolunk. Kell-e fizetnünk a kiszállításért? Végezz becslést a pontos számolás előtt!

30. Anya a zserbó készítéséhez négy lapot süt ki. Az összegyúrt tésztát leméri, a mérleg 77,6 dkg-ot mutat.

a) Hány dkg-os darabokra vágja a tésztát, mielőtt kisodorná, ha azt szeretné, hogy a négy lap egyenlő tömegű legyen?

A lapokat megtöltötte, így a kisült sütemény kb. 120 dkg tömegű lett. A szélét levágta, ez a sütemény tömegének tizedrésze.

b) Hány dekagramm lett a sütemény a szélek nélkül?

c) Ezt a leszélezett süteményt feldarabolta, és 30 egyenlő darabot kapott. Hány dkg-os 1 darab sütemény?

III. Bevezetés a geometriába

„Az Europa szinte tökéletes gömbnek látszott, miközben leereszkedtünk. A legjobban az tetszett, hogy amikor korcsolyáztunk, akkorákat tudtam ugrani, amekkorát otthon soha” – írta Gazsi a számítógépébe, aztán a Mentés gombra bökött, eltüntette a képernyőről a billentyűzetet, és fejére tette a holosisakot, hogy ismét átvágja magát a gonosz Zog csillagközi flottáján. A játék elején körpályán kellett várakoznia a Hold körül, majd adott jelre egyenes vonalban minél nagyobb sebességre gyorsítania. Aztán már csak az ügyességén múlt, hogyan tudja lerázni a hipertérből előbukkanó Zog-flottát. Gömb alakban fogták körül az ellenséges hajók. Gyorsan a déli pólus felé kanyarodott, és amikor követni kezdték, hirtelen észak felé fordult. Hiperűrsebességre kapcsolt, és a Zog-armada belegabalyodott a mögötte keletkező miniatűr fekete lyuk peremébe. A megmaradt pár hajót már könnyűszerrel hagyta maga mögött. Elégedetten állította meg a szeme előtt lebegő holoképet. 90 000 984 pontja lett, és ezzel sikerült rekordot döntenie a kilencedik szinten. Nekigyürkőzött volna a tizediknek is – amin már kétszer elbukott –, de Attila megpróbálta félretolni.

– Bocs, muszáj használnom a nagy wikikompot. Nem emlékszem, milyen sorrendben jártunk a Jupiter holdjain.

Gazsit azonban nem volt könnyű kimozdítani a helyéből, ha játékról volt szó. Kicsit elmélázott, aztán sorolta:

– Kívülről befelé haladtunk, úgyhogy Callisto, Ganymedes, Europa, Io volt a sorrend. És hagyjál játszani, ez az én harminc percem! – Azzal a második szintre lépett az Attila elleni, és a tizedik szintre a Zog elleni harcban.

1. CSOPORTOSÍTÁSOK

Csoportmunka

Vegyetek elő a zsebetekből, táskátokból néhány tárgyat! Olyanokat is lehet, amelyeket matematikaórán nem szoktatok használni! Találjatok ki olyan szempontokat, amelyek alapján csoportosíthatjátok ezeket a tárgyakat! A csoportosítás szempontját és a kialakított csoportokba tartozó tárgyak nevét írjátok le a füzetetekbe!

Nagyon sok tárgy vesz körül minket. A tantermetekben, a lakásotokban, az utcán megfigyelhetitek ezeket. Vannak, amelyeket rendszeresen használunk, és vannak, amelyek díszítik a környezetünket. Szinte észre sem vesszük, és rendezzük, csoportosítjuk ezeket a tárgyakat. Rengeteg szempont, tulajdonság alapján tehetjük ezt meg.

1. példa

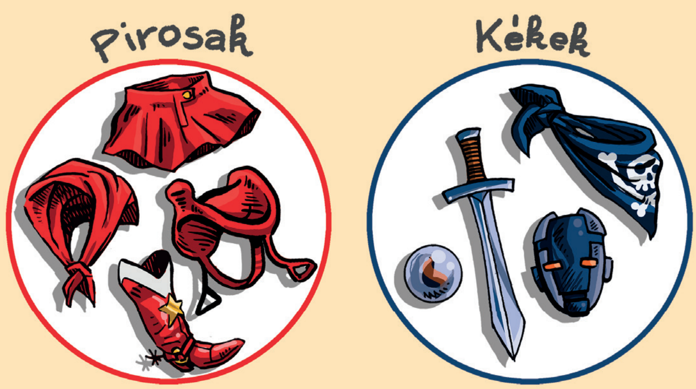
Csoportosítsuk ezeket a tárgyakat!

Megoldás

Pirosak: szoknya, nyereg, kendő, csizma.
Kékek: álarc, kard, kendő, üveggolyó.

Egy ilyen csoportosítást gyakran le szoktunk rajzolni. Az egyik kupacba a piros, a másik kupacba a kék holmik kerülnek.

Ez csak egy lehetséges csoportosítás, számtalan másik is létezik, például van-e benne fém, de a tárgyak mérete, funkcója stb. alapján is lehet ezeket csoportosítani.



Csoportmunka

Álljatok fel, és rendeződjetek csoportokba a tanár vagy egy osztálytársatok javaslata alapján. Például:

1. Fiúk, lányok	2. Szemüvegesek, nem szemüvegesek
3. Balkezesek, jobbkezesek	4. Hosszú hajúak, rövid hajúak
5. Nyáron születettek, más évszakban születettek	6. Szőkék, barnák

Volt olyan eset, amikor nem tudtatok dönteni? Beszéljétek meg, mi okozta a vitát!

Játék

Felsorolunk néhány szót:

vihar, tigris, ezer, nehéz, régen, zár, rét, sisak, könyv, körte, teke, kabát.

Ezek közül azokat a szavakat rendezhetitek egy csoportba, amelyek egymáshoz fűzhetők. Próbáljatok a fenti szavakból ilyen módon két csoportot kialakítani úgy, hogy a lehető legtöbb szót felhasználjátok a felsoroltakból!

Egy lehetséges csoportosítás: KönyV – ViharR – RégeN – NehéZ – ZáR
TekE – EzeR – RéT – TigriS – SisaK – KabáT

Egy szó maradt ki: körte.

Lehetett volna így is: KönyV – ViharR – RégeN – NehéZ – ZáR
KörtE – EzeR – RéT – TigriS – SisaK – KabáT – TekE

Így pedig nem maradt ki egyik sem!

Készítsetek ti is ilyen feladványokat egymásnak! Hogyan tudnátok a felsorolt szavakat másképp csoportosítani?

Feladatok

1. Csoportosítsd a következő tárgyakat: tányér, kés, pohár, kanál, csésze, villa!
Milyen szempont alapján alakítottad ki a csoportokat?

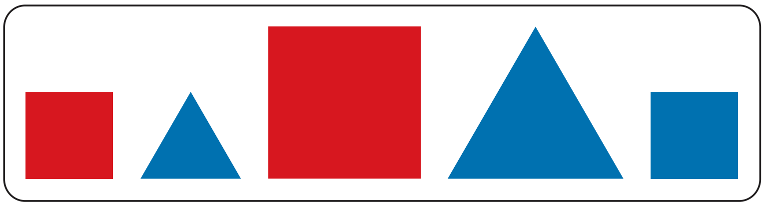
2. *a)* Rendezd az itt látható járműveket két csoportba!
b) Rendezd őket három csoportba!
Milyen tulajdonság alapján alakítottad ki a csoportokat?

3. „Tüzesen süt le a nyári nap sugára
Az ég tetejéről a juhászbojtárra."
a) Melyik versből származik az idézet?
Ki írta a verset?
b) Gyűjtsd össze az idézetből az egy szótagú szavakat!
c) Gyűjtsd össze az idézetből a két szótagú szavakat!
d) Gyűjtsd össze az idézetből a legalább három szótagú szavakat!

4. Európa térképéről a következő városokat választottuk: Budapest, Róma, Miskolc, Lisszabon, Varsó, Pozsony, Krakkó, Hamburg.
Hogyan csoportosítanád ezeket a városokat?
Nézd meg a térképen, hol vannak ezek a városok! Adj meg többféle csoportosítást!

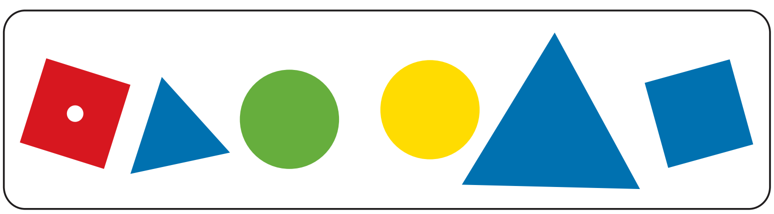
PÁROS MUNKA

Vegyétek elő a logikai készletet! Rajzoljatok egy kupacot, és rakjatok bele néhány darabot egy tulajdonság alapján, de ezt a tulajdonságot ne mondjátok meg hangosan!
A társatoknak kell mondania egy olyan tulajdonságot, ami igaz a kiválogatott darabokra. Ha sikerült neki, akkor cseréljetek szerepet! Most ő fog kirakni darabokat.
Vigyázzatok! Nem csak az egyikőtök által kitalált tulajdonság lehet jó. Bármely helyes állítást el kell fogadni.
Például, ha Boldizsár ezt rakta ki,



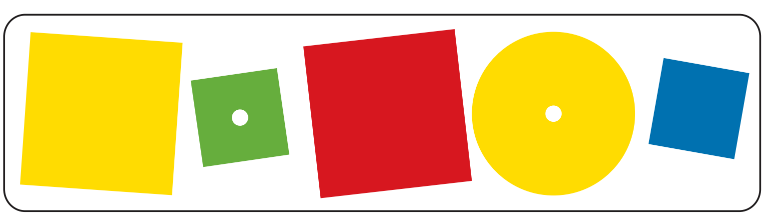
akkor a párja, Aranka mondhatja, hogy mindegyik szögletes. De azt is mondhatja, hogy egyik sem lyukas, azaz mindegyik teli.

A feladat nehezítése, ha olyan halmazt raktok ki, amelyikbe egy darab nem illik bele, a párotoknak pedig meg kell találnia az oda nem illő darabot és a többi darab közös tulajdonságát.
Aranka például ezt rakja ki:



Boldizsár mondhatja, hogy a nagy nem illik bele, mert az az egyetlen nagy, a többi darabnak pedig közös tulajdonsága, hogy mindegyik kicsi.
Azt is mondhatja, hogy a lyukas nem illik bele, mert az az egyetlen lyukas, a többi közös tulajdonsága pedig, hogy mindegyik teli. Más lehetőségek is vannak.

Egy harmadik variáció, ha véletlenszerűen választotok egy zacskóból, és minden egyes újabb darab kihúzása után kitaláltok egy közös jellemzőt. A húzásnak akkor van vége, ha már egyikőtök sem tud közös tulajdonságot találni.



Például ha balról jobbra haladva a következő darabokat húzták, akkor az 1. négyzet, 1-2. négyzet, 1-2-3. négyzet, 1-2-3-4. a jelzőlámpa színei. Aranka és Boldizsár a kis kék teli négyzet, az ötödik elem után hagyták abba, mert nem tudták folytatni. Te tudtad volna?

1. példa

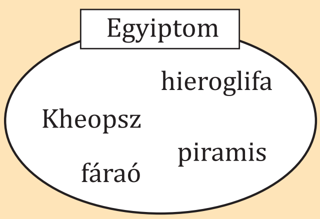
Válogassuk ki az ókori Egyiptomhoz kapcsolódó szavakat a megadottak közül:
Kheopsz, amfiteátrum, Olümpia, fáraó, gladiátor, falanx, piramis, hieroglifa, Attila, Zeusz, légió!

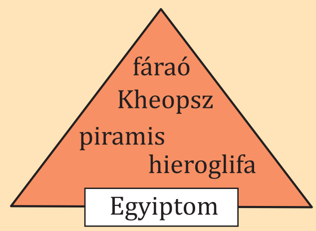
Megoldás

Kheopsz, fáraó, piramis, hieroglifa

Azt mondjuk, hogy ez a négy szó, ez a csoport egy **halmazt** alkot.
A halmaz megalkotásánál fontos, hogy mindenről el tudjuk dönteni, hogy beletartozik-e vagy sem. A szép emberek például nem alkotnak halmazt, mert a szépség megítélése emberenként más és más.

A halmazt gyakran egy halmazábrán szemléltetjük, úgy, ahogy itt látható. Egy halmazábrának nincs kötött alakja, lehet akár piramis alakú is.

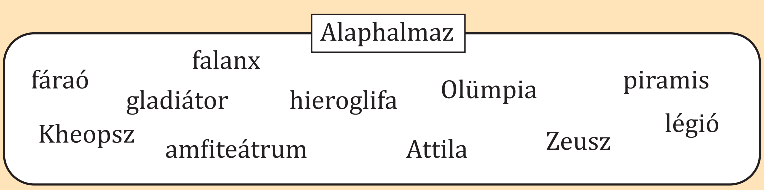




A halmazhoz tartozó dolgokat kapcsos zárójelben szoktuk felsorolni:
{fáraó, piramis, Kheopsz, hieroglifa}.

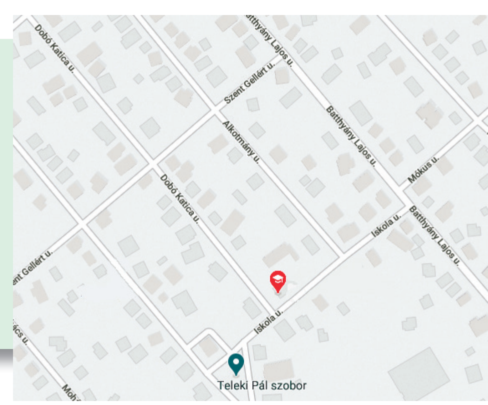
Ha egy dolog a halmazhoz tartozik, akkor azt mondjuk, hogy az a halmaz **eleme**. Például Kheopsz az Egyiptom halmazhoz tartozik, tehát Kheopsz eleme a halmaznak.
Ennek a halmaznak négy eleme van. Az is lehetséges, hogy egy halmaznak nincsen eleme. Ha egy halmaznak nincsen eleme, akkor azt üres halmaznak hívjuk.

Halmazt alkotnak-e az eredetileg felsorolt szavak? Természetesen. Alaphalmaznak szokták nevezni azon dolgok összességét, amelyből válogatunk.



Kutatómunka

Írjátok össze a füzetetekben, hogy milyen nevű utcákon, utakon, tereken jártok, amikor iskolába jöttök!
a) Van olyan az osztályban, akinek csak egy elnevezés van a felsorolásában? Mire következtettek ebből?
b) Kinek van a legtöbb elnevezés a felsorolásában? Hány darab?
c) Mivel kezdődik, illetve mivel végződik a listátok?



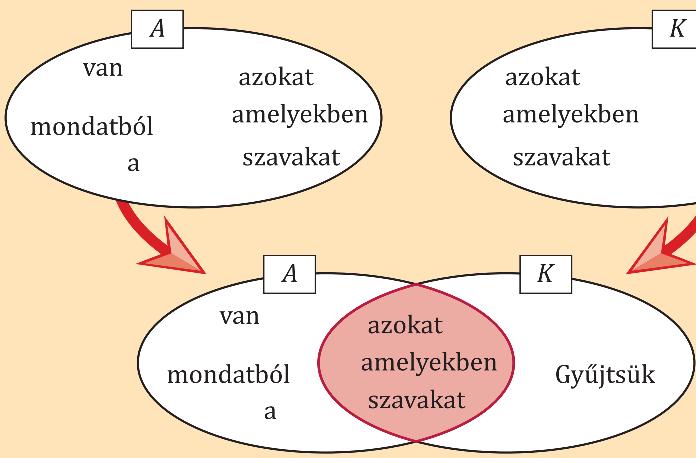
2. példa

Gyűjtsük össze ebből a mondatból azokat a szavakat, amelyekben van „a” betű!
Gyűjtsük össze az első mondatból azokat is, amelyekben „k” betű van.
Melyek azok a szavak, amelyekben van „a” és „k” betű is?
Mely szavakban van „a” vagy „k” betű?
Mely szavakban nincsen egyik sem?
Készítsünk az egyes esetekhez halmazábrát!

Megoldás

A bal oldali halmazba gyűjtöttük az „a” betűt tartalmazó szavakat. Ezt a halmazt *A*-val jelöltük.

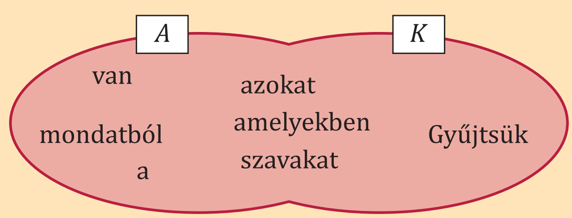
A jobb oldali halmazba gyűjtöttük a „k” betűt tartalmazó szavakat. Ezt a halmazt *K*-val jelöltük.



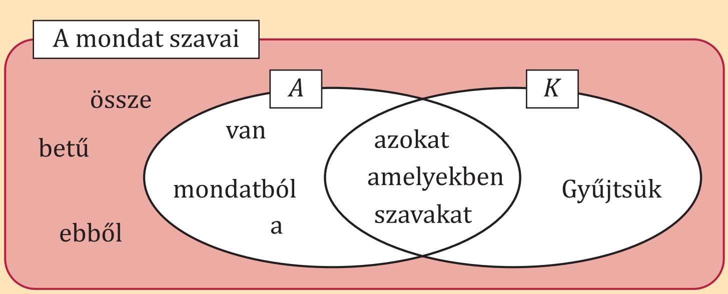
A mondatban háromszor is szerepel az „a” mint szó, de a halmazban csak egyszer tüntetjük fel. Az egyszerűbb áttekinthetőség kedvéért azokat a szavakat, amelyekben „a” **és** „k” betű is van, középre írtuk, így kényelmesen lehet szemléltetni, hogy ezek mindkét halmazban benne vannak.

Másként mondva, ezekre a szavakra, azaz a halmazok közös elemeire, mindkét tulajdonság teljesül. Van bennük „a” betű, és van bennük „k” betű is. Azon elemek összességét, amelyek mindkét halmazban benne vannak, a két halmaz **közös részének** nevezzük.

A két halmazban lévő szavakat, tehát azon szavak összességét, amelyekben van „a” **vagy** „k” betű (mindkettő is lehet a szóban) a két halmaz **egyesítésének** nevezzük.



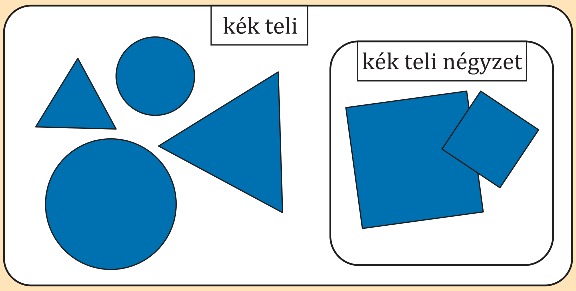
Voltak a mondatban olyan szavak is, amelyekben sem „a” betű, sem „k” betű nem volt, tehát nem elemei sem az *A*, sem a *K* halmaznak. Ezeket az ábrán látható módon szemléltetjük.



3. példa

A logikai készletből vegyük csak a kék teli darabokat, legyenek ezek az alaphalmaz elemei. Válogassuk ki közülük a négyzeteket! Készítsünk halmazábrát!

Megoldás



Minden kék teli négyzet egyben kék és teli, tehát a kék teli négyzetek halmaza része a kék teli alakzatok halmazának.

Ilyenkor azt mondjuk, hogy a kék teli alakzatok halmazának **részhalmaza** a kék teli négyzetek halmaza.

4. példa

Találj ki egy geometriai szempontból fontos csoportosítást a képen látható dolgokról! A geometria a tárgyak alakjával foglalkozik. A tárgyak anyaga, színe nem tartozik a geometria vizsgálati szempontjai közé.

Megoldás

Az ábrán látunk olyan tárgyakat, amelyeket ha egy asztalra helyeznénk, akkor könnyen odébb gurulnának. Ezt figyelembe véve kialakíthatunk két csoportot.

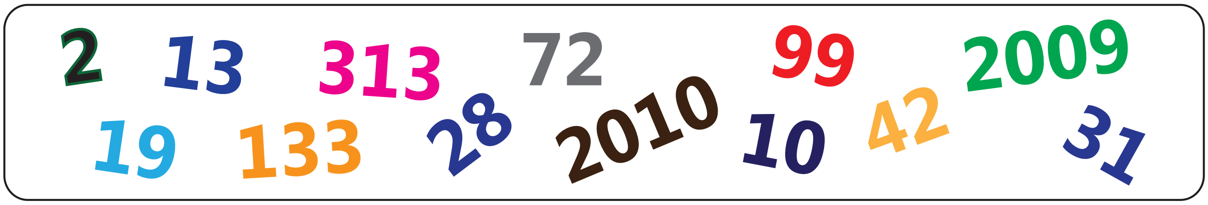
Egyik csoport: labda, tojás, kenyér, zsemle.
Természetesen más csoportosítás is jó lehet.

Másik csoport: tejesdoboz, kockacukor.

Feladatok

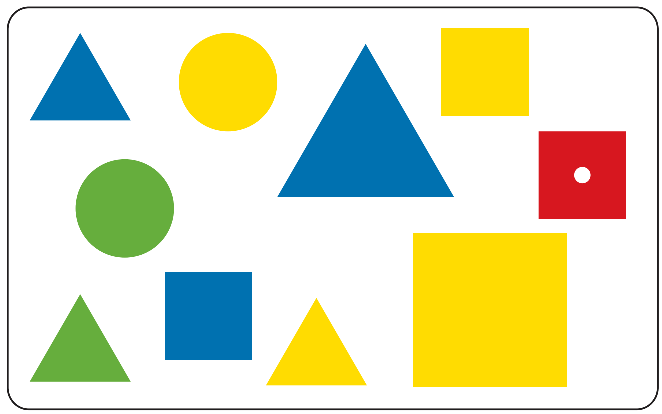
1. Gyűjtsd össze egy halmazba a honfoglaló magyar törzsek vezéreit! Segíthet a történelemkönyved.

2. Válaszd ki a halmazból azokat az elemeket, amelyekre igaz az állítás!



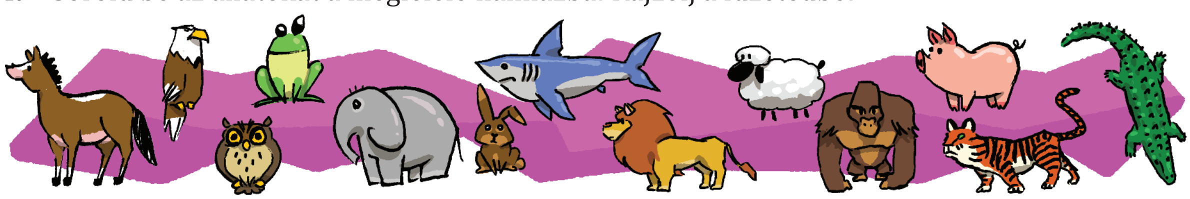
a) A szám páros. *b)* A szám páratlan. *c)* A szám kétjegyű. *d)* A szám háromjegyű.

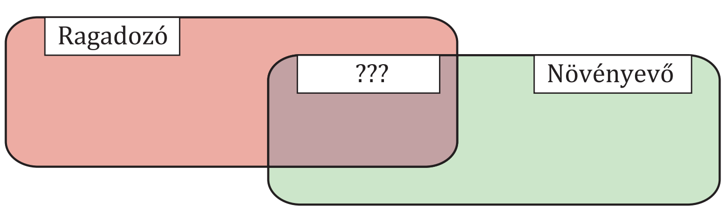
3. Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis az ábrán látható halmaz elemeire!



a) Mind teli.
b) Egy kivételével mind teli.
c) Négy szín fordul elő a halmazban.
d) Kettő nagy van a halmazban.
e) Van kis sárga háromszög köztük.
f) Van nagy kör köztük.
g) Kékből van a legtöbb.
h) Sárgából van a legtöbb.
i) Több a kék, mint a sárga.
j) Tíz eleme van a halmaznak.

4. Sorold be az állatokat a megfelelő halmazba! Rajzolj a füzetedbe!





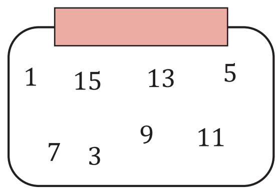
a) Találtál olyan állatot, amelyiket mindkét halmazba bele kell írnod? Hová írnád őket?
b) Milyen címkét adnál a két halmaz közös részének?
c) Milyen címkét adnál a két halmaz egyesítésének?
d) Találtál olyan állatot, amelyiket egyik halmazba sem tudod beírni? Hova írnád ezeket?
e) Találj ki más halmazokat is a feladatbeli állatokkal! Adjál a halmazoknak nevet, és színezd ki őket a füzetedben!

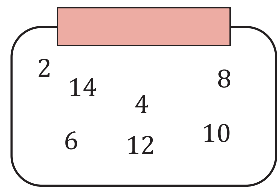
5. A felsorolt országok közül gyűjtsd egy halmazba azokat, amelyek határosak Magyarországgal! Használd a földrajzi atlaszodat!

Oroszország, Ukrajna, Horvátország, Szlovénia, Ausztria, Szlovákia, Bosznia-Hercegovina, Csehország, Lengyelország, Németország, Románia, Szerbia

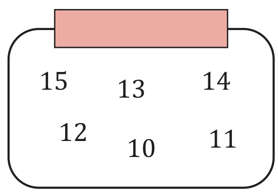
6. Legyen az alaphalmaz az {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}.

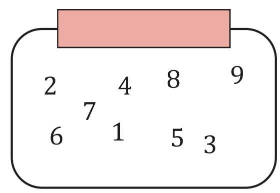
a) Milyen címkét írnál a halmazokra?





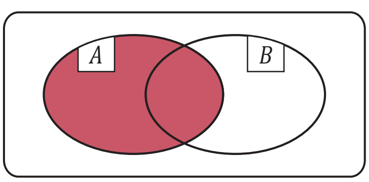
b) És most mi lehetne egy-egy jó címke?



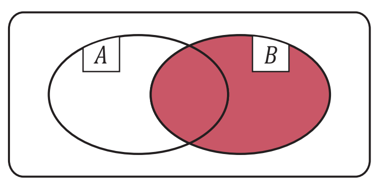


7. Válasszuk alaphalmaznak a 20-nál kisebb természetes számokat. Az A halmaz legyen a 13-nál kisebb számok halmaza. A B halmaz legyen a páratlan számok halmaza.
Minden halmazábra esetén fogalmazd meg, hogy mely számok tartoznak bele a színezett részbe!

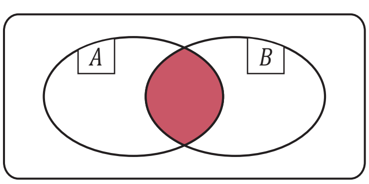
a)



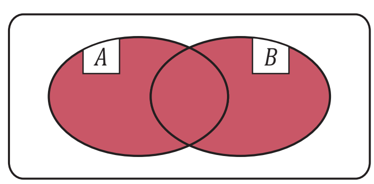
b)



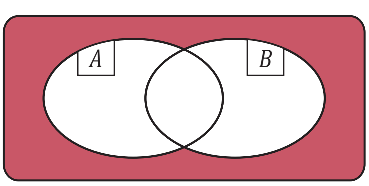
c)



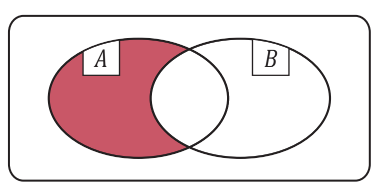
d)



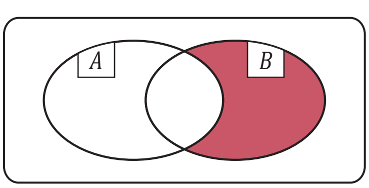
e)



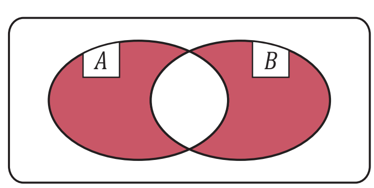
f)



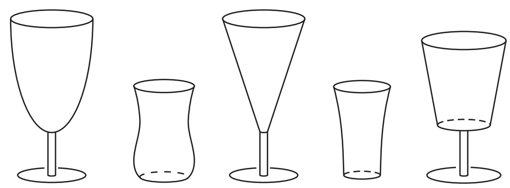
g)



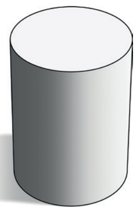
h)

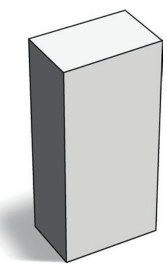


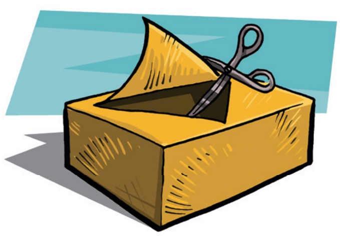
3. TEST, FELÜLET, VONAL, PONT



Előfordulhat, hogy a tárgyaknak csak a **formája** és a **mérete** fontos a számunkra. Ha egy szép alakú poharat vagy vázát tervezünk, akkor még nem feltétlenül gondolunk a tárgy anyagára, színére.
A geometria **test**ekkel is foglalkozik. Ilyenkor a tárgyaknak csak az **alakja** és a **mérete** lesz fontos.



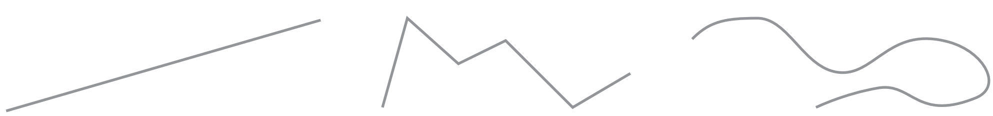




A testeket **felület** határolja. A felület egy darabját is felületnek mondjuk. A dobozt a felülete határolja, de külön a doboz tetejét is felületnek mondjuk. A dinnye külső határoló felülete a héja, amit nem eszünk meg.
A geometriában a felületet egy hártyavékony lemezként szemléltethetnénk, de úgy kell elképzelnünk, hogy a **felületnek nincs vastagsága**.
Felület nem csak kívül lehet, például egy doboznak belül is van felülete.

A felületeket darabolhatjuk. Ezeket a darabokat **vonal**ak határolják.
A vonalakat szemléltethetjük például vékony cérnával, de úgy kell elképzelnünk, hogy a vonalaknak sem vastagságuk, sem szélességük nincs. A vonalak egy-egy darabját is vonalnak nevezzük.
A vonalakat görbéknek is mondhatjuk. A vonalak (görbék) közül külön kiemeljük azokat, amelyek egyenesek vagy egyenesek darabjaiból állnak.

Vonalak

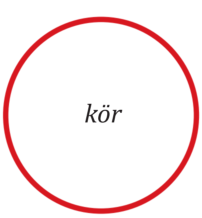


Nyitott síkgörbék, térgörbék (Simon András grafikái)

Vonalakból (görbékből) készíthetünk képet egy lapra vagy egy csésze oldalára. Így **síkgörbék**et és **térgörbék**et kapunk. Az olyan görbéket, amelyeket itt látsz, nyitott görbéknek hívjuk.

Vannak olyan vonalak, görbék, amelyek önmagukba záródnak. Ilyen például egy körvonal, de ilyen egy autóverseny vagy egy hullámvasút pályája is a térben, ha azt egy vonallal szemléltetjük.

Zárt síkgörbék, térgörbék

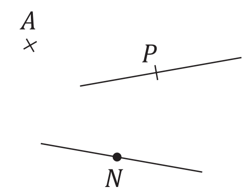


kör

A Hungaroring pályavonala

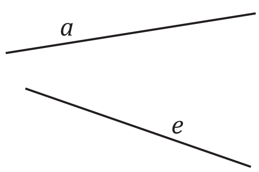
Hullámvasút pályavonala

Amikor egy vonalat feldarabolunk, akkor a darabokat **pont**ok határolják. A pontot szemléltethetjük egy porszemmel, de úgy kell elképzelnünk, hogy semmilyen kiterjedése nincs. A pontokat nagybetűvel szoktuk jelölni. Az ábrán láthatjuk, hogy sokféleképpen lehet pontokat szemléltetni.

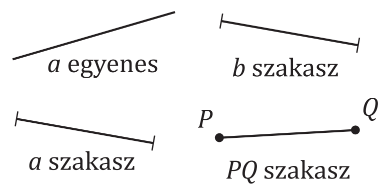


Az ábrán az A, P és N **pontokat** jelöltük.

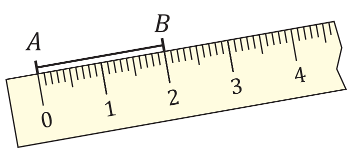
Az **egyenest tetszőleges hosszúságúnak képzeljük**. Azt mondjuk, hogy az egyenes végtelen hosszúságú. Minden darabja olyan, mint egy kifeszített cérnaszál. Az egyeneseket kisbetűvel szoktuk jelölni. Az egyenesnek mindig csak egy darabját tudjuk lerajzolni, de úgy képzeljük el, mintha az egészet látnánk. Az egyenest egy pontja két **félegyenes**re, két különböző pontja pedig két félegyenesre és egy **szakasz**ra vágja:



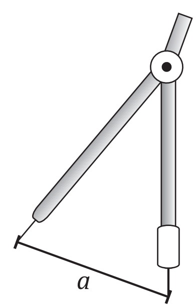
A szakasz jelölésére használhatunk kisbetűket: a, b, c, ...
vagy a két határoló pont nevét: PQ, RS, ...
Már láttuk, hogy egyenes helyett is csak szakaszt tudunk rajzolni. Rajzban a szakasz két végét jelölnünk kell!

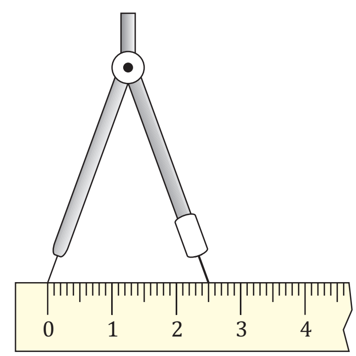


A szakasz hosszát megmérhetjük közvetlenül vonalzóval vagy körző és vonalzó segítségével.
Az AB szakasz hossza 2 cm, az a szakasz hossza 25 mm.
Ezt röviden így írjuk:
$AB = 2$ cm, $a = 25$ mm.
Az AB, illetve az a lehet a szakasz elnevezése, de jelölheti a szakasz hosszát is.



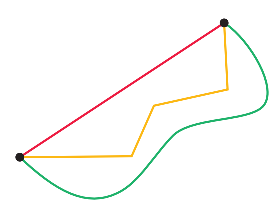
Mérés vonalzóval

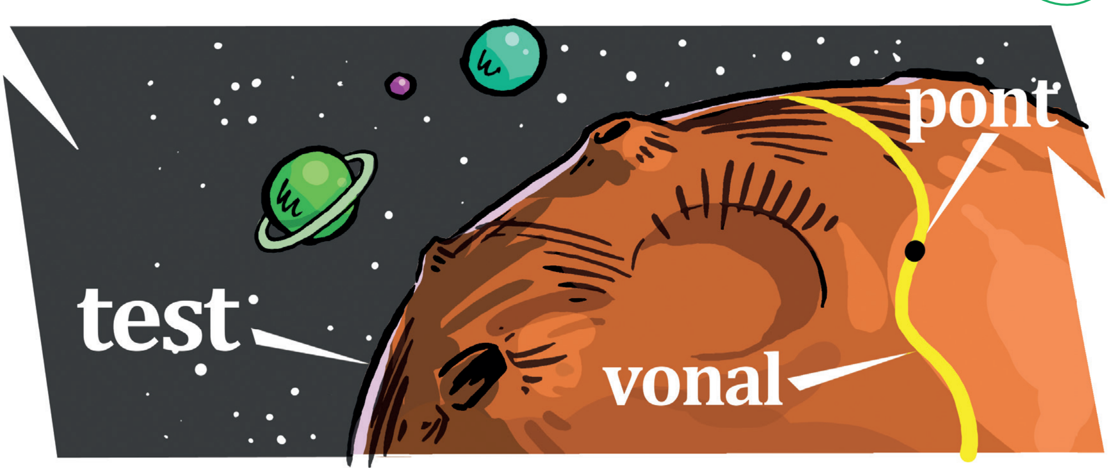




Mérés körzővel és vonalzóval

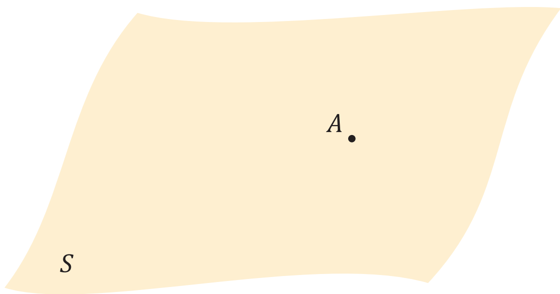
Két pontot különböző vonalakkal köthetünk össze.
Megállapíthatjuk, hogy a két pontot összekötő vonalak közül az egyenes szakasz a legrövidebb. Ezért azt mondjuk, hogy **két pont távolsága egyenlő az őket összekötő szakasz hosszával.**

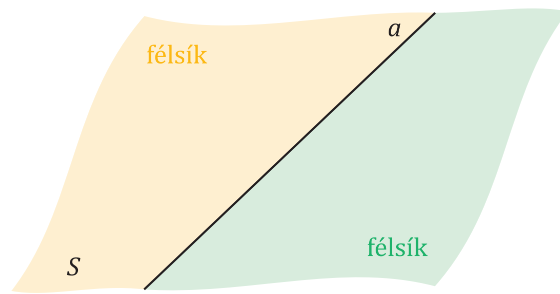


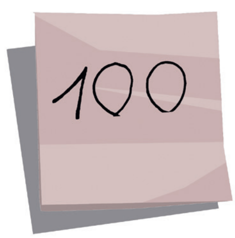


3. TEST, FELÜLET, VONAL, PONT

A **sík**ot is végtelen kiterjedésűnek képzeljük el.
A síkokat is nagybetűvel szoktuk elnevezni, de a rajzainkon próbáljuk kifejezni, hogy pontról vagy síkról van-e szó. Az ábrán egy *S* síkot és egy *A* pontot szemléltetünk.
A síkot egy egyenessel két **félsík**ra vágjuk.







Mese

Rébusz bácsi egy írólapot mutatott a kisfiúnak. A papíron csak egy 100-as szám volt látható. Rébusz bácsi azt mondta, hogy ezt ő írta a lapra, és írás közben nem emelte fel a tollat. Vagyis egy vonallal megrajzolta az egészet. A kisfiú ezt hihetetlennek tartotta.

Pedig ez nem mese!!!

Feladatok

1. Mit szemléltethetünk a következő tárgyakkal: testet, felületet, vonalat vagy pontot?
ceruza, a füzet egyik lapja, babszem, egy porszem, az alma héja, a papírlapra rajzolt írott L betű

2. Rajzolj egy virágot a füzetedbe!
a) Rajzod csak görbe vonalakból álljon!
b) Rajzod csak egyenes vonalakból álljon!
c) Rajzod tartalmazzon egyenes és görbe vonalakat egyaránt!

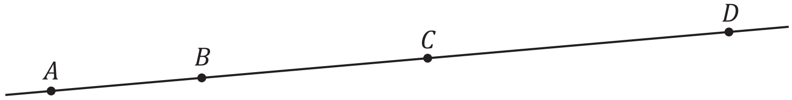
3. Rajzolj öt pontot úgy, hogy
a) egy egyenesen legyenek;
b) semelyik három ne legyen egy egyenesen!

4. Mutassatok síkokat a teremben! Mi a különbség a köznyelvben használt „sík” és a geometriai sík között?

5. Az *A*, *B* és *C* pontok egy egyenesre illeszkednek. $AB = 6$ cm, $BC = 2$ cm. Mekkora lehet az *AC* szakasz hossza?

6. Rajzoltunk a síkra három pontot: $PQ = 7$ cm, $QR = 4$ cm. Vitassátok meg, hogy mekkora lehet a *PR* szakasz hossza!

7. Az ábrán lemérheted, hogy $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CD = 4$ cm.



Rakd hosszuk szerinti növekedő sorrendbe a következő szakaszokat: *AC*, *AB*, *CD*, *AD*, *BD*, *BC*!

8. Melyik nyitott, melyik zárt vonal?

a) 

b) 

c) 

d) 

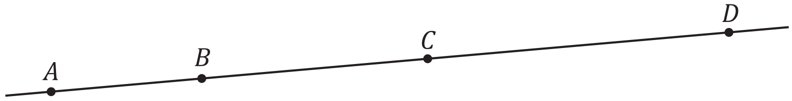
9. A vonalaik alapján csoportosítsd a felsorolt nyomtatott nagybetűket!

A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z

Az egyik halmazba kerüljenek azok a betűk, amelyekben van egyenes vonal, a másik halmazba azok a betűk, amelyekben van görbe vonal. Gondold meg, hová kerül például az A, a B és a C! Készíts halmazábrát a füzetedbe!

10. *a)* Hány egyenest határozhat meg 3 pont?
b) Hány egyenest határozhat meg 4 pont?

11. Legyen a *K* halmaz az *AC* szakasz pontjainak a halmaza, az *L* halmaz pedig a *BD* szakasz pontjainak a halmaza.

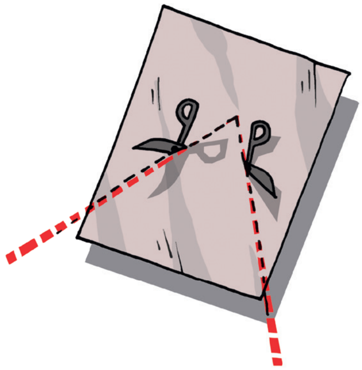


a) Melyik szakasz a *K* és az *L* közös része?
b) Melyik szakasz a *K* és az *L* egyesítése?

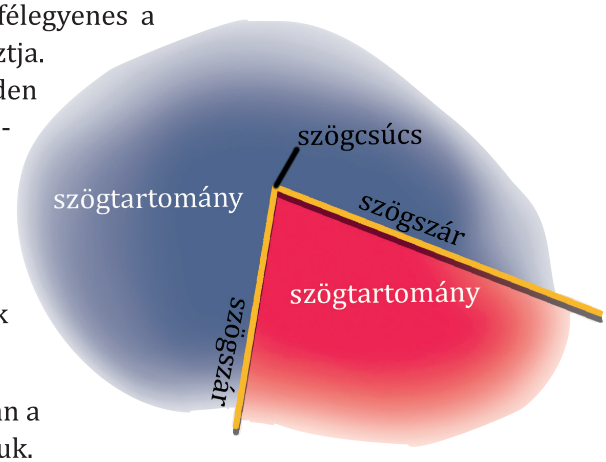
12. Rajzolj a füzetedben két szakaszt úgy, hogy
a) ne legyen közös pontjuk, de a szakaszok egy egyenesre essenek!
b) ne legyen közös pontjuk, és a szakaszok ne essenek egy egyenesre!
c) egyetlen közös pontjuk legyen, és a szakaszok egy egyenesre essenek!
d) egyetlen közös pontjuk legyen, és a szakaszok ne essenek egy egyenesre!
e) legyen sok közös pontjuk!

13. Rajzolj a füzetedben két egyenest úgy, hogy
a) ne legyen közös pontjuk!
b) egyetlen közös pontjuk legyen!
c) sok közös pontjuk legyen!

4. A SZÖG

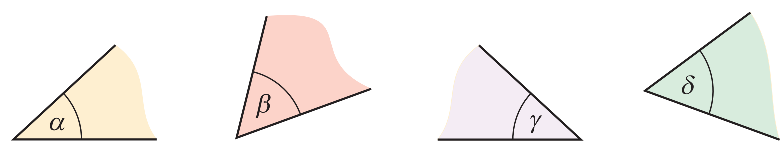


Egy pontból induló két félegyenes mentén kettévághatjuk a rajzlapot.
Az egy pontból kiinduló két félegyenes a síkot két **szögtartomány**ra osztja. Ezeket a tartományokat röviden **szög**nek nevezzük. A kiinduló-pont a **szög csúcsa**, a félegyenesek a **szög szárai**.
A szög csúcsa mint középpont körül a szög szárai közé rajzolt körívvel jelöljük, hogy melyik szögtartományra gondolunk.

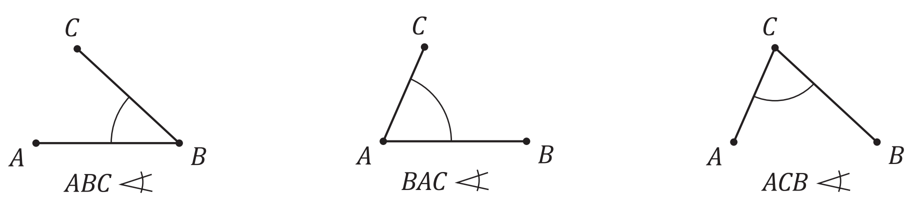


A szögek elnevezésére általában a görög ábécé kisbetűit használjuk.
Leggyakrabban az első négy betűt:

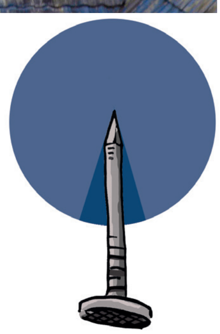
α (alfa) β (béta) γ (gamma) δ (delta)

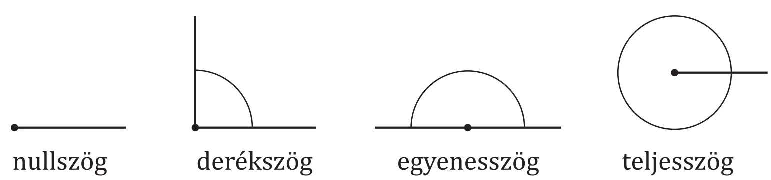


Három pont három szöget is meghatároz. Ezeket szoktuk az ábrán látható módon három nagybetűvel is jelölni: $ABC\sphericalangle$, $BAC\sphericalangle$, $ACB\sphericalangle$.

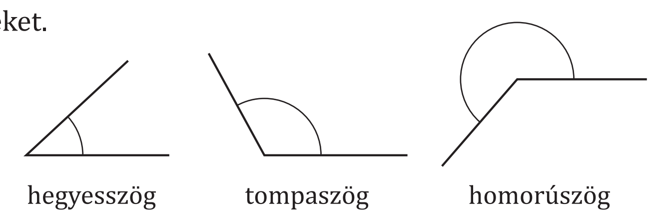


Néhány különleges szögnek saját neve van, ilyenek a nullszög, a derékszög, az egyenesszög és a teljesszög.





Hegyesszögnek nevezzük a nullszögnél nagyobb, de a derékszögnél kisebb szögeket.
Tompaszögnek nevezzük a derékszögnél nagyobb, de az egyenesszögnél kisebb szögeket.
Homorúszögnek nevezzük az egyenesszögnél nagyobb, de a teljesszögnél kisebb szögeket.



Csoportmunka

Alkossatok négyfős csoportokat! Egy spulni fonalról vagy vastagabb cérnáról vágjatok le egy körülbelül négyméteres darabot! Fogja meg egy-egy ember a fonal két végét, a csoport harmadik tagja pedig fogja meg középen, és feszítsétek ki! Állítsátok elő a keletkezett két szakasz segítségével a lehető legkisebb és a lehető legnagyobb szöget! Készítsetek derékszöget is!

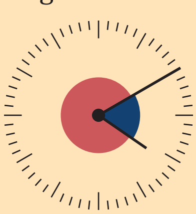
A negyedik társatok rajzoljon le egy A4-es lapra egy szöget, ti pedig szemmérték alapján feszítsétek ki a fonalat úgy, hogy ugyanakkora szöget mutasson! Mérjétek hozzá a papírra rajzolt szöget, és igazítsátok ki a fonalat! Próbáljátok ki úgy is, hogy az egyikőtök a fonal végét a padlóhoz tartja!

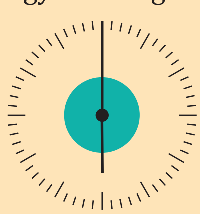
1. példa

Milyen szögeket határoz meg az óra kis- és nagymutatója
a) 4:10-kor; *b)* 6 órakor; *c)* 3 órakor; *d)* 8:10-kor?

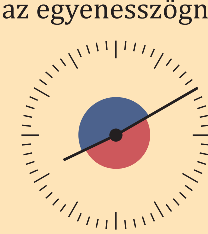
Megoldás

a) Hegyesszöget és homorúszöget. *b)* Egyenesszöget. *c)* Derékszöget és homorúszöget.

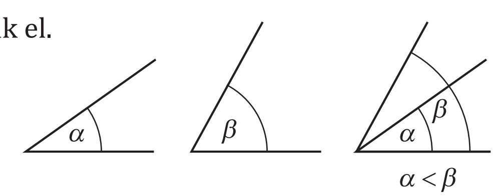




d) Tompaszöget és homorúszöget. A nagymutató 10 percnél tart, tehát a kettesre mutat, a kismutató pedig már elmozdult a nyolcasról, ezért az egyenesszögnél kisebb az egyik szög.

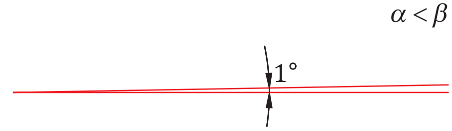


A szögek nagyságrendi viszonyát egymásra illesztéssel dönthetjük el. Jó lenne ennél pontosabbat is mondani!

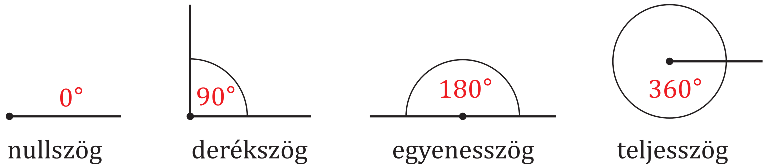


A szögmérés mértékegységének **a teljesszög 360-ad részét** választották.

Ez a kicsi hegyesszög **1 fok**, jele: **1°**.



Vagyis a nullszög nagysága 0°, a derékszögé 90°, az egyenesszögé 180°, a teljesszögé 360°.



Ha α hegyesszög, akkor: 0° < α < 90°.
Ha β tompaszög, akkor: 90° < β < 180°.
Ha γ homorúszög, akkor: 180° < γ < 360°.

A szögek nagyságát **szögmérő**vel mérjük. A szögmérőkön a fokbeosztás 0-tól 180-ig látható. A legtöbb esetben mindkét irányban elhelyezik a szögmérőn a számozást. A 180°-nál nagyobb szögek esetén azt tudod megmérni a szögmérővel, hogy mennyivel nagyobb, mint 180°.

Ha pontosabban szeretnénk megadni a szögek nagyságát, akkor használhatjuk a szögperc és szögmásodperc mértékegységeket. Az elnevezések hasonlítanak az időmérésnél megismert egységekre. Ahogy egy óra 60 perc, úgy egy fok 60 szögperc, sőt, ahogy egy perc az 60 másodperc, úgy egy szögperc 60 szögmásodperc. A szögmérőnkkel szögpercet és szögmásodpercet már nem tudunk mérni, ezek nagyon kicsi szögek. A feladatainkban szögmásodpercekkel már nem számolunk.

Kutatómunka

Tycho Brahe (1546–1601) híresen kötekedő, kiállhatatlan természetű ember volt, és remek csillagász. Nagyon pontos megfigyeléseket és méréseket végzett csillagvizsgálójában a kvadránsa segítségével.

Nézz utána az interneten, mi az a kvadráns, és mekkora kvadránst használt Tycho Brahe!

1 fok	**= 60 szögperc,**	**1° = 60’**
1 szögperc	**= 60 szögmásodperc,**	**1’ = 60”**
1 fok	**= 3600 szögmásodperc,**	**1° = 3600”**

2. példa

Határozzuk meg az $\alpha + \beta$ értékét, ha
α = 38° 36’, β = 24° 52’!

Megoldás

Elvégezzük az összeadást és a lehetséges átváltásokat:

$$\begin{array}{r} 38°\ 36' \\ +\ 24°\ 52' \\ \hline 62°\ 88' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 38°\ 36' \\ +\ 24°\ 52' \\ \hline 63°\ 28' \end{array}$$

Vagyis $\alpha + \beta$ = 63° 28’.

Feladatok

1. Rajzolj hegyes-, derék-, tompa-, egyenes-, homorú- és teljesszögeket, minden típusból maximum három különböző nagyságút! Hány szöget rajzolhatsz összesen? (A füzetedben dolgozz!)

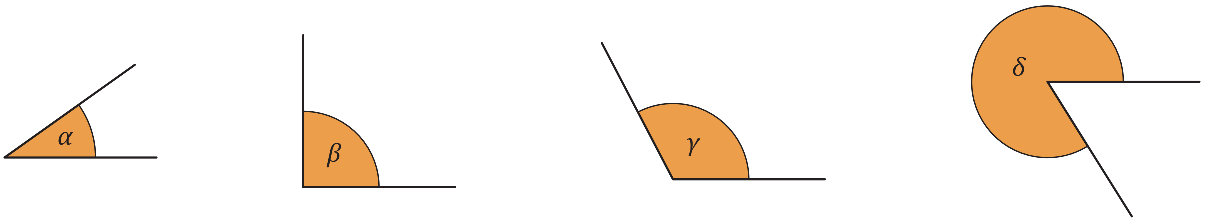
2. Rajzolj olyan négyszöget, melynek *a)* egy derékszöge; *b)* egy homorúszöge van!

3. Milyen szög lehet két hegyesszög összege? Rajzzal indokolj!

4. Milyen lehet az a két szög, amelynek az összege egyenesszög?

5. Két szög különbsége derékszög. Milyen lehet a két szög?

6. Mérés előtt becsüld meg az ábrán látható szögek nagyságát! Szögmérővel ellenőrizd a tippelésedet! Mennyit tévedtél?



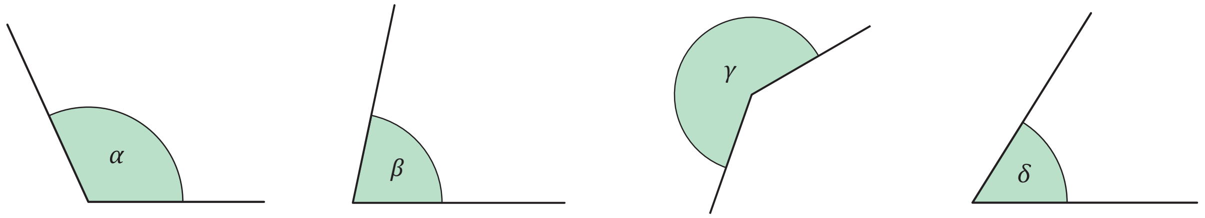
7. Szögmérő segítségével rajzolj 15°-os, 120°-os, 240°-os szöget!

8. Ha $\alpha = 78°\ 12'$, $\beta = 53°\ 48'$, akkor hány fok és hány szögperc $\alpha + \beta$, $\alpha + 2\beta$, $\alpha - \beta$ és $2\alpha - \beta$?

9. Három órakor és kilenc órakor a két mutató merőleges egymásra. Hányszor fordul elő ez a közben eltelt hat óra alatt?

10. Mekkora szöget zár be az óra két mutatója
a) 2 órakor; *b)* 4 órakor; *c)* fél háromkor; *d)* fél hatkor?

11. Másolópapír segítségével másold át az ábrán látható szögeket a füzetedbe! Rajzold meg azt a szöget, amelyik
a) az α szögnél 90°-kal kisebb; *b)* a β szögnél 90°-kal nagyobb;
c) a γ szögnél 180°-kal kisebb; *d)* a δ szögnél 180°-kal nagyobb!



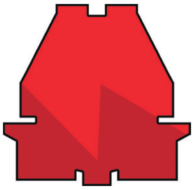
12. Igaz? Hamis?
a) Minden derékszög szétvágható két hegyesszögre.
b) Minden tompaszög szétvágható két hegyesszögre.
c) Három hegyesszög összege biztosan tompaszög.
d) Három hegyesszög összege lehet homorúszög.

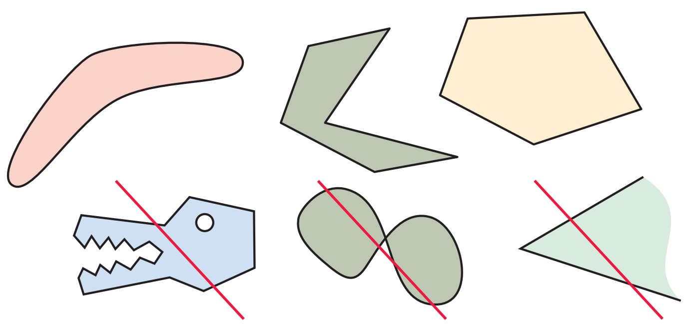
5. SÍKIDOMOK, SOKSZÖGEK

Játék

Vágjatok ki egy tetszőleges háromszöget egy papírlapból! Ezt három egyenes mentén vágjátok szét sok részre! Az így kapott darabokat adjátok át a padtársatoknak! Egyszerre kezdve rakjátok ki az eredeti háromszöget!
Egyszerűbb a játék, ha olyan papírt használtok, amelynek a két oldala nem egyforma színű!

