OKTATÁSI HIVATAL

NAT 2020

Matematika

munkafüzet

7

MATEMATIKA 7.
Munkafüzet

Oktatási Hivatal

A kiadvány 2022.02.23-tól 2027.08.31-ig tankönyvvé nyilvánítási engedélyt
kapott a TKV/80-7/2022. számú határozattal.

A tankönyv megfelel a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet alapján készült, 2020. 01. 31. után kiadott, 5–8. évfolyam matematika tantárgy kerettantervének.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Kónya István

Tananyagfejlesztők: Paróczay Eszter, Tamás Beáta, dr. Wintsche Gergely

Kerettantervi szakértő és lektor: Hegyi Györgyné, Kulman Katalin

Szaktanácsadó: dr. Csapodi Csaba

Szerkesztette: dr. Wintsche Gergely

Fedélterv: Slezák Ilona, Bánáti János, Orosz Adél

Látvány- és tipográfiai terv: Orosz Adél

Illusztráció és borító: Létai Márton

Szakábrák: Szalóki Dezső

Fotók:
Wintsche Gergely fotói: 7., 128. oldal.
A könyvben található további képek: ©Shutterstock Képügynökség: 31., 133., 136., 138. oldal.

© Oktatási Hivatal, 2021

ISBN 978-963-436-276-0

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor elnök • Raktári szám: OH-MAT07MA
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos
Műszaki szerkesztő: Orosz Adél • Grafikai szerkesztő: Orosz Adél
Nyomdai előkészítés: Gados László
Terjedelem: 18,54 (A/5) ív, tömeg: 367 gramm • 1. kiadás, 2024

A könyvben felhasználtuk Gedeon Veronika, Korom Pál, Számadó László, Urbán Z. János, Wintsche Gergely Matematika 7. munkafüzet című művet. Raktári szám: FI-503010702/1.

A munkafüzet „Mindennapi pénzügyeink” című fejezete a Pénziránytű Alapítvány szakmai támogatásával készült.

PÉNZIRÁNYTŰ

A kötet megjelenését a Belügyminisztérium támogatta.

BELÜGYMINISZTÉRIUM

TARTALOM

I. Gondolkodjunk! 5

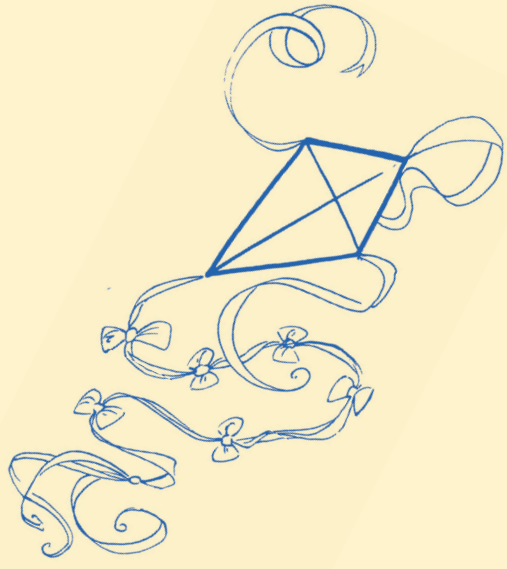
1. Számold össze! 5
2. Rendezd sorba! 8
3. Hány eset van? 11
4. Gráfok 12
5. Igazold! Cáfold! 15
6. Matematikai játékok 16
7. Összefoglalás 17

II. Racionális számok, betűs kifejezések 20

1. Az egész számok tulajdonságainak áttekintése 20
2. Törtek, tizedes törtek – minden, amit erről tudni kell 22
3. Műveletek a racionális számok halmazán 24
4. Szöveges feladatok 27
5. Zárójelfelbontások, összetett műveletek 30
6. Számok és betűk használata 32
7. Összevonás, helyettesítési érték 33
8. Zárójelfelbontás, kiemelés. 35
9. Összefoglalás 37

III. Geometriai transzformációk 40

1. Geometriai fogalmak 40
2. Háromszögek nevezetes vonalai 42
3. Háromszögek és négyszögek 45
4. Geometriai transzformációk 47
5. Középpontos tükrözés 48
6. A középpontos tükrözés alkalmazása 50
7. Szögpárok (Kiegészítő tananyag) . . . 51
8. Középpontos és tengelyes szimmetria 52
9. Paralelogramma és deltoid 53
10. Középpontosan szimmetrikus alakzatok 55
11. Szabályos sokszögek 57
12. A kör 58
13. Szerkesztések. 60
14. Összefoglalás 61



TARTALOM

IV. Hatványozás, oszthatóság 65

1. Nagy számok és a hatvány alak 65
2. Hatványok alkalmazása 66
3. Mit tanultunk az oszthatóságról? (ismétlés) 68
4. Egy kis logika 70
5. A prímszámok. A számok prímtényezős felbontása 71
6. Készítsünk magunknak oszthatósági szabályokat! 73
7. Osztókról, többszörösökről még egyszer 74
8. Legnagyobb közös osztó 76
9. Legkisebb közös többszörös 77
10. Matematikai játékok 79
11. Összefoglalás 80

V. Százalékszámítás, egyenletek 83

1. Arányosságról még egyszer 83
2. Mit tanultunk a százalékszámításról? 84
3. A 100% kiszámítása 86
4. Hány százalék? 87
5. A százalékszámítás gyakorlása 88
6. Összetett százalékszámítási feladatok 90
7. Szöveges feladatok 92
8. Egyenletmegoldási módszerek: Próbálgatás és lebontogatás 94
9. Mérlegelv 96
10. Egyenletek megoldása mérlegelvvel 98
11. Szöveges feladatok megoldása egyenlettel 99
12. Összefoglalás 101

VI. Geometria 104

1. Egybevágó háromszögek, szerkesztések 104
2. Összefüggések a háromszög oldalai, szögei között 105
3. Sokszögek szögei és átlói 107
4. A terület és a térfogat mértékegységei 108
5. A paralelogramma területe 109
6. A háromszög területe 111
7. A trapéz területe 113
8. A deltoid területe 114
9. A hasáb felszíne és térfogata 116
10. Testek térben és síkban 117
11. Összefoglalás 119

VII. Hozzárendelések, statisztika 120

1. Két halmaz közötti hozzárendelések 120
2. A hozzárendelések megadási módjai 122
3. Olvassunk a grafikonról! 124
4. Átlag, módusz, medián 126
5. Gyakoriság, relatív gyakoriság 127
6. Valószínűség 128
7. Tippelj, kísérletezz, ellenőrizz! 129
8. Összefoglalás 130

VIII. Mindennapi pénzügyeink 133

1. SZÁMOLD ÖSSZE! 1.

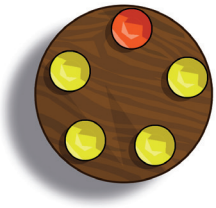
1. Válaszolj az alábbi kérdésekre!

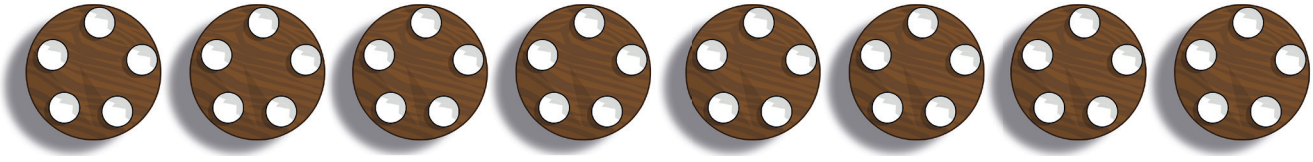
a) Hány darab kétjegyű páratlan szám van? .....

b) Hány darab háromjegyű páros szám van? .....

c) Hány darab hárommal osztható négyjegyű szám van? .....

2. A Vas családnak piros és sárga tányérkészlete van, de minden színből már csak négy darab. A kör alakú ebédlőasztalra ezekkel a piros és sárga tányérokkal szeretnének megteríteni öt személy részére.
Add meg az összes terítési lehetőséget! A forgatással egymásba átvihető terítéseket nem tekintjük különbözőnek.
Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.





Vagyis összesen ..... lehetőség van.

3. Hányféle rendszámtáblát tudsz tervezni a képen látható betűkből és számjegyekből a megadott feltételekkel? Sorold fel a lehetőségeket!

a) Csak a számjegyek sorrendjét változtathatod meg:

..... Vagyis ..... féle.

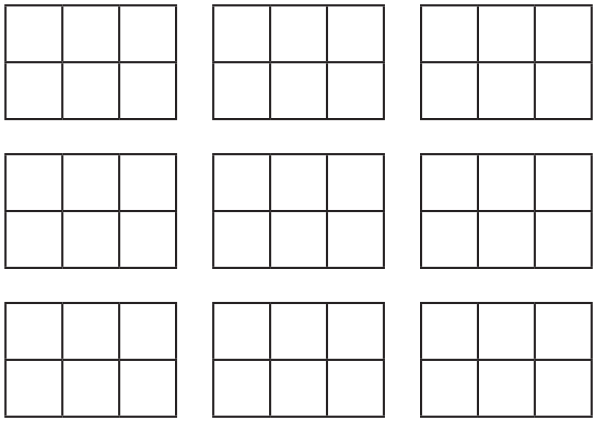
b) Csak a betűk sorrendjét változtathatod meg:

..... Vagyis ..... féle.

c) A rendszámnak A-val kell kezdődnie, és 5-re kell végződnie:

..... Vagyis ..... féle.

4. Az ábra négyzeteibe az A, B, E, F, O, P betűket kell beírnod a következők szerint:
– sem két magánhangzó, sem két mássalhangzó nem kerülhet oldalukkal szomszédos négyzetekbe;
– a betűknek balról jobbra haladva mindkét sorban ábécésorrendben kell szerepelniük.
Egy beírásnál mind a hat betűt pontosan egyszer kell felhasználnod. Hány kitöltést tudsz készíteni a megadott szabályok szerint? Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.



Vagyis összesen ..... kitöltés készíthető.

1. SZÁMOLD ÖSSZE!

5. A bűvös négyzeteket a középkorban a különleges tulajdonságaik miatt tartották bűvösnek, és talizmánként is hordták. Voltak, akik úgy gondolták, hogy ezek a négyzetek megóvják viselőjüket mindenféle bajtól. A tankönyvben Dürer híres *Melankólia* című metszetén is láthatsz egy ilyen négyzetet. Az alsó sor középső két száma a kép készítésének évét is megadja: a metszet 1514-ben készült. Ennek a négyzetnek a bűvös száma a 34, azaz minden sorban, minden oszlopban és a két átlóban is ennyi a négy szám összege.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

A tankönyv egyik feladatában olyan további számnégyeseket is találtunk, amelyeknek az összege szintén 34. Színezz be még további olyan számnégyeseket, amelyek nem egy sort, oszlopot vagy átlót alkotnak, és a számok összege 34!

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

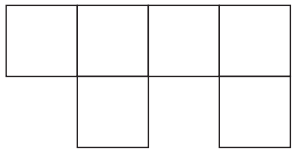
16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

6. Az ábra négyzeteibe az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat kell beírnod a következők szerint:
– a szomszédos páros számok (például a 2 és a 4) nem kerülhetnek oldalukkal szomszédos négyzetekbe;
– az 1, 3, 5 számoknak balról jobbra haladva a megadott sorrendben kell egymás mellett szerepelniük.



Egy beírásnál mind a hat számot pontosan egyszer kell felhasználnod. Hányféle, a szabályoknak megfelelő beírás létezik?
Rajzold le az eseteket!

Vagyis összesen ..... kitöltés készíthető.

7. A harminckét lapos magyar kártyából kivesszük a négy ászt. A piros, zöld, makk és tök ászhoz még hozzávesszük a piros és a makk királyt is. Ezt a hat lapot az ábrán látható elrendezésben az asztalra kell rakni (két sor, három oszlop).
A piros ász és a piros király a felső sorban, a makk ász és a makk király pedig az alsó sorban egymás mellett kell legyen, sőt a két királynak mindig egy oszlopban kell elhelyezkednie. A mellékelt ábra mutat egy megfelelő elhelyezést. Keresd meg a megadottól különböző összes helyes elrendezést!
Lehet, hogy több ábrát rajzoltunk, mint amennyire szükséged lesz.

P K	P Á	T Á												
M K	M Á	Z Á												

Vagyis összesen ..... elhelyezés létezik.

8. A képen látható zsonglőrlabdát négy különböző színű darabból varrták össze. Hányféle labda készíthető, ha mindig pontosan ezt a négy színt használják? Rajzolj! Színezz!

Vagyis ..... darab különböző labda készíthető!

2. RENDEZD SORBA!

1. Készíts háromjegyű számokat a képen látható számkártyák mindegyikének felhasználásával! Sorold fel az összes esetet! Hány esetben kaptál négyzetszámot?

Háromjegyű számok: ..... Ez összesen: ..... darab.

Négyzetszámok: ..... Vagyis ..... négyzetszám van közöttük.

2. *a)* Add meg a 3, 4, 5 számjegyek mindegyikének felhasználásával kapható háromjegyű számokat!

.....

.....

Vagyis ..... darab van.

b) Add meg a 6, 7, 8, 9 számjegyek mindegyikének felhasználásával kapható négyjegyű számokat!

.....

.....

Vagyis ..... darab van.

3. A tanterem előtt három lány és négy fiú áll. Hányféle sorrendben léphetnek a terembe, ha a fiúk előreengedik a lányokat?

A lányok belépési sorrendjeinek száma: .....

A fiúk belépési sorrendjeinek száma: .....

Az összes sorrend: .....

4. Az *A, B, C* és *D* pontok egy négyszög négy csúcsát adják. Valamilyen sorrendben összekötöttünk közülük hármat, így rajzoltunk egy háromszöget. Hányféleképpen rajzolhattunk háromszöget, ha az összekötés sorrendje is számít?

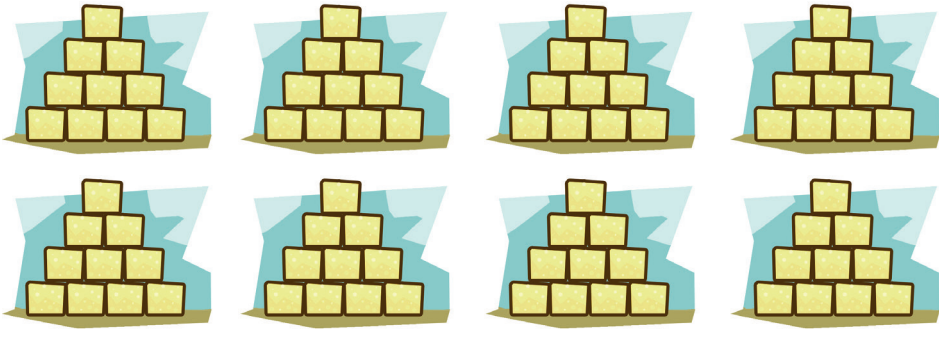
Az esetek száma: .....

Indoklás: .....

.....

5. A számpiramisban a sorokon belül tetszőlegesen megváltoztathatod a számjegyek sorrendjét. Hányféle piramis van, ha ragaszkodsz ahhoz, hogy minden sor kettessel kezdődjön, és az 5-ös helyét sem változtatod? Töltsd ki a piramisokat szemléltető ábrákat! Lehet, hogy több ábra van, mint amennyire szükséged van.

Vagyis ..... darab ilyen piramis van.



6. Biztosan hallottál már Lázár Ervin *A Négyszögletű Kerek Erdő* című meséjéről és az erdőlakók költői versenyéről. Ezen a versenyen Aromo, a fékezhetetlen agyvelejű nyúl ezt írta:

bálömböki bag ú fan
balámbökö big a fún
búlambákö bög i fan
balúmbaká bög ö fin
bilambúka bág ö fön
bölimbakú bag á fön
bölömbika búg a fán

Figyeld meg a „vers” szerkezetét!

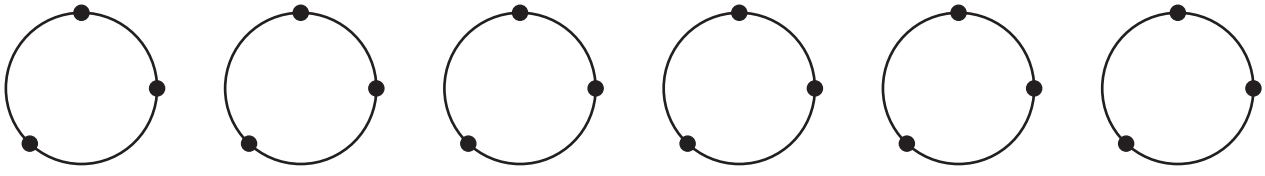
Hány soros írást tudsz készíteni ezzel a módszerrel, ha az utolsó „mondata”: *a szobában lakik itt bent*? Írd le az így kapott „verset”!

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
a szobában lakik itt bent
.....

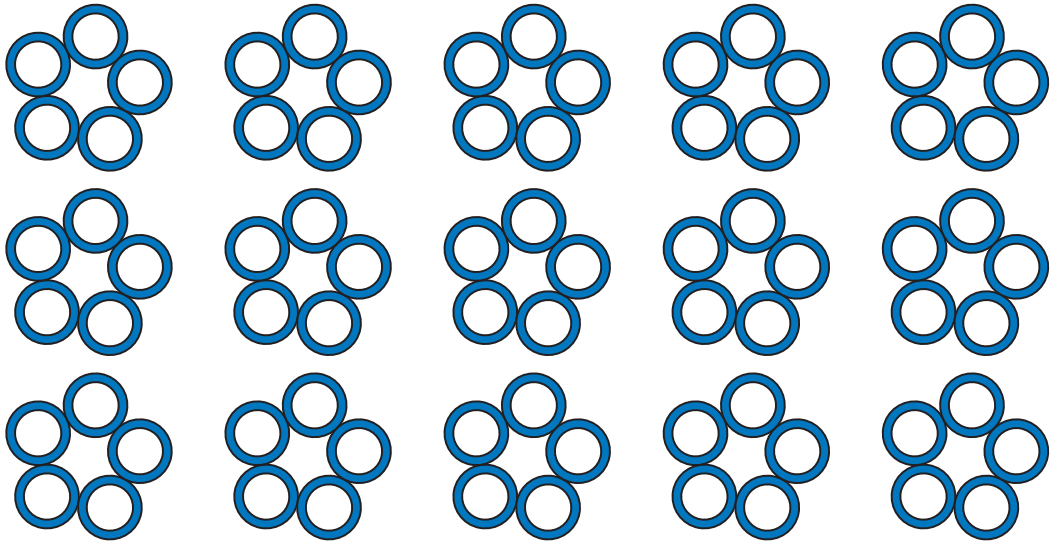
Lehetséges, hogy több vonal van, mint amennyire szükséged lesz.

Vagyis a sorok száma: ..... darab.

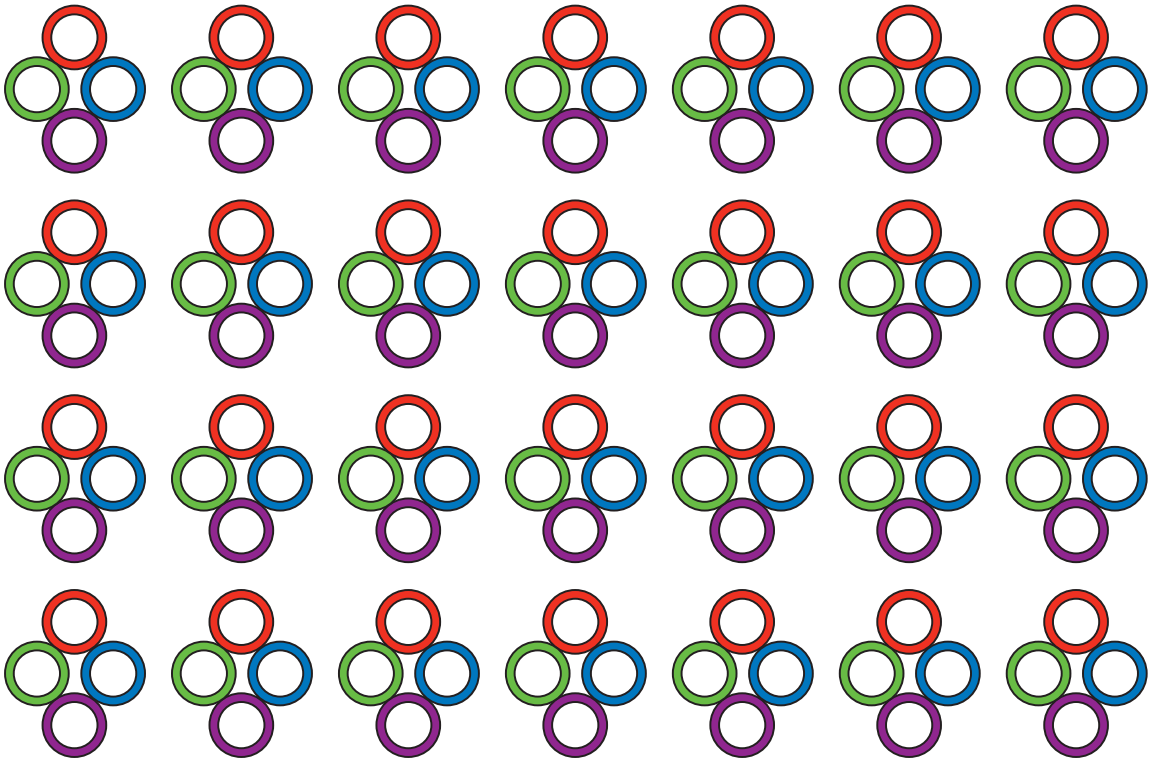
7. Hányféleképpen betűzhetem meg az A, B, C betűkkel a körvonalon felvett három pontot? Írd fel az összes lehetőséget! A forgatással egymásba vihető eseteket azonosnak tekintjük. Vigyázz, lehet, hogy több ábra van, mint lehetőség!



8. Az öt testvér, Rebeka, Anna, Rozi, Zinka és Marcsi bementek egy-egy úszógumival a Balatonba. Körbe kapaszkodtak és vidáman ringatóztak a víz tetején. Hányféleképpen helyezkedhettek el, ha Marcsi Zinka kezét fogta? Írd az úszógumikba a nevük kezdőbetűit!



9. A négy jó barát rendelt egy-egy üdítőt: narancslevet, baracklevet, kólát és almalevet. Hányféleképpen tehette a pincér a tálcára a négy különböző poháralátétre a rendelést? Sorold fel a lehetőségeket!



1. Egy kisiparos az alábbi szöveggel hirdeti magát:
Olcsón, jól és gyorsan dolgozom! Ön ezek közül kettőt választhat!
Hányféle választásod lehet, ha ezzel az iparossal szeretnél dolgoztatni? Sorold fel az eseteket!

.....

Vagyis ..... eset van.

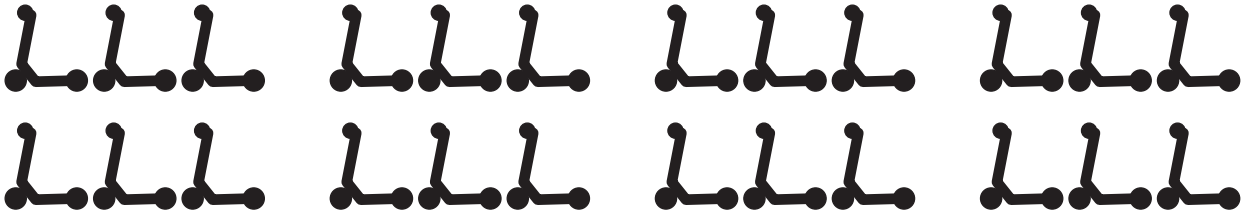
2. Akik a múlt héten hiányoztak a dolgozatírásnál, a holnapi órán felelni fognak – mondta Irma néni, így Benedek, Marci, Ádám, Rózsa, Ibolya és Virág izgatottan várták a másnapot. Irma néni végül csak négy gyereket feleltetett közülük. Hányféleképpen választhatott? Sorold fel a lehetőségeket!

.....

.....

.....

3. Áron, Erika, Magor, Barbara és Kinga béreltek három elektromos rollert. Mivel mindannyian el akartak jutni közös úti céljukhoz, ezért két járműre is ketten álltak rá. Barbara kicsit félt, mert még sosem utazott ilyenen, így mindenképpen valaki mögött akart utazni. Magor mindenképpen egyedül szeretett volna menni. Írd az ábrába, hányféleképpen mehettek a rollerekkel, ha a rollerek sorrendje nem, de a rollereken utazó gyerekek sorrendje számít!



4. Sorold fel csökkenő sorrendben az összes olyan kétjegyű számot, amelyeknek mindkét számjegye páratlan! Hány darabot találtál?

.....

.....

5. A fagylaltozóban kilencféle fagylalt kapható. Egy osztály tanulói fagyizni mentek, s mindenki két különböző ízű fagylaltot kért. Legfeljebb hány fős lehet az osztály, ha senki sem kért ugyanolyan párosítást?

Az osztály létszáma: .....

I. 3. HÁNY ESET VAN?

6. Egy sakkfeladványt hét bábuval lehet kirakni a táblára: négy világossal és három sötéttel. Tudjuk, hogy a világos és a sötét királynak is a táblán kell lenni, továbbá nincs két azonos világos és nincs két azonos sötét bábu sem a táblán. Hányféle módon választhatjuk ki a bábukat ehhez a feladványhoz?

A sötét bábuk ezek lehetnek: ..... Az esetek száma: ..... darab.

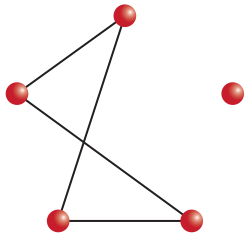
A világos bábuk ezek lehetnek: ..... Az esetek száma: ..... darab.

Az összes eset száma: .....

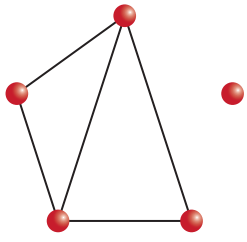
I. 4. GRÁFOK

JÁTÉK

Álljatok össze párosával! Néhány ötszöget előre megrajzoltunk. Húzzatok be felváltva egy-egy szakaszt két pont közé. Ha valaki háromszöget hoz létre a saját lépésével, azaz a szakaszának behúzásával, akkor veszít. Csak az számít háromszögnek, ha minden csúcsa az ötszög csúcsai közül kerül ki. Az *1. ábrán* tehát nincs háromszög, a *2. ábrán* van. Ki tud nyerni?

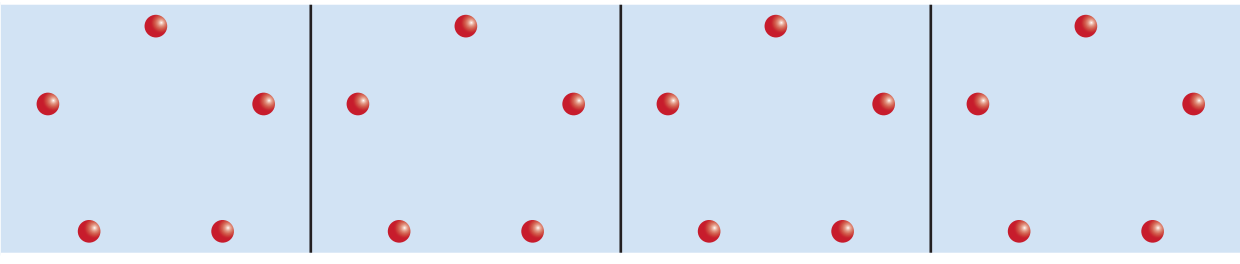


1.



2.

Ha elfogytak az ötszögek, akkor rajzoljatok magatoknak 5 pontot egy ötszög csúcsaiba. A pontosság nem lényeges, csak kicsit nehezíti a játékot, ha összevissza helyezkednek el a pontok. Rendezhettek bajnokságot is az osztályban.



1. Legyenek egy kocka csúcsai a gráf csúcsai, és legyen két csúcs összekötve, ha őket a kocka egy éle köti össze! Rajzold le a gráfot!

Igaz, hogy minden csúcsból ugyanannyi él indul ki? .....

2. Legyenek egy téglatest csúcsai a gráf csúcsai, és legyen két csúcs összekötve, ha őket a téglatest egy éle köti össze! Rajzold le a gráfot!

Igaz, hogy minden csúcsból ugyanannyi él indul ki? .....

Mit lehet állítani az 1. és a 2. feladatban rajzolt gráfokról? .....

3. Legyenek egy kocka csúcsai a gráf csúcsai, és legyen két csúcs összekötve, ha a két csúcs a kocka ugyanazon lapján helyezkedik el! Rajzold le a gráfot!

Igaz, hogy minden csúcsból ugyanannyi él indul ki? .....

4. Egy nyolcfős baráti társaságban néhányan megölelték egymást. Lili hat embert ölelt meg, Panka kettőt, Míra négyet, Joli egyet, Sára kettőt, Évi szintén kettőt, Vera hármat és Bori ebben a pillanatban érkezett, így még nem ölelt meg senkit.

a) Rajzold meg az öleléseket szemléltető gráfot!

b) Hány ölelés történt összesen?

.....

5. A 2020-as tokiói olimpián a 12 vízilabdacsapatot két hatos csoportba, az *A* és a *B* jelűbe osztották. Egy csoporton belül mindenki játszott mindenkivel, és a csoportok 5. és 6. helyezettjei kiestek. A két csoport első 4-4 helyezettje játszott egymással egyenes kieséses rendszerben. A párosítások *A*1-*B*4, *A*3-*B*2, *A*2-*B*3, *A*4-*B*1. A győztesek a legjobb 4 közé, az elődöntőkbe jutottak, a vesztesek kiestek. Az elődöntők győztesei az aranyéremért, a vesztesei pedig a bronzéremért játszhattak.

a) Rajzolj gráfot, amelyiken szemléltetni lehet a csoportmérkőzéseket!

b) Rajzolj gráfot, amelyiken szemléltetni lehet a verseny egyenes kieséses szakaszát!

c) Hány csapatnak volt pontosan 5 mérkőzése? .....

d) Hány mérkőzést játszott a 3. helyezett? .....

e) Hány mérkőzést játszottak le összesen a vízilabdatorna során? .....

5. IGAZOLD! CÁFOLD! I.

1. Fogalmazd meg a következő állítások megfordítását! Döntsd el, hogy melyik állítás igaz (I), melyik hamis (H)! Cáfold a hamis állításokat!

a) Ha egy négyszög két-két szemközti oldala egyenlő hosszúságú, akkor az téglalap. ☐

Megfordítása: ..... ☐

.....

Cáfolat: .....

b) Ha egy gyümölcs piros, akkor az alma. ☐

Megfordítása: ..... ☐

.....

Cáfolat: .....

2. A következő mondatokat szedd szét két állításra! Döntsd el, hogy igazak-e az így kapott állítások!

a) Egy háromszög pontosan akkor hegyesszögű, ha a legnagyobb szöge hegyesszög.

.....

..... ☐

.....

..... ☐

b) Egy hányados pontosan akkor egyenlő 1-gyel, ha az osztó és az osztandó egyenlő.

.....

..... ☐

.....

..... ☐

3. A *Van olyan négyzet, amelyik nem téglalap.* állítás tagadása: *Nem igaz, hogy van olyan négyzet, amelyik nem téglalap.* Ezt a mondatot így is mondhatjuk: *Minden négyzet téglalap.* Az eredeti állítás hamis, a tagadása igaz!

Ezek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Dönts, hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) Van olyan kenyér, amelyik nem búzalisztből készül. ☐

Tagadása: ..... ☐

b) Van olyan állat, amelyik nem kétlábú. ☐

Tagadása: ..... ☐

c) Van olyan test, amelyik nem négycsúcsú. ☐

Tagadása: ..... ☐

I. 5. IGAZOLD! CÁFOLD!

4. A *Van olyan háromszög, amelyben két tompaszög található.* állítás tagadása: *Nem igaz, hogy van olyan háromszög, amelyben két tompaszög található.* Ezt a mondatot így is mondhatjuk: *Nincs olyan háromszög, amelyben két tompaszög található.* Az eredeti állítás hamis, a tagadása igaz!
Ezek alapján fogalmazd meg a következő állítások tagadását! Döntsd el, hogy melyik igaz, melyik hamis!

a) Van olyan négyszög, amelyikben két derékszög van. ☐

Tagadása: ..... ☐

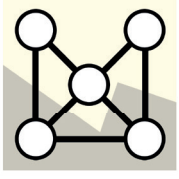
b) Van olyan közlekedési eszköz, amelyiknek két kereke van. ☐

Tagadása: ..... ☐

c) Van olyan konvex sokszög, amelyiknek öt átlója van. ☐

Tagadása: ..... ☐

I. 6. MATEMATIKAI JÁTÉKOK



1. Az ábrán a beszorítós nevű játék tábláját láthatod. A játékban az ellenfél mozgásának megakadályozása a cél. Mindkét játékosnak két bábuja van, ami lehet például két-két kupak is. Kezdéskor az egyik játékos a négyzet két alsó sarkába két kék kupakot helyez, a másik játékos pedig a négyzet két felső sarkába két piros kupakot. (A lényeg, hogy két-két azonos színűt.) A kupakok a vonalak mentén tolhatók át az egyik szomszédos mezőről a másikra. Az a játékos győz, amelyik „beszorítja” a társát, vagyis megakadályozza a mozgását. Szinte gondolkodás nélkül, gyorsan kell játszani! Ha sokáig nem sikerül egymást beszorítani, akkor egyezzetek meg a döntetlenben! Ez azt jelenti, hogy mindketten nagyon figyelmesek voltatok. Ebben a játékban csakis a figyelemnek van szerepe, mivel a győzelem tévesztésen alapul.

Hányféleképpen helyezkedhet el a játék során a tábla öt mezőjén a két piros és a két kék korong?

Az esetek száma: .....

Indoklás: .....

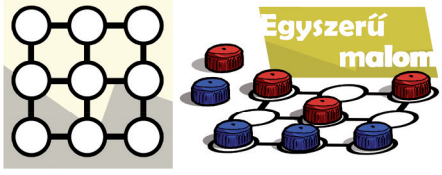
.....

Rajzold le vázlatosan azokat az eseteket, amikor a bal felső sarok piros! Ha nincs elég hely, akkor a következő oldal tetején folytathatod.

Ezek száma: .....

6. MATEMATIKAI JÁTÉKOK I.

2. Ismered a malom nevű játékot? Most megismerheted ennek az egyszerű változatát. A neve is ez: egyszerű malom.



A játék táblája könnyen elkészíthető: az ábrán látható módon összekötött kilenc körből áll. A játékhoz négy-négy azonos színű bábu kell. Az egyik játékosé legyen négy piros kupak, a másik játékosé négy kék. A játék célja, hogy három bábunkat vízszintesen vagy függőlegesen egy vonalba állítsuk, azaz malmot hozzunk létre.
A játékosok a játék első részében egy-egy bábut helyeznek a táblára felváltva. A kezdő lépésben nem szabad a középső mezőt elfoglalni! (Ebben az esetben a játékot a kezdő és figyelmesen játszó játékos nyerné.) Ha már mind a nyolc bábu a táblán van, akkor azok a vonalak mentén áttolhatók valamelyik szomszédos mezőre. Az a játékos lesz a győztes, aki előbb épít malmot! A játék nehezíthető, ha a bábuk számát három-háromra csökkentjük.
a) A piros bábukkal játszó játékos kezd. Hányféle táblakép alakulhat ki két piros és egy kék bábu felhelyezése után, ha a kék bábuval játszó játékos azonnal elfoglalja a középső mezőt?

Az esetek száma: .....

Indoklás: .....

.....

b) Hányszorosára nő az esetek száma, ha az előzőek után még egy kék bábu felkerül a táblára?

.....

7. ÖSSZEFOGLALÁS I.

1. Írd fel a 0, 5, 7, 9 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával képezhető összes négyjegyű

a) páros számot: .....

b) páratlan számot: .....

.....

c) öttel osztható számot: .....

.....

2. Anna, Borbála, Csilla és Dorka egyaránt a hónap utolsó napján született, de mindegyikük születési dátumában eltérő a nap sorszámát jelölő szám. Ki hányadikán születhetett, hányféle eset lehetséges?

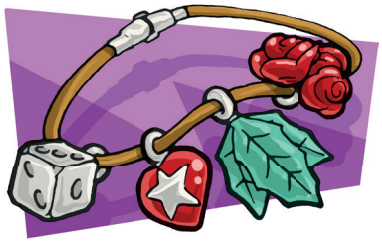
Az esetek száma: ..... darab.

Indoklás: .....

.....

.....

3. Ágnes karkötőjén négy különböző medál van: csillagos szív, ragyogó levelek, szikrázó virágok és szerencsekocka. Hányféle sorrendben fűzheti fel ezeket a karkötőjére?
A sorrendek száma: .....



Indoklás: .....

.....

4. Zoé, Hanna és Léna színházba mentek péntek este. Elkísérte őket Adorján is, aki Zoé barátja, így ők ketten mindig egymás mellett ültek.
a) Hányféleképpen ülhettek le a színházban?

.....

.....

b) A színház után az étteremben egy kör alakú asztalhoz ültek. Hányféleképpen ülhettek le itt?

.....

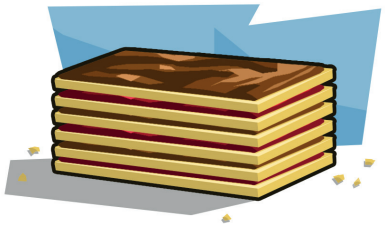
.....

5. Hány darab 4-gyel osztható szám készíthető az 0, 2, 4, 6, 8 számjegyek mindegyikének egyszeri felhasználásával? Használd a füzetedet!

Az esetek száma: .....

Indoklás: .....

6. Anna újításként a hatlapú sütemény három lapját csokikrémmel, három lapját pedig lekvárral szeretné bekenni. A süti felvágása után a csokicsíkok barnának, a lekváros csíkok pirosnak látszanak. Hányféle változatban készítheti el Anna a süteményt? Két sütemény különböző, ha bennük a rétegek színei eltérnek egymástól.



A változatok száma: .....

Indoklás: .....

.....

7. Fogalmazd meg a következő mondatok megfordításait! Minden esetben dönts, hogy melyik igaz és melyik hamis! Az állításokban szereplő számok egészek.

a) Ha egy kéttagú összeg osztható hárommal, akkor a két tag is osztható hárommal. ☐

Megfordítása: .....

..... ☐

b) Ha egy kéttényezős szorzat osztható öttel, akkor legalább az egyik tényező osztható öttel. ☐

Megfordítása: .....

..... ☐

c) Ha egy számban minden számjegy pontosan egyszer szerepel, akkor az nagyobb, mint 1023 millió. ☐

Megfordítása: .....

..... ☐

8. Fogalmazd meg a következő állítások tagadását!

a) Minden medve szereti a mézet.

Tagadása: .....

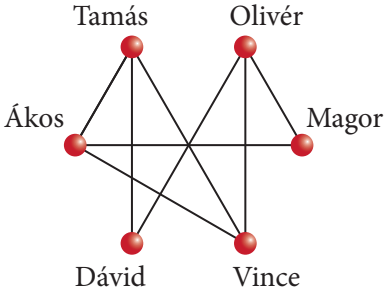
b) Nincs olyan medve, amelyik fehér.

Tagadása: .....

c) Van olyan medve, amelyik barna.

Tagadása: .....

9. A területi teniszbajnokságon a hat legügyesebb gyerek (Olivér, Magor, Vince, Dávid, Ákos és Tamás) vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. A már lejátszott meccseket a gráf mutatja. Válaszolj ez alapján a következő kérdésekre!



a) Kikkel játszott Vince?

.....

b) Hány meccset játszott eddig Tamás?

.....

c) Hány mérkőzése lesz még Dávidnak?

.....

d) Hány mérkőzés van még hátra a jelenlegi állás szerint?

.....

II. 1. AZ EGÉSZ SZÁMOK TULAJDONSÁGAINAK ÁTTEKINTÉSE

1. Fogalmazd meg, mit értünk egy szám abszolút értékén!

.....

2. Válaszolj az alábbi kérdésekre!
Melyik az a szám,
a) amelyet egy számhoz hozzáadva az eredeti számot kapjuk;

.....

b) amellyel a számot megszorozva az eredeti számot kapjuk;

.....

c) amelyet a számhoz hozzáadva 0-t kapunk;

.....

d) amelyet az eredeti számhoz hozzáadva a szám ellentettjét kapjuk?

.....

3. Végezd el az összevonásokat!

a) (–240) – (–91) = ...

b) (–14) + (+84) = ...

c) (+73) + (+11) = ...

d) (+17) – (+8) + (+23) – (+17) = ...

e) 333 – (–222) + (+888) – (+111) = ...

f) –38 – [(+29) + (–84)] = ...

4. Változik-e az eredmény, ha a zárójeleket másképpen helyezzük el? Figyeld meg az összevonások eredményét!

a) –8 – (+19) – (+24) – (–10) = ...

b) [–8 – (+19)] – [(+24) – (–10)] = ...

c) {–8 – [(+19) – (+24)]} – (–10) = ...

d) –8 – {[(+19) – (+24)] – (–10)} = ...

5. A műveleti sorrendre figyelve számítsd ki az alábbi műveletek eredményét!

a) (251 – 315 + 237) · (+4) =

b) (–540 + 152) · (–6) =

c) [6 · (–42 + 21 – (–21))] · (–17) =

6. Egy dolgozat javításakor az alábbiakat olvastuk. Döntsd el, melyek az igaz állítások! A hamisakat javítsd ki!

a) Két pozitív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. ..... ☐

b) Egy pozitív és egy negatív szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. ..... ☐

c) Minden egész szám abszolút értéke pozitív egész szám. ..... ☐

d) Két negatív egész szám abszolút értéke közül az a nagyobb, amelyik távolabb van a 0-tól. ..... ☐

7. Egy boszorka van. Három fia van. Mind a három fiának van egy felesége, két lánya és egy fia. A boszorka lányunokáinak három, a fiúunokáinak négy gyereke van. Hányan vannak, ha összejönnek egy családi találkozóra?

8. A 36 fős osztály kétharmada fiú. Az osztálykiránduláson a lányok fele 2, a másik fele 3 szelet pizzát kér. A fiúk közül mindenki ugyanannyi szelet pizzát eszik, összesen négyszer annyit, mint a lányok együtt.
a) Hány szelet pizzát esznek a fiúk fejenként?
b) Hány pizzát vegyen az osztály, ha az étteremben egy pizzát 6 szeletre vágnak?

9. Összeadtunk 9 egymást követő egész számot, így 0-t kaptunk. Melyik volt a legnagyobb szám?

.....

10. Összeadtunk 11 egymást követő egész számot, így 121-et kaptunk. Melyik volt a legnagyobb szám?

.....

11. *a)* Töröljünk a 2959-es számból egy számjegyet úgy, hogy a megmaradó háromjegyű szám a lehető legkisebb legyen!

.....

b) Töröljünk a 291 919-es számból két számjegyet úgy, hogy a megmaradó négyjegyű szám a lehető legnagyobb legyen!

.....

II. 2. TÖRTEK, TIZEDES TÖRTEK – MINDEN, AMIT ERRŐL TUDNI KELL

1. *a)* Tegyél ✔-t, ha igaz, és ✘-et, ha hamis az állítás!

	$\frac{3}{7}$	$-\frac{11}{9}$	$\frac{17}{12}$	$\frac{30}{-8}$	$\frac{29}{5}$	$\frac{-37}{41}$	$\frac{3}{19}$	$\frac{-11}{10}$
(–2)-nél nagyobb								
(–1)-nél nagyobb								
0-nál nagyobb								
1-nél nagyobb								
2-nél nagyobb								

b) Állítsd a táblázatban megadott számokat növekvő sorrendbe!

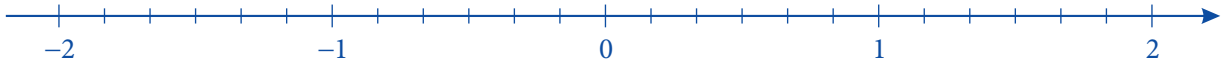
.....

2. Írd fel a következő számok két-két tört alakját! Húzd alá kékkel az egész számokat, pirossal a törtszámokat!

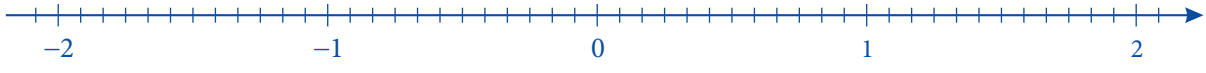
a) $\frac{2}{3} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ *b)* $3\frac{1}{4} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ *c)* $\frac{-33}{11} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ *d)* $-7\frac{3}{5} = \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

3. Ábrázold a törteket a számegyenesen! Írd a számokat a legkönnyebben ábrázolható alakba!

a) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{-4}{3}$; $-\frac{11}{6}$; $\frac{1}{-3}$; $-1\frac{1}{6}$



b) $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{-6}$; $-1\frac{1}{2}$; $\frac{13}{12}$; $\frac{3}{2}$; $1\frac{1}{6}$



4. Hasonlítsd össze a két számot, és tedd ki a megfelelő relációs jelet (<; >; =)!

a) $\frac{6}{17}$ $\frac{4}{17}$ *b)* $\frac{9}{5}$ $\frac{9}{11}$ *c)* 0,55 $\frac{5}{9}$

d) $\frac{7}{5}$ 1,38 *e)* 1,375 $\frac{11}{8}$ *f)* $3,\dot{6}7\dot{8}$ $3,\dot{6}8\dot{7}$

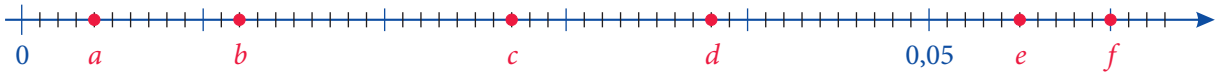
5. Írd le a megadott számokat növekvő sorrendben! $\frac{13}{7}$; $1,\dot{8}$; $\frac{17}{9}$; $1,\dot{8}\dot{5}$; $\frac{13}{6}$; $\frac{19}{9}$; $2,2$; $2,\dot{2}$

.....

6. Írd le a számokat csökkenő sorrendben! $9,67$; $9,\dot{6}$; $9,96$; $9,\dot{9}\dot{6}$; $9,\dot{9}$; $9,996$; $9,\dot{6}7\dot{7}$

.....

7. Add meg a számegyenesen szereplő betűkhöz tartozó számokat! Írd le tizedes tört és közönséges tört alakban is! Add meg a közönséges törtek lehető legegyszerűbb alakját is!



a = ... = ——— = ——— b = ... = ——— = ——— c = ... = ——— = ———

d = ... = ——— = ——— e = ... = ——— = ——— f = ... = ——— = ———

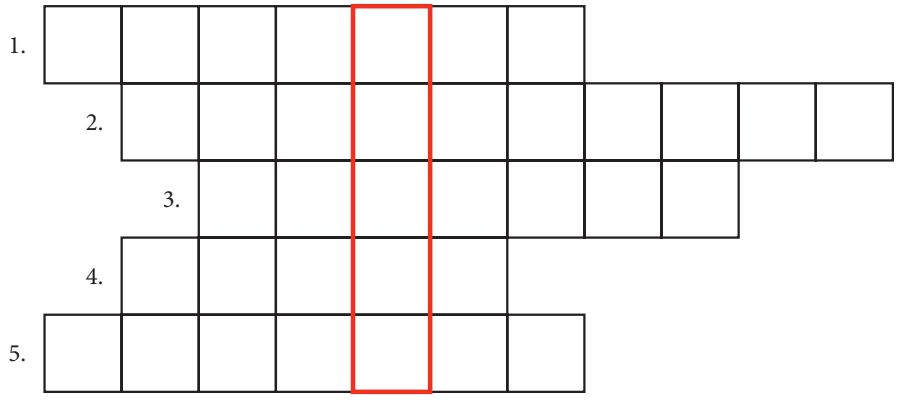
8. Egy tört értéke $\frac{2}{5}$, a számlálójának és nevezőjének összege pedig egy kétjegyű négyzetszám.

Melyik ez a tört?

9. Jancsi levágta a sárkány fejeinek harmadát, majd újra nekigyürkőzött, és lekaszabolta a maradék fejek felét. Amikor még hat fejet levágott, a sárkány utolsó feje kérlelni kezdte, hogy bocsásson meg neki azért az elrabolt királylányért, de Jancsi nem kegyelmezett a rút dögnek.
Hány feje volt eredetileg a sárkánynak?

10. Fejtsd meg a keresztrejtvényt!

1. Az egyszerűsítés ellenkezője.
2. Az ilyen szám felírható két egész szám hányadosaként.
3. Tört és katonai rang is lehet.
4. A $\frac{25}{16}$ tört tizedes tört alakja is ilyen.
5. A végtelen szakaszos tizedes törtek esetében az osztásnál mindig van ilyen szám.



II. 3. MŰVELETEK A RACIONÁLIS SZÁMOK HALMAZÁN

1. Számítsd ki a következő összegeket és különbségeket!

a) $\frac{7}{8}-\frac{7}{12}=$ ..... *b)* $\left(-\frac{53}{10}\right)-\frac{3}{15}=$ ..... *c)* $3\frac{1}{2}-\left(-2\frac{7}{10}\right)=$ .....

2. Számítsd ki az itt látható műveletek eredményét! Írd a vonalra az egyenlők betűjelét!

a) $\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{2}=$ *b)* $\frac{7}{3}\cdot\frac{3}{5}=$ *c)* $\frac{32}{30}:\frac{8}{9}=$ *d)* $\frac{6}{3}\cdot\frac{7}{10}=$

e) $\frac{15}{25}:\frac{9}{21}=$ *f)* $\frac{55}{6}\cdot\frac{1}{8}=$ *g)* $\frac{5}{18}\cdot\frac{66}{16}=$ *h)* $\frac{96}{60}:\frac{4}{3}=$

Egyenlők: .....

3. Írd be a művelet alá azt a betűt, amely a műveletsor eredményét adja! Honnan ismered ezt a szót? (Nem feltétlenül kell minden betűt felhasználnod.)

$M=\frac{6}{7}$; $Á=\frac{8}{15}$; $L=\frac{8}{3}$; $C=\frac{3}{2}$; $O=\frac{6}{5}$; $U=2\frac{2}{15}$; $T=\frac{33}{10}$; $R=\frac{15}{14}$.

$4:\frac{3}{2}=$	$\frac{4}{5}:\frac{2}{3}=$	$2\frac{3}{7}:\frac{34}{21}=$	$\frac{14}{15}:\frac{7}{9}=$	$\frac{18}{7}:3=$	$\frac{12}{20}:\frac{1}{2}=$	$2\frac{1}{5}:\frac{2}{3}=$	$\frac{18}{35}:\frac{3}{7}=$	$1\frac{7}{8}:1\frac{3}{4}=$

4. Töltsd ki a sudokut úgy, hogy minden sorban, oszlopban és kék 2 × 2-es négyzetben 10 legyen a számok összege!

	$\frac{6}{7}+\frac{1}{7}$	$\frac{5}{8}+1\frac{3}{8}$	
$1\frac{1}{6}+1\frac{5}{6}$		$\frac{5}{7}+\frac{2}{7}$	
	$\frac{18}{3}-\frac{12}{6}$		$\frac{21}{5}-\frac{11}{5}$
$\frac{29}{7}-2\frac{1}{7}$	$\frac{21}{5}-1\frac{1}{5}$	$\frac{15}{2}-3\frac{3}{6}$	

5 Számold ki a hiányzó értékeket!

a) $\frac{1}{5} + \frac{\square}{\square} = \frac{9}{20}$ *b)* $\frac{4}{3} - \frac{\square}{\square} = \frac{8}{9}$ *c)* $\frac{\square}{\square} - \frac{2}{5} = \frac{-14}{15}$

d) $\frac{\square}{\square} + \frac{7}{12} = \frac{5}{4}$ *e)* $\frac{\square}{\square} - \frac{1}{3} = \frac{12}{27}$ *f)* $-\frac{7}{16} + \frac{\square}{\square} = -\frac{10}{8}$

6 Állítsd növekvő sorrendbe az alábbi műveletek eredményeit!
Ha a megfelelő betűket egymás mellé írod, egy régi magyar szót kapsz.
Szerinted mit jelent ez a szó?
a) vádolta *b)* el is vállalta *c)* szerszám *d)* konyhai eszköz

A: $2{,}5 \cdot 4{,}6 =$ V: $7{,}3 \cdot (-4{,}19) =$ Ó: $(-0{,}76) \cdot 11{,}3 =$
T: $36{,}1 : 3{,}8 =$ D: $(-120{,}06) : 6{,}9 =$ Á: $76{,}756 : (-3{,}1) =$

.....

7 Végezd el a műveleteket!

a) $8{,}76 - 4{,}1 \cdot 0{,}24 =$

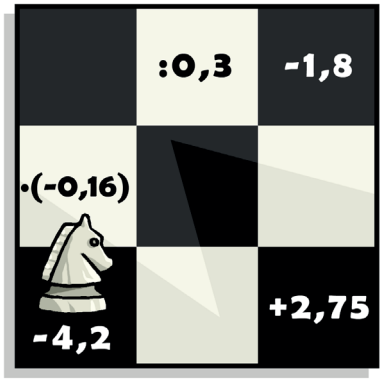
b) $3{,}75 : 0{,}2 + 74{,}507 =$

c) $(-23{,}782) : 4{,}6 - 1{,}443 =$

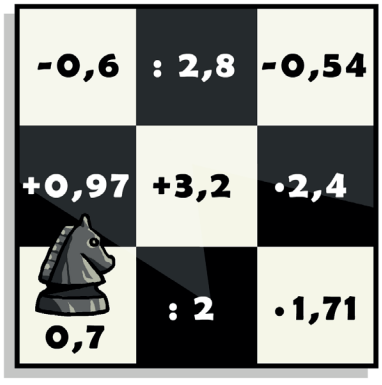
d) $2{,}8 \cdot 3{,}24 \cdot 7{,}5 - 58{,}04 =$

8 Lépj a huszárral a mini sakktáblán úgy, hogy miután elvégezted a műveleteket, nullát kapj eredményül! Keresd meg a megfelelő lépéssorrendet! A bal alsó mezőről indulj és a jobb felsőre érkezz! (A sakktáblán a huszár vízszintesen két mezőt lép, majd függőlegesen egyet, vagy fordítva, vízszintesen egyet és függőlegesen kettőt.)

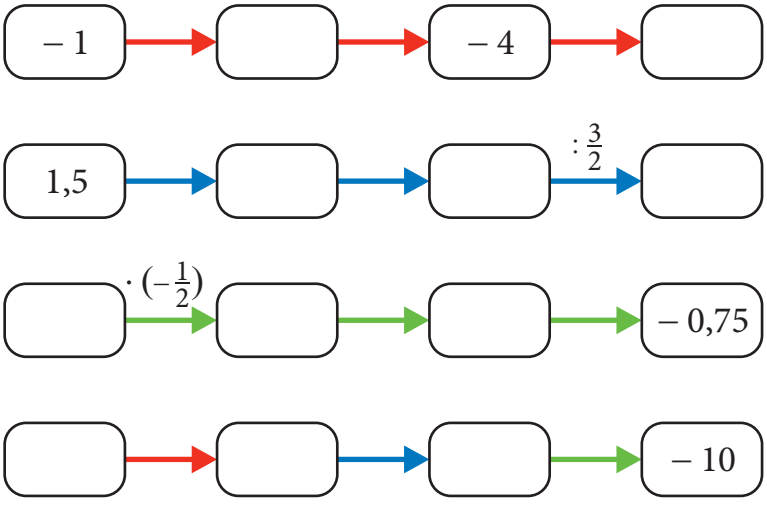
a)



b)



9 Töltsd ki számokkal az üres mezőket, és írd a nyilakra a megfelelő műveleteket! Az azonos színű nyilak azonos műveletet jelentenek. Ha tudsz, keress több megoldást!



10 Vasárnap reggel a fagyizó pisztáciás fagyitartályában 5 kg fagylalt volt. Délelőtt elfogyott az $\frac{1}{8}$ része, délután és este pedig a maradék $\frac{2}{3}$ része.

a) Az eredeti mennyiség hányadrésze fogyott el délután és este? .....

b) Hányadrésze maradt az edényben a záráskor? .....

A fagyizó tulajdonosa azt tapasztalta, hogy hétfőn csak harmadannyi fagyit tudnak eladni, mint vasárnap. Érdemes-e egy újabb edény pisztáciás fagyit rendelni hétfőre, vagy inkább keddre kérjenek frisset?

.....

.....

Dolgozatjavítás
Javítsd ki Móricka témazáró dolgozatát! Használj piros tollat! Hibás megoldás esetén írd le a hibátlan számolásokat és eredményeket! Ha valamelyik feladat nem tökéletes, de van benne jó is, akkor adhatsz részpontokat. Beszéljétek meg az osztályban, hány pontot adtok ebben az esetben. Osztályozd is a dolgozatot a százalékban megadott ponthatárok alapján!

Eredmény	Érdemjegy
100%–90%	5
89%–75%	4
74%–50%	3
49%–33%	2
32%–	1

1. Végezd el az alábbi számításokat! Ahol tudsz, egyszerűsíts! (3–3 pont)

a) Melyik az a szám, amelyik az $\frac{5}{12}$ és a $\frac{2}{3}$ összegénél $\frac{1}{2}$-del nagyobb?

Figyelek a műveleti sorrendre, először a zárójelen belül közös nevezőre hozok, majd elvégzem az összeadást, végül a szorzást.

$$\left(\frac{5}{12}+\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}=\left(\frac{5}{12}+\frac{8}{12}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{12}\cdot\frac{1}{2}=\frac{13}{24}$$

b) Melyik az a szám, amelyik a $\frac{6}{5}$ és a $\frac{18}{7}$ hányadosának a $\frac{3}{4}$-szerese?