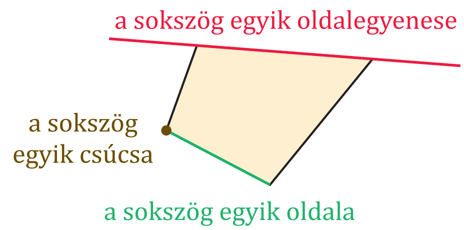
A síkot gyakran egy papírlappal szemléltetjük. Ha ezt a szemléletet meg akarjuk őrizni, akkor azt mondhatjuk, hogy a papírlapra rajzolt alakzatot **síkidom**nak nevezzük.



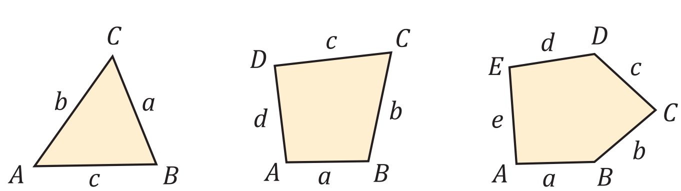


Vannak olyan síkidomok, amelyek nem férnek el egy lapon. Az ilyen végtelen nagy síkidomokat csak szemléltetni tudjuk. Síkidomok között nagyon bonyolultak is lehetnek, ezért egyelőre mi csak az egyetlen, önmagát nem metsző, zárt vonallal határolt síkrészt gondoljuk síkidomnak.

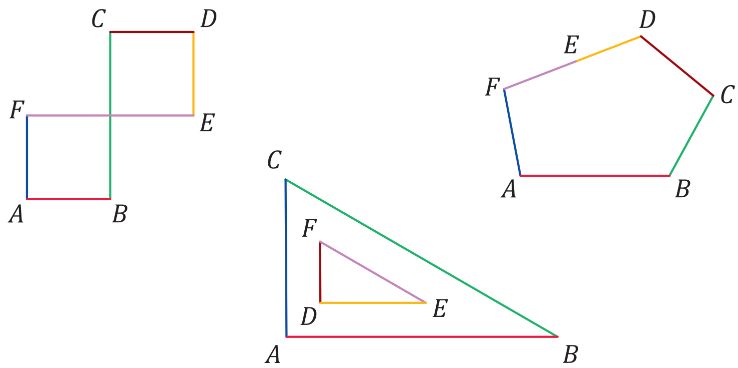
Sokszögeknek nevezzük azokat a síkidomokat, amelyeknek a határvonala csak szakaszokból áll. Ezek a szakaszok a **sokszög oldalai**, a szakaszok végpontjai pedig a **sokszög csúcsai**.
A sokszög oldalai mindig két szomszédos csúcsot kötnek össze. Két nem szomszédos csúcsot összekötő szakasz a sokszög **átló**ja.



A sokszögek csúcsainak száma alapján **háromszög**ről, **négyszög**ről, **ötszög**ről, … beszélünk. Az ábrákon a sokszögek csúcsainak és oldalainak a szokásos elnevezését mutatjuk. A téglalap és a négyzet is négyszög.



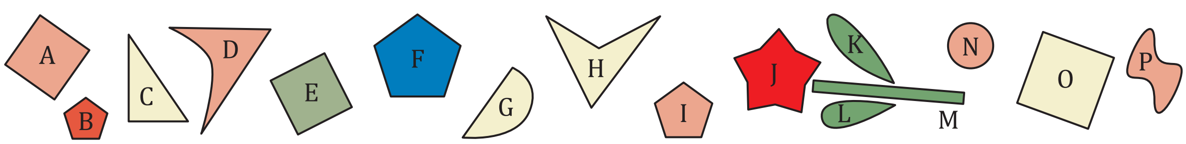
Mindhárom ábrán hat színes szakaszt rajzoltunk. Ilyen értelemben mondhatnánk, hogy mindhárom ábrán egy-egy *ABCDEF* hatszöget látunk. Mi az ilyen esetekkel nem fogunk foglalkozni.



A sokszögre úgy gondolunk, hogy
- az oldalai nem metszik egymást;
- a határoló töröttvonala mentén minden oldalt bejárhatunk, és vissza lehet jutni a kiinduló csúcsba;
- nincsenek egy egyenesre illeszkedő szomszédos oldalai.

Feladatok

1. Csoportosítsd a síkidomokat különböző geometriai tulajdonságaik alapján! Készíts többféle csoportosítást is, és nevezd el az egyes halmazokat!



2. Melyik sokszögnek nincsen átlója?

3. Rajzolj egy négyszöget, és vágd fel két háromszögre. Hányféleképpen tudod megtenni?

4. Rajzolj egy ötszöget, és vágd fel három háromszögre. Hányféleképpen tudod megtenni?

5. Rajzolj olyan négyszögeket, amelyeknek pontosan két egyenlő hosszú oldala van, és azok
a) szomszédosak; *b)* szemköztiek!

6. Rajzolj olyan négyszögeket, amelyeknek pontosan két szomszédos oldaluk merőleges egymásra!

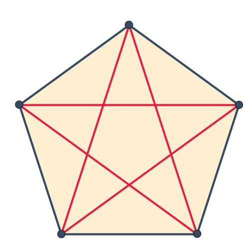
7. Rajzolj olyan sokszögeket, amelyeknek csak két szomszédos oldala merőleges egymásra!

8. Rajzolj olyan sokszögeket, amelyeknek bármely két szomszédos oldala merőleges egymásra!

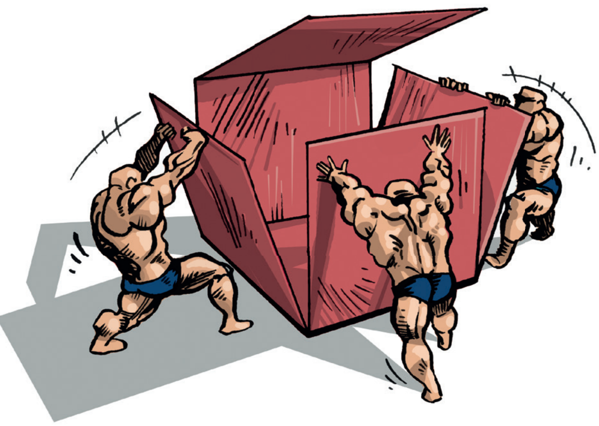
9. Rajzolj olyan négyszöget, amelynek két szemközti oldalegyenese merőleges egymásra!

10. Rajzolj olyan négyszöget, amelynek két-két szemközti oldalegyenese merőleges egymásra!

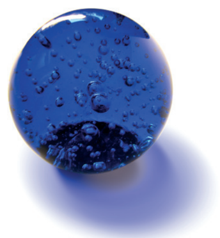
11. Az ötszögben a piros átlókon vagy a kék oldalakon lépkedhetsz csúcstól csúcsig.
a) Vissza tudsz-e jutni a kiindulási pontba, ha minden piros átlón egyszer kell végighaladnod?
b) Vissza tudsz-e jutni a kiindulási pontba, ha minden piros átlón és kék oldalon egyszer kell végighaladnod?

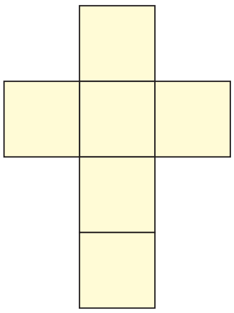


6. TESTEK ÉPÍTÉSE, SZEMLÉLTETÉSE

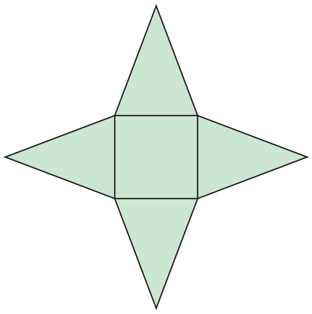


A térben testeket láttok magatok körül. Az autók, házak, telefonok mind térbeli testek. Ezeket a testeket valamilyen felület határolja. A felületnek lehetnek görbe és síkbeli részei is. Görbe felületekre az előző leckében is láttunk példákat, szerepelt konzervdoboz, pohár. A dinnye, a Föld vagy egy üveggolyó alakja nagyon közel áll a gömbhöz.



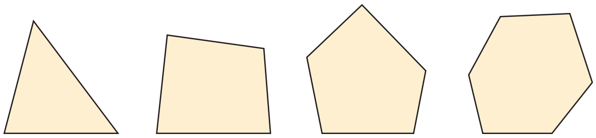


A továbbiakban olyan testekre gondolunk, amelyek lapjai síkbeliek. Más szavakkal, amelyet síklapok határolnak. Kartonlapokból kivághatjuk a test határoló felületét, és összeragaszthatjuk belőle a testet.
Ezek az ábrák egy-egy test hálózatát (hálóját) mutatják. Ha rajzlapra átmásolod és kivágod őket, akkor testeket ragaszthatsz össze belőlük. (Az illesztésnél használj ragasztószalagot!)

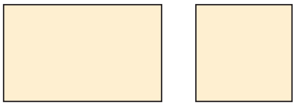


Szívószálakból, hurkapálcikákból, gyufaszálakból felépíthetjük a test élvázát. (Az élek rögzítéséhez használhatsz gyurmát.)

A testet határoló síklapokat a **test lapjai**nak nevezzük. Ezek a lapok lehetnek **háromszögek, négyszögek, ötszögek**, … .



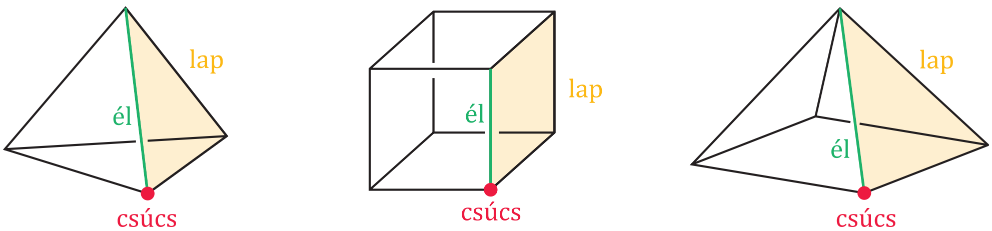
háromszög négyszög ötszög hatszög …



téglalap négyzet

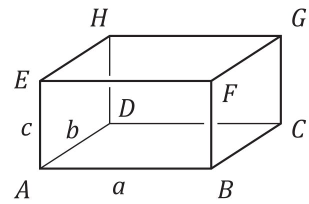
A négyszögek speciális fajtája a téglalap és a négyzet.

A test lapjainak metszésvonalát **él**nek, az élek metszéspontját **csúcs**nak nevezzük.

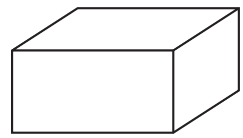


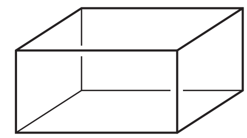
Az ábrán látható testeken színezéssel kiemeltünk egy-egy lapot, élt és csúcsot.

TESTEK ÉPÍTÉSE, SZEMLÉLTETÉSE 6.

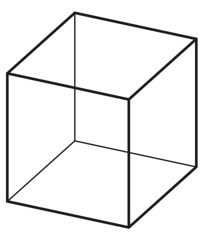


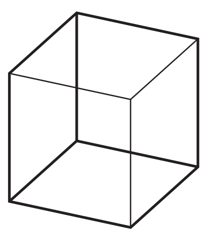
A testek csúcsai pontok, ezért a testek csúcsait nagybetűkkel nevezzük el.
A testek élei szakaszok, ezért a testek éleit a melléjük írt kisbetűvel vagy a végpontjaikhoz írt nagybetűkkel szoktuk elnevezni. Vagyis beszélhetünk *AB* élről, illetve *a* élről. A test lapjait is megfelelő nagybetűkkel tudjuk megadni: *ABCD* lap, *ADHE* lap.





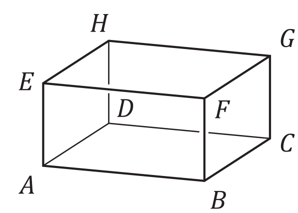
Papírból, szívószálból, dobozokból változatos testeket építhetünk. De hogyan tudnánk az alakjukat megörökíteni?
Megpróbálunk térbeli viszonyokat szemléltetni a füzetlapunkon. Vagyis síkban kell térbeli alakzatokat megjelenítenünk. A továbbiakban is így fogunk testeket ábrázolni. Sokszor a nem látható éleket is jó lenne látni. Ezeket vékonyabb vagy szaggatott vonallal szoktuk megjeleníteni az ábráinkon.



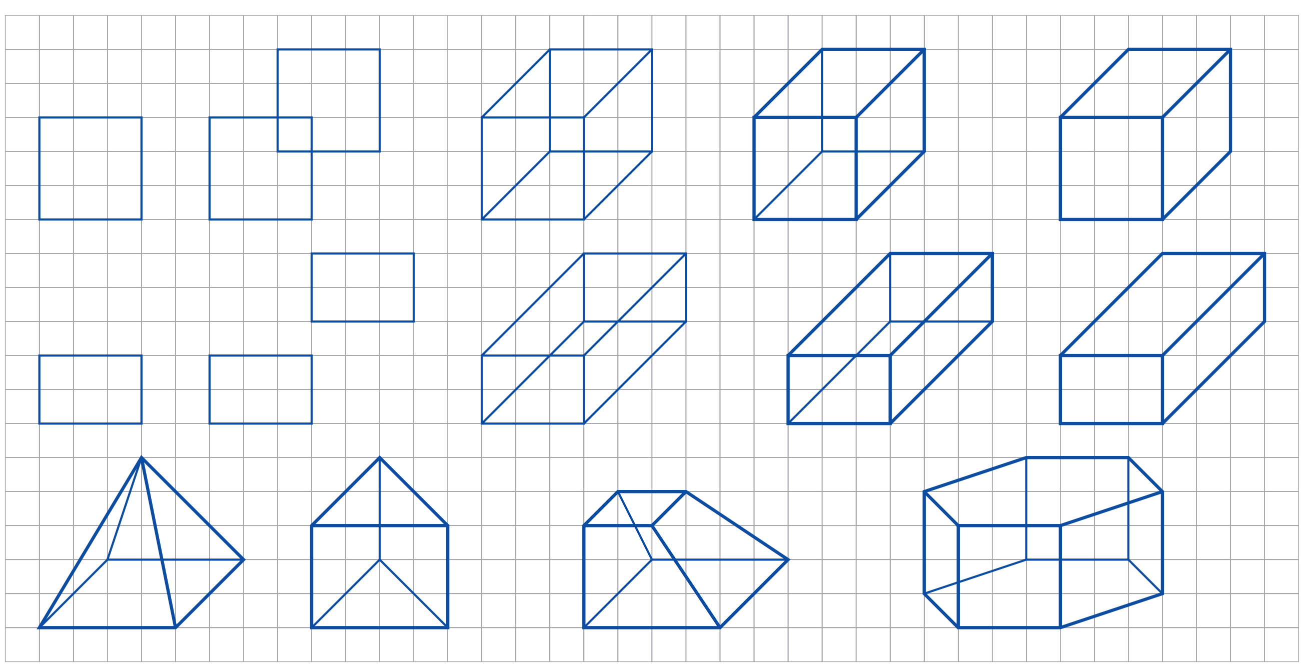


Megváltoztathatjuk a térbeli hatást a látható és a nem látható élek változtatásával.
Figyeld meg a bal oldali ábrát!
Teljesen megegyező vonalakkal rajzoltunk két kockát, de a vonalak vastagsága nem egyezik a két ábrán.
Milyennek látod a két kockát?

Hat téglalapból tudunk egy téglatestet építeni, de ha jobban megnézzük, az ábra nem tartalmaz egyetlen téglalapot sem. A fényképszerű ábrán torzulnak a formák. Mi mégis úgy gondoljuk, hogy hat téglalapot látunk.



A négyzetháló sokat segít a testek szemléltetésében:

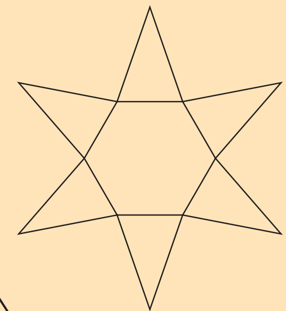


Rajzolj le te is néhány testeket szemléltető ábrát a füzetedbe!

6. TESTEK ÉPÍTÉSE, SZEMLÉLTETÉSE

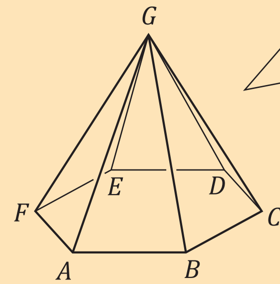
Példa

Rajzoljuk le annak a testnek az élvázát, amelyet a megadott hálóból lehet elkészíteni! Adjunk nevet a test csúcsainak! Soroljuk fel a test éleit, lapjait!



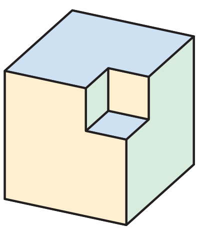
Megoldás

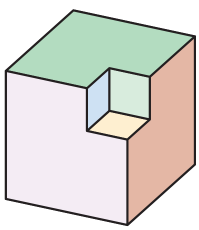
A test élváza a csúcsok elnevezésével:



A test élei: *AB, BC, CD, DE, EF, FA, AG, BG, CG, DG, EG, FG.*

A test lapjai: *ABCDEF, ABG, BCG, CDG, DEG, EFG, FAG.*

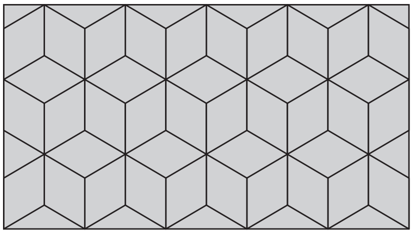


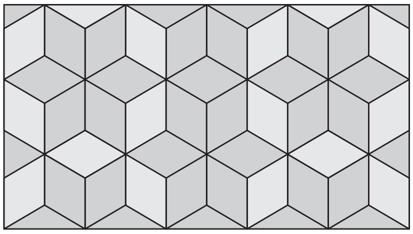


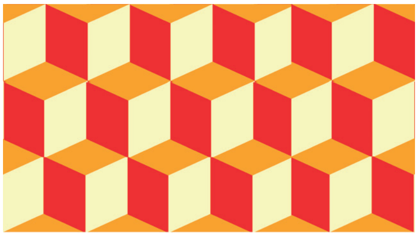
Megváltoztathatjuk a térbeli hatást színek segítségével is.

Ezeket a hatásokat alkalmazva szép és néha lehetetlennek tűnő, térhatású ábrákat kapunk. Mutatunk ilyeneket, de ti is tervezhetek hasonlóakat.

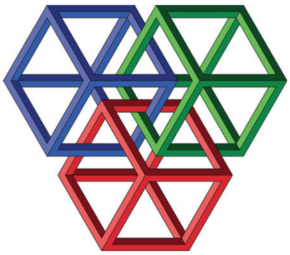
Első pillantásra hihetetlennek tűnik, hogy ugyanazt az ábrát látjuk háromszor. Csak a színezését változtattuk meg!



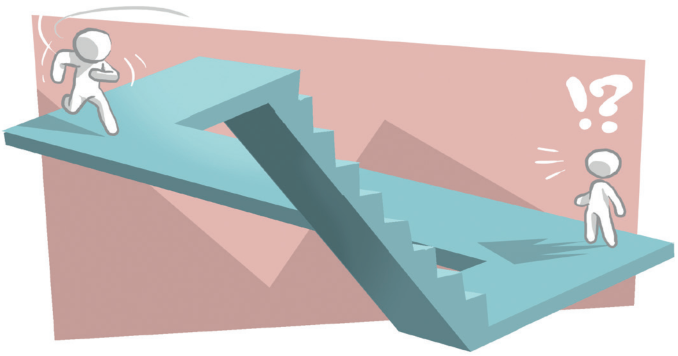


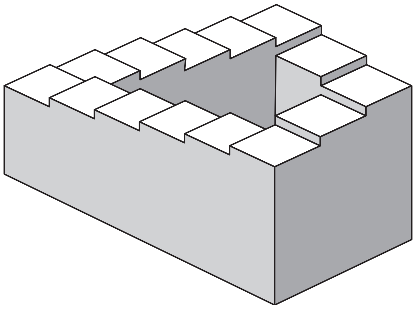


Térbeli formát mutatnak a következő rajzok is. Ha jobban megnézzük, akkor megállapíthatjuk, hogy ezek a formák ugyan térbelinek tűnnek, de a valóságban nem létezhetnek. Ezeket a lehetőségeket művészek is kihasználják, és érdekes hatású képeket készítenek.



A következő az ábrákon lehetetlen lépcsőket látunk. Ha felmegyünk a lépcsőn, akkor nem jutunk magasabbra.





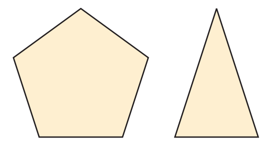
Feladatok

1. Készíts különböző testeket két egyforma gyufásdobozból! Két lap fedje egymást az összeillesztésnél! Hány különböző testet tudtál készíteni?

2. Rajzold le a füzetedbe a képen látható doboz élvázát, és nevezd el a csúcsokat!

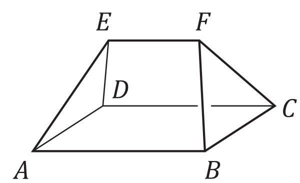
a) Sorold fel a test éleit! Használd a két nagybetűs megadási módot!
b) Sorold fel a test lapjait! Használd a négy nagybetűs megadási módot a lapok megnevezésekor!

3. Az ábrán egy ötszöget és egy háromszöget látsz. Képzeld el és rajzold le annak a testnek az élvázát, amelyet egy darab ötszögből és öt darab háromszögből lehet megépíteni!



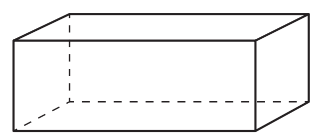
4. Milyen test élvázát tudnád elkészíteni (összeragasztani) 12 darab gyufaszálból? Gondolkodj több megoldáson is!

5. Sorold fel az ábrán látható test éleit!



6. *a)* El tudsz képzelni olyan testet, amelyet négy síklap határol? Ha igen, akkor rajzold le az élvázát!
b) El tudsz képzelni olyan testet, amelyet három síklap határol? Ha igen, akkor rajzold le az élvázát!

7. A képen látható testet másold le a füzetedbe, és illessz rá egy másik testet! A rajzod legyen olyan hatású, mintha egy házikót ábrázoltál volna! Tervezz ilyen módon többféle háztetőt! Rajzold be a nem látható éleket is!



8. Egyforma kockákból testeket építettünk. Ragasztás nélkül úgy helyeztük egymásra a kockákat, hogy teljes lapjukkal érintkezzenek egymással. Az ábrák azt mutatják, hogy azon a helyen hány darab kockát tettünk egymásra. Rajzold le az építményeket a nyíl irányából nézve!

1	2	3
1	1	2
	↑	

3	3	3
1	4	1
	↑	

1	0	2
1	1	4
	↑	

2	1	4
0	0	1
	↑	

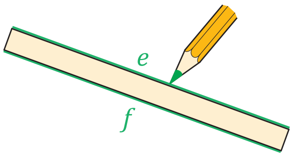
9. Egy testet csak síklapok határolnak, és
a) 4 csúcsa van; *b)* 6 csúcsa van.
Rajzolj ilyet, ha tudsz, akkor többfélét is!

10. Egy testnek 9 éle van, és csak síklapok határolják. Rajzolj ilyet, ha tudsz, akkor többfélét is!

11. Egy testnek 10 lapja van, és csak síklapok határolják. Rajzolj ilyet, ha tudsz, akkor többfélét is!

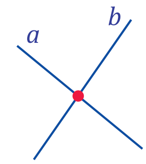
12. Készíts két különböző testet, amelyeknek van egy-egy egyforma oldallapjuk! Az egyforma lapok mentén illeszd össze őket! Ábrázold a kapott testet!

7. EGYENESEK SÍKBAN, TÉRBEN



A párhuzamosság jele: $\parallel$
Például: $e \parallel f$

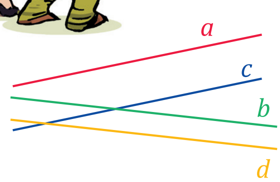
Vonalzó segítségével egyenest tudunk rajzolni. Ha az egyenes vonalzó mindkét oldala mentén rajzolunk egy-egy egyenest, akkor ezeknek az egyeneseknek nem lesz közös pontjuk. Azt mondjuk, hogy a lapunkra rajzolt két egyenes nem metszi egymást. A két egyenes **párhuzamos**. **Ha két különböző egyenes párhuzamos, akkor nincs közös pontjuk.**



Ha az a és a b egyenesnek pontosan egy közös pontja van, akkor nem párhuzamosak. Ezt így jelöljük: $a \nparallel b$. Ilyenkor **metsző**nek nevezzük őket. A metsző egyenesek közös pontja a metszéspont.

Csoportmunka

Egy írólapot hajtsatok ketté, de a hajtásvonal ne legyen párhuzamos az írólap széleivel! Hajtsatok még egy hajtásvonalat a papírra! Figyeljétek meg, hogy milyen helyzetű lehet a két hajtásvonal!
Beszéljétek meg, hogyan lehetne segédeszközök nélkül ilyen módon párhuzamos egyeneseket, merőleges egyeneseket hajtogatni!
Készítsétek is el ezeket a hajtogatásokat!

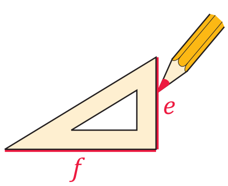


1. példa

Párosítsuk az ábrán látható egyeneseket, és döntsük el, hogy párhuzamosak vagy sem! Használjuk a matematikai jeleket!

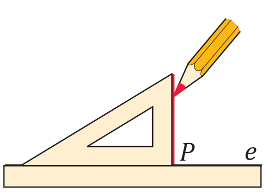
Megoldás

Párhuzamos párok: $a \parallel c$, $b \parallel d$.
Nem párhuzamos párok: $a \nparallel b$, $a \nparallel d$, $c \nparallel b$, $c \nparallel d$.



A merőlegesség jele: $\perp$
Például: $e \perp f$

A derékszögűnek nevezett vonalzó két rövidebb oldala mellett is rajzolhatunk egyeneseket. Ezek az egyenesek metszik egymást. Az így rajzolt – nagyon egyedi helyzetben lévő – két egyenes **merőleges** egymásra.



2. példa

Rajzoljunk a füzetbe egy e egyenest és rá egy P pontot! Vonalzóink segítségével rajzoljunk a P ponton át egy az e egyenesre merőleges f egyenest!

Megoldás

Használjuk az egyenes- és a háromszögvonalzónkat!
Az egyenesvonalzót illesszük az egyenesre, majd a háromszögvonalzó egyik oldalát (nem a leghosszabbat) illesszük az egyenesvonalzóhoz! Ekkor az ábra szerint megrajzolhatjuk a merőleges egyenest.

A mindennapi életben a **vízszintes** és a **függőleges** irány megállapítása nagyon fontos. Építkezésnél a kőműves vízmértéket használ a vízszintes és a függőleges meghatározására, míg régebben egy zsinórra kötött súly, a függőón segítségével jelölték ki a függőleges irányt. Ma már lézeres szintezőket is használnak.

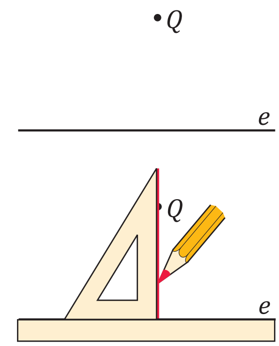
A vízszintes és a függőleges egyenesek is merőlegesek egymásra.

3. példa

Vegyünk fel a füzetünkben egy *e* egyenest és rajta kívül egy *Q* pontot! Ebből a pontból állítsunk egy merőleges *f* egyenest az *e*-re!

Megoldás

Használjuk az egyenes- és a háromszögvonalzónkat!
Az egyenesvonalzót illesszük az *e* egyenesre! A háromszögvonalzó egyik rövid oldalát illesszük az egyenesvonalzóhoz, és csúsztassuk a *Q* ponthoz az ábrán látható módon! Végül rajzoljuk meg a merőleges egyenest!

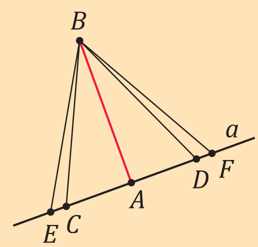


4. példa

Vegyünk fel a rajzunk síkjában egy *a* egyenest és egy rá nem illeszkedő *B* pontot! Rajzoljuk meg a *B* pontból az egyenesre állított merőleges szakaszt! Ennek a szakasznak az *a* egyenesre eső végpontja legyen az *A* pont! Válasszunk az *a* egyenesen néhány további pontot, és ezeket is kössük össze a *B* ponttal! Az így rajzolt szakaszok közül melyik a legrövidebb?

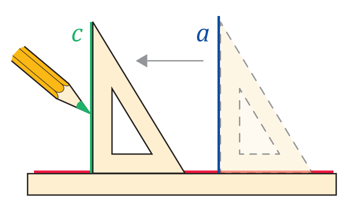
Megoldás

Megmérjük a szakaszok hosszát: $AB = 2$ cm, $CB = DB = 2{,}2$ cm, $EB = FB = 2{,}3$ cm.
Méréseink azt sejtetik, hogy a merőleges szakasz hossza a legrövidebb. Ez a megállapításunk igazolható, de mi most csak elfogadjuk a tapasztalataink alapján.

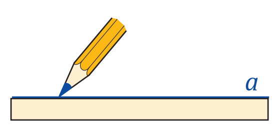


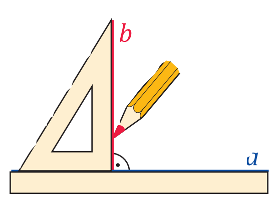
Ezt a legrövidebb távolságot nevezzük a **pont és az egyenes távolságának.**
Azt mondhatjuk, hogy **pont és egyenes távolsága egyenlő a pontból az egyenesre állított merőleges szakasz hosszával.**

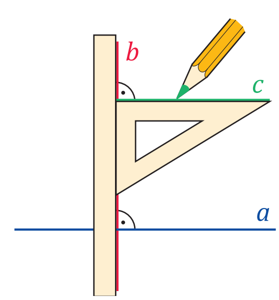
A háromszögvonalzót az egyenesvonalzó mellett csúsztatva **párhuzamos egyenesek**et tudunk rajzolni. Figyeljük meg: az *a* és a *c* egyenes párhuzamos lesz egymással!



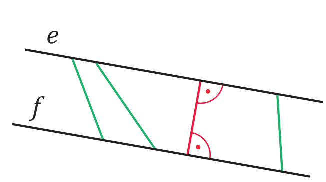
Párhuzamos egyeneseket két merőleges egyenes megrajzolásával is kaphatunk. Húzzunk egy *a* egyenest! Állítsunk rá egy *b* merőleges egyenest! A rajzon ezt így jelöljük: ∟.
A *b* egyenesre ismét állítsunk egy merőleges *c* egyenest! Ha pontosan rajzolunk, akkor az *a* és a *c* egyenesek párhuzamosak lesznek egymással.



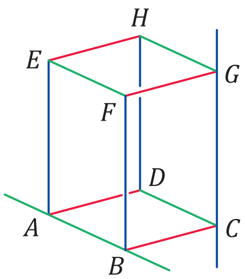




Méréssel meggyőződhetünk arról, hogy a párhuzamos egyenesek közötti szakaszok közül a merőlegesek a legrövidebbek!
Az ábrán a piros szakasz végeinél megfigyelhetjük a merőlegesség jelölését.
A két párhuzamos egyenes között a merőleges szakaszokat bárhol rajzoljuk, mindenütt egyenlő hosszúak lesznek. Ezek hosszát nevezzük a **párhuzamos egyenesek távolságá**nak.



7. EGYENESEK SÍKBAN, TÉRBEN

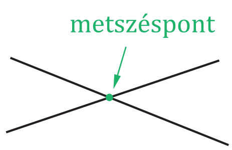


A testek építésekor láthattunk olyan élvázakat, amelyeken párhuzamos és merőleges élpárokat is megfigyelhettünk.

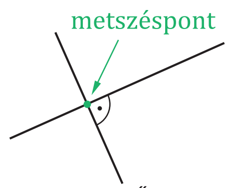
Ezen az ábrán az egymással párhuzamos éleket azonos színnel színeztük. Az egy csúcsból kiinduló különböző színű szomszédos élek egymásra merőlegesek.
Vannak az ábrán különböző színű, de nem szomszédos élek is. Ezeket az éleket is merőlegesnek mondjuk, de a rájuk illesztett egyenesek nem metszők. Nincs közös pontjuk, de nem is párhuzamosak. Ilyenek például az *AB* és a *CG* egyenesek.

Ha két egyenes nem metsző és nem is párhuzamos, akkor kitérő.

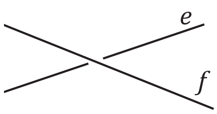
Az *e* és *f* egyenesek kitérőek. A rajz mutatja, hogy ezt hogyan tudjuk érzékeltetni.
A párhuzamos és a metsző egyenespárok egy síkba esnek. A kitérő egyenesek nem esnek egy síkba.



metsző egyenesek



merőlegesen metsző egyenesek



kitérő egyenesek

Összegezzük a megállapításainkat!

Két különböző egyenes lehet: **párhuzamos**, **metsző** vagy **kitérő**.
Két különböző egyenes párhuzamos, ha egy közös síkra illeszkednek, és nincs közös pontjuk.
Két különböző egyenes metsző, ha van közös pontjuk.
Két egyenes kitérő, ha nem párhuzamosak és nem metszők.

Csoportmunka

a) Álljon négy gyerek egy körülbelül 2 méter oldalhosszúságú négyzet négy sarkába, és tartsanak feszesen egy jól látható madzagot vagy vastag fonalat az oldalak mentén! Három gyerek tartsa a madzagot különböző magasságban maga előtt, a negyedik gyerek pedig tartsa a madzagot úgy, hogy a négyszög négy csúcsa egy síkban legyen.

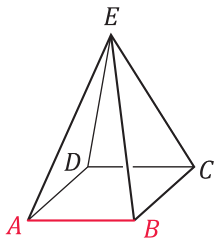
b) A két átló végpontjánál álló két-két gyerek feszítsen ki egy-egy madzagot, és állítsa be úgy, hogy azok találkozzanak. Milyen helyzetben van ilyenkor a négy végpont?

c) Ha az egyik kötelet fogó mindkét gyerek 1 méter magasan tartja a madzagot, akkor hová tarthatja a sajátját a másik kettő, hogy a kötelek találkozzanak, és hová, hogy ne találkozzanak?

Feladatok

1. Keress a környezetedben különböző helyzetű egyenespárokat!

2. Hány kitérő élt találsz a képen látható test *AB* éléhez?



3. Rajzolj olyan nyomtatott nagybetűket, amelyben
a) vannak párhuzamos szakaszok, de nincsenek merőlegesek;
b) vannak merőleges szakaszok, de nincsenek párhuzamosak;
c) párhuzamos és merőleges szakaszok is vannak!

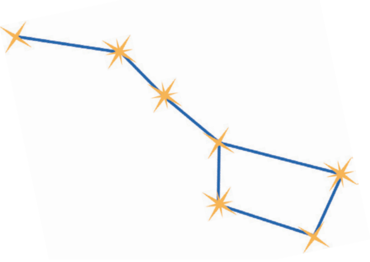
4. Rajzolj egy egyenest! Képzeld el az összes pontot, amely ettől az egyenestől 2 cm-re található! Mit alkotnak ezek a pontok?

5. Rajzolj négy párhuzamos egyenest! Használj két megfelelő vonalzót! Milyen távol van egymástól a két szélső egyenes?

6. Rajzolj három egyenest a füzetedbe úgy, hogy bármelyik kettő
a) párhuzamos; *b)* merőleges legyen!
Mindkét ábrát el tudod készíteni?

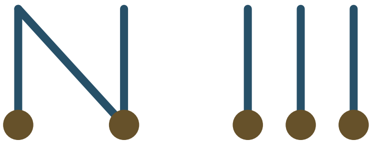
7. A távolba vesző út két szélét és közepét jelző csíkok gyakran metszőnek látszanak. Milyen helyzetűek lehetnek ezek a fehér vonalak valójában?

8. A Göncölszekeret (Nagy Medve) alkotó hét fő csillagot az ábrán látható módon szokták összekötni. Képzeld el az ábra négyszögének két átlóját is! Milyen helyzetűek lehetnek ezek az egyenesek valójában?



9. Igaz vagy hamis? Döntsd el!
a) A térben haladó két egyenes mindig metszi egymást.
b) A síkban lévő két egyenes mindig metszi egymást.
c) Három egyenes feloszthatja a síkot 4 részre.
d) Három egyenes feloszthatja a síkot 7 részre.

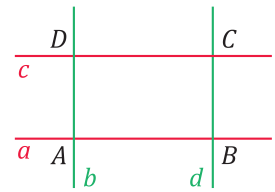
10. Nikolett három gombóc gyurmát tett az asztalra, és mindháromba beleszúrt egy-egy pálcát. Az így kialakított térbeli alkotásról két képet készített. Az egyiken a neve kezdőbetűje látható, a másikon három párhuzamos szakasz. Milyen helyzetűek valójában ezek a pálcák? Készítsd el te is ezt a térbeli ábrát!



8. TÉGLALAP, NÉGYZET

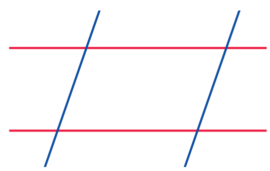
A címben szereplő síkidomok nem ismeretlenek a számodra. A környezetünkben nagyon sok helyen látunk téglalapokat. Általában téglalap alakúak a könyvek lapjai, az ajtók, az ablakok stb.
Negyedikben is találkoztunk ezzel a két speciális négyszöggel. Most vizsgáljuk meg ezeket egy kicsit alaposabban!

Az ábrán az *a* és *c* piros egyenesek, valamint a *b* és *d* zöld egyenesek **párhuzamos**ak egymással. Ezt röviden így írjuk: $a \parallel c$, $b \parallel d$.

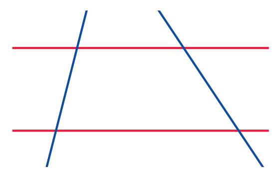


Bármelyik piros és zöld egyenest választjuk, azok metszik egymást. Így négy metszéspontot kapunk: *A*, *B*, *C* és *D*.
Ezek a pontok **téglalap**ot alkotnak, mert az ábránkon a piros és a zöld egyenesek **merőleges**ek egymásra. Írásban ezt röviden így jelöljük: $a \perp b$, $a \perp d$, $b \perp c$, $d \perp c$.

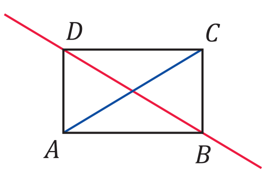
Metsszük el a két piros párhuzamos egyenest másik két egyenessel!
A piros egyenesekre nem merőlegesen rajzoltuk a kék egyeneseket. Az így kapott négy-négy metszéspont nem téglalapot határoz meg.



Ezek lehetnek párhuzamosak egymással, de nem merőlegesek a piros egyenesekre.



Az is lehet, hogy a két új egyenes nem is párhuzamos.



A téglalap is sokszög, szemközti csúcsait **átló**k kötik össze. Az átlóról beszélhetünk mint szakaszról, és beszélhetünk mint egyenesről: *AC* átló (szakasz), *BD* átló (egyenes). A szövegből általában eldönthető, hogy egyenesként vagy szakaszként gondoljunk-e rá.

Példa

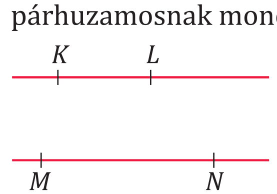
Milyen jelentése van az átló szónak a következő mondatokban?
a) Az *AC* átló 3 cm hosszú.
b) Az *AC* átló párhuzamos az *e* egyenessel.
c) Az *AC* átló a téglalap síkját két félsíkra vágja.

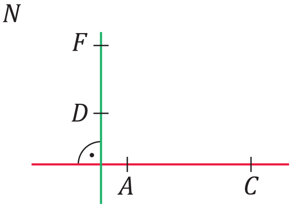
Megoldás

a) Ebben a mondatban az átló szakaszt jelent.
b) Ebben a mondatban az átló jelenthet szakaszt és egyenest is.
c) Ebben a mondatban az átló egyenest jelent.

Beszéltünk két egyenes párhuzamosságáról, illetve két egyenes merőlegességéről.

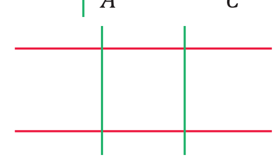
Ha két párhuzamos egyenesről választunk egy-egy szakaszt, akkor azokat is párhuzamosnak mondjuk: $KL \parallel MN$.





Ha két merőleges egyenesről választunk egy-egy szakaszt, akkor azokat is merőlegesnek mondjuk: $AC \perp DF$.

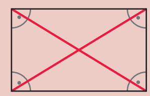
Rajzoljunk olyan téglalapot, amelynek minden oldala egyenlő hosszúságú!
Ezt a téglalapot **négyzet**nek nevezzük.
Négyzeteket láthatunk például a matematikafüzet lapjain vagy a dobókockán.



TÉGLALAP, NÉGYZET 8.

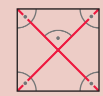
Gyűjtsük össze a **téglalap tulajdonságait**!

A téglalapot négy szakasz határolja, vagyis négy oldala van.
A téglalapnak négy csúcsa van.
A szemközti oldalai (oldalegyenesei) párhuzamosak.
A szomszédos oldalak (oldalegyenesek) merőlegesek egymásra.
A szemben fekvő oldalak hossza egyenlő.
A két átló (szakasz) hossza egyenlő.
A két átló (szakasz) felezi egymást.



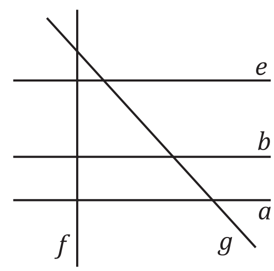
A téglalap minden tulajdonsága a négyzetnek is tulajdonsága, hiszen a négyzetek is téglalapok. A **négyzet további tulajdonságai:**

A négy oldala azonos hosszúságú.
A két átlója merőleges egymásra.

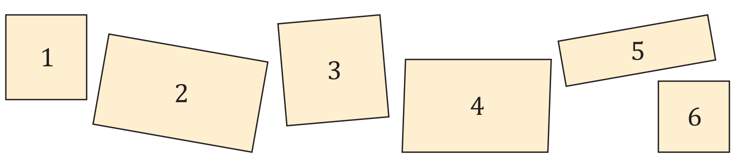


Feladatok

1. Keress párhuzamos és merőleges egyenespárokat az ábrán! A leírásnál használd a matematikai jelöléseket!

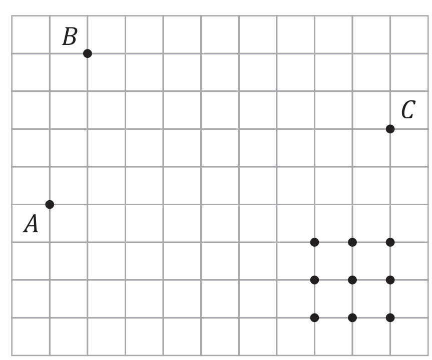


2. Igazak-e a következő állítások?
a) Minden négyzet téglalap.
b) Van olyan téglalap, amelyik négyzet.
c) Ha egy négyszög négyzet, akkor téglalap is.
d) Ha egy négyszög téglalap, akkor négyzet is.

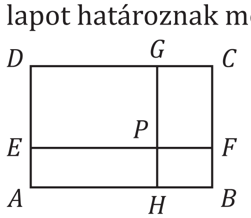


3. Döntsd el, hogy az ábrán látható síkidomok közül melyik négyzet! Használd a vonalzódat!

4. A négyzetrácson látható *A*, *B* és *C* pontokhoz melyiket válasszuk negyediknek, hogy egy téglalapot kapjunk?



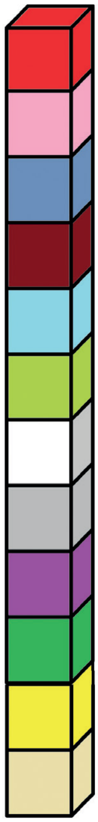
5. Keress az ábrán olyan pontnégyeseket, amelyek téglalapot határoznak meg! Adj meg minél több lehetőséget!



6. A Százholdas Pagonyban Róbert Gida háza, a Méhecskék fája, Nyuszi háza, valamint Bagoly háza egy téglalap négy csúcsában helyezkedik el. A Méhecskék fájától délre haladva eljutunk Bagoly házához. Róbert Gida háza Nyuszi házától van a legtávolabb és a Méhecskék fájához van a legközelebb. Rajzolj egy lehetséges térképvázlatot!

7. Nézz utána, hogy néz ki egy teniszpálya, majd rajzolj egy ezt szemléltető ábrát a füzetedbe! Hány téglalapra vágják a vonalak a pályát?

9. ÖSSZEFOGLALÁS



Ebben a fejezetben megismerkedtünk a halmazokkal és néhány fontos geometriai fogalommal. Sok dologról már korábban is hallhattál. Ezeket az ismereteket felelevenítettük, kiegészítettük. A következő feladatok segítenek végiggondolni, hogy miről tanultunk az előző órákon.

1. Rajzolj le egy halmazábrát, ahol a halmaz elemei a szakaszok!

2. Rajzolj olyan halmazábrát, amelyen meg tudod mutatni két halmaz közös részét!

3. Hogyan kapunk félegyenest, szakaszt, félsíkot?

4. Hogyan különbözteted meg egymástól a sokszög oldalát és átlóját?

5. Ha az a egyenes párhuzamos a b egyenessel, és a b egyenes párhuzamos a c egyenessel, akkor mit mondhatsz az a és a c egyenes viszonyáról?

6. Ha az e egyenes merőleges az f egyenesre, és az f egyenes merőleges a g egyenesre, akkor mit mondhatsz az e és a g egyenes viszonyáról?

7. Ha két egyenesnek nincs közös pontja, akkor azok biztosan párhuzamosak egymással?

8. Sorold fel a téglalap legfontosabb tulajdonságait!

9. Hány közös pontja lehet két különböző síknak?

10. Ha az ajtó felé nézel, és 360°-ot elfordulsz, merre fogsz nézni?

11. Mutass derékszögben találkozó egyeneseket a tanteremben!

12. Egy téglatest egyik éle 10 cm. Milyen hosszúak a vele párhuzamos élek?

Feladatok

A következő 5 feladatra adott A, B és C válaszok közül csak egy helyes! Melyik az?

1. Ha két halmaznak 3, illetve 6 eleme van, akkor az egyesítésüknek lehet
A) 5 eleme; *B)* 6 eleme; *C)* 10 eleme.

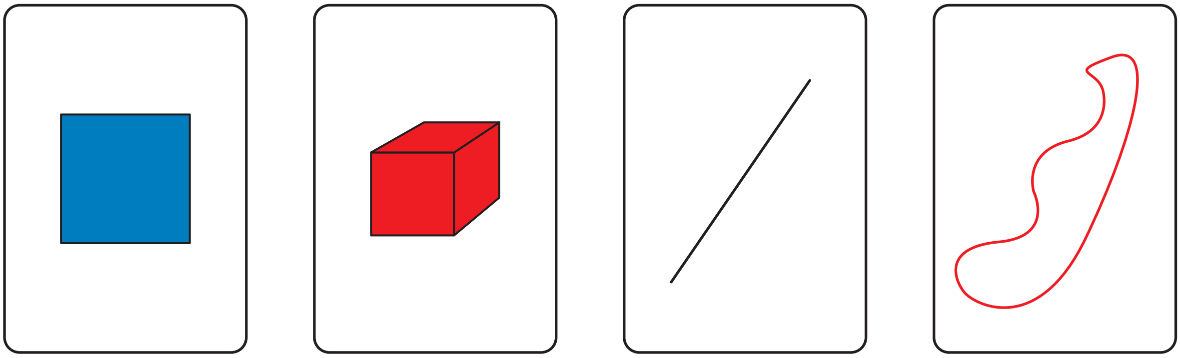
2. Egy test lapjainak a száma nem lehet
A) 5; *B)* 4; *C)* 3.

3. Ha *AB* szakasz hossza 14 mm, és *BC* szakasz hossza 1,1 cm, akkor *AC* szakasz hossza nem lehet
A) 25,1 mm; *B)* 3 mm; *C)* 25 mm.

4. Három hegyesszög összege
A) lehet teljesszög; *B)* lehet 270°; *C)* lehet 180°.

5. Ha $\alpha = 76°44'$, akkor a $2 \cdot \alpha$
A) homorúszög; *B)* 152° 24'; *C)* nem egyenesszög.

6. Válassz egy párt az itt látható négy kártya közül, és keress egy olyan közös tulajdonságot, amelyik illik mindkét kiválasztott kártyára. Készítsd el az összes párt, és mindegyikhez keress megfelelő tulajdonságot!



7. Rajzold le a füzetedbe a téglalapok és négyzetek halmazát! Hogyan helyezkedik el ez a két halmaz egymáshoz képest?

8. Az *A* halmaz elemei az {1, 4, 9, 16}, a *B* halmaz elemei pedig az {1, 3, 5, 7, 9} számok.
a) Ábrázold a két halmazt a füzetedben!
b) Hány eleme van a két halmaz közös részének?
c) Hány eleme van a két halmaz egyesítésének?

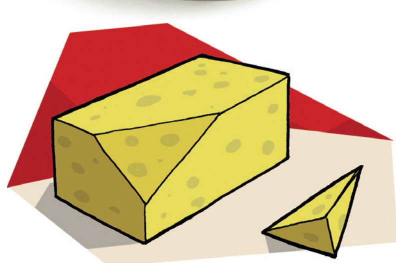
9. Tudjuk, hogy egy *A* és egy *B* halmaz részhalmaza az {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} halmaznak, az *A* és *B* közös részének elemszáma 3, egyesítésük elemszáma pedig 6.
a) Adj meg két ilyen halmazt!
b) Adj meg két ilyen halmazt, ha az *A* halmaz elemszáma a lehető legnagyobb!
c) Adj meg két ilyen halmazt, ha az *A* halmaz elemszáma a lehető legkisebb!

10. Hány részre vágja az egyenest az egyenesre illeszkedő három pont? Mi a kapott részek neve?

11. Rajzolj négy pontot úgy, hogy
a) egy egyenesre illeszkedjenek;
b) semelyik három ne legyen egy egyenesen;
c) pontosan három illeszkedjen egy egyenesre!

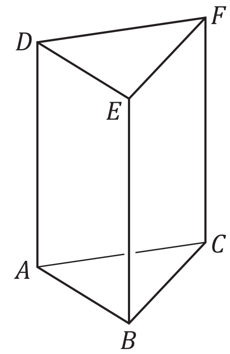
12. Hány részt kaphatnál, ha a képen látható tortát
a) két sík mentén; *b)* három sík mentén szétvágnád?

13. A képen egy tömb sajtot szemléltetünk, amelynek levágták egy sík mentén az egyik sarkát.
a) Hány csúcsa, éle, lapja van a kisebbik levágott testnek?
b) Hány csúcsa, éle, lapja van a nagyobbik levágott testnek?
c) Hány átlója van a kisebbik levágott test lapjainak?



14. Rajzold le azokat a nyomtatott nagybetűket, amelyek segítségével szemléltetheted a
a) párhuzamos szakaszokat;
b) merőleges szakaszokat!

15. A képen egy test élvázát látod. Add meg azokat az éleket, amelyek
a) az *AB* éllel párhuzamosak;
b) az *AB* élre merőlegesek;
c) az *AB* élhez képest kitérők;
d) az *AD* éllel párhuzamosak!



16. Igazak-e a következő állítások?
a) Az ötszögnek öt csúcsa van.
b) Van olyan sokszög, amelyiknek nincs átlója.
c) A hatszögeknek hat oldala van.
d) Egy sokszögnek ugyanannyi csúcsa van, mint oldala.

17. Rajzolj a füzetedbe vonalzó és szögmérő segítségével 70°-os, 110°-os, 160°-os, 195°-os, 280°-os szöget!

18. Ossz fel a füzetedben vonalzó és szögmérő segítségével egy 360°-os szöget
a) négy darab 90°-os szögre;
b) egy 45°-os, két 90°-os és egy 135°-os szögre;
c) 45°-os szögekre;
d) egy 210°-os szögre, a maradékot pedig 30°-os szögekre! Hány 30°-os szöget kaptál?

19. A boltban szeletelt kenyeret vettünk. Összesen 16 szelet volt a zacskóban.
a) Hány vágás kellett ehhez?
b) Milyen helyzetűeknek tekinthetők ezek a vágások?

20. Egy kockát három sík mentén kis kockákra vágtunk szét.
a) Milyen helyzetűek ezek a síkok egymáshoz képest?
b) Hány kis kockát kaptunk így összesen?

21. Igazak-e a következő állítások?
a) Egy egyenesen lévő 2 különböző pont 3 részre osztja az egyenest.
b) Egy síkban lévő 2 különböző egyenes 3 részre osztja a síkot.
c) Egy síkban lévő 2 párhuzamos egyenes 3 részre osztja a síkot.
d) A térben lévő 2 különböző egyenes mindig metszi egymást.
e) A térben lévő 2 különböző egyenes sohasem metszi egymást.
f) Minden négyzet téglalap.
g) Minden téglalap négyzet.
h) Nincs olyan téglalap, amelyik négyzet.
i) Ha a téglalap minden oldala ugyanolyan hosszúságú, akkor az négyzet.
j) Ha a téglalap két átlója merőleges egymásra, akkor az négyzet.
k) Van olyan négyzet, amelynek az átlói különböző hosszúságúak.
l) Ha egy négyszögben minden szomszédos oldal merőleges egymásra, akkor az négyzet.

IV. Hosszúság, terület, térfogat

– Emlékszel, amikor még a Jupiternél jártunk? – fordult Gerzson Bertához. – Akkor voltunk legtávolabb otthonról. Úgy körülbelül ötször olyan messze a Naptól, mint a Földön.

– Vagyis öt csillagászati egységre – kotyogott közbe Okoska.

– Mondhattam volna én is, de nem akartam hasonlítani rád.

A másik nem zavartatta magát:

– Tudjátok, egy csillagászati egység az a körülbelüli Nap-Föld távolság, és a Jupiter ötször távolabb van a Naptól, mint a Föld. Hm, várjatok, megnézem a hajó wikikompján. – Önelégült mosoly terült el az arcán.

– Jól mondtam! A Jupiter körülbelül 780 000 000 kilométerre van a Naptól, a Föld pedig kb. 150 000 000 kilométerre, az annyi, mint… 5,2-szeres távolság.

– Tudod ugyanezt fénypercekben is? – kérdezte huncut mosollyal Berta, de Okoska nem vette a lapot.

– Hát persze. A fény 300 000 kilométert tesz meg 1 másodperc alatt, úgyhogy… ha jól számolom, $\frac{780\,000\,000}{300\,000}$ = 2600 másodperc, vagyis 43,33 perc kell a fénynek, amíg elér a Naptól a Jupiterig.

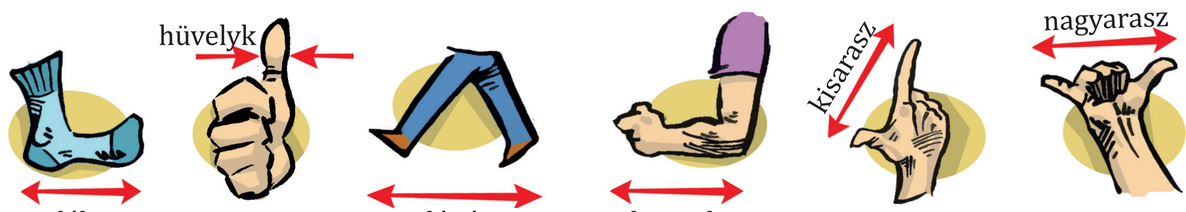
Mire Okoska felnézett a képernyőről, Gerzson és Berta már odébbálltak, és ez elég volt ahhoz, hogy fényévekre érezzék magukat.

1. A HOSSZÚSÁG MÉRÉSE

Csoportmunka

Válasszátok ki az osztályból a legalacsonyabb és a legmagasabb tanulót! Mindketten mérjék meg az osztálytermetek szélességét vagy hosszúságát a lábukkal és a lépésükkel is! Hány láb, illetve hány lépés lett a két gyerek által megmért távolság? (A többiek is kipróbálhatják.)

Láttuk, hogy a méréseink eredményét, a **mennyiség**et **mérőszám**mal és **mértékegység**gel tudtuk megadni. A hosszúság mérésénél is ezt fogjuk tenni. Valószínűleg a hosszúság lehetett az első **mennyiség**, amit mértek az emberek. A méréshez választaniuk kellett **egység**et, amihez viszonyítani tudtak. Mi lehetett a legkézenfekvőbb? Mit választhattak őseink egységnek?

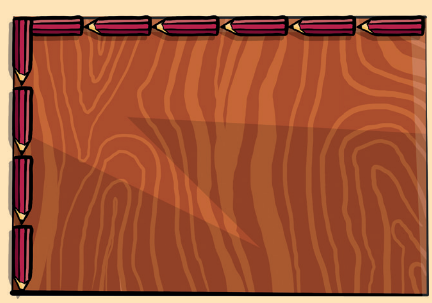


A testrészeink mindig a rendelkezésünkre állnak, így nyilvánvaló, hogy ezeket gyorsan lehetett mérésekre alkalmazni.

Természetesen a környezetünkben megtalálható eszközeinket is felhasználhatjuk hosszúságmérésre.

1. példa

A képen Csenge új íróasztalának lapja látható, és rajta sok ceruza. Zsombornak a következő rövid üzenetet küldte:
„Új asztalt kaptam! Szélessége … ceruza, hosszúsága … ceruza. Végre kényelmesen tudok írni!!!”
Milyen számok szerepelhettek a kihagyott helyeken?
Használd az ábrát!

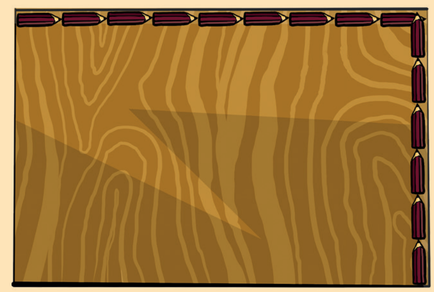


Megoldás

A rövid üzenet szerint Csenge a ceruza hosszát választotta mértékegységnek. Csenge ceruzája az asztallap rövid oldalára 4-szer, a hosszú oldalára pedig 6-szor fér rá. A **4** és a **6** lesz a mérőszám. Vagyis az asztallap **4 ceruza** széles és **6 ceruza** hosszú. Ezek a számok szerepelhettek az üzenetben.

2. példa

Ezen a képen Zsombor íróasztalának lapja látható, és ezen is van egy ceruza. Válasszuk most ennek a ceruzának a hosszát egységnek! Adjuk meg Zsombor asztallapjának méreteit is!



Megoldás

Az asztallap rövid oldalára ez a ceruza 6-szor fér rá, a hosszú oldalára pedig 9-szer.
Vagyis ez az asztallap **6 ceruza** széles és **9 ceruza** hosszú.

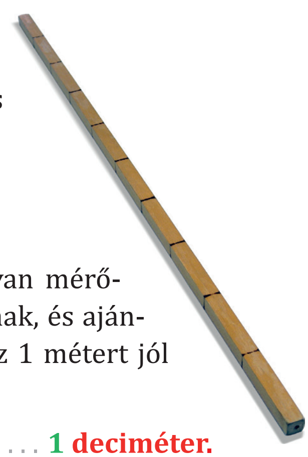
3. példa

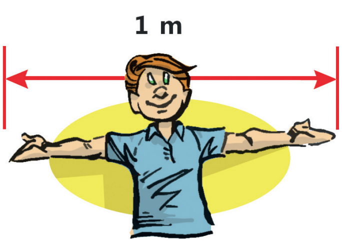
Hasonlítsuk össze az előző példákban lévő mennyiségeket! Ezek alapján mondhatjuk-e, hogy Zsombor asztala nagyobb, mint Csengéé?

Megoldás

Ha a két választ nézzük, akkor a Zsombor asztalával kapcsolatos mérőszámok valóban nagyobbak. Azonban semmit nem tudunk a két ceruza hosszáról. Nem várható el, hogy ezek pontosan egyformák legyenek, így nem tudjuk az asztalok nagyságát összehasonlítani.

A sokféle egység használata megnehezíti az összehasonlíthatóságot. Nagyon sokszor szeretnénk a méréseink eredményét összevetni. A testrészek használata során az okozta a gondot, hogy az így választott egységekkel sem lehetett ezt megbízhatóan és egyszerűen megtenni. Ezért volt szükség rögzített egységekre.





A hosszúság esetén ez az egység az

1 méter.

Bútorok, szőnyegek vásárlásakor nagyon hasznos, ha van mérőeszközünk. A bútorboltok sokszor segítenek a vásárlóknak, és ajándékba adnak egy 1 méter hosszú mérőszalagot. Ezen az 1 métert jól láthatóan 10 egyenlő részre osztják.

Egy ilyen rész hossza .... **1 deciméter.**
A pontosabb mérés elvégzése érdekében az 1 decimétert is 10 egyenlő részre osztjuk.
Egy ilyen rész hossza .... **1 centiméter.**
A mindennapokban hasznos, ha az 1 centimétert is 10 részre vágjuk.
Az így kapott hosszúság az .... **1 milliméter.**
A nagy távolságok esetén az 1 méter ezerszeresét használjuk. Ez az .... **1 kilométer.**
A mértékegységeket írásban gyakran rövidítjük, ezt mutatja a következő táblázat.

A mértékegység neve	milliméter	centiméter	deciméter	méter	kilométer
A mértékegység rövidítése	mm	cm	dm	m	km

$$1\text{ mm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ cm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ dm} \xrightarrow{\cdot 10} 1\text{ m} \xrightarrow{\cdot 1000} 1\text{ km}$$

1 mm < **1 cm** < **1 dm** < **1 m** < **1 km**

4. példa

Olvassuk le a kép szélességét, magasságát milliméter-pontossággal!

Megoldás

A kép szélessége 39 mm, a magassága pedig 37 mm.

Feladatok

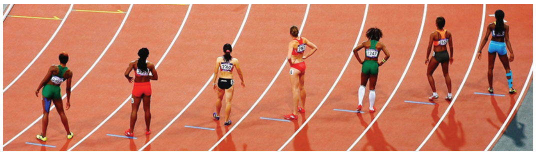
1. Gyűjtsetek a padtársaddal közösen olyan távolságokat, amelyeket kilométer, méter, centiméter, milliméter pontossággal adnátok meg!

2. Először becsüld meg, majd mérd meg a matematikakönyved szélességét, magasságát és vastagságát milliméter pontossággal! Hány millimétert tévedtél az egyes becsléseknél?

3. Az iskolaudvar szélességéről megállapították, hogy 25 m-nél nagyobb, de 26 m-nél kisebb. Írjuk le ezt a megállapítást matematikai jelekkel! Ha ez a szélesség közelebb van a 25 m-hez, akkor ezt hogyan írhatjuk le?

4. Péter pohara majdnem 2 dm magas, Pál pohara milliméter pontossággal 210 mm. Mennyivel lehet Pál pohara magasabb, mint Péteré?

5. Nézz utána, és írd össze, hogy a futók milyen távokat futnak az atlétikaversenyeken! Melyik mértékegységet használjuk ezek megadásakor?



6. Keressetek olyan távolságokat, amelyek
a) nem hosszabbak, mint 3 láb;
b) 1 hüvelyknél hosszabbak, de 1 lépésnél nem!

7. Az iskolai focicsapatban Zsolt 26 m-re tudja elrúgni a labdát, Gedeon 29 m-re, Viktória pedig 27 m-re. Jack azt mondja, hogy ő 30 yardra tudja elrúgni a labdát (1 yard körülbelül 91,5 cm). Sorba állítottuk a gyerekeket aszerint, hogy ki milyen messze tudja rúgni a labdát. Melyik lehet a megadottak közül a helyes sorrend?
a) Zsolt < Viktória < Gedeon < Jack
b) Jack > Gedeon > Viktória > Zsolt
c) Zsolt < Viktória < Jack < Gedeon
d) Viktória < Zsolt < Gedeon < Jack

8. Szerinted hány éves lehet az a leckében szereplő fiú, aki széttárt karokkal 1 métert tud megmutatni? Fiatalabb nálad?

KUTATÓMUNKA

A magyar népmesékben régi mértékegységekkel is találkozhatsz. Nézz utána, hogy mit jelent a 7 sing, a 3 bakarasz!

TÉGLALAP, NÉGYZET KERÜLETE 2.

Csoportmunka

Készítsetek egy táblázatot a füzetetekben, és töltsétek ki a kért adatokkal!

	Becslés (cm)	Mérés (cm)	Eltérés (cm)
Egyik oldal			
Másik oldal			
Négy oldal összege			

a) Mindegyikőtök becsülje meg, hogy hány centiméter az asztalának (padjának) egy-egy oldala!
b) Mérjétek meg a vonalzótokkal! Mekkora lett a mérés eredménye?
c) Mennyivel tér el a becslésetek a mérésetektől?
Hasonlítsátok össze az eredményeiteket!

Kutatómunka

Milyen eszközt használnak a hosszúság mérésére, ha az iskolaudvart vagy az épület hosszát kell megmérni? Milyen eszközt használnak az útépítők, ha egy útszakasz hosszát mérik?

1. példa

Melyik téglalapnak nagyobb a kerülete? Mit gondolsz, ha csak ránézel?

Mérjük meg a két téglalap oldalainak a hosszát, és számoljuk ki a kerületüket! Használjuk a vonalzónkat!

Megoldás

A becslést rád bízzuk! Te melyik téglalap kerületét látod nagyobbnak?
Készítsetek felmérést a csoportban a nagyobb kerületű téglalapokra adott tippekről!

A vonalzót odaillesztve a piros téglalap
rövidebb oldala 14 mm,
hosszabb oldala 86 mm.
14 + 86 + 14 + 86 = 200 (mm).
A piros téglalap kerülete 200 mm.

A vonalzót odaillesztve a kék téglalap
rövidebb oldala 30 mm,
hosszabb oldala 70 mm.
30 + 70 + 30 + 70 = 200 (mm).
A kék téglalap kerülete 200 mm.

Bármily meglepő, a két téglalap kerülete egyenlő.

2. TÉGLALAP, NÉGYZET KERÜLETE

2. példa

Egy városban kijelölték azt a téglalap alakú területet, ahol családi pihenőparkot építenek. A tervek szerint minden korosztály számára készül valami. A kicsiknek homokozók, csúszdák, de lesz focipálya és röplabdapálya is. Az építési területet körbekerítik. Hány méter drótkerítést kell vásárolni, ha a téglalap alakú terület hosszabb oldala 178 méter, a rövidebb pedig 122 méter?

Megoldás

A téglalapnak két 178 méter és két 122 méter hosszú oldala van.
A kerítés hossza = $2 \cdot 178$ m + $2 \cdot 122$ m = 356 m + 244 m = 600 m.
Vagyis 600 méter drótkerítést kell vásárolni.

Egy téglalap határvonalának hosszát, vagyis a **kerület**ét határoztuk meg. A kerület hosszúságot jelent. A kerületet gyakran *k* vagy *K* jelöli.

A téglalap kerületét megkapjuk, ha az oldalainak hosszát összeadjuk. Mivel a téglalap szemben fekvő oldalainak hossza egyenlő, ezért a kerületét megkaphatjuk a szomszédos oldalhosszúságok összegének kétszereseként.

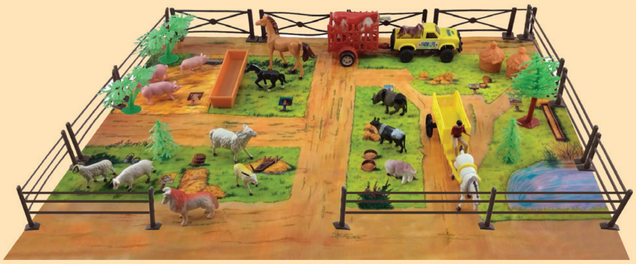
Ha négyzetről, vagyis olyan téglalapról van szó, amelynek a két szomszédos oldala is egyenlő, akkor a kerülete az oldalhosszúság négyszerese.

3. példa

Egy négyzet alakú telek bekerítéséhez pontosan 100 méter hosszú kerítést használtak fel úgy, hogy a 4 méter széles kapunak kihagyták a helyét. Mekkora a telek oldalának hossza?

Megoldás

A telek határvonalának hosszát megkapjuk, ha a felhasznált kerítés hosszát és a kapu szélességét összeadjuk. Így a telek kerülete: 104 méter.
Tudjuk, hogy a 104 méter az oldal hosszának a négyszerese.
Vagyis a négyzet alakú telek oldalának hossza 26 méter.



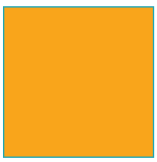
Feladatok

1. Hány milliméter a téglalapok kerülete? Mérj és számolj!

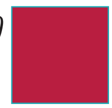
a) 

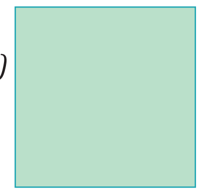
b) 

2. Hány cm a négyzetek kerülete? Mérj és számolj!

a) 

b) 

c) 

d) 

3. Mekkora a téglalap kerülete, ha két szomszédos oldalának hossza

a) 16 cm és 45 cm; *b)* 0,72 m és 81 cm?

4. Számítsd ki a négyzet oldalának hosszát, ha kerülete

a) 32,2 dm; *b)* 36,96 m; *c)* 342 mm; *d)* 558 m!

5. Igaz-e?

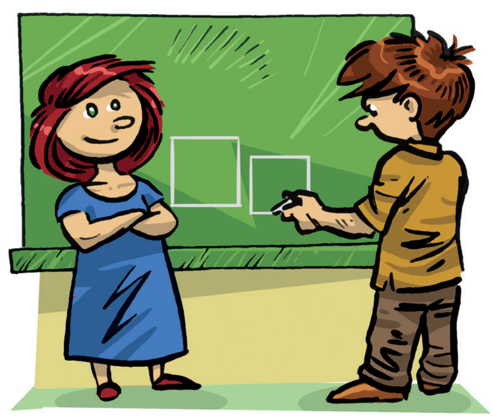
a) Ha a téglalap rövidebb oldalainak hosszát duplázzuk, hosszabb oldalainak hosszát pedig felezzük, akkor a kerülete nem változik.

b) Ha a négyzet kerülete a felére csökken, akkor az oldalak hossza is a felére csökken.

c) Ha a négyzet oldalainak hosszát megduplázzuk, akkor a kerülete is megduplázódik.

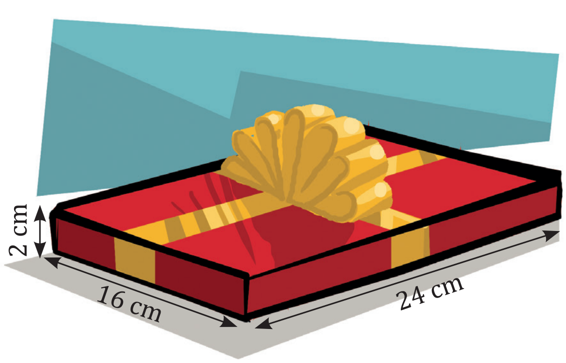
d) Ha a téglalap egyik oldalát 5 cm-rel növeljük, a másik oldalát pedig 5 cm-rel csökkentjük, akkor a kerülete nem változik.

6. Ádám és Éva rajzolt egy-egy négyzetet a táblára. Éva négyzetének oldala 2 cm-rel hosszabb volt, mint Ádámé. Mennyivel nagyobb Éva négyzetének kerülete Ádám négyzetének kerületénél?



7. Számítsd ki a téglalap egyik oldalának hosszát, ha ismert a másik oldalának hossza és a kerülete!

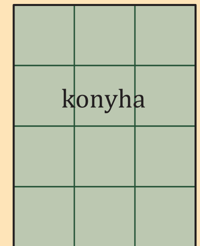
a) 11 cm és 52 cm *b)* 27 mm és 16 cm



8. Évi megnyerte az iskolai szavalóversenyt, ezért egy szép könyvet kapott. A könyvet becsomagoltuk, és körül is kötöttük az ábrán látható módon. Ha a masnira 60 cm szalag maradt, akkor hány cm szalagot vettünk összesen?

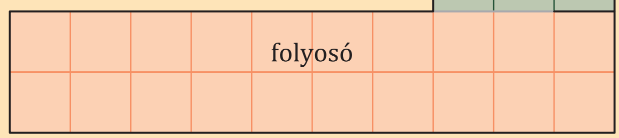
1. példa

Apa egyforma méretű, de különböző színű lapokkal burkolta a konyha és a folyosó padlóját. Melyikhez használt fel több lapot? A konyha vagy a folyosó területe nagyobb?



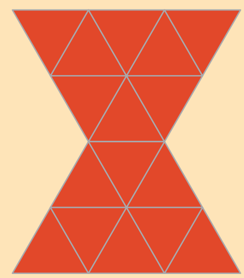
Megoldás

A konyhához 12 zöld lapot, a folyosóhoz 20 rózsaszín lapot használt fel.
20 lap nagyobb területet foglal el, mint 12.
A folyosó területe nagyobb, mint a konyha területe.



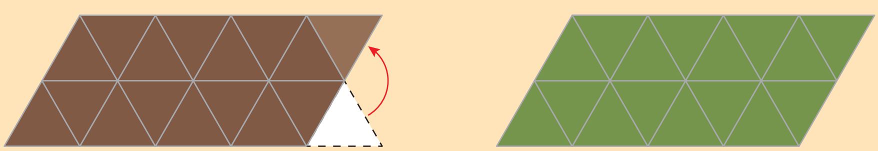
2. példa

Egyforma nagyságú háromszöglapokból raktuk ki ezt a három alakzatot. Melyiknek nagyobb a területe?

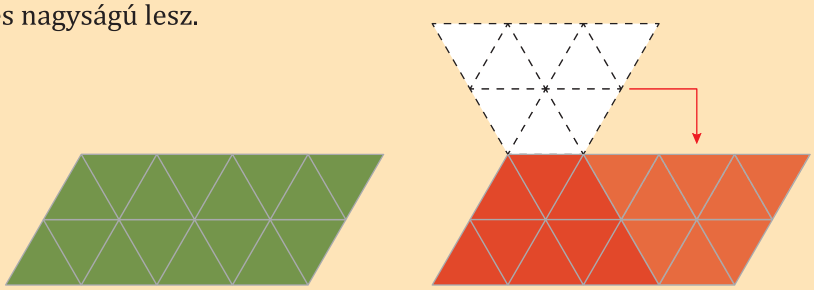


Megoldás

Ha egy barna háromszöget átteszünk a felső sorba, akkor a barna és a zöld alakzat pont egyforma alakú és nagyságú lesz.



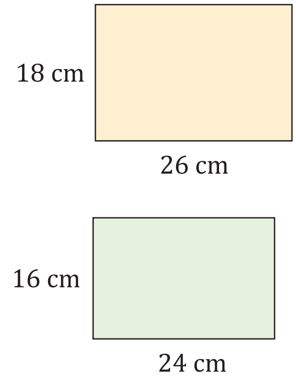
Ha a narancssárga „homokóra” tetejét alulra tesszük, akkor a narancssárga és a zöld alakzat pont egyforma alakú és nagyságú lesz.



A barna és a narancssárga alakzatot is át tudtuk darabolni a zöld alakzattal egyforma méretű alakzattá, tehát mindhárom alakzatnak ugyanakkora a területe.

Ugyanerre jutottunk volna, ha megszámoljuk a kis háromszögeket az egyes alakzatokban. Mindegyik 16 kis háromszögből áll.

A TERÜLET MÉRÉSE 3.



Két születésnapi ajándékot szeretnénk becsomagolni. Az egyikhez egy 18 cm-szer 26 cm-es, a másikhoz egy 16 cm-szer 24 cm-es, téglalap alakú csomagolópapírt használunk fel. Melyiket csomagoljuk nagyobb papírba?

Az ilyen típusú kérdések a síkidomok **területének** összehasonlítására vonatkoznak. Sok esetben ez a szemmértékünk segítségével, ránézésre is eldönthető. Mennyivel nagyobb? Hányszor akkora? Ilyen kérdések esetén már mérnünk, számolnunk kell.

A terület mérésekor a mérendő területet az egység oldalú négyzet területéhez viszonyítjuk.

Az egység oldalú négyzet területe 1 területegység.

A négyzet oldala lehet például:

1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 10 m, 100 m, 1 km hosszúságú.

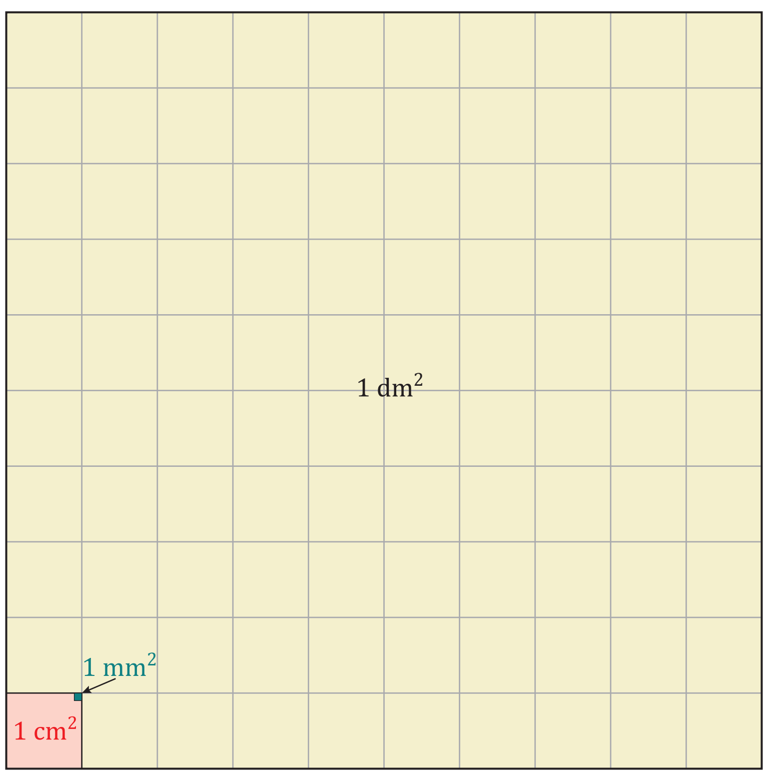
Ezeknek a négyzeteknek a területe

1 mm^2 (1 négyzetmilliméter),
1 cm^2 (1 négyzetcentiméter),
1 dm^2 (1 négyzetdeciméter),
1 m^2 (1 négyzetméter),
1 a (1 ár),
1 ha (1 hektár),
1 km^2 (1 négyzetkilométer).

A terület mértékegységei közötti kapcsolatok:

$1\ mm^2 < 1\ cm^2 < 1\ dm^2 < 1\ m^2 < 1\ a < 1\ ha < 1\ km^2$

$\cdot 100 \quad \cdot 100 \quad \cdot 100 \quad \cdot 100 \quad \cdot 100 \quad \cdot 100$



KUTATÓMUNKA

A terület mérésére néha ma is használnak régről fennmaradt mértékegységeket. Nézz utána, mekkora egy négyszögöl vagy egy hold!

3. A TERÜLET MÉRÉSE

Az árt mint területmértéket már szinte sehol sem használják, a hektárt pedig csak földterületek méretének megadásakor. A modernebb adatbázisokban már négyzetméterben és négyzetkilométerben vannak megadva a területadatok.

Feladatok

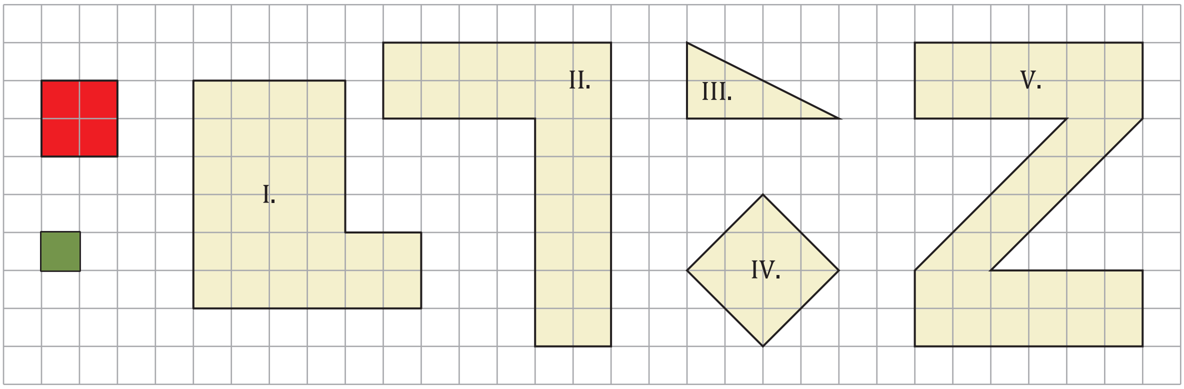
1. Gondold át az alábbi lefedési feladatokat! Ha kell, darabold fel az alakzatokat!

a) Hány piros négyzettel lehet lefedni az alakzatokat?

b) Hány zöld négyzettel lehet lefedni az alakzatokat?

c) Hányszor annyi zöld négyzet kell egy-egy alakzat lefedéséhez, mint piros?

d) Rendezd az alakzatokat területük mérete szerint! Kezdd a legkisebbel!



2. Add meg négyzetmilliméterben!

a) 8 cm² *b)* 10 cm² *c)* 0,3 cm² *d)* 8,4 cm²
e) 22 cm² *f)* 34 dm² *g)* 0,4 dm² *h)* 0,005 m²

3. Add meg négyzetcentiméterben!

a) 310 mm² *b)* 6 mm² *c)* 75 mm² *d)* 8200 mm²
e) 70 dm² *f)* 1,9 dm² *g)* 0,8 dm² *h)* 0,002 dm²

4. Add meg négyzetdeciméterben!

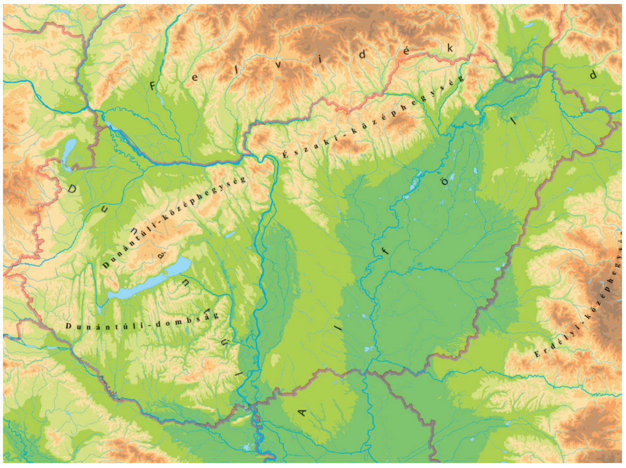
a) 540 cm² *b)* 5,6 cm² *c)* 53 cm² *d)* 1300 cm²
e) 15 cm² *f)* 0,006 m² *g)* 1,6 m² *h)* 0,0036 m²

5. Add meg négyzetméterben!

a) 70 000 cm² *b)* 9100 cm² *c)* 75 dm² *d)* 600 dm²
e) 1 km² *f)* 11 km² *g)* 0,6 km² *h)* 0,09 km²

6. Egy 360 hektáros föld 1,2 km²-es részén kukoricát, felén búzát, a többi részen pedig burgonyát termelnek. Szemléltesd rajz segítségével a feladatot! Hány négyzetméteren ültettek burgonyát?

7. Magyarország tájegységeinek adatait kutatva a következő szöveget találtuk az Alföldről:



A Duna középső szakaszának legnagyobb medencéje, és hazánk legnagyobb tájegysége. Területe 50 000 km². Északon az Északi-középhegység, keleten és délen az országhatár, nyugaton a Dunántúli-középhegység határolja. Az Alföld kiemelkedő pontjai: a Kő-hegy (228 m), a Szár-hegy (227 m), az Ólom-hegy (172 m), a Hoportyó (183 m). Legmélyebb pontja Gyálarétnél 75,5 m. (Bozó András *Magyarország természetjáró földrajza* összefoglalója alapján)

A szöveg alapos tanulmányozása után válaszolj a kérdésekre!

a) Kevesebb vagy több mint felét foglalja el az Alföld Magyarország területének?
b) Rakd növekedő sorrendbe az Alföld kiemelkedő pontjait!
c) Mennyivel magasabb a Kő-hegy a felsorolt magaslatok legalacsonyabbjánál?
d) Mekkora a szintkülönbség Gyálarét és a Kő-hegy között?
e) Lehet-e nagyobb az Alföldnél az Északi-középhegység és a Dunántúli-középhegység együttes területe?

8. Pista bácsi háromnyomásos gazdálkodást folytatott az 1800 négyszögöles földjén. Hány hektáron vetett búzát?
Ha valamelyik fogalmat nem ismered, nézz utána az interneten!
Mit gondolsz, honnan származik a négyszögöl mértékegység?

4. TÉGLALAP, NÉGYZET TERÜLETE

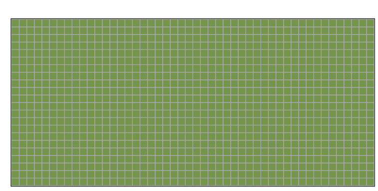
Csoportmunka

Pakoljatok le a padokról (asztalokról)! Rakosgassátok a padtársatokkal az egyikőtök matematikakönyvét a padotokra annyiszor, ahányszor csak tudjátok! Számoljátok meg, hány könyvet lehetne rárakni, és hány könyv az, ami már biztosan lelógna róla!
Próbáljátok ki ezt egy kisebb füzettel is!
Hasonlítsátok össze a kapott eredményeket!

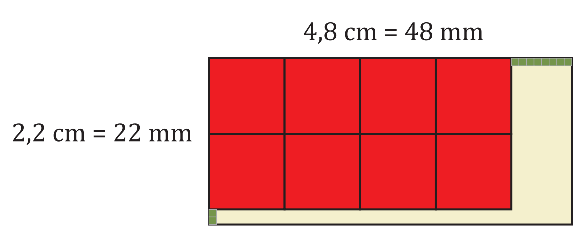
Egy síkidom területét úgy határozzuk meg, hogy megmondjuk, hányszorosa a területe az általunk választott területegységnek.
Próbáljuk meg lefedni a sárga téglalapot piros, 1 cm^2-es egységnégyzetekkel.

Sajnos a négyzetek nem fedik le pontosan a téglalapot, két oldal mentén is marad lefedetlen terület. Csak annyit látunk az ábrán, hogy 8 darab egységnégyzet nem elég a lefedéshez, tehát a sárga téglalap területe több mint 8 cm^2. Válasszunk másik, kisebb egységet, fedjük le 1 mm^2-es darabokkal.

Ezek már szépen lefedik a téglalapot, de most a kis zöld, 1 mm^2-es négyzetekből van rengeteg. Ha egyesével akarnánk megszámlálni őket, nehéz dolgunk lenne.



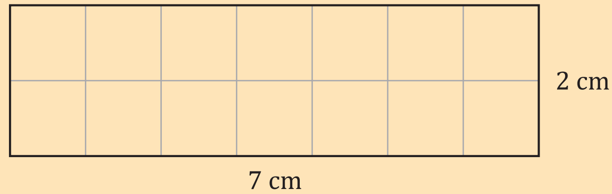
Nézzük meg, hány kis zöld négyzet fér el egy sorban, és hány fér el egy oszlopban. Könnyítheti a munkánkat, ha használjuk a nagyobb, piros négyzeteket is.



22 sor van, és mindegyikben 48 darab kis zöld négyzet, ez összesen 22 · 48 darab 1 mm^2-es négyzet, tehát a téglalap területe 22 mm · 48 mm = 1056 mm^2 = 10,56 cm^2.

1. példa

Hány négyzetcentiméter az ábrán látható téglalap területe?



Megoldás

A téglalap pontosan 14 db 1 cm^2 területű négyzettel lefedhető. Vagyis a területe 14 cm^2.
Egy sorban 7 db 1 cm^2 területű négyzet látható. Két ilyen sort raktunk ki, így $2 \cdot 7 = 14$ db 1 cm^2 területű négyzettel tudjuk lefedni a téglalapot.
A lefedés végrehajtása nélkül is meg tudtuk mondani a téglalap területét.

A terület kiszámításánál figyelj arra, hogy az oldalak hosszát azonos mértékegységgel fejezd ki!

A terület jele általában *t* vagy *T*.

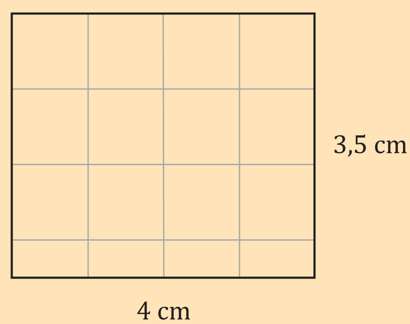
A négyzet olyan téglalap, amelynek minden oldala egyenlő hosszúságú.

A téglalap területét megkapjuk, ha két szomszédos oldalának hosszát összeszorozzuk.

A négyzet területét megkapjuk, ha oldalának hosszát önmagával megszorozzuk.

2. példa

Hány négyzetcentiméter az ábrán látható téglalap területe?



Megoldás

A szomszédos oldalak mérőszámainak szorzata: $4 \cdot 3{,}5 = 14$. Mindkét oldalt centiméterben mértük, így a téglalap területe:
$T = 14$ cm^2.
Ezt kapjuk lefedéssel is. A téglalap 12 db 1 cm^2 területű négyzettel és 4 db „félnégyzettel” fedhető le. Vagyis a területe valóban 14 cm^2.

Csoportmunka

Kinek van a legkisebb lába az osztályban? Mérje meg, hány láb hosszú és hány láb széles a terem!
Kinek van a legnagyobb lába? Mérje meg ő is a terem hosszát és szélességét!
Számítsátok ki, hány „négyzetkisláb” és hány „négyzetnagyláb” a tanterem területe!
Nézzetek utána, hogy hány cm egy láb, és 1 m^2 hány négyzetláb!

Mérjetek cipőfűzővel is! Kinek van a leghosszabb, és kinek a legrövidebb cipőfűzője? Számítsátok ki „négyzetkiscipőfűző” és „négyzetnagycipőfűző” egységben is a tantermetek területét!
Hogy mérnél vágás nélkül olyan hosszúságot, amelyik fele, harmada vagy negyede a cipőfűződnek?

4. TÉGLALAP, NÉGYZET TERÜLETE

Feladatok

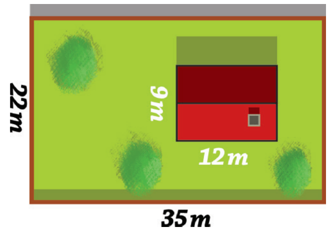
1. A 3. lecke 1. példájában a zöld és a rózsaszínű burkolólapok is 50 cm × 50 cm-es négyzetek.
a) Hány lappal lehet lefedni 1 m^2 területet?
b) Hány lappal van lefedve és hány négyzetméter a konyha?
c) Hány lappal van lefedve és hány négyzetméter a folyosó?
d) Hány négyzetméterrel nagyobb a folyosó, mint a konyha?

2. Számítsd ki a téglalap területét, ha oldalainak hossza
a) 82 cm és 31 cm;
b) 210 mm és 871 mm;
c) 20 cm és 11 dm;
d) 0,012 km és 120 dm!

3. Számítsd ki a téglalap ismeretlen oldalának hosszát, ha ismert oldalának hossza
a) 13 cm és területe 312 cm^2;
b) 28 mm és területe 868 mm^2;
c) 15 cm és területe 3 dm^2;
d) 44 mm és területe 11 cm^2.

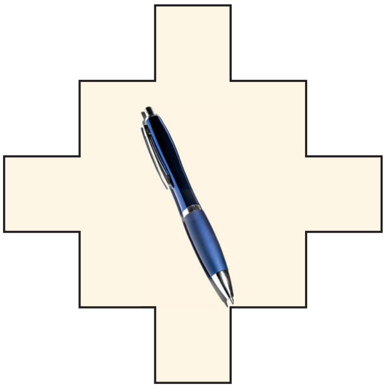
4. Mekkora a négyzet területe, ha kerülete
a) 356 cm;
b) 4000 mm?

5. Egy 22 méter széles, 35 méter hosszú, téglalap alakú telekre egy 9 méter széles, 12 méter hosszú házat építenek.
a) Mekkora részt foglal el a ház a telekből?
b) Mekkora lesz a ház körüli udvar?



6. Egy téglalap kerülete 18 cm.
a) Megmondható-e, hogy mekkora területű?
b) Elképzelhető, hogy 20 cm^2 a területe?
c) Elképzelhető, hogy csak 8 cm^2 a területe?

7. Egy golyóstoll csomagolásán a következő szöveg található: „Hazánkban 1966 óta sikeresen gyártott modell, íráshossza 8000 méter."
a) Hányszor másolhatjuk le az ábrán látható sokszög határvonalát ezzel a tollal?
b) Hány km^2 területű a legnagyobb négyzet, amit rajzolhatnánk ezzel a golyóstollal?
c) Nézz utána, hogy kinek a találmánya a golyóstoll!



Kutatómunka

Nézz utána! Milyen széles és milyen hosszú pályán játsszák a futballt, a kézilabdát, a röplabdát és a kosárlabdát? Mekkora a területe ezeknek a pályáknak? Hányszor nagyobb egy focipálya, mint egy kézilabdapálya?

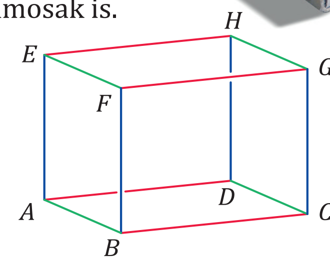
PÁROS MUNKA

Keressetek a tanteremben párhuzamos és merőleges egyeneseket! Kezdjétek egyszerre! A példákat 1 perc alatt kell feljegyeznetek a füzetetekbe. Az idő leteltekor az első páros felolvassa, hogy miket gyűjtött. Amit többen is feljegyeztek, azokat a példákat mindenki aláhúzza a füzetében. Tovább folytatva a felolvasást eljutunk odáig, hogy már nincs mit megjelölni. Akiknek ekkor a legtöbb nem aláhúzott példájuk van, azok a játék győztesei.

A környezetünkben rengeteg olyan tárgy, doboz található, amelyeknek alakja a téglára emlékeztet minket.

A geometriában ezt a formát **téglatest**nek nevezzük.
A téglatestet **hat téglalap** határolja. **Tizenkét él**e és **nyolc csúcs**a van.

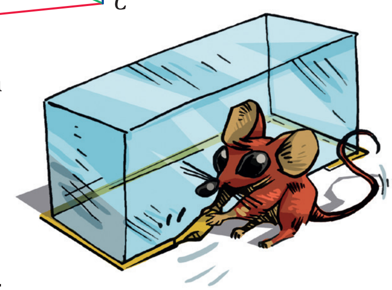
Az azonos színnel jelölt élek egyenlő hosszúságúak és párhuzamosak is.



$AB = DC = HG = EF$ és $AB \parallel DC \parallel HG \parallel EF$.
$AD = BC = FG = EH$ és $AD \parallel BC \parallel FG \parallel EH$.
$AE = BF = CG = DH$ és $AE \parallel BF \parallel CG \parallel DH$.

Az egy csúcsból induló élek merőlegesek egymásra.

Például: $AB \perp AD$, $AB \perp AE$, $AD \perp AE$.



Rajzold körül egy téglatest alakú doboz két szemben lévő lapját! Vágd ki ezt a két téglalapot, és helyezd egymásra!
Ha pontosan dolgoztál, akkor a két lap kölcsönösen fedi egymást.

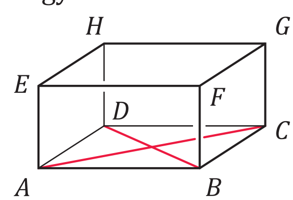
Ezen tapasztalat szerint a téglatest szemközti lapjait **egybevágó**nak mondjuk. Például az *ABCD* és az *EFGH* lapok egybevágók.

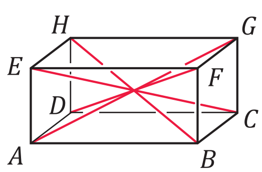
A szemközti lapok síkjainak nincs közös pontjuk, nem metszik egymást. Ilyenkor nemcsak a síkokat, hanem a lapokat is párhuzamosaknak mondjuk.

A téglatest szomszédos lapjai szemléletesen merőlegesek egymásra.

A téglatest minden lapjához két **lapátló** tartozik.

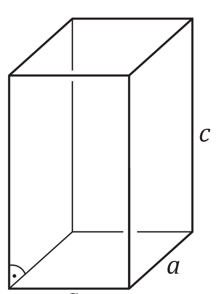
Például az *ABCD* laphoz a lapátlók az *AC* és a *BD*.





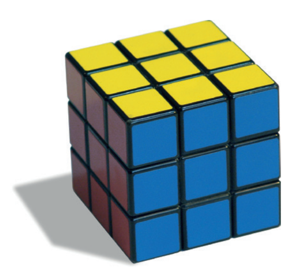
A téglatestnek négy **testátlója** van: *AG*, *BH*, *CE* és *DF*.

A lapátlókról és a testátlókról beszélhetünk mint szakaszról, és beszélhetünk mint egyenesről.



Az olyan téglatestet, amelynek két szemközti oldallapja egybevágó négyzet, **négyzetes oszlop**nak nevezzük.

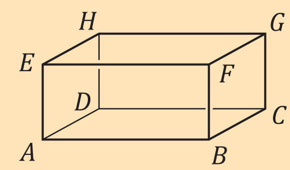
Az olyan téglatestet, amelynek minden oldallapja egybevágó négyzet, **kocká**nak nevezzük.
Kocka alakú például a Rubik-kocka, de lehet kocka alakú egy sütemény is.



5. TÉGLATEST, KOCKA

1. példa

Az ábra egy téglatest alakú dobozt szemléltet. Adjunk meg párhuzamos és merőleges lapokat!



Megoldás

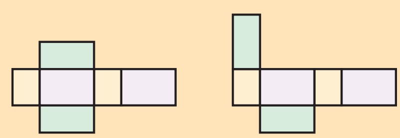
Az $ABCD$ lap párhuzamos az $EFGH$ lappal. $ABCD \parallel EFGH$
A $BCGF$ lap párhuzamos az $ADHE$ lappal. $BCGF \parallel ADHE$
Az $ABFE$ lap párhuzamos a $DCGH$ lappal. $ABFE \parallel DCGH$
Az $ABCD$ lapra merőleges az $ABFE$, a $BCGF$, a $CDHG$ és a $DAEH$ lap.
Az $EFGH$ lapra merőleges az $ABFE$, a $BCGF$, a $CDHG$ és a $DAEH$ lap.
Ezeket röviden így írhatjuk: $ABCD \perp ABFE$, $ABCD \perp BCGF$, …

2. példa

Egy téglatest alakú papírdobozt bontsunk szét a ragasztások mentén! Vágjuk le a ragasztási felületeket! Rajzoljuk le az így kapott síkidomot! Nézzük meg, milyen téglalapokból áll!

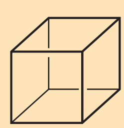
Megoldás

Kétféle szétvágást és a hozzá tartozó kiterítést mutatja az ábra. Az így kiterített síkidomot nevezzük a **téglatest háló**jának (hálózatának). A hálózat hat téglalapja közül kettő-kettő egybevágó, ezeket azonos színnel festettük be.



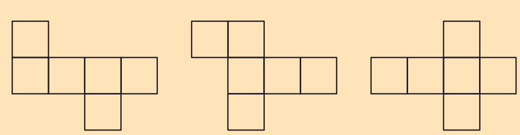
3. példa

Készítsük el egy kocka kiterített hálóját!



Megoldás

A téglatesthez hasonlóan járhatunk el, de most minden lap négyzet.
Megadtuk a kocka néhány kiterített hálóját. A füzetedben gyűjtsd össze az összes lehetséges hálót!



KUTATÓMUNKA

Gyűjts olyan szólásokat, szófordulatokat, amelyben a kocka szó szerepel!

KUTATÓMUNKA

Írj egy rövid ismertetőt a Rubik-kockáról!

Kutatómunka

Nézz utána, hogyan mérnek derékszöget az építkezéseken!

Feladatok

1. Hány párhuzamos és hány merőleges lappárja van a téglatest alakú tanteremnek?

2. Keress a lakásotokban merőleges síkokat!

3. Egy téglatest alakú fagyitortát két merőleges sík mentén egyforma darabokra vágtunk. Hány rész keletkezett?

4. A téglatest alakú sajtot 10 párhuzamos sík mentén feldaraboltuk. Hány részre vágtuk összesen?

5. Hány lapátlója van egy téglatestnek? Nevezd el a csúcsokat, és sorold fel a lapátlókat!

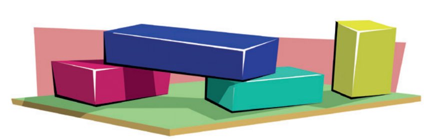
6. Hány egyenest határoz meg a téglatest 8 csúcsa?

7. Igazak-e a következő állítások?
a) Van olyan téglatest, amelyik kocka.
b) Minden kocka téglatest.
c) Ha egy téglatestnek van három négyzetlapja, akkor az kocka.
d) Ha egy téglatestnek van két négyzetlapja, akkor az kocka.
e) Egy téglatestnek nem lehet pontosan négy lapja négyzet.

8. Színezd ki egy téglatest csúcsait úgy, hogy minden élnek különböző színű legyen a két vége! Törekedj arra, hogy kevés színt használj! Hány színnel sikerült megoldanod a színezést?

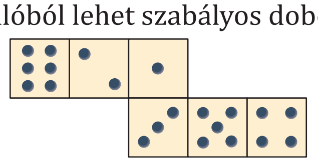
9. Hány különböző alakú tömör téglatest építhető 6 darab egyforma kockából?

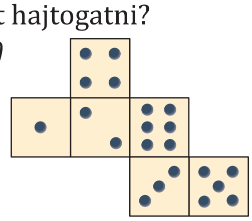
10. Rajzold le annak a téglatestnek a hálózatát, amely két darab 2 cm-es élű kockára vágható szét!

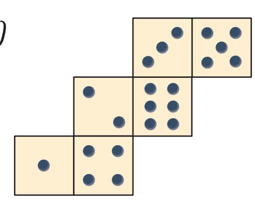


11. Az asztalon lévő téglatest alakú dobozoknak összeszámoltuk az éleit és a csúcsait. Ha ezek száma összesen 120, akkor hány doboz van az asztalon?

12. Egy szabályos dobókockán a szemben lévő lapokon lévő pöttyök összege mindig hét. Melyik hálóból lehet szabályos dobókockát hajtogatni?

a)


b)


c)


6. TÉGLATEST, KOCKA FELSZÍNE

Csoportmunka

Az egyliteres tejesdoboz és a becsukott matematika-tankönyved is egy téglatest.

Az osztály egyik fele mérje meg a tejesdoboz éleit, és számítsa ki mindegyik lap területét! Ha a tejesdoboz üres és kiöblítettétek, akkor óvatosan szét is vághatjátok az élei mentén.

Az osztály másik fele mérje meg a matematika-tankönyv éleinek a hosszát. Ezt ne vágjátok szét!

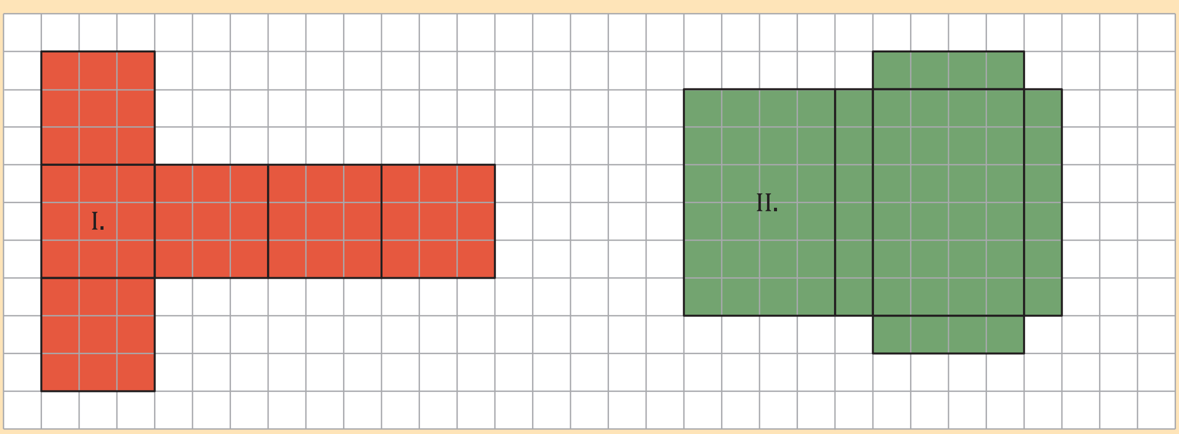
Beszéljétek meg, milyen mértékegységet érdemes választani a mérés során, mire érdemes kerekíteni az élek hosszát, illetve a területekre kapott eredményeket!

Adjátok össze a lapok területének összegét! Melyik téglatest esetén lett nagyobb a területek összege?

Ha az üres tejesdobozt már nem használjátok, dobjátok a szelektív gyűjtőbe!

1. példa

Két téglatest kiterített hálóját látjuk a képen. Számoljuk ki a lapok területének összegét, ha egy kis négyzet 1 egység területet jelent.



Megoldás

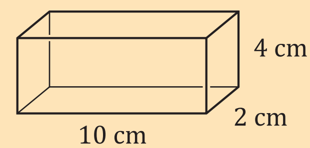
I. Az első esetben minden lap 9 kis négyzetből áll, tehát a lapok területének összege

$$9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 6 \cdot 9 = 54 \text{ egység.}$$

II. A második esetben a különböző nagyságú lapok területe 24, 6 és 4, a lapok területének összege $24 + 6 + 24 + 6 + 4 + 4 = 68$ egység. A műveleteket más sorrendben is fel lehet írni.

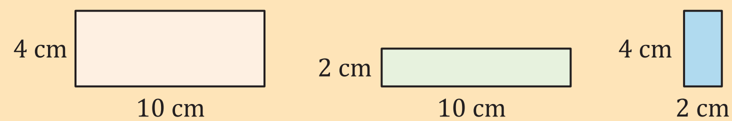
$$24 + 6 + 24 + 6 + 4 + 4 = 2 \cdot 24 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 2 \cdot (24 + 6 + 4) = 2 \cdot 34 = 68$$

2. példa



Egy téglatest alakú doboz hosszúsága 10 cm, szélessége 2 cm, magassága 4 cm. A doboz minden lapját szeretnénk színes, öntapadós papírral bevonni. Mennyi színes papír szükséges ehhez?

Megoldás



Tudjuk, hogy a téglatestet hat téglalap határolja, amelyek közül a két-két szemközti egybevágó. Vagyis általában háromféle téglalapot kell bevonnunk. Ezeknek a téglalapoknak az oldalai a téglatest megfelelő éleinek hosszával egyenlők.

A három téglalap területét külön-külön is kiszámíthatjuk:

$T_1 = 10 \cdot 4 = 40\ (\text{cm}^2)$;

$T_2 = 10 \cdot 2 = 20\ (\text{cm}^2)$;

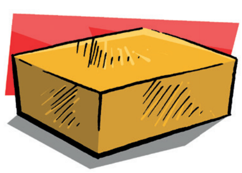
$T_3 = 4 \cdot 2 = 8\ (\text{cm}^2)$.

Mivel mindegyikből kettő van, ezért az egyes téglalapok területének a dupláját kell vennünk, és ezeket összeadnunk:

$2 \cdot 40 + 2 \cdot 20 + 2 \cdot 8 = 80 + 40 + 16 = 136\ (\text{cm}^2)$.

Számolhattunk volna úgyis, hogy a háromféle téglalap területét összeadjuk, és az így kapott összeget szorozzuk kettővel: $2 \cdot (40 + 20 + 8) = 2 \cdot 68 = 136\ (\text{cm}^2)$.

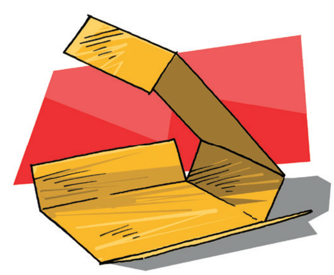
Vagyis 136 cm^2 színes papírra van szükségünk.



A téglatest felszínét megkapjuk, ha a lapjainak területét összeadjuk.

A latin *area* szó első betűjét használjuk a felszín jelölésére. A szó jelentése: terület.

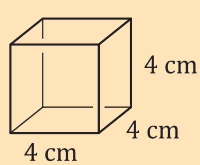
A felszín jele: A (szokták F-fel is jelölni, a magyar felszín szó alapján).



Számolás előtt végezz átváltást, ha az élek hosszát nem azonos mértékegységben kaptad!

3. példa

Mekkora a felszíne a 4 cm élű kockának?



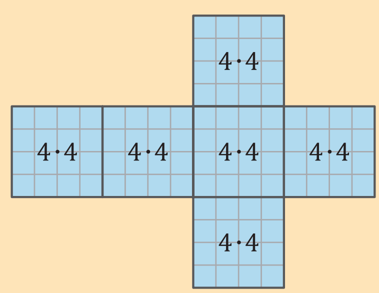
Megoldás

A kocka felszínét 6 egybevágó négyzet alkotja.

Ezért a kocka felszíne egy négyzet területének a hatszorosával lesz egyenlő:

$$A = 6 \cdot (4 \cdot 4) = 6 \cdot 4 \cdot 4 = 96\ (\text{cm}^2).$$

A kocka felszíne 96 cm^2.



Feladatok

1. Mekkora a téglatest felszíne, ha az egy csúcsba futó éleinek hossza
a) 34 mm, 19 mm, 6 mm; *b)* 45 cm, 20 cm, 14 cm;
c) 0,5 m, 2,1 dm, 32 cm; *d)* 160 mm, 8 cm, 0,11 m?

2. Mekkora a kocka felszíne, ha egy élének hossza
a) 24 mm; *b)* 35 cm; *c)* 121 cm; *d)* 0,5 m?

3. Milyen hosszú lehet a kocka éle?
a) $A = 600\ \text{cm}^2$ *b)* $A = 384\ \text{dm}^2$ *c)* $A = 864\ \text{mm}^2$ *d)* $A = 1{,}5\ \text{m}^2$

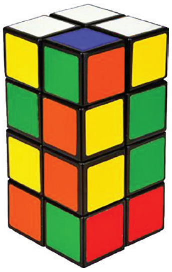
4. Képzelj el egy 9000 km élű kockát! Hasonlítsd össze felszínének nagyságát a Föld felületének nagyságával! (A Föld felülete körülbelül 510 millió km^2.) Használj számológépet!

5. Vegyük a Hold felszínét 37 500 000 km^2-nek (ennél valójában egy kicsit nagyobb). Mekkora kockának lenne ugyanekkora a felszíne? Próbálgass, használj számológépet!

6. Mekkora a kocka felszíne, ha az éleinek a hossza összesen 312 cm?

7. Dobókockáink oldallapjai 1 cm^2 területűek.
a) Mekkora felszínű téglatest rakható ki 2 darab dobókockából?
b) Mekkora felszínű téglatest rakható ki 4 darab dobókockából?
c) Mekkora felszínű téglatest rakható ki 15 darab dobókockából?

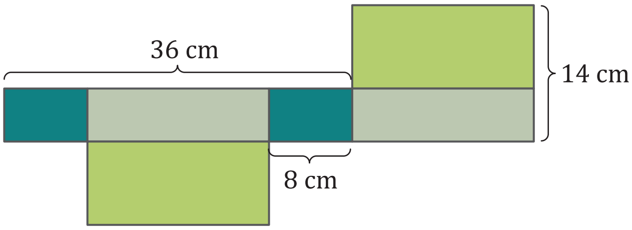
8. Egy 256 cm^2 felszínű téglatestnek van 12 cm és 4 cm hosszúságú éle is. Mekkora a harmadik él hossza?



9. A képen látható Rubik-torony tizenhat kis „kockából” áll. A torony felszíne 193,6 cm^2.
a) Milyen magas a torony?
b) Mekkora a látható kis kék lap területe?
c) Mekkora lenne egy kis kocka felszíne?

10. A 6 cm élű kockának vagy a 4 cm, 6 cm és 9 cm élű téglatestnek nagyobb a felszíne?

11. Marci a téglatest hálóján nem az éleket mérte meg, de szerencsére megjelölte a megmért távolságokat. Ki lehet számolni a téglatest felszínét a Marci által megadott adatokból? Ha igen, akkor számold ki a téglatest felszínét!



PÁROS MUNKA

Vegyetek elő két poharat! El tudjátok dönteni szemmérték alapján, hogy melyik a nagyobb? Ha nem tudtok dönteni, akkor hogyan lehet megállapítani, melyikbe fér több víz? Hasonlítsátok össze a nagyobb poharat egy kancsó nagyságával is! Hány pohár vizet lehet kitölteni a teli kancsóból? Lehet fordítva is csinálni. Hány pohár vízzel lehet telemerni a kancsót?
Van a fizika- vagy a matematika-szertárban az eszközök között 1 literes és 1 deciliteres mérőedény? Ha van, akkor ismételjétek meg a méréseket ezekkel a mérőedényekkel is! Ha nincsenek, az sem baj, használjatok konyhai mérőedényeket!

A testeknek három kiterjedésük van: **hosszúság**, **szélesség** és **magasság**. Fontos annak a számszerű kifejezése, hogy a testek a tér mekkora részét foglalják el. Ezt a **térfogat** adja meg. A térfogat nagyságát a hosszúság, a szélesség és a magasság befolyásolja, így a térfogatmérés a hosszúságmérésre vezethető vissza. Az edények, poharak, tartályok esetén a belső üres rész nagysága a fontos. Ezt a belső térfogatot **űrtartalom**nak is szoktuk nevezni.

A méréshez egységet kell választanunk.

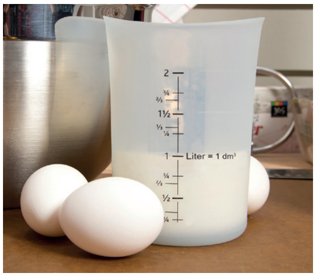
Az egység oldalú kocka térfogata 1 térfogategység.

A kocka éle lehet 1 mm, 1 cm, 1 dm, 1 m, 1 km hosszúságú, illetve bármi, amit a hosszúság egységének választunk.

Ezeknek a kockáknak a térfogata
1 mm³ (1 köbmilliméter),
1 cm³ (1 köbcentiméter),
1 dm³ (1 köbdeciméter),
1 m³ (1 köbméter),
1 km³ (1 köbkilométer).