A műveleteket balról jobbra hajtom végre, először az osztást, aztán a szorzást. Ahol tudok, keresztben egyszerűsítek.

$$\frac{6}{5}:\frac{18}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{5}{\cancel{6}_{1}}\cdot\frac{\cancel{18}^{3}}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{15}{7}\cdot\frac{3}{4}=\frac{45}{28}=1\frac{17}{28}$$

2. Szofi és Csilla új társasjátékot szeretnének venni. Szofi már összegyűjtötte a játék árának $\frac{8}{21}$ részét, Csilla pedig a $\frac{9}{28}$ részét. Kisöccsük megígérte, hogy kifizeti a maradék 2625 forintot, ha őt is beveszik a játékba. (4–2–2 pont)

a) Mennyibe került a társasjáték?

Először kiszámolom, hányadrészét fizette ki Szofi és Csilla, abból kiszámolom, hányadrészét fizette ki a kisöcsi, majd válaszolok a kérdésre.

$\frac{8}{21}+\frac{9}{28}=\frac{32}{84}+\frac{27}{84}=\frac{59}{84}$ részét fizette ki Szofi és Csilla.

$\frac{84}{84}-\frac{59}{84}=\frac{25}{84}$ részét fizette ki a kisöcsi, ami 2625 forint.

A társasjáték ára tehát:

$(2625 : 25) \cdot 59 = 105 \cdot 59 = 6195$ forint volt.

b) Mennyit fizetett Szofi?

Szofi a játék $\frac{32}{84}$ részét fizette ki,

ami $105 \cdot 32 = 3360$ forint.

c) Mennyit fizetett Csilla?

Csilla a játék $\frac{27}{84}$ részét fizette ki,

ami $105 \cdot 27 = 2835$ forint.

3. Nagymamáék telkén Zsolti be szeretett volna keríteni magának egy négyzet alakú kiskertet. Nagypapa beleegyezett, de kicsit változtatott a kiskert méretein: az egyik oldalát a $\frac{3}{4}$ részére csökkentette, a másik oldalát az $\frac{5}{4}$-szeresére növelte. Hogyan változott a kiskert területe? (4 pont)

Az eredeti kiskert területe: $T = a \cdot a$.

Az új kiskert területe: $T = \frac{3}{4} \cdot a \cdot \frac{5}{4} \cdot a = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{4} \cdot a \cdot a = \frac{15}{4} \cdot a \cdot a = 3\frac{3}{4} \cdot a \cdot a$.

Zsolti kertjének területe így majdnem a négyszeresére, $3\frac{3}{4}$-szeresére nőtt.

4. Öcsi tudta, hogy anya csak hetvennél kevesebb mini húsgombócot készített, így aggódva lépett be délután a lakásba. Mikor tesója, Beni meglátta, ezzel nyugtatta: Apa megette a húsgombócok $\frac{6}{11}$ részét, nagypapa pedig az $\frac{1}{3}$ részét. Én csak 4 gombócot ettem, így a többi a tied. Öcsi ragyogó arccal szaladt a konyhába, de a jókedve hamar elszállt, amikor megpillantotta a gombócos tálat. Vajon miért? (4 pont)

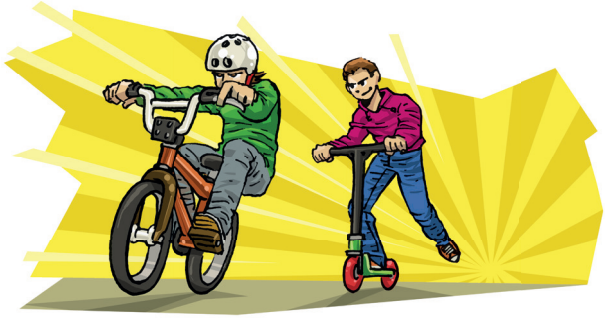
Ez eddig a legkönnyebb feladat. Összeadom, ki mennyit evett és a maradék az Öcsié lesz.

$$\frac{6}{11} + \frac{1}{3} + 4 = \frac{18}{33} + \frac{11}{33} + 4 = \frac{29}{33} + \frac{4}{33} = \frac{33}{33}$$

Mivel a $\frac{33}{33} = 1$ egész tál gombóc, így szegény Öcsinek semmi sem maradt, ezért jogosan szomorú.

5. Regő így szólt ikertestvéréhez, Hunorhoz: – Harmadannyi idő alatt hazaérek a biciklimmel, mint te a rolleroddal! – Hunor $\frac{3}{4}$ óra alatt megtette a $6\frac{3}{4}$ km-es hazafelé vezető utat. (2–4 pont)

a) Hány perc alatt ért haza Regő?



Én is nagyon gyorsan biciklizek ☺, Regő $\frac{3}{4} : 3 = \frac{1}{4}$ óra, azaz 15 perc alatt otthon volt.

b) Add meg a testvérek sebességét $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ban!

Regő 15 perc alatt megtett $6\frac{3}{4}$ km-t, így 60 perc alatt $6\frac{3}{4} \cdot 4 = 6\frac{12}{4} = 6 + 3 = 9$ km-t tett meg, tehát a sebessége $9\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Hunor negyed óra alatt $6\frac{3}{4} : 3 = 2\frac{1}{4}$ km-t tett meg, tehát négyszer ennyi idő alatt négyszer ennyi km-t rollerozik, azaz $2\frac{1}{4} \cdot 4 = 2\frac{4}{4} = 2 + 1 = 3\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel gurul.

6. A nagymama két fazékban főzi a bodzaszörpöt. Az egyik fazékban $9\frac{1}{2}$ liter, a másikban pedig $\frac{73}{10}$ liter szörp készül. Hány $\frac{3}{4}$ literes üvegbe tölthető ez a mennyiség? Lesz olyan üveg, amelyik nem lesz tele? (5 pont)

Kiszámolom, összesen mennyi szörp van, annak veszem a $\frac{3}{4}$ részét. Vegyes törtté alakítom, hogy lássam, hány teli üveg lesz és van-e maradék.

$$9\frac{1}{2} + \frac{73}{10} = 9\frac{5}{10} + \frac{73}{10} = 9\frac{78}{10} = \frac{168}{10}$$

$$\frac{\overset{42}{\cancel{168}}}{10} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{42}{10} \cdot \frac{3}{1} = \frac{126}{10} = 12\frac{6}{10}$$

Tehát 12 üveg teli lesz és marad egy olyan üveg, melynek csak a $\frac{6}{10}$ részéig van szörp.

II. 5. ZÁRÓJELFELBONTÁSOK, ÖSSZETETT MŰVELETEK

1. Végezd el az alábbi műveleteket!

a) $(-9) - (-17) + (-2) : 2 + 6 =$ .....

b) $7 - (-49) : 7 + (-4) \cdot (+5) =$ .....

c) $24 - (-7) \cdot (+3) + (-11) + (-24) : (+6) =$ .....

d) $30 : (-5) + (-6) - (-33) : (+11) - 3 =$ .....

e) $7 + (-49) : (-7) - 4 \cdot 5 - (-19) \cdot (-1) =$ .....

2. Írd be a hiányzó számokat!

a) $\frac{7}{6} +$ ..... $= 1{,}2$

b) $\frac{7}{6} -$ ..... $= 1{,}2$

c) $\frac{7}{6} \cdot$ ..... $= 1{,}2$

d) $\frac{7}{6} :$ ..... $= 1{,}2$

3. Zárójel felhasználásával írd át az alábbi műveleteket, és végezd is el a számolásokat!

a) $6 \cdot 13 + 6 \cdot 21 + 6 \cdot 16 =$ .....

b) $14 \cdot 7{,}1 + 4{,}2 \cdot 14 + 14 \cdot 8{,}7 =$ .....

c) $5 \cdot \frac{11}{4} + 5 \cdot \frac{7}{4} - \frac{2}{4} \cdot 5 =$ .....

d) $2022 \cdot 0{,}5 - \frac{3}{4} \cdot 2022 - 2022 \cdot 0{,}75 =$ .....

4. Végezd el a műveleteket!

a) $0{,}75 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) =$ .....

b) $0{,}5 - \left(\frac{5}{4} - \frac{9}{15}\right) =$ .....

c) $\left(9{,}1 - \frac{7}{10}\right) \cdot 3 - \frac{1}{6} =$ .....

d) $\left(\frac{3}{8} - 0{,}125\right) : \frac{1}{2} + \frac{7}{2} =$ .....

5. Az 1,5; $\frac{5}{4}$ és $\frac{8}{3}$ számok közül valamelyik kettőt összeadtam, majd az összeget a harmadik számmal elosztottam, így $3\frac{1}{3}$-ot kaptam. Írd fel a műveletsort! .....

.....

6. Lili, Sári, Berta és Marci szájtátva figyelik a fejszámoló-bajnok nagypapát.

– Az $\frac{5}{6}$-hoz … – kiált Berta.

– … adj hozzá 2,5-et! – szól Lili.

– Szorozd meg $\frac{15}{4}$-del … – teszi hozzá Marci.

– … és adj hozzá … – súgja Sári.

– A végeredmény 6,5 – válaszolja mosolyogva a nagypapa.

Számold ki, mit súgott Sári!

7. A kézenjárás világcsúcsa az etiópiai származású Tameru Zegeye nevéhez fűződik, aki 1 perc alatt 76 métert tett meg. Tételezzük fel, hogy egyenletes tempóban haladt.

a) Hány másodperc alatt tett meg 1 métert? .....

b) Hány métert tett meg 1 másodperc alatt? .....

8. Egy sorozat első tagja egy 1 és 20 közé eső egész szám. Válassz egyet, majd ebből kiindulva képezd a sorozat tagjait a következő szabály szerint, amíg egyet nem kapsz! Ha páros, szorozd meg $\frac{1}{2}$-del, ha páratlan, szorozd meg 3-mal és adj hozzá egyet. Például az 5-ből kiindulva az 5, 16, 8, 4, 2, 1 számokat kapjuk. Mindegyik kiindulási szám esetén eljutottál az 1-hez?

.....

II. 6. SZÁMOK ÉS BETŰK HASZNÁLATA

1. Írj a pontozott vonalra betűs kifejezéseket a szöveg alapján!

a) Van p forintom, neked 240 forinttal több: .....

b) Van 970 pontom, neked x-szel kevesebb: .....

c) Van x euróm, neked háromszor annyi van: .....

d) Van z darab négyesem, neked feleannyi van: .....

e) Van k számú barátom, neked a kétszeresénél 4-gyel kevesebb: .....

2. Írd a pontozott vonalra a betűs kifejezéseket!

a) Egy szám ötszöröse: .....

b) Egy szám és a nagyobb számszomszédjának szorzata: .....

c) Egy szám harmadánál 5-tel nagyobb szám: .....

d) Egy szám reciproka: .....

e) Egy szám és a nála 4-gyel kisebb szám hányadosa: .....

f) Egy szám ellentettje: .....

3. Karikázd be az alábbi egytagú betűs kifejezések együtthatóit!

a) $3a$ *b)* $-8b$ *c)* $\frac{4}{9}c$ *d)* xyz *e)* $6{,}4ghg$ *f)* $\frac{d}{17}$ *g)* $-\frac{3}{7}k$ *h)* $\frac{2m}{5}$ *i)* $x\cdot(-2{,}8)$

4. Válogasd ki az alábbi betűs kifejezések közül a lent felsoroltakkal egyneműeket, és írd a vonalra! Karikázd be a kakukktojást!

$1{,}5ab$; $\frac{a}{4}$; $0{,}7a$; $-11aba$; $\frac{2b}{5}a$; $-\frac{ba}{6}$; $\frac{13a}{3}ab$; $\frac{1}{a}$; $-3{,}9baa$; $\frac{8a}{11}$

a: .....

ab: .....

aab: .....

5. Alkosd meg a 4; x; x; y; z; + elemekből az összes lehetséges különböző kéttagú kifejezést! Láthatatlan szorzásjelből bármennyit használhatsz. Megtaláltad mind a tizenegyet?

.....

.....

1. Válogasd ki és add össze az egynemű betűs kifejezéseket!

$13x$ $\quad 5 \quad 27yx \quad 19xy \quad -7 \quad 1{,}3yx$

$\frac{3xy}{4} \quad 8xy \quad \frac{x}{2} \quad 23 \quad 0{,}5x \quad 11x \quad 3\frac{1}{2}$

.....

.....

.....

2. Töltsd ki az üres téglalapokat!

$3ab \xrightarrow{\square} 5ab \xrightarrow{+7ab} \square \xrightarrow{\square} 8ab \xrightarrow{-9ab} \square$

$\square \xrightarrow{+7x} 13x+4 \xrightarrow{\square} x-1 \xrightarrow{+x-6} \square \xrightarrow{\square} 0$

$\square \xrightarrow{+0{,}8j} \square \xrightarrow{-1{,}6j+i} 5j-0{,}7i \xrightarrow{\square} j+3{,}4i \xrightarrow{-0{,}3j-i} \square$

3. Végezd el az összevonásokat a következő betűs kifejezésekben!

a) $7x+4y-3x+7y+5x-8y=$ .....

b) $-3x+5y-2z+11x-3y=$ .....

c) $x-xy+4y-2x-6yx=$ .....

4. Írd be a hiányzó együtthatókat!

a) $3x-4y+\square x=7x-4y$

b) $7a-\square b+3a+11b=\square a+b$

c) $5{,}2p-\square q+\square p+1{,}4q=p-q$

d) $\square r-\square s-7{,}9s-3{,}7r=-1{,}4r-18{,}3s$

5. Végezd el az összevonásokat a következő betűs kifejezésekben, majd számold ki a helyettesítési értéküket, ha $a = -2$ és $b = \frac{1}{2}$!

a) $4a + 3b - 2ab + 5a - 7b - 8ab =$ .....

b) $6a + 7b - 4a - 2ab + 5b - 4ab - 3a + 5ab =$ .....

6. A sulibüfében a szendvics s forintba, a pogácsa p forintba, a kakaós csiga pedig k forintba kerül.

a) Mennyi pénzt fizet Julcsi, ha mindháromból vesz egyet-egyet? .....

b) Mennyit fizetnek a Kárpáti ikrek, ha összesen 4 pogácsát, 3 szendvicset és 1 kakaós csigát vesznek?

.....

c) Mennyi pénzt hagy a büfében Jancsi, ha egész héten napi egy szendvicset és egy kakaós csigát vásárol? .....

d) Miből mennyit vásárolhatott a 7.a osztály, ha $12k + 8p + 23s$ forintot fizettek? .....

A szendvics 110 Ft, a pogácsa 80 Ft és a kakaós csiga 140 Ft.

e) Számítsd ki, mennyit fizetett Julcsi! .....

f) Számítsd ki, mennyit fizettek a Kárpáti ikrek! .....

g) Számítsd ki, mennyit költött a büfében Jancsi! .....

h) Számítsd ki, mennyit fizettek a 7.a-sok! .....

7. Végezd el az összevonásokat, és válassz olyan értékeket a betűknek, amikkel a behelyettesítés után pozitív egész számot kapsz eredményül! Ha tudsz, adj több megoldást!

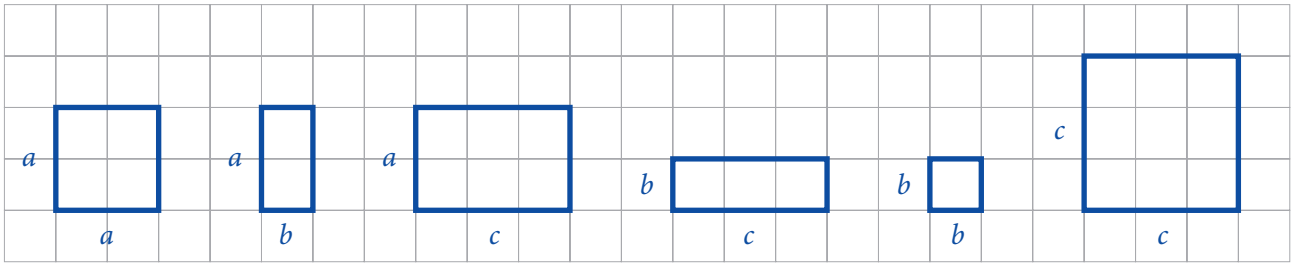
a) $2ab + 4ac - 2ba + 6ab - 5ac + (-7ca) =$

.....

b) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y - \frac{x}{9} - \frac{5y}{6} + 2x - y =$

.....

1. Írd a téglalapokba betűs kifejezéssel a területüket!



a) Illessz össze 2 db téglalapot! Adj több megoldást! Add meg a területüket összeg és szorzat alakban!

b) Illessz össze 3 db téglalapot! Adj több megoldást! Add meg a területüket összeg és szorzat alakban!

2. Végezd el a szorzásokat!

a) $7(x + y) =$ .....

b) $x(y + 9) =$ .....

c) $y(6 - x) =$ .....

d) $a(x + y) =$ .....

e) $\frac{1}{3}(3y + 4z) =$ .....

f) $x(2x - 5y - 8) =$ .....

g) $(x + 3y - 4z) \cdot v =$ .....

h) $(xy + 7y - yx + 3y) \cdot (-0{,}1) =$ .....

3. Végezd el a kiemeléseket!

a) $9x + 9y =$ .....

b) $4a - 12b =$ .....

c) $2ef - 2e =$ .....

d) $5g - 15gh =$ .....

e) $-4 + 6t =$ .....

f) $-3k - km =$ .....

g) $8pq - 12pp =$ .....

h) $-5{,}1sv - 1{,}7vz =$ .....

4. Bontsd fel a zárójeleket, majd végezd el az összevonásokat!

a) $5(-x-2)+7(8+x)=$ .....

b) $8(x-2)-9(3+x)=$ .....

c) $6(a-4)+5(2-a)=$ .....

d) $3(-a-1)-3(a-2)=$ .....

5. Számítsd ki a kifejezések helyettesítési értékét! Célszerű először a zárójelfelbontásokat és összevonásokat elvégezni.

a) $(-4x+5)+(-3x-y)-(7x+1)=$ $\quad x=-2;\ y=3$

b) $(8a-9c)-(2+b)+(9c+8a+3c)=$ $\quad a=-2;\ b=\frac{2}{3};\ c=3$

6. Javítsd ki a hibákat, a hibátlanokat pedig pipáld ki!

a) $5(a+b)=5a+b$

b) $ab+3a=a(b+3)$

c) $(4-a)\cdot(-2)=-8-2a$

d) $a(2b+5ab)=b(2a+5aa)$

e) $2(ab+a+b)=4ab$

f) $6ac+3ab-9ca=3a(b-c)$

7. Először végezd el a zárójelen belüli összevonásokat, majd a szorzást!

a) $4(5a-3b+11a-9ab+7b-9a+5ab)=$ .....

.....

b) $9c(3-4d+5+d)+3d(2c+11-7c-27)=$ .....

.....

c) $5(x+xy+6x)-(8xy+7x-3xy)+7x(-5+10y+11)=$ .....

.....

d) $(-2)(xy+8x-3yx+1{,}5xy)-x(-6y+7-8y+9)=$ .....

.....

1. Töltsd ki a táblázatot!

A	+8	−54	−32	−1
B	−12	−27	14	−1
C	−10	0	−5	−1
$A + (B + C)$				
$A - B + C$				
$A - (B + C)$				
$A - (B - C)$				
$A \cdot B + C$				
$A \cdot (B + C)$				
$(A - B) \cdot C$				
$A \cdot (B - C)$				
$A + B \cdot C$				

2. Hasonlítsd össze a két számot, és tedd ki a megfelelő relációs jelet (<; >; =)!

a) $\frac{7}{9}$ $\frac{9}{7}$ *b)* $\frac{8}{11}$ $\frac{13}{16}$ *c)* $-\frac{17}{4}$ $-\frac{25}{6}$ *d)* $3\frac{4}{9}$ $3\frac{5}{11}$

3. Számítsd ki fejben a ▲ értékét!

a) $\frac{5}{6} + ▲ = 1$ *b)* $▲ - \frac{4}{7} = \frac{17}{7}$ *c)* $\frac{9}{12} - ▲ = \frac{1}{2}$

d) $-\frac{7}{18} + ▲ = 4\frac{5}{18}$ *e)* $\frac{4}{15} + ▲ = -\frac{1}{3}$ *f)* $-\frac{18}{28} - ▲ = -\frac{9}{14}$

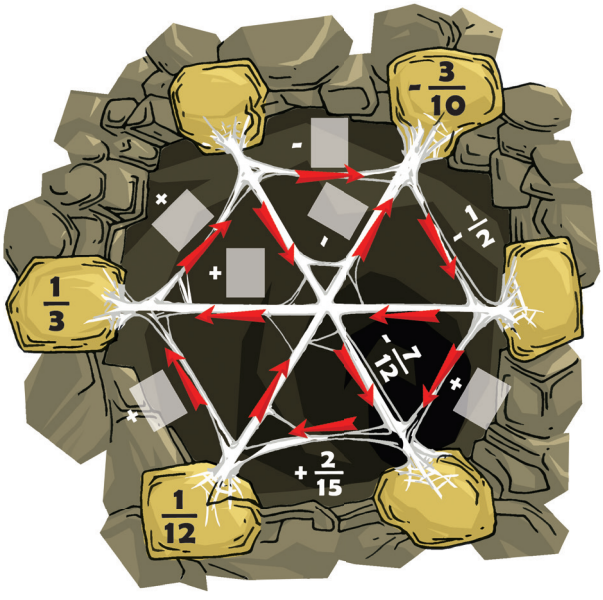
4. Végezd el az alábbi műveleteket!

a) $\frac{7}{4} - \frac{3}{8} + \frac{2}{5} \cdot \frac{10}{3} =$ *b)* $3\frac{2}{9} + \frac{1}{3} : \frac{2}{3} - 1\frac{5}{6} =$

c) $(16{,}8 \cdot 0{,}55) - (10{,}1 - 6{,}25) =$ *d)* $6{,}64 : 2{,}8 + 1{,}06 \cdot 4{,}5 =$

e) $2{,}6 + \frac{3}{4} - 0{,}2 \cdot \frac{5}{2} =$ *f)* $0{,}51 : 0{,}6 - \frac{17}{4} : 5 =$

5. Végezd el az alábbi műveleteket, és pótold a hiányzó számokat! A nyilak a műveletvégzés irányát mutatják. Az átellenes pontok közötti műveleteket csak egyszer kell elvégezni.



6. Jelöld be színessel a láthatatlan szorzásjeleket, és karikázd be az együtthatókat!

a) $3x^2$ *b)* $\frac{5}{2}xy$ *c)* $-2{,}5a$ *d)* $3x - 5y$ *e)* $2a - 5b - 3a + 8b$

7. Írd fel betűs kifejezésekkel, mennyi pénzem lett a változások után!

a) Volt x forintom, és kaptam kétszer annyit. .....

b) Volt x forintom, és elköltöttem belőle y forintot. .....

c) Volt x forintom, és elköltöttem a felénél 10 Ft-tal többet. .....

d) Volt x forintom, és elköltöttem belőle y forintnál 200 Ft-tal kevesebbet. .....

8. Számítsd ki az alábbi kifejezések helyettesítési értékét!

a) $-4a + 8 - 3a + 7 + 2a - 5$, ahol $a = -4$

.....

b) $\frac{5}{6}b + 7 - \frac{3}{2}b - 2 + \frac{b}{3}$, ahol $b = -9$

.....

c) $2{,}1dc + 0{,}6d - 5{,}2c + 0{,}9cd + 1{,}2c$, ahol $d = \frac{1}{2}$; $c = 3$

.....

9. Végezd el a zárójelfelbontásokat és a lehetséges összevonásokat!

a) $5x + 2(x + 4) + 5x + 1 =$ .....

b) $14 + (16 + 3x) - 3(5x - 4) + 8 =$ .....

c) $4x + (x - 2) - 3(x - 11) =$ .....

d) $3(x - 6) + 2(2x + 5) =$ .....

e) $5 \cdot (4 - 3x) - (x + 2) + 1 =$ .....

f) $27 - 4(4{,}5x + 5) - 13{,}5 =$ .....

10. Végezd el az összevonásokat, zárójelfelbontásokat, majd a kiemeléseket!

a) $3x + 5 + 7x - 8 + 2x - 2 + 8x =$ .....

b) $21x + xy + (-4x) - 3yx - (-5xy) + 7x =$ .....

c) $8 - (5 - 2y) + 2(3y + 0{,}5) =$ .....

d) $5y(x - 2) - x(3 + 2y) + 10y =$ .....

11. Számítsd ki a kifejezések értékét, ha $x = 16$; $y = 0{,}5x$; $z = 0{,}25x$; $v = z - 1$ és $w = z + 1$!

a) $3x(y + z) - 3w(x + y) =$ .....

b) $(x + z)(v + w - 2z) + 7y =$ .....

12. Gondoltam egy számra. Jelöljük x-szel!
Írd fel betűs kifejezésekkel az alábbiakat! Ahol lehet, végezd el az összevonásokat!

a) A szám kétszeresénél 5-tel kisebb szám

.....

b) A szám $\frac{2}{3}$ részének és $\frac{4}{5}$ részének az összege

.....

c) A számnál 10-zel kisebb szám felének és a számnál 8-cal nagyobb szám ellentettjének összege:

.....

13. Gondoltam egy négyjegyű számra, jelöljük $\overline{abcd}$-vel! Az alábbi információk alapján számítsd ki, melyik ez a szám!
Mind a négy számjegye különböző, és a szám osztható 9-cel.
A százasok helyi értékén álló szám kétszeresénél 4-gyel nagyobb szám fele 7.
A c-vel jelölt számjegyet ebből az egyenlőségből kapod meg:
$2{,}4x + y + 7{,}2x - 8y - 3{,}6x + 4y = cx - 3y$.
Ha a d-vel jelölt számjegyét elosztod 2-vel, megkapod a kétszeresét.

1. Csoportosítsd az ábrán látható síkidomokat!

a) Sokszögek: .....

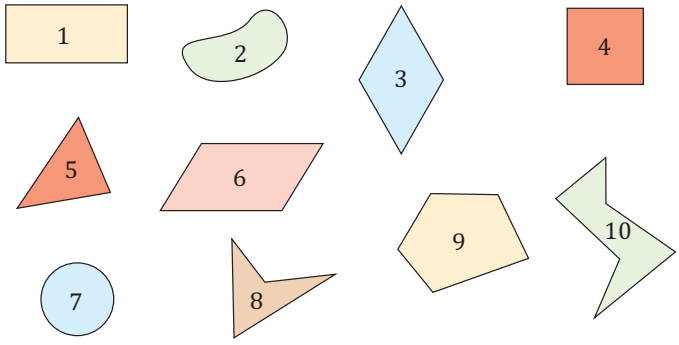
Nem sokszögek: .....

b) Konvex síkidomok: .....

Konkáv síkidomok: .....

c) Konvex sokszögek: .....

Konkáv sokszögek: .....



2. Rajzolj olyan síkidomokat, amelyek nem sokszögek!

3. Rajzolj konkáv sokszögeket!

4. Kösd össze!

5. Add össze párosával a következő szögeket az összes lehetséges módon. Mindegyik esetben add meg a szög típusát!

a) 13° *b)* 162° *c)* 27°12' *d)* 102°

A lehetséges párok száma: .....

A kapott összegek: .....

A felsorolt szögek típusa a felsorolás sorrendjében: .....

.....

6. Vond ki a nagyobb szögből a kisebbet az összes lehetséges módon. Mindegyik esetben add meg a szög típusát!

a) 13° *b)* 162° *c)* 27°12' *d)* 102°

A lehetséges párok száma: .....

A kapott különbségek: .....

A felsorolt szögek típusa a felsorolás sorrendjében: .....

.....

7. Vágd szét a síkot négy, közös pontból induló félegyenessel! Milyen szögtartományokat kaphatsz? Rajzolj, és nevezd meg a kapott szögek típusait!

8. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis!

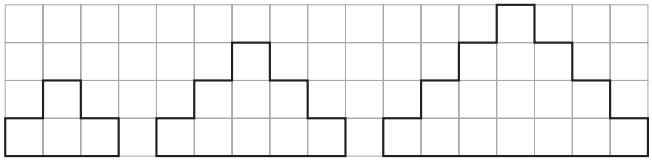
a) Egy háromszögben lehet mindhárom szög hegyesszög. Igaz Hamis

b) Egy négyszögnek nem lehet pontosan három derékszöge. Igaz Hamis

c) Egy ötszögben nem lehet három tompaszög. Igaz Hamis

d) Nincs olyan sokszög, amelyben hegyes-, tompa- és homorúszög is van. Igaz Hamis

9. Folytasd a sort! Rajzold le a következő két sokszöget a füzetedbe!

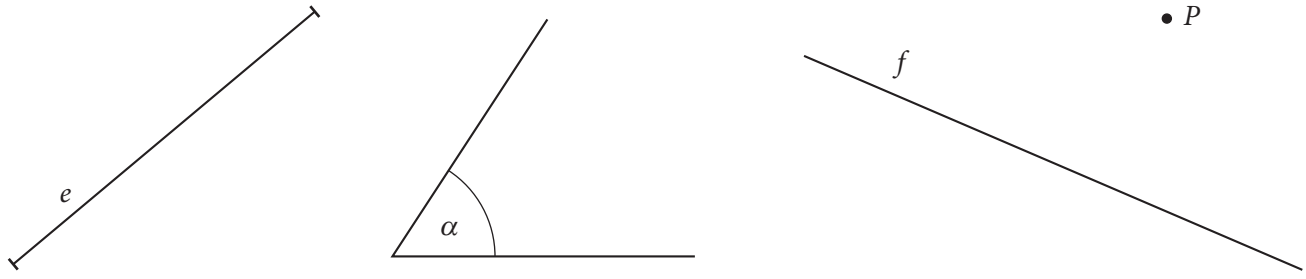


Hány oldalú sokszögeket rajzoltál? ..... Hány oldalú lesz a 21. sokszög? .....