1 dm

1 cm



A térfogat mértékegységei közötti kapcsolatok:

$$1\ \text{mm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ \text{cm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ \text{dm}^3 \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ \text{m}^3 \xrightarrow{\cdot 1\,000\,000\,000} 1\ \text{km}^3$$

1 mm³ < 1 cm³ < 1 dm³ < 1 m³ < 1 km³

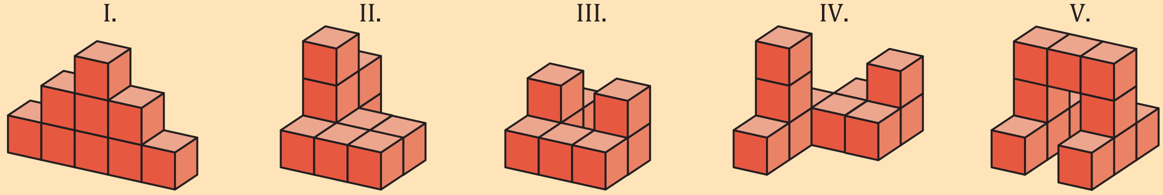
Az 1 dm³ térfogatú edény űrmértéke az **1 liter**, vagyis **1 liter = 1 dm³.**

7. A TÉRFOGAT MÉRÉSE

1. példa

Számoljátok meg, hogy hány kis kockából állnak az építmények! Ha egy kis kocka térfogata 1 egység, akkor mekkora az egyes testek térfogata?

I. II. III. IV. V.



Megoldás

Számoljuk meg a kis kockákat. Csak arra kell ügyelnünk, hogy ezt tervszerűen tegyük, ne összevissza, mert így tudjuk biztosítani, hogy minden kockát pontosan egyszer számolunk meg. Mi most szintenként fogunk számolni, de tetszőleges más logikus módszer is tökéletes.

I. 5 + 3 + 1 = 9 II. 7 + 2 + 1 = 10 III. 6 + 2 = 8 IV. 7 + 2 + 1 = 10 V. 6 + 2 + 3 = 11

Az egyes testek térfogata természetesen éppen ennyi egység.

Feladatok

1. Az ötödikes Peti mellett megállt Juci, az elsős kishúga, és kibetűzte Peti könyvéből a következő szót: ŰRTARTALOM, majd boldogan felkiáltott, hogy ő tudja mi az. Mi az? – kérdezett vissza Peti. Juci boldogan sorolni kezdte, hogy az űrben lévő tartalom például a Nap meg a Hold meg a csillagok. Fogalmazd meg a saját szavaiddal az „űrtartalom” szó jelentését úgy, hogy egy elsős is megértse!

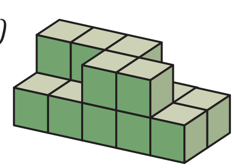
2. 6 db egységnyi térfogatú kis kockából építs minél többféle alakzatot úgy, hogy a kockák oldalaikkal érintkezzenek egymáshoz! Egy-egy alakzathoz mind a hat kockát használd fel!

a) Rajzold le ezeket a füzetedbe!

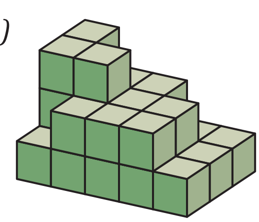
b) Melyik építménynek a legnagyobb a térfogata?

3. Számold meg, hány kis kockából állnak a tömör építmények! Számítsd ki a testek térfogatát, ha tudod, hogy egy kis kocka térfogata 1 cm^3!

a)



b)



4. Zoé szobájában az ajtó 80 cm széles és 210 cm magas. Beférnek-e az alábbi bútorok az ajtón, és ha igen, hogyan?

a) Az ágy szélessége 90 cm, magassága 50 cm, hosszúsága 200 cm.

b) Az íróasztal szélessége 70 cm, magassága 70 cm, hosszúsága 115 cm.

c) A ruhásszekrény szélessége 90 cm, magassága 200 cm, mélysége 85 cm.

d) A kedvenc bekeretezett festményük szélessége 215 cm, magassága 215 cm, vastagsága 3 cm.

5. Mennyit kell hozzáadni, hogy 12 dm^3 legyen?

a) 23 cm^3 *b)* 12 000 mm^3 *c)* 210 cm^3 *d)* 2000 mm^3

TÉGLATEST, KOCKA TÉRFOGATA 8.

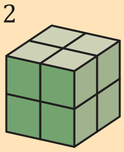
PÁROS MUNKA

Használjátok a színes rudakat! Egyikőtök rakjon ki egy hosszú rudat, a párotok pedig rakjon ki ugyanakkora rudat fehér kis kockákból!
Ha már tudjátok, hogy melyik színű rúd hány kis fehér kockából áll, akkor építsetek kockákat, téglatesteket a színes rudakból, és számoljátok meg, hány fehér kis kocka kellene a kirakásához!

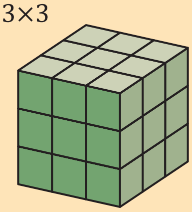
1. példa

Rakjuk ki egy 2, egy 3 és egy 4 egység élű kocka legfelső szintjét egység élű kis kockákból. Hány darabot használunk el egy szint kirakásához az egyes esetekben?
Hány egység élű kis kocka kell egy másik réteg kirakásához?

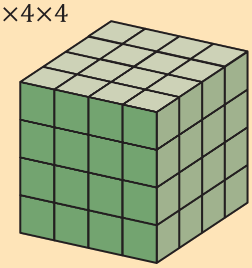
2×2×2



3×3×3



4×4×4

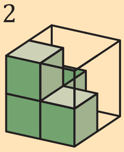


Megoldás

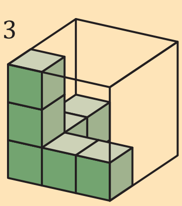
Egy szint kirakásához $2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$, $4 \cdot 4 = 16$
kis kocka szükséges.

Bármely lap felől kezdjük el, egy teljes réteg kirakásához $2 \cdot 2 = 4$, $3 \cdot 3 = 9$, illetve $4 \cdot 4 = 16$ kis kocka szükséges, hiszen bármelyik három, egy csúcsból induló él mentén ugyanannyi, 2, 3 illetve 4 kocka fér el.

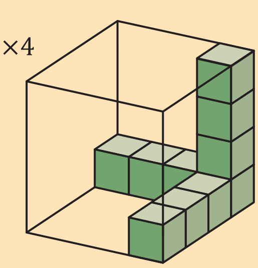
2×2×2



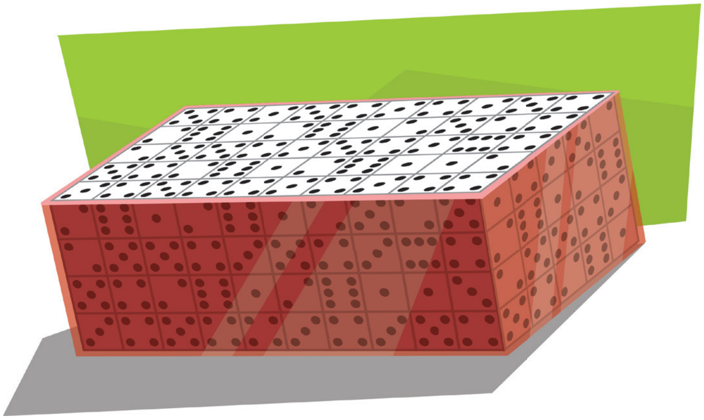
3×3×3



4×4×4



8. TÉGLATEST, KOCKA TÉRFOGATA



A téglatest térfogatát megkapjuk, ha a téglatest egy csúcsából kiinduló három élének hosszát összeszorozzuk.

A térfogat jele: *V*. (A latin *volumen* szó térfogatot jelent.)

Vigyázz! Ha az élek hosszát különböző mértékegységekben kaptad, akkor a számolás előtt váltsd át ezeket közös mértékegységre!

1. példa

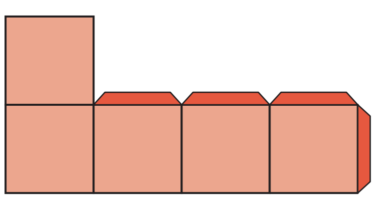
László egy 5 cm széles, 10 cm hosszú, 4 cm magas, téglatest alakú dobozban tartja az 1 cm élű dobókockáit. Ez a doboz teljesen tele van. Hány darab dobókocka van a dobozban? Mekkora a doboz térfogata?

Megoldás

Egy sor 10 darab kockából rakható ki. Egy réteget 5 sor alkot, ezért ehhez $5 \cdot 10$, azaz 50 darab kockára van szükség. A doboz 4 cm magas, így 4 réteggel tudjuk megtölteni. Vagyis $4 \cdot 50$, azaz 200 darab dobókocka van a dobozban.
Anélkül, hogy valóban elhelyeztük volna az 1 cm^3 térfogatú kockákat a dobozban, meg tudtuk állapítani a darabszámukat: $5 \cdot 10 \cdot 4$, ami 200.
A doboz térfogata 200 cm^3.

CSOPORTMUNKA

Mérni fogunk! Ha van üres 1 dm élű mérőedényetek, használjátok azt! Ha nincsen, akkor vágjátok ki egy felül nyitott tíz centiméter élű kocka hálóját egy kicsit keményebb rajzlapból, és ragasszátok össze! Ne feledkezzetek meg a ragasztáshoz szükséges fülekről! Ha kell, az élek mentén megerősíthetitek ragasztószalaggal is. Az itt látható kép csak egy lehetséges vázlat, sokféle hálózat létezik.



Készítsetek egy 8 cm élű és egy 5 cm élű felül nyitott kockát is! Ezekbe a papírkockákba nem lehet vizet tölteni, de helyette megteszi a homok, a liszt vagy a kristálycukor is. Vigyázz! A homok és a liszt nagyon könnyen szóródik, a kristálycukor pedig ragad. Feltétlenül egy tálca felett töltögessetek! Ne felejtsetek el óra végén összetakarítani magatok után!

Hányszor kell megtölteni a 8 cm élű kockát, hogy azzal meg lehessen tölteni a 10 cm élű kockát? Mit mutat a gyakorlat, és mit mutat az elmélet? Számoljatok is!

Hányszor kell megtölteni az 5 cm élű kockát, hogy azzal meg lehessen tölteni a 10 cm élű kockát? Mit mutat a gyakorlat, és mit mutat az elmélet? Számoljatok is!

2. példa

Számítsuk ki annak a kocka alakú doboznak a térfogatát, amelynek az élei 4 cm hosszúak!

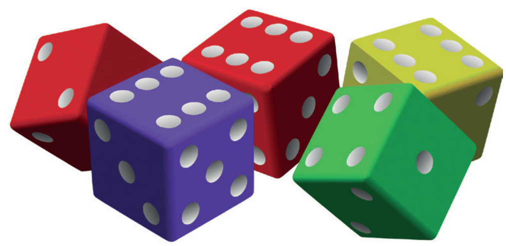
Megoldás

A kocka alakú doboz térfogatát az előző összefüggést felhasználva kapjuk meg. A doboz térfogata: $V = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ (cm^3).

A kocka is téglatest. Olyan téglatest, amelynek egy csúcsba futó élei egyenlő hosszúak.

A példa alapján megállapíthatjuk, hogy a kocka térfogata is kiszámítható az egy csúcsba futó három él hosszának szorzataként.

Feladatok



1. Változik-e az öt dobókocka együttes térfogata, ha több különböző módon rakod őket egymásra?

2. Rakjál ki a színesrúd készlet 12 fehér kis kockájából különböző téglatesteket.

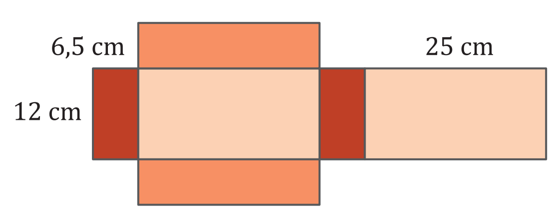
a) Mekkorák lettek az egyes téglatestek élei?
b) Hányféle téglatestet lehet kirakni?
c) Hány egység lett a térfogatuk?
d) Hány egység lett a felszínük?
e) Ha egy térfogategység az 1 cm élű kocka, akkor mekkora a térfogatuk?
f) Ha egy térfogategység a 2 cm élű kocka lenne, akkor mekkora lenne a 12 kocka térfogata?

3. Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha egy csúcsba futó éleinek hossza
a) 19 cm, 12 cm, 38 cm; *b)* 30 mm, 16 mm, 28 mm;
c) 6 m, 32 dm, 750 mm; *d)* 700 cm, 60 dm, 16 m!

4. Határozd meg a téglatest egy csúcsba futó harmadik élének hosszát, ha a másik két éle
a) 5 cm és 8 cm, térfogata pedig 320 cm^3; *b)* 8 cm és 75 mm, térfogata pedig 360 cm^3;
c) 7 m és 13 dm, térfogata pedig 1092 dm^3; *d)* 80 cm és 1,2 m, térfogata pedig 2400 dm^3!

5. Állapítsd meg a kocka térfogatát, ha egy élének hossza
a) 12 dm; *b)* 34 cm; *c)* 220 mm; *d)* 13 m!

6. Egy téglatest kiterített hálóján megadtunk néhány adatot. Számítsd ki a felszínét és a térfogatát! Nézz utána, hogy van-e olyan tégla, amelyiknek ezek a méretei!



8. TÉGLATEST, KOCKA TÉRFOGATA

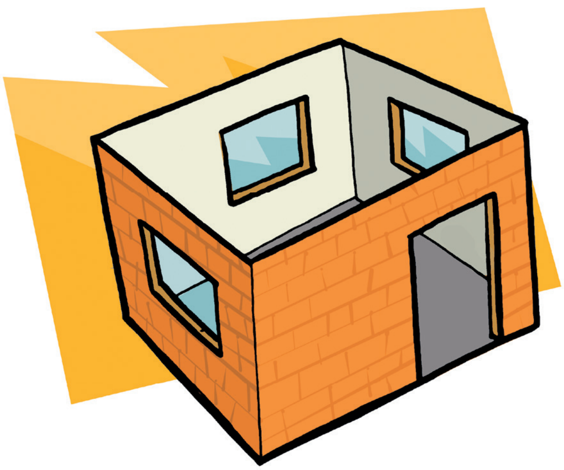
7. Mekkora a kocka élhossza? Próbálj ki néhány számot!

a) $V = 125\ \mathrm{mm}^3$ *b)* $V = 64\ \mathrm{cm}^3$ *c)* $V = 1000\ \mathrm{dm}^3$ *d)* $V = 1331\ \mathrm{m}^3$

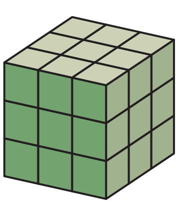
8. Egy kocka alakú láda tetejét pontosan letakarja egy $81\ \mathrm{dm}^2$ nagyságú terítő. Mekkora a láda térfogata?

9. Egy desszertes doboz a $308\ \mathrm{cm}^2$ területű lapjával érintkezik az asztallal. Az ezzel párhuzamos lap 3 cm-re van az asztallaptól. Mekkora a doboz térfogata?

10. Egy téglatest alakú szobában $105\ \mathrm{m}^3$ levegő fér el. Határozd meg a terem adatait, ha az élek méterben mérve egész számok!



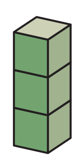
11. Dobozos narancslét vásároltunk. A doboz két élének a hossza: 8 cm és 8 cm. Milyen magasan áll a dobozban a narancslé, ha a felirat szerint 1 liter van benne, és az ital nem éri el a keskenyedő felső részt?



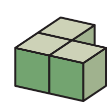
12. Három kis kockát kétféleképpen lehet egymáshoz ragasztani. Vagy egy oszlopot alkotnak, nevezzük ezt I-nek, vagy egy L alakot. A testeket akárhogy forgathatod, de a ragasztást nem lehet szétszedni.

a) Ki lehet-e rakni egy 3×3×3-as kockát csupa I alakzatból?

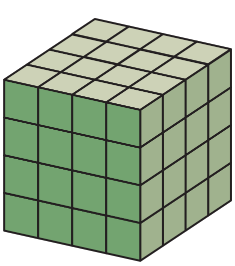
b) Ki lehet-e rakni egy 3×3×3-as kockát csupa L alakzatból?



I alakzat



L alakzat



13. Ragassz össze gondolatban négy kis kockát úgy, hogy a kapott test példányaival ki lehessen rakni egy 4×4×4-es kockát! Ha nehéz elképzelned, használd a színesrúd készlet elemeit. Megtaláltad az összes lehetséges megoldást?

1. példa

Egy 4 méter széles, 5 méter hosszú és 2,7 méter magas szobát szeretnénk kifestetni és parkettáztatni. A parkettát 2,15 m^2-es csomagokban árusítják. A festékek közül a falakra a „gyömbércseppek”, a plafonra a „ragyogó gyöngyházszínt” választottuk. A festékek 5 literes és 2,5 literes dobozokban vásárolhatóak meg. A használati utasítás szerint érdemes a felületeket kétszer átkenni a falfestékkel, és 1 liter festék 14 m^2 egyszeri festésére elegendő. Hány csomag parkettát és hány doboz festéket kell vásárolnunk? (Az ajtó és az ablak nagyságával nem kell foglalkoznunk!)

Megoldás

A szoba alapterülete: $4 \cdot 5 = 20$ (m^2).
Mivel egy csomag parketta 2,15 m^2, ezért 10 csomag 21,5 m^2.
Vagyis 10 csomag parkettát kell vennünk (a 9 csomag kevés).

A szoba alapterületével egyenlő a plafon területe. A ragyogó gyöngyházfestékkel a használati utasítás szerint $2 \cdot 20$, azaz 40 m^2 felületet kell befestenünk a plafonon.

Mivel 1 liter festék 14 m^2-re elegendő, ezért a 2,5 literes $14 \cdot 2{,}5 = 35$ m^2-re, az 5 literes pedig $14 \cdot 5 = 70$ m^2-re elegendő.
A 40 m^2-re meg kell vennünk az 5 literest ebből a festékből.

A függőleges falakat a gyömbércseppek színnel fogjuk festeni. A szemközti falak egybevágóak, ezért a festendő felület:

$A = 2 \cdot (4 \cdot 2{,}7 + 5 \cdot 2{,}7) = 2 \cdot 9 \cdot 2{,}7 = 18 \cdot 2{,}7 = 48{,}6$ (m^2).

Mivel ezt is kétszer kell festeni, ezért ez 97,2 m^2 festendő felületet jelent. Erre nem elég az 5 literes doboz. Tehát egy 5 literes és egy 2,5 literes festéket kell ebből a színből vásárolnunk.

2. példa

Építkezésnél nagyon fontos, hogy a szobákba megfelelő fűtőtestet szereljenek fel. Minden helyiségnek megvan a megfelelő hőigénye. Nem érdemes a kelleténél nagyobb teljesítményű fűtőtestet vásárolni, hiszen azok drágábbak, és több helyet foglalnak. A szakemberek szerint olyan fűtőtestet érdemes venni, amelynek a teljesítménye (wattban mérve) a legközelebb van ahhoz a számhoz, ami a helyiség köbméterben megadott térfogatának 40-szerese. Egy 3 méter széles, 4 méter hosszú, 2,7 méter magas szobába az 1000 wattos vagy a 1300 wattos teljesítményű fűtőtestet vegyük meg?

Megoldás

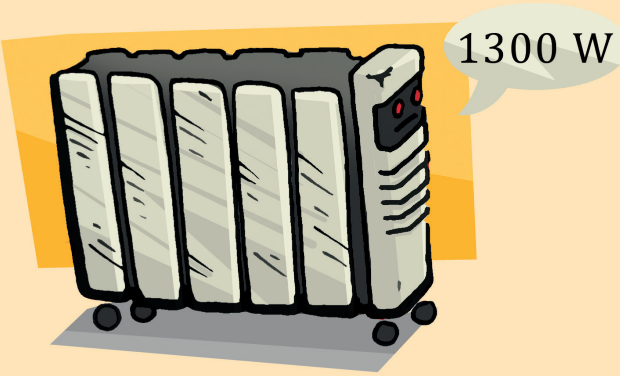
A 3 méter széles, 4 méter hosszú szoba alapterülete 12 m^2.
Ezt megszorozzuk a szoba magasságával, ekkor megkapjuk a szoba térfogatát:

$V = 12 \cdot 2{,}7 = 32{,}4\ (m^3)$.

A szakemberek tanácsa szerint ennek a számnak a 40-szeresét kell vennünk:

$32{,}4 \cdot 40 = 1296$.

Ehhez a számhoz az 1300 van közelebb, ezért az 1300 wattos fűtőtestet javasolt megvásárolni.



Feladatok

1. Daniék vásároltak egy 20 méter széles és 25 méter hosszú hétvégi telket. Szeretnék körbekeríteni. A kerítésoszlopokat ötméterenként kell elhelyezni. Hány darab oszlopra lesz szükségük?

2. Az előző feladatban szereplő telekre elhelyeznek egy 64 m^2-es faházat. Mekkora rész marad beépítetlenül?

3. Öt darab dobókockából egy négyzetes oszlopot építünk. Hány darab pötty lehet minimum és maximum a felületén?

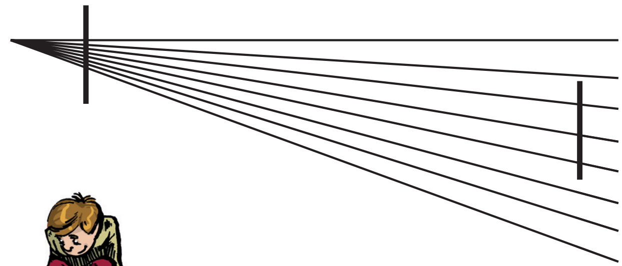
4. Egy medence szélessége 12 méter, a hossza 50 méter, a víz mélysége mindenütt 2 méter. Hány hektoliter vízzel töltötték meg?

5. A kedvenc könyvedet olvasás előtt szeretnéd papírba kötni. A könyv 2 cm vastag, a borítója pedig 16 cm-szer 23 cm-es, és a kinyitott könyv mellett minden irányban 4-4 cm kell még a csomagoláshoz. Mekkora papírra van szükséged?

6. Egy mélygarázs építésénél egy 40 méter széles és 60 méter hosszú területről 15 méter mélyen elszállították a földet. A szállítást olyan teherautókkal végezték, amelyekre 6 m^3 földet lehetett rakni. Hány fordulóval tudták elszállítani ezt a mennyiséget?

Csoportmunka

Szerintetek a két függőleges szakasz közül melyik a hosszabb? Beszéljétek meg a padtársatokkal, és becsüljétek meg az eltérést milliméterben! Ezután mérjétek meg! Mennyit tévedtetek?



Ennek a fejezetnek a témája visszanyúlik a geometria szó eredeti jelentéséhez, a földméréshez (*geo* = föld, *metria*= mérés). Átismételtük a hosszmérést, majd bevezettük alakzatok kerületét és területét. Megállapítottuk, hogy a kerület a határoló oldalak hosszának összege.
Két különleges négyszög, a négyzet és a téglalap kerületével és területével foglalkoztunk.
Mivel a téglalap szemközti oldalai egyenlő hosszúak, ezért **a téglalap kerülete az egy csúcsból induló két oldalhossz összegének a duplája**.
Négyzet esetén még egyszerűbb dolgunk van, hiszen a négyzetnek minden oldala azonos hosszúságú. **A négyzet kerülete egy oldal hosszának a négyszerese.**

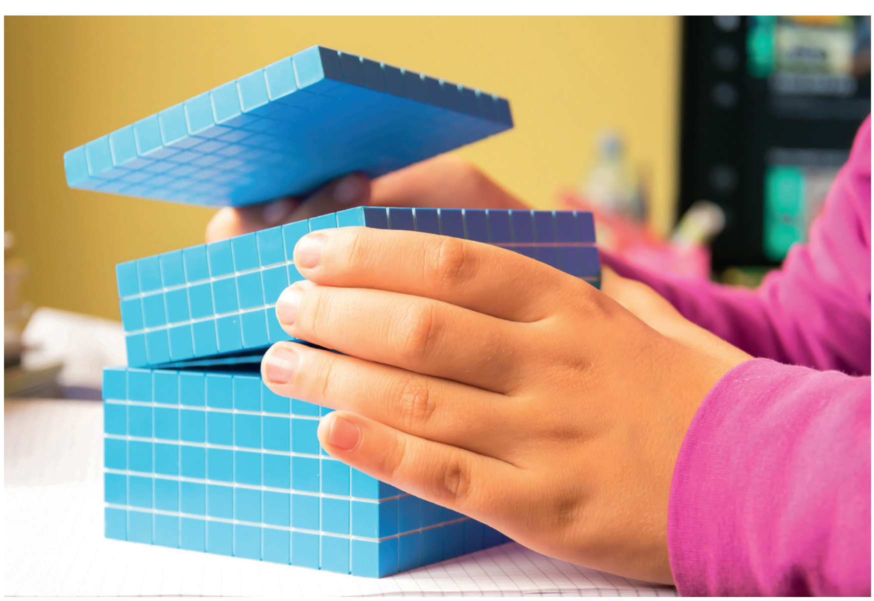
A téglalap és a négyzet területének kiszámításához is az oldalaik hosszát használtuk.

A téglalap területe az egy csúcsból induló oldalak hosszának szorzata.

A négyzet területét megkapjuk, ha oldalának hosszát önmagával megszorozzuk.

A térbe kilépve megismerkedtünk a téglatest és a kocka felszínének és térfogatának kiszámításával.

A téglatest és a kocka felszíne a lapjaik területének összege, térfogata pedig az egy csúcsból induló élek hosszának szorzata.



10. ÖSSZEFOGLALÁS

Feladatok

1. Bendegúz „vágja a centit", azaz annyira várja a nyári vakációt, hogy minden nap reggelén levág a mérőszalagjából egy 1 centiméteres darabot. Úgy kezdte a vágást, hogy pont az utolsó tanítási napra fogyjon el a szalag.
Milyen hosszú volt a szalag, ha már 4 hete és 6 napja vágja a centiket, és még 3 hét és 2 nap van hátra?

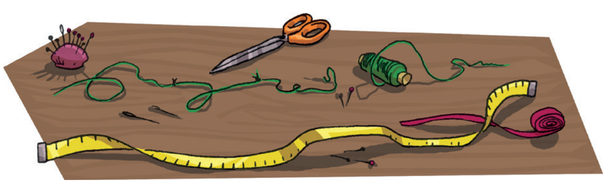
2. A néptáncegyüttes szabója pántlikának való szalagot vesz a lányok hajába. A 20 lány közül 14 egy copfba, 6 pedig két copfba fonja a haját. Egy copfba 120 cm hosszú szalag kell. A boltban csak méterre kerekítve lehet vásárolni. Mennyi szalagot vegyen a szabó?

3. Add meg ezeknek a mennyiségeknek a tízszeresét egy másik mértékegységgel!
a) 1 mm *b)* 1 cm *c)* 1 dm *d)* 100 m

4. Írd le növekedő sorrendben a megadott mennyiségeket! Használj egy közös mértékegységet!
1200 mm; 0,2 m; 32 cm; 0,25 km; 3 dm; 20 mm

5. Írd le egy kisebb egész számmal és annak megfelelő mértékegységgel a következő mennyiségeket! Amelyiket lehet, azt add meg többféleképpen is!
a) 2800 cm *b)* 25 020 mm *c)* 20 000 cm *d)* 2800 dm

6. A következő mennyiségek összegét pótold 3 km-re!
a) 1400 m, 120 cm, 11 dm *b)* 22 000 mm, 2020 m, 300 cm
c) 2,1 km, 880 cm, 9900 mm *d)* 150 000 cm, 1600 dm, 170 000 mm



7. A varródobozban lévő mérőszalag hossza 150 cm. Összekötöttünk három zsinórt, a hosszuk 59 cm, 630 mm és 3 dm. Megmérhető-e a mérőszalaggal az így kapott zsinór hossza egyszeri hozzáérintéssel?

8. A mérföld a hosszúságegységek egyik nagy csoportja, amelynek számos fajtáját még ma is használjuk, bár nem tartoznak a nemzetközileg elfogadott szabványhoz. A magyar mérföld 8353,6 méterrel, az angol mérföld 1609,3 méterrel, a tengeri mérföld 1852 méterrel egyenlő.
Add meg kilométerre kerekítve a következő hosszúságokat!
a) 10 magyar mérföld *b)* 5 tengeri mérföld *c)* 4 angol mérföld

9. Ha egy magyar mesében szereplő hős felveszi a „hétmérföldes" csizmáját, amelyben minden lépése hét mérföld hosszúságú lesz, akkor körülbelül hány lépéssel jut el Sopronból Miskolcra? (Miskolc és Sopron távolsága légvonalban 327 km.) Használd az előző feladat szövegét!

10. Az egyik boltban párosával mintás cipőfűzőket lehet vásárolni. A cipőfűzők hossza 80, 100, 110, 120, 160 és 200 cm. Kétszeri vásárlás után van 4 darab cipőfűződ. A következő mennyiségek közül melyik lehet ezek hosszúságának összege?
a) 3600 mm *b)* 760 cm *c)* 56 dm *d)* 5 m
e) 32 dm *f)* 6 m *g)* 70 dm *h)* 460 cm

11. Jani szeretné a 82 cm-es képátmérőjű televízióját a falra szerelni. Ehhez egy fali konzolt kell vásárolnia. Az üzletben található konzolokra colban írták rá, hogy milyen méretű televíziókhoz valók. Megvegye-e Jani a „max. 35 colos képátmérőjű televízióhoz” feliratú konzolt? Nyomozz, érdeklődj! Hány centiméter az 1 col?

12. Orosz regényírók műveiben találkozhatsz a verszta mértékegységgel: 1 verszta = 1066,78 m. Ha egy ilyen regényben azt olvasod, hogy a trojka 15 versztát tett meg a tajgában, akkor hány kilométert haladt?

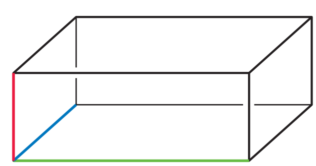
13. Ha bemegyünk egy barkácsboltba, mert a kerti csaphoz locsolótömlőt szeretnénk vásárolni, akkor meg fogják kérdezni tőlünk, hogy hány colos csaphoz szeretnénk csatlakoztatni. Az ácsok, asztalosok, víz-, gáz-, fűtésszerelők is használják ezt a mértékegységet. A col másik elnevezése az inch, és ezek egyenlők a hüvelyk elnevezésű egységgel is. Írd le a következő mondatokat úgy, hogy milliméter szerepeljen bennük!

a) A kerítést 1 colos vastagságú deszkákból készítették.
b) Eladó egy 22 inch képátmérőjű monitor.
c) A mesebeli Hüvelyk Matyi magassága 7 hüvelyk.

14. Egy teherautónak Debrecenből Sopronba kell eljutnia közúton. A Debrecenben felrakott szállítmány egy részét Miskolcra, a másik részét Szegedre kell vinnie, de mindegy, hogy milyen sorrendben. Ezután Kecskemétről Sopronba kell fuvaroznia egy újabb rakományt. A városok közötti legrövidebb közúti távolságok a következők:
Debrecen–Kecskemét 182 km, Debrecen–Miskolc 98 km, Debrecen–Szeged 212 km,
Miskolc–Szeged 257 km, Miskolc–Kecskemét 185 km, Szeged–Kecskemét 86 km,
Kecskemét–Sopron 287 km.

a) Milyen lehetséges útvonalakat tudsz elképzelni?
b) Mekkora az eltérés a legrövidebb és a leghosszabb útvonal között?

15. Ha a téglatest éleinek hosszát összeadjuk és eredményül 160 cm-t kapunk, akkor mennyi az egy csúcsba befutó három él hosszának az összege?



16. Hány centiméter hosszú egy oldala a 2020 cm kerületű négyzetnek?

17. Mekkora a négyzet kerülete, ha oldalának hossza
a) 24 cm; *b)* 23,5 dm; *c)* 12 m; *d)* 41 mm?

18. Mekkora a téglalap kerülete, ha két oldalának hossza
a) 19 cm és 31 cm; *b)* 23,5 mm és 36,5 mm;
c) 46 dm és 102 dm; *d)* 27 m és 306 m?

19. *a)* Ha egy 120 hektáros téglalap alakú szántóföld egyik oldalának hossza 1,5 km, akkor a másik oldala milyen hosszú?
b) Ha egy 480 méter kerületű téglalap alakú kert egyik oldala 76 méter, akkor milyen hosszú a másik oldala?
c) Mekkora a 100 hektáros négyzet alakú legelő oldalának hossza?
d) Mekkora a 244 méter kerületű négyzet alakú park oldalának hossza?

20. Írd le a füzetedbe a hiányzó mértékegységeket!
a) $23\ cm^2 = 2300$ … *b)* $250\ mm^2 = 2{,}5$ … *c)* $400\ cm^2 = 4$ … *d)* $30\,000\ cm^2 = 3$ …

21. Mekkora a négyzet területe, ha oldalának hossza
a) 57 cm; *b)* 46 dm; *c)* 150 m; *d)* 600 mm?

22. Mekkora a téglalap területe, ha két oldalának hossza
a) 25 cm és 35 cm; *b)* 20 mm és 350 mm; c) 38 dm és 120 dm; *d)* 12 m és 360 m?

23. Mekkora a kocka felszíne és térfogata, ha élének hossza
a) 11 mm; *b)* 48 cm; *c)* 15 dm; *d)* 60 m?

24. Mekkora a téglatest felszíne és térfogata, ha éleinek hossza
a) 15 cm, 36 cm és 65 cm; *b)* 20 m, 35 m és 77 m?

25. Egy 14 méter széles és 33 méter hosszú medencében 250 cm a vízmélység. Hány hektoliter víz van a medencében?

26. A vízóráról leolvasható szám m^3-ben mutatja az elfogyasztott víz mennyiségét. A vízóra felszereléskor 0-ról indult és most 267-es számot mutat. Hány liter víz fogyott el?

27. Józsi megnézte hazánk csapadékviszonyait bemutató térképét. Megállapította, hogy lakóhelyén átlagosan 600 mm csapadék hullik évente. Hány hektoliter csapadékot jelent ez éves viszonylatban a $300\ m^2$ területű kiskertjében?

28. A 8 cm élű kocka vagy a 7 cm, 8 cm, 9 cm élű téglatest térfogata a nagyobb?

TESZT! Az utolsó 5 feladat tesztkérdés, a válaszok közül csak egy helyes! Melyik az?

29. Egy ház homlokzatára reklámszöveget festettek. A szövegben szerepel egy 120 cm magas és 80 cm széles nyomtatott nagy L betű. A betű mindkét szára egy-egy 22 cm széles téglalapból áll. Mekkora felületet foglal el ez a betű a falon?
A) $39{,}16\ dm^2$ *B)* $44\ dm^2$ *C)* $4884\ cm^2$

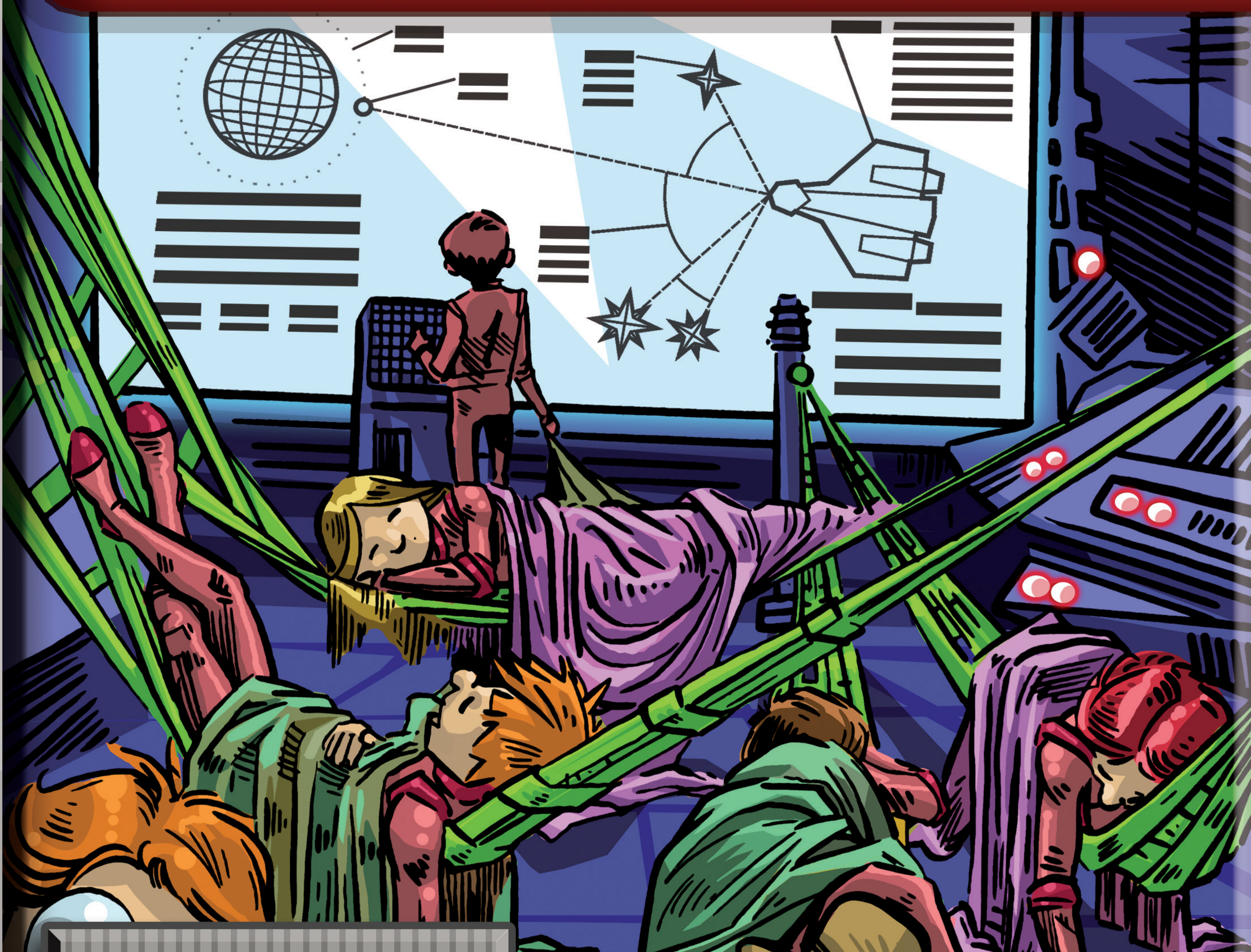
30. Egy 18 cm × 28 cm-es könyvben az utolsó oldalra a 220-as oldalszám kerülne. Hány m^2-es szobát lehetne lefedni a könyv lapjaival?
A) 55 440 *B)* 5,544 *C)* 11,088

31. Egy gyufaszál 4 cm magas négyzetes oszlopnak tekinthető. Az oldallapjai 2 mm szélesek. Egy dobozban a felirat szerint 43 gyufaszál található. Mekkora a térfogata a dobozban található gyufaszálaknak?
A) $6{,}88\ mm^3$ *B)* $6880\ cm^3$ *C)* közel $7\ cm^3$

32. Kartonpapírból elkészítettük egy felülről nyitott, téglatest alakú doboz hálózatát. A téglatest éleinek hossza 2 cm, 3 cm és 6 cm. Mennyi nem lehet a hálózat területe?
A) $54\ cm^2$ *B)* $66\ cm^2$ *C)* $72\ cm^2$

33. Egy kocka éleinek hossza egész centiméter. A felszíne lehet
A) $75\ cm^2$ *B)* $128\ cm^2$ *C)* $150\ cm^2$

V. Helymeghatározás, sorozatok



– Hol vagyunk? – dörzsölgette a szemét álmosan Zsombi, mert kicsit hosszúra nyúlt az előző esti csapatjáték.
– Nem tudom, kérdezd le a wikikompon! – mormogta fogai között Okoska, aki szintén csak félig nyitotta ki a szemét.
Zsombi álmosan kecmergett ki az ágynak nevezett alvóhevederekből, és rátenyerelt a kezelőpanelre.
– Hol vagyunk? – ismételte meg a kérdést, de most már a wikikomp érzékelőjéhez.
– Az űrben. De a kérdésből arra következtetek – hangzott a számítógép kimért válasza –, hogy azt szeretnéd tudni, milyen messze vagyunk a Földtől. T-71:12:40, azaz 71 óra 12 perc és 40 másodperc van hátra a landolásig.
– Ajaj! 71 óra… Már csak három nap – mormogta, és az esti kakaó által rajzolt szomorkás bajusz hűen tükrözte a gondolatait. – Honnan tudod ilyen pontosan?
– Hasonló az eljárás, mint a földi navigációs rendszereknél, csak képzeld el nagyobb méretekben. A Gaia űrszonda sokmillió csillag pontos helyét mérte meg, ezeket az adatokat ismerem. A Föld és a Hold körül is keringenek olyan műholdak, amelyek pozíciója nagyon pontosan ismert. Ha tudjuk a távolságukat és az irányaik által bezárt szögeket, akkor ezekből az adatokból kiszámítható a mi helyünk a világűrben. Nekem már csak annyi a dolgom, hogy a hajtóművek segítségével az előre meghatározott pályán tartsam a hajót, ehhez mérések sorozatát hajtom végre, és...
– Három nap – suttogta Zsombi félálomban, miközben lekapcsolta a wikikompot és elindult a mosdó felé, hiszen aludni ráér majd otthon is.

1. A HELYMEGHATÁROZÁS SZEREPE KÖRNYEZETÜNKBEN

Csoportmunka

Játsszatok a tanteremben labirintusjátékot! Készítsetek a rendelkezésre álló eszközökből egy akadálypályát, amelyen egy bekötött szemű társatokat kell átjuttatni anélkül, hogy hozzáérnétek! Csak szöveggel utasíthatjátok!
Milyen szavak hangzottak el a leggyakrabban? Melyik utasítás volt a legjobban követhető?

A tájékozódásnak fontos szerepe van az életünkben. Ehhez jól meghatározott, egyezményes jelekre van szükségünk.

A Földön is fontos a helymeghatározás, ezt segíti a fokhálózat. A földgömbre egy vízszintes és függőleges körökből álló rácsot képzelünk, melynek segítségével azt adjuk meg, hogy az Egyenlítőtől hány fokkal vagyunk északra vagy délre, illetve Greenwichtől hány fokkal vagyunk keletre vagy nyugatra.

Ezeket az adatokat képes meghatározni és feldolgozni a járművekben is használt navigációs rendszer, a GPS.

1. példa

Ha valamilyen rendezvényre megyünk, legtöbbször előre meghatározott helyre kell leülnünk. Honnan tudja az alábbi mozijegy tulajdonosa, hogy melyik székre szól a jegye? Mi az, ami mindig szerepel egy belépőjegyen?

Megoldás

Leolvasható a jegyről, hogy melyik napra szól, hány órakor lesz az előadás, mennyibe került, mi az előadás címe.
A terem száma, a sor és a szék száma segíti a tájékozódásunkat. Így találjuk meg, hogy hová kell ülnünk.
Ez a jegy a 3. terem 8. sorának 11. székére szól.

2. példa

Mikkamakka levelet szeretne írni Szörnyeteg Lajosnak, ezért megnézte barátja névjegykártyáját.
A következő adatokat találta rajta: Szörnyeteg Lajos, Négyszögletű Kerek Erdő, Egyenes fasor 11., 1111
szornyeteg.lajos@kerek.com
Mit és hogyan kell ezekből az adatokból egy postai levélre ráírni?

Megoldás

Szörnyeteg Lajos
Négyszögletű Kerek Erdő
Egyenes fasor 11.
1111

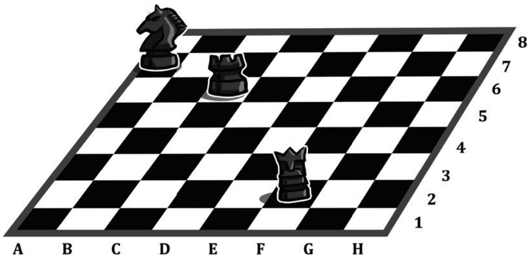
A borítékon szerepelnie kell a címzett nevének, ami most Szörnyeteg Lajos.
Rá kell írni a lakóhely megnevezését, ez most a Négyszögletű Kerek Erdő.
Valamint az utca, tér (vagy egyéb közterület) megnevezését és a házszámot: Egyenes fasor 11.
Végezetül az irányítószámot: 1111.
Csak a helyesen megcímzett borítékot tudja a posta eljuttatni a címzetthez.

Feladatok

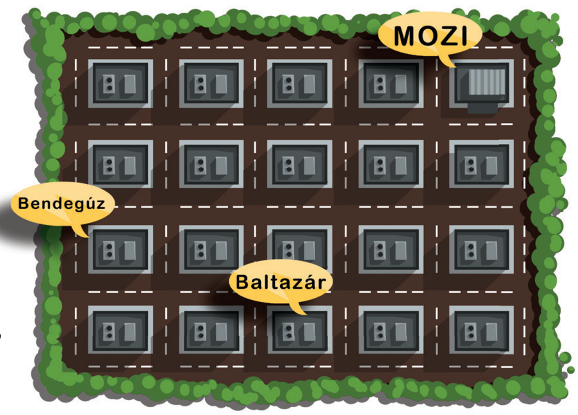
1. Az ábra egy játékbolt polcait mutatja.
Arra a kérdésre, hogy „Hol van a maci?”, sokféleképpen válaszolhatunk. Például:
– A cicától eggyel balra.
– A pingvintől hárommal balra és eggyel feljebb.
A kérdés akkor pontosabb, ha azt is megkérdezzük, hogy melyik állathoz képest érdekel bennünket a maci helye. Például:
– Hol van a maci az oroszlánhoz képest?
– Kettővel fölötte és kettővel balra.
Tegyetek fel ilyen kérdéseket az ábra alapján, majd válaszoljátok meg!

2. Valaki gondoljon egy tárgyra a teremből, a többiek pedig próbálják meg kitalálni a helyét olyan kérdésekkel, amelyekben az „alatt”, „fölött”, „jobbra”, „balra” szavak szerepelnek! Például: A táblától jobbra helyezkedik el? Szemmagasság alatt van?

3. A sakktáblán a bábuk helyének meghatározásához az oszlopokat A–H betűkkel, a sorokat 1–8 számokkal jelölik. A bástya a C6-os mezőn áll.
a) Olvasd le a többi bábu helyét!
b) Hol van a huszár a királyhoz képest?
c) Hol van a bástya a huszárhoz képest?



4. Bendegúz és Baltazár az ábrán jelölt házakban laknak. Megbeszélték, hogy találkoznak a mozi előtt. Írd le a térkép alapján, hogyan kell eljutniuk a mozihoz!



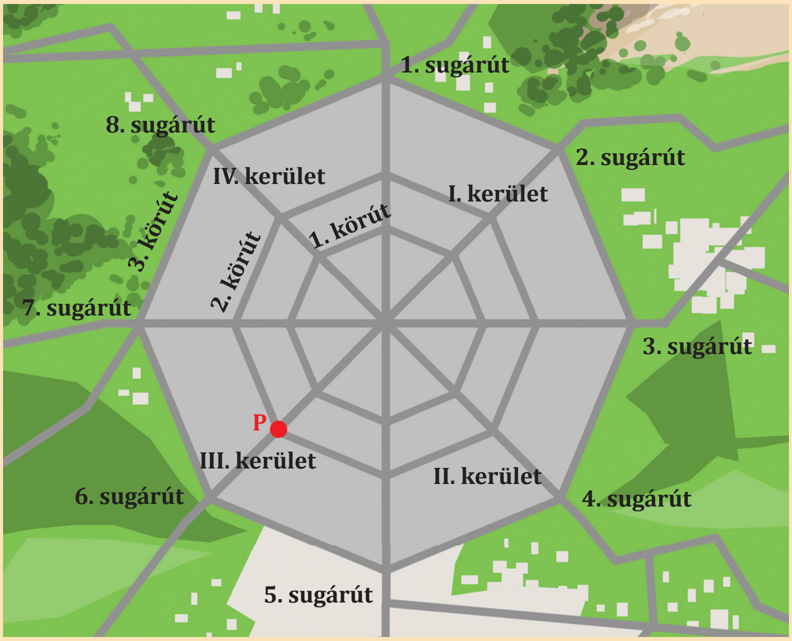
5. Egy tanteremben öt sorban és hat oszlopban ülnek a gyerekek. Az osztályfőnök úgy döntött, hogy a következő ülésrendnél kisorsolja a helyeket. A 15-ös szám kihúzása például azt jelenti, hogy a diáknak az 1. sor (balról) 5. helyére kell ülnie.
a) Csaba és Csongor szeretnének egymás közelében ülni. Csaba kihúzta a 43-as helyet. Sorold fel, mely szám sorsolásának örülne Csongor!
b) Hol ül Csabához képest Cili, aki 26-ost húzott?
c) Sorold fel, milyen számokat nem szeretne húzni Cinna, aki szemüveges, és nem lát jól a hátsó sorból!
d) Milyen cetlit húzhatott az, aki azt mondja: „Kitti és én ülünk az osztály közepén”?

2. HELYMEGHATÁROZÁS

A matematikában szeretjük leegyszerűsíteni a dolgokat, így van ez a tájékozódással is. A következőkben olyan példákat látunk, ahol matematikai módszerekkel és számolásokkal végzünk helymeghatározásokat.

1. példa

Megterveztünk egy új városrészt, Póktelep a neve. Az utcanevek az egyszerűség kedvéért csak sorszámok. A központból északra haladó út az 1. sugárút. Sorban a többi sugárút is látható a térképen. A központtól haladva egyre nagyobb nyolcszögeket rajzolnak ki az utcák. Ezek neve sorban 1. körút, 2. körút, 3. körút. Póktelepet négy kerület alkotja. Az 1. és a 3. sugárút között van az I. kerület, a 3. és az 5. sugárút között van a II. kerület, az 5. és a 7. sugárút között van a III. kerület, a 7. és az 1. sugárút között van a IV. kerület. Az útkereszteződéseket egy számpárral adjuk meg, elsőként a sugárút, másodiknak a körút sorszámát mondjuk.



a) A *P*-vel jelölt hely a Pók pékség. Add meg a helyét röviden!
b) Milyen számpárral lehetne jellemezni a városrész közepét?
c) Mely útkereszteződések vannak a II. és a III. kerület határán?
d) Mely útkereszteződések esnek az I. kerület belsejébe?
e) Adjunk meg néhány útvonalat a kereszteződések említésével, amelyen a (2; 3) kereszteződésből eljuthatunk az (5; 2) kereszteződésbe!

Megoldás

a) A Pók pékség a 6. sugárút és a 2. körút kereszteződésében, a III. kerületben található. Ezt röviden így írjuk: (6; 2).
b) A bevezetett számozáshoz legjobban a (0; 0) számpár illene.
c) A II. és a III. kerület határán lévő kereszteződések: (5; 1), (5; 2), (5; 3).
d) Az I. kerület belsejében lévő kereszteződések: (2; 1), (2; 2), (2; 3).
e) Egy lehetséges útvonal: (3; 3), (4; 3), (5; 3).
Egy másik lehetséges útvonal: (3; 3), (3; 2), (4; 2).

2. példa

A folyókon folyamkilométerben adják meg, hogy milyen messze vagyunk a folyó torkolatától. Ezeket a jelzőtáblákat a part mentén, a vízről is jól láthatóan helyezik el. Egy tiszai evezős túra tervezésekor a világhálón a következő adatokat találtuk:

Település:	Tiszabecs	Szatmárcseke	Tivadar	Lónya	Tuzsér	Tokaj
Folyamkilométer:	744	720	705	651	617	544

a) A túra Tiszabecsnél kezdődne, és Tokajnál fejeződne be. Hány folyamkilométer a két település távolsága?
b) Melyik településhez leszünk legközelebb a túra felénél?

Megoldás

a) A 744-es és az 544-es tábla között 200 folyamkilométer a távolság.
b) A túra felének a hossza 100 folyamkilométer. Vagyis a 744 – 100 = 644 folyamkilométernél leszünk. A megadott táblázat szerint ehhez a Lónya nevű település van a legközelebb.

Feladatok

1. Az 1. példában láttunk két lehetséges útvonalat a (2; 3) kereszteződés és az (5; 2) kereszteződés között. Adjunk meg továbbiakat, ahol szintén csak három kereszteződésen haladunk át!

2. Nézd meg az 1. példa ábráját!
a) Add meg a 2. körút kereszteződéseit!
b) Add meg a 3. sugárút kereszteződéseit!
c) Fogalmazz meg egy észrevételt az előző két rész válaszait látva!

3. A lecke folyamkilométereket tartalmazó táblázata alapján válaszolj!
a) Mennyit haladtunk, ha Szatmárcsekétől eljutottunk Tuzsérig?
b) Melyik táv a nagyobb, és mennyivel: Tiszabecs–Tivadar vagy Tuzsér–Tokaj?

4. A Budapest–Miskolc távolságot 180 kilométernek vehetjük. Autóval utazva táblák tájékoztatnak a számunkra fontos adatokról. Az egyik táblán ezt látjuk: Mezőkövesd 68 km, Miskolc 125 km.
a) Hány kilométerre vagyunk Budapesttől?
b) Mekkora a távolság Mezőkövesd és Miskolc között?

3. A DERÉKSZÖGŰ KOORDINÁTA-RENDSZER

Egy korábbi játékban használt „jobbra”, „balra”, „előre”, „hátra” szavak alkalmazásánál a jó irányító mindig a bekötött szemű társának a szemszögéből írta le a helyzetet. Aki ügyesen használta ezeket az utasításokat, el tudta vezetni osztálytársát a megadott célponthoz.

A jobbra–balra utasításokkal mozoghatunk egy számegyenesen is. Az előre–hátra utasításokkal pedig egy másik irányt adunk meg. Ez a két irány merőleges egymásra.

Ez adja az ötletet, hogy két merőleges számegyenes segítségével tájékozódjunk. Az *O* metszéspontban legyen mindkét számegyenesnek a nulla pontja. Ez különleges pont, sokszor fogunk hivatkozni rá, ezért külön neve van, ez a pont az **origó**. Mindent ehhez fogunk viszonyítani.

A jobbra–balra irányt az iskolai táblára vízszintesen, az előre–hátra irányt függőlegesen szoktuk felrajzolni, ezért vízszintes tengelyről és függőleges tengelyről beszélünk.

Rövidebb elnevezéseik: *x* tengely, *y* tengely.

Az *x* tengelyen a növekedés irányát jobbra, az *y* tengelyen pedig fölfelé szokásos jelölni.

Ez a derékszögű koordináta-rendszer, más néven **Descartes-féle koordináta-rendszer** (kiejtve: Dékárt).

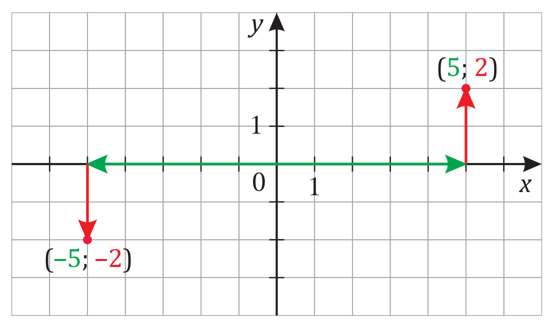
Most már a sík minden pontját megadhatjuk az origóhoz képest. Ehhez két számra van szükségünk! Az első jelzi, hogy mennyit menjünk vízszintesen, a második pedig azt, hogy mennyit függőlegesen.

KUTATÓMUNKA

Nézz utána! Ki volt Descartes?

Például: (5; 2).
Ennek a rendezett számpárnak a jelentése:
Az origóból lépj vízszintesen 5-öt jobbra, majd függőlegesen 2-t föl!

Például: (–5; –2).
Ennek a rendezett számpárnak a jelentése:
Az origóból lépj vízszintesen 5-öt balra, majd függőlegesen 2-t le!

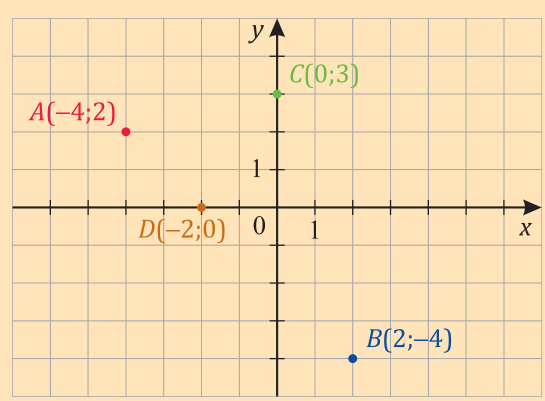


1. példa

Írjuk le a következő számpárok jelentését: (–4; 2), (2; –4), (0; 3), (–2; 0)!
Jelöljük be a megadott számpárokhoz tartozó *A*, *B*, *C* és *D* pontokat a koordináta-rendszerben!

Megoldás

(–4; 2) jelentése: Az origóból lépj vízszintesen 4-et balra, majd függőlegesen 2-t föl!
(2; –4) jelentése: Az origóból lépj vízszintesen 2-t jobbra, majd függőlegesen 4-et le!
(0; 3) jelentése: Az origóból vízszintesen ne lépj, csak függőlegesen 3-at föl!
(–2; 0) jelentése: Az origóból lépj vízszintesen 2-t balra, de függőlegesen ne lépj!

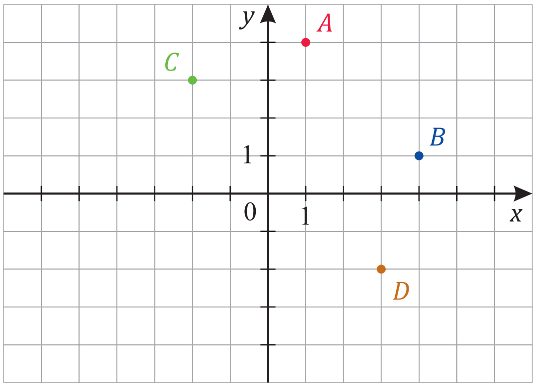


2. példa

A koordináta-rendszerben bejelöltünk néhány pontot. Adjuk meg ezeket számpárok segítségével!