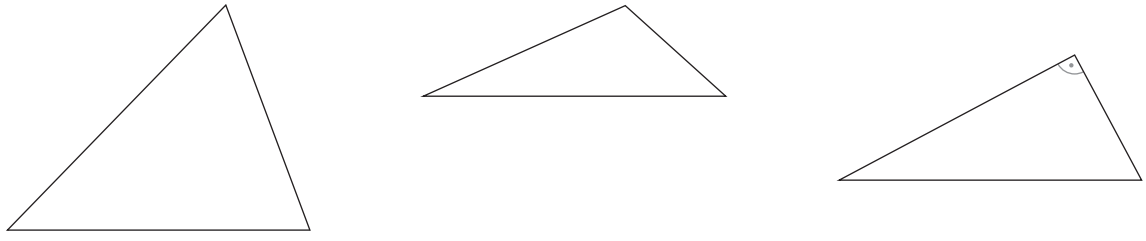
Hányadik lesz az 1600 oldalú sokszög? ..... Lehet-e a sorban 102 oldalú sokszög? .....

III. 2. HÁROMSZÖGEK NEVEZETES VONALAI

1. *a)* Szerkeszd meg az *e* szakasz felezőmerőlegesét!
b) Szerkeszd meg az α szög felét!
c) Szerkessz merőlegest a *P* pontból az *f* egyenesre!



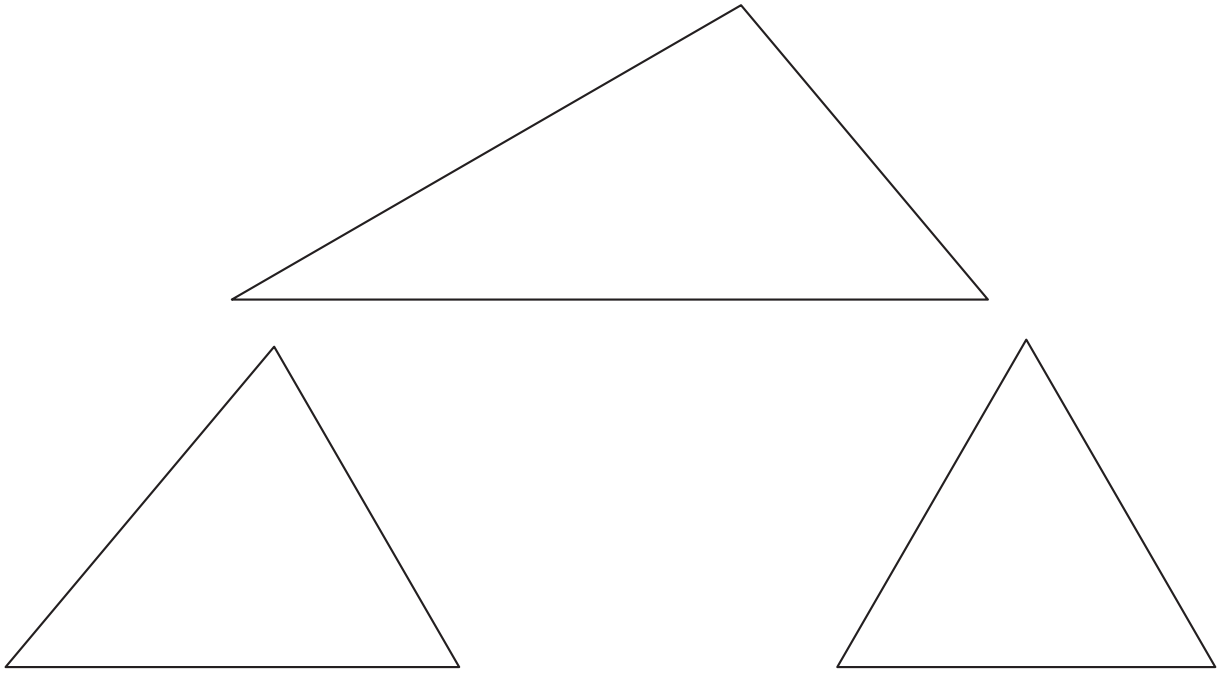
2. Mielőtt bármit is szerkesztenél, jelöld be pirossal, hogy hol lehet az ábrán látható háromszögek oldalfelező merőlegeseinek metszéspontja!
Szerkeszd meg az oldalfelező merőlegeseket! Jelöld be a metszéspontokat! Mérd meg, hogy mennyit tévedtél!



Eltérés: ..... Eltérés: ..... Eltérés: .....

3. Rajzolj a körződdel egy 4 cm sugarú kört, és vegyél fel rajta 3 pontot! Legyenek ezek *A*, *B* és *C*! Szerkeszd meg az *AB*, *AC* és *BC* szakaszok felezőmerőlegeseit! Mit tapasztalsz?

4. Szerkeszd meg a háromszögek szögfelezőit!



5. Pótold a hiányzó mondatrészeket!

A háromszög három szögfelezője .....

metszi egymást. Ez a metszéspont mindig a háromszög ..... van.

6. Mekkora szöget zár be egymással a háromszög 68°-os és 52°-os szögének szögfelezője? Készíts vázlatrajzot!

Vázlatrajz:

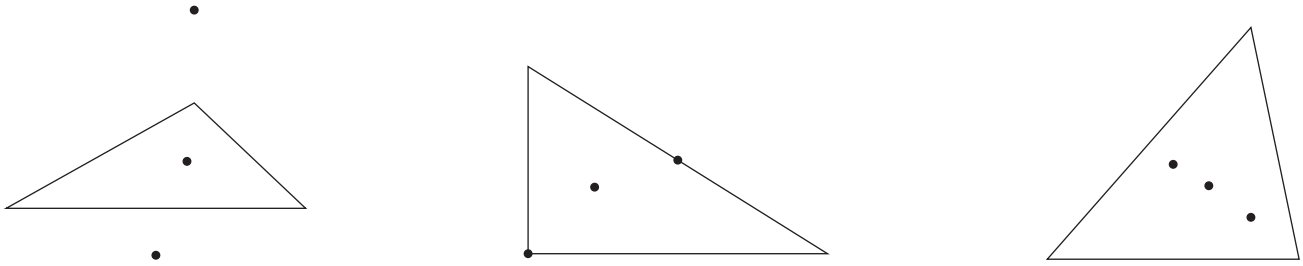
A szögfelezők szöge: .....

7. Mekkora szöget zár be egymással a háromszög két szögfelezője, ha tudjuk, hogy a harmadik szög 96°-os? Készíts vázlatrajzot!

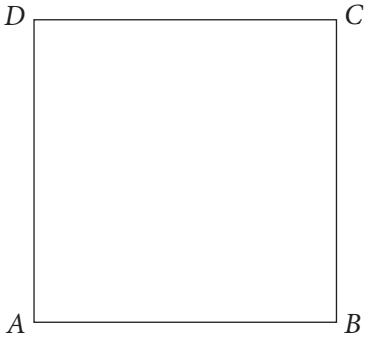
Vázlatrajz:

A szögfelezők szöge: .....

8. Dönts ránézésre, és írd oda, hogy melyik lehet a háromszög oldalfelező merőlegeseinek metszéspontja (O), szögfelezőinek metszéspontja (K) és magasságvonalainak metszéspontja (M)!



9. Az ábrán látható $ABCD$ négyszög egy négyzet. Válaszolj a kérdésekre, de előtte rajzolj is!



a) Mekkora szöget zár be az ABD háromszög D csúcsból induló szögfelezője a BCD háromszög C csúcsából induló magasságvonallal?

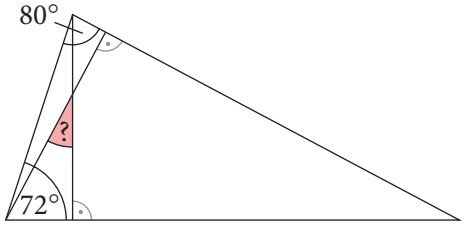
A keresett szög: ..... .

b) Mekkora az AEB szög, ha az E pont az előző kérdésben szereplő két vonal metszéspontja?

A keresett szög: ..... .

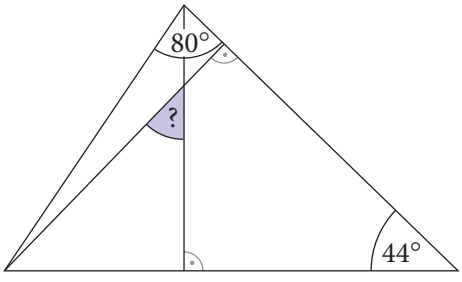
10. Add meg a kérdőjellel jelölt szög nagyságát!

A keresett szög: .....



11. Add meg a kérdőjellel jelölt szög nagyságát!

A keresett szög: .....



1. Pótold a hiányzó mondatrészeket!

a) Ha egy négyzetet az egyik átlója mentén kettévágunk, akkor két ..... háromszöget kapunk.

b) Ha egy téglalapot az egyik átlója mentén kettévágunk, akkor két ..... háromszöget kapunk.

c) Ha egy deltoidot a szimmetriaátlója mentén kettévágunk, akkor két ..... háromszöget kapunk.

d) Ha egy tengelyesen szimmetrikus trapézt, amelyik nem téglalap, a szimmetriatengelye mentén kettévágunk, akkor két ..... alakzatot kapunk.

2. *a)* Rajzold meg az A' és B' tükörképeket, ha az y tengely a szimmetriatengely!

A'(..... ; .....), B'(..... ; .....).

Az $ABB'A'$ milyen négyszög?

b) Rajzold meg az A'' és B'' tükörképeket, ha a szimmetriatengely az origóra és a $P(1; 3)$ pontra illeszkedik!

A''(..... ; .....), B''(..... ; .....).

Az $ABB''A''$ milyen négyszög? .....

c) Rajzold meg a C pontot úgy, hogy $ABB'C$ paralelogramma legyen!

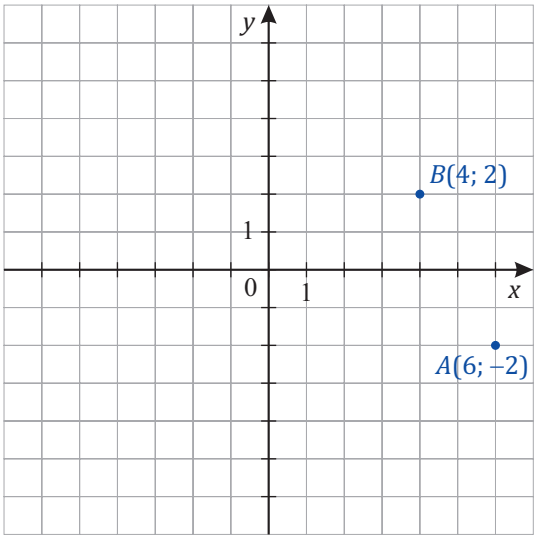
C(..... ; .....).

d) Add meg a D pont koordinátáját, ha $ABOD$ egy négyzet!

D(..... ; .....).

e) Abod egy falu. Keresd meg (a földrajzi atlaszodban vagy interneten), hogy melyik megyében található!

A megye: .....



3. Pótold a hiányzó szavakat!

a) A deltoid szimmetriaátlója felezi a másik .....

b) A deltoidnak van két-két .....

c) A deltoidnak van két .....

4. Egy derékszögű háromszög két hegyesszögének különbsége 14°20'. Mekkorák a háromszög hegyesszögei?

Egyik szög: .....

Másik szög: .....

5. Melyik állítás igaz, melyik hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

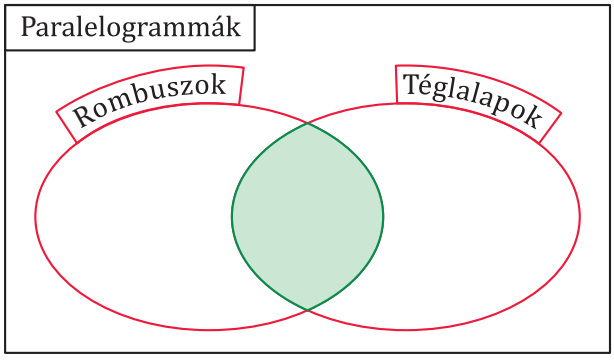
a) Van olyan rombusz, amelyik nem trapéz.	Igaz	Hamis
b) Ha egy négyszög négyzet, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
c) Ha egy négyszög rombusz, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
d) Van olyan téglalap, amelyik rombusz.	Igaz	Hamis
e) Ha a trapéz szárai párhuzamosak, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
f) Ha a trapéznak két szöge is derékszög, akkor az téglalap.	Igaz	Hamis
g) Ha a rombusznak van derékszöge, akkor az négyzet.	Igaz	Hamis
h) Van olyan deltoid, amelyik trapéz.	Igaz	Hamis

6. Rajzolj egy rombuszt! A felsorolt állítások közül melyek igazak a rombuszra?

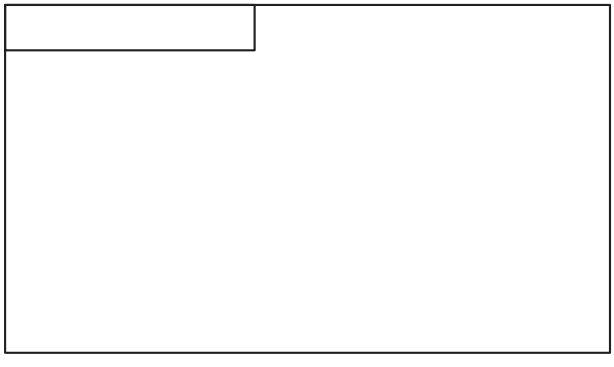
a) Minden oldala egyenlő. ☐
b) Csak egy szimmetriaátlója van. ☐
c) Van két egyenlő oldala. ☐
d) Átlói merőlegesek egymásra. ☐
e) Csak az egyik átló felezi a másikat. ☐
f) Szomszédos szögeinek összege 180°. ☐
g) Átlói egyenlő hosszúságúak. ☐

7. *a)* Milyen négyszögek vannak az ábra zöld részében?

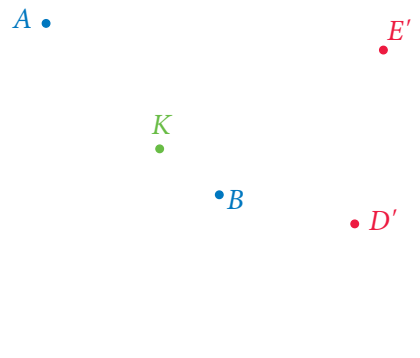
.....



b) Tervezz egy olyan ábrát, ahová ezeket írhatod: négyszögek, trapézok, paralelogrammák, téglalapok, négyzetek!



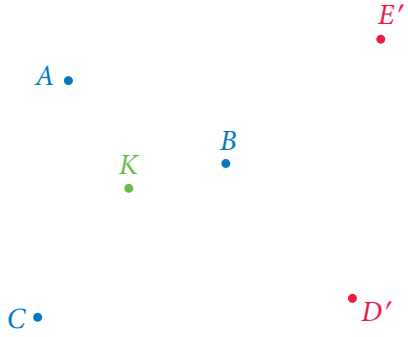
1. Bármely pont képét megkaphatod, ha az adott pontból kiindulva félegyenest rajzolsz a K ponton keresztül, és erre az adott pontból kezdve felméred a pont és a K távolságának kétszeresét. Szerkeszd meg az ábrán látható pontok képét, illetve a képpontok ősét!



Hol lesz a K pont képe?

.....

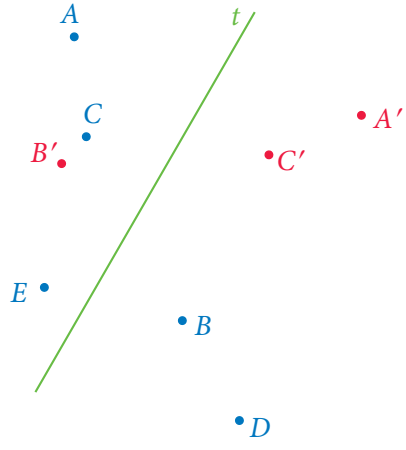
2. Bármely pont képét megkaphatod, ha az adott K pontból a ponton át félegyenest rajzolsz, és erre a K pontból kiindulva felméred a K pont és a pont által meghatározott szakasz kétszeresét. Szerkeszd meg az ábrán látható pontok képét, illetve a képpontok ősét!



Hol lesz a K pont képe?

.....

3. Az ábrán bejelöltünk néhány pontot és néhánynak a transzformáció utáni helyét is. Mi lehet a hozzárendelési szabály? Rajzold meg a hiányzó képpontokat is!

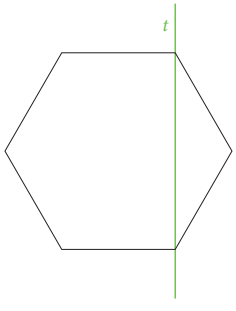


A hozzárendelési szabály: .....

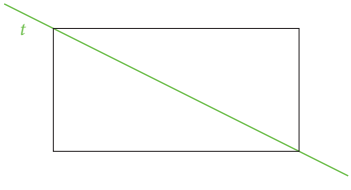
.....

4. Tükrözd a sokszögeket a t tengelyre!

a)

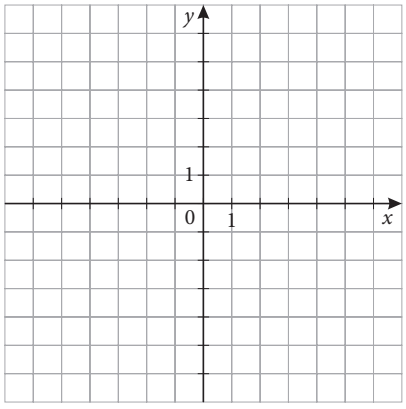


b)



III. 4. GEOMETRIAI TRANSZFORMÁCIÓK

5. Ábrázold az A (–2; 2), B (–2; –4), C (6; –2), D (6; 0), E (4; 6), F (0; 4) pontokat! Minden pont képét úgy kapod, hogy mindkét koordináta felének az ellentettjét veszed. Ábrázold a képpontokat is!

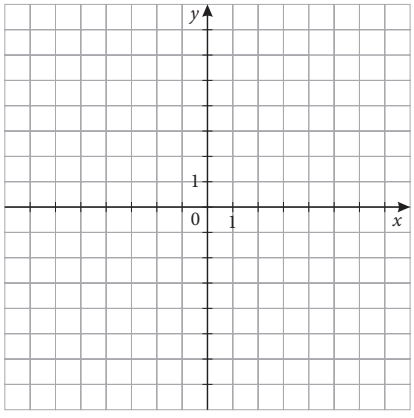


A képpontok:

A'(....; ....), B'(....; ....), C'(....; ....),

D'(....; ....), E'(....; ....), F'(....; ....).

6. Ábrázold az A (–4; 5), B (–3; –2), C (2; 2), D (1; 6), E (–5; –4), F (2; 4) pontokat! Minden pont képét úgy kapod, hogy az első koordinátáját 4-gyel növeled, a második koordinátáját pedig 1-gyel csökkented. Ábrázold a képpontokat is!



A képpontok:

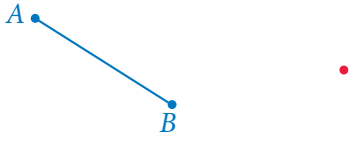
A'(....; ....), B'(....; ....), C'(....; ....),

D'(....; ....), E'(....; ....), F'(....; ....).

III. 5. KÖZÉPPONTOS TÜKRÖZÉS

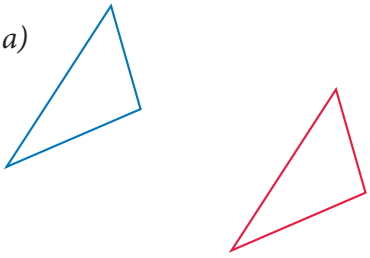
1. Valaki szerette volna középpontosan tükrözni az ábrán látható szakaszt. Az egyik végpontnak már látható a tükörképe. Fejezd be a szerkesztést!

Hány esetet kaptál? .....

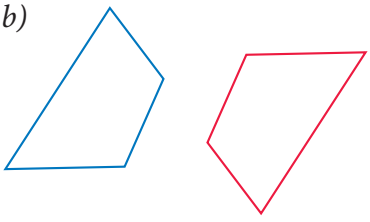


2. Melyik ábra mutat középpontos tükrözést?

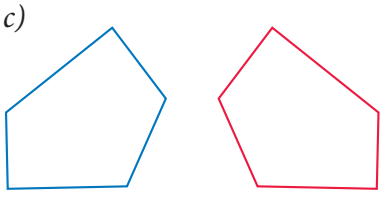
a)



b)



c)

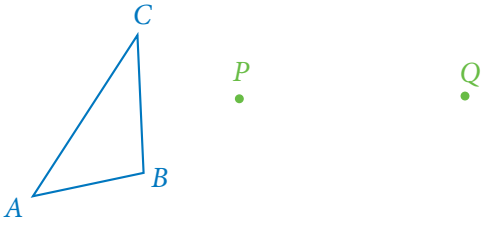


Igen – Nem

Igen – Nem

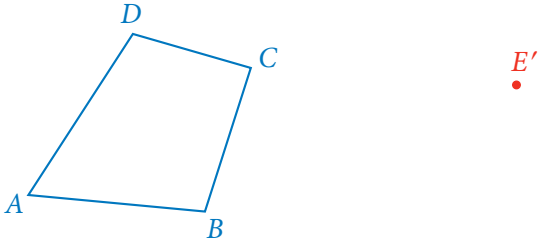
Igen – Nem

3. Tükrözd az *ABC* háromszöget a *P* pontra! Az így kapott *A′B′C′* háromszöget tükrözd a *Q* pontra! Figyeld meg az *ABC* és a második képként kapott *A″B″C″* háromszög egymáshoz való viszonyát! Mit tapasztalsz?

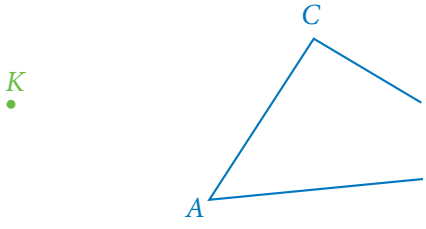


Válasz: .....

4. Az *ABCD* négyszög *AC* és *BD* átlójának metszéspontja egy középpontos tükrözés hatására az *E′* pontba került. Tükrözd a négyszög csúcsait is!



5. Az *ABC* háromszög *B* csúcsa kilóg a munkafüzetből. Tükrözd a *K* pontra a háromszöget!



6. Az *a* egyenes tükörképe *O*-ra az *a′*. Az egyeneseket nem látjuk az ábrán, de tudjuk, hogy *P* az *a* egyenesre, *Q′* pedig az *a′* egyenesre illeszkedik. Szerkeszd meg a két egyenest!

1. Melyik állítás igaz, melyik hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

a) Ha egy négyszög két-két szemközti oldala egyenlő, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
b) Ha egy négyszög egyik átlója felezi a másikat, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
c) Minden paralelogrammának van két tompaszöge.	Igaz	Hamis
d) A paralelogramma két átlója egyenlő hosszúságú.	Igaz	Hamis
e) Ha egy négyszögben két-két szög egyenlő, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis
f) Ha egy négyszögben két oldal egyenlő hosszú, akkor az paralelogramma.	Igaz	Hamis

2. Ábrázold az $A(2; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 7)$, $D(8; 7)$ pontokat!

Milyen négyszög az $ABCD$? .....

Tükrözd az $ABCD$ négyszöget az $F(6; 7)$ pontra!

A képpontok:

A'(....; ....), B'(....; ....), C'(....; ....), D'(....; ....).

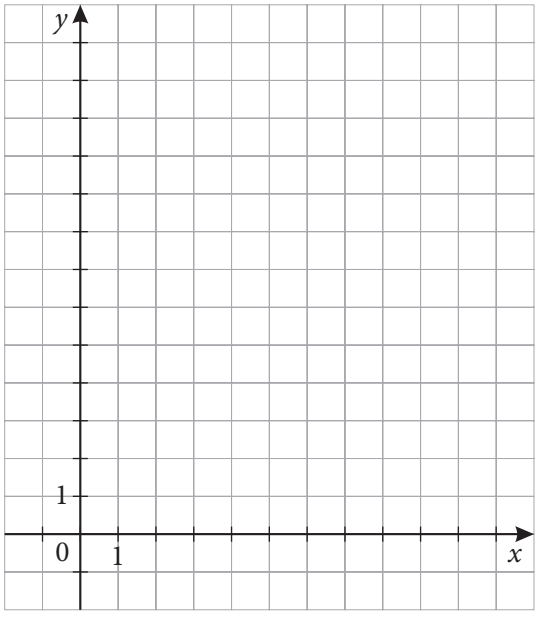
Milyen négyszög az $ABA'B'$? .....

Tükrözd az $ABCD$ négyszöget a $P(5; 4)$ pontra!

A képpontok:

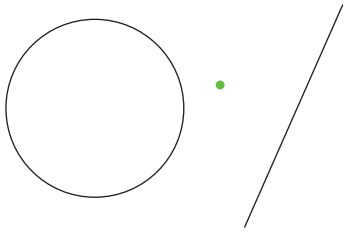
A''(....; ....), B''(....; ....), C''(....; ....), D''(....; ....).

Milyen négyszög az $ABB''C''$? .....



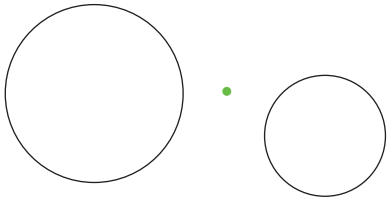
3. Adj meg az egyenesre és a körre illeszkedő olyan pontpárokat, amelyek az adott pontra tükrösek!

Hány párt találtál? .....



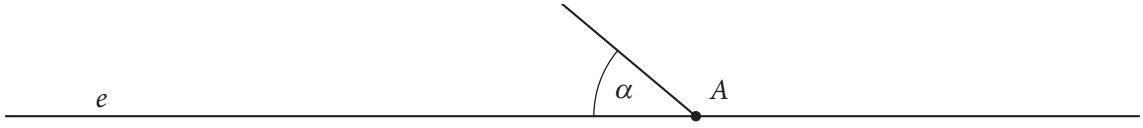
4. Adj meg a körökön olyan pontpárokat, amelyek az adott pontra tükrösek!

Hány párt találtál? .....

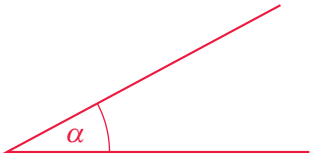


Kiegészítő tananyag

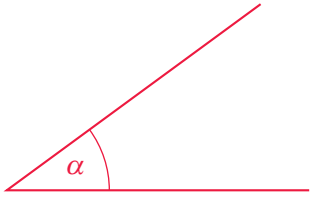
1. Rajzolj néhány α nagyságú szöget, melynek egyik szára az e egyenes! Legyen olyan, amelyeknek az A pont a csúcsa, és legyen olyan is, amelyiknek nem. Használd a vonalzóidat!



2. Fejezd be a jobb oldali ábrát zölddel úgy, hogy az α-val egyállású, és kékkel úgy, hogy az α-val fordított állású szöget kapj!



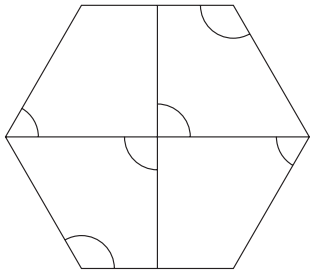
3. Rajzolj három szöget úgy, hogy az α-val három különböző típusú szögpárt alkosson, de a megfelelő szögszárak párhuzamosak legyenek egymással!



4. Igaz? Hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

a) Van olyan párhuzamos szárú szögpár, ahol a két szög különböző nagyságú.	Igaz	Hamis
b) Minden egyállású hegyesszögpárban a két szög egyenlő.	Igaz	Hamis
c) Egy 135°-os és egy 65°-os szög nem alkothat párhuzamos szárú szögpárt.	Igaz	Hamis
d) Ha két szög egyenlő, akkor fordított állásúak.	Igaz	Hamis
e) Ha két szög váltószögpár, akkor csúcsszögek.	Igaz	Hamis
f) A csúcsszögek fordított állásúak.	Igaz	Hamis

5. Nevezd el az ábrán bejelölt szögeket! Sorold fel az összes lehetséges párosítást, ha nevezetes szögpárt alkotnak! Minden ilyen esetben add meg a szögpár nevét!



.....

.....

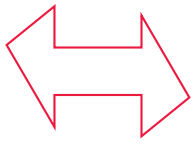
.....