Megoldás

A bejelölt pontokat így kell megadnunk:
$A(1; 4)$, $B(4; 1)$, $C(-2; 3)$, $D(3; -2)$.



Feladatok

1. Egy rendezett számpárról tudjuk, hogy az első tagja 4 többszöröse és egyjegyű pozitív szám, a második tagja pedig –3 vagy 5.
a) Írd le az összes ilyen számpárt! Pl. (8; –3).
b) Ábrázold a számpárok által meghatározott pontokat a koordináta-rendszerben!

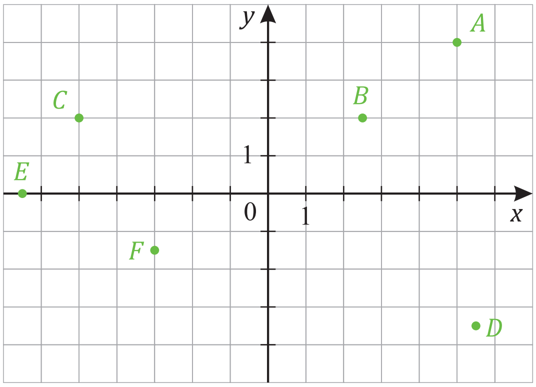
2. Írd le rendezett számpárral az alábbi pontok helyét! Az origóból indulj!
A pont: Menj jobbra 3-at, majd felfelé 6-ot!
B pont: Menj balra 3-at, majd felfelé 6-ot!
C pont: Menj jobbra 3-at, majd lefelé 6-ot!
D pont: Menj balra 3-at, majd lefelé 6-ot!

3. Készítsd el az összes lehetséges rendezett párt, ha az első helyre 1-et vagy 2-t, a második helyre pedig 3-at, 4-et vagy 5-öt írhatsz! Ábrázold a számpárok által meghatározott pontokat a koordináta-rendszerben!

4. Rácspontnak hívjuk azokat a pontokat, amelyeket két egész számból álló rendezett számpárral adunk meg. Ábrázold koordináta-rendszerben a következőkben meghatározott pontok közül a rácspontokat!

$\left(\frac{4}{3}; 5\right)$, $(-4; 2)$, $(-3; 10)$, $(1; 18)$, $\left(4; -\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{10}{11}; 5\right)$, $\left(\frac{4}{2}; 5\right)$, $(4; 0)$

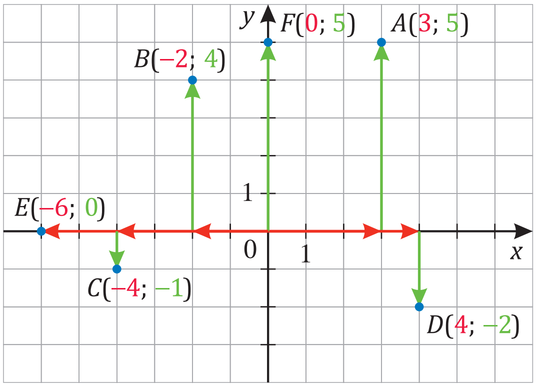
5. Sorold fel az ábrán látható pontok közül a rácspontok betűjelét! Add meg a hozzájuk tartozó számpárokat is!

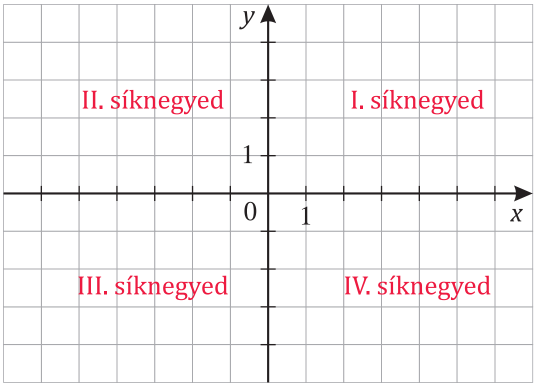


6. Tervezz a koordináta-rendszerben egy szép ábrát néhány pont segítségével! Add meg az ábra pontjaihoz tartozó számpárokat!

4. PONTOK ÁBRÁZOLÁSA

Az előző leckében megtanultuk, hogy miként lehet megadni egy pont helyét a koordináta-rendszerben. Láttuk, hogy minden ponthoz hozzárendelünk egy rendezett számpárt. Ennek első tagját **első jelzőszám**nak (első koordinátának, x koordinátának) nevezzük. A számpár második tagját **második jelzőszám**nak (második koordinátának, y koordinátának) nevezzük.
Azt is látjuk, hogy egy rendezett számpár pontosan egy pont helyét határozza meg, és egy ponthoz pontosan egy rendezett számpár tartozik.

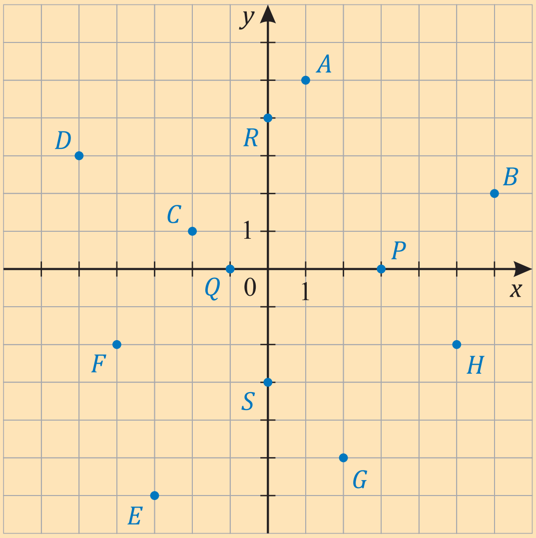




A két számegyenes a síkot négy részre osztja. Ezeket a síknegyedeket az ábrán látható módon sorszámozzuk.

1. példa

Berajzoltunk a koordináta-rendszerbe néhány pontot. Mi az ugyanabban a negyedben lévő, mi az x tengelyre és mi az y tengelyre illeszkedő pontok jelzőszámainak közös tulajdonsága?



Megoldás

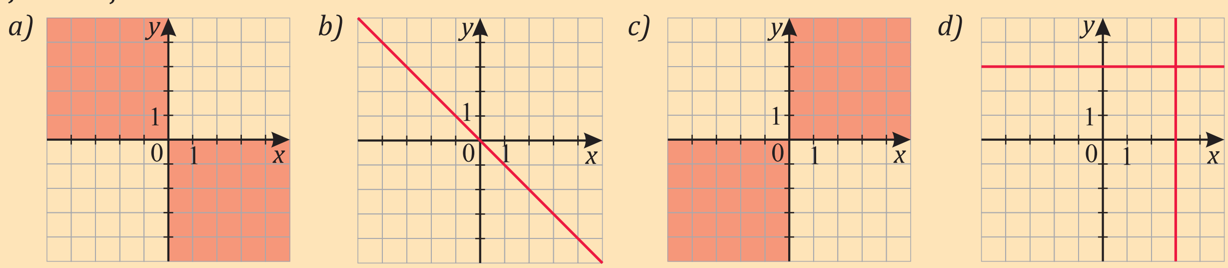
Az I. negyedben van: $A(1; 5)$, $B(6; 2)$; mindkét jelzőszám pozitív.
A II. negyedben van: $C(-2; 1)$, $D(-5; 3)$; az első jelzőszám negatív, a második pozitív.
A III. negyedben van: $E(-3; -6)$, $F(-4; -2)$; mindkét jelzőszám negatív.
A IV. negyedben van: $G(2; -5)$, $H(5; -2)$; az első jelzőszám pozitív, a második negatív.
Az x tengelyre illeszkedik: $P(3; 0)$, $Q(-1; 0)$; a második jelzőszám nulla.
Az y tengelyre illeszkedik: $R(0; 4)$, $S(0; -3)$; az első jelzőszám nulla.

2. példa

Panka és Janka a pontok ábrázolását gyakorolja. Panka mondott négy mondatot, Janka rajzolt négy ábrát. Párosítsuk a mondatokat a megfelelő ábrához!
Panka mondatai:
I. Legyenek pirosak azok a pontok a koordináta-rendszerben, amelyek két jelzőszámának szorzata pozitív!

II. Legyenek pirosak azok a pontok a koordináta-rendszerben, amelyek két jelzőszámának szorzata negatív!
III. Legyenek pirosak azok a pontok a koordináta-rendszerben, amelyek két jelzőszámának összege nulla!
IV. Legyenek pirosak azok a pontok a koordináta-rendszerben, amelyeknek legalább az egyik jelzőszáma 3!

Janka rajzai:



Megoldás

A helyes párosítás: I. mondat és a *c)* rajz; II. mondat és az *a)* rajz; III. mondat és a *b)* rajz; IV. mondat és a *d)* rajz.

Játék Tervezz rácspontok segítségével érdekes alakzatokat! Add meg a rácspontok koordinátáit padtársadnak, és rajzoltasd meg vele az ábrát!

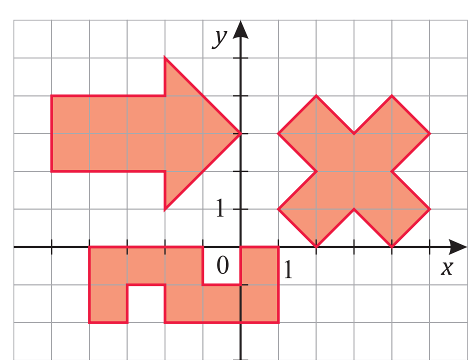
Feladatok

1. Ábrázold a derékszögű koordináta-rendszerben a következő pontokat:
$A(0; 10)$, $B(3; 6)$, $C(1; 6)$, $D(4; 2)$, $E(2; 2)$, $F(5; -2)$, $G(1; -2)$, $H(1; -4)$, $I(0; -4)$!
a) Kösd össze a pontokat ebben a sorrendben!
b) Az első koordinátáknak vedd az ellentettjét, a második koordinátákat hagyd változatlanul! Írd le az új pontok koordinátáit!
c) Ábrázold, majd kösd össze az új pontokat is! Milyen alakzatot kaptál? Színezd ki!

2. Ábrázold a következő pontokat! Mi a közös bennük? Hol helyezkednek el?
$P(4; 4)$, $Q(-5; -5)$, $R(0; 0)$, $S(2; 2)$, $T(6; 6)$, $V(-2; -2)$

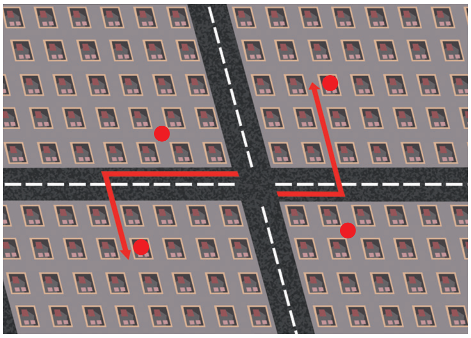
3. Ábrázold a következő pontokat! Mi a közös bennük? Hol helyezkednek el?
$V(2; 4)$, $W(6; 4)$, $X(4; 4)$, $Y(-5; 4)$, $Z(0; 4)$

4. Jegyezd le az ábrán látható alakzatokat koordináták segítségével!



5. Tervezz a koordináta-rendszerben téglalapot, négyzetet, háromszöget úgy, hogy minden csúcsuk rácspont legyen! Írd le a csúcsok koordinátáit!

5. TÁJÉKOZÓDÁS SÍKBAN, TÉRBEN (KIEGÉSZÍTŐ TANANYAG)



A térképvázlaton két főút metszi egymást, de nem merőlegesen. Ezekkel párhuzamosan további mellékutakat is látunk. Bejelöltünk néhány pontot az ábrán. Hogyan lehetne ezeknek a pontoknak megadni a helyét? A két főút meghatározó szerepet játszik a térképen. Nem érdemes két merőleges tengelyt berajzolnunk, egyszerűbb, ha a két főúthoz viszonyítjuk a megadott pontok helyét. A derékszögű koordináta-rendszereknél tanultakhoz hasonlóan adhatunk két jelzőszámot a bejelölt pontoknak. Van, amikor célszerűbb ilyen ferdeszögű koordináta-rendszert használnunk.

1. példa

A két főút kereszteződésében ketten beszélgetnek.
– A múzeumot keresem. Hogyan juthatnék el oda?
– Induljon el erre! Majd a második kereszteződés után forduljon be arra, azon a mellékutcán! A harmadik kereszteződésnél van a múzeum.
– Szeretném a környéken lévő műemlék templomot is megkeresni.
– Akkor viszont errefelé kell elindulnia. A negyedik kereszteződésnél ezen az utcán elsétál a második utcáig. Ott lesz a templom.
Az ilyen beszélgetésekhez hozzátartozik a mutogatás is. A térképen látjuk a beszélgetéshez tartozó útvonalakat.
Adjuk meg a múzeum és a templom helyét a ferdeszögű koordináta-rendszer használatával!

Megoldás

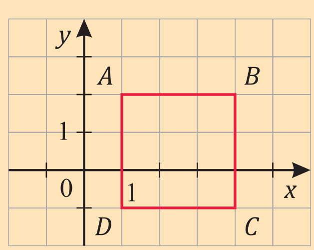
A két főút kereszteződését vesszük origónak. Ehhez képest a múzeumig jobbra 2, és fölfelé 3 útkereszteződést kell haladni. Ezt röviden így írhatjuk: $M(2; 3)$.
Az origóhoz képest a templom balra 4, és lefelé 2 útkereszteződésre található.
Ezt röviden így írhatjuk: $T(-4; -2)$.

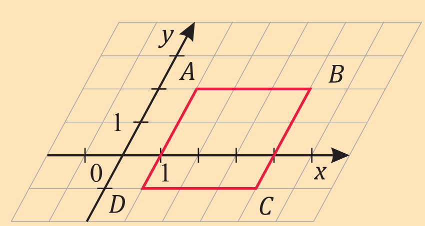
2. példa

Rajzoljuk le az $A(1; 2)$, $B(4; 2)$, $C(4; -1)$, $D(1; -1)$ pontokkal megadott négyszöget derékszögű és ferdeszögű koordináta-rendszerben! Figyeld meg, hogyan változott a négyszög alakja!

Megoldás

Így néz ki a két ábra:
A derékszögű koordináta-rendszerben egy *ABCD* négyzetet látunk.
A ferdeszögű koordináta-rendszerben a kapott négyszög biztosan nem négyzet, hiszen a szomszédos oldalak nem merőlegesek egymásra.

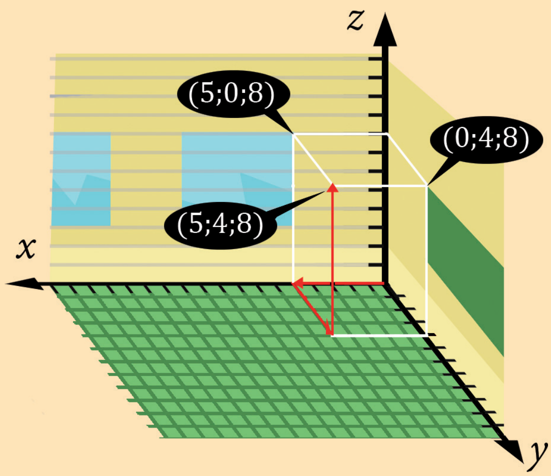




A sík pontjainak helyét meg tudjuk adni koordinátákkal. Felmerül a kérdés, hogy a térben is működik-e ez a módszer?
A válasz: igen!
A tér pontjainak helyét a térbeli koordináta-rendszerben tudjuk megadni.
A harmadik tengely, a z tengely bevezetésével ki tudunk lépni a síkból, így minden pont egy harmadik jelzőszámot (harmadik koordinátát, z koordinátát) is kap.

3. példa

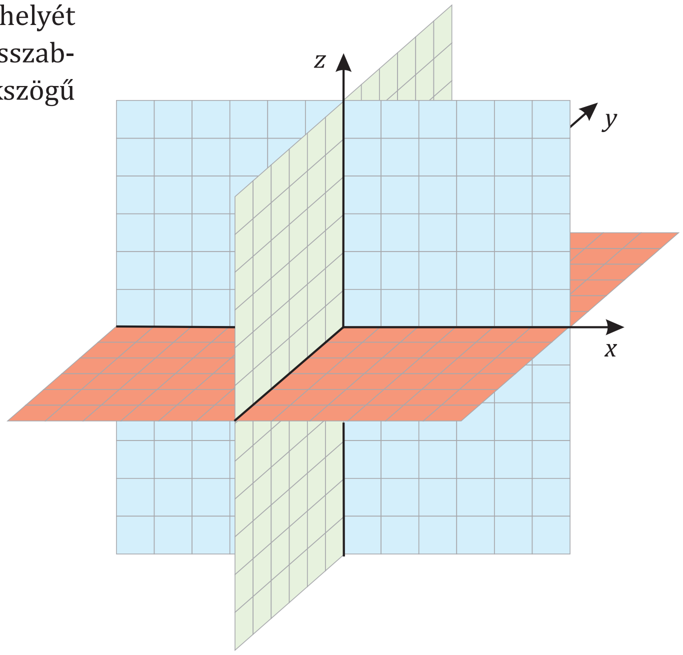
Egy tanteremről készített vázlatrajzot látunk az ábrán. A falak és a padló metszéspontjait x, y, z tengelynek ábrázoltuk. A tábla bal fölső sarkának (4; 8) lenne a koordinátája, ha csak ezt a falat néznénk. A tanteremben elfoglalt helye alapján azonban azt mondjuk, hogy (0; 4; 8). Az ablak jobb felső sarka ennek megfelelően: (5; 0; 8).
A tanteremben bejelöltük egy légy pillanatnyi helyét is. Hogyan lehetne három koordinátával megadni a helyzetét?



Megoldás

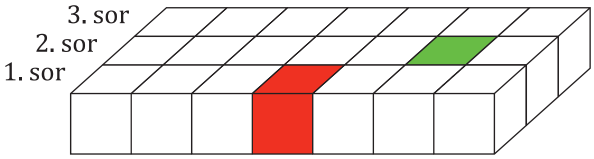
A nyilak mutatják, hogy az origóból hogyan lehet eljutni a légyhez az x, y és z tengelyekkel párhuzamosan.
Ezek szerint a légy helyének koordinátái: $L(5; 4; 8)$.

Az előző példában a tanterem falain túli pontok helyét is meg tudnánk határozni, ha a tengelyek meghosszabbításait is elképzelnénk. Így kapjuk a térbeli derékszögű koordináta-rendszert.
Ez a koordináta-rendszer a teret 8 részre osztja.



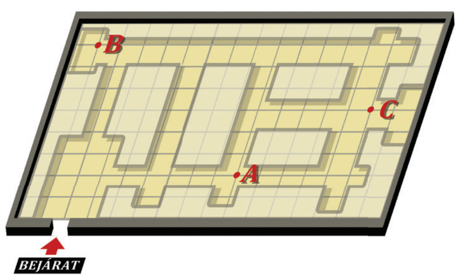
Feladatok

1. Ákos nagyon szereti a szép ásványokat, már van is egy kisebb gyűjteménye. Ezeket kis dobozokban tárolja. A dobozok három sorban helyezkednek el, és minden sorban 7 doboz található. A könnyebb tájékozódás érdekében az ásványokat úgy koordinátázta, hogy mindegyik kapott két számot. Az első megadja, hogy hányadik sorban, a második pedig megadja, hogy abban a sorban hányadik dobozban van. Vázlatosan rajzold le a füzetedbe a dobozokat!

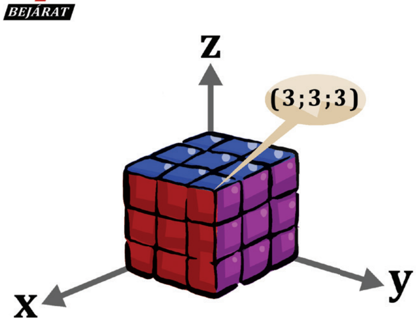


a) A piros dobozban pirit található. Add meg a pirit koordinátáit!
b) A zöld dobozban kalcit van. Add meg a kalcit koordinátáit!
c) A kalkopiritről csak azt tudjuk, hogy mindkét koordinátája páros szám. Maximum hány dobozt kell megnéznünk, hogy biztosan megtaláljuk? Vázlatosan rajzold le a füzetedbe a dobozokat, és jelöld kékkel a megfelelőket!
d) A galenit két koordinátája egyenlő. Vázlatosan rajzold le a füzetedbe a dobozokat, és jelöld barnával a megfelelőket!

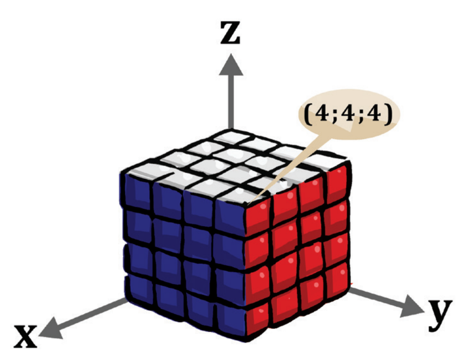
2. Az ábra egy áruház vázlatrajzát mutatja. A bejárattól Anitának az *A*, Botondnak a *B*, Cilinek a *C* pontba kellene eljutnia. Tekintsd a bejáratot origónak!
a) Add meg a célpontokat koordináták segítségével!
b) Dömötörnek a *D*(0; 3) pontba kellene eljutni. Hol van ez a pont? Hogyan irányítanád őt a bejárattól?



3. Képzelj el egy 27 kis „kockából” álló Rubik-kockát a térbeli koordináta-rendszerben! Az origótól legtávolabbi csúcs legyen a (3; 3; 3) koordinátákkal adva.
a) Add meg a kocka csúcsainak koordinátáit!
b) Milyen háromszög véleményed szerint az (1; 1; 0), (1; 0; 1) és (0; 1; 1) koordinátákkal megadott háromszög? Állításodat próbáld indoklással alátámasztani!



4. Képzelj el egy 64 kis „kockából” álló Rubik-kockát a térbeli koordináta-rendszerben! Az origótól legtávolabbi csúcs legyen a (4; 4; 4) koordinátákkal adva.
a) Add meg a kocka lapközéppontjainak koordinátáit!
b) Add meg a kocka középpontjának koordinátáit!



Soroljatok fel olyan mondókákat, amelyekkel a fogócskázásnál kiszámolhatjátok, hogy ki legyen a fogó!
Olvassátok fel az alábbi mondókát, majd közösen tapsoljátok el a ritmusát!
A gyors és lassú részek váltakozása adja ennek a mondókának a ritmusát.

Mese, mese mátka
Pillangós madárka.
Ingó-bingó rózsa,
te vagy a fogócska!

1. példa

Írjuk le a füzetbe a következő mondóka ritmusképletét!

Antanténusz, szórakaténusz
Szóraka-tiki-taka
Alam-balam bimm bamm busz.

Megoldás

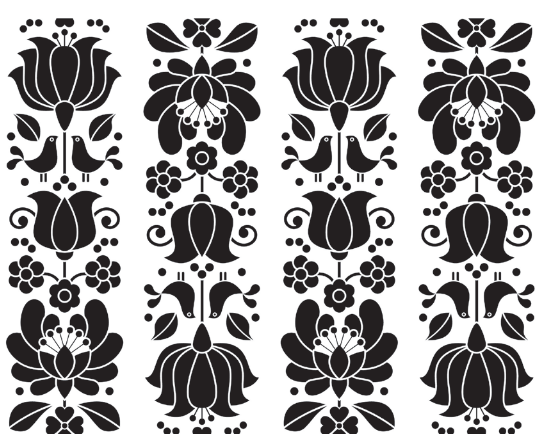
tá-tá-tá-tá tá-ti-ti-tá-tá
tá-ti-ti-ti-ti-ti-ti
ti-ti-ti-ti tá tá ti

A zenében is találkozhatunk ismétlődő dallamrészekkel, sorokkal. Ez jellemző a magyar népdalok nagyobb részére. A magyar népdalok dallamvilága sok esetben egyszerű, ezért gyorsan megtanulható.

Hej Dunáról fúj a szél

Megtaláltátok az ismétlődő részt?

A művészetben a tárgyak díszítéséhez gyakran választottak néhány mintát, és azokat váltogatva készítették el a díszítést. Keressetek a következő képeken ismétlődő mintákat!


Magyar kalotaszegi motívumok

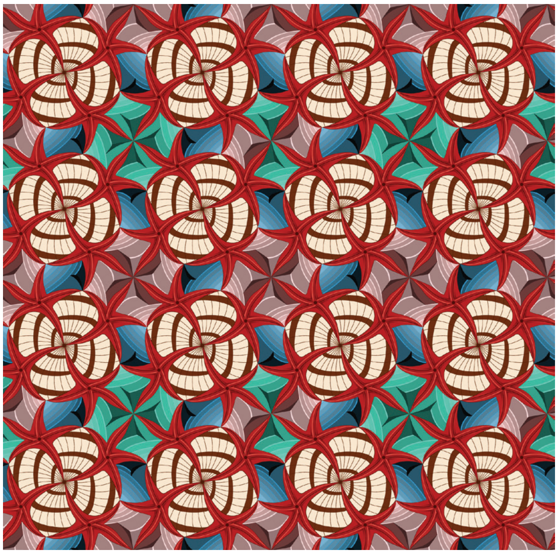

Keresztszemes hímzés

6. RITMUSOK, DÍSZÍTÉSEK

Az épületeken is találkozhatunk olyan díszekkel, amelyekhez a tervező néhány egyszerű ismétlődő elemet használt fel. Ezeknek az elemeknek a különböző sorba rendezése, sorrendje, mintázata adja az épület szépségét.

Kagylós ház házfala (Salamanca, Spanyolország)

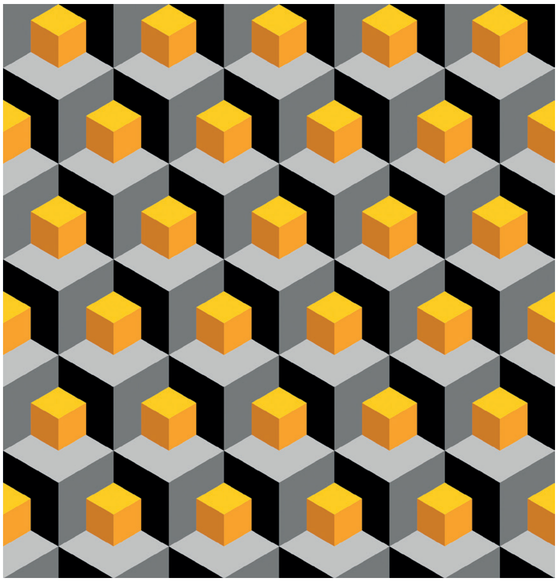
Alhambra (Granada) királyi palota termének díszítése



A képzőművészek is készítettek olyan alkotásokat, amelyekben csak néhány motívumot alkalmaznak, különböző formákban.
Maurits Cornelis Escher (kiejtve: Mauric Kornélisz Eser) holland művész nagyon sok képe készült igy. Keressetek ismétlődő mintákat, sorozatokat a képeken! Fogalmazzátok meg, hol találtatok ilyeneket!

Kutatómunka

Nézz utána, ki volt Victor Vasarely! Keresd a képeit az interneten, és a következő órán mutasd be a neked legjobban tetsző néhány alkotását!



Csoportmunka

Alakítsatok olyan „zenekart”, amely ritmusokat játszik! Álljatok körbe!
Találjatok ötleteket a „zeneművetek” megalkotásához!
A körben kijelölt első tanuló mondja az első ritmust, a második hozzátesz egy újabbat, és így tovább. Minden egyes lépés után az elejétől játsszátok el a „zenét”.
Például: 1. tanuló: 1 taps, 2. tanuló: 1 szünet, 3. tanuló: 2 térdre ütés, …

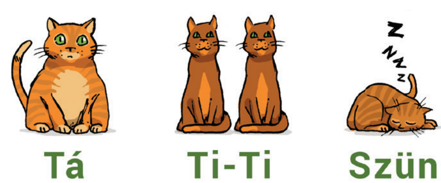
Feladatok

1. Biztosan észrevetted már, hogy a legtöbb dalban vannak olyan részek, amelyeket ugyanazzal a dallammal éneklünk.

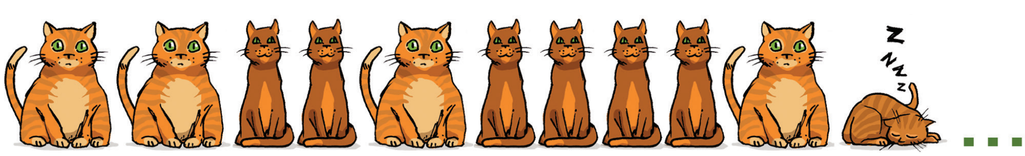
Kitrákotty-mese

a) Keresd meg a fenti kottában, melyik dallamrész ismétlődik!
b) Írj ehhez a dalhoz két olyan versszakot, amelyik még nem szerepel benne! Figyelj a szótagszámra is!
c) Keress olyan dalokat, amelyekben megjelenik egy visszatérő dallam, például a refrén!

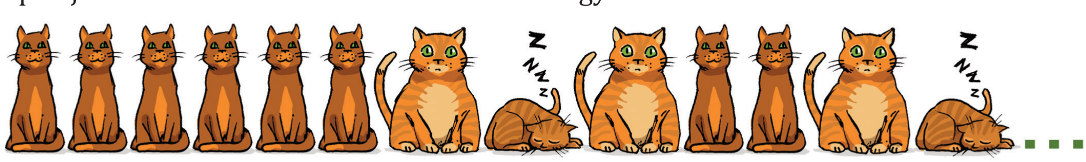
2. Az alábbi jelek ritmusokat jelentenek.



a) Tapsoljátok el a következő ritmust kétszer egymás után!



b) Tapsoljátok el a következő ritmust háromszor egymás után!



c) Írj saját ritmust, és tapsolja el a padtársad!
d) Tapsolj saját ritmust, és írja le a padtársad! Utána cseréljetek szerepet!

3. Vannak olyan sorozatok is, amelyek periodikusan, örökösen visszatérve ismétlődnek. Ilyenek például a hét napjai. Ha ma hétfő van, milyen nap lesz
a) 3 nap múlva;
b) 10 nap múlva;
c) 2021 nap múlva?
d) Keress még periodikus sorozatokat!

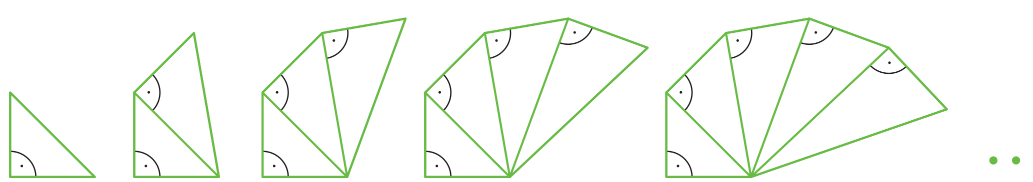
4. Katóék a táncórán egy új koreográfiát kezdtek tanulni. Linus hiányzott, így másnap Kató lelkes magyarázatba kezdett, hogy megnyugtassa őt. „Simán megjegyzed!” – mondta neki. – Két lépés jobbra, két lépés balra, forgás jobbra, taps, forgás balra és végül taps. Ezt kell négyszer elismételni. Linus gyorsan fel is írta magának a mozdulatsort:

a) Ha minden jel egy mozdulatot jelent, hány mozdulatból áll összesen a négy ismétlés?
b) Mi lesz a 4., 15. és 37. mozdulat?
c) Hányadik mozdulat egyezik meg a 16. mozdulattal a négy ismétlésen belül?

5. Anya és apa a nagy lakásfelújítás közepén kitalálták, hogy a konyhába tesznek egy díszítősort a csempék közé, amely körbe fut a konyhafalon. A csempék 10 cm × 10 cm nagyságúak, és ilyen sorrendben követik majd egymást:

a) Hány csempe fér a 13,7 méter hosszú falra?
b) Milyen mintájú lesz az utolsó csempe?
c) Melyik mintájú csempéből lesz a legkevesebb?

6. Rozi egy sormintát rajzolt a füzetébe. A rajzolás lépéseit az ábrán látod.



1. 2. 3. 4. 5.

a) Fogalmazd meg a rajzolás szabályát!
b) Rajzold meg lépésről lépésre azt az ábrát, amit Rozi a 8., 10., 15. lépésben láthatott!

7. Biztosan találkoztál már a hétköznapi életben is azzal a szóval, hogy sorozat. Vajon miért hívunk egy filmsorozatot sorozatnak?

A következő kérdések megválaszolásakor nem csupán matematikai ismeretekre lesz szükséged!

1. példa

Tamás hat számot mutatott Balázsnak: 5, 9, 13, 17, 32, 1000.
Ezeket a számokat Tamás valamilyen szabály szerint átrendezte, és Balázsnak megmondta az első hármat: 5, 1000, 9, …
Tudnád folytatni a megkezdett sort?
Balázs nem tudta folytatni a sort, ezért kapott egy kis segítséget: 5, 1000, 9, 17, …
Ekkor is tanácstalan maradt. Tamás azt javasolta, hogy írja le betűkkel a megadott számokat! Így vajon megtalálja Balázs a megfelelő összefüggést?

Megoldás

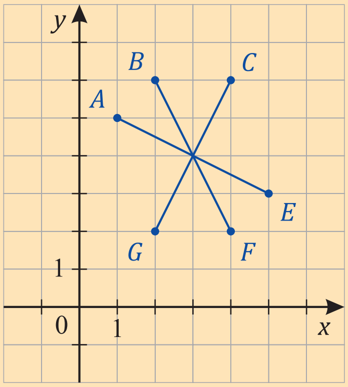
Az eddigi számok betűvel leírva:
ÖT
EZER
KILENC
TIZENHÉT
Így már szemünkbe ötlik a megoldás! Mindig két betűvel hosszabb a leírás. Vagyis egy lehetséges jó folytatás:
TIZENHÁROM
HARMINCKETTŐ

2. példa

Megadtunk három pontpárt a koordinátáikkal: $A(1;5)$, $E(5;3)$; $B(2;6)$, $F(4;2)$; $C(4;6)$, $G(2;2)$. Rajzoljuk le ezeket, és kössük össze a párokat! Az ábra alapos elemzése után adjunk meg még egy hiányzó pontpárt!

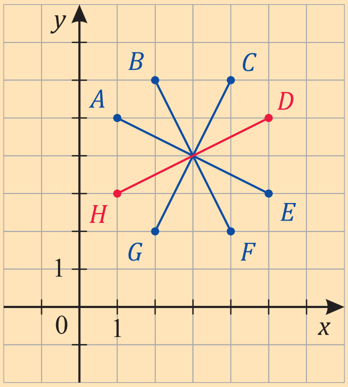
Megoldás

A megadott pontokat ábrázoljuk, és a megfelelő párokat összekötjük!



Látjuk, hogy a három összekötő szakasz közös ponton halad át, azt is látjuk, hogy a három összekötő szakasz egyenlő hosszú, és mindkét végük rácspont.

Ezek alapján az ábrába berajzolható a D és H pont és az őket összekötő szakasz.



Vagyis a hiányzó pontpár: $D(5;5)$, $H(1;3)$.

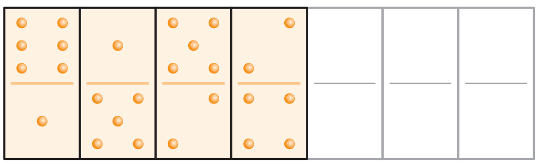
7. KERESSÜNK ÖSSZEFÜGGÉSEKET!

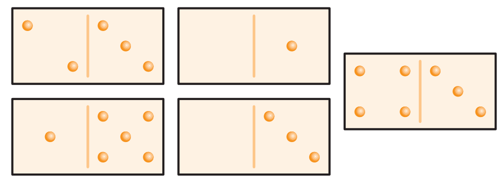
Feladatok

1. Az 1. példa ötletét felhasználva készíts egy feladványt magyarországi településekkel!

2. Írj egy lehetséges folytatást a megkezdett felsoroláshoz: András, Ákos, Botond, Cecília, Csongor, Daniella, ...!
Lehetne-e tagja a felsorolásnak a Molnár, Gergely, Kovács, Eger, Ferenc?
Érvelj az igen és a nem mellett is!
Ha igen, akkor hányadikak lehetnének a felsorolásban?

3. Folytasd a dominósorozatot három elemmel! A megadottakból választhatsz!



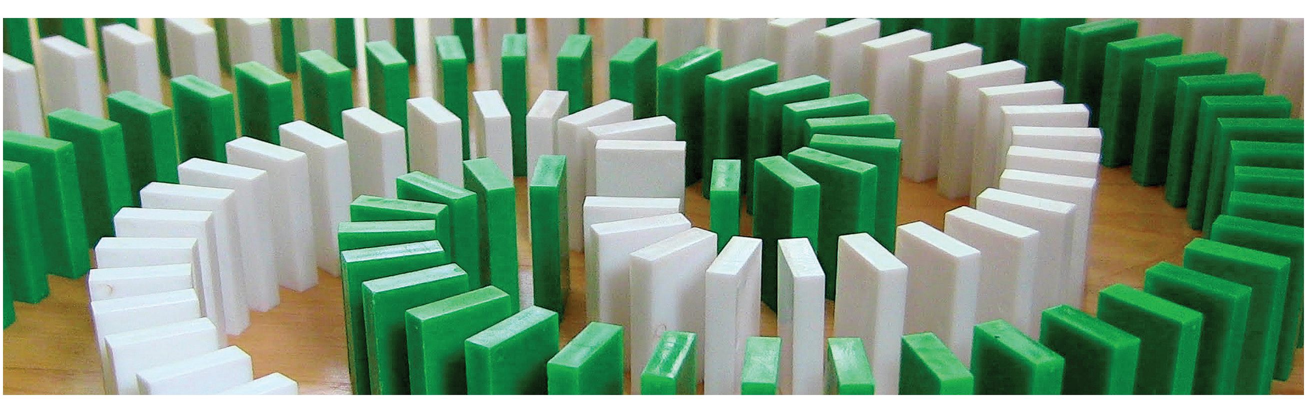


4. Sorban egymás mellé tettük a pénzérméket, a számokkal felfelé: 5, 10, 20, 50, 100, majd újra 5, 10, 20, 50, 100 és így tovább, sokszor egymás után raktunk egy 5, 10, 20, 50 és 100 Ft-os pénzérmét. Ezután minden harmadik pénzérmét megfordítunk.
a) Mi lesz látható a 48. pénzérmén?
b) Mi lesz látható a 100. pénzérmén?

5. Folytasd a sorozatot többféleképpen! Mindegyiket indokold meg!
a) 1; 2; 3; 2; 1; ...
b) 2; 4; 6; ...
c) 1; 3; 5; 7; ...

6. Megadtunk néhány pontot a koordinátáikkal. Kösd össze őket a megadott sorrendben, majd a megfigyelésedet alkalmazva adj meg még további három pontot!
(0; 0), (1; 1), (1; 0), (3; 2), (3; 0), (6; 3), ...

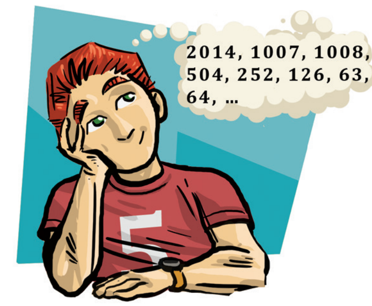
7. Hogyan tovább?
121, 232, 343, 454, 565, 676, 787, 898, ...



Ha számokat írunk le egymás után, akkor számsorozatot kapunk:

2014, 1007, 1008, 504, 252, 126, 63, 64, …

A felsorolás végén három ponttal jelezzük, hogy a felsorolás a végtelenségig folytatható lenne.
A fenti sorozat például azokból a számokból áll, amelyek Bence eszébe jutottak. Van, amikor egy szabály alapján következnek a sorozat tagjai, ezért ha megfejted vagy kitalálsz egy megfelelő szabályt, te is folytatni tudod a felsorolást!



1. példa

Írjuk fel a pozitív páros számok sorozatának első tíz tagját! Jelöljük, hogy a sorozat tagjainak felsorolását tovább is folytathatnánk!

Megoldás

A sorozat tagjai: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, …

2. példa

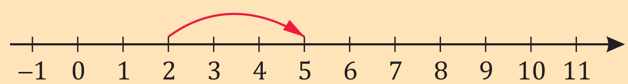
Írjuk fel az 1-re végződő pozitív egész számok sorozatának első nyolc tagját! Most is jelöljük, hogy a sorozat tagjainak felsorolása folytatható lenne!

Megoldás

A sorozat tagjai: 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, …

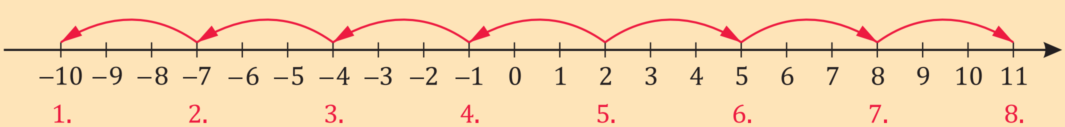
3. példa

Egy számsorozat ötödik tagja 2, hatodik tagja 5, hetedik tagja 8, nyolcadik tagja 11. Mi lehet a szabály? Adjuk meg a sorozat első tagját!



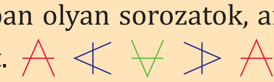
Megoldás

Látható, hogy a sorozat minden tagja hárommal nagyobb az előzőnél.
Gondolkodjunk visszafelé! A sorozat minden tagját egy hárommal kisebb szám előzi meg.

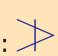


A sorozat tagjait leolvassuk a számegyenesről: –10, –7, –4, –1, 2, 5, 8, 11, …
A sorozat első tagja: –10.

4. példa

Az előző példákban számokból készítettünk sorozatokat. Léteznek azonban olyan sorozatok, amelyek tagjai nem számok. Ilyen esetekben is kereshetünk szabályszerűséget. 
Hogyan lehetne folytatni a fenti ábrasorozatot? Adjuk meg egy lehetséges folytatás következő négy tagját! Mi lesz ebben az esetben a sorozat százegyedik tagja?

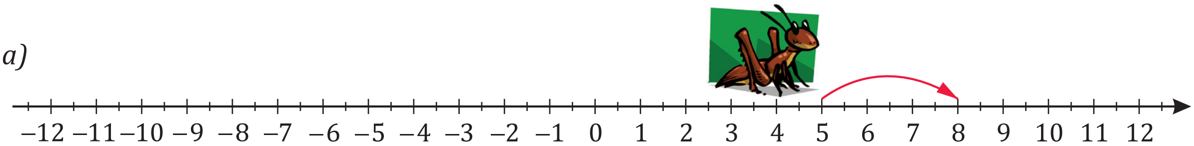
Megoldás

Megfigyelhetjük, hogy az ötödik ábra azonos az elsővel. Ez ad egy lehetséges folytatást! Ha elölről kezdjük, így ismétlődnek az ábrák: 
Az ábrák négyesével ismétlődnek. A negyedik, a nyolcadik, …, a századik helyen ez áll: 
Ezért ebben az esetben a százegyedik ábra: 

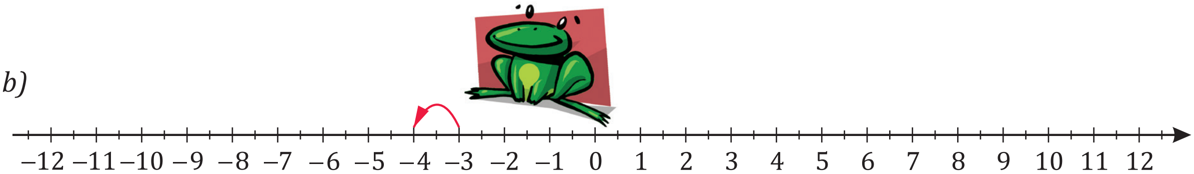
Feladatok

1. A számegyenesen látható állatok a berajzolt helyről az adott irányba indulnak, és mindig ugyanakkorát ugranak. Melyik számhoz érnek az első, a második, az ötödik és a tizedik ugrásukkal?

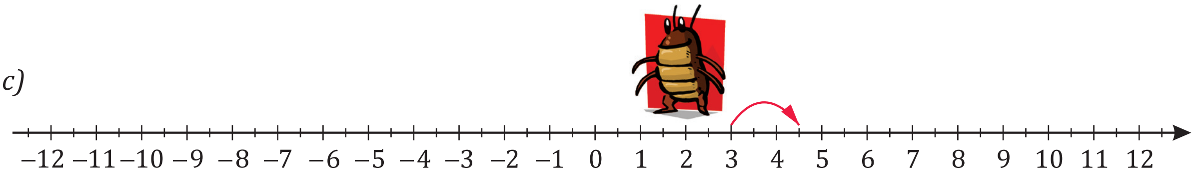
a)



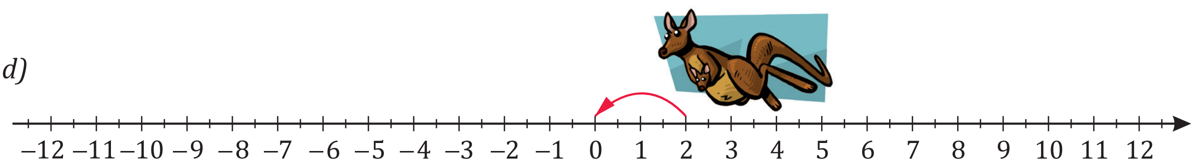
b)



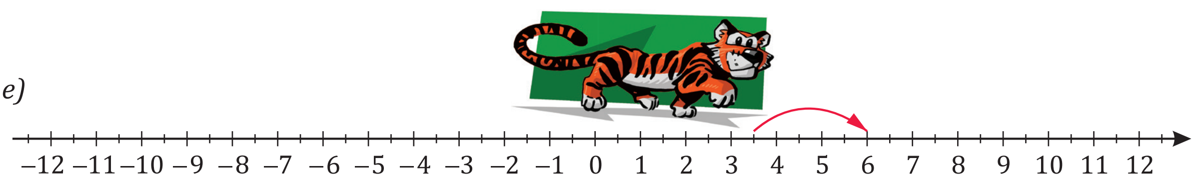
c)



d)



e)



2. Keress egy-egy szabályt, és folytasd a sorozatokat 3-3 számmal!

a) 1, 2, 4, 7, 11, 16, 22, …

b) 0, 1, –1, 2, –2, 3, –3, 4, …

c) 1, 2, 4, 8, 16, …

d) 5, 3, 1, –1, …

e) 1, 2, 11, 3, 111, 4, 1111, 5, …

f) 1, –2, 3, –4, 5, –6, …

3. Add meg az előző feladat *b)* és *e)* részében szereplő sorozatok 15. és 16. tagját anélkül, hogy a közbeesőket felsorolnád! Használd az általad kitalált szabályokat!

4. Pisti indulni szeretne a maratoni futóversenyen. Edzeni kezd, és az első héten egy kört fut a Margitszigeten, ami a maratoni távnak az egynyolcada. Ezután minden héten egy körrel többet fut.

a) Hány hét múlva mondhatja el, hogy már lefutott egy maratoni távot?

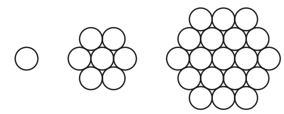
b) Hány hét múlva mondhatja el, hogy azon a héten lefutott egy maratoni távot?

5. Julcsi 3 naponta hajat mos, és 5 naponta rendet rak a szobájában. Ma kedd van, és mindkettőt elvégezte. Legközelebb a hét melyik napján fog egybeesni ez a két tevékenysége?

6. Egy ötfős családban valaki kint hagyott az asztalon egy nagy szelet süteményt. Aznap mindenki, mikor arra járt, megette a sütemény felét. Hányad részét ette meg az utolsóként érkezett?

Csoportmunka

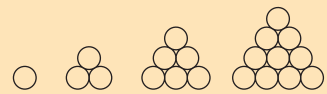
Műanyag kupakokból rakjatok ki az asztallapon szép mintákat! Próbáljatok meg olyan egyszerű alakzatokat készíteni, amelyekből könnyen tudtok ábrasorozatokat összeállítani! Jegyezzétek föl az egymást követő formákhoz felhasznált kupakok számát! Példaként mutatunk egy lehetséges ábrasorozatot:



1, 7, 19, …

1. példa

A műanyag kupakokból Xénia a következő ábrasorozatot rakta ki:



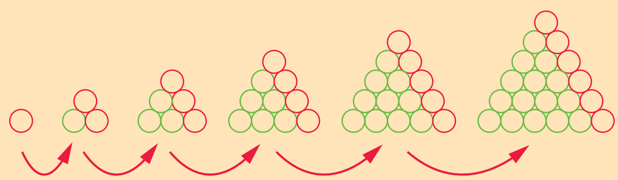
a) Adjuk meg a kupakok számából álló sorozat első hat tagját!

b) Fogalmazzuk meg, hogyan kapjuk a sorozat következő tagjait!

Megoldás

a) A sorozat első hat tagja: 1, 3, 6, 10, 15, 21.

b) Figyeljük meg az ábrák építését! A piros kupakok hozzáillesztésével kapjuk az előző ábrából a következőt.



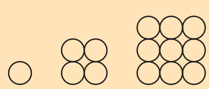
+2 +3 +4 ...

0 + 1 = **1**, 1 + 2 = **3**, 3 + 3 = **6**, 6 + 4 = **10**, 10 + 5 = **15**, 15 + 6 = **21**, ...

Vagyis a következő ábrához tartozó számot úgy kapjuk meg, hogy az előző számot mindig eggyel nagyobb számmal növeljük.

2. példa

A következő ábrasorozatot Yvette készítette:



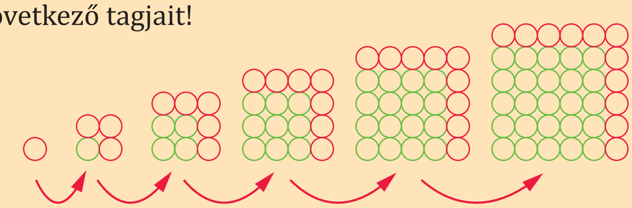
a) Adjuk meg az általa készített sorozat első hat tagját!

b) Fogalmazzuk meg, hogyan kapjuk a sorozat következő tagjait!

Megoldás

a) A sorozat első hat tagja: 1, 4, 9, 16, 25, 36.

b) Figyeljük meg az ábrák építését! A piros kupakok hozzáillesztésével kapjuk az előző ábrából a következőt.



+3 +5 ...

0 + 1 = **1**, 1 + 3 = **4**, 4 + 5 = **9**, 9 + 7 = **16**, 16 + 9 = **25**, 25 + 11 = **36**, ...

Vagyis a következő ábrához tartozó számot úgy kapjuk, hogy az előző számot mindig a következő páratlan számmal növeljük.

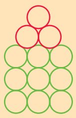
Lehet egy másik észrevételünk is! A kupakok számát kapjuk, ha az ábra sorszámát megszorozzuk önmagával:

$1 \cdot 1 = \mathbf{1}$, $2 \cdot 2 = \mathbf{4}$, $3 \cdot 3 = \mathbf{9}$, $4 \cdot 4 = \mathbf{16}$, $5 \cdot 5 = \mathbf{25}$, $6 \cdot 6 = \mathbf{36}$, ...

Az ábrák alakja miatt Xénia számait háromszögszámoknak, Yvette számait pedig négyzetszámoknak nevezzük.

3. példa

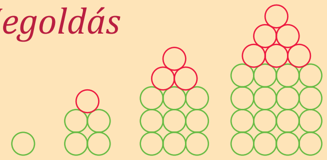
Zelma házikó alakzatokat rakott ki. Megállapították, hogy Zelma minden ábrája összerakható Xénia és Yvette ábráiból. Például Zelma harmadik ábrája így néz ki:
Yvette harmadik ábrájára rátesszük háztetőnek Xénia második ábráját.



a) Rajzoljuk meg Zelma első négy ábráját!
b) Adjuk meg, hogy mely ábrák összetételéből kapjuk ezeket!
c) Írjuk fel az így keletkező sorozat első hat tagját!

Megoldás

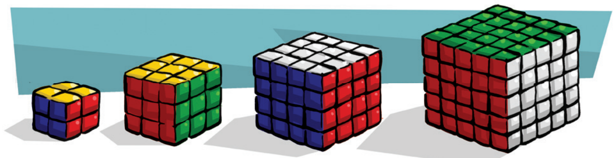
a)



b) Zelma 1. ábrája: Yvette első ábrája, mert Xénia ábráiból nem tehetjük rá egyiket sem.
Zelma 2. ábrája: Yvette második ábrájára rátesszük háztetőként Xénia első ábráját.
Zelma 3. ábrája: Yvette harmadik ábrájára rátesszük háztetőként Xénia második ábráját.
Zelma 4. ábrája: Yvette negyedik ábrájára rátesszük háztetőként Xénia harmadik ábráját.
c) Négyzetszámok (Yvette számai): 1, 4, 9, 16, 25, 36.
Háromszögszámok (Xénia számai): 1, 3, 6, 10, 15, 21.
Az előző észrevételeket használva Zelma ábrái sorban ennyi kupakból állnak:
$0 + 1 = 1$, $4 + 1 = 5$, $9 + 3 = 12$, $16 + 6 = 22$, $25 + 10 = 35$, $36 + 15 = 51$.
Vagyis Zelma számai: 1, 5, 12, 22, 35, 51.
Ezeknek a számoknak milyen nevet adnál?

Feladatok

1. Képzeljük el, hogy a Rubik-kockákat kis kockákból rakjuk össze.



Hány darab kis kockát használunk az egyes nagy kockák építéséhez? Adjuk meg az így kapott sorozat első nyolc tagját! A sorozat első tagja legyen az 1.

2. Írd le az 1. példában szereplő Xénia sorozatának első tíz tagját! Aztán minden szomszédos pár alá írd le az összegüket is! Mit veszel észre? Milyen sorozatot kapsz így?

3. Xénia és Yvette sorozata is 1-gyel kezdődik. Keress még olyan számot, amely mindkét sorozatban szerepel!

4. Add meg Xénia, Yvette és Zelma sorozatában is a legkisebb háromjegyű számot!

5. A leckében szereplő három lány közül kinek a sorozatában szerepelhet a 121?

6. Nevezz meg legalább egyet a leckében szereplő három lány közül, akinek a sorozatában biztosan nem szerepel a 2016!

Az első 15 feladat egy-egy tesztkérdés, melyek segítenek felidézni, hogy mit tanultunk ebben a fejezetben.

Feladatok

1. A felsoroltak közül melyik adat szokott szerepelni egy színházjegyen?
A) a napi hőmérséklet *B)* a néző neve *C)* az előadás dátuma

2. A postai levelek címzésénél fontos szerepe van a helymeghatározásnak. Ennek segítségével kézbesítik a megfelelő helyre a levelet. Milyen szám nem szerepel a címzésben?
A) irányítószám *B)* évszám *C)* házszám

3. Az elektronikus levelek is csak akkor érkeznek meg a címzetthez, ha pontosan írjuk a címet. A címben melyik jelnek kell feltétlenül szerepelnie?
A) % *B)* @ *C)* &

4. Biztosan emlékszel, hogy a sakktáblán az oszlopokat A–H betűkkel, a sorokat 1–8 számokkal jelölik. A bástyával a D3 mezőről a G3 mezőre léptünk. Mit mondhatunk a G3 mezőről?
A) Ugyanabban az oszlopban van, mint a D3 mező.
B) Ugyanabban a sorban van, mint a D3 mező.
C) Másik oszlopban és másik sorban is van, mint a D3 mező.

5. Béka Benő, a számegyenesen ugráló béka a -7 pontban ácsorgott, majd egy hatalmas lendülettel tíz egységnyit ugrott pozitív irányba. Hol van most?
A) -17 pontban *B)* $+3$ pontban *C)* $+17$ pontban

6. A számegyenes melyik számát határozza meg a következő mondat: A négyestől 2 egységre, a kilencestől 3 egységre található.
A) 6 *B)* 9 *C)* az előzőektől eltérőt

7. Hány számot határoz meg a számegyenesen a következő mondat? Az egyestől 2 egységre van.
A) 1 *B)* 2 *C)* 3

8. A számegyenesen bejelöltük a –1,5 és a 6,5 közötti intervallumot (számközt). Hány darab egész szám van ebben az intervallumban?
A) 8 *B)* 7 *C)* 6

9. Hány számegyenes kell a síkban a derékszögű koordináta-rendszer felrajzolásához?
A) 3 *B)* 2 *C)* 1

10. Hány olyan pont van a derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek első jelzőszáma 2?
A) 1 *B)* 2 *C)* végtelen sok

11. Hány olyan pont van a derékszögű koordináta-rendszerben, amelynek mindkét jelzőszáma 2?
A) 1 *B)* 2 *C)* végtelen sok

12. Nyúl Nyuszti kicsit félős, így csak a rácspontokon mer ugrálni. Épp a koordináta-rendszer (5; 3) pontjában várakozott, majd hirtelen három egységnyit balra ugrott, és két egységnyit lefele. Hol van most?
A) a (3; 0)pontban *B)* a (2; 1) pontban *C)* a (8; 1) pontban

13. A *Sorozatok* című lecke ezzel a sorozattal kezdődött: 2014, 1007, 1008, 504, 252, 126, 63, 64, … . A számok alapján melyik az a mondat, amelyik nem erről a sorozatról szól?
A) Egy páros szám után a szám fele következik.
B) Egy páros szám előtt a nála 1-gyel nagyobb szám áll.
C) Egy páratlan számot a nála 1-gyel nagyobb szám követ.

14. Melyik szám áll a háromjegyű páros számok sorozatában a negyedik helyen?
A) 108 *B)* 106 *C)* az előzőek egyike sem

15. Egy sorozat minden tagja annyi ötös számjegyet tartalmaz, ahányadik tagja a sorozatnak. Minden tag csak ötös számjegyből áll. Hányadik tagja a sorozatnak az a szám, amelyben a számjegyek összege 100?
A) 100 *B)* 25 *C)* 20

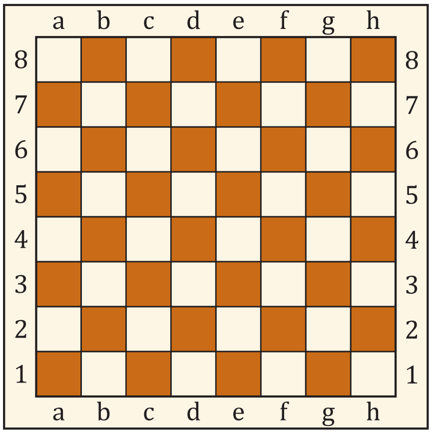
16. Józsi felírta a füzetébe sorban a számjegyeket, és a 9-es után elkezdte elölről: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, 1, ...
a) Kata nézte Józsi sorozatát, és minden szám kétszeresének az utolsó jegyét írta le. Írd le te is Kata sorozatát!
b) Hanna nézte Józsi sorozatát, és minden szám háromszorosának az utolsó jegyét írta le. Írd le te is Hanna sorozatát!
c) Milyen sorozatot kapsz, ha kilenccel szorzod Józsi sorozatának az elemeit?

17. Rajzolj a füzetedbe egy nyolcszor nyolcas négyzetet, és ezt tekintsd úgy, mint egy sakktáblát. Jelöld a táblán a következő bábukat!

Világos bábuk
király: a1, huszár: d7, huszár: e7, gyalog: f6.

Sötét bábuk
király: h8, gyalog: a2

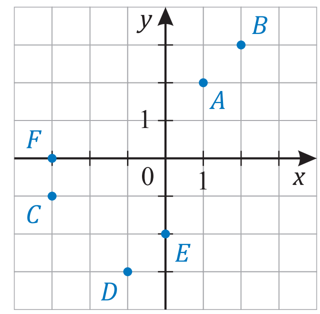
Ha tudsz sakkozni, akkor azon is gondolkodhatsz, hogy hogyan lehet matt öt lépésben.



18. Egy kis színházteremben 10 sorban ülhetnek a nézők, és minden sorban 12 hely van. Egy hatfős társaság megvette az utolsó hat jegyet az előadásra. A jegyek a következő helyekre szóltak: 2. sor 1. szék, 4. sor 3. szék, 4. sor 4. szék, 7. sor 10. szék, 7. sor 12. szék és 10. sor 11. szék. Marci és Patrik egyedül ültek. Zsombor és Dóra jegye egymás mellé szólt, és Dóra ült közelebb a sor közepéhez. Bence azt tervezte, hogy majd megkéri a mellette ülőt a helycserére. Bence azért szeretett volna eggyel beljebb kerülni, hogy Brigi mellett ülhessen.
a) Készíts rajzot a füzetedbe! Jelöld a szövegben szereplő helyeket!
b) Add meg, hogy kinek hova szól a jegye!

19. Ábrázold koordináta-rendszerben a következő nyolc pontot!
$A(2; 3)$, $B(1; 4)$, $C(-3; 1)$, $D(-2; -4)$, $E(0; 3)$, $F(-4; 0)$, $G(4; -3)$, $H(-3; 3)$

20. A koordináta-rendszerben bejelölt hat pontot add meg egy-egy számpár segítségével!



21. A koordináta-rendszerben színezéssel szemléltesd azokat a pontokat, amelyeknek

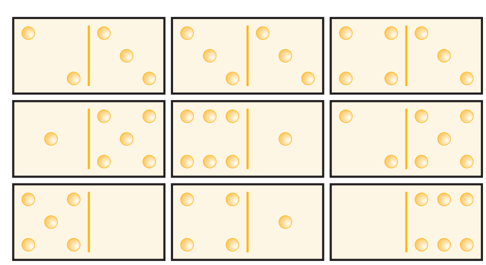
a) mindkét jelzőszáma pozitív szám;
b) csak az egyik jelzőszáma negatív szám;
c) az első jelzőszáma 1;
d) legalább az egyik jelzőszáma 0;
e) legalább az egyik jelzőszáma 2;
f) a második jelzőszáma –2;
g) a két jelzőszáma egyenlő;
h) a második jelzőszáma pozitív szám!

22. Juli, miközben a testvérét, Fecót várta a suli előtti lépcsőn ücsörögve, sormintát rajzolt az aszfaltra. Mire Fecó előkerült, már 100 darab minta díszelgett a suli előtt. Így kezdődött:

és aztán ezek a minták ismétlődtek folyamatosan.

a) Melyik színt használta a legtöbb ábrához?
b) Hány sünit rajzolt összesen?
c) Melyik mintákból rajzolta a legkevesebbet?
d) Mennyivel több falevelet rajzolt, mint szívecskét?

23. Melyik két dominót kell felcserélned, hogy mindhárom sorban és mindhárom oszlopban ugyanannyi pötty legyen a dominókon?



24. Hogyan tudnád folytatni?

a) 123, 456, 789, 101, 112, 131, 415, 161, 718, ...
b) 0, 12, 345, 6789, 10111, 213141, 5161718, ...

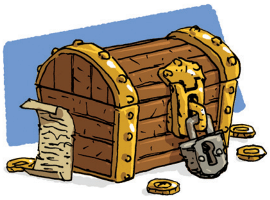
25. Niki minden harmadik nap meglocsolja kedvenc virágát, és minden nyolcadik nap lemossa a leveleit. Niki január 3-án locsolt, január 8-án lemosta a leveleket.

a) Add meg az év első 15 olyan napját, amikor locsolt!
b) Add meg az év első 6 olyan napját, amikor a leveleket lemosta!
c) Mikor esett az évben először egy napra a két tevékenysége?
d) Mit csinált február 9-én?
e) Mit csinálhatott március 25-én?

26. *a)* Írd fel a 3-ra végződő pozitív egész számok sorozatának első tíz tagját!
b) Írd fel a pozitív páratlan számok sorozatának tagjait 23-ig!

27. Aladár nagy fogadalmat tett. Háromnapos edzéstervet állított össze magának, és ezt ismételgeti a tanév végéig minden este. Első nap 20 fekvőtámaszt csinál, második nap 50 felülést, harmadik nap 75 guggolásból felugrást. A fogadalmát március elsején kezdte.
a) Hány fekvőtámaszt csinált márciusban?
b) Mennyivel több guggolásból felugrást csinált márciusban, mint felülést?
c) Márciusban vagy áprilisban csinált több felülést? Mennyivel többet?

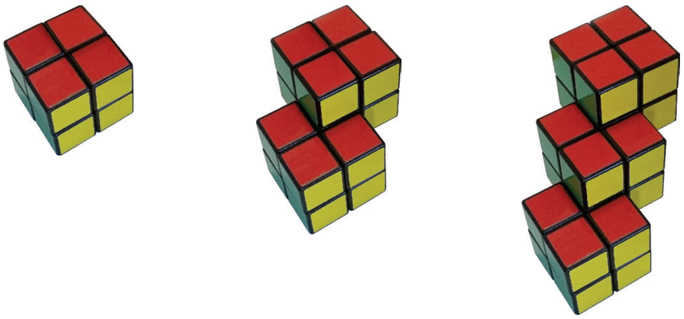
28. Abdurhamil, a híres kalóz kincsesládát talált egy lakatlan szigeten, benne valamennyi arannyal. Észrevette, hogy a láda melletti lapon az alábbi szöveg olvasható:



Ez a láda csodaláda. Valahányszor kiveszel belőle kilenc aranyat, megháromszorozza a ládában maradt aranyak számát.

Abdurhamil boldogan hajóra szállt, egy nagyvárosba utazott, és elkezdte gondtalanul költeni az aranyát. Hatalmasat csalódott azonban, mert amikor harmadszor is kivett a ládából kilenc aranyat, üres lett a kincsesláda. Hány arany volt a ládában eredetileg?

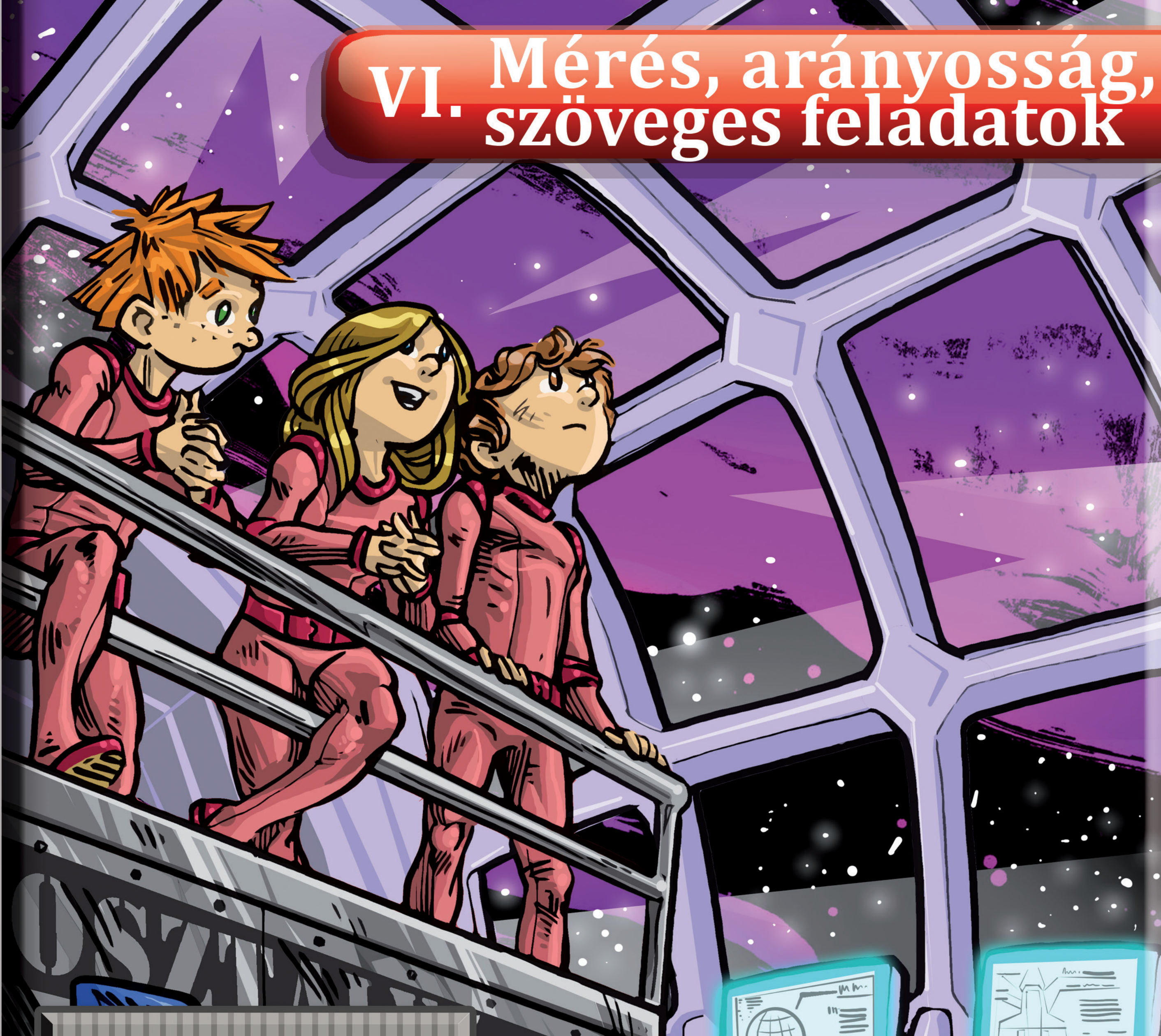
29. A 2 × 2 × 2-es Rubik-kocka mellett a dupla és a tripla változat fényképét is láthatod. Képzeld el, hogy ezeket kis kockákból kell összeragasztanod.



a) Hány darab kis kocka kell a képen látható alakzatok elkészítéséhez?
b) Gondold tovább! Hány darab kis kocka kellene a következő három alakzathoz?
c) Hány darab piros négyzetet láthatsz az egyes alakzatokon? Sorold fel az első hat darabszámot!
d) Hány darab színes négyzet határolja a képen látható alakzatokat?

30. Egyesével növekedő pozitív egész számokat írtunk egymás mellé a füzetünkbe. A sorozat első száma kétjegyű, utolsó száma háromjegyű szám. A harmincadik számjegy leírása után abbahagytuk a számok felsorolását.
a) Sorold fel te is a megfelelő számokat!
b) Hány darab háromjegyű számot írhattunk a füzetünkbe?
c) Hány darab számot írhattunk egy sorozatban összesen?

VI. Mérés, arányosság, szöveges feladatok



Gerzson és Gazsi a kilátóteraszon álltak, és az óráról órára nagyobbnak látszódó Földet nézték.

– A Féreglyuk Expresszel kellett volna jönnünk, nem ezzel az ósdi ionmotoros vacakkal – horkant fel Gerzson. – Mi lettünk volna az elsők a suliból, akik a FérExszel utaznak.

– Ez igaz, de így csak 260 euró volt az út fejenként, a FérExszel pedig 740 lett volna.

– Az pont a háromszorosa – szúrta közbe Panni, aki valahogy a hátuk mögé sündörgött.

– Majdnem eltaláltad – vigyorgott kajánul Gerzson –, de $260 \cdot 3$ az 780, és nem 740.

– Jól van, na. Majdnem háromszoros. Kerekítve igazam van – toppantott Panni.

– Az út viszont hét napig tart haza, míg a FérExszel csak négy óra lenne. Az viszont… egy nap az 6-szor 4 óra, azaz 42-szer hosszabb ideig jövünk, mint a FérExszel – folytatta Gazsi mosolyogva.

– Az apró betűt is elolvastad a reklámjukban? – kérdezte Gerzson. – A FérEx csak Hold körüli pályára szállít, ahonnan hagyományosan lehet a Földre utazni, ami gyakorlatilag plusz egy nap.

– Az még mindig csak $4 + 24 = 28$ óra. Egy hét az $7 \cdot 24 = 168$ óra, ami pont hatszor annyi idő.

– Azaz majdnem háromszor annyi pénzért, hatodannyi idő alatt értünk volna haza – foglalta össze Panni, és elégedetten állt meg a két fiú között.

1. A TÖMEG MÉRÉSE, MÉRTÉKEGYSÉGEI

Csoportmunka

Azt, hogy kinek mi és mennyire nehéz, nem tudjuk könnyen megállapítani. Próbálkozzatok például az iskolatáskáitokkal! Ránézésre nem lehet eldönteni, melyik a nehezebb. Emeljetek meg néhány táskát, és becsüljétek meg a tömegüket!

A csoport egyik tagjának mindkét kezébe adjatok egy-egy táskát, és kérjétek meg, hogy állapítsa meg a tömegüket! Próbálja megtippelni, hogy szerinte melyik táska nehezebb és mennyivel!

Egy szobamérleggel ellenőrizhetitek a tippjeiteket.

A tömeg mérésének egyik legfontosabb eszköze a mérleg, amelyből nagyon sokfélét láthattál. Van szobamérleg, babamérleg, kétkarú mérleg, digitális mérleg, konyhai mérleg stb.

A tömeg méréséhez is – csakúgy mint a hosszúság méréséhez – rögzített egységre van szükségünk.

Ez az egység az

1 kilogramm.

Rövid jelöléssel: **1 kg**.

A beszélt nyelvben gyakran eltérünk a hivatalos megfogalmazástól, és azt mondjuk: „Kérek egy kiló kenyeret.” Ez teljesen természetes és helyénvaló. Ha mindig mindent teljesen hivatalosan mondanánk beszéd közben, akkor nyelvünk nem lenne élő. Sőt, a mindennapi szóhasználatban gyakran súlyt mondunk tömeg helyett. Ha valaki a bevásárlókosarunk súlyát szeretné tudni, akkor lényegében a tömegére szeretne rákérdezni. A gyakorlatban ez sem okoz zavart, de tudjuk, hogy a súly és a tömeg két különböző fogalom. Fizikaórákon fogsz erről részletesen tanulni.

Józsi 73 kg, az autója 1030 kg, egy falevél pedig 0,005 kg. Sok olyan helyzet fordulhat elő, amikor kényelmesebb a kilogrammnál kisebb vagy nagyobb egységgel számolnunk. Ezért a mindennapokban további mértékegységeket is használunk a tömeg mérésekor. A gyógyszerészek számára a milligramm is fontos. A szakácskönyvek receptjeiben gyakran találkozhatunk a dekagrammal. Egy teherautó rakományának tömegét megadhatjuk tonnában.

A tömeg gyakori mértékegységeit egy táblázatban foglaltuk össze:

A mértékegység neve	milligramm	gramm	dekagramm	kilogramm	tonna
A mértékegység rövidítése	mg	g	dkg	kg	t

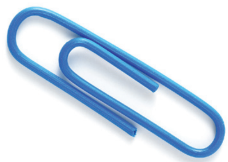
$$1\ \text{mg} \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ \text{g} \xrightarrow{\cdot 10} 1\ \text{dkg} \xrightarrow{\cdot 100} 1\ \text{kg} \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ \text{t}$$

$$1\ \text{mg} < 1\ \text{g} < 1\ \text{dkg} < 1\ \text{kg} < 1\ \text{t}$$

Nem szabványos, de például a mezőgazdaságban még most is használják a 100 kg-mal egyenlő 1 mázsa (1 q) elnevezést!

A TÖMEG MÉRÉSE, MÉRTÉKEGYSÉGEI 1.

1 gramm tömegű
1 gémkapocs
1 csipet só
negyed mokkáskanál cukor
egy fehér lap egyötöd része



1 kg tömegű
1 liter víz
5-6 db nagyobb alma
7-8 db kisebb mandarin

1 tonna tömegű
kb. egy kisebb autó
egy felnőtt bika
3000 literes tartálykocsi üresen

Páros munka

Becsüljétek meg, hogy mennyi az alábbi tárgyak tömege, és írjátok le a becslések értékét!

1 motorkerékpár | egy közepes nagyságú görögdinnye | 10 db rizsszem
egy teáskanál cukor | egy bontatlan doboz müzli | egy vitorlás | egy repülőgép

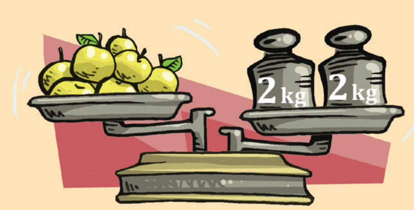
A becsléseiteket hasonlítsátok össze! Ha nagyon eltérőek a tippjeitek, kérjetek véleményt az osztálytársaitoktól!

1. példa

A zöldséges egy kupac almát szeretett volna megmérni kétkarú mérleg segítségével. Először csak a kétkilós súlyokat használta. Mekkora lehet az almakupac tömege?

Megoldás

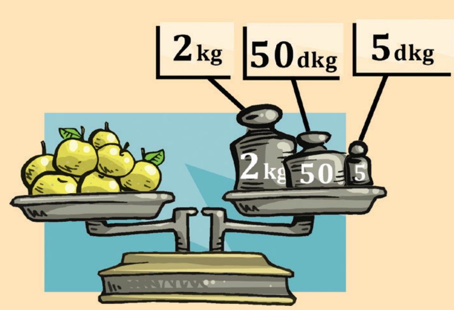
Láthatjuk a mérlegek állásából, hogy több mint 2 kilogramm, de kevesebb mint 4 kilogramm az almák tömege.



A zöldséges megtalálta a kisebb súlyokat is, és így sikerült kiegyensúlyoznia a mérleget. Mit mondhatunk ezután az almakupac tömegéről?
Azt mondhatjuk, hogy a tömege

2 kg + 50 dkg + 5 dkg = 2 kg + 0,5 kg + 0,05 kg = 2,55 kg.

Ezzel a méréssel már pontosabban megadtuk a tömeget, mint az előzőkkel.



2. példa

Egy kézműipari kiscég online rendeléseket vesz fel kézzel festett teafiltertartó dobozokra. A kiscég postán adja fel ezeket a dobozokat, egyesével csomagolva.
Egy kézzel festett fadoboz tömege 275 gramm, a papírcsomagolás 45 gramm.
Mennyit mutat a postai mérleg, ha 2, 5, 8 vagy 10 csomagolt dobozt adnak fel?
Ábrázoljuk a dobozok darabszámát és az össztömegüket koordináta-rendszerben!

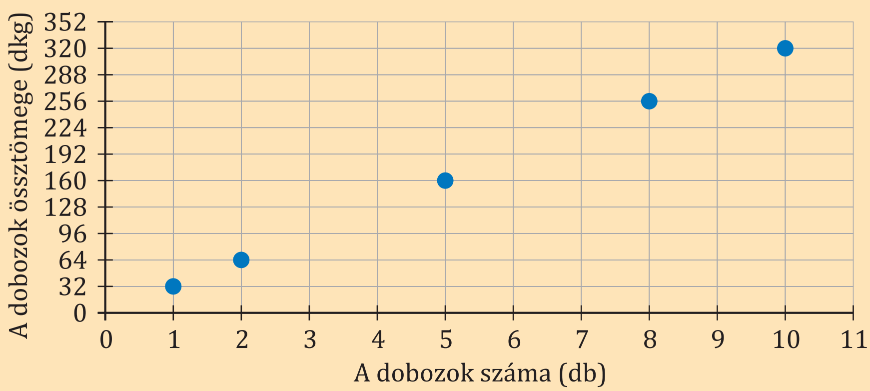
Megoldás

1 csomagolt fadoboz tömege: 275 gramm + 45 gramm = 320 gramm = 32 dkg.

Készítsünk táblázatot!

Fadobozok száma (db)	1	2	5	8	10
Tömeg (dkg)	32	64	160	256	320

Ha kétszer annyi dobozt méretünk le, kétszer annyi lesz a tömege.
Ha 5 dobozt adunk postára, akkor az össztömeg ötszöröse lesz egy doboz tömegének.



Kutatómunka

A középkorban más mértékegységeket használtak. Például a márkát elsősorban nemesfémek és érmék tömegének mérésére. III. Béla magyar király uralkodása idején a királyi kincstárban 241 000 márka tömegű nemesfém rudakból álló készletet őrzött a kincstárnok.
Nézz utána, hány kg nemesfémet jelent ez a mennyiség!

Feladatok

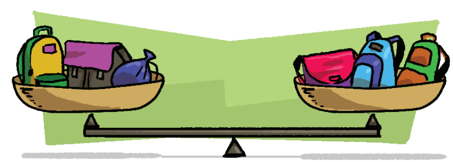
1. Járj utána, hogy a következő hétköznapi helyzetekben melyik mértékegységet használjuk a tömeg mérésére!

a) poggyász a repülőgépen *b)* egy híd teherbírása *c)* ékszer
d) egy gombóc fagyi *e)* a tankönyv tömege *f)* gyógyszerek összetétele

2. Válaszd ki az alábbi mondatok közül azokat, amelyek helyesek, elhangozhattak egy beszélgetés során! Amelyik szerinted lehetetlen, azt javítsd ki, fogalmazd át úgy, hogy hihető legyen!

a) Örömmel tudatjuk, hogy 3530 g-mal és 53 cm-rel megszületett kislányunk, Anna.
b) 23 dkg lett a felvágott. Maradhat? Nem, hazavinném.
c) A daru maximális teherbírása 1 kg.
d) Megmértem magam a mérlegen, 43 dkg vagyok.
e) Vettem 2 kg faanyagot a kerti szerszámoskamra megépítéséhez, de nem tudom hazavinni, mert nem bírom el.

3. Mérjétek meg, kinek hány kg az iskolatáskája, esetleg a tornazsákja! Osszátok két részre a lemért táskákat úgy, hogy egy óriásmérleg két kosarába téve azokat, a mérleg egyensúlyban legyen!



4. Becsüljetek, majd mérjétek meg a következő tárgyak tömegét!

a) matektankönyv *b)* tolltartó *c)* 5 db ceruza
d) egy 100 Ft-os *e)* egy dobókocka *f)* egy radír

5. Egészítsd ki az alábbi mennyiségeket úgy, hogy a tömegük 3 kg legyen!

a) 1 kg *b)* 38 dkg *c)* 87 g *d)* 1 t

6. Szeleburdiék egy ház ötödik emeletén laknak. A hétvégi nagybevásárlásról hazaérkezve a lift előtt tanakodnak, mert annak ajtaján a következő szöveg olvasható:

Maximum 300 kg (4 fő) szállítására alkalmas.

Tudjuk, hogy a gyerekek 25 kg és 36 kg tömegűek, az anyuka 60 kg, az apuka 75 kg. A csomagjaik tömegét nem ismerik. Mit tanácsolsz nekik? Beszállhatnak-e egyszerre az összes csomagjukkal a liftbe? (Nézz utána, ki írt könyvet a Szeleburdi családról!)

7. Anya, Jocó és Lincsi vásárolni mentek a sarki kisboltba. Vettek 1 kg kenyeret, 25 dkg sajtot, 35 dkg felvágottat, 2 csomag vajat (darabonként 100 g), 3 kg mosóport, 2 kg cukrot, 3 kg lisztet, 0,5 kg porcukrot, 0,5 kg zsemlemorzsát, 2 csomag spagettit (darabonként 50 dkg), 40 dkg darált húst, 2 tábla csokit (darabja 10 dkg) és két csomag nápolyit (darabonként 100 g).

a) Hány kg-ot vásároltak összesen?
b) Mekkora terhet kellett vinniük külön-külön, ha mindanynyian ugyanakkora tömegű árut tettek a táskájukba?
c) Oszd szét a megvett termékeket úgy, hogy mindenki ugyanannyit cipeljen haza!

8. Másold le a feladatot a füzetedbe! Add meg a hiányzó mértékegységeket!

a) 3,5 kg = 3500 …… *b)* 0,3 t = 300 …… *c)* 4,2 g = 4200 …… *d)* 39 dkg = 390 ……
e) 4800 mg = 4,8 …… *f)* 0,2 dkg = 2 …… *g)* 1450 g = 1,45 …… *h)* 420 dkg = 4,2 ……

9. Másold le a feladatot a füzetedbe! Add meg a hiányzó mérőszámokat!

a) 1600 mg = …… g *b)* 380 g = …… kg *c)* 4600 dkg = …… kg *d)* 370 kg = …… g
e) 4,8 t = …… kg *f)* 0,78 kg = …… g *g)* 48 dkg = …… g *h)* 0,38 g = …… mg

2. AZ ŰRTARTALOM MÉRÉSE, MÉRTÉKEGYSÉGEI

PÁROS MUNKA

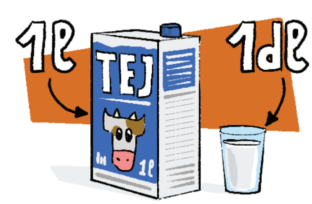
I. Válasszátok ki, mennyi lehet az alábbi tárgyak űrtartalma! Egyeztessétek az eredményeiteket!

5 milliliter; 20 centiliter; 1 deciliter; 2 liter; 4 dl; 10 l; 1,2 hl

II. Tippeljetek!
Az otthoni teáspoharadba hány evőkanál, illetve hány teáskanál víz fér? Becsléseteket írjátok le a füzetbe, majd otthon ellenőrizzétek! Beszéljétek meg, hogyan lehetne gyorsabbá tenni a mérési eljárást!

Az űrtartalom méréséhez a hétköznapokban használt mértékegység a liter. 1 liter folyadékkal tudunk megtölteni egy 1 dm élű üres kockát. Ez azt jelenti, hogy 1 dm^3 = **1 liter** (rövidítve l).

A hosszúságokon alapuló cm^3, dm^3, m^3 térfogat-mértékegységek túl kevesen vannak a mindennapi dolgok űrtartalmának leírásához, mert a váltószámuk 1000, például 1000 cm^3 = 1 dm^3. Ezért használjuk a mindennapok során a liter tized-, század- és ezredrészét, sőt a százszorosát is.



A boltban a tejet általában 1 literes dobozokban, palackokban, esetleg zacskókban árulják. A kis dobozos üdítők űrtartalmát deciliterben látjuk a dobozon. A gyógyszerészek a folyékony gyógyszerek űrtartalmát milliliterben adják meg, a hordókban lévő bor mennyiségét pedig gyakran hektoliterben mérik.

Ha 1 liter tejet 10 egyenlő részre felosztunk, akkor egy pohárba 1 deciliter kerül.

Az 1 decilitert 10 egyenlő részre osztva kapjuk az 1 centilitert.

Ha az 1 centilitert további 10 egyenlő részre osztjuk, akkor 1 millilitert kapunk.

Nagy űrtartalmú edények, tartályok esetén a liter százszorosát, az 1 hektolitert használjuk.

A mértékegységek rövidítéseit az alábbi táblázat tartalmazza.

A mértékegység neve	milliliter	centiliter	deciliter	liter	hektoliter
A mértékegység rövidítése	ml	cl	dl	l	hl

1 ml < 1 cl < 1 dl < 1 l < 1 hl

·10 ·10 ·10 ·100

1. példa

A nyári iskolai táborban a szakács reggelire tábori teát készít. A táborban egyforma bögrék vannak. A bögrékbe a szakács merőkanállal méri ki a teát. Egy bögrébe 2 merőkanálnyi tea fér. Hány merőkanálnyi teát mér ki a szakács, ha az első csoportban 75-en, a másodikban 50-en reggeliznek?
Legalább hány liter teát kell főzni, ha a merőkanál kb. 1,2 dl-es?
Végezzünk becslést!

Megoldás

Becslés: Egy bögrébe 2,4 dl ≈ 2,5 dl tea fér. A táborozók tízesre kerekítve 130-an vannak.
Így a becslésünk $130 \cdot 2{,}5$ dl = 325 dl ≈ 330 dl = 33 l.

Számoljunk pontosan. Az első csoportban 75 bögrébe $75 \cdot 2 = 150$ merőkanál teára van szükség. (Ha valaki repetázik, akkor többre.)
A második csoportban 50 bögrébe $50 \cdot 2 = 100$ merőkanál teára van szükség.
Összesen legalább 250 merőkanálnyi teát kell készíteni.
A merőkanál űrtartalma 1,2 dl volt, tehát $250 \cdot 1{,}2$ dl = 300 dl = 30 liter teát kell főzni.

A kapott eredmény megfelel a becslésünknek.

2. példa

a) Összeöntöttünk 2,5 liter vizet és 3 dl citromlevet. Mennyi citromos vizet kaptunk?
b) Egy 5 literes dobozban almalé van. Kiöntöttünk belőle két műanyag palackba 4-4 dl-t. Mennyi almalé maradt a dobozban?

Megoldás

a) 2,5 l + 3 dl = 25 dl + 3 dl = 28 dl
28 dl citromos vizet kaptunk.

b) 5 l – 8 dl = 50 dl – 8 dl = 42 dl = 4,2 l
A dobozban 4,2 liter almalé maradt.

A mennyiségekkel végzett műveletek során mindig azonos mértékegységre kell váltani. Ezután lehet elvégezni az összeadást vagy a kivonást.

Feladatok

1. Mit gondolsz, körülbelül mennyi víz fogy
a) egy zuhanyzásnál; *b)* egy mosásnál; *c)* az autómosóban egy kocsimosásnál?
Ha nem tudod a válaszokat, nézz utána az interneten!

2. Az üvegen található utasítás szerint 0,7 liter bodzaszörpöt 6 liter vízzel kell hígítani ahhoz, hogy finom legyen.

a) Készítsetek el egy nagy edényben ennyi üdítőt! Becsüljétek meg, mekkora edényt válasszunk az összekeveréshez!
b) Hány liter lett összesen a hígított szörp?
c) Hány embernek jutna belőle, ha mindenki 2 dl-t kapna?
d) Hány dl jutna fejenként, ha az osztályból mindenki ugyanannyit kapna?

3. Írd fel mindegyik edény űrtartalmát három különböző mértékegységgel!
a) félliteres szörpösüveg *b)* 2 deciliteres pohár *c)* másfél hektoliteres hordó

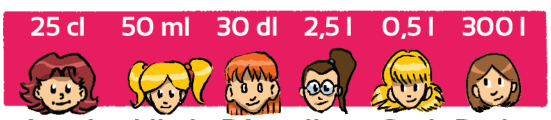
4. Mit gondolsz, mennyi az űrtartalma

a) egy kis locsolókannának?	2 dl, 2 l, 2 hl
b) egy kis üdítős üvegnek?	500 ml, 500 cl, 500 dl
c) egy üzemanyag-szállító kamion tartályának?	250 dl, 250 l, 250 hl

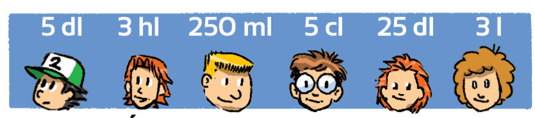
5.

a) Add meg literben:	13 hl;	440 dl;	37 500 cl;	900 ml!
b) Add meg deciliterben:	23 l;	0,5 hl;	800 cl;	56 000 ml!

6. Állítsd párba az egyenlőket!



Ancsi Mimi Róza Ilus Saci Dorka



Palkó Áki Levi Balu Vini Gazsó

7. A Sebaj családnál elromlott a csap, így egész nap csöpögött, másodpercenként egyszer. 1 csepp víz 0,05 ml.
a) Mennyi vizet pazaroltak el 24 óra alatt?
b) És egy 30 napos hónap alatt?

8. Egy étterem konyháján két 3 literes étolajat bontottak fel. Az egyikből fél litert használtak el, a másikból pedig 14 decilitert. Hány deciliter étolaj maradt összesen?

9. Dini és Lóci apukája az állatkertben dolgozik. Az ő feladata többek között az is, hogy az elefánt előtt mindig legyen megfelelő mennyiségű víz. Háni, az elefánt egyszerre átlagosan 8 liter vizet szív fel az ormányába és fecskendez aztán a szájába. Háni előtt egy 3,2 hl-es tartály áll.
a) Hányszor szippanthatja tele az ormányát az előtte álló teli vizes tartályból?
b) Amikor a tartály félig üres lett, Háni elment aludni. Dini, Lóci és az apukájuk pedig szorgalmasan hordani kezdték a tartályba a vizet. Dini vödre 6 deciliteres, Lócié 5 literes, és apáé 20 literes. Ha mindig együtt mennek a kúthoz, hányszor forduljanak, hogy újra tele legyen a tartály?

10. Anya és Luca a karácsonyi vásárra szegfűszegillatú illóolajat készítettek házilag, hogy ezzel is hozzájáruljanak az osztálypénzhez. Összesen 1,5 liter illóolajat készítettek, amit kétféle méretű üvegcsébe öntöttek. Ugyanannyi 10 ml-es és 20 ml-es üvegcse készült. Hányat készítettek összesen?

AZ IDŐ MÉRÉSE, MÉRTÉKEGYSÉGEI 3.

A körülöttünk lévő világban az idő múlását figyelve sok ismétlődést vehetünk észre. Ilyen például a nappalok és éjszakák, az évszakok váltakozása, a hold sarlójának változása.

Az idő mérésére használt mértékegységek: másodperc, perc, óra, nap, hét, hónap, év.

A mértékegység neve	másodperc	perc	óra	nap	hét	hónap	év
A mértékegység rövidítése	s	min	h	–	–	–	–

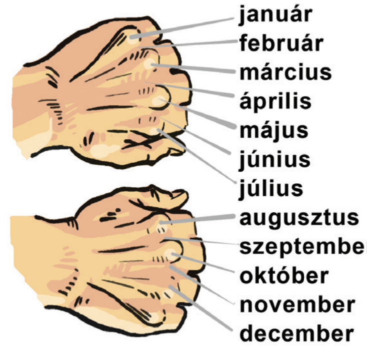
$$1\ \mathrm{s} \xrightarrow{\cdot 60} 1\ \mathrm{min} \xrightarrow{\cdot 60} 1\ \mathrm{h} \xrightarrow{\cdot 24} 1\ \mathrm{nap} \xrightarrow{\cdot 7} 1\ \mathrm{hét}$$

A további váltószámokat nem írtuk le, mert azok nem állandóak.

Ha ökölbe szorítod a kezed, az ujjaid tövénél lévő bütykök segítenek a 30 és a 31 napos hónapok számontartásában. Haladj végig a kisujjadtól a mutatóujjadig, és folytasd a másik kezed mutatóujjánál lévő bütyökkel: a bütyök 31 napos, a két bütyök közti völgy 30 napos hónapot jelképez. Természetesen az első völgy a februárt jelenti, amely vagy 28, vagy 29 napos. Nézz utána, hogy mikor 29 napos a február! Mit jelent a szökőév elnevezés?

Az idő mérésére szolgáló eszköz az óra. Van homokóra, karóra, digitális óra, falióra, toronyóra stb.

Az óra **időpont**ot mutat. Két időpont közt eltelt idő az **időtartam**.



1. példa

Hány hónapos vagy? Számold ki!

Megoldás

Hányadik születésnapodat ünnepelted már meg? Ennek a számnak vedd a tizenkétszeresét, és add hozzá a születésnapod óta eltelt hónapok számát! Ekkor megkapod, hogy hány hónapos vagy!

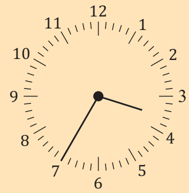
Csoportmunka

1. Üljetek 4 fős csoportokba, az egyikőtök kezében legyen egy telefon vagy egy stopper. A másik három ember csukja be a szemét. Az első becsukott szemű ember szóljon, ha letelt 10 másodperc, a második, ha eltelt utána 15 másodperc, a harmadik, ha eltelt utána 20 másodperc. Az időmérő figyelje, ki mennyit tévedett! Cseréljetek szerepet és próbáljátok ki úgy is!

2. Becsüljétek meg, mennyi idő alatt tudtok lefutni egy iskolaudvarnyi hosszt, majd menjetek ki és mérjétek meg!
a) Neked hogy sikerült? Gyorsabb voltál, mint azt az előzetes tipped szerint gondoltad?
b) Ki lett a leggyorsabb?

2. példa

A bal oldali óra azt a délutáni időpontot mutatja, amikor Töhötöm elindult az edzésre. A jobb oldali óra a hazaérkezésének időpontját mutatja. Mennyi ideig volt távol?

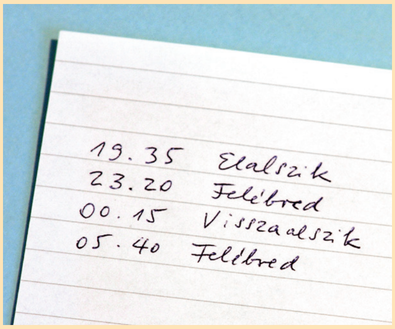



Megoldás

A bal oldali óra 15 óra 35 percet mutat. Ehhez képest 25 perc elteltével lesz 16 óra. Aztán eltelik 1 óra, és ekkor lesz 17 óra. Végül még 50 percnek el kell telnie, hogy 17:50 legyen a pontos idő.
Ez összesen: 25 perc + 1 óra + 50 perc = 2 óra 15 perc.
Vagyis a két időpont között 2 óra 15 perc telt el, ennyi ideig volt távol.
Számolhatsz másként is. 15 óra 35 perc és 15 óra 50 perc között tizenöt perc telik el, és aztán még két óra, míg 17 óra 50 perc lesz, azaz a teljes eltelt idő 2 óra 15 perc.

3. példa

Merse édesanyja egyik nap percre pontosan feljegyezte kisfia éjszakai felébredéseinek és elalvásainak időpontját.
Hány órát aludt Merse ezen az éjszakán?



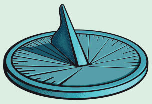
Megoldás

Az elalvás és a felébredés közti időtartamokat kell összeadnunk.
19:35-től 23:20-ig aludt. Ez 3 óra 45 perc.
00:15-től 05:40-ig aludt. Ez 5 óra 25 perc.
Tehát Merse összesen 9 óra 10 percet aludt.

Kutatómunka

Nézzetek utána, hogyan mértek időt

napórával; **vízórával;** **homokórával;** **tűzórával?**




Feladatok

1. *a)* Számítsd ki, hány hónapos vagy! Hasonlítsátok össze az eredményeket! Ki lett a legfiatalabb?
b) Számítsd ki, hány napot éltél? Hány nap a korkülönbség az osztály legidősebb és legfiatalabb tagja között?
c) Vannak köztetek olyanok, akik között csak pár nap vagy pár óra a korkülönbség?

2. Váltsd át a következő mondatokban szereplő időtartamokat olyan mértékegységbe, amelyik jobban illik a szövegkörnyezetbe!
a) A tűzoltók 300 másodpercen belül a helyszínre értek.
b) Ez a kisbaba 840 órás.
c) Fáradt vagyok, mert éjjel csak 300 percet aludtam.

3. Az ábra segítségével válaszolj a kérdésekre!

a) Összesen mennyi ideig van nyitva a bolt egy héten?
b) Este hét óra után hét perccel léptünk be a boltba. Hány percünk van még a vásárlásra?
c) A boltban két eladó, Éva és Noé dolgozik. Úgy osztották be a napokat, hogy Éva hétfőn, szerdán és pénteken van a boltban, Noé kedden, csütörtökön és szombaton. Hetenként cserélnek, hogy igazságos legyen a beosztás. Hány órát dolgozik Éva és Noé hetente?
d) Zénó szerdán 12:26-kor zárva találja a boltot. Zénó nem nézi meg a nyitvatartásról szóló táblát, ezért távozni akar. Te mit tanácsolnál neki?

4. Egy bank internetes szolgáltatása alapján az ügyfelek az előző három hónap pénzügyi adatait nézhetik meg. Hány napot jelenthet ez?

5. Add meg a hiányzó mérőszámokat!
a) 3,5 min = …… s *b)* 4,25 h = …… min *c)* 4,5 nap = …… h *d)* 0,5 hét = …… h
e) 720 s = …… min *f)* 78 h = …… nap *g)* 3 nap = …… hét *h)* 3,5 hét = …… h

6. Add meg a hiányzó mértékegységeket!
a) 330 s = 5,5 …… *b)* 780 h = 32,5 …… *c)* 336 h = 2 …… *d)* 7200 s = 2 ……

7. A Nap 2014. 03. 15-én, szombaton 5 óra 57 perckor kelt fel és 17 óra 49 perckor nyugodott le.
a) Milyen hosszú volt a nappal?
b) Milyen hosszú volt az ezt követő éjszaka, ha másnap 5 óra 55 perckor kelt fel a Nap?
c) Délután 4 óra előtt 12 perccel mennyivel van közelebb hozzánk a következő napnyugta, mint az előző napkelte?

8. Késő Klára minden reggel ébredés után háromnegyed órát készülődik az iskolába indulásig. Tíz perc alatt kiér a buszmegállóba, ahol az öt percenként közlekedő busz húsz perc alatt elviszi az iskoláig. A buszról leszállva öt percre van szüksége, hogy az osztályterembe érjen, elfoglalja a helyét, és előkészüljön az első órára. Az első órára 8 órakor csöngetnek be. Sajnos Klári sokszor elkésik. Amikor osztályfőnöke kérdőre vonja, azzal védekezik, hogy ő az általa kiszámított időben pontosan felkel.
a) Mikor kel fel Klára? *b)* Vajon mit javasolt neki az osztályfőnöke?

9. Rozi május 29-én elhatározta, hogy a következő naptól kezdve minden nap 10 percet fog futni, aztán ötnaponta fél perccel emeli az adagot. Rozi ezt a tervet tartotta június végéig.
a) Hány percet futott június 10-én? *b)* Mely napokon futott Rozi 11 percet?
c) Hány órát futott összesen júniusban?

4. MÉRTÉKEGYSÉG-ÁTVÁLTÁSOK

Csoportmunka

Alakítsatok ki négy csoportot úgy, hogy minden csoportban legalább négyen legyetek! Minden csoport válasszon egy színt, és minden csoporttag húzzon egy számot 1 és 4 között!

Minden csoportnak mérés lesz a feladata. Írjátok le a kapott eredményeiteket a füzetbe!

Csoportok színe	Piros	Kék	Zöld	Sárga
A csoportok feladatai	űrtartalom mérése	terület mérése	hosszúság mérése	tömeg mérése
Szükséges eszközök	kis tartódoboz pl. a színes korongok tartódoboza	iskolai füzet	iskolai pad	tolltartó, kétkarú mérleg
Mérőegységek	bab, lencse	egyforma kis téglalapok, a téglalapokat egyik átlójuk mentén elvágva kapott háromszögek	a csoport tagjainak legrövidebb és leghosszabb ceruzája	egész dió, bab
Elvégzendő mérés (Írjátok le a füzetbe a kapott eredményeket!)	Mérjétek meg a tartódoboz űrtartalmát babbal és lencsével!	Mérjétek meg a füzet területét csak háromszögekkel és csak téglalapokkal lefedve!	Mérjétek meg az iskolai pad hosszát a rövid és a hosszú ceruzával!	Mérjétek meg a tolltartó tömegét dióval és babbal!
Megválaszolandó kérdések	Hány lencse egy bab? Hány bab egy lencse?	Hány háromszög egy téglalap? Hány téglalap egy háromszög?	Hány kis ceruza egy nagy ceruza? Hány nagy ceruza egy kis ceruza?	Hány bab egy dió? Hány dió egy bab?

A mérések elvégzése után cseréljetek csoportot úgy, hogy minden újjáalakult csoportban azonos sorszámmal rendelkező csoporttagok legyenek! Tapasztalataitokat osszátok meg egymással!

A csoportokban elvégzett mérésekből láthatjuk, hogy ha különböző egységgel mérünk egy mennyiséget, akkor a mérőszám is megváltozik.

Ha egy területet háromszöggel mértünk, azt kaptuk, hogy a mérőszám nagyobb lett, mint amikor téglalappal mértünk. A felhasznált mértékegységek közötti váltószámot számolással lehetett meghatározni. Ha ugyanazt a mennyiséget nagyobb egységgel mérjük, akkor a mérőszám kisebb lesz.

Ezek a mérések a használt egységeinkkel pontosnak tekinthetők, de ha például a bab mérete változik, akkor a váltószám is változik. Ahhoz, hogy mindenkinek ugyanazt jelentse egy adott mérőszám és mértékegység, szükséges volt a mértékegységek egységesítése.

PÁROS MUNKA

Milyen mértékegységben adnád meg a felsorolt tárgyak méreteit?
Írd le a füzetedbe a válaszokat, és egyeztesd a társaddal!

egy kamion tömege;	egy tollpihe tömege;	egy gombóc fagyi tömege;
egy ceruzahegy hosszúsága;	két nagyváros távolsága;	egy tartálykocsi űrtartalma;
egy kert területe;	egy orrspray térfogata,	egy úszómedence térfogata

A fejezet elején, illetve az 5. fejezetben megtalálhatod a tömeg, az idő, az űrtartalom, a hosszúság, a terület, a térfogat mértékegységeit és a közöttük lévő váltószámokat.

A mértékegységek átváltásakor használt különböző előtagok utalnak az alapul választott egység szorzószámára. Hatásukra az alapegység ezredét, századát, tizedét, tízszeresét, százszorosát, ezerszeresét kapjuk. Összefoglalva:

milli	centi	deci	deka	hekto	kilo
ezredszeres (ezredrész)	századszoros (századrész)	tizedszeres (tizedrész)	tízszeres	százszoros	ezerszeres

Ezért mondjuk az 1000 millilitert 1 liternek és az 1000 grammot 1 kilogrammnak.
Ezért mondjuk a 0,001 litert 1 milliliternek és a 0,001 grammot 1 milligrammnak.

Ezeket felhasználva nézzük az alábbi átváltásokat! Most az űrmértékek átváltására látsz példát, de a váltószámok ismeretében minden mennyiség esetén így kell eljárni.

Példa

Végezzük el az alábbi átváltásokat!

35 l = ... dl	42 dl = ... cl	42 dl = ... l	345 l = ... hl
2,4 hl = ... l	0,5 hl = ... l	640 cl = ... dl	25 ml = ... dl

Megoldás

Használjuk fel az *Űrtartalom mérése* című leckében leírt mértékegységek közötti összefüggéseket.

A bal oldali oszlopokban nagyobb mértékegységekről váltunk kisebb mértékegységekre, ekkor a mérőszámot megszorozzuk a váltószámmal.

$35\ \text{l} \xrightarrow{\cdot 10} 350\ \text{dl}$ $42\ \text{dl} \xrightarrow{\cdot 10} 420\ \text{cl}$

$2{,}4\ \text{hl} \xrightarrow{\cdot 100} 240\ \text{l}$ $0{,}5\ \text{hl} \xrightarrow{\cdot 100} 50\ \text{l}$

35 l = 350 dl; 42 dl = 420 cl; 2,4 hl = 240 l; 0,5 hl = 50 l

A jobb oldali oszlopokban kisebb mértékegységekről váltunk át nagyobb mértékegységekre, ekkor a mérőszámot elosztjuk a váltószámmal.

$42\ \text{dl} \xrightarrow{:10} 4{,}2\ \text{l}$ $345\ \text{l} \xrightarrow{:100} 3{,}45\ \text{hl}$

$640\ \text{cl} \xrightarrow{:10} 64\ \text{dl}$ $25\ \text{ml} \xrightarrow{:100} 0{,}25\ \text{dl}$

42 dl = 4,2 l; 345 l = 3,45 hl; 640 cl = 64 dl; 25 ml = 0,25 dl

4. MÉRTÉKEGYSÉG-ÁTVÁLTÁSOK

Ha nagyobb egységről váltasz kisebb egységre, akkor a váltószámmal meg kell szorozni a mérőszámot:

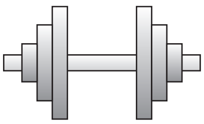
3,4 km = 3400 m   2,5 óra = 2,5 · 60 perc = 150 perc   4,12 kg = 412 dkg

Ha kisebb egységről váltasz nagyobb egységre, akkor a váltószámmal el kell osztani a mérőszámot:

45 cm = 4,5 dm   60 dm^2 = 0,6 m^2 75 perc = $\frac{75}{60}$ óra = 1,25 óra   500 gramm = 50 dkg

Feladatok

1. Erős Pista otthon súlyzózik. Súlyzójának rúdja 3 kilogramm. 40 dekagrammos, 75 dekagrammos, 1250 grammos és 230 dekagrammos fémtárcsái vannak, mindegyikből két-két darab. A rúd mindkét végére három tárcsa fér rá, és mindig felszerel legalább egy-egy tárcsát.



a) Mekkora a legnagyobb súly, amivel dolgozhat?
b) Melyik tárcsákat szerelje fel a rúdra, ha 7 kilogrammal szeretne edzeni?
c) Mekkora az eltérés a legkönnyebb és a legnehezebb összeállítás között?

2. Csiga Biga 14:00 órakor indult el a tőle 22,5 méterre lakó barátjához.
a) Vajon odaér-e este 6-ra, ha 7,5 cm-t halad percenként?
b) Mikor induljon reggel haza, ha legkésőbb 11:25-re haza kell érnie?

3. A mozdony 50 tonna terhet bír elhúzni. Hány darab vagonnal indítható el az ábrán látható mozdony? A vagonoknak nem tudjuk megváltoztatni a sorrendjét.

4. Hogyan lehet egy 3 és egy 5 perces homokórával pontosan 4 percet mérni?

5. Lali és a nagypapája rendszeresen járnak horgászni. Lali rengeteg trükköt ellesett már tőle. Lassan közeleg nagypapa születésnapja, így Lali egy szuper horgászajándékot eszelt ki a számára. Vett egy tekercs 150 méter hosszú damilt és 40 darab horgot. Egy horogelőke megkötéséhez 25 cm-es damil kell, ha ügyesebbek vagyunk, elég 20 cm is. Lali először kötött 10 előkét 25 cm-es damillal, majd nagyon belejött, így a többi horogra elég volt 20 cm-es damilból kötnie az előkéket. Hány méter zsinór maradt?

6. Add meg ezeknek a mennyiségeknek a tizedrészét egy másik mértékegységgel!
a) 10 cm *b)* 7 dkg *c)* 5 dm *d)* 25 l *e)* 1,5 m *f)* 0,5 kg

7. Írd le növekedő sorrendben a megadott mennyiségeket! Használj egy közös mértékegységet!
a) 6500 mm, 65 cm, 6,5 m, 0,65 km, 650 dm
b) 24 g, 0,5 kg, 31 dkg, 0,006 t, 7,5 kg
c) 0,5 nap, 1 hét, 200 h, 3 nap, 7200 min
d) 2500 ml, 23 dl, 0,03 hl, 275 cl, 28,8 l

8. A következő mennyiségek összegét pótold 5 kg-ra!
a) 3400 g, 12 dkg, 1 kg
b) 12 000 mg, 988 g, 300 dkg
c) 0,0002 t, 80 dkg, 1100 g
d) 4 g, 44 dkg, 4 kg

9. Írd le egy kisebb egész számmal és annak megfelelő mértékegységgel a következő mennyiségeket! Amelyiket lehet, azt add meg többféleképpen is! Sorold fel a megadott mennyiségek közül azokat, amelyekkel hosszúságot adtunk meg!

a) 2000 kg	*b)* 2800 cm	*c)* 70 dl	*d)* 14 nap
e) 25 020 mm	*f)* 6900 l	*g)* 120 000 dkg	*h)* 5100 dm
i) 32 400 s	*j)* 15 000 g	*k)* 830 ml	*l)* 15 840 min

10. Pótold 4 l-re a következő mennyiségek összegét!

a) 2 l, 15 dl, 30 cl
b) 3 l, 3 dl, 3 cl
c) 2200 ml, 6 dl, 75 cl
d) 0,007 hl, 940 ml, 58 cl

11. Mennyivel több, mint egy nap a következő időtartamok összege?

a) 11 h, 120 min, 50 400 s
b) 300 min, 18 000 s, 15 h
c) 0,5 nap, 11 h, 100 min
d) 15 000 s, 1200 min, 0,5 h

12. Nagymama kétkarú konyhai mérleget használ. A mérleg egyik serpenyőjébe beleöntött fél kg porcukrot, 20 dkg lisztet, és beleütött két egyforma tojást. A mérleg másik serpenyőjébe beletett 3 darab 20 dkg és 2 darab 10 dkg feliratú súlyt. A mérleg most egyensúlyban van. Hány grammosak lehettek a tojások?

13. Lencsi és Zita frissítő koktélokat kevertek maguknak.

a) Lencsi citromos koktéljába $\frac{1}{2}$ citrom leve, $\frac{1}{2}$ lime leve, 5 cl cukorszirup és 1,8 dl szóda kell. Ha ezeket összekeveri, $\frac{1}{4}$ liter koktélt kap, amit már csak egy kis mentalevéllel ízesít. Sajnos se citrom, se lime nincs otthon, így ezek helyett citromlevet használ. Mennyi citromlevet öntsön a koktélhoz?

b) Zita fél liter málnás-fekete teás koktél készít. Már öntött a poharába 1 dl fekete teát, 3 ml citromlevet, 8 cl cukorszirupot és 50 ml málnaszörpöt. Mennyi szódát öntsön még hozzá?

14. Két tehervagonban 16 tonna feketeszén van. Egy ház éves fűtéséhez és a bentlakók melegvízellátásához 8000 kg szénre van szükség. Hány ház ellátására elegendő a két vagonban lévő szén?

15. Az iskolai tanórák 45 percesek, de rendkívüli esetben lehetnek rövidített tanórák is, amelyek csak 40 percesek. Vezessük be a *tanóra* mértékegységet *th* rövidítéssel, és a *rövidtanóra* mértékegységet *rth* rövidítéssel. Vagyis 1 th = 45 min, 1 rth = 40 min.
Add meg a következő mennyiségeket th-ban és rth-ban!

a) 6 h	*b)* 1 nap	*c)* 720 min	*d)* 21 600 s

16. *a)* Ha felveszem a „Hipp-hopp, ott legyek, ahol akarok” varázsköpenyemet, akkor 15 000 m-t tudok megtenni egy szempillantás alatt. Hány szempillantás alatt érek Budapestről a tőle légvonalban 165 km távolságra lévő Debrecenbe?

b) Hány dkg „Hopponáló por” kell ehhez az úthoz, ha 6 g 5 km megtételéhez elegendő?

5. ARÁNYOSSÁGOK, VÁLTOZÓ MENNYISÉGEK



A mindennapokban gyakran használjuk az arányos szót. Az arányosnak gondolt tárgyakat, alkotásokat, élőlényeket szépnek látjuk, de ilyenkor nem feltétlenül tudjuk megfogalmazni, hogy mire is gondolunk.
Az arány, mint matematikai fogalom, két mennyiség közti kapcsolatot jelent, ami nagyon sokféle lehet.

- Ha 1 perc alatt 100 métert sétálunk, akkor úgy gondoljuk, hogy ugyanilyen tempóban haladva 2 perc alatt 200 métert, 3 perc alatt 300 métert fogunk haladni.
- Ha 1 füzet 70 forintba kerül, akkor két ilyen füzetért 140 forintot, háromért 210 forintot fogunk fizetni.

A továbbiakban ezekhez hasonló arányosságokkal fogunk foglalkozni.

1. példa

Edzett Ede mindennap fut 3 km-t. Mennyit teljesít egy hét alatt? Mennyit fut májusban? Mennyit fut egy évben?