1. Rajzold be a szimmetria-középpontokat és a szimmetriatengelyeket a következő ábrákba, ha vannak ilyenek!

a)

b)

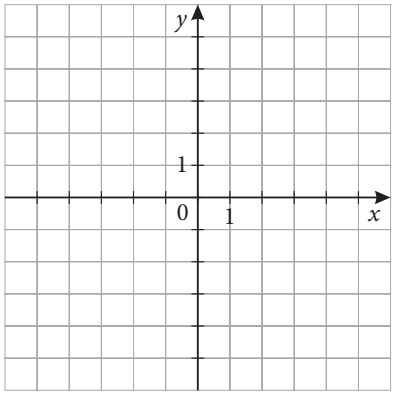
c)

d) 

2. Egy négyszögnek csak két pontját ismerjük: $A(3; 4)$, $B(5; -1)$. Készíts ábrát, majd add meg a hiányzó két pont koordinátáját úgy, hogy

a) az $ABCD$ négyszög a $K(1; 2)$ pontra középpontosan szimmetrikus legyen;

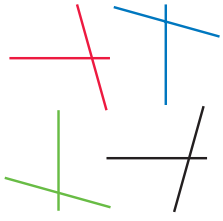
b) az $ABEF$ négyszög az y tengelyre tengelyesen szimmetrikus legyen!

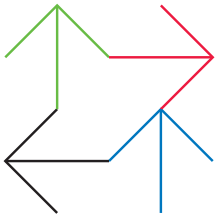


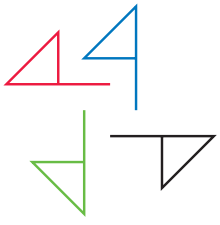
A hiányzó pontok koordinátái:

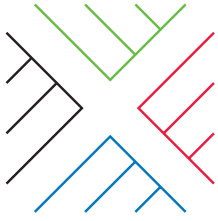
$C(\ldots; \ldots)$, $D(\ldots; \ldots)$, $E(\ldots; \ldots)$, $F(\ldots; \ldots)$.

3. A következő ábrák négy-négy egybevágó részletből állnak. Melyik az a két-két részlet, amelyik középpontosan szimmetrikus?





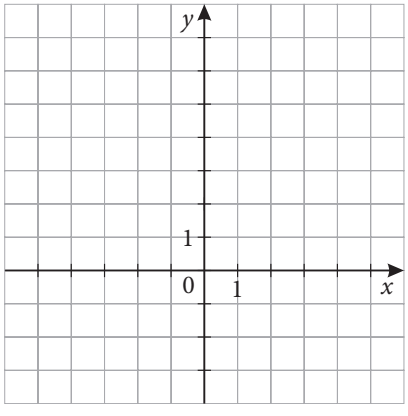




.....

.....

4. A koordináta-rendszerben az $ABCDEF$ középpontosan szimmetrikus hatszög AB oldalának egyik végpontja $(3; -1)$, a másik $(4; 2)$. Az $(1; 3)$ és a $(-1; 1)$ pontok közül az egyik a C csúcs, a másik a K középpont. Rajzolj, majd add meg a hatszög csúcsainak koordinátáit!



A hatszög csúcsainak koordinátái:

.....

.....

.....

8. KÖZÉPPONTOS ÉS TENGELYES SZIMMETRIA III.

5. Írj a négyzetbe I-t, ha igaz, H-t, ha hamis az állítás! Készíts rajzot a döntés előtt!

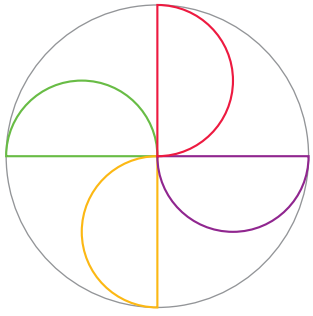
a) Két egyenlő sugarú kör mindig középpontosan szimmetrikus. ☐

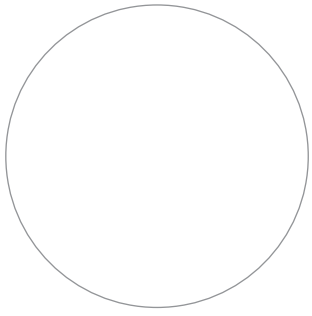
b) Ha egy kört a körvonal egyik pontjára tükrözöl, akkor a tükörkép és az eredeti kör érinti egymást. ☐

c) Két egymást metsző, egyenlő sugarú kör középpontosan szimmetrikus az egyik metszéspontra. ☐

d) Két egymást metsző kör középpontosan szimmetrikus a közös húr felezőpontjára. ☐

6. Készítsd el a középpontosan szimmetrikus ábrát úgy, hogy a nagy kör belsejében hat félkör legyen! Rajzold és színezd az első ábrához hasonlóan!





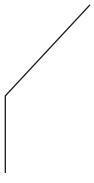
9. PARALELOGRAMMA ÉS DELTOID III.

1. A rajzon egy középpontosan szimmetrikus sokszög két oldala látható. Fejezd be a rajzot úgy, hogy

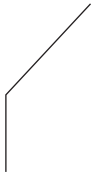
a) paralelogramma; *b)* konvex hatszög; *c)* konkáv hatszög; *d)* nyolcszög legyen!

Minden esetben jelöld a szimmetria-középpontot is!

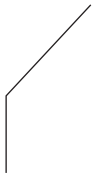
a)



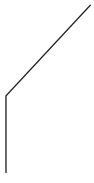
b)



c)

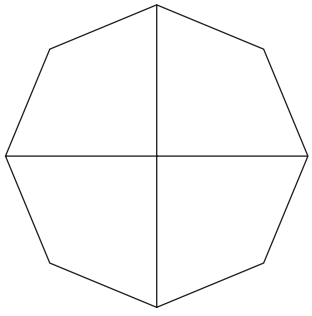


d)



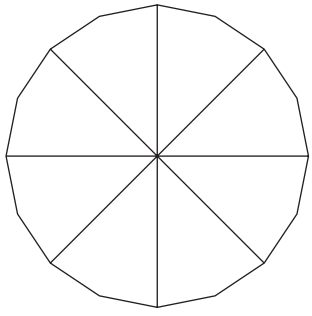
2. Az ábrákon látható szabályos sokszögeket egybevágó deltoidokra vágtuk. Mekkorák a szögei egy-egy deltoidnak?

a)



.....
.....
.....
.....
.....

b)



.....
.....
.....
.....
.....

3. Pótold a mondatok hiányzó részét!

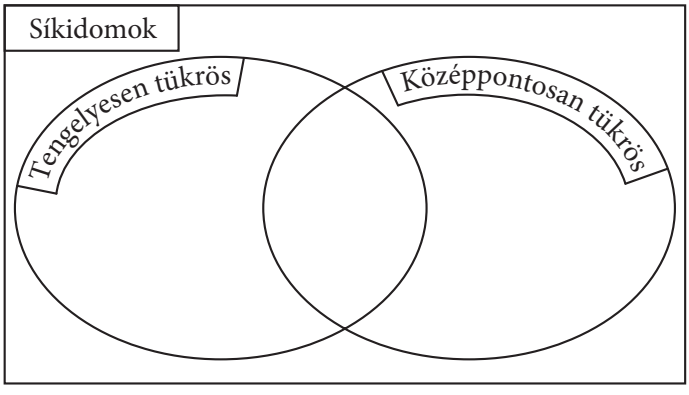
Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor az .....

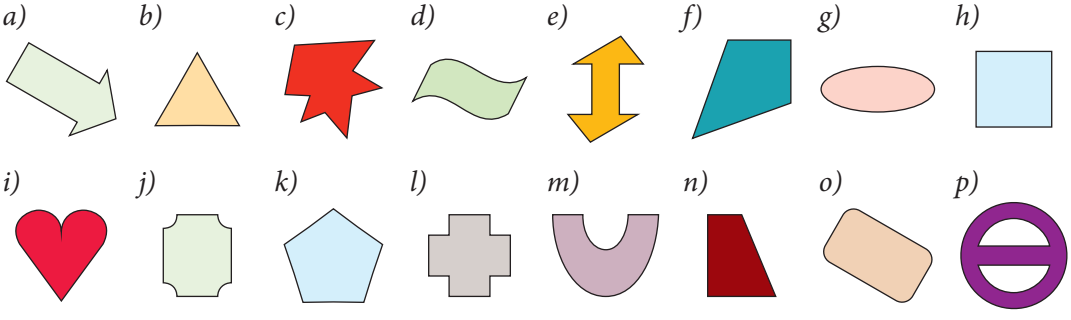
Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus valamelyik átlójára, akkor az .....

A középpontosan szimmetrikus deltoid a .....

Az a paralelogramma, amely tengelyesen szimmetrikus az átlójára, az a .....

4. Írd be a rajzok betűjelét a halmazábrába! Rajzolj további két síkidomot, amelyet az ábrán középen kellene elhelyezned!





9. PARALELOGRAMMA ÉS DELTOID III.

5. A következő állítások melletti első négyzetbe akkor tegyetek X-et, ha az állítás a tengelyes tükrözésre igaz, a második négyzetbe pedig akkor, ha az állítás a középpontos tükrözésre igaz!

	T	K
a) Egy szakasz és a képe párhuzamos egymással.	☐	☐
b) Az alakzatnak és a képének a körüljárása ellentétes.	☐	☐
c) Csak egy olyan pont van, amelynek a képe önmaga.	☐	☐
d) Végtelen sok olyan egyenes van, amelynek a képe önmaga.	☐	☐
e) Van olyan félegyenes, amelyiknek a képe önmaga.	☐	☐
f) Van olyan deltoid, amelyiknek a képe önmaga.	☐	☐
g) Van olyan paralelogramma, amelyiknek a képe önmaga.	☐	☐
h) Van olyan szakasz, amelyiknek a képe önmaga.	☐	☐

10. KÖZÉPPONTOSAN SZIMMETRIKUS ALAKZATOK III.

1. Igazak-e a következő állítások?

a) Ha egy síkidom középpontosan szimmetrikus, akkor tengelyesen is az. ☐

b) Ha egy síkidom tengelyesen szimmetrikus, akkor középpontosan is az. ☐

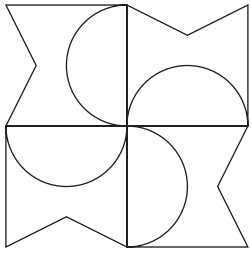
c) Van olyan középpontosan szimmetrikus síkidom, amelyik tengelyesen is szimmetrikus. ☐

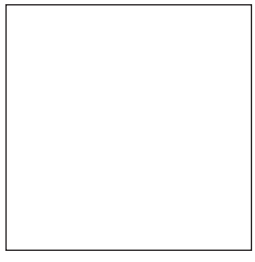
d) Nincs olyan tengelyesen szimmetrikus síkidom, amelyik középpontosan is szimmetrikus. ☐

e) Van olyan síkidom, amelyiknek egynél több szimmetria-középpontja van. ☐

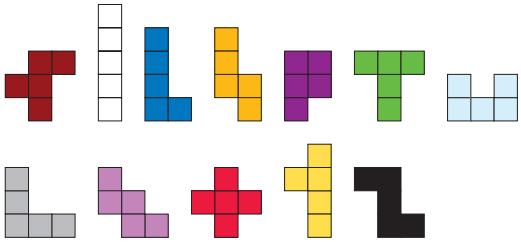
f) Van olyan síkidom, amelyiknek egynél több szimmetriatengelye van. ☐

2. Tanulmányozd az ábrát, majd körző és vonalzó segítségével készítsd el a másolatát! Színezd ki több szín felhasználásával úgy, hogy a színek is középpontosan szimmetrikusan helyezkedjenek el!



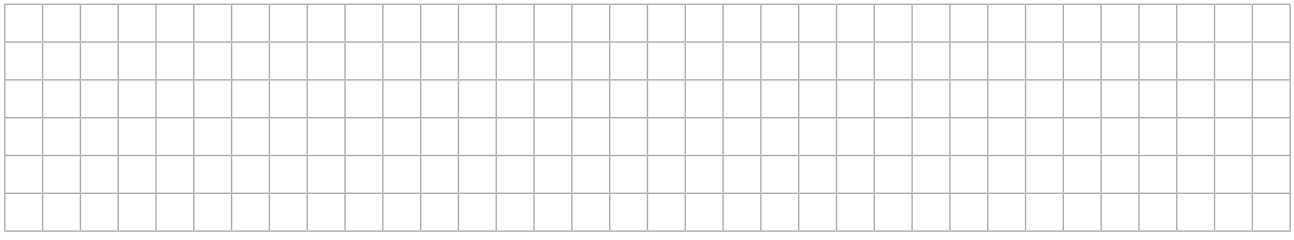


3. A tankönyvben olvashattál a pentominókról. A következő ábrán látható mind a tizenkettő.
Mekkora területű téglalapok fedhetők le ezzel a tizenkét síkidommal?

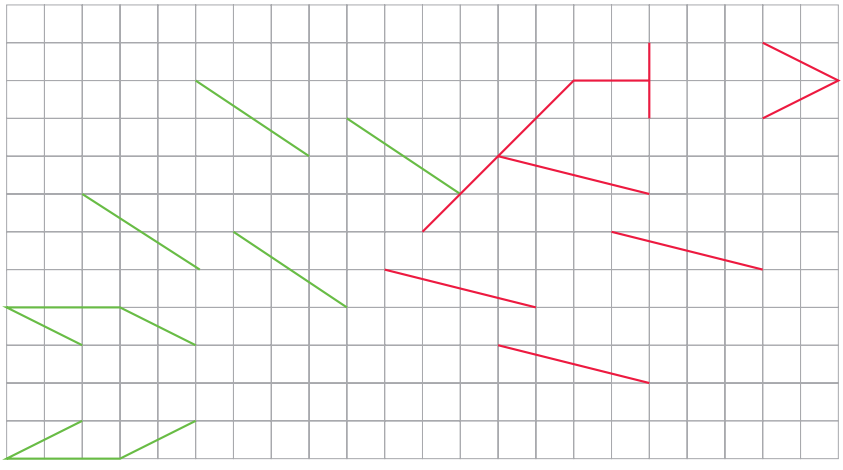


.....

Valóban minden ekkora területű téglalap lefedhető, ha a pentominók nem darabolhatók? Próbáld megvalósítani valamelyik lefedést! Rajzold le a négyzethálóra! Érdemes a formákat kartonpapírból kivágni, és úgy kísérletezni. Nem könnyű a feladat, ezért ne keseredj el, ha nem sikerül! A világhálón kereshetsz segítséget.

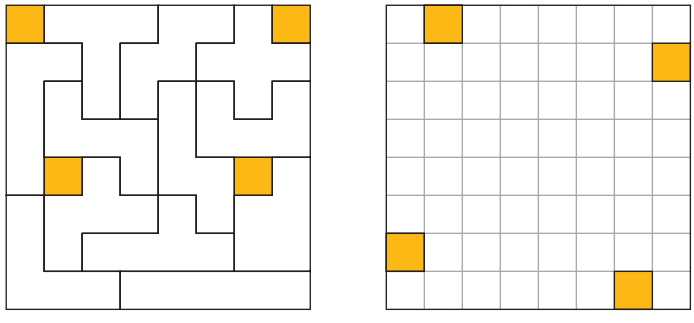


4. Egy középpontosan szimmetrikus rajz töredékét látod. A teljes rajzon minden zöld szakasznak van egy piros tükörképe és viszont. Készítsd el az egész ábrát!



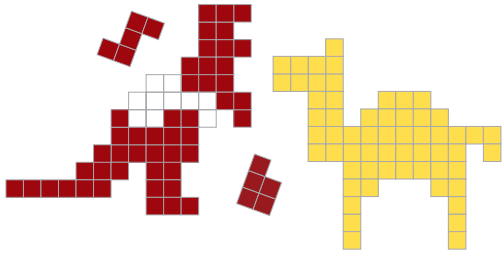
5. A 3. feladatban megtapasztalhattad, hogy milyen nehéz a pentominókat egy téglalapba rendezni. A következő kérdést sem kell kötelező házi feladatnak tekintened. Csak akkor kísérletezz vele, ha szereted az ilyen rejtvényeket!

Egy nyolcszor nyolcas táblára felrakjuk az összes pentominót. Természetesen így mindig kimarad négy mező. A mi ábránkon a négy mező tengelyesen szimmetrikusan helyezkedik el. Próbáld a pentominókat úgy elhelyezni, hogy a négy lyuk középpontosan szimmetrikus helyzetű legyen a tábla középpontjára!



10. KÖZÉPPONTOSAN SZIMMETRIKUS ALAKZATOK III.

6. A pentominók segítségével különböző képeket rakhatsz össze. Készíts te is ilyeneket a füzetedbe! A legjobban sikerülteket rajzold le a négyzethálóra!



11. SZABÁLYOS SOKSZÖGEK III.

1. Igaz vagy hamis? Írj a négyzetbe I vagy H betűt!

a) Egy sokszög csak akkor lehet szabályos, ha tengelyesen szimmetrikus. ☐

b) Ha egy sokszög szabályos, akkor középpontosan szimmetrikus. ☐

c) A páros oldalszámú szabályos sokszögeknek legalább négy szimmetriatengelyük van. ☐

d) Ha egy sokszög szabályos, akkor tengelyesen és középpontosan is szimmetrikus. ☐

e) Egy nem szabályos sokszög is lehet középpontosan szimmetrikus. ☐

f) Egy nem szabályos sokszög is lehet tengelyesen szimmetrikus. ☐

g) A rombusz szabályos sokszög. ☐

h) Ha egy sokszög minden belső szöge egyenlő, akkor az szabályos. ☐

2. Egy egyenlő szárú háromszög szögei: 20°, 80°, 80°. Hány darab egybevágó példányra lenne szükséged, ha szabályos sokszöget szeretnél összerakni belőlük?

Vázlatrajz az összeillesztésről:

A háromszögek száma: .....

3. Egy egyenlő szárú háromszög mindhárom szöge fokban mérve egész szám. Több ilyen háromszög felhasználásával szabályos sokszöget rakhatsz össze. Hány fokosak lehetnek a háromszög szögei? Adj meg legalább hat ilyen háromszöget!

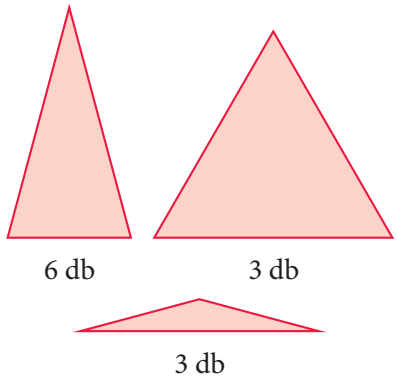
.....

.....

.....

III. 11. SZABÁLYOS SOKSZÖGEK

4. Készítsd el papírból az ábrán látható egyenlő szárú háromszögeket a megadott darabszámban! Milyen szabályos sokszöget tudsz kirakni az összes papír háromszög felhasználásával?

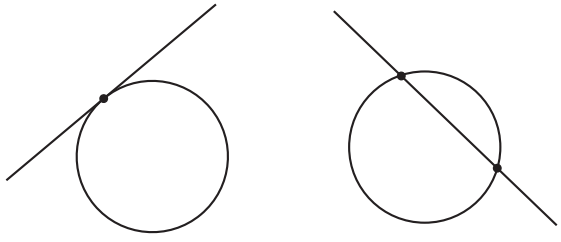


A sokszög oldalainak száma: .....

Vázlatrajz az összeillesztésről:

III. 12. A KÖR

1. Írd az elnevezéseket az ábrák egyes részeihez!



2. Keresd a megfelelő meghatározást, és írd a betűjelét a kipontozott helyre!

a) Két azonos középpontú körvonallal határolt síkidom.
b) Egy körív és a kör két sugara által határolt síkidom.
c) A kör középpontját és a körvonal tetszőleges pontját összekötő szakasz.
d) A körvonal két különböző pontját összekötő szakasz.
e) A kör leghosszabb húrja.
f) A sík adott pontjától adott távolságra lévő pontjainak összessége.
g) A körvonal egy darabja.
h) Egy körív és egy húr által határolt síkidom.

sugár: ..... körszelet: ..... körvonal: ..... körcikk: .....

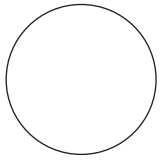
átmérő: ..... körív: ..... körgyűrű: ..... húr: .....

3. Készíts egy-egy szemléltető ábrát az előző feladat nyolc meghatározásához:

a) *b)* *c)* *d)* *e)* *f)* *g)* *h)*

4. Képzeld el az összes olyan 1,5 cm sugarú körlapot, amelynek középpontja az ábrán látható szakaszra illeszkedik. Színezd ki azokat a pontokat, amelyek illeszkednek valamelyik körlapra!

5. Képzeld el az összes olyan 0,5 cm sugarú körlapot, amelynek középpontja az ábrán látható körvonalra illeszkedik. Színezd ki azokat a pontokat, amelyek illeszkednek valamelyik körlapra!



6. Rajzolj egy *K* középpontú kört és két olyan, *KA* és *KB* sugarát, amelyek 60°-os szöget zárnak be egymással! Rajzold meg az *A* pontra illeszkedő érintőt is! Ez az érintő a *KB* egyenest egy *P* pontban metszi.
Mekkora az *APK* szög?

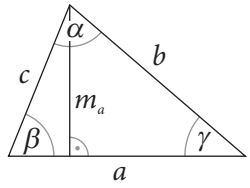
APK szög = ...

Vázlatrajz:

III. 13. SZERKESZTÉSEK

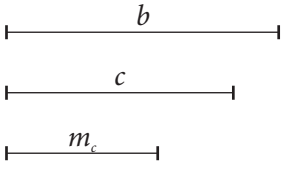
1. Szerkessz háromszöget az adatok alapján! A szerkesztést a füzetedben végezd el!

a) Adatok: b, c, α.



Vázlat:

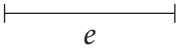
b) Adatok: b, c, m_c.



Vázlat:

2. Szerkessz négyzetet, ha adott az átlójának a hossza! A szerkesztést a füzetedben végezd el!

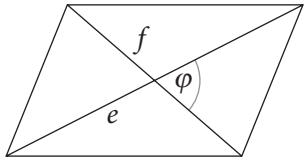
Adat: e.



Vázlat:

3. Szerkeszd meg a paralelogrammát a füzetedben a rendelkezésedre álló adatok alapján!

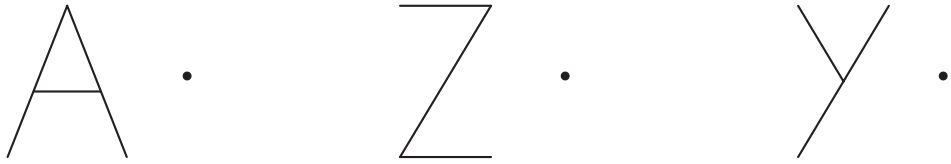
Adatok: e, f, φ.



Vázlat:

4. Peti tetőtéri szobájának egyik függőleges fala olyan szimmetrikus trapéz, melynek alapja 6 méter hosszú, magassága 2,6 méter, és a két szár az alappal 60 fokos szöget zár be. A kémény kivezetése ezen a falon van, a jobb felső sarok alatt 1,6 méterrel. Szerkeszd meg a fal képét egy olyan rajzon, ahol 1 m megfelel 2 cm-nek! Jelöld be a kémény kivezető nyílását!

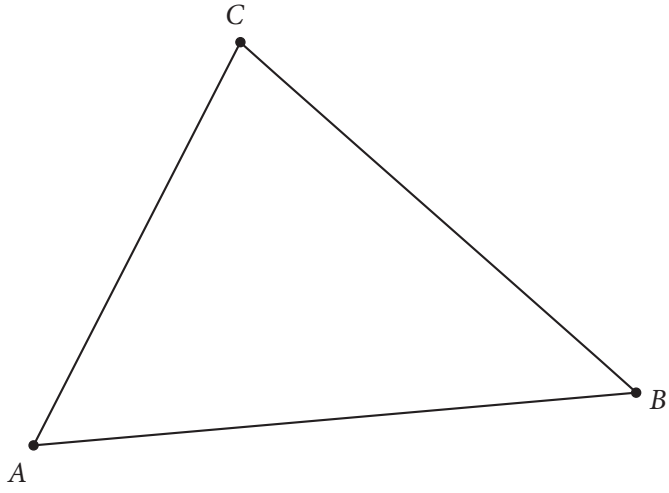
1. Tükrözd a betűket a megadott középpontra!



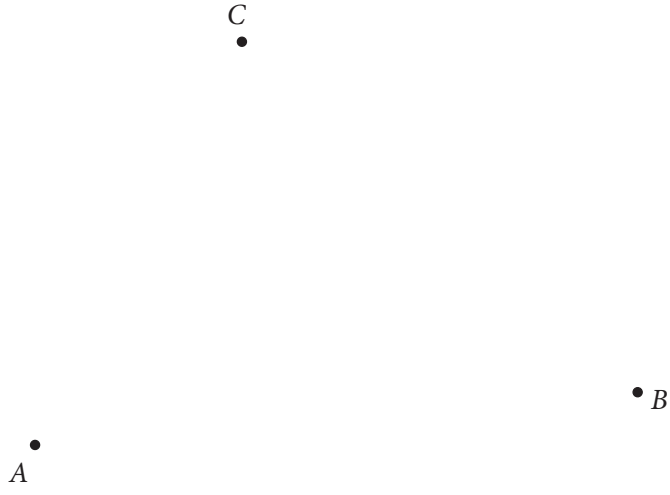
2. A feladatban megadott háromszögben szerkeszd meg az A csúcsból induló magasságvonalat és szögfelezőt! Legyen a BC oldal egyenesének az A csúcsból induló magasságvonallal való metszéspontja E, illetve a szögfelezővel való metszéspontja F!

Melyik hosszabb, az AE vagy az AF szakasz? .....

Milyen háromszög esetében lesz az AE és az AF szakasz egyenlő hosszú? .....



3. A rajzon látható 3 pont Anasztázia (A), Bella (B) és Cintia (C) helyét jelzik az udvaron. Hova álljon Zalán, ha mindhárom gyerektől egyforma távol szeretne lenni? Szerkeszd meg Zalán helyét!



4. Tükrözd középpontosan a 6 cm oldalhosszúságú szabályos háromszöget az oldalfelező merőlegesek *O* metszéspontjára! Keress többféle szerkesztési eljárást!

5. Add meg a következő négyszögek meghatározását!

Trapéz: .....

Paralelogramma: .....

Rombusz: .....

Téglalap: .....

Négyzet: .....

6. Igaz? Hamis? Húzd alá a megfelelő szót!

a) Van olyan négyzet, amely téglalap. Igaz – Hamis

b) Van olyan téglalap, amely négyzet. Igaz – Hamis

c) Minden téglalap rombusz. Igaz – Hamis

d) Minden téglalap paralelogramma. Igaz – Hamis

e) Minden trapéz rombusz. Igaz – Hamis

f) Minden téglalap trapéz. Igaz – Hamis

g) Van olyan téglalap, amely nem paralelogramma. Igaz – Hamis

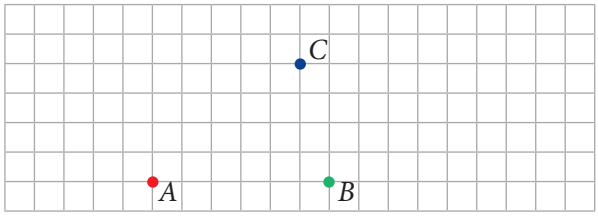
h) Van olyan rombusz, amely nem paralelogramma. Igaz – Hamis

i) Minden rombusz deltoid. Igaz – Hamis

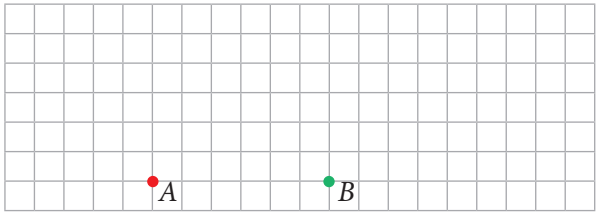
j) Van olyan deltoid, amely téglalap. Igaz – Hamis

7. Rajzolj a négyzetrácsra *ABCD* négyszöget, amely

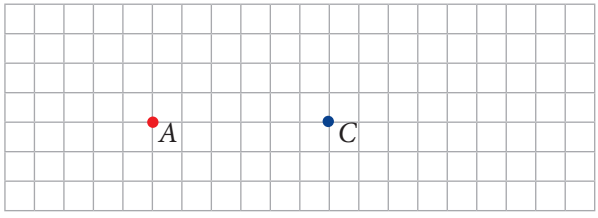
a) trapéz, de nem egyenlő szárú;



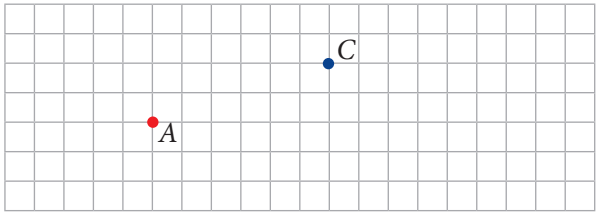
b) paralelogramma, de nem téglalap;



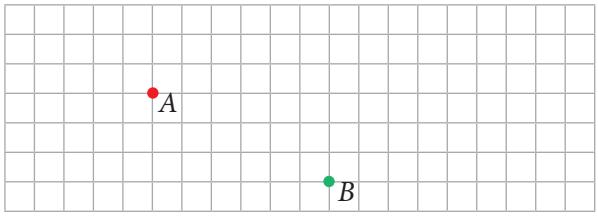
c) rombusz, de nem négyzet;



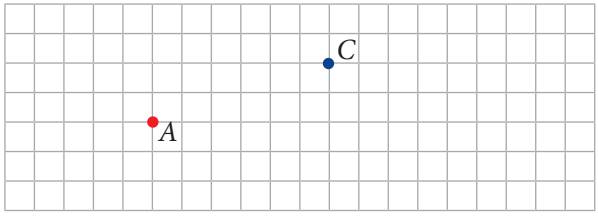
d) deltoid, de nem rombusz;



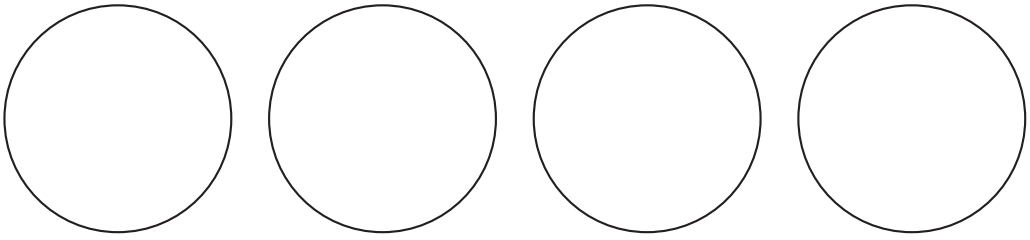
e) téglalap, de nem négyzet;



f) négyzet!



8. *a)* A következő köröket 1, 2, 3 és 4 darab átmérővel vágd fel körcikkekre! Írd az ábrák alá, hogy hány darab körcikket kaptál!

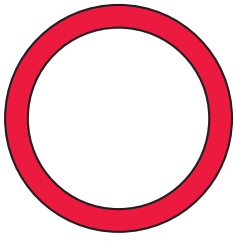


....

b) Ha 210 különböző átmérőt rajzolnék egy körbe, akkor ..... darab körcikket kapnék.

c) 422 darab körcikket ..... darab átmérő berajzolásával kapnék.

9. Az ábrán egy közlekedési táblát látsz.
A következő mondatokat erről fogalmaztuk meg. Pótold a hiányzó szavakat!

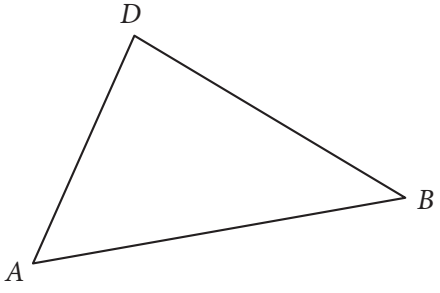


A tábla ..... körvonalból áll, amelyeknek egybeesik a .....

A két körvonalnak nem egyenlő hosszú a ..... és az .....

A piros alakzat neve: .....

10. Fejezd be a szerkesztést úgy, hogy az ábrán *ABCD* deltoid legyen!



1. Mondd ki és írd le többféleképpen az itt látható számokat!
Például: $3^2 = 3 \cdot 3 = 3$ a négyzeten = 3 második hatványa = 9.

a) $4^3 =$ .....

b) $25 =$ .....

c) $7 \cdot 7 \cdot 7 =$ .....

2. Számold ki a hatványok értékét, és tedd ki a megfelelő relációjelet!

a) 2^3 3^2 *b)* 2^4 4^2 *c)* 10^5 100^2 *d)* 3^5 7^3 *e)* 5^3 11^2

3. Végezd el a megfelelő számításokat, majd írd a téglalapba a megfelelő számot, hogy igaz állításokat kapjál! Segítségképpen sorold fel a 2 hatványait!

.....

a) $4 \cdot 4 = 2^{\square}$ *b)* $\square \cdot 8 = 2^5$ *c)* $2 \cdot 4 \cdot \square = 2^6$ *d)* $2^4 \cdot 4 = 2^{\square}$ *e)* $2^2 \cdot 4^2 = 2^{\square}$

4. Volt egy titkom. Hétfőn megsúgtam két osztálytársamnak. Másnap ők is elmondták két-két osztálytársnak, akik még nem tudtak róla, és ez így folytatódott napokig. Hány nap múlva tudja az egész osztály a titkomat, ha 28 fős az osztályunk?

.....

.....

5. Válaszd ki az alábbi állítások közül az igazakat! A lenti ábrákban az igaz állításhoz tartozó mezőket kékre színeztük. Melyik ábra mutatja hibátlanul az állítások igazságtartalmát?

a) $63^1 = 63$ *b)* $12^2 = 144$ *c)* $9^3 = 3^5$ *d)* $625 = 6^{25}$ *e)* $10^4 = 10\,000$
f) $7^5 = 5^7$ *g)* $987^1 = 987$ *h)* $1^{13} = 13$ *i)* $81^1 = 3^4$ *j)* $2^6 = 4^3$

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*	*i)*	*j)*
I.										

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*	*i)*	*j)*
II.										

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*	*i)*	*j)*
III.										

	a)	*b)*	*c)*	*d)*	*e)*	*f)*	*g)*	*h)*	*i)*	*j)*
IV.										

IV. 2. HATVÁNYOK ALKALMAZÁSA

1. Írd a téglalapba a megfelelő számokat úgy, hogy igazak legyenek az alábbi egyenlőségek!

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2 \cdot 2 \cdot 2^{\square} = 2^4 \cdot 2^{\square} = 2^{\square} \cdot 2^{10}$

b) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5^{\square} = 5^9 \cdot 5^{\square} = 5^{\square} \cdot 5^3$

c) $(7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) : (7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7) = 7^{\square} : 7^{\square} = 7^{\square}$

2. Pótold a hiányzó számokat, hogy igaz legyen az egyenlőség!

a) $10^4 \cdot 10^{\square}$ = tízmilliárd;

b) $2^3 \cdot 2^{\square}$ = százhuszonnyolc;

c) $3^{\square} : 3^7$ = kétszáznegyvenhárom;

d) $2^8 + 2^{\square}$ = ötszáztizenkettő.

3. Számítsd ki a hatványok értékeit!

a) $(2^3 \cdot 2)^2 =$ .....

b) $(2 \cdot 2^2)^3 =$ .....

c) $(2^4 : 2^2)^2 =$ .....

d) $\left(\frac{7^5}{7^4}\right)^3 =$ .....

4. Válaszd ki a következő kifejezések közül a 27-tel egyenlőket!

a) $3^9 : 3^5$

b) $\frac{3^6 \cdot 3^4}{3^5}$

c) $(3^4 \cdot 3^2) : 3^3$

d) $\frac{3^8}{3^7} \cdot 3^2$

5. Írd fel a hatványokat szorzatként, majd a megfelelő sorba rendezés után egyetlen szám hatványaként az alábbiakat!

a) $8^5 \cdot 3^5 =$ .....

b) $2^2 \cdot 8^2 =$ .....

c) $13^4 \cdot 2^4 =$ .....

d) $25^4 \cdot 4^4 =$ .....

6. Keresd a párját!

a) $5^4 \cdot 7^4$

b) $12^8 : 6^8$

c) $3^6 \cdot \frac{21^4}{21^4}$

d) $\frac{9^{10}}{9^8} : 3^2$

35^4 $\quad$ 3^{10} $\quad$ 2^8 $\quad$ 3^8 $\quad$ 35^8 $\quad$ 3^6 $\quad$ 9^1 $\quad$ 3^5

7. Keresd meg és karikázd be a helyes értékeket! Melyik művelet és hatvány hiányzik az alsó sárga négyzetből?

a)

$2^8 \xrightarrow{\cdot 2^7}$ 2, 2^{15}, 2^{56}, 2 $\xrightarrow{:2^5}$ 2^4, 2^2, 2^{10}, 1 $\xrightarrow{\cdot 2^3}$ 2^5, 2^6, 2^{13}, 2^{30} $\xrightarrow{:2^9}$ 2^3, 2^4, 2^5, 2^{21}

b)

$5^{24} \xrightarrow{:5^{12}}$ 5, 5^2, 5^{12}, 5^8 $\xrightarrow{:5^6}$ 5^4, 5^5, 5, 5^6 $\xrightarrow{\cdot 5^2}$ 5^8, 5^2, 5^3, 5^{12} $\xrightarrow{\cdot 5^3}$ 5^{24}, 1, 5, 5^{11}

8. Kisebb vagy nagyobb? Tedd ki a megfelelő relációjelet!

a) $(5 \cdot 7)^8$ 12^8; *b)* $4^6 \cdot 5^6$ 20^{36}; *c)* $(8 : 2)^5$ 4^5.

9. Írd fel az alábbi számokat a hatványozást felhasználva helyiértékes összeg alakban, majd tízes számrendszerbeli számként is!

a) $1101001_2 =$ .....

b) $110011010_2 =$ .....

c) $1403_5 =$ .....

d) $3175_8 =$ .....

e) $632_8 =$ .....

f) $111013_8 =$ .....

IV. 3. MIT TANULTUNK AZ OSZTHATÓSÁGRÓL? (ISMÉTLÉS)

1. *a)* Sorold fel a 15 első öt darab többszörösét! .....

b) Sorold fel a 120 osztóit osztópárokba rendezve! .....

.....

c) Sorold fel a 2 és az 5 első öt darab közös többszörösét! .....

d) Sorold fel a 16 és a 20 közös osztóit! .....

2. Összekeveredett a 4, a 6 és a 7 néhány többszöröse. Válogasd ki közülük a megfelelőket, és írd a lenti pontsorokra!

8, 12, 21, 24, 28, 30, 32, 36, 42, 44, 48, 54, 56, 60, 66, 68, 72, 77, 84, 88, 96, 108, 112

a) 4 és 7 közös többszörösei: .....

b) 6 és 7 közös többszörösei: .....

c) 4 és 6 közös többszörösei: .....

d) Fogalmazd meg, milyen tulajdonsággal rendelkezik az a szám, amely mindhárom fenti pontsoron szerepel! .....

e) Fogalmazd meg, milyen tulajdonsággal rendelkezik az a szám, amelyik egyetlen pontsorra sem kerülhetett oda! .....

3. Igaz vagy hamis?

a) Ha egy szám osztható 4-gyel, akkor a szám kétszerese is osztható 4-gyel. ☐

b) Ha egy szám osztható 5-tel, akkor a fele is osztható 5-tel. ☐

c) Ha két szám osztható 3-mal, akkor az összegük is osztható 3-mal. ☐

d) Ha két szám összege osztható 9-cel, akkor mindkét szám osztható 9-cel. ☐

e) Ha két szám osztható 2-vel, akkor a szorzatuk is osztható 2-vel. ☐

f) Ha két szám közül egyik sem osztható 10-zel, akkor az összegük biztosan nem osztható 10-zel. ☐

4. Tegyél ☺-t a táblázatba, ha az alábbi műveletsorok eredményei oszthatók a megadott számokkal, és X-et, ha nem oszthatók!

	2-vel	3-mal	4-gyel	5-tel	100-zal
$8 \cdot 12 \cdot 15$					
$9 \cdot 16 \cdot 25$					
$880 + 128$					
$58 + 93 + 249$					

5. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis! Ha egy számot elosztunk 16-tal, és a hányados 9, akkor ez a szám

a) osztható 2-vel; ☐ *b)* osztható 3-mal; ☐ *c)* osztható 4-gyel; ☐

d) osztható 14-gyel; ☐ *e)* osztható 10-zel; ☐ *f)* osztható 6-tal; ☐

g) osztható 32-vel; ☐ *h)* osztható 72-vel; ☐ *i)* osztható 30-cal. ☐

6. Helyes vagy helytelen? Döntsd el az alábbi következtetésekről, melyik csoportba tartoznak! Adj példát a helytelen következtetésre!

	Helyes	Helytelen	Példa
Ha egy szám osztható 2-vel és 3-mal, akkor osztható 6-tal is.			
Ha egy szám osztható 2-vel és 4-gyel, akkor 8-cal is.			
Ha egy szám osztható 9-cel, akkor a fele osztható 3-mal.			
Ha egy szám osztható 12-vel, akkor 4-gyel is.			
Ha egy szám osztható 18-cal, akkor a fele osztható 9-cel.			
Ha egy szám osztható 7-tel, akkor a négyszerese osztható 2-vel.			
Ha egy szám osztható 32-vel, akkor páros.			
Ha egy szám osztható 11-gyel, akkor páratlan.			

7. Keresd a párját! Milyen elv alapján képezted a párokat?

a) $\frac{2}{3}$ *b)* $1\frac{3}{5}$ *c)* $\frac{5}{4}$ *d)* $\frac{9}{7}$ *e)* $2\frac{1}{6}$ *f)* $\frac{12}{11}$

A) $\frac{80}{64}$ *B)* $\frac{104}{48}$ *C)* $\frac{72}{66}$ *D)* $\frac{28}{42}$ *E)* $\frac{72}{56}$ *F)* $\frac{96}{60}$

8. Többszöröse-e az $A = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$ szám az alábbi számoknak? Ha többszöröse, állapítsd meg, hogy hányszorosa!

a) 12-nek: ..... *b)* 20-nak: .....

c) 35-nek: ..... *d)* 49-nek: .....

e) $2 \cdot 3 \cdot 5$-nek: ..... *f)* $3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$-nek: .....

9. Van-e olyan szám, amelyben a számjegyek szorzata 77? Válaszodat indokold!

.....

10. Írj a 47 974 szám elé és mögé is egy-egy számjegyet úgy, hogy a kapott szám osztható legyen 9-cel! Hány megoldást találtál?

IV. 4. EGY KIS LOGIKA

1. Fogalmazd meg az alábbi állítás tagadását!
Döntsd el, hogy az állítás és a megfordítása igaz vagy hamis!

a) Minden panda fehér. .....

b) Minden bogár rovar. .....

c) Minden kocka téglatest. .....

d) Nincs olyan háromszög, amelyben két derékszög van. .....

2. Húzd alá a helyes választ!
Ha a és b osztható 4-gyel, akkor

a) $a + b$ lehet, hogy osztható 4-gyel; biztos, hogy osztható 4-gyel; nem osztható 4-gyel.

b) $a \cdot b$ lehet, hogy osztható 4-gyel; biztos, hogy osztható 4-gyel; nem osztható 4-gyel.

c) $a - b$ lehet, hogy osztható 4-gyel; biztos, hogy osztható 4-gyel; nem osztható 4-gyel.

d) $\frac{a}{b}$ lehet, hogy osztható 4-gyel; biztos, hogy osztható 4-gyel; nem osztható 4-gyel.

3. Karikázd be a helyes állítások betűjelét! A hamis állításokra írj ellenpéldát!

Ha a 5-tel osztva 2, b pedig 5-tel osztva 3 maradékot ad, akkor

a) $a + b$ osztható 5-tel: .....

b) $a \cdot b$ osztható 5-tel: .....

c) $a - b$ osztható 5-tel: .....

d) $\frac{a}{b}$ osztható 5-tel: .....

4. Egészítsd ki a mondatokat!

a) Ha az a szám 11-gyel osztva 7 maradékot ad, és a b szám 11-gyel osztva ..... maradékot ad, akkor $a + b$ osztható 11-gyel.

b) Ha az a szám 9-cel osztva 3 maradékot ad, és a b szám 9-cel osztva ..... maradékot ad, akkor $a \cdot b$ osztható 9-cel.

c) Ha az a szám 7-tel osztva 5 maradékot ad, és a b szám 7-tel osztva ..... maradékot ad, akkor az $a - b$ osztható 7-tel.

4. EGY KIS LOGIKA

IV.

5. Töltsd ki a táblázatot!
☑ jelenti azt, hogy a vizsgált szám osztható 2-vel, 3-mal, 5-tel, 10-zel vagy 100-zal,
X jelenti azt, ha nem osztható az adott számokkal. Az X jel melletti szám a maradékot jelöli.
Tegyél ☑ -t, ha osztható, és X-et, ha nem osztható a kifejezés az adott számmal! Ha egy mezőbe X-et tettél, akkor azt is írd mellé, mennyi a maradék!

	A	B	C	$A + B + C$	$A \cdot B \cdot C$	$(A + B) \cdot C$
2-vel	☑	☑	☑			
3-mal	X 1	X 2	☑			
5-tel	☑	X 3	X 3			
10-zel	☑	X 5	☑			
100-zal	☑	☑	X 7			

5. A PRÍMSZÁMOK. A SZÁMOK PRÍMTÉNYEZŐS FELBONTÁSA

IV.

1. Fogalmazd meg röviden, mi a különbség az összetett számok és a prímszámok között!

.....

.....

2. Végezd el a prímtényezős felbontást!

a) 54 *b)* 720 *c)* 360 *d)* 2016

Írd fel prímhatványok szorzataként!

a) 54 = ... *b)* 720 = ...

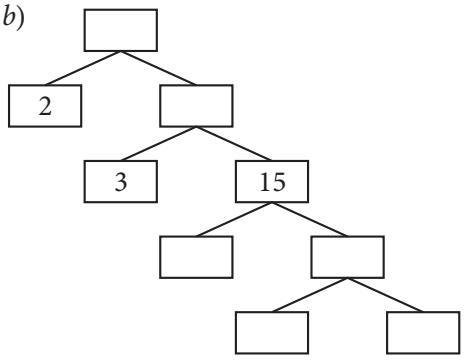
c) 360 = ... *d)* 2016 = ...

3. Egészítsd ki az alábbi prímtényezős felbontásokat! Add meg a kiinduló számokat és hatvány alakjaikat is!

a)

	2
196	
	2
	7
7	

b)



c)

	2
	2
75	
	5
5	

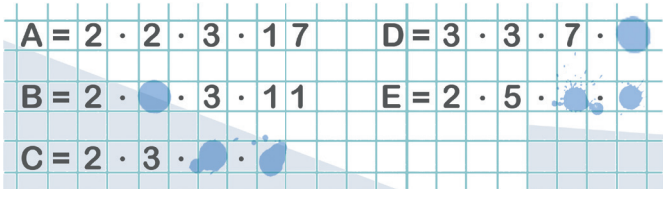
.....

4. Hány különböző számot tudsz felírni szorzat alakban, ha a prímkártyákon az alábbi számok láthatók?

a) 2; 3; 5 ..... *b)* 3; 5; 11 .....

c) 3; 3; 5 ..... *d)* 5; 5; 5 .....

5. Néhány számot prímek szorzataként írtunk fel, némelyik szorzótényező azonban elmosódott. Melyik számra igazak az állítások? A prímek nem csak nagyság szerinti sorban állhatnak.



a) Biztosan páros. .....

b) Lehet, hogy osztható 4-gyel. .....

c) Biztos, hogy osztható 4-gyel? ..... *d)* Lehet négyzetszám. .....

e) Lehet 9 többszöröse. ..... *f)* Biztos, hogy osztható 9-cel? .....

g) Biztos, hogy legalább háromjegyű. .....

6. Egy összetett számot prímszámok szorzatára bontottunk, de a negyedik szorzótényező elmosódott.

Milyen prímszám lehet a hiányzó tényező, ha tudjuk, hogy

a) a szám nullára végződik? ..... *b)* a szám osztható 9-cel? .....

c) a szám osztható 4-gyel? ..... *d)* legalább 8 osztója van? .....

e) osztható 6-tal? .....

6. KÉSZÍTSÜNK MAGUNKNAK OSZTHATÓSÁGI SZABÁLYOKAT! IV.

Kiegészítő tananyag

1. Az alábbi számok közül pirossal húzd alá, amelyik 12-vel, kékkel, amelyik 18-cal osztható!

1236 2654 3972 8316 7362 5472

2. Apró papírlapokra felírtuk az egytől százig terjedő egész számokat, és bedobtuk egy kalapba. Legalább hány számkártyát kell kihúzni ahhoz, hogy biztos legyen köztük olyan, amelyik nem osztható 15-tel?

.....

3. Milyen szabályt lehet megfogalmazni a következő oszthatóságokkal kapcsolatban?

a) Egy pozitív egész szám osztható 55-tel, ha… .....

b) Egy pozitív egész szám osztható 20-szal, ha… .....

c) Egy pozitív egész szám osztható 180-nal, ha… .....

4. Pipáld ki a helyes, vagy javítsd ki a hibás oszthatósági szabályokat!

a) Ha egy szám osztható 4-gyel és 6-tal, akkor osztható 24-gyel is. .....

b) Ha egy szám osztható 3-mal és 12-vel, akkor osztható 36-tal is. .....

c) Ha egy szám osztható 5-tel és 8-cal, akkor osztható 40-nel is. .....

d) Ha egy szám osztható 5-tel és 12-vel, akkor osztható 60-nal is. .....

5. Gondoltam egy számra.
– Négyjegyű.
– Osztható 45-tel.
– Az első és az utolsó számjegye megegyezik.
– A második számjegye 7.
Melyik számra gondoltam?

6. Melyik az a legkisebb, különböző számjegyekből álló

a) háromjegyű szám; .....

b) négyjegyű szám; .....

c) ötjegyű szám, ...

amely osztható mindegyik számjegyével? Válaszodat indokold!

7. Legalább hét összetett számot találunk bármely tíz, egymást követő kétjegyű szám között – mondta magabiztosan Ernő. Igaza volt? Válaszodat indokold!

.....

.....

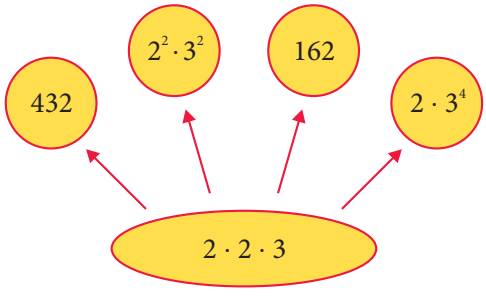
.....

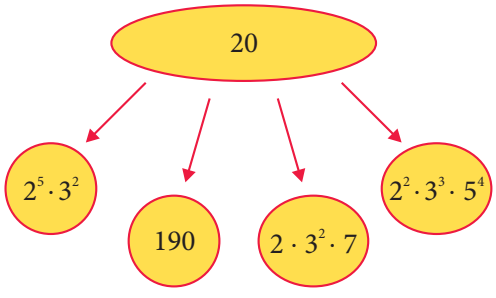
IV. 7. OSZTÓKRÓL, TÖBBSZÖRÖSÖKRŐL MÉG EGYSZER

1. Felsoroltuk néhány szám osztóit párokba rendezve. Töltsd ki a hiányzó mezőket! Keresd meg az osztókat és magát a számot is!

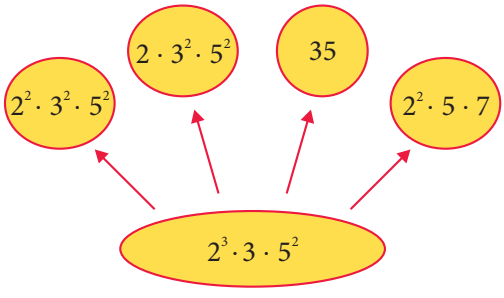
1 — ○	1 — ○	1 — ○
○ — 40	○ — 65	○ — $3 \cdot 5^2$
○ — 20	5 — 26	5 — ○
5 — 16	○ — 13	3^2 — 5^2
8 — ○		○ — ○

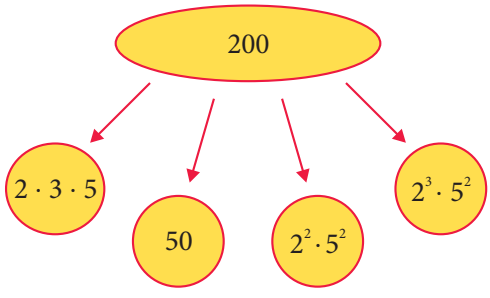
2. Húzd át azokat a számokat, amelyek nem többszörösei a nagy oválisban lévő számnak!



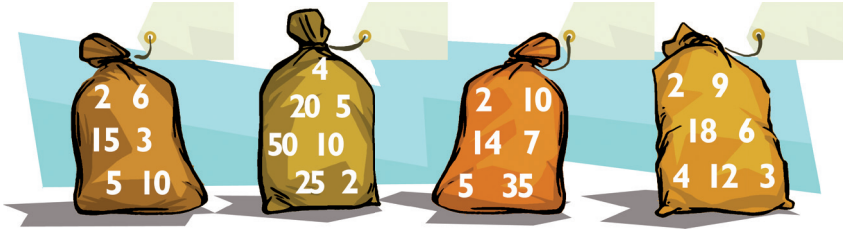


3. Húzd át azokat a számokat, amelyek nem osztói a nagy oválisban lévő számnak!



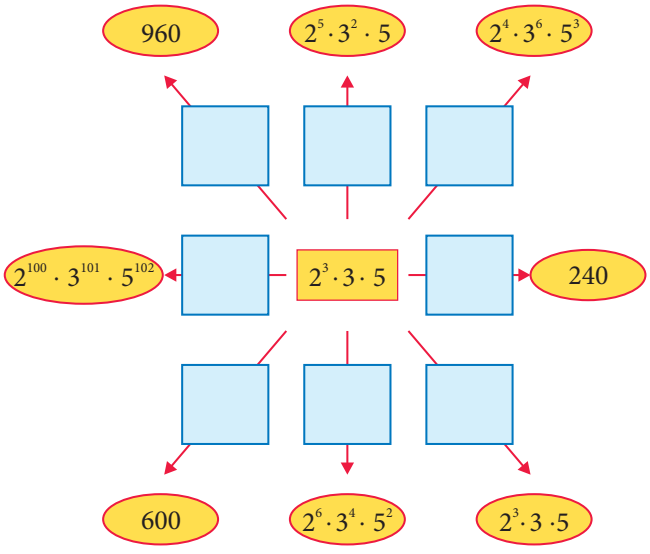


4. Felsoroltuk néhány szám összes valódi osztóját. Keresd meg a számokat!

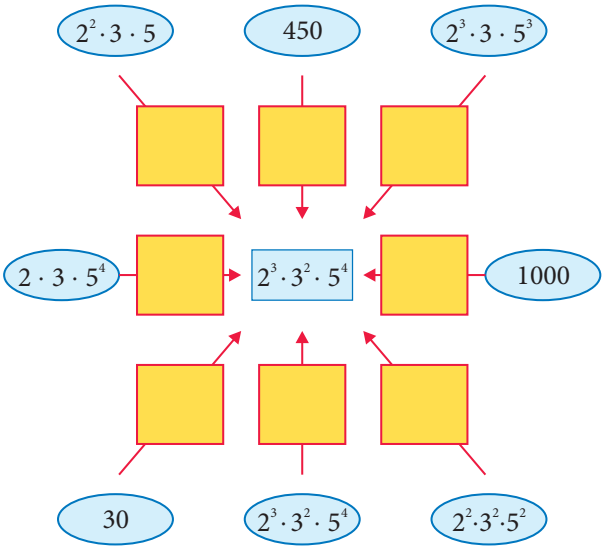


....

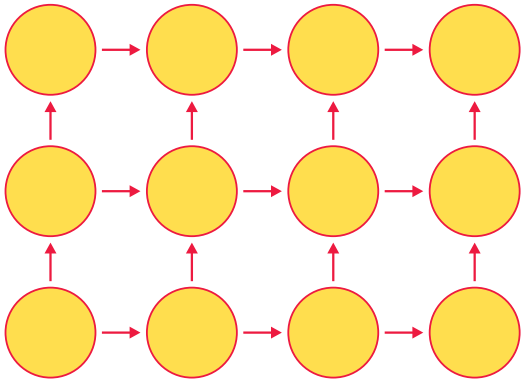
5. Írd a nyilakra, hányszor van meg a középső osztó az őt körülvevő többszörösökben!



6. Írd a nyilakra, hányszorosa a középen álló többszörös az őt körülvevő osztóknak!



7. Sorold fel a 72 osztóit, majd írd az ábrába úgy, hogy a nyíl mindenütt egy többszörösre mutasson!



IV. 8. LEGNAGYOBB KÖZÖS OSZTÓ

1. Igaz vagy hamis? Példán keresztül mutasd meg, ha egy állítás hamis!

a) Két szám legnagyobb közös osztója az osztók közül a legnagyobb. ☐

b) Két szám legnagyobb közös osztója mindig nagyobb, mint 1. ☐

c) Két szám legnagyobb közös osztója megegyezik a kisebb szám legnagyobb osztójával. ☐

d) Két különböző szám legnagyobb közös osztója kisebb a nagyobb számnál. ☐

e) Két szám legnagyobb közös osztója kisebb, mint a kisebb szám. ☐

2. Írd fel a megadott számok közös osztóit!

a) 32 és 40: .....

b) 68 és 102: .....

c) 75 és 60: .....

d) 33 és 34: .....

e) 45 és 46: .....

f) 120 és 216: .....

3. Határozd meg a megadott számok legnagyobb közös osztóját!

a) (18; 22) .....

b) (12; 30) .....

c) (1600; 2500) .....

d) (36; 48; 64) .....

4. Megadtuk két szám közös osztóit, kivéve a legkisebbet és a legnagyobbat. Mely számok közös osztóit írtuk fel?

a) 2; 3; 4; 6: .....

b) 3; 5: .....

c) 2; 3; 6; 7; 14; 21: .....

5. Gondoltam egy kétjegyű számra. A gondolt szám és a 36 legnagyobb közös osztója 9, a gondolt szám és a 49 legnagyobb közös osztója pedig 7. Melyik számra gondolhattam?