Megoldás

Mivel naponta 3 km-t fut, és egy hét az 7 nap, ezért $7 \cdot 3$ km-t, azaz 21 km-t fut egy hét alatt.
Tudjuk, hogy a május 31 napos, ezért $31 \cdot 3$ km-t, azaz 93 km-t fut ebben a hónapban.
Egy év vagy 365 vagy 366 napos. Vagyis $365 \cdot 3$ km-t vagy $366 \cdot 3$ km-t futhat.
Egy év alatt 1095 km-t fut, de ha szökőévről van szó, akkor 1098 km-t.

1 hét	7 nap	$7 \cdot 3$	21 km
1 hónap	31 nap	$31 \cdot 3$	93 km
1 év	365 nap	$365 \cdot 3$	1095 km

Megfigyelhettük, hogy a napok növekedésével nőtt a megtett kilométerek száma is. Ahányszorosára növekedett a napok száma, ugyanannyiszorosára növekedett a megtett kilométerek száma is.

2. példa

A futóversenyeken a leghosszabb táv a 42 195 méteres maratoni futás. Ennek a teljesítése kiemelkedő teljesítményt jelent, ezért is válhatott ez a versenyszám a kitartás egyik jelképévé. Ede április 25-én, a születésnapján kezdte a futóedzéseket. Melyik nap mondhatja, hogy már lefutott egy maratoni távot?

Megoldás

A maratoni táv 195 méterrel több, mint 42 km. Mivel mindennap 3 km-t fut, ezért 42 : 3, azaz 14 nap alatt éri el a 42 km-t. A 15. napon éri el a maratoni távot. Április 30 napos hónap, ezért ebben a hónapban 6 napot fut, marad még 9 nap.
Vagyis május 9-én mondhatja, hogy túl van egy maratoni távon.

42 000 m	42 000 : 3	14 nap
195 m		1 nap
összesen		15 nap
	április 25-től 30-ig	6 nap
marad	május 9-ig	9 nap

KUTATÓMUNKA

Derítsd ki, honnan ered a maratoni futás elnevezése és hosszúsága!

3. példa

A Wizard nevű kártyajátékot 3–6 játékos játszhatja. Egy pakliban 60 kártyalap található. A játék elején a lapokat egyenlően szét kell osztani a játékosok között. Adjuk meg az egy játékosra jutó lapok számát attól függően, hogy hányan szeretnének játszani!

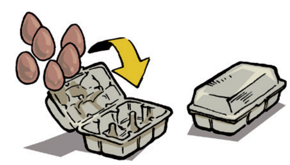
Megoldás

A 60 lapot 3, 4, 5 vagy 6 egyenlő részre kell szétosztanunk.

A játékosok száma	3	4	5	6
Az egy játékosnak jutó lapok száma	20	15	12	10

A játékosok számának növekedésével az egy játékosnak jutó lapok száma csökken. Ahányszorosára növeljük a játékosok számát, ugyanannyiad részére csökken az egy játékosnak jutó lapok száma.

Feladatok



1. Ha egy tojás ára 40 Ft, akkor mennyibe kerül a
a) hat; *b)* tíz; *c)* tizenöt darabos doboz?

2. Egy felnőtt embernek naponta 2–2,5 liter folyadék bevitelére van szüksége. Ezt a vízigényt nemcsak közvetlenül ivással, hanem táplálékkal (pl. leves, egyéb folyadéktartalmú étel) is bevihetjük a szervezetbe. Mennyi folyadékra van szüksége egy embernek egy hét, egy hónap, egy év során?

3. Lóri Budapesten él. Iskolába és edzésre menet rendszeresen használja a tömegközlekedési eszközöket, ezért havonta bérletet vásárol. Egy diákbérlet ára 3450 Ft. Hány forintba kerül egy utazása, ha összesen 23, 25, 46, 115 alkalommal utazott ebben a hónapban?

4. Egy pénztárcában csupa egyforma papírpénz van, összesen 20 000 Ft értékben. Hány darab bankjegy lehet benne összesen?

5. Ede meghallgatta kedvenc együttesének 6 perces számát. Másnap megmutatta Tóninak és Palinak, így hárman együtt hallgatták meg ezt a számot. Mennyi ideig tartott ekkor a zenehallgatás?

6. Gombóc Artúr a következőt mondta:
„A kedvenc desszertemet kicsi és nagy csomagolásban lehet vásárolni. Vettem 4 csomaggal a kicsiből, és 32 barátomnak tudtam adni belőle. Mindenki egyet evett. Egy következő alkalommal a nagy csomagolásúból vettem, de csak 3 csomaggal. Hány barátomat kínálhatom meg most? Hány darab desszert van a kicsi csomagolásúban?"
Megtudtuk, hogy a nagy csomagban 15 darab desszert van. Segíts Artúrnak a kérdések megválaszolásában!

7. „Aranyos" következtetés: Ha III. Béla 25 év alatt 150 rendeletet hozott, akkor 13 év alatt 130 rendeletet hányadik László adott ki?
Móricka azonnal észrevette, hogy a 150 a $3 \cdot 25$-nek a kétszerese. Ezért olyan sorszámot kezdett el keresni, amelyiket 13-mal szorozva és duplázva megkapja a 130-at. Ezt gyorsan megtalálta! Mivel $5 \cdot 13$ duplája 130, ezért a válasza: V. László. Mit szólsz ehhez a következtetéshez? Találj ki hasonló feladatot!

6. EGYENES ARÁNYOSSÁG

PÁROS MUNKA

Az alábbi állításokról döntsétek el, hogy igazak vagy hamisak!
Válaszaitokat egyeztessétek, indokoljátok!

a) Ha három zsemlét veszek, az háromszor annyiba kerül, mint egy zsemle.
b) Pénteken kétszer olyan hosszú ideig esett az eső, mint szerdán, így kétszer annyi víz gyűlt össze a víztározóban.
c) Ha Peti két gombóc fagyi helyett négy gombócosat vesz, akkor kétszer annyit fizet.
d) Ha Micimackó kedden kétszer annyi mézet eszik, mint hétfőn, akkor a pocakja is kétszer annyival nő.
e) Egy két hónapos csecsemő kétszer akkora súlyú, mint egy egy hónapos.
f) Ha egyenletesen futottam tíz percig, akkor ötször annyi utat tettem meg, mintha két percig futottam volna.

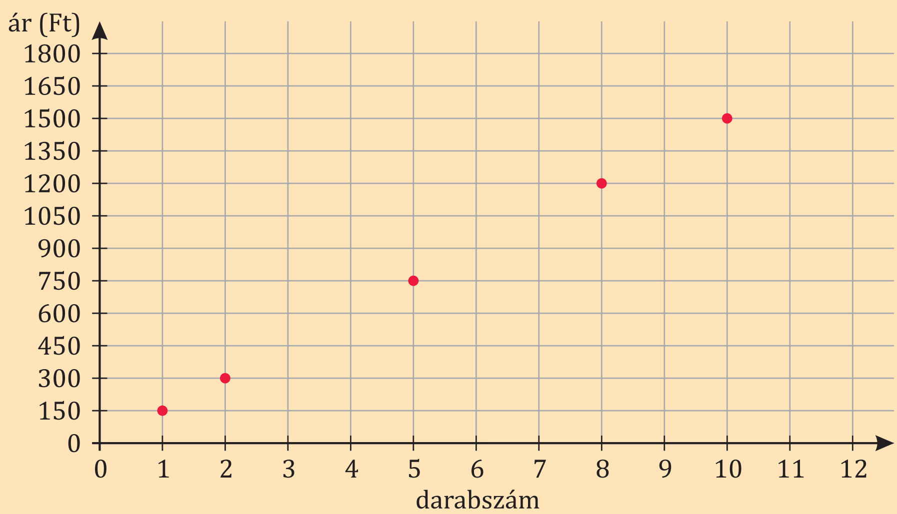
1. példa

Az iskolai automatában az Óriás Túró Rudi 150 forintba kerül. Mennyibe kerül 2, 5, 8, 10 darab Óriás Túró Rudi? Ábrázoljuk grafikonon a darabszámot és a hozzá tartozó árat!

Megoldás

Amennyi Óriás Túró Rudit szeretnénk venni az automatából, annyiszor 150 forintra lesz szükségünk.
ár = darabszám · 150
Foglaljuk táblázatba az összetartozó értékeket!

Darabszám	1	2	5	8	10
Ár (Ft)	150	300	750	1200	1500



A táblázat számpárjainak közös tulajdonsága, hogy ha az árat elosztjuk a darabszámmal, akkor mindig 150-et kapunk: $\frac{150}{1} = \frac{300}{2} = \frac{750}{5} = \frac{1200}{8} = \frac{1500}{10} = 150.$

A táblázatból azt is látjuk, hogy ahányszorosra változik a darabszám, ugyanannyiszorosra változik az ár.
Azt mondjuk, hogy a két mennyiség között **egyenes arányosság** van.

2. példa

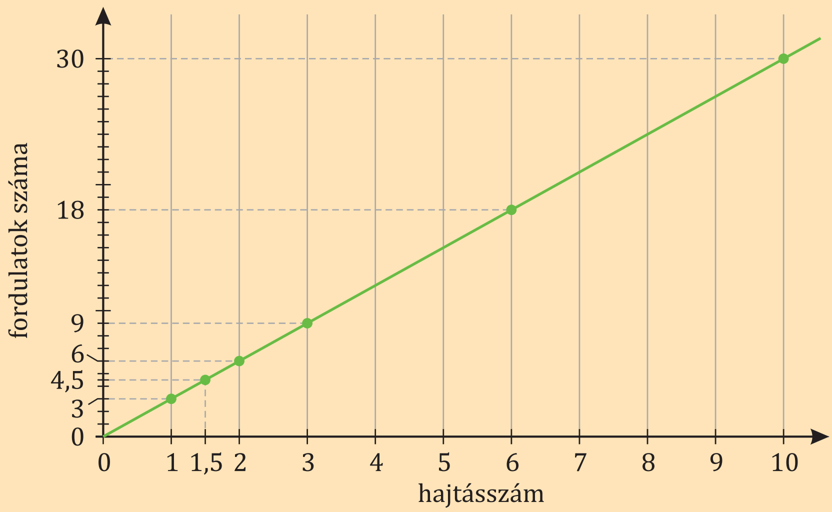
Egy bicikli kereke egy hajtás alatt hármat fordul.
Mennyit fordul 1,5; 2; 3; 6; 10 hajtás után?

Ábrázoljuk grafikonon a kapott számpárokat!

Megoldás

Készítsünk táblázatot az összetartozó értékekről!

Hajtásszám	1	1,5	2	3	6	10
Fordulatszám	3	4,5	6	9	18	30



Az előző példától eltérően itt össze lehet kötni a pontokat, hiszen nem csak egész számú fordulatot tehet a bicikli pedálja és kereke.
A táblázat számpárjainak most is közös tulajdonsága, hogy ha az összetartozó számokat elosztjuk egymással, akkor állandó értéket kapunk. Ha az alsó számot osztjuk el a felső számmal, akkor 3-at kapunk. Ha a felső sor számait osztjuk az alsó sor megfelelő számaival, akkor $\frac{1}{3}$-ot kapunk. Ellenőrizd!

Úgy is mondhattuk volna, hogy ahányszorosra változik a hajtásszám, annyiszorosra változik a fordulatszám.

Egyenes arányosságról akkor beszélünk, ha az összetartozó értékek közül az egyik valahányszorosára változik, akkor ugyanannyiszorosára változik a másik.

Ha két mennyiség egyenesen arányos, akkor a (0; 0) számpár kivételével az összetartozó értékek hányadosa állandó.

Kutatómunka

Az építkezésekhez, tárgyak rögzítéséhez sokszor használunk szegeket.
A tetőlécekhez kb. 2500 db szegre lenne szükségünk.
Ha bemegyünk egy barkácsboltba, vagy interneten utánanézünk, a szükséges szeg áráról ezt láthatjuk:

Beszéljétek meg, szerintetek az eladók hogyan adnak a vevőnek kb. 2500 db szeget!
Nézzetek utána, mekkora a tömege egy db szegnek!

3. példa

Egy biciklistáborból a gyerekek két csoportban indultak el reggel 8-kor. A lassabb csapat 2 óra alatt 32 kilométert tesz meg, a gyorsabb csapat pedig másfél óra alatt átlagosan 36 kilométert. Az aznapra kitűzött távolság 96 km.
Mennyivel hamarabb ér a következő táborhelyre a gyorsabb csapat?

Megoldás

A lassabb csapat
2 óra alatt → 32 km-t,
1 óra alatt ennek felét, 16 km-t
tesz meg.

96 = 16 · 6, ezért hatszor annyi idő kell a célba éréshez.
A lassabb csapat 6 óra alatt ér a táborhelyre.

A gyorsabb csapat
1,5 óra alatt → 36 km-t,
0,5 óra alatt ennek harmadát, 12 km-t,
1 óra alatt annak kétszeresét, 24 km-t
tesz meg.

96 = 24 · 4, ezért négyszer annyi idő kell a célba éréshez.
A gyorsabb csapat 4 óra alatt ér a táborhelyre.

A két időtartam különbsége: 6 – 4 = 2 (h). Tehát 2 órával hamarabb ér a gyorsabb csapat a következő táborhelyre.

Feladatok

1. Egy gyerek vállszélessége körülbelül 50 cm.
a) Hány gyerek álljon szorosan egymás mellé, hogy végigérjék az 5,5 méter széles termet?
b) Hányszor ennyi gyerek kell ahhoz, hogy a 11 méteres hosszúságot is betöltsék?
c) Mérjétek meg, a ti termetek hány „gyerekvállhossznyi”, és következtessetek a terem méreteire!

2. Döntsd el, melyik igaz, melyik hamis az alábbi állítások közül! Válaszodat beszéld meg a padtársaddal!

a) Kétszer annyi idős gyerek kétszer annyit eszik.
b) Kétszer annyi bárányhoz kétszer annyi juhászkutya kell.
c) Kétszer annyi csempével kétszer akkora falat tudok kicsempézni.
d) Kétszer annyi ceruzával kétszer olyan szép rajzot tudok készíteni.
e) Kétszer annyi idős ember kétszer olyan magas.

3. Gyűjtsetek 3-4 fős csoportokban olyan hétköznapi mennyiségeket,
a) amelyek között egyenes arányosság van!
b) amelyekben az összetartozó értékek közül mind a kettő növekszik, még sincs köztük egyenes arányosság!
c) Cseréljenek listát a csoportok, és ellenőrizzék egymás munkáját!

4. Ambrus hozott egy zacskó cukrot, és miután mind a 11 barátjának adott egy szemet, neki is maradt egy. Hány zacskó cukrot hozzon, ha a 36 fős osztályába mindenkinek szeretne adni egy-egy cukrot?

5. Döntsd el, melyik állítás igaz, melyik hamis! A hamisakat javítsd ki!
a) Ha egy csomag mogyoró 280 Ft, akkor három csomag mogyoró 820 Ft.
b) Ha 24 kg eperből 30 üveg lekvárt tudunk készíteni, akkor 4 kg eperből 5 üveg lekvár lesz.
c) Ha a búcsúban 960 Ft a körhintára három menetjegy, akkor két menetjegyért 640 Ft-ot kell fizetnünk.
d) Ha a menzán 16 gyereknek 32 bundás kenyeret sütnek, akkor 4 gyereknek 10 készül.

6. Zsófi újévi fogadalma, hogy egy hét alatt 350 fekvőtámaszt csinál, mindennap ugyanannyit.
a) Hány fekvőtámaszt csinál naponta?
b) Mennyit csinált januárban?
c) Mennyivel csinálna kevesebbet februárban, mint januárban?
d) Hány fekvőtámaszt csinál egy év alatt?

7. Nagyi minden hétköznap vesz mindkét unokájának egy-egy zacskó Mazsidrazsit, amiért összesen 270 Ft-ot fizet naponta.
a) Mennyibe kerül egy zacskó Mazsidrazsi? *b)* Mennyit költ erre egy hét alatt?

8. Másfél üveg szilvalekvár egy tepsi flódni (töltött sütemény) elkészítéséhez elegendő. Menynyit használ el anya két, illetve három tepsi süteményhez?

9. Fél kg túró elkészítéséhez 3 liter tej kell.
a) Hány liter tej kell 2, 5, 10 kg túró elkészítéséhez?
b) Hány kg túró készíthető 6, 15, 42 liter tejből?

10. 10 tojásból 4 adag rántottát sütünk.
a) Hány adag rántotta lesz 15, 20, 50 tojásból?
b) Hány tojás kell 10, 30, 40 adag rántotta elkészítéséhez?

11. Egy literes almalé 100 g cukrot tartalmaz.
a) Hány g cukrot tartalmaz 3, 7, 10 liter almalé?
b) Mikor fogyasztasz el több cukrot? Ha megiszol 2 liter almalevet vagy ha megeszel 40 szem kockacukrot? Egy kockacukor tömege 4 g.

12. Mama pici pékségében egy tepsi túrós csodasütemény 15 perc alatt készül el.
a) Hány óra alatt készül el 2, 5, 12 tepsi ilyen sütemény?
b) Hány tepsi süteményt tud elkészíteni Mama 5,5 óra alatt, ha megállás nélkül dolgozik?

13. Vince 100 m^2 területen 15 perc alatt nyírja le a füvet. A szomszéd néni telke 500 m^2, amit Vince m^2-enként 5 Ft-ért nyír le.
a) Hány perc alatt végez Vince, ha a szomszéd néni egész telkén lenyírja a füvet?
b) Hány Ft-ot keresett vele összesen?

14. A japán mágnesvonat a világ leggyorsabb vonata, 12 perc alatt tesz meg 100 km-t.
a) Hány perc alatt tesz meg 275 km-t? *b)* Hány km-t tesz meg fél óra alatt?
c) Nézz utána az interneten, hogy néz ki ez a mágnesvonat, és mióta működik!

7. NYITOTT MONDATOK

PÁROS MUNKA

A pár mindkét tagja írjon a füzetébe négy igaz vagy hamis állítást a nyárról!
Olvassátok fel egymásnak az állításaitokat, és beszéljétek meg azok igazságtartalmát! Milyen szót kellene kicserélni a hamis állításokban, hogy igaz állítást kapjatok?

1. példa

El tudjuk-e dönteni a felsorolt teljes vagy hiányos mondatokról, hogy igazak vagy hamisak? Ha igen, akkor döntsük el!

A: A kakas háziállat.
B: A Föld a Naprendszer legkisebb bolygója.
C: A ... Magyarország legmagasabb hegycsúcsa.
D: A ... olyan egyjegyű pozitív egész szám, amelynek kétszerese kisebb, mint 15.
E: A 0 pozitív egész szám.
F: Minden egész szám sokféleképpen írható fel tört alakban.
G: ... kétjegyű pozitív egész szám van.

Megoldás

Az A és F állítások igazak, a B és E állítások hamisak.
A C; D; G mondatok hiányosak. Csak akkor tudjuk eldönteni, hogy igazak vagy nem, ha a pontok helyére valamit írunk.
Ha a C-nél azt írjuk, hogy a Kékes Magyarország legmagasabb hegycsúcsa, akkor igaz állítást kapunk, más esetben nem.
A D-nél több számot is írhatunk a pontok helyére, hogy igaz állítást kapjunk: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7.
A G mondatot a 90 teszi igazzá.

Az első példában olyan mondatok is szerepeltek, amelyek igazsága attól függött, hogy mit írunk a hiányzó helyekre. Az ilyen állításokat **nyitott mondat**oknak nevezzük. A hiány pótlása az **alaphalmaz**ból történik. A nyitott mondat megoldásának nevezzük az alaphalmazból azokat az elemeket, amelyek igazzá teszik a nyitott mondatokat.

Mindig az alaphalmazból kell kiválasztanunk a lehetséges megoldásokat. Az így kapott elemek összességét nevezzük a nyitott mondat **igazsághalmaz**ának.

Jelölésére általában az I betűt használjuk, majd az egyenlőség után kapcsos zárójelben felsoroljuk az igazsághalmazba tartozó elemeket.

Ha az igazsághalmaz üres, akkor ezt írjuk: $I = \{\ \}$.

Matematikaórán elsősorban olyan nyitott mondatokkal foglalkozunk, amelyek számok közötti kapcsolatokról szólnak.

2. példa

Olyan hónapban születtem, amikor a két szomszéd hónap napjainak az összege 61 volt – mondta Olivér. Mit mondhatunk ezek alapján a születési hónapjával kapcsolatban?

Megoldás

Két olyan számot keresünk, amelyek összege 61. Ezt nyitott mondattal így írhatjuk fel: $\square + \bigcirc = 61$.

Tudjuk, hogy a négyzetbe és a körbe csak hónapok napjainak a számát jelölő számokat írhatunk. Ezek a következők lehetnek: 28, 29, 30, 31.

Gondoljuk végig az év 12 hónapját! Háromszor kapunk megfelelő esetet.

Ha a születési hónap július, akkor a két szomszéd június és augusztus: $30 + 31 = 61$.

Ha a születési hónap augusztus, akkor a két szomszéd július és szeptember: $31 + 30 = 61$.

Ha a születési hónap december, akkor a két szomszéd november és január: $30 + 31 = 61$.

Azt tudjuk mondani, hogy Olivér júliusban, augusztusban vagy decemberben született.

3. példa

Legyen az alaphalmaz a kétjegyű számok halmaza. Adjuk meg a következő nyitott mondat igazsághalmazát: A ... számok számjegyeinek összege nagyobb, mint 16!

Megoldás

Két számjegy összege maximum 18 lehet. A keresett kétjegyű számokban a számjegyek összege ezért csakis 17 vagy 18 lehet. Ezek az összegek a megfelelők: $8 + 9$; $9 + 8$; $9 + 9$.
A nyitott mondat igazsághalmaza: $I = \{89; 98; 99\}$.

Feladatok

1. Az A = {hétfő; kedd; szerda; csütörtök; péntek} alaphalmaz mely elemei adják a következő nyitott mondat igazsághalmazát?
Ezen a héten ... van matematikaóránk.

2. Legyen az alaphalmaz a háromjegyű számok halmaza. Add meg a nyitott mondatok igazsághalmazát!
a) A ... számok csupa egyforma számjegyből állnak.
b) A ... számok kisebbek, mint 105.
c) A ... számok pontosan két nullát tartalmaznak.
d) A ... számok nagyobbak, mint 999.
e) A ... számok pontosan egy nullát és két kilencest tartalmaznak.

3. Írj egy-egy olyan nyitott mondatot, amelynek az igazsághalmaza
a) $I = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; b) $I = \{7; 77; 777\}$; *c)* $I = \{0\}$!

4. Ha egy 24 szeletes tortának több mint a kétharmada elfogyott, akkor a tálcán még ... szelet torta lehet. Add meg a fenti nyitott mondat igazsághalmazát!

5. Két egymást követő hónap napjainak számát összegezzük, és 60-at kapunk.
Vagyis $\square + \bigcirc = 60$. Add meg a két megfelelő számot! Mely hónapok lehetnek ezek?

8. KERESSÜK A MEGOLDÁSOKAT!

1. példa

Fogalmazzuk meg szövegesen a nyitott mondatokat! A megoldásokat keressük a természetes számok között!

a) ■ – 28 = 25   *b)* ⬟ + ▲ = 81

Megoldás

a) Melyik az a szám, amelyikből 28-at kivonva 25-öt kapunk? Másként fogalmazva, melyik az a szám, amelyik 28-cal nagyobb a 25-nél?
Ez a szám ■ = 25 + 28 = 53.   Ellenőrzés: 53 – 28 = 23.
A keresett szám az 53.

b) Melyik az a két természetes szám, amelynek összege 81?
Rövid keresgélés után több ilyen számpárt is találhatunk. Például 35 + 46 = 81 vagy 51 + 30 = 81.
Hány megoldás van?
A ⬟ legkisebb értéke 0, legnagyobb értéke 81 lehet. Minden ⬟ értéket ki tudunk pótolni egy természetes számmal úgy, hogy az összegük 81 legyen.

⬟	0	1	2	3	...	81
▲	81	80	79	78	...	0

A táblázat folytatható egészen ⬟ = 81-ig, ekkor ▲ = 0.
0-tól 81-ig 82 db természetes szám van. Mindegyikhez egy ▲ érték tartozik, így a nyitott mondatnak 82 db számpár a megoldása.

2. példa

Melyik az a 10-nél kisebb természetes szám, amelynek négyszereséhez 9-et hozzáadva 33-at kapunk?

Megoldás

Kezdjünk próbálgatni! A kipróbált számokat célszerű egy táblázatba írni. Kezdjük a legkisebb természetes számmal!

A vizsgált szám	0	1	2	3	4	5	6	7
A négyszereséhez 9-et hozzáadva	9	13	17	21	25	29	33	37
Következtetés	kisebb, mint 33	kisebb, mint 33	kisebb, mint 33	kisebb, mint 33	kisebb, mint 33	kisebb, mint 33	egyenlő 33-mal	nagyobb, mint 33

A táblázatban láthatjuk, hogy a 6 a jó megoldás. 6-nál kisebb számokra kevesebbet, 6-nál nagyobb számokra többet kapunk, mint 33.
A táblázatban azt is megfigyelhetjük, hogy a kiszámolt értékek 4-gyel növekednek.

Ezt a feladatot nyitott mondattal is felírhatjuk. Jelöljük a keresett számot: ♣.
A keresett szám négyszerese: ♣ · 4.
A felírt nyitott mondat: ♣ · 4 + 9 = 33.
A nyitott mondat megoldása: ♣ = 6.
A kipróbálás biztos eredményre vezet, ha az alaphalmaz elemei adottak. Ha nem túl sok esetet kell megvizsgálnunk, akkor a kipróbálás elég gyors módszer.

PÁROS MUNKA

Kapcsold össze a szövegeket a nyitott mondatokkal! Egyeztesd a padtársaddal a párosítások eredményét!

A) Egy számhoz 6-ot hozzáadunk, és az összeget megszorozzuk 3-mal, az eredmény 102.
B) Egy szám és a nála 6-tal kisebb szám összege 102.
C) Egy szám háromszorosánál 6-tal nagyobb szám egyenlő 102-vel.

I. $3 \cdot ● + 6 = 102$
II. $2 \cdot (◆ + 5) = 102$
III. $(♠ + 6) \cdot 3 = 102$
IV. $■ + (■ - 6) = 102$
V. $5 \cdot ♣ + 2 = 102$

Amelyik nyitott mondatnak nincs párja, ahhoz fogalmazzatok szöveges feladatot a fentiek mintájára!

3. példa

Gondoltam egy számra. A háromszorosát csökkentettem 8-cal. Az így kapott szám hétszereséhez 2-t adva eredményül 30-at kaptam. Melyik számra gondoltam?

Megoldás

Jelölje most 🐇 a gondolt számot.
Ekkor a szöveg alapján fel tudunk írni egy nyitott mondatot.
A háromszorosát csökkentettem 8-cal: $3 \cdot$ 🐇 $- 8$.
Az így kapott szám hétszereséhez 2-t adtam: $(3 \cdot$ 🐇 $- 8) \cdot 7 + 2$.
Ez 30-cal egyenlő: $(3 \cdot$ 🐇 $- 8) \cdot 7 + 2 = 30$.

Hogyan jutottunk el a 🐇-tól a 30-ig?

$$🐇 \xrightarrow{\cdot 3} 3 \cdot 🐇 \xrightarrow{-8} 3 \cdot 🐇 - 8 \xrightarrow{\cdot 7} (3 \cdot 🐇 - 8) \cdot 7 \xrightarrow{+2} (3 \cdot 🐇 - 8) \cdot 7 + 2 = 30$$

Gondolkodjunk visszafelé! Az utolsó lépesben egy számhoz hozzáadtunk 2-t, és így kaptunk 30-at. Ez a szám a 28.
Ezt úgy kaptuk, hogy egy számot megszoroztunk 7-tel. Ez a szám a 4.
Ezt akkor kaptuk, amikor egy számból elvettünk 8-at. Ez a szám a 12 volt.
Ez pedig a gondolt szám háromszorosa.
Vagyis a gondolt szám a 4.
Ezeket az egymás utáni következtetéseket így szemléltethetjük:

$$30 \xrightarrow{-2} 28 \xrightarrow{:7} 4 \xrightarrow{+8} 12 \xrightarrow{:3} 4$$

Ezt a fajta következtetési módszert lebontogatásnak is szokták nevezni.

Ellenőrzés: $(4 \cdot 3 - 8) \cdot 7 + 2 = (12 - 8) \cdot 7 + 2 = 4 \cdot 7 + 2 = 28 + 2 = 30$.
Tehát az eredményünk helyes.

4. példa

Két szám közül az egyik 20-szal nagyobb, mint a másik. A két szám összege 136. Melyik ez a két szám?

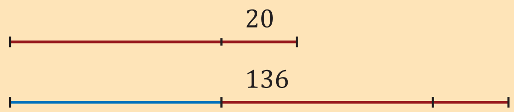
Megoldás

A szöveges feladatok megoldásánál gyakran segít egy ábra készítése.

Egyik szám:

Nála 20-szal nagyobb szám:

A két szám összege:



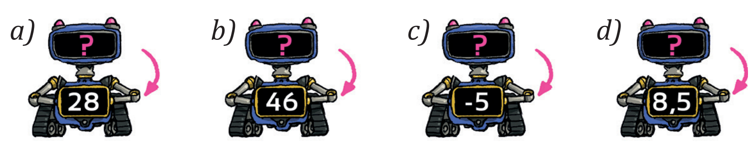
Látható, hogy ha az összegből elveszünk 20-at, akkor a kisebb szám kétszeresét kapjuk, azaz 116-ot. Ezt 2-vel elosztva kapjuk a kisebb számot: 116 : 2 = 58.

A nagyobb szám 58 + 20 = 78. Ellenőrzés: 58 + 78 = 136.

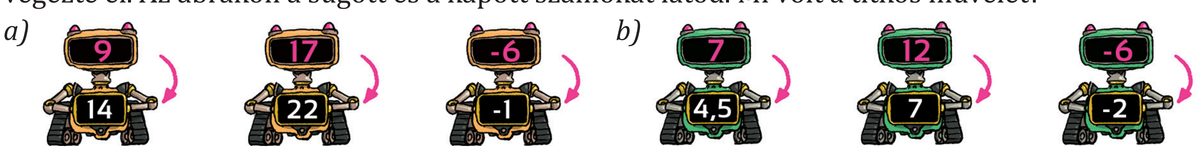
A keresett számok tehát 58 és 78.

Feladatok

1. Súgtam a számvarázsló robotnak egy számot. Megszorozta 3-mal, majd hozzáadott 7-et, és a kijelzőjén látod, mit kapott. Milyen számot súgtam a robotnak?



2. Súgtam a számvarázsló robotnak néhány számot, és mindegyikkel ugyanazt a műveletet végezte el. Az ábrákon a súgott és a kapott számokat látod. Mi volt a titkos művelet?



3. Gondoltam egy természetes számra, és hozzáadtam a nála 8-cal kisebb számot, így
a) 26-ot; *b)* – 2-t; *c)* 100 000-et kaptam.
Melyik számra gondoltam?

4. Egy szám kétszereséhez 4-et kell adni, hogy 100 legyen. Melyik ez a szám?

5. Egy számot 3-mal kell csökkenteni, hogy a 4-szerese 100 legyen. Melyik ez a szám?

6. Egy szám feléhez 40-et kell adni, hogy 100 legyen. Melyik ez a szám?

7. Egy számot 2-vel kell növelni, hogy a harmada 100 legyen. Melyik ez a szám?

8. Egy számot saját magával kell megszorozni ahhoz, hogy 64-et kapjunk. Melyik ez a szám? Hány megoldást találtál?

9. EGYSZERŰ SZÖVEGES FELADATOK

A mindennapi életben nem találkozunk közvetlenül nyitott mondatokkal. Egy szövegben megfogalmazott egyszerű matematikai kérdésre válaszolhatunk azonnal, ha átlátjuk a megoldáshoz vezető lépést. Ha a kérdés összetettebb, akkor megpróbálkozhatunk nyitott mondat felírásával is, ami segítheti a megoldást.

1. példa

Az állatkertben élő két teknős életkorának összege 56 év. Az egyik teknős 18 évvel fiatalabb, mint a másik. Hány évesek a teknősök?

Megoldás

I. Próbálgatással:
Jelölje az idősebb teknős életkorát ♥.
Célszerű először ♥ értékét kerek tízesek között keresni.

Idősebb teknős kora (év)	20	30	40
Fiatalabb teknős kora (év)	2	12	22
Életkoruk összege (év)	22	42	62
Következtetés	kevesebb, mint 56	kevesebb, mint 56	több, mint 56

A táblázatból láthatjuk, hogy az idősebb teknős biztosan öregebb 30 évnél és fiatalabb 40 évnél. Érdemes ilyenkor a 35 évet megnézni. Ekkor a fiatalabb teknős 17 éves, életkoruk összege 52 év. Ez kevés. Tovább próbálgatva lépésenként eljutunk a ♥ = 37 jó megoldáshoz.

II. Gondolkodhatunk másként is. Ha az életkoruk összegéhez 18-at adunk, akkor az idősebb teknős életkorának kétszeresét kapjuk meg. Így ezt az összeget 2-vel osztva, az idősebb teknős életkora adódik.

$(56 + 18) : 2 = 74 : 2 = 37$ $\quad$ $37 - 18 = 19$

Ellenőrzés: $37 + 19 = 56$. $\quad$ Az idősebb teknős 37 éves, a fiatalabb 19.

2. példa

Becsomagolható-e 500 kg alma úgy, hogy a 3 kg-os és az 5 kg-os csomagokból is ugyanannyi legyen?

Megoldás

Képzeljük el, hogy igen a válaszunk. Ekkor ugyanannyi 3 kg-os és 5 kg-os csomagot alakíthatunk ki. Ezek száma legyen ■. A ■ csakis természetes szám lehet, tehát a nyitott mondat alaphalmaza is a természetes számok halmaza lesz. Írjuk fel a szöveg alapján a nyitott mondatot: $(3 + 5) \cdot$ ■ $= 500$!

A ■-re nem kapunk természetes számot. A ■ = 62 esetén $(3 + 5) \cdot 62$ csak 496, a ■ = 63 esetén pedig $(3 + 5) \cdot 63$ már 504 lesz.

Ez azt jelenti, hogy a nyitott mondatnak nincs megoldása az alaphalmazon.

Az 500 kg alma nem csomagolható be úgy, hogy a 3 kg-os és az 5 kg-os csomagokból is ugyanannyi legyen.

3. példa

Panka kerékpárja sajnos tönkrement, amikor ugrani akart vele a kerékpárospályán. A szülei azt mondták, akkor kaphat újat, ha 3 hónapon keresztül minden héten bevásárol, kitakarítja a szobáját és összegereblyézi a kertben a füvet. Panka négy hete rendesen csinálja az előírt feladatokat. Körülbelül hány hétig kell még dolgoznia, hogy meglegyen az új kerékpárja?
Válasszuk ki azt a nyitott mondatot, amelyik a megoldáshoz vezet!

I. $\frac{\clubsuit}{4} = 3$ II. $\clubsuit - 4 = 3$ III. $4 + \clubsuit = 13$ IV. $\clubsuit - 4 = 13$

Megoldás

Az adatokat végignézve láthatjuk, hogy az időtartamok különböző mértékegységekben vannak megadva. Váltsuk át a hónapokat hetekre: 3 hónap az 90-92 nap, ami körülbelül 13 hét.
Jelölje a hátralévő hetek számát $\clubsuit$.
Az eltelt 4 héthez hozzáadva a hátralévő hetek számát 13-at kapunk.
$4 + \clubsuit = 13$
$\clubsuit = 9$
A III. nyitott mondat volt helyes.

Ellenőrzés:
4 hétig már dolgozott, további 9 hétig kell még dolgoznia, az összesen 13 hét, ami 91 nap, ami körülbelül 3 hónap. Pankának még kb. 9 hétig kell segítenie a ház körüli munkákban.

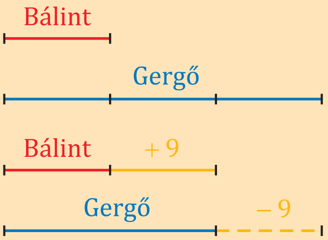
4. példa

Gergő háromszor annyi diót szedett, mint Bálint. Ha Gergő átad Bálintnak 9 diót, akkor mindkét gyereknek ugyanannyi diója lesz.
Hány diót szedett Bálint és Gergő együtt?

Megoldás

Eredetileg ennyit szedtek:

A 9 dió átadása után így alakul az ábra.



Jelöljük Bálint dióinak számát így: ●.
Nyitott mondattal felírva:
3 · ● – 9 = ● + 9
Próbálgatással ● = 9-et kapunk, ami az ábráról is látható.
Gergő 27, Bálint 9 diót szedett.

Ellenőrzés: Ha Gergő Bálintnak átad 9 diót, mindkettőjüknek 18, tehát egyenlő számú diójuk lesz.
Együtt 9 + 27 = 36 diót szedtek.

Feladatok

1. Zeg és Zug, a két kis vakond 80 vakondtúrást ástak együtt. Zeg 4-gyel többet ásott, mint Zug. Mennyit ástak külön-külön?

2. Dragon és Nibbio, a két sárkány 96 királylányt rabolt el eddig összesen. Dragon kétszer annyit, mint Nibbio. Hány királylányt rabolt el Dragon?

3. Hami és Nyami, a két kis mókus összesen 48 szem mogyorót gyűjtött. Ha Nyami 6-ot megenne, akkor ugyanannyi lenne mindkettőjüknek. Kinek hány szem mogyorója van?

4. Troll és Mroll, a két szörnyeteg összesen 60 drágakövet lopott el. Ha Troll még 4-et ellopna, háromszor annyi drágaköve lenne, mint Mrollnak. Mennyivel több drágakövet lopott Troll, mint Mroll?

5. Zsiga bácsi a kertjében lévő orgonabokrokról vágott le virágokat. Hetesével összekötve árusította azokat a piacon. Összesen 14 csokrot készített, de 5 szál kimaradt a csokrokból. Hány orgonát vágott le összesen?

6. Az előző feladattal kapcsolatban azt is tudjuk, hogy minden csokorban 5 lila és 2 fehér orgona volt. Hány fehér orgonát vághatott le összesen?

7. Tegnap Zsófi és én megkaptuk aputól a zsebpénzünket, összesen 5000 forintot. Ha Zsófi kétszer, én pedig háromszor annyi zsebpénzt kaptam volna, akkor mindketten ugyanannyit kaptunk volna. Hány forint Zsófi zsebpénze?

8. A bútorraktárban háromszor annyi négylábú szék van, mint háromlábú.

a) Hány darab a háromlábú, ha összesen 224 szék található a raktárban?

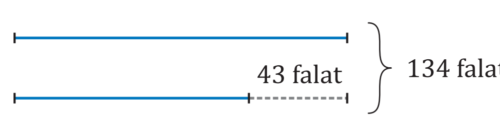
b) Hány darab a háromlábú, ha a székeknek összesen 600 lába van?

9. Egy törtszámot úgy kapunk, hogy két különböző színű dobókockával dobunk, majd a piros kockával dobott szám lesz a tört számlálója, a zölddel dobott pedig a nevezője. Mely esetekben lehet a tört értéke egész szám?

10. Írj szöveges feladatot az alábbi ábrákhoz! Cseréld ki a feladatodat a padtársadéval, és oldjátok meg egymás feladatát!

a)

b)



10. SZÖVEGES FELADATOK A HÉTKÖZNAPJAINKBAN

1. példa

Kati kiöntötte anyukája pénztárcájából az aprópénzt, hogy megszámolja, mennyi fémpénze van. Volt benne 200 Ft-os, éppen feleannyi, mint 100-as. 20 Ft-os nem volt benne, de 10 Ft-os igen.
Melyik érméből mennyi volt a pénztárcában, ha tudjuk, hogy összesen 545 Ft-ja volt, és 50-esből a lehető legtöbb volt?

Megoldás

Először határozzuk meg, hogy hány 200 Ft-os és 100 Ft-os érme volt a pénztárcában. 2 db 200 Ft-os nem lehet benne, mert akkor 4 db 100 Ft-osnak is lennie kellene, ami már 800 Ft. A feltételeket figyelembe véve ezért 1 db 200-as és 2 db 100-as van a fémpénzek között. Ez összesen 400 Ft.
A fennmaradó összeg 145 Ft. 2 db 50-esnek kell lennie, mert ez a lehető legtöbb, ez eddig összesen 500 Ft.
A 10 és 5 Ft-osok darabszáma többféle lehet, ezek adják a maradék 45 Ft-ot. Nézzük az alábbi táblázatot!

Pénzérmék	 200 Ft	 100 Ft	 50 Ft	 10 Ft	 5 Ft
Darabszám-lehetőségek	1	2	2	4	1
	1	2	2	3	3
	1	2	2	2	5
	1	2	2	1	7

A táblázat adatai azt mutatják, hogy négy lehetséges megoldása van a feladatnak.

CSOPORTMUNKA

Hányféleképpen lehet kifizetni pontosan 23 500 Ft-ot, ha 500, 1000, 2000, 5000, 10 000 forintosaid vannak, mindegyik bankjegyből 3-3 darab?

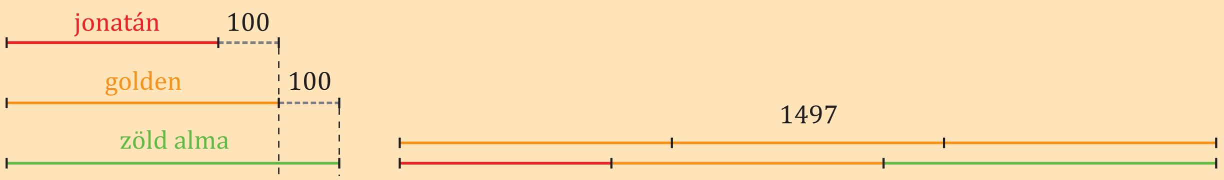
Készítsetek táblázatot! Osszátok fel a munkát egymás között, mert sok lehetőség van!

2. példa

Egy szupermarketben háromfajta alma volt a gyümölcsös polcon. A zöld alma kilója 100 Ft-tal drágább, a jonatáné 100 Ft-tal olcsóbb volt, mint a golden alma. Nagymama mindhárom fajtából vett 1 kg-ot, és 1497 Ft-ot fizetett. Mennyibe került 1 kg zöld alma?

Megoldás

Szemléltessük az almák árait szakaszokkal!



Az ábrából is látjuk, hogy a zöld alma ugyanannyival drágább a goldennél, mint amennyivel a jonatán olcsóbb. Ha összeadjuk a három egységárat, akkor a golden alma árának (●) háromszorosát kapjuk.
3 · ● = 1497
Ha 1497-et 3-mal elosztjuk, akkor megkapjuk a golden alma egységárát.
● = 499 Ft
A jonatán 399 Ft-ba, a zöldalma 599 Ft-ba kerül kg-onként.

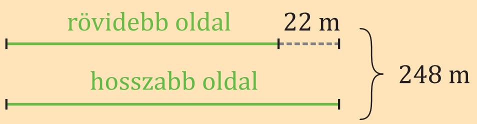
Ellenőrzés: 399 + 499 + 599 = 1497. 1 kg zöld alma 599 Ft-ba kerül.

3. példa

Egy legelő bekerítéséhez 496 m kerítést használtak fel. A téglalap alakú terület egyik oldala 22 m-rel hosszabb, mint a másik. Mekkorák a téglalap oldalai? Mekkora a legelő területe?

Megoldás

Az adatokból kiszámíthatjuk, hogy a téglalap félkerülete 248 méter.
Ismét segíthet egy ábra.



Ha a rövidebb oldal hosszát megnöveljük 22 méterrel, akkor a hosszabb oldalt kapjuk. A hosszabb oldal kétszerese így a félkerületnél 22 méterrel több, azaz 270 méter.

Jelöljük a hosszabb oldalt ◣-gel.
2 · ◣ = 270
◣ = 135
A hosszabb oldal 135 méter, a rövidebb oldal 113 méter.

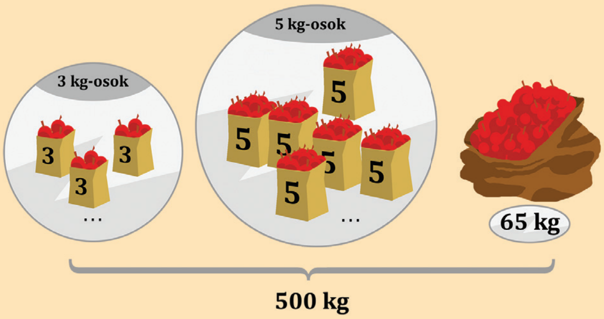
Ellenőrzés: 135 · 2 + 113 · 2 = 496 (m). A legelő területe: 135 m · 113 m = 15 255 m^2.

4. példa

A zöldséges az 500 kg almából 3 kg-os és 5 kg-os csomagokat készített. A nagyobb csomagokból 15 darabbal volt több, amikor még 65 kg alma csomagolásra várt. Hány darab 3 kg-os csomag készült el eddig?

Megoldás

Legyen a 3 kg-os csomagok száma: ▲ db.
A csomagok száma csakis természetes szám lehet, ezért a nyitott mondat alaphalmaza is a természetes számok halmaza lesz.
Mivel 15 db-bal több van a nagyobb csomagokból, ezért ezek száma: ▲ + 15 db.
Felírhatjuk, hogy ez eddig hány kilogramm: $3 \cdot ▲ + 5 \cdot (▲ + 15)$.
Van még 65 kg alma csomagolatlanul. Ha ezt is hozzáadjuk, akkor kapjuk az 500 kg-ot:
$3 \cdot ▲ + 5 \cdot (▲ + 15) + 65 = 500$.
Keressük meg a nyitott mondat megoldását!
Ha ▲ = 40, akkor
$3 \cdot 40 + 5 \cdot (40 + 15) + 65 = 460$. Ez még kevés!
Ha ▲ = 50, akkor
$3 \cdot 50 + 5 \cdot (50 + 15) + 65 = 540$. Ez már sok!
40 és 50 között keresve kapjuk, hogy
$3 \cdot 45 + 5 \cdot (45 + 15) + 65 = 500$.
Vagyis a megoldás: ▲ = 45.



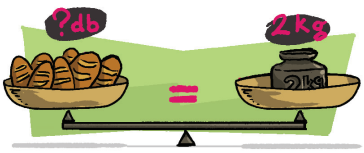
Ellenőrzés: 45 db 3 kg-os és 60 db 5 kg-os csomag volt, ami összesen $45 \cdot 3 + 60 \cdot 5 = 435$ kg.
Ha hozzáadunk 65 kg-ot, akkor 500 kg-ot kapunk.

45 db 3 kg-os csomag készült el eddig.

Feladatok

1. Lali, Benő és Dorka egy ültő helyükben megittak másfél liter üdítőt. Benő kétszer, Lali háromszor annyit ivott, mint Dorka. Ki hány dl üdítőt ivott?

2. Ilus néni egy 2 kg-os súlyt helyezett a mérleg egyik serpenyőjébe. Tercsi 20 dkg-os és 60 dkg-os cipókkal pakolta tele a mérleg másik serpenyőjét. Melyik cipóból mennyit rakhatott Tercsi, ha a mérleg egyensúlyban volt?



3. Egy tábla csoki 16 cm × 8 cm-es. Hány 2 cm × 1 cm-es kis darabot kapunk három tábla ilyen csokiból?

4. Hanna, Bori és Kinga elindultak a 7,8 km hosszú váltóversenyen. Hanna másfélszer annyit futott, mint Kinga, Bori 200 m-rel kevesebbet, mint Hanna. Ki hány métert futott a versenyen?

5. A bevásárlókosárba egyenlő tömegű barackot és almát tettünk. A kosár tömege üresen 56 dkg. Mennyi barack és mennyi alma van a kosárban, ha a teli kosár 6 kg?

6. Tegnap elköltöttem a pénztárcámban lévő pénz felét, és még vettem egy meggyes rétest 200 Ft-ért. Ma pontosan a maradék pénzem felét költöttem el. Most összesen 500 Ft van a pénztárcámban. Mennyi pénzem volt a tegnapi vásárlásaim előtt?

7. Az 5250 Ft-ot egyenlő számú 50 Ft-os és 100 Ft-os pénzérmékkel fizettük ki. Összesen hány darab érme kellett ehhez?

8. Botondnak van egy kis félretett pénze. Takarékoskodni kezd, így megkétszerezi ezt az összeget. Ekkor elkölt 400 Ft-ot. Összehúzza a nadrágszíjat, és ismét sikerül megkétszerezni az előző költés után maradt összeget. Ekkor elkölt belőle 1000 Ft-ot, és még marad 3000 Ft-ja. Mennyi pénze volt eredetileg?

9. Tóni 1,2 km-re lakik az iskolától. Ezt a távot minden tanítási napon megteszi reggel és délután is. Hány kilométert gyalogolt iskolába menet és jövet Tóni a tanév 16, 28, 100, 180 tanítási napján?

10. Egy téglalap egyik oldala 11 cm-rel hosszabb, mint a másik. A kerülete 54 cm. Mekkora a területe?

11. Egy téglalap területe 72 cm^2. Tudjuk, hogy az egyik oldala 1 cm-rel rövidebb, mint a másik. Mekkora a téglalap kerülete?

12. Egy családban a három testvér közül Anna és Tomi együtt 37, Anna és Balázs együtt 46, Tomi és Balázs együtt 41 évesek. Hány évesek külön-külön?

13. Egy háromgyermekes családban az apa, az anya és a három gyermek életkorának összege 76 év. Mennyi lesz az életkoruk összege 2 év múlva?

14. Egy háromgyermekes családban az apa, az anya és a három gyermek éveinek összege 71. Két esztendővel ezelőtt a családtagok éveinek összege 62 volt. Hogyan lehetséges ez?

15. Bugárország fizetőeszköze a gubacs és a gubó. Egy gubacs száz gubót ér. Panni pénzt szeretne váltani, mielőtt átlépi az országhatárt, ahol a következő tábla van kifüggesztve:

a) Hány gubót vásárolhat Panni 15 forintért?

b) Minimum hány forintot váltson, ha Bugárországban 60 gubacs és 20 gubó értékben szeretne majd vásárolni?

c) Visszafelé jövet maradt nála 15 gubacs. Hány forintot veszít a visszaváltásnál?

16. Egy könyv oldallapjainak számozása az ötödik oldalon 5-tel kezdődik. Összesen 716 számjegyet használtak az oldalak számozásához. Melyik szám szerepel a könyv utolsó oldalán?

11. ÖSSZEFOGLALÁS

I. A mérés jelentős szerepet játszik a mindennapi életünkben.
A hosszúság, az idő, a tömeg és az űrtartalom mérésére láttunk eszközöket, mérési eljárásokat. Ahhoz, hogy egy mennyiséget mindenki számára egyértelműen jellemezni tudjunk, mérőszámra és mértékegységre van szükség. A mennyiségeket hozzájuk illő mértékegységekkel fejezzük ki. Célszerűbb azt mondani, hogy ma 6 óránk volt az iskolában, mint azt, hogy 270 percet tanultunk. Még kevésbé lenne szerencsés azt mondani naponta, hogy 16 200 másodpercet voltunk az iskolában.

II. A fejezet következő részében egyenesen arányos mennyiségeket vizsgáltunk. Az ott megismert tulajdonságokat érdemes felidézni.
Egyenes arányosságról akkor beszélünk, ha az összetartozó értékek közül az egyik valahányszorosára változik, akkor ugyanannyiszorosára változik a másik.
Az egyenesen arányos mennyiségek összetartozó értékeinek hányadosa állandó, kivéve a (0; 0) számpárt.

III. A fejezet utolsó részében nyitott mondatokat és szöveges feladatokat oldottunk meg következtetéssel, próbálgatással, illetve a lebontogatás módszerével.
Szöveges feladatok megoldását segítheti az alábbi útmutató:

1. *Gyűjtsd össze az adatokat! Mit ismerünk?*
2. *Tudatosítsd magadban, mit keresünk!*
3. *Ha szükséges, készíts ábrát, ami segít az összefüggések felismerésében!*
4. *Ha elakadtál, nézd meg, minden adatot, információt felhasználtál-e!*
5. *Ha kaptál egy eredményt, ne felejtsd el az ellenőrzést! Szöveges feladatnál mindig a szövegbe visszahelyettesítve ellenőrizz!*
6. *Válaszolj a feltett kérdésre!*

Feladatok

1. Jancsi vigyorogva mesélte délután a nagymamájának, hogyan telt a napja.
– Éjfél után 23 400 másodperccel ébredtem. Felkeltem, felöltöztem, fogat mostam, majd megittam a szokásos 0,002 hl kakaómat, ettem 50 000 mg lekváros kenyeret, és elindultam az iskolába. A déli harangszó előtt 255 perccel már bent voltam a suliban. Volt pár órám, aztán már csak 1 200 000 mm-t kellett megtennem, hogy végre ideérjek hozzád.
– Örülök, hogy itt vagy! – válaszolta nagymama. – Elmondanád még egyszer az előbbieket hétköznapi nyelven úgy, hogy dédike is megértse?
– Persze! – mosolygott Jancsi, és ezt mondta: […]
Mit mondott?

2. A rút királykisasszonyra rámosolygott a szerencse, mert megtalálta végre az örök szépség elixír titkos receptjét. Csak 17 dkg méz, 60 g póknyál, 8000 mg légypiszok, 13 g reszelt szúnyogfullánk és negyed kg darált, szárított kígyóbőr kell az elkészítéséhez. Rögtön ki is találta, hogy 100-szoros adagot készít. Beosont hát a banya raktárába, kicsente a hozzávalókat, és elkészítette a bájkeveréket.
a) Melyik hozzávalóból mennyi kell a 100-szoros adaghoz?
b) Hány kg lett összesen az elixír?

3. Lótifuti úgy döntött, lefut egy hét alatt összesen 10 km-t. Hétfőn 800 m-t futott, majd mindennap 200 méterrel többet.
a) Mennyit futott vasárnap?
b) Sikerült lefutnia egy hét alatt a 10 km-t?

4. Grét, a tavasztündér elindult szokásos hajnali munkájára. Minden fűszálra 6 csepp harmatot szórt. Tudjuk, hogy 20 harmatcsepp az 1 ml.
a) Ha 0,3 dl harmatot hozott magával, akkor hány fűszálra jut 6 csepp?
b) Becsüld meg, hány fűszál van 1 dm^2-en! Hány csepp harmat kell rá összesen? Fejezd ki deciliterben is!
c) Hangya Boynak 0,0027 liter folyadékra van szüksége még napfelkelte előtt. Hány fűszálról kell megszereznie a harmatcseppeket?

5. Micimackó egy kanál mézet eszik minden olyan reggel, amikor a naptárban páratlan sorszámú napot lát, és két kanál mézet, ha páros sorszámút. Hány kanál mézet eszik
a) január 13-án; *b)* február 14-én; *c)* az év első hetében;
d) az év utolsó négy napjában; *e)* május 31-től június 6-ig?

6. Egy zsömle 15 Ft-ba kerül a pékségben. Mennyit fizetünk, ha a vásárolt zsömlék száma
a) 3 darab; *b)* 5 darab; *c)* 6 darab; *d)* 10 darab?

7. Egy cipó akciós ára 99 Ft.
a) Rendezd táblázatba az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 darab cipó árát! Azt is tartalmazza a táblázat, hogy valójában mennyi pénzt kell érte adnunk. Gondolj a készpénzfizetésnél alkalmazott kerekítésre!
b) Minimum hány darabot vásároltunk, ha pontosan tudtunk fizetni érte?

8. Bence lakásának ajtajáig a bejárati kaputól összesen 60 lépcső vezet. Bence az egyik nap úgy érkezett haza, hogy minden lépcsőre rálépett, a következő napon csak minden másodikra, az azt követőn pedig minden harmadikra, aztán kezdte az egészet elölről.
a) Készíts egy táblázatot az első 12 napról, hogy mikor hány darab lépcsőre lépett rá!
b) Ha ezt a szokását tartja, akkor hány lépcsőre fog rálépni a 25. napon?
c) Hány lépcsőre fog rálépni az első három napon összesen?
d) Hány lépcsőre fog rálépni az első hat napon összesen?
e) Bence elképzelte, hogy mi lenne, ha tudna akkorákat lépni, hogy minden negyedik, ötödik, hatodik lépcsőre lépne. Hány lépcsőre lépne rá ezekben az esetekben?

9. Melyik szó kerülhet a három pont helyére? A választható szavak: piros, zöld, egy, két, alma. Ahol lehet, adj meg több lehetőséget is!
a) Megálltam, mert a közlekedési lámpán a … lámpa gyulladt ki.
b) Lehet egymást követő … hónap összesen 62 napos.
c) Ha almát mondunk, akkor leggyakrabban … színűnek gondolják az emberek, pedig van … alma is.
d) … fecske nem csinál nyarat! – tartja a mondás.
e) … … …. volt az uzsonnám.

10. Egy pénzkiadó automatában csupa azonos bankjegy van, de nem tudjuk, hogy milyen címletű. Szeretnénk 60 000 Ft-ot kivenni az automatából. Hány darab bankjegyet kaphatunk?

11. Az asztalon van néhány 100 Ft-os és néhány 200 Ft-os érme, az értékük összesen 1200 Ft. Melyikből hány darab lehet?

12. Írd be a … helyére az összes lehetséges kétjegyű számot! (A füzetedben dolgozz!)
a) A számjegyek összege 17 a … számokban.
b) A … számokban a számjegyek összege 3.
c) A tízesek helyén 6-tal nagyobb számjegy szerepel a … számokban, mint az egyesek helyén.
d) A … számokban van 1-es számjegy.
e) Két egyforma számjegy szerepel a … számokban.
f) 4-re végződő számot kapsz, ha a … számoknak a kétszeresét veszed.