6. Egy téglalap területe 108 cm^2. Oldalainak hossza 1-nél nagyobb természetes szám. Mekkorák lehetnek a téglalap oldalai? Rajzolj a füzetedben! Mekkorák legyenek az oldalai, hogy a kerülete a legkisebb legyen?

8. LEGNAGYOBB KÖZÖS OSZTÓ IV.

7. A hetedikesek ajándékcsomagot készítenek az elsősök számára. Összesen 120 kifestőkönyv, 180 grafitceruza és 300 darab cukorka áll a rendelkezésükre.

a) Legfeljebb hány csomagot tudnak elkészíteni, ha azt szeretnék, hogy minden csomag egyforma legyen?

.....

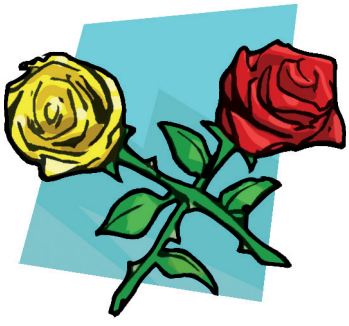
b) Hány darab kifestőkönyv és hány darab grafitceruza kerül ekkor egy csomagba?

.....

8. 60 sárga és 84 vörös rózsát egyforma csokrokba kötöttünk úgy, hogy egy sem maradt ki, és minden csokorba ugyanannyi szál sárga és ugyanannyi szál vörös rózsa került.

a) Legfeljebb hány csokor rózsát készíthettünk ilyen módon?

b) Hány sárga és hány vörös rózsa lesz egy csokorban?



9. LEGKISEBB KÖZÖS TÖBBSZÖRÖS IV.

1. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis! Példán keresztül mutasd meg, ha egy állítás hamis!

a) Két szám legkisebb közös többszöröse a többszörösök közül a legkisebb. ☐

b) Van két különböző pozitív egész szám, amelyek legkisebb közös többszöröse 1. ☐

c) Két szám legkisebb közös többszöröse megegyezhet a két szám közül a kisebb számmal. ☐

d) Két szám legkisebb közös többszöröse megegyezhet a két szám közül a nagyobb számmal. ☐

e) A számok legkisebb közös többszöröse nagyobb, mint a nagyobb szám. ☐

2. Írd fel a megadott számok 4-4 közös többszörösét!

a) 16 és 40: .....

b) 68 és 102: .....

c) 75 és 60: .....

d) 33 és 15: .....

e) 8 és 9: .....

f) 12 és 16: .....

3. Számítsd ki az alábbi számok legkisebb közös többszörösét!

a) [24; 30]: .....

b) [396; 312]: .....

c) [120; 44]: .....

d) [36; 48; 108]: .....

4. Mely számok írhatók a négyzet helyére?

a) [; 6] = 24; .....

b) [16;] = 144; .....

c) [30;] = 60; .....

d) [20;] = 20. .....

5. Olvadásnak indultak az ereszcsatornáról lelógó jégcsapok. Az egyikről 20, a másikról 28 másodpercenként esik le egy vízcsepp. Ha egy adott pillanatban egyszerre halljuk a két csepp becsapódását, akkor legkevesebb mennyi idő múlva halljuk ezt megint egyszerre?

6. Marci és Berci hétvégenként uszodába járnak. Berci 72 másodperc, Marci 108 másodperc alatt tesz meg egy oda-vissza távot. A medencébe egyszerre ugranak be.

a) Hány perc múlva találkoznak először a startkőnél?

.....

b) Hányszor találkoznak az indulási oldalnál, ha 40 percet úsznak?

.....

7. Egy autóbusz-végállomásról reggel 5 óra 20 perckor egyszerre indítanak két különböző útvonalon közlekedő buszt. Az A jelzésű busz 18, a B jelzésű 15 percenként indul.

a) Mikor indítják egyszerre a két buszt legközelebb?

.....

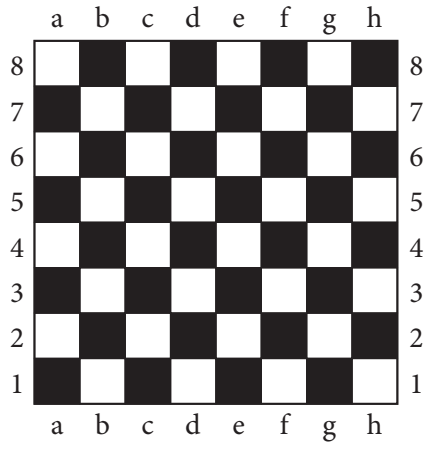
b) Este 23 óráig hány olyan indítási időpont van, amikor az A és a B jelzésű busz egyszerre indul?

.....

1. Hány bástya rakható a sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? (A bástya vízszintesen és függőlegesen mozoghat a sakktáblán. Egy lépésnél tetszőleges számú mezőt haladhat egy irányba.)

.....

.....



2. Hány huszár rakható a sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? (A huszár vízszintesen két, majd függőlegesen egy lépést tehet, vagy függőlegesen lép két mezőt és vízszintesen egyet.)

.....

.....

3. A következő játékot párban játszhatjátok. Az a1 mezőn áll egy bábu, amit felváltva mozgathattok jobbra vagy felfelé. Egyszerre csak egy irányba, de tetszőleges számú mezővel tolhatjátok arrébb a bábut. Az nyer, aki elsőként lép a h8 mezőre. A kezdő vagy a második játékosnak van nyerő stratégiája?

.....

.....

4. Az a1 mezőn most egy huszár áll, így pároddal lólépésben léphettek felváltva. Most is az nyer, aki elsőként lép a h8 mezőre.

a) Nyerhet-e a kezdő játékos? .....

.....

b) Keresd meg a táblán azokat a „nyerő” mezőket, ahonnan egy lépésben beérhetünk a célba!

.....

c) Ki nyerhet abban az esetben, ha az a1 mezőről indulunk, és a cél az a8 mezőn van? .....

5. Válaszolj az alábbi kérdésekre!

a) Lefedhető-e egy 8 × 8-as sakktábla dominókkal? .....

b) Lefedhető-e dominókkal abban az esetben, ha az a1 és h8 mezőket levágjuk? .....

.....

c) Lefedhető-e és dominókkal, ha valamelyik sarokmezőjét levágjuk? .....

.....

1. Írd be a hiányzó kitevőket úgy, hogy az egyenlőség fennálljon!

a) $5^{10} = 5^4 \cdot 5^{\square} = 5^6 \cdot 5^{\square} = 5^{15} : 5^{\square} = 5^{\square} : 5^6$

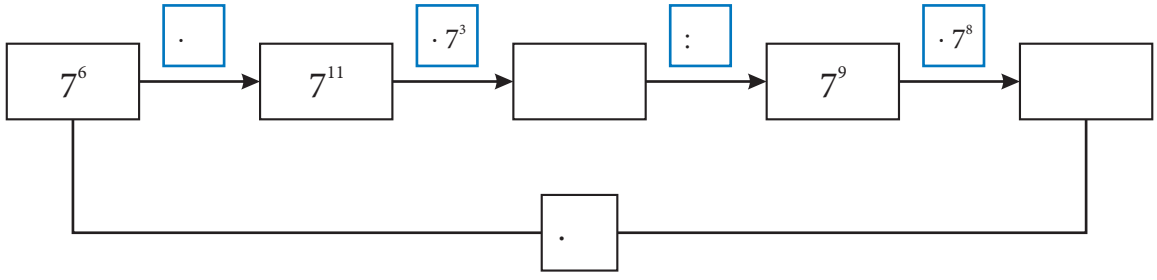
b) $4^{22} = 4^9 \cdot 4^{\square} = 4^{30} : 4^{\square} = 4^3 \cdot 4^9 \cdot 4^{\square} = 4^{19} \cdot 4^4 : 4^{\square}$

c) $9^{18} \cdot 9^4 = 9^{\square} \cdot 9^8 = 9^{19} \cdot 9^{\square} = 9^3 \cdot 9^6 \cdot 9^{\square} = 9^{\square}$

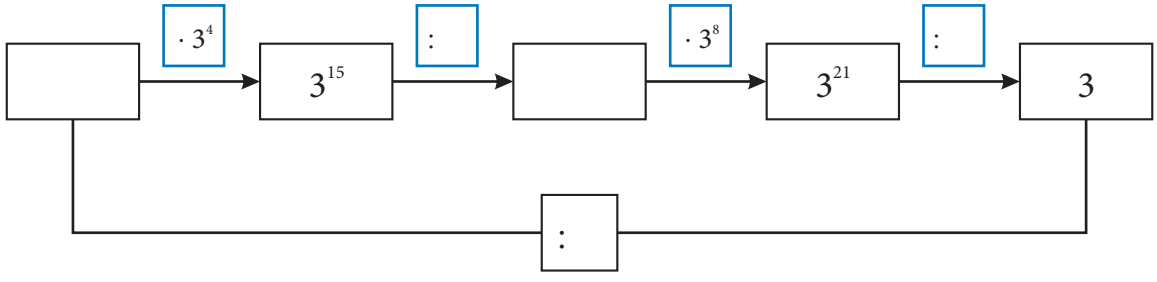
d) $10^{15} : 10^4 = 10 \cdot 10^{\square} = 10^{13} \cdot 10^7 : 10^{\square} = 10^{\square}$

2. Pótold a hiányzó számokat!

a)



b)



3. Határozd meg, melyik számrendszer alapján írtuk fel az alábbi összegeket, és add is meg az adott számrendszerbeli alakjukat! Írd fel ezeket a számokat tízes számrendszerben is!

a) $1 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 =$ ..... $\square =$ ..... $_{10}$

b) $2 \cdot 4^3 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 2 =$ ..... $\square =$ ..... $_{10}$

c) $1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 4 + 1 =$ ..... $\square =$ ..... $_{10}$

4. Sorold fel a számok osztópárjait! Húzd alá a valódi osztókat!

a) 72: .....

b) 147: .....

c) 104: .....

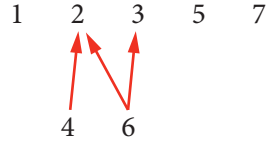
5. Mely számok oszthatók az alábbiak közül 242-vel? A választ az osztás elvégzése nélkül add meg!

a) 1452 *b)* 7128 *c)* $2^2 \cdot 11 \cdot 7$ *d)* $2^2 \cdot 11^3 \cdot 5^2$

6. Töltsd ki a táblázatot!

	Igaz	Nem igaz
Ha egy szám osztható hárommal, akkor a szám osztható kilenccel.		
Egy szám osztható 6-tal, ha számjegyeinek összege osztható 6-tal.		
Egy szám osztható 3-mal, ha számjegyeinek összege osztható 9-cel.		
Három prímszám összege páratlan.		
Három egymást követő szám szorzata osztható 6-tal.		
Két szomszédos természetes szám összege osztható néggyel.		
Van páros prímszám.		
Ha egy számnak a 7 osztója, akkor a szám lehet prím.		
Van olyan prímszám, amelynek a 14 osztója.		
Ha egy szám 0-ra végződik, akkor osztható 4-gyel.		
Minden háromnál nagyobb prímszám szomszédainak szorzata osztható 6-tal.		
Minden háromnál nagyobb prímszám szomszédainak szorzata osztható 12-vel.		

7. Elkezdtük felírni a számokat 1-től 20-ig, és minden számból nyilakat rajzoltunk a valódi osztóihoz. Folytasd a rajzot az összes szám és az összes nyíl berajzolásával!



8. Számítsd ki az alábbi számpárok legkisebb többszörösét!

a) [72; 30] = ...

b) [198; 312] = ...

c) [60; 22] = ...

9. Bontsd fel prímtényezők szorzatára!

a) 2021 *b)* 2022 *c)* 2023 *d)* 2024 *e)* 2025

10. Ha jó helyre gurítod a jobb oldalon látható számokat, akkor a bal oldali mezőkben mindegyik számot fel tudod írni prímhatványok szorzataként.

25 =	12 =	66 =
75 =	21 =	144 =
54 =	81 =	28 =

2^2 2^2 11 3 5^2 3 3 3^3 2 3 7 2 2^4 3^2 3^4 5^2 7

11. Mely számok írhatók a betűk helyére?

a) $[A; 6] = 24$ $A =$ .....

b) $[8; B] = 72$ $B =$ .....

c) $[15; C] = 120$ $C =$ .....

12. Andris szeptember első napjától számítva minden második nap online gitárórára, minden harmadik nap online szolfézsórára jár. Minden második pénteken zenekari próbája van. Ha szeptember elseje hétfőre esik, lesz-e olyan napja december 31-ig, amikor mindhárom különórája egy napra esik, és ha igen, mikor?

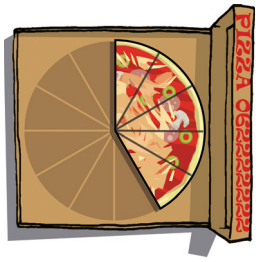
.....

.....

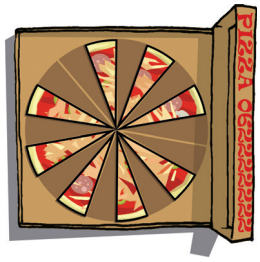
1. Írd fel a képek alapján az elfogyott és a megmaradt pizzaszeletek arányát!

a)

b)



c)



....

2. A táblázatban lévő *a* és *b* számok aránya 3 : 4. Add meg a hiányzó számokat!

a	6		$\frac{6}{5}$			0,75	17		
b		24		0,8	1,2			10	$\frac{4}{5}$

3. Keresd az arányok egyszerűsített formáját, és írd a betűjelét a megfelelő helyre!

a) 14 : 18 *b)* 20 : 25 *c)* 26 : 39 *d)* 4,2 : 5,4 *e)* $2 : \frac{5}{2}$ *f)* $\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ *g)* $\frac{4}{3} : 2$ *h)* $\frac{12}{5} : 3$

- 2 : 3 .....
- 4 : 5 .....
- 7 : 9 .....

4. Írd fel egész számokkal a megadott arányokat!

a) $\frac{3}{9} : \frac{7}{9} =$ ..... *b)* $\frac{5}{6} : \frac{5}{6} =$ ..... *c)* $\frac{1}{2} : \frac{7}{8} =$ .....

d) $\frac{3}{5} : 2\frac{8}{20} =$ ..... *e)* $1\frac{1}{2} : \frac{13}{8} =$ ..... *f)* $\frac{3}{7} : \frac{7}{3} =$ .....

5. Alma és Zoé két különböző osztályba járnak, és különböző helyekre mennek osztálykirándulásra. A kirándulásokra befizetendő összegek aránya 11 : 13. A két kirándulás összesen 14 400 Ft-ba kerül. Alma kirándulása kerül kevesebbe.

a) Mennyit kell fizetni Zoé kirándulására? .....

b) Mennyivel drágább Zoé kirándulása Alma kirándulásánál? .....

6. Két testvér életkorának összege 42 év, életkoruk aránya pedig 8 : 6.

Mennyi idős a fiatalabb testvér? .....

V. 1. ARÁNYOSSÁGRÓL MÉG EGYSZER

7. Két szám összege 546, arányuk 4 : 9. Melyik ez a két szám?

.....

8. Egy téglalap kerülete 66 cm, oldalainak aránya 3 : 8.

a) Mekkorák a téglalap oldalai? .....

b) Mekkora a téglalap területe? .....

9. A három testvér szeretett volna pénzt gyűjteni nyárra. Anya segíteni akart ebben, ezért rengeteg házimunkát írt össze, majd odaírta, hogy melyikért mennyit fizet.
– Ezt nem bírja egy ember egyedül – morgolódott Eszter. – Osztozzunk meg a munkán is, a pénzen is! – javasolta a testvéreinek.
Eszter négyszer annyit dolgozott, mint Kristóf, aki pedig kétszer annyit, mint Kisbence. Kisbence nagyon örült az így szerzett 2000 forintjának.

a) Hány forintot keresett Kristóf? .....

b) Hány forintot ajánlott a munkájukért anya? .....

V. 2. MIT TANULTUNK A SZÁZALÉKSZÁMÍTÁSRÓL?

Hibás dolgozatok

Péter és Paula ikrek. Hasonlítsd össze és javítsd ki a dolgozatukat, hibás megoldás esetén pedig írd le a hibátlan megoldásokat! Ha valamelyik feladat nem tökéletes, de van benne jó is, akkor adhatsz részpontokat. Beszéljétek meg az osztályban, hány pontot adtok ebben az esetben. Osztályozd színes tollal a dolgozatokat a százalékban megadott ponthatárok alapján!

90 – 100	5
75 – 89	4
50 – 74	3
33 – 49	2
0 – 32	1

1. Egy pohár 150 grammos epres joghurt gyümölcstartalma 24%. Hány gramm epret tartalmaz egy pohár joghurt? (3 pont)

(150 : 100) · 24 = 36 g a joghurt epertartalma.

$150 \cdot \frac{24}{100} = \frac{3800}{100} = 38$ g eper van a joghurtban.

2. Számítsd ki, mennyit kellene fizetni egy 3400 Ft-os könyvért, ha megvehetnénk
a) 50%-kal (3 pont); *b)* 24%-kal (3 pont); *c)* 37,5%-kal olcsóbban (3 pont)?

a) (3400 : 100) · 50 = 1700 Ft-ot.
b) (3400 : 100) · 24 = 816 Ft-ot.
c) 3400 · 0,375 = 1275 Ft-ot.

a) 3400 · 0,5 = 1700 Ft-ot.
b) 3400 · 0,76 = 2584 Ft-ot.
c) (3400 : 100) · 62,5 = 2125 Ft-ot.

3. Egy négyzet kerülete 14 000 cm. Oldalait 40%-kal megnöveltük. (5 pont)
a) Hány méter lett így a kerülete?
b) Hány m^2 az új négyzet területe?

a) Először átváltom a hosszúságokat:
14 000 cm = 140 m.
Az oldala: 140 : 4 = 35 m.
Az új négyzet oldala: 35 · 1,4 = 49 m.
A kerülete: $K_{új}$ = 4 · 49 = 196 m.
b) $T_{új}$ = 49 m · 49 m = 2401 m^2.

a) A négyzet oldala: 14 000 : 4 = 3500 cm.
Az új oldal hossza:
(3500 : 100) · 140 = 4900 cm.
Az új négyzet kerülete:
K = 4 · 4900 = 19 600 cm = 196 m.
b) $T_{új}$ = 4900 cm · 4900 cm =
= 24 010 000 cm^2 = 240 100 m^2.

4. A suliban 240 gyerek tízóraizik a menzán. A diákok 70%-a alsós, a felsősök 75%-a ötödikes vagy hatodikos, a többiek mind nyolcadikosok. A szabályzat szerint az alsósok 1 szelet, az 5. és 6. osztályosok 1,5 szelet, a 7. és 8. évfolyamba járók 2 szelet kenyeret kapnak tízóraira. Hány szeletet készítettek a konyhás nénik összesen? (6 pont)

240 · 0,7 = 168 alsós van.
240 · 0,75 = 180 ötödikes vagy hatodikos van.
240 · 0,25 = 60 nyolcadikos van.
168 + 180 · 1,5 + 60 · 2 = 168 + 270 +
+ 120 = 558 szelet kenyeret készítettek.

240 · 0,7 = 168 alsós van.
240 – 168 = 72 felsős van.
72 · 0,75 = 54 ötödikes vagy hatodikos és
72 – 54 = 18 nyolcadikos van.
168 + 54 · 1,5 + 18 · 2 =285 szelet kenyeret kentek a nénik.

5. A kedvenc könyveim 45%-a vicces, a háromnegyede kalandregény. A kedvenc könyveim hány százalékára igaz, hogy vicces kalandregény? (4 pont)

$\frac{3}{4} = \frac{75}{100}$ = 75-a kalandregény.
75 + 45 – 100 = 20
A könyveim 20%-ára igaz mindkét állítás.

$\frac{3}{4} - \frac{45}{100} = \frac{75}{100} - \frac{45}{100} = \frac{30}{100} =$
= 30%-a vicces kalandregény.

6. Digi kereken 120 kg. Szeretne 2 év alatt 20 kg-tól megszabadulni. Ha idén leadja a súlyának a 10%-át, és jövőre ismét lead 10%-ot, akkor vajon sikerülni fog a terve? Hány kg-ot ad le így pontosan? (5 pont)

10% + 10% = 20%-ot ad le, tehát a súlyának 80%-a megmarad.
120 · 0,8 = 96 kg lesz, így sikerül az álma.
24 kg-ot adott le.

Ha a 10%-ot leadja, akkor a 90% megmarad.
120 · 0,9 = 108 kg.
Ezt követően újra lead 10%-ot:
108 · 0,9 = 97,2 kg lesz, így sikerült 20 kg-ot leadnia, sőt pontosan 22,8 kg-ot fogyott.

A 100% KISZÁMÍTÁSA

1.

Számítsd ki, melyik számnak	1%	100%
a 30%-a 657!		
a 120%-a 90!		
a 26%-a 416!		

2. Egy hat évfolyamos iskolában mind a négy hatodik osztályba 24 tanuló jár. Az iskola diákjainak 15%-át teszik ki a hatodikosok. Hányan járnak az iskolába?

A hatodik évfolyam tanulóinak száma .....

15% → ..... 1% → ..... 100% → .....

3. A szolgáltató felirata alapján a filmből még 1 óra 12 perc (40%) van hátra. Hány perc a film hossza?

.....

4. A 250 grammos Maxi Mix ára 30%-kal emelkedett, így 150 Ft-tal drágább lett. Mennyibe kerül most?

.....

5. Alvin egy év alatt 9 cm-t nőtt, ami 6%-os növekedésnek felel meg. Hány cm volt egy évvel korábban, illetve a 6%-os növekedés után?

.....

4. HÁNY SZÁZALÉK? V.

1. Hány százaléka a

a) 15 perc az 1 órának? ..... *b)* 15 perc a 2 órának? .....

c) 12 perc az 1 órának? ..... *d)* 12 perc a fél órának? .....

2. Tudjuk, hogy az ember tömegének nagy része víz. Számítsd ki, hány százalék ez a vízmennyiség, ha tudjuk, hogy egy 60 kg-os ember testében körülbelül 42 kg víz van!

.....

3. „A 3000 megvizsgált háztartás közül 1320-ban volt autó.” – olvashattuk egy statisztikában. A vizsgált háztartások hány százaléka ez?

.....

4. Egy téglalap oldalai 10 cm és 5 cm hosszúak. A téglalap minden oldalát 20%-kal növeljük.

a) Határozd meg a megnövelt téglalap oldalait! .....

b) Számítsd ki az eredeti és a megnövelt téglalap kerületét! .....

c) Hány százalékkal nőtt a téglalap kerülete? .....

d) Számítsd ki az eredeti és a megnövelt téglalap területét! .....

e) Hány százalékkal nőtt a téglalap területe? .....

5. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 27°.

Hány százaléka ez a szög a háromszög másik két szögének? .....

A derékszögű háromszög hegyesszögeinek összege: .....

A háromszög másik hegyesszögének nagysága: .....

A 27°-os szög a derékszögnek ..... %-a. A 27°-os szög a másik hegyesszögnek ..... %-a.

V. 5. A SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS GYAKORLÁSA

1. *a)* Egy 5600 Ft-os termék árát 4760 Ft-ra csökkentették. Hány százalékos az árengedmény?

Az engedmény mértéke Ft-ban: .....

Az engedmény az eredeti árnak ..... %-a.

b) Egy 3200 Ft-os könyv árát 400 Ft-tal csökkentették. Hány százalékos az árengedmény?

.....

c) Egy autó árát 20%-kal emelték, így most 3 millió Ft-ba kerül. Mennyi volt az emelés előtt?

.....

d) Egy 700 Ft-os sajtot 25%-kal olcsóbban adnak. Mennyibe kerül?

.....

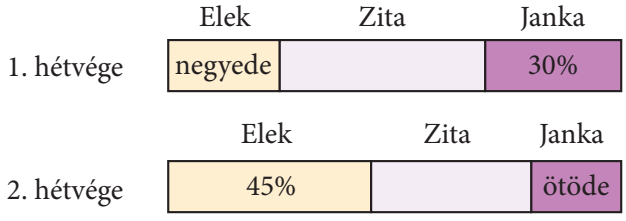
2. A 2020. évi nyári olimpiai játékokon a 173 magyar induló fergetegesen szerepelt. Az összes magyar érem 35%-a ezüst volt, 30%-a arany, és emellett hét bronzérmet is szereztek sportolóink. Hány érmet szereztek összesen a magyarok ezen az olimpián? .....

3. Az előzetes felmérések szerint az iskola 750 tanulójából 210 diák szeretne az iskolai sítáborba menni. Tudjuk azt is, hogy 72 diák azért nem jelentkezett a táborba, mert ők a családjukkal síelnek.

a) A diákok hány százaléka szeretne sítáborba menni? .....

b) Az ide járó tanulók hány százaléka fog síelni az idén? .....

4. Nagymama két egymás utáni hétvégén is ugyanannyi minikrémest sütött három kedvenc unokájának. Elek még egy összesítő grafikont is készített a krémesfogyasztásukról. Ahogy a diagramról is látszik, Zita a 2. hétvégén kevesebbet evett, mint az elsőn, saját bevallása szerint 4 darab krémessel. Számítsd ki, melyik gyerek mikor mennyi krémest evett!



	Elek	Zita	Janka
1. hétvége			
2. hétvége			

5. Egy kilogramm tejszínből körülbelül 62 dkg vaj köpülhető. Körülbelül hány kg tejszínből készíthető 1 kg vaj?

.....

6. Számítsd ki, hány százalékkal csökkentsük a négyzet oldalait ahhoz, hogy az így nyert kisebb négyzet területe az eredeti négyzet területének 64%-a legyen!

.....

V. 6. ÖSSZETETT SZÁZALÉKSZÁMÍTÁSI FELADATOK

1. Melyik műveletsor írja le helyesen 61 000-nek a 12%-kal megnövelt értékét? Karikázd be a megfelelőt!

A: $61\,000 \cdot \frac{12}{100}$ B: $61\,000 \cdot \left(1+\frac{12}{100}\right)$ C: $61\,000 \cdot \left(1-\frac{12}{100}\right)$

D: $61\,000 \cdot 0{,}12$ E: $61\,000 \cdot \frac{112}{100}$ F: $61\,000 \cdot 1{,}12$

G: $61\,000 : 100 \cdot 12$ H: $61\,000 + 61\,000 \cdot 0{,}12$ I: $(61\,000 \cdot 112) : 100$

Válassz ki kettőt a bekarikázottak közül, amellyel legszívesebben számold ki a keresett értéket, és végezd is el a műveleteket!

.....

2. Egy jótékonysági koncert bevételét árvízkárosultak megsegítésére ajánlották fel. A szervezők egyetlen kikötése az volt, hogy az összegyűjtött pénzről a segélyt elosztó szervezetnek kötelessége elszámolni. A bevétel másfél millió Ft volt, ebből 1 275 000 Ft-ot pénzben osztottak szét az árvízkárosultak között.

a) A koncertbevétel hány százaléka került pénzben kiosztásra? .....

b) Írj a sárga téglalapokba számokat úgy, hogy a megmaradt pénzösszeget kapjuk eredményül!

$1\,500\,000 \cdot \frac{\square}{100}$ $1\,500\,000 \cdot \square$ $1\,500\,000 : 100 \cdot \square$

c) A megmaradt pénz 15%-án takarókat, 10%-án lábbelit, 25%-án tisztítószert vásároltak, a maradék összegen élelmiszert és vizet vettek. A koncertbevétel hány százalékáért vásároltak élelmiszert és vizet?

3. Töltsd ki a következő táblázatot!

Eredeti érték	15%-kal növelt érték	A kapott érték 25%-kal növelt értéke	Egy műveletsorral felírva
1500			
	69		
		2875	
x			

4. A Toldi-tanya iskola egy sportszerfejlesztési pályázaton nyert támogatása $\frac{1}{4}$ részét labdákra, 15%-át szőnyegekre, a maradék összeg harmadát pedig korcsolyák vásárlására fordította. A maradék 180 000 Ft-ért síléceket vásároltak.

a) Hány Ft-ot nyert az iskola? .....

b) Mennyit költöttek labdákra? .....