13. *a)* Melyik számból kell 14-et elvenned, hogy 60-at kapj?
b) Melyik számhoz kell 26-ot hozzáadni, hogy 80-at kapj?
c) Melyik számot kell megszoroznod 3-mal, hogy 96-ot kapj?
d) Melyik számot kell elosztanod 5-tel, hogy 16-ot kapj?

14. Melyik szám
a) kétszeresét kell 3-mal növelned, hogy 25-öt kapj?
b) felét kell 2-vel csökkentened, hogy 13 legyen az eredmény?

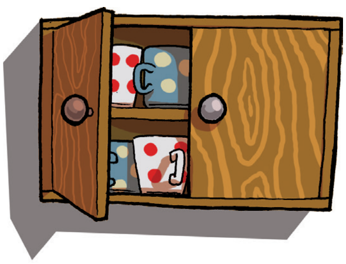
15. A következő kérdéseket írd át nyitott mondatokká, aztán add meg a megoldásukat!
a) Mennyiből kell –12-t elvenni, hogy a különbség 8 legyen?
b) Mennyihez kell 23-at adni, hogy az összeg –1 legyen?
c) Melyik számot kell 3-mal megszorozni, hogy a szorzat egy híján 1000 legyen?
d) Melyik számot kell 7-tel megszorozni, hogy a szorzat 1-gyel több legyen 55-nél?

16. Néhány hétpöttyös katicabogár berepült az ablakon. A pöttyeik száma 14-gyel több, mint a lábaik száma. Hány katica röpült be az ablakon?

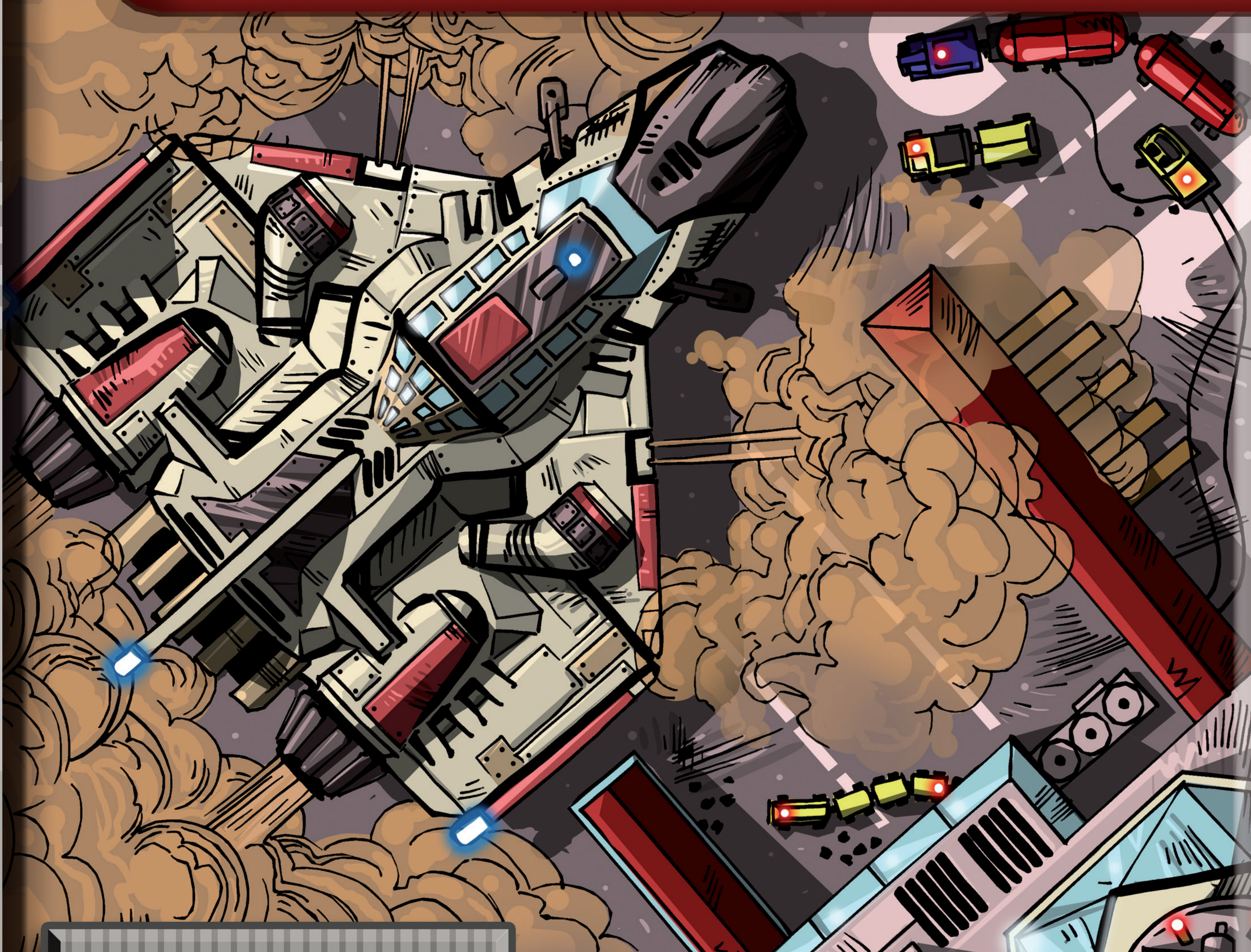
17. Panka 27 plüssállatából néhányat az ágyán helyezett el, néhányat pedig egy polcra rakott. A polcon 5-tel több állat van, mint az ágyon. Hány darab plüssállat van Panka ágyán?

18. Nagymama összesen 60 darab derelyét készített, amelyek között volt szilvalekváros, és volt túrós is. A túrósok száma 12-vel kevesebb, mint a lekvárosoké.
a) Hány darab lekváros derelye készült?
b) Hány unokája lehet a nagymamának, ha mind a kétféle derelyét igazságosan el tudja osztani közöttük?

19. A szekrényben kétféle pöttyös bögrét találhatsz. A hétpöttyösből 3-mal több van, mint a négypöttyösből. Hány bögre van összesen a szekrényben, ha a pöttyök száma 76?



VII. Adatgyűjtés, statisztika



Leszálláshoz készülődtek. Az osztály kialvatlanul és izgatottan toporgott az ablakoknál. Együtt hallgatták a wikikomp tájékoztatóját.

– Kedves utasok! Hamarosan megérkezünk a célhoz. Kérem, foglalják el ülőhelyeiket a landolás idejére! Pozicionálom a leszállást segítő egységeket, hogy minél zavartalanabb legyen útjuk utolsó szakasza. Köszönöm, hogy társaságunkat választották az utazáshoz, remélem, máskor is találkozunk még.

Ekkor szólalt meg Okoska.

– Ne aggódjatok, azt olvastam a tájékoztató füzetben, hogy tavaly körülbelül 1 000 000 landolás volt a Liszt Ferenc 4-es terminálon, és 999 998 teljesen sikeres volt!

– Mi történt a másik kettővel? – kérdezte Zsombi aggódva.

– Arról nem írtak semmit, de ez csak 2 : 1 000 000-hoz, azaz 1 : 500 000-hez az esély arra, hogy valami apró probléma lesz.

– Mi lesz, ha nem sikerül a pozicionálás? – aggódott tovább a másik.

– Akkor szinte bárhol földet érhetünk, ami nem lenne túl kellemes. A Föld felszíne nagyjából 510 millió km^2, és ebből 360 millió km^2-t borít víz. Ez azt jelenti, hogy... $\frac{360}{510} \approx 0,7$ az esély arra, hogy a leszállás után a tengerben kötünk ki.

Miközben Attila szóval tartotta osztálytársait, mindegyikük bekötötte magát, és baj nélkül landoltak. Gondolatban már a hatodikos kirándulást tervezték.

Játék

Ismeritek az akasztófajátékot? Két játékos játszhatja. Egyikőtök leírja egy híres ember nevét, egy közmondást, egy matematikai kifejezést, egy szót vagy amiben megállapodtok, és rajzol egy akasztófát. Aztán lerajzol annyi betűhelyet (kis vonalat), ahány betűből áll a megfejtendő szöveg. Betűnként találgathatsz. Ha olyan betűt mondasz, ami benne van a szövegben, akkor a társad beírja ezt a megfelelő helyre, és újra mondhatsz egy betűt. Ha olyan betűt mondasz, ami nincs a szövegben, akkor egy vonalat rajzol a feladvány kitűzője az akasztófás rajzra, vagyis elkezdi megrajzolni az akasztott embert. (Ezt a betűt nem érdemes újra mondani, ezért jól jön, ha felírod.) Ha előbb találod ki a teljes szöveget, mint ahogy minden vonalat megrajzolna a társad az akasztott emberből, akkor te nyertél. Ha előbb sikerült megrajzolnia a figurát, akkor ő nyert. Lássunk egy példát:

Pisti ezt a feladatot írta fel, és Zsiga kezdte a találgatást.

_ _   _ _ _ _ _   _ _ _   _ _ _ _ _ _ _   _ _ _

– Kezdjük S-sel! – mondta Zsiga.
– Jó ötlet! – mosolyodott el Pisti, és megrajzolta az akasztófa talpát.
– Legyen akkor E a következő! – és most ő húzta mosolyra a száját, mert látta ahogy Pisti két nagy E betűt rajzol a sorba, és már mondta is a következő betűt.

_ _   _ _ _ _ _   _ E _   _ _ _ _ _ _ _   _ E _

– K kell legyen benne, érzem.
– Igazad van – sóhajtott Pisti, és bevésett három K betűt a helyére.

K _   K _ _ _ _   K E _   _ _ _ _ _ _ _   _ E _

– Azt hiszem, tudom mi lesz, A-t mondok.
– Jól van, írom – és újra három betűvel gyarapodott a szöveg.

K _   K _ _ _ _   K E _   A _ A _ _ A _   _ E _

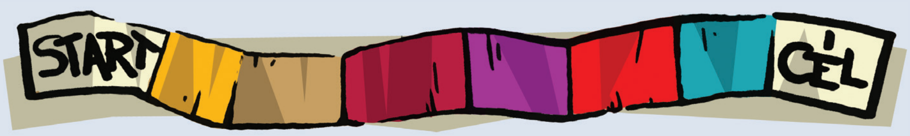
Ezek után már csak jó betűket sorolt Zsiga. Te is ki tudod már találni a közmondást? Játsszatok három-négy fordulót felváltva!

a) Melyik betűvel kezdted a találgatást? Miért?
b) A hosszabb vagy a rövidebb feladatokat volt könnyebb kitalálni? Miért?
c) Az utolsó betűt is nehéz volt kitalálni?
d) Mit gondolsz, K vagy A betű fordul elő gyakrabban egy szövegben?
e) Számold meg, hogy a *d)* kérdésnél hány K és hány A betű volt a mondatban!
f) Szerinted melyik betű fordul elő ritkán a magyar nyelvben? Mondj egy szót, amelyikben benne van ez a ritka betű!
g) A magánhangzók vagy a mássalhangzók a gyakoribbak?
h) Szerinted melyik a leggyakoribb betű a magyar nyelvben?
i) Adj fel a társadnak egy olyan közmondást, amelyet szerinted könnyű kitalálni!
j) Adj fel a társadnak egy olyan szót, amelyet szerinted nehéz kitalálni!
k) Az általad tanult idegen nyelvben ugyanazok a gyakori betűk, mint a magyarban?

A játékot egyedül is tudod játszani az interneten, illetve számos alkalmazás is van hozzá.

Játék

Álljatok össze négyesével! Egyikőtök két érmével fog dobni, az 1., a 2. és a 3. játékos pedig a táblán lépked a bábujával. Ők választanak maguknak egy-egy bábut (radírdarab, papírcetli, érme stb.), amelyeket a tábla START mezejére tesznek.



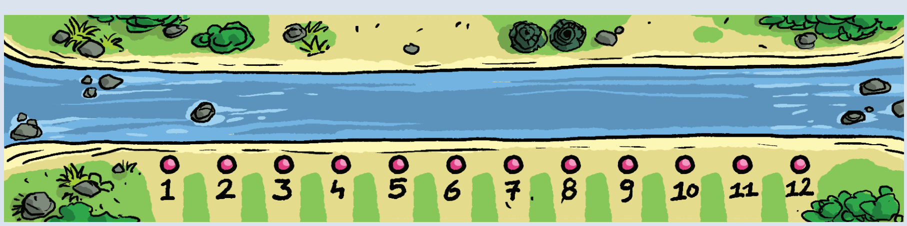
Kezdődhet a játék! Akinél a két érme van, dobja fel, és

- ha két fej jön ki, akkor az 1. játékos léphet egyet;
- ha egy fej és egy írás, akkor a 2. játékos léphet egyet;
- ha két írás, akkor a 3. játékos léphet egyet.

Játsszatok egy-két kört, és beszéljétek meg az eredményeket!
Írjátok fel, melyik játékos hányszor léphetett! Összesítsétek a csoportok eredményeit az osztályban!
Melyik játékos szeretnél lenni a következő körben?

Játék

Rajzoltunk neked egy folyót, amelyiknek egyik partján 12 átkelőhely van. Te is rajzolj egyet a füzetedbe vagy egy külön lapra!



Mindenki 10 bábut (babszemet, gombot, papírgalacsint stb.) használhat, amelyeket a számozott helyeken tetszőleges módon kell elhelyeznie. Egy mezőre több bábut is lehet tenni. Amikor mindenki elhelyezte az összes bábuját, akkor a tanár két szabályos dobókockával dob. A két dobott érték összegét bemondja, és a megfelelő helyről egy bábuval átkelhetsz a folyó túlsó partjára. Ha az adott helyen nem áll figura, akkor abban a körben nem lépsz. A játékot az nyeri, akinek elsőként kel át az összes bábuja. Több nyertes is lehet.

Játsszatok három-négy fordulót! Írjátok fel a bemondott számokat!

a) Melyik nem hangzott el sosem?
b) Melyik volt a leggyakoribb?
c) Hová tettek bábukat azok, akik nyertek?
d) Hová tennél a következő játékban?

A környezetünkben nagyon sokféle táblázattal és grafikonnal találkozhatunk. Ezek mindegyikével nem tudunk megismerkedni, de egy-egy példát megnézünk.

1. példa

Bence két húgával és szüleivel Budapesten lakik, öt percre a Batthyány tér és Szentendre között közlekedő HÉV kaszásdűlői megállójától. Egyik pénteken vendégségbe érkeztek hozzájuk az unokatestvérei és azok szülei Kecskemétről. A vendég gyerekek közül Dani a legfiatalabb, ő is ötödikes, mint Bence. Dani két nővére már középiskolás. Az érkezés után, délután városnézésre szeretnének menni. A felnőttek a két fiúra bízták, hogy nézzék meg a HÉV menetrendjét.
Ezt a táblázatot találták a www.bkk.hu oldalon.

Óra	🕮 Hétfőtől csütörtökig ① - ④	Óra	🕮 Pénteken ⑤
h	**Perc** / *minutes*	*h*	**Perc** / *minutes*
3		3	
4	20, 40	4	20, 40
5	00, 20, 30, 40, 50	5	00, 20, 30, 40, 50
6	00, 06, 13, 20, 28, 35, 41, 47, 52, 57	6	00, 06, 13, 20, 28, 35, 41, 47, 52, 57
7	02, 06, 11, 15, 20, 24, 29, 34, 39, 44, 49, 54, 59	7	02, 06, 11, 15, 20, 24, 29, 34, 39, 44, 49, 54, 59
8	04, 09, 15, 21, 28, 35, 43, 51	8	04, 09, 15, 21, 28, 35, 43, 51
9	00, 10, 20, 30, 40, 50	9	00, 10, 20, 30, 40, 50
10	00, 10, 20, 30, 40, 50	10	00, 10, 20, 30, 40, 50
11	00, 10, 20, 30, 40, 50	11	00, 10, 20, 30, 40, 50
12	00, 10, 20, 30, 40, 50	12	00, 10, 20, 30, 40, 50
13	00, 10, 20, 30, 38, 45, 53	13	00, 08, 15, 23, 30, 38, 45, 53
14	00, 08, 15, 23, 30, 38, 45, 53	14	00, 08, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57
15	00, 08, 14, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57	15	03, 09, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57
16	03, 09, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57	16	03, 09, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 53
17	03, 09, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 52	17	00, 08, 15, 23, 30, 38, 45, 53
18	00, 08, 15, 23, 30, 40, 50	18	00, 08, 15, 23, 30, 40, 50
19	00, 10, 20, 30, 40, 50	19	00, 10, 20, 30, 40, 50
20	00, 10, 20, 30, 40, 50	20	00, 10, 20, 30, 40, 50
21	00, 20, 30, 50	21	00, 20, 30, 50
22	00, 20, 30, 50	22	00, 20, 30, 50
23	00, 20, 30	23	00, 20, 30
0		0	

a) Értelmezzük a táblázatot!
b) Ha most negyed három a pontos idő, és mindenki indulásra kész, akkor melyik HÉV-re szállhatnak fel?
c) Add meg azt a péntek délutáni időszakot, amikor a legsűrűbben közlekedik a HÉV!

Megoldás

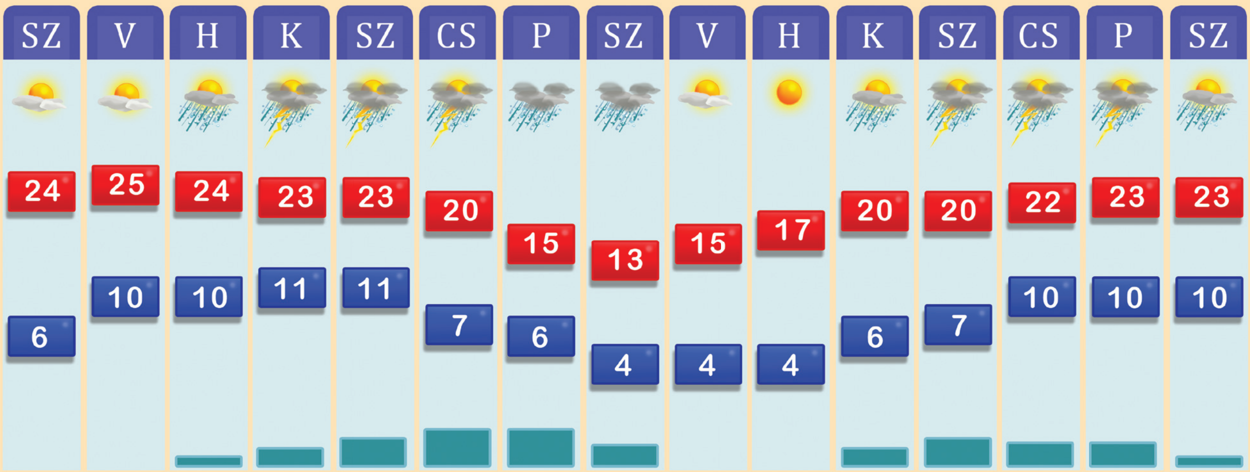
a) Az első oszlopban szereplő számok a táblázat felirata szerint az órákat jelölik, a velük egy sorban lévő számok pedig a megfelelő perceket. Például a 18-as kezdetű sorban van 40-es szám, ez azt jelenti, hogy 18:40-kor indul egy szerelvény a kaszásdűlői megállóból.

b) Tudjuk, hogy a lakás 5 percre van a megállótól, és most negyed három a pontos idő (azaz 14:15), ezért 14:20-ra érnek a megállóba. Vagyis a 14:21-kor induló HÉV-re szállhatnak fel. (A pénteki menetrendet kell nézni!)

c) Abban a sorban érdemes keresnünk, amelyikben a legtöbb szám szerepel. A 14-es és a 15-ös kezdetű sor a leghosszabb, a percek közötti eltérés valóban itt a legkisebb, csak 6 perc. Ennél kisebbet nem találunk. Nézzük meg, hogy ez a 6 perces követési idő hol kezdődik, és meddig tart! A táblázatról ezt olvashatjuk le: 14:15-től 16:45-ig közlekedik a legsűrűbben. Ekkor 6 percenként követik egymást a szerelvények.

2. példa

A vasárnapi programot az időjárás is befolyásolja. Szép idő esetén Szentendrére megy a két család. A fiúk pénteken a következő 15 napra vonatkozó előrejelzést találták.



a) Az előrejelzés szerint mi várható az első vasárnapra?
b) Milyen idő lesz a következő hétvégén?

Megoldás

a) Vasárnap látunk egy piros 25-ös és egy kék 10-es számot. Vagyis feltehetően vasárnap a hőmérséklet legmagasabb értéke 25 fok, a legalacsonyabb 10 fok lesz. A jelzés szerint enyhén felhős ég várható, napsütéssel, csapadék nélkül. A szentendrei program várhatóan teljesíthető.
b) A következő hétvégén az előrejelzés szerint egy kicsit hűvösebb idő várható, hiszen ekkor a piros számok csak 13 fokot, illetve 15 fokot jeleznek. A legalacsonyabb hőmérséklet 4 fok lesz. Szombatra felhős, esős időt, vasárnapra kicsit felhős, de már csapadékmentes időt jeleznek.

3. példa

Az 2019–20-as magyar felnőtt férfi kézilabda-bajnokság első hat helyezettjét láthatod 2020. 04. 07-i állás szerint. A jelölések és rövidítések az interneten is pontosan így szerepelnek.

	Csapat	M	GY	D	V	LG	KG	GK	PONT
1.	MOL-PICK SZEGED	20	19	0	1	733	485	248	38
2.	Telekom-Veszprém	19	19	0	0	686	477	209	38
3.	HE-DO B. BRAUN Gyöngyös	19	13	1	5	582	525	57	27
4.	Grundfos Tatabánya KC	19	12	0	7	545	503	42	24
5.	FTC-HungaroControl	18	11	1	6	518	484	34	23
6.	Balatonfüredi KSE	18	10	1	7	525	496	29	21

a) Értelmezzük a táblázatban szereplő rövidítéseket, számokat!
b) Ugyanannyi mérkőzést játszott minden csapat?

c) Hány pontot ér egy győzelem, egy döntetlen és egy vereség?
d) Készítsünk még egy oszlopot, amelyikben feltüntetjük, hogy 1 mérkőzés alatt átlagosan hány pontot szereztek a csapatok. Változna az állás, ha ez alapján rendeznénk sorba a csapatokat?
e) Nézz utána, hány csapat szerepel a bajnokságban!

Megoldás

a) A rövidítések jelentése:

M	GY	D	V	LG	KG	GK	PONT
A lejátszott mérkőzések száma	Győzelem	Döntetlen	Vereség	Lőtt gólok száma	Kapott gólok száma	Gól-különbség	A szerzett pontok száma

b) Nem, ezek a csapatok 18, 19 vagy 20 mérkőzést játszottak eddig.
c) A Veszprémnek eddig csak győzelme van, és 19 mérkőzésen 38 pontot gyűjtött, tehát egy győzelem $38 : 19 = 2$ pontot ér. A Szegednek ugyanennyi győzelme van, amivel ők is 38 pontot szereztek, és van egy vereségük is, ezért a vereségért nem járt pont. A Gyöngyösnek 27 pontja van, 13 győzelemért $13 \cdot 2 = 26$ pontot kaptak, és van 1 döntetlenjük, tehát a döntetlen 1 pontot ér. Ellenőrizzük ezt az FTC eredményein: $11 \cdot 2 + 1 = 23$ pont, ahogy azt vártuk.
d) A kapott értékek a következők, tehát a sorrend változna:

	Csapat	M	PONT	PONT : M	Sorrend PONT : M alapján
1.	MOL-PICK SZEGED	20	38	$38 : 20 = 1{,}9$	2
2.	Telekom-Veszprém	19	38	$38 : 19 = 2$	1
3.	HE-DO B. BRAUN Gyöngyös	19	27	$27 : 19 \approx 1{,}42$	3
4.	Grundfos Tatabánya KC	19	24	$24 : 19 \approx 1{,}26$	5
5.	FTC-HungaroControl	18	23	$23 : 18 \approx 1{,}28$	4
6.	Balatonfüredi KSE	18	21	$21 : 18 \approx 1{,}17$	6

e) Az internet szerint 14 csapat szerepelt 2020-ban a felnőtt férfi NB I-es bajnokságban.

Feladatok

1. A leckében szereplő menetrend szerint hány HÉV indul ezen a napon 14:00 és 18:00 között ebből a megállóból?

2. Valaki 12:00 és 12:30 között érkezik ebbe a megállóba, de nem tudja a pontos időt. Mit gondolhat, hány percen belül fog érkezni HÉV?

3. Hány napon nem várható csapadék a 15 napos előrejelzés ábrája alapján?

4. Hány olyan napot jósolnak, amikor a napi legmagasabb hőmérséklet 20 fok fölötti?

5. Hány olyan nap várható, amikor a napi legalacsonyabb hőmérséklet is meghaladja a 10 fokot?

6. Melyik napon lehet a legnagyobb a hőmérsékleti eltérés?

ADATGYŰJTÉS, AZ ADATOK ÁBRÁZOLÁSA 3.

Már az ősember is gyűjtött adatokat.

Mi is szoktuk az eseteket, dolgokat az ősember módszeréhez hasonlóan számlálni. Ezt őrzi a nyelvünk is. Mondták már neked, hogy elég sok van a rovásodon?

Ahhoz, hogy könnyebben számolhassunk, csoportosítani szoktuk a jeleket. Amikor négy rovás után jön egy újabb, akkor az ötödik vonással áthúzzuk az előző négyet.

Ha többféle adatot gyűjtünk, gyakran használunk táblázatot. Ez egyszerűbbé teszi az adatok összesítését, kényelmesebbé az eligazodást az adatok között.

A statisztika szó eredete a régmúlt időkbe nyúlik vissza. A *status* szó jelentése állam, állapot, foglalkozás. Már az ókorban is feladat volt az adatok gyűjtése. Volt, hogy az uralkodó összeíratta az újszülötteket, volt, hogy megszámláltatta a népet.

Mit gondolsz, miért gyűjtöttek adatokat az ókori uralkodók a népről?

Mihez kellettek ezek az adatok?

Keresd ki egy olasz szótárból vagy az interneten, hogy mit jelent ma a *statista* szó Olaszországban!

Mit jelent a *statiszta* szó Magyarországon?

1. példa

Az ötödikesek fociedzője, Ede bácsi cipőt akart rendelni a csapatnak. Összeírta, kinek hányas lába van:

Marci 38, Milán 38, Matyi 36, Zalán 41, Géza 37, Máté 37, Miklós 39, Zsiga 38, Dani 38, Dávid 38, Milán 39, Zalán 41.

Jobban áttekinthető adatsort kapott, amikor nagyság szerint rendezte az adatokat:

Matyi 36, Géza 37, Máté 37, Zsiga 38, Marci 38, Milán 38, Dani 38, Dávid 38, Milán 39, Miklós 39, Zalán 41, Zalán 41.

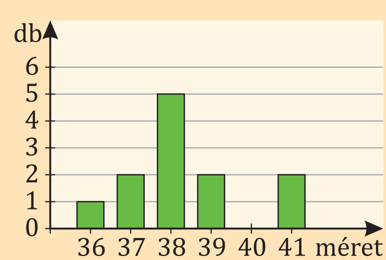
Még jobban átlátta a feladatot, amikor csak a számokat írta le:

36, 37, 37, 38, 38, 38, 38, 38, 39, 39, 41, 41.

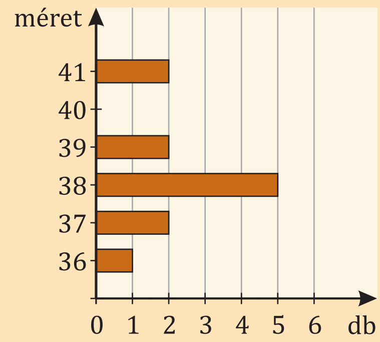
Ede Bácsi még így is nehezen igazodott el, ezért táblázatba foglalta az eredményeket:

Cipőméret	36	37	38	39	40	41
Darab	1	2	5	2	–	2

A táblázatba foglalt adatokat gyakran grafikonon is ábrázoljuk. A vízszintes tengelyen a cipőméreteket, a függőleges tengelyen pedig a cipők számát jelöljük. Például 36-os cipőből csak egy kell, úgyhogy a 36-hoz 1 egység magas oszlopot rajzolunk, 37-es cipőből kettő kell, tehát ide 2 egység magas oszlop kerül, és így tovább. Amikor az adatok nagyságát oszlopokkal szemléltetjük, akkor azt oszlopdiagramnak nevezzük. Ilyen a jobb oldali diagram.



Lehetne fordítva is. Ábrázoljuk a vízszintes tengelyen a darabszámokat és a függőleges tengelyen a cipők méreteit.
Gyerek focicipők 40-es méretig léteznek, és azoknak 7990 Ft darabja. A felnőtt focicipők 9990 Ft-ba kerülnek. A megrendelt cipők hányad része gyerekméret? Mennyi pénzt kell átutalnia Ede bácsinak a megrendeléskor, ha előre ki kell fizetnie a teljes összeg felét?



Megoldás

10 cipő a 12 közül gyerekméret, ez $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.
10 gyerekméretű cipő kell, ez összesen $10 \cdot 7990 = 79\,900$ (Ft).
2 felnőtt méretű cipő kell, ez összesen $2 \cdot 9990 = 19\,980$ (Ft).
Összesen: $(79\,900 + 19\,980) = 99\,880$ (Ft).
Tehát $99\,880 : 2 = 49\,940$ Ft-ot kell Ede bácsinak előlegként átutalnia.

2. példa

Az iskola 5. b osztályos csapata a megyei bajnokság során 12 meccset játszott. Az egyes mérkőzéseken a góllövők a következők voltak:

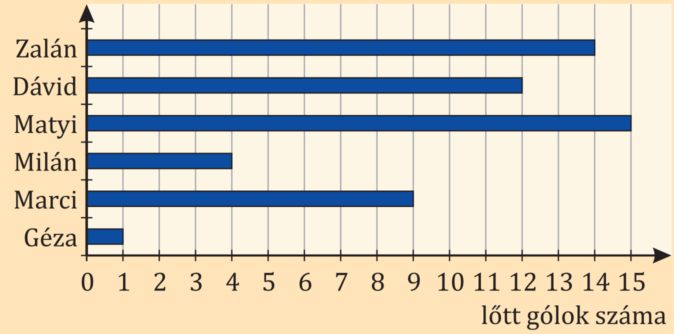
1. mérkőzés: Zalán, Zalán, Dávid, Matyi, Milán, Zalán
2. mérkőzés: Zalán, Dávid, Dávid, Matyi, Milán, Dávid
3. mérkőzés: Dávid, Matyi, Matyi, Matyi, Marci
4. mérkőzés: Zalán, Dávid, Matyi, Matyi
5. mérkőzés: Matyi, Marci, Dávid, Zalán, Zalán
6. mérkőzés: Zalán, Marci, Matyi, Dávid, Zalán, Milán, Géza
7. mérkőzés: Matyi, Marci, Zalán, Dávid
8. mérkőzés: Matyi, Zalán, Dávid
9. mérkőzés: Zalán, Marci, Matyi
10. mérkőzés: Matyi, Marci
11. mérkőzés: Marci, Marci, Matyi, Dávid
12. mérkőzés: Dávid, Matyi, Milán, Zalán, Zalán, Marci

Ki lett a csapat gólkirálya? Készítsétek el a csapat góllövő rangsorát!
Hányat rúgtak összesen a fiúk?

Megoldás

Zalán 𝍸 𝍸 |||| Milán ||||
Dávid 𝍸 𝍸 || Marci 𝍸 ||||
Matyi 𝍸 𝍸 𝍸 Géza |

Készítsünk táblázatot az adatokból, de jól mutatja a lőtt gólok számát egy színes oszlopdiagram is.



Van, aki játszva eligazodik a számok között, és van, aki a diagram adatait olvassa le könnyebben. Akár a grafikon, akár a táblázat alapján minden kérdésre könnyen megkapjuk a választ.

	Mérkőzések												Összes
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Zalán	3	1	–	1	2	2	1	1	1	–	–	2	14
Dávid	1	3	1	1	1	1	1	1	–	–	1	1	12
Matyi	1	1	3	2	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Milán	1	1	–	–	–	1	–	–	–	–	–	1	4
Marci	–	–	1	–	1	1	1	–	1	1	2	1	9
Géza	–	–	–	–	–	1	–	–	–	–	–	–	1
	6	6	5	4	5	7	4	3	3	2	4	6	55

Matyi lett a gólkirály 15 góllal.
A góllövő rangsor: Matyi (15), Zalán (14), Dávid (12), Marci (9), Milán (4), Géza (1).
Meccsenként összeszámolva: 6 + 6 + 5 + 4 + 5 + 7 + 4 + 3 + 3 + 2 + 4 + 6 = 55 gólt rúgtak összesen.
Góllövőnként számolva: 15 + 14 + 12 + 9 + 4 + 1 = 55, azaz összesen 55 gólt lőttek.

Készíts felmérést az osztályban, hasonlót ahhoz, mint amilyet itt látsz!
Találj ki egy olyan dolgot, ami érdekel téged, és az osztálytársaid fejből tudnak válaszolni rá. Járj körbe, gyűjtsd össze a válaszokat a többiektől, és készíts táblázatot az adatokból! Ha végeztél, akkor összesítsd a kapott válaszokat! Mutasd be a többieknek, hogy milyen válaszokat kaptál! Szemléltesd is a kapott eredményeket!

Xénia például a következőt találta ki:
Minden osztálytársától megkérdezte, hogy melyek a kedvenc háziállatai. Mindenki legfeljebb hármat mondhatott. Ha valaki említett egyet, akkor azt felvette a táblázatába, és húzott mellé egy strigulát. Ha másvalaki is említette, akkor újabb strigulát húzott, és az ötödikkel áthúzta. A végén összesítette az eredményeket.

Kedvenc állatok		
Kutya	𝍸 𝍸 𝍸 |	16
Macska	𝍸 𝍸 |||	13
Ló	𝍸 |||	8
Nyúl	𝍸	5
Kecske	𝍸	5
Papagáj	|||	3
Teknős	𝍸 |	6
Hal	|||	3
Hörcsög	𝍸	5

3. ADATGYŰJTÉS, AZ ADATOK ÁBRÁZOLÁSA

KUTATÓMUNKA

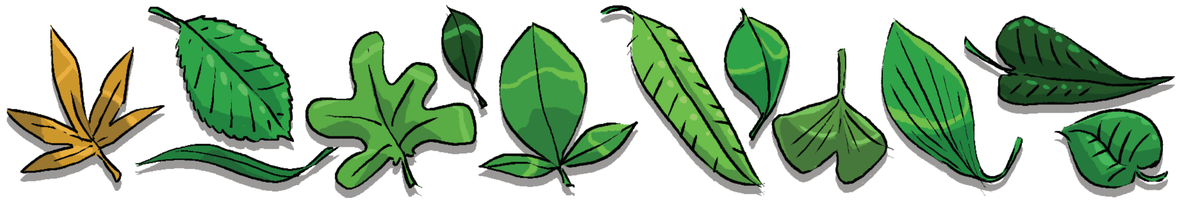
Hányan járnak az iskolátok egyes osztályaiba? Nézzetek utána! Gyűjtsétek össze az adatokat! Hol keresnétek ezeket?

KUTATÓMUNKA

Amikor adatokat gyűjtünk, gyakran a kezünkön számolunk. A hüvelykujjunkat nyitjuk ki, ha 1-et akarunk mutatni, és aztán sorban a mellette lévő ujjainkat. Tehát a hüvelyk-, mutató-, középső, gyűrűs-, kisujj kinyitva, sorrendben 1-et, 2-t, 3-at, 4-et, 5-öt jelent. Vannak, akik másképp számolnak, és vannak, akik másképp mutogatnak. Keress rá az interneten, hogy Angliában, Amerikában vagy Kínában hogyan számolnak az emberek a kezükön!

Feladatok

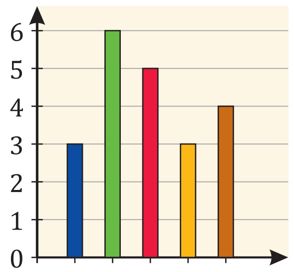
1. Sétálj a környéketeken, és figyeld meg, hány különböző fajta fát látsz! Készíts táblázatot és grafikont az eredményeidből! Nem baj, ha nem mindegyik fát ismered fel. Írd vagy rajzold le a tulajdonságait, hogy meg tudd különböztetni a többitől!



2. Gyűjtsétek össze, hogy ebben a tanévben ki hány könyvet olvasott! Készítsetek táblázatot az adatokból! Válaszd ki öt barátodat, és ábrázold oszlopdiagramon a táblázatbeli adataikat!

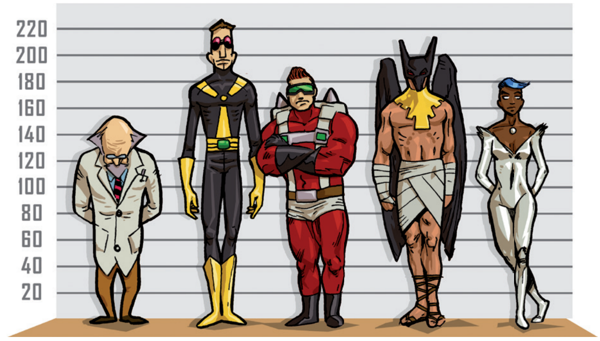
3. Gyűjtsétek össze, hogy kinek hány testvére van! Készítsetek táblázatot az adatokból! Rajzoljatok oszlopdiagramot is az adatok alapján!

4. Egy állatkert néhány lakójának egyedszámát mutatja a diagram. Állapítsd meg, hogy melyik oszlop melyik állathoz tartozik! Hány van belőlük az állatkertben?
Feleannyi víziló van, mint zebra.
Több a csimpánz, mint az orangután.
Ugyanannyi elefánt van, mint víziló.



5. Összesen 30 gyerek jár az osztályba. $\frac{2}{5}$ részük fiú. A lányok harmada barna hajú, 2 fekete, a többi szőke. A fiúk negyede szőke, fele barna, 1 vörös, a többi fekete.
Készíts a füzetedbe oszlopdiagramot, amelyen ábrázolod, hogy az osztály tanulói között hány szőke, barna, fekete, vörös gyerek van!

6. Mérjétek le, hogy kinek hány cm hosszú a haja! Rendezzétek az adatokat táblázatba! Készítsetek grafikont az adatok alapján!

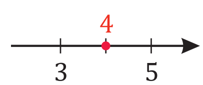


– Milyen volt a film? Nagyon jó?
– Á, csak átlagos.
– Nagyon sokan mentek el az előadásra?
– Nem, csak átlagos volt a nézőszám.
– A nagyon alacsony fickó volt a gonosz?
– Nem! Átlagos magasságú volt.

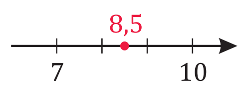
Ilyen és ehhez hasonló mondatokkal gyakran találkozhatsz. Nyelvünk hűen tükrözi az *átlagos* szó jelentését: olyan érték, amely középen helyezkedik el a nagyon kicsi és a nagyon nagy érték között.
Matematikaórán ennél pontosabban szoktuk megadni az értékeket. Most is így teszünk.

Két szám átlagán, más néven számtani közepén a **két szám összegének a felét** értjük.
Ez éppen az a szám, amely a **két szám között középen** helyezkedik el a számegyenesen, azaz a két számtól egyforma távolságra van.

3 és 5 átlaga: $\frac{3+5}{2} = 4.$

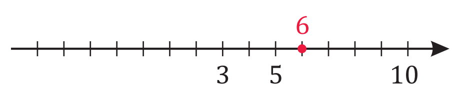


7 és 10 átlaga: $\frac{7+10}{2} = 8{,}5.$

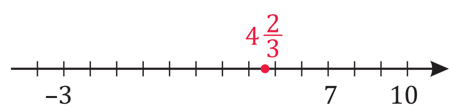


Három szám átlagát is kiszámíthatjuk, ilyenkor hárommal osztjuk a számok összegét.

3, 5 és 10 átlaga: $\frac{3+5+10}{3} = \frac{18}{3} = 6.$



10, 7 és –3 átlaga: $\frac{10+7+(-3)}{3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}.$



Teljesen hasonlóan lehet 4, 5, 6, ... darab szám átlagát is kiszámolni.
A számok összegét annyival osztjuk el, ahány számot összeadtunk.
A számtani átlagot szoktuk $\bar{x}$-gal (ejtsd: *x* átlag) vagy *A*-val jelölni.

1. példa

Kengyel tanár úr a következő osztályzatokat írta be Ladó Gyula Lajosnak az év során: 5, 4, 4, 5, 3, 5, 5, 4.
Mennyi volt az átlaga és hányast kapott év végén Tutajos (Ladó Gyula Lajos) matekból?

Megoldás

A számok átlaga: $\frac{5+4+4+5+3+5+5+4}{8} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8} = 4{,}375.$

Tutajos mégis 5-öst kapott, mert Kengyel tanár úrnak vajszíve volt!

2. példa

Anya és apa elhatározta, hogy együtt kezdenek sportolni. Azzal kezdték, hogy összeállították az első heti edzéstervüket. Keddre, csütörtökre és vasárnapra pihenőnapot terveztek. Amit vállaltak, azt az első héten be is tartották.

	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek	Szombat	Vasárnap
Bemelegítés (perc)	5	–	7	–	5	5	–
Biciklizés (perc)	20	–	30	–	45	45	–
Levezetés (perc)	5	–	3	–	5	5	–

a) Hány perc mozgást tervezett fejenként apa és anya összesen a hétre?
b) Átlagosan hány perc mozgást terveztek a négy napra?
c) Átlagosan hány percet kerékpároztak a négy nap alatt?
d) Hány percet kellett volna kerékpározniuk szombaton, hogy a négynapi átlaguk 40 perc legyen?

Megoldás

a) Fejenként 30 + 40 + 55 + 55 = 180 perc mozgást terveztek.

b) Az átlag a négy érték összegének a negyede, azaz napi $\frac{30+40+55+55}{4} = \frac{180}{4} = 45$ perc mozgást terveztek átlagosan a négy napra.

c) Átlagosan $\frac{20+30+45+45}{4} = \frac{140}{4} = 35$ percet bicikliztek a négy nap alatt.

d) Ha a négynapi átlag 40 perc, akkor összesen $4 \cdot 40 = 160$ percet kellett volna biciklizniük. Mivel az első 3 nap alatt 20 + 30 + 45 = 95 percet bicikliztek, szombaton 160 – 95 = 65 percig kellett volna biciklizniük, hogy az átlaguk napi 40 perc legyen.

Feladatok

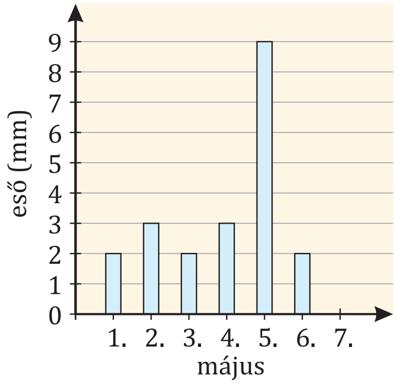
1. Add meg a következő számok átlagát!
a) 2; 8 *b)* 1; 9 *c)* –1; 11 *d)* –12; 22 *e)* 2,5; 9,5

2. Két szám átlaga 5. Mennyi lehet az egyik szám, ha a másik
a) 2; *b)* 9; *c)* 7; *d)* –8; *e)* 1,3?

3. Adj meg 2 egész számot, ha átlaguk
a) 10; *b)* 7; *c)* 4,5; *d)* –2; *e)* $\frac{4}{3}$!

4. Adj meg 3 egész számot, ha átlaguk
a) 10; *b)* 7; *c)* 4,5; *d)* –2; *e)* $\frac{4}{3}$!

5. A májusi eső aranyat ér.
a) Mely napon (napokon) esett a legkevesebb eső az első 7 nap alatt?
b) Hány mm eső esett május első hetében összesen?
c) Ha összesen ugyanannyi (mint a grafikonon látható), de mindennap egyforma mennyiségű eső esett volna, akkor mennyi eső jutna egy napra?



6. Át lehet-e sétálni egy folyón, ha annak átlagos mélysége 70 cm?

Lehetséges (de nem biztos)	Biztos	Lehetetlen
Holnap sütni fog a Nap. Ötöst kapok matekból. Anya két puszit ad reggel. Egyest dobok a szabályos dobókockával.	Holnap felkel a Nap. Hetesnél kisebbet dobok a szabályos dobókockával. Idősebb vagyok, mint tegnap voltam.	Hatost kapok matekból. Varázsütésre megáll a Föld. Az 5. b osztály matekórája holnap a Himalája csúcsán lesz.

Holnap sütni fog a Nap. Ez egy olyan esemény, amelyik nem rajtunk múlik. Nem tudjuk befolyásolni, hogy holnap felhők legyenek az égen. Ha ez egy általános kijelentés, akkor nem tudjuk, hogy holnap egy szép hosszú nyári nap lesz, vagy egy rövid téli. Lehet, hogy sütni fog a Nap, de nem biztos.

Ötöst kapok matekból. Ez rajtad múlik. Ha mindent értesz és tudsz, akkor igaz lesz, de nem mindenki szokott mindig ötöst kapni. Ez is egy olyan kijelentés, amelyik lehet, hogy igaz, de nem biztos.

Ebben a fejezetben, ha dobókockáról vagy röviden kockáról beszélünk, akkor mindig szabályos dobókockára gondolunk. Szerintetek mitől lesz szabályos egy dobókocka?
Egyest dobok a kockával. Ez egy olyan esemény, amelyet te hajtasz végre, és akár többször egymás után kipróbálhatod. Ha elég sokszor próbálkozol, lesz a dobások között olyan, amikor egyest dobsz, és lesz olyan is, amikor nem. Ilyenkor azt mondjuk, hogy ez **lehetséges (de nem biztos)**.

Könnyű olyan állítást mondani, amelyik **biztos** mindig igaz. Például: egy kockával 7-nél kisebbet dobok.

Hasonlóan könnyű olyan állítást mondani, amelyik **lehetetlen**. Például: Egy szabályos dobókockán 7-es jön ki. Ez nyilván lehetetlen, hiszen legalább 1 és legfeljebb 6 jöhet ki rajta.

1. példa

Hova soroljuk a következő eseményeket?

a) Feldobok egy kockát, és hatos lesz.
b) Feldobok 10 kockát, és mindegyiken hatos lesz.
c) „Wingardium leviosa”, és lebegni kezdek.
d) Ha feldobok egy érmét, leesik.

Megoldás

a) Lehetséges *b)* Lehetséges *c)* Lehetetlen *d)* Biztos*
(*Eltekintünk attól az eseménytől, hogy egy sirály a csőrébe kapja, és elrepül vele.)

2. példa

Az iskolai csapat 14 fős kézilabda keretében 8 barna, 5 szőke és 1 fekete hajú kislány van. A pályán egyszerre 7 gyerek lehet közülük, egy kapus és hat mezőnyjátékos.
Döntsük el a felsorolt állításokról, hogy igazak vagy hamisak!

a) Lehetséges, hogy csak barna hajú játékos van a pályán.
b) Lehetséges, hogy nincs barna hajú játékos a pályán.
c) A fekete hajú kislány mindig pályán van.
d) Mindig van szőke játékos a pályán.

Megoldás

a) Igaz, hiszen 8 barna hajú játékos van.
b) Hamis, mert az 5 szőke és 1 fekete együtt csak 6 játékos, tehát legalább 1 barna hajú játékosnak mindig a pályán kell lennie.
c) Hamis.
d) Hamis.

KUTATÓMUNKA

Gyűjtsetek olyan játékokat, amelyekben dobókockát használtok! Csoportotokban próbáljátok is ki!

Feladatok

1. Biztos, lehetetlen vagy lehetséges?
a) Minden matekóra véget ér.
b) Egy kockát tízszer feldobva mindig páros számot dobsz.
c) Egy kockát tízszer feldobva a dobott számok összege 9.
d) Mostantól év végéig minden jegyem ötös lesz.
e) Az öcsém fiatalabb nálam.
f) Feldobok egy fehér és egy piros kockát, és a fehéren kisebb szám jön ki.

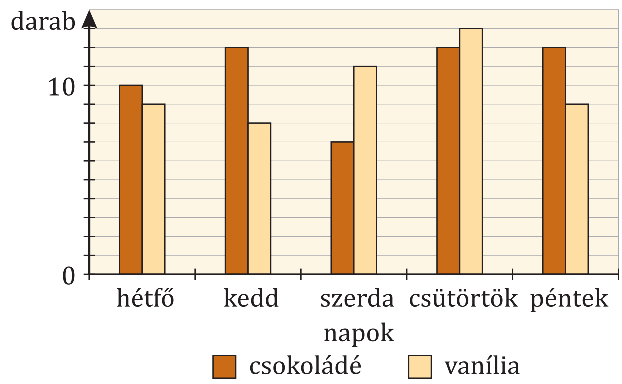
2. Sajnos Olga néni kicsit megégette az almás pite alját a tepsi szélénél, de ez nem látszik. A tányéron evésre vár 12 szelet almás pite, amelyek közül 3 égett aljú.
a) A tányéron lévő piték hányad része égett?
b) Hányat kell elvenni a tányérról, hogy biztosan legyen köztük jó?
c) Hányat kell elvenni a tányérról, hogy biztosan legyen köztük jó és égett is?
d) Jó vagy égett pitére van nagyobb esély, ha csak egyet vehetek el?

3. Az 5. b-be 8 szőke, 12 barna és 5 fekete hajú gyerek jár.
a) Legfeljebb hány gyereket választhatok ki, hogy ne legyen köztük szőke?
b) Hány gyereket kell kiválasztani a hétvégi sportversenyre, hogy biztos legyen köztük szőke?
c) Hány gyereket kell kiválasztani a hétvégi sportversenyre, hogy biztos legyen köztük barna?
d) Ha csak egy gyereket választunk, akkor az legnagyobb eséllyel milyen hajszínű lesz?
e) Hány gyereket kell kiválasztani, hogy biztos köztük legyen a fekete hajú, ábrándos tekintetű Panni?
Gyűjtsétek össze, hogy az osztályotokba hány szőke, barna, fekete, vörös hajú gyerek jár, és válaszoljátok meg az első négy kérdést a ti adataitok alapján is!

4. Kata, Lujza, Miklós és Norbi Ki nevet a végén?-t játszik. Értékeljük a játék közben elhangzó állításokat. Melyik igaz, melyik hamis?
Kata: Már öt kör óta próbálok kezdeni. Lehetetlen ezzel a kockával hatost dobni.
Lujza: Norbi bábuja kettővel előttem van. Lehet, hogy ki tudom ütni.
Miklós: Ha hatost dobok, akkor még egyet dobhatok, tehát léphetek előre akár tizenegyet is.
Norbi: Ha Lujza ötöt dob, akkor én utána a hármassal kiüthetem.

Feladatok

1. Egy cukrászdában nagyon sokféle fagylaltot árusítanak. Az ábra azt mutatja, hogy öt egymást követő munkanapon a nyitás utáni első órában hány gombóc csokoládé- és hány gombóc vanília-fagylaltot adtak el. A kérdések is a nyitás utáni egy órára és erre a kétféle fagylaltra vonatkoznak.



a) Hány gombóc csokoládéfagylaltot adtak el?
b) Hány gombóc vaníliafagylaltot adtak el?
c) Hány gombóccal fogyott több csütörtökön, mint kedden?
d) Melyik nap adtak el legkevesebbet a vaníliából?
e) Melyik nap adtak el legkevesebbet a csokoládéból?

2. Az osztály 32 tanulója megírta a matematikadolgozatot. Hárman írtak elégtelen, öten elégséges, tízen közepes, nyolcan jó és hatan jeles dolgozatot.
a) Rendezd táblázatba az adatokat!
b) Készíts grafikont az osztály eredményeiről!

3. Egy iskolában minden évben rendeznek tanár-diák labdarúgó-mérkőzést. Az alábbi táblázat tíz év eredményeit tartalmazza:

Év	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Tanár gól	0	6	2	2	1	2	3	1	1	2
Diák gól	2	4	3	1	2	3	2	3	1	1

a) Melyik évben volt a legtöbb gól?
b) Hányszor nyertek a diákok?
c) Összesítve ki vezet a gólok számát tekintve?
d) Volt-e döntetlen mérkőzés?

4. Egy perselyben 3500 Ft van összesen. Van benne 5, 10, 20, 50, 100 és 200 Ft-os pénzérme is.
a) Készíts egy lehetséges táblázatot a pénzérmékről!
b) Készíts egy grafikont, amely a táblázatod adatait szemlélteti!

5. Döntsd el, hogy lehetetlen, lehetséges vagy biztos!

a) A Föld kocka alakú.
b) Egy százforintost feldobva, az fej vagy írás lesz.
c) A kő-papír-olló játékban papírt mutatsz és nyersz.
d) A kő-papír-olló játékban papírt mutatsz és nem nyersz.
e) Kapsz házi feladatot ma.
f) Ma két jegyet kapsz, amelyek átlaga 3,2.
g) Egy téglalapnak két átlója van.
h) Egy háromszögnek kevesebb mint két átlója van.

6. Egy traktorkereskedés februárban 38 traktort adott el, átlagosan 1 190 000 Ft-os áron.

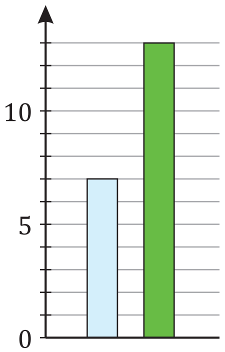
a) Mennyi volt a kereskedés februári bevétele?
b) Lehet, hogy februárban mindennap legalább két traktort adtak el?
c) Biztos, hogy februárban mindennap adtak el traktort?
d) Lehet, hogy volt olyan nap, amikor 8 traktort adtak el?
e) Biztosan volt olyan vásárló, aki több mint egy traktort vett?
f) Készíts egy lehetséges oszlopdiagramot a négyheti eladásokról, ha tudjuk, hogy minden héten adtak el traktort!

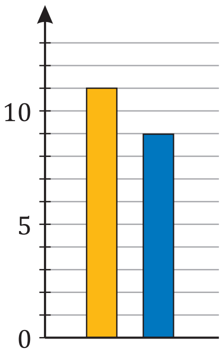
7. A kisbabákról adatokat szoktak felvenni, mint például a testtömeg, a testhossz és a fejkörfogat (a fej kerülete). A védőnő hat egy hónapos babáról gyűjtött adatokat, amelyeket táblázatba rendezett:

	Anna	Ráhel	Gyöngyvér	Kolos	Etele	Sándor
Testtömeg (g)	3100	4400	4200	4400	3600	4800
Testhossz (cm)	48	57	57	58	54	58
Fejkörfogat (cm)	34	39	37	38	36	38

a) Számold ki az átlagos tömeget, hosszt és fejkörfogatot!
b) Melyik baba testméretei a legátlagosabbak ezen adatok alapján?

8. Ha kinyitod a matematikakönyvedet, akkor mi az esélye, hogy az oldalszám a jobb oldalon páratlan szám lesz? Próbáld ki!
Mi az esélye, hogy maradék nélkül osztja a 3? Próbálgasd!



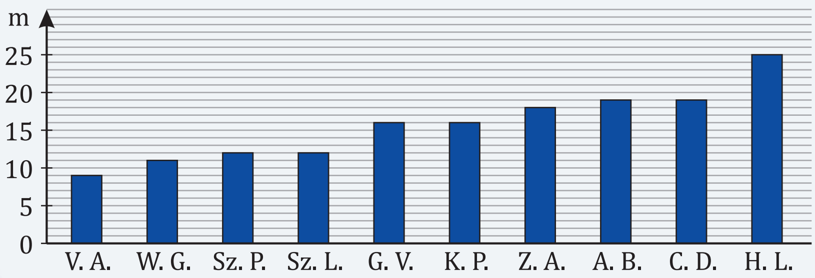


9. Össze tudod párosítani a grafikonokat az adatokkal?

A) Feldobtunk egy érmét hússzor, és lejegyeztük, hány fej és hány írás volt.
B) Az osztályban az első 20 gyerek között ilyen a lányok és a fiúk megoszlása.

Tesztfeladatok

1. Az 5. b-ben 10 lány kislabdahajítását mérik.

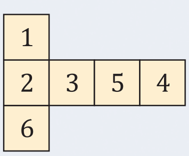


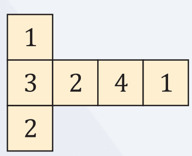
Aki 18 méter fölött dobott, az 5-öst kapott. Hányan kaptak ötöst?

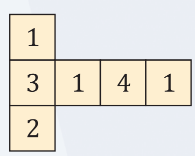
A) 6 *B)* 5 *C)* 4 *D)* 3

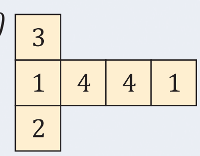
2. A kiterített négy kocka egyikével 120-szor dobtak a gyerekek Kengyel tanárnő matekóráján. A dobott számok darabszámát a táblázat tartalmazza. Szerinted melyik kockát használhatták a legnagyobb eséllyel?

dobott szám	1	2	3	4
darab	63	16	15	26

A)


B)


C)


D)


3. Bütyök félévi jegyeihez képest év végére 2 tárgyból egy-egy jegyet javított, testnevelésből viszont két jegyet rontott. A többi jegye nem változott. Mennyivel változott év végére az átlaga a félévi átlagához képest?

A) Romlott. *B)* Nem változott. *C)* Nőtt. *D)* Ezekből az információkból nem lehet megállapítani.

4. Melyik nem lehet négy egész szám átlaga?

A) 5,5 *B)* –2 *C)* 3,25 *D)* 5,2

Kutatómunka

Gyűjtsétek össze az osztályban a válaszokat az oldalon látható 4 tesztkérdésre! Készítsetek az adatokból táblázatot és oszlopdiagramot is!