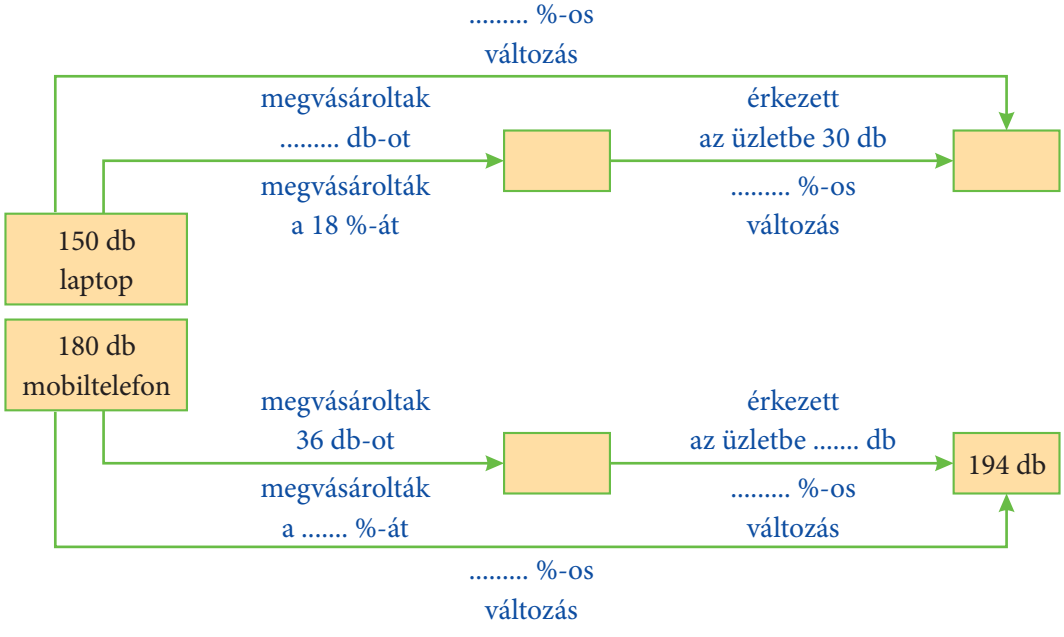
c) Mire költöttek többet, korcsolyára vagy szőnyegekre? Hány százalékkal? .....

5. Egy 24 cm oldalú négyzet egyik oldalát 40%-kal csökkentjük. A másik oldalát annyival növeljük, hogy a kapott téglalap területe egyenlő legyen a négyzet területével.

a) Mekkora a négyzet területe? .....

b) Mekkorák a kapott téglalap oldalai, és mekkora a kerülete? .....

6. Az ábra azt mutatja, hogyan alakult egy elektrotechnikai szakbolt árukészlete. Írd a hiányzó értékeket a megfelelő helyre!



1. A téglalap egyik oldala 15, másik oldala 10 egység hosszúságú. A hosszabbik oldalát 30%-kal csökkentettük, a rövidebbik oldalát 20%-kal növeltük.

a) Rajzold le a téglalapot, és jelöld az ábrán, hogyan változtak az oldalai!

b) Mekkora volt az eredeti téglalap területe?

.....

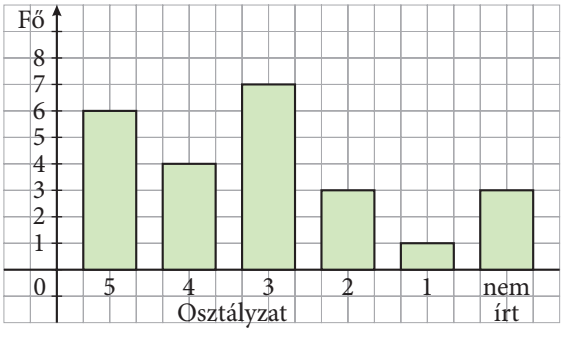
c) Mekkora lett az új téglalap területe?

.....

d) Hány százalékkal változott a téglalap területe?

.....

2. Az oszlopdiagram az egyik hetedikes osztály matematikadolgozatának eredményét mutatja.



a) Hány gyerek jár az osztályba? .....

b) Az osztály hány százaléka írt ötös dolgozatot?

.....

c) Az osztály hány százaléka írt legalább hármas dolgozatot? .....

d) Számold ki az osztály átlagát! .....

3. A Margarita pizzázóban négyféle pizzát lehet kapni: sajtosat, sonkásat, hawaiit és zöldségeset. A ma vásárolt pizzák 16%-a sajtos, 20%-a hawaii és fele sonkás volt. Zöldséges pizzából 35 darabot rendeltek.

a) A ma elkészült pizzáknak hány százaléka volt zöldséges? .....

b) Hány pizza készült ma a pizzériában? .....

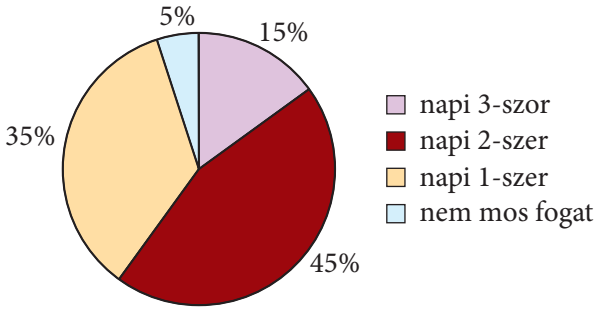
c) Mennyi volt a sajtos pizzákból származó bevétel, ha egy pizza 750 Ft-ba kerül? .....

4. Egy amerikai ember átlagosan évente 8 kg chipset eszik, 23-szor annyit, mint egy magyar. Hány százaléka a magyar chipsfogyasztás az amerikainak? .....

5. Szofi jegyeinek 65%-a ötös, 25%-a négyes, és van két hármasa is. Más jegye nincs. Számold ki az átlagát!

.....

6. A Fogorvosok Egyesülete felmérést készített a gyerekek fogmosási szokásairól.



a) Hány százalékkal vannak többen azok, akik naponta 3-szor fogat mosnak, mint azok, akik nem szoktak fogat mosni? .....

b) Igaz-e, hogy a gyerekek fele naponta legalább kétszer fogat mos? .....

c) 1000 gyerekből átlagosan hány gyerek nem mossa a fogát? .....

d) Hány gyereket kérdeztek meg, ha 5400 gyerek azt válaszolta, hogy naponta átlagosan kétszer mos fogat? .....

7. A gyümölcssaláta elkészítéséhez 4 főre 40 dkg alma, 20 dkg narancs, 30 dkg banán és 25 dkg meggy szükséges.

a) Az elkészült gyümölcssaláta hány százaléka alma? .....

b) Hány százaléka lenne alma abban az esetben, ha a saláta négyszeresét készítenénk el? .....

c) Mennyi banánra van szükség 5,75 kg gyümölcssaláta elkészítéséhez? .....

d) Add meg a gyümölcssalátában lévő összetevők tömegének arányát! .....

8. Számold össze, hány tanórád van egy héten, és mennyi időt töltesz ezen felül az iskolára készüléssel egy hét alatt! Határozd meg, a heti 168 órának hány százalékát töltöd tanulással!

.....

.....

9. Az iskolai kosárlabdadobó bajnokságon az egypontos büntetődobásokból 40 pontot lehetett szerezni. Dávid a pontok 85%-át szerezte meg, Anna a $\frac{9}{10}$ részét, Dóri pedig 2 ponttal szerzett kevesebbet Annánál.

a) Melyik gyerek hány pontot szerzett a versenyen? .....

b) Hány százalékra teljesített Lali, aki 26 pontot szerzett? .....

10. Eszter egyedül 6 óra alatt takarítja ki a lakást. Ha az öccse, Kristóf is segít, akkor 50%-kal hatékonyabbak. Mennyi idő alatt végeznek ketten? .....

1. Töltsd ki az egyenletmegoldáshoz tartozó folyamatábrát, és határozd meg az x értékét!

a) $\frac{5x-4}{3} = 7$

$x =$ .....

Ellenőrzés: .....

b) $\left(\frac{x}{4} + 10\right) \cdot 5 = 60$

$x =$ .....

Ellenőrzés: .....

2. Írd a pontsorra, milyen műveleteket végeztünk el az egyenletmegoldás során!

a) $4\left(\frac{x}{6} - 9\right) = -16$ /.....

$\left(\frac{x}{6} - 9\right) = -4$ /.....

$\frac{x}{6} = 5$ /.....

$x = 30$ /.....

b) $\frac{13-2x}{3} = 7$ /.....

$13 - 2x = 21$ /.....

$-2x = 8$ /.....

$x = -4$ /.....

3. Oldd meg az alábbi egyenleteket!

a) $2(3x + 7) = 68$ *b)* $\frac{4x-3}{5} = 5$ *c)* $\frac{9+6x}{3} = -1$ *d)* $3 \cdot \frac{x-7}{4} = 9$

4. Próbálgatással oldd meg a $3 \cdot x \cdot (12 - x) = 96$ egyenletet!

5. A zárójelek felbontása és összevonás után oldd meg az egyenleteket a lebontogatás módszerével!

a) $3(8 - 2x) + 4(-x - 3) = 8$

b) $2(3 - 4x) + 3(6 + 2x) + 4x = 16$

c) $5(2 + 6x) - 7(2x + 5) = 7$

d) $3(-x - 10) - 2(-3x - 20) = 4$

6. Egy számhoz hozzáadtuk a kétszeresénél 23-mal nagyobb számot, így 47-et kaptunk. Melyik ez a szám?

7. Olga az írószerboltban elköltött pénzének felét költötte illatszerekre. Összesen 1260 Ft-ot költött. Mennyit költött írószerekre, és mennyit illatszerre?

8. A DEZ-informatikai szaküzlet forgalma decemberben a novemberi forgalom háromszorosánál 150 000 Ft-tal nagyobb volt. A két hónapban az összes bevétel 10 600 000 Ft volt. Mennyi volt az üzlet bevétele november, illetve december hónapban?

V. 9. MÉRLEGELV

1. Milyen műveleteket végeztünk az egyenletmegoldás során? Írd a ferde vonal mellé!

a)
$8x - 2 = 5x + 7$ / .....
$8x = 5x + 9$ / .....
$3x = 9$ / .....
$x = 3$

b)
$24 - 3x = 3x$ / .....
$24 = 6x$ / .....
$x = 4$

c)
$3x - 12 + 7x = 15 - 12x + 2x - 7$ / .....
$10x - 12 = 8 - 10x$ / .....
$10x = 20 - 10x$ / .....
$20x = 20$ / .....
$x = 1$

2. A mérlegelv módszerével oldd meg az egyenleteket!

a) $4x + 2 = 2x + 10$ *b)* $5x + 12 = 9x - 16$ *c)* $8x - 7 = 4x + 29$ *d)* $6x + 14 = 9x - 10$

3. Döntsd el, melyik egyenlethez melyik összevont alak tartozik! Oldd meg az egyenleteket!

a) $4x - 7 + 5x - 3 - 2x + 8 = 5x + 6$
b) $11 - 3x + 8 + 7x - 14 = -2x + 10 + 3x - 2$
c) $7x - 9 - 4x - 8 - 2x - 5 = 8 - 3x + 7 + 5x + 1 + 3x$

A) $5 + 4x = x + 8$
B) $x - 22 = 5x + 16$
C) $7x - 2 = 5x + 6$

4. Csilla életkorának ötszöröse 26-tal kevesebb a hétszeresénél. Hány éves Csilla?

5. Összekeveredtek az egyenletmegoldás lépései. Állítsd a lépéseket megfelelő sorrendbe! Írd az egyenlet jobb oldala mellé, milyen lépés következik az egyenletmegoldás során!

a) $4(x-3)+3(2x+5)=2(x-7)+57$

$$x=5$$
$$10x+3=2x+43$$
$$8x=40$$
$$4x-12+6x+15=2x-14+57$$
$$8x+3=43$$

b) $8-2(3x+5)-3(4x-1)=7-5(2-x)$

$$1-18x=5x-3$$
$$4=23x$$
$$8-6x-10-12x+3=7-10+5x$$
$$x=\frac{4}{23}$$
$$1=23x-3$$

6. Egy szám ötszöröséhez 120-at adva a szám hétszeresét kapjuk. Melyik ez a szám?

.....

7. Egy szám négyszereséből 29-et kivonva a szám nyolcszorosánál eggyel nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?

.....

8. Egy számnál nyolccal nagyobb szám tízszerese egyenlő a számnál 2-vel kisebb szám hatszorosával. Melyik ez a szám?

.....

V. 10. EGYENLETEK MEGOLDÁSA MÉRLEGELVVEL

1. Írd le az egyenletmegoldás lépéseit!

$$\frac{2(x-4)}{4}-\frac{3x-1}{2}=\frac{7-2x}{5}-0{,}5 \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{10(x-4)}{20}-\frac{10(3x-1)}{20}=\frac{4(7-2x)}{20}-0{,}5 \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$10(x-4)-10(3x-1)=4(7-2x)-10 \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$10x-40-30x+10=28-8x-10 \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-20x-30=18-8x \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-30=18+12x \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$-48=12x \qquad /\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x=-4$$

2. Oldd meg az egyenleteket az egész számok halmazán!

a) $1-4(x-1)=3(2x-1)-2$

b) $2(3x-2)-8(5-2x)=(4-2x)\cdot(-11)$

3. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{x-2}{3}+\frac{x+1}{4}=\frac{2x}{6}$

b) $\frac{x-2}{5}+5-\frac{3x}{2}=x-\frac{12x}{8}-1$

11. SZÖVEGES FELADATOK MEGOLDÁSA EGYENLETTEL

V.

1. Gergő négyszer annyi idős, mint Dani. Ketten együtt 60 évesek.

a) Melyik egyenlet írja fel helyesen a feladat feltételeit? .....

b) Oldd meg az összes egyenletet! Ellenőrizd a feladat szövege alapján a kapott megoldásokat!

A: $4x = 60$ *B:* $x + 4x = 60$ *C:* $x = 60 - 4x$ *D:* $4x = 60 + x$

2. Anya távolsági buszbérlete 3340 Ft-tal drágább, mint a hetedikes Klárié. A két bérlet együtt 7580 Ft-ba kerül.

a) Melyik egyenlet írja fel helyesen a feladat feltételeit? .....

b) Fogalmazd meg, mit jelöltünk ismeretlennel! .....

c) Oldd meg a kiválasztott egyenleteket! Ne felejtsd el az ellenőrzést!

A: $7580 - 3340 = 2x$ *B:* $x + x + 3340 = 7580$ *C:* $x + x - 3340 = 7580$

3. Válaszd ki, melyik szöveg tartozik az egyenlethez! Fogalmazd meg, mit jelöltünk ismeretlennel! Oldd meg az egyenletet a füzetedben!

$$(x - 4) + x + (x + 6) = 23$$

a) Laci 4 évvel idősebb, mint Vera, de 6 évvel fiatalabb, mint Gedeon. A három gyerek együtt 23 éves.
b) Gellértnek negyedannyi, Zsófinak pedig hatszor annyi pénze van, mint Katának. A három gyerek összvagyona 23 euró.
c) A háromszög egyik oldala 4 cm-rel rövidebb, a másik oldala pedig 6 cm-rel hosszabb, mint a harmadik oldal. A háromszög kerülete 23 cm.

4. Válaszd ki, melyik szöveg tartozik az egyenlethez! Oldd meg az egyenletet a füzetedben!

$$2x + 3x - 8 = 152$$

a) Egy szám kétszeresének és 8 híján a háromszorosának az összege 152.
b) Egy szám kétszeresének és háromszorosának az összege 8 híján 152.
c) Egy szám kétszeresének és háromszorosának az összege 8-cal több, mint 152.

5. Gazsi zsebpénze 3-szor annyi, mint Matyié, és 100 Ft-tal több, mint Jakabé. Hármójuknak együtt 1300 forintja van. Mennyi pénzük van külön-külön?

.....

6. Írj szöveget és megoldást is az alábbi egyenlethez!

$(x - 200) + x + (x + 850) = 11\,288$ .....

.....

.....

.....

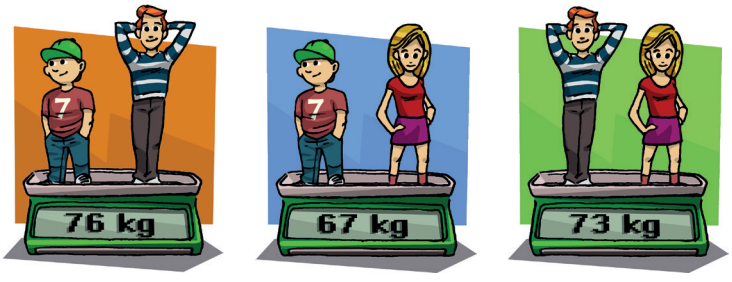
7. Nagyi hatszor annyi idős, mint unokája, Janka, és 10 év híján kétszer annyi idős, mint anya. Hárman együtt 105 évesek.

a) Hány éves Janka? .....

b) Hány éves volt anya, amikor Janka született? .....

c) Hány éves volt nagyi, amikor anya született? .....

8. Három gyerek páronként mérlegre állt. Számítsd ki, milyen nehezek külön-külön!



.....

9. Gondoltam egy számra. Ha a hatszorosából elveszek 40-et, a különbséget elosztom 7-tel, és a hányadosból elveszek 2-t, az eredmény 0 lesz. Melyik számra gondoltam?

.....

10. Gondoltam egy számra. Ha a kilencszeresét hozzáadom a számhoz, és az összeget elosztom 2-vel, a gondolt szám ötszörösét kapom. Melyik számra gondoltam?

.....

11. Egy derékszögű háromszögben a két hegyesszög különbsége 50°.

a) Mekkorák a háromszög belső szögei? .....

b) Mekkora a legnagyobb külső szöge? .....

1. Töltsd ki a táblázat üres mezőit az első sor mintájára! Mindig ki lehet tölteni minden mezőt a kívánt alakú számmal?

Egyszerűsített tört alak	Közönséges tört alak, ha a nevező száz	Tizedes tört alak	Százalék alak
$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	0,2	20%
	$\frac{130}{100}$		
			140%
		1,9	
$\frac{3}{8}$			

2. Egy téglalap oldalai 30 cm és 45 cm hosszúak. A rövidebb oldalát 15%-kal növeltük, a hosszabb oldalát 20%-kal csökkentettük.

a) Mekkorák lettek a téglalap oldalai?

.....

b) Hány cm^2-rel változott a területe? .....

c) Hány százalékkal változott a területe? .....

3. Egy négyzet oldala 3 m. Hány százalékkal változtattuk az oldalait, ha kerülete 15 m-re változott?

.....

4. Hány százalékos az a sóoldat, amelynek tömege 800 gramm és 120 gramm só van benne?

.....

.....

5. Az iskolába járó diákok 60%-a tanul valamilyen hangszeren. Közülük is csak a gyerekek 2%-a, 6 lány tanul hárfázni. Hány diák jár az iskolába?

.....

.....

6. 500 000 Ft-ot kötöttünk le a bankban. A betett pénzünkhöz minden év végén hozzáírják a 6%-os éves kamatot, így ezzel a megnövelt értékkel indul a következő kamatperiódus.

a) Hány forint kamatot kapunk az első év végén? .....

b) Meg tudjuk-e venni a 4. év végén ebből a kamatokkal megnövelt összegből az általunk kiválasztott 610 000 Ft-os konyhabútort? .....

7. Egyre több a túlsúlyos gyerek hazánkban is, ami sok esetben a mozgás hiányára utal. A kamasz gyerekek kalóriaszükséglete 2000-2200 kcal naponta, ami igen könnyen átléphető a túlzott nassolással. Ha figyelsz arra, hogy egészségesen étkezz és rendszeresen sportolj, nem kell aggódnod a súlyfelesleg miatt. Az alábbi táblázatban megtalálod, mennyi kalóriát égethet el egy körülbelül 60 kilogrammos gyerek fél óra alatt az alábbi mozgásformákkal.

Mozgásforma	futás	gyaloglás	hólapátolás	kerék-pározás	kirándulás	focizás	porszívózás	úszás
Kalória	303	90	181	228	195	242	75	217

a) Te mit sportolsz? Nézz utána, mennyi kalóriát égetsz el ezzel alkalmanként! .....

b) Egy óra porszívózással, vagy fél óra hólapátolással égetsz el több kalóriát? .....

c) Fél óra futással hány százalékkal több kalóriát égetsz el, mintha fél órát gyalogolnál? .....

d) Ha megeszel egy tábla csokit (kb. 550 kcal), az hány százaléka a szükséges kalóriabevitelednek?

.....

8. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{5}{7}x - 13 = 12$

b) $\frac{1}{3}x - \frac{5}{12}x = 5$

9. Oldd meg az egyenleteket!

a) $\frac{3x-6}{5}-2=7$

b) $\frac{x-2}{2}+\frac{x+2}{5}=x+1$

10. Gondoltam egy számra. Ha a szám 3-szorosánál 5-tel nagyobb számot elvesszük a szám 9-szereséből, épp 1000-et kapunk. Egész számra gondoltam?

.....

11. A háromszög egyik belső szöge ötször akkora, mint a másik belső szöge. A harmadik szögének nagysága megegyezik a másik két belső szög összegével. Határozd meg a háromszög belső szögeit!

.....

12. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 11. Ha ebből a számból elvesszük a számjegyeinek felcserélésével kapott számot, a különbség 45 lesz. Melyik ez a kétjegyű szám?

.....

13. A hetedikesek hatodának fekete a mobiltelefon-hátlapja, a 25%-ának fehér. Az évfolyam felének mintás hátlap van a telefonján. 6 gyereknek nincs mobilja.

a) Hányan járnak a hetedik évfolyamra?

.....

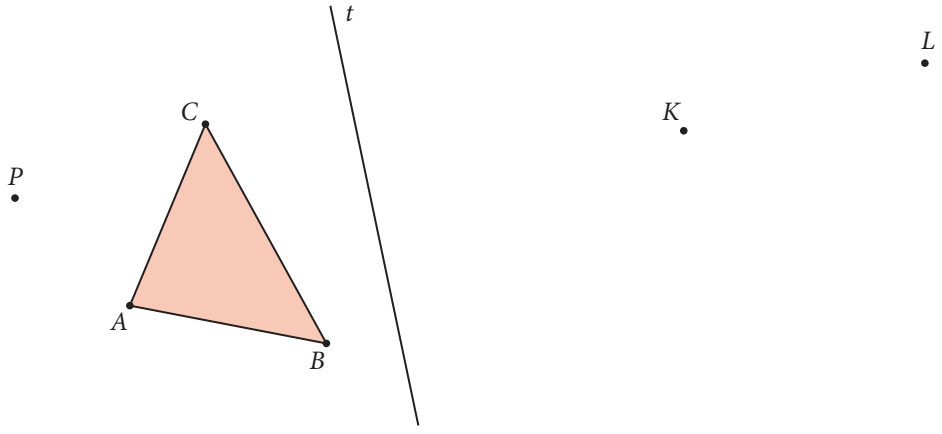
b) Hány hetedikesnek van fehér mobiltelefonja?

.....

c) A 7.a-sok 4-gyel többen vannak, mint a 7.b-sek. (Az iskolában két hetedik osztály van.) Hány 7.b-s jár a suliba?

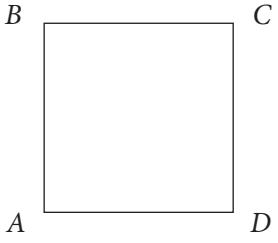
.....

1. Megadtunk egy *ABC* háromszöget, egy *t* egyenest és a *P*, *K*, *L* pontokat!
a) Tükrözd a háromszöget a *t* egyenesre!
b) Tükrözd a háromszöget a *P* pontra!
c) Másold át az *ABC* háromszöget úgy, hogy *B* és *C* csúcsai a *K* és az *L* pontokba essenek!
Mit tapasztalsz, milyen helyzetűek és mekkorák a háromszögek oldalai, szögei?



2. Az *ABCD* húrtrapéz trapéz egyik szöge 120°, két párhuzamos oldala *AB* = 4 cm és *CD* = 5 cm hosszú. Az *AB* szakaszt megadtuk. Szerkeszd meg a trapéz hiányzó *C* és *D* csúcsainak összes lehetséges helyét!

3. Rajzolj az *ABCD* négyzet *CD* oldalára kifelé egy *DCE* szabályos háromszöget! Igazold, hogy az *ABE* háromszög egyenlő szárú háromszög!



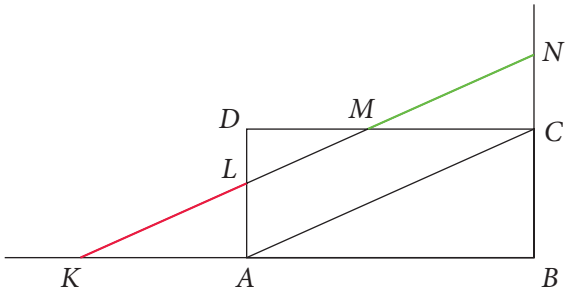
Indoklás: .....

.....

.....

1. EGYBEVÁGÓ HÁROMSZÖGEK, SZERKESZTÉSEK VI.

4. Az *ABCD* téglalapot elvágtuk egy, az *AC* átlójával párhuzamos egyenes mentén. Igazold, hogy *KL* = *MN*!



Indoklás: .....

.....

.....

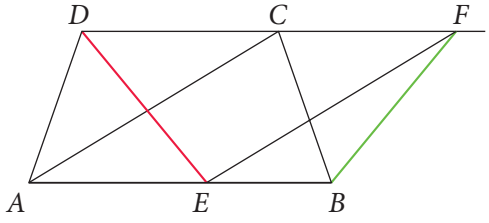
.....

5. Az ábrán látható *ABCD* húrtrapézt (egyenlő szárú trapézt) elvágtuk egy az *AC* átlójával párhuzamos *EF* egyenes mentén.

a) Igazold, hogy *AE* = *CF*!

b) Igazold, hogy $DAE\sphericalangle = BCF\sphericalangle$!

c) Igazold, hogy *DE* = *BF*!



Indoklás: .....

.....

.....

2. ÖSSZEFÜGGÉSEK A HÁROMSZÖG OLDALAI, SZÖGEI KÖZÖTT VI.

1. Pótold a hiányzó adatokat! (Az α, β, γ a háromszög belső szögeit, az α', β', γ' pedig a megfelelő külső szögeket jelentik.)

α	β	γ	α'	β'	γ'
16°		95°			
41°	48°				
			115°	123°	
29°11′					117°
			98°43′		90°30′

2. Rakd növekvő sorrendbe a háromszög *a*, *b* és *c* oldalát, ha $\alpha = 42°\ 21'$, $\gamma' = 102°\ 46'$!

.....

3. Melyik igaz, melyik hamis?

a) Minden háromszögben két oldal hosszának az összege nagyobb a harmadiknál. ☐

b) Minden háromszögben két szög összege nagyobb a harmadiknál. ☐

c) Van olyan háromszög, amelyben két szög összege egyenlő a harmadikkal. ☐

d) A derékszögű háromszögben két oldal hosszának összege egyenlő lehet a harmadik hosszával. ☐

e) Nincs olyan háromszög, amelynek két külső szöge is tompaszög. ☐

f) Van olyan háromszög, amelynek két külső szöge is hegyesszög. ☐

4. Egy háromszögben $\alpha - \beta = \beta - \gamma = 21°$. Mekkorák a háromszög külső szögei?

$\alpha' =$ ..... $\beta' =$ ..... $\gamma' =$ .....

5. Egy háromszög legnagyobb szöge a legkisebb szögének a háromszorosával, a középső szöge pedig a kétszeresével egyenlő. Mekkorák a háromszög belső és külső szögei?

$\alpha =$ ..... $\beta =$ ..... $\gamma =$ .....

$\alpha' =$ ..... $\beta' =$ ..... $\gamma' =$ .....

6. A derékszögű háromszög egyik szöge 32°-kal nagyobb egy másik szögénél. Mekkorák a háromszög külső szögei?

Válasz: .....

.....

7. Milyen speciális háromszögben fordulhat elő, hogy egy belső szög egyenlő egy külső szöggel?

Válasz: .....

8. Van-e olyan háromszög, amelynek egyik belső szöge egyenlő egy másik csúcsnál lévő külső szögével? Válaszodat indokold!

Válasz: .....

3. SOKSZÖGEK SZÖGEI ÉS ÁTLÓI

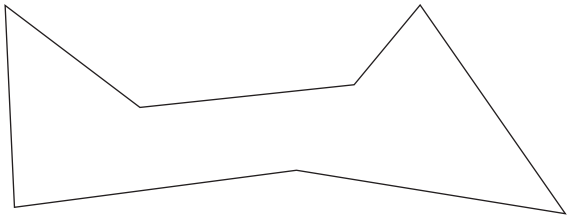
VI.

1. Töltsd ki a táblázatot! Az α, β, γ, δ egy konvex négyszög belső, az α', β', γ', δ' pedig a megfelelő külső szögeit jelenti.

α	β	γ	δ	α'	β'	γ'	δ'
52°	43°		110°				
40°	58°						91°
				100°	112°	125°	
48°30′						93°40’	120°

2. Add meg az ábrán látható konkáv sokszögek belső szögeinek összegét háromszögekre darabolással!

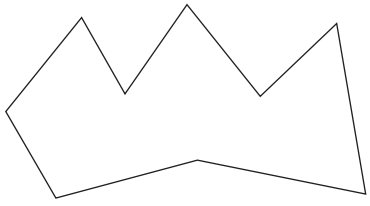
a)



A belső szögek összege:

.....

b)



A belső szögek összege:

.....

3. Rajzolj és számolj! Válaszolj a kérdésekre ötszög, hatszög és nyolcszög esetén!

a) Hány átló húzható egy csúcsból?
b) Hány háromszögre vágják az egy csúcsból húzható átlói?
c) Hány darab átlója van összesen?
d) Mennyi a belső szögeinek összege?
e) Mennyi a külső szögeinek összege?

Oldalak száma	5	6	8
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			

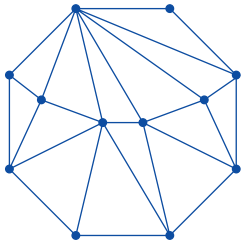
4. Hány oldala van a konvex sokszögnek, ha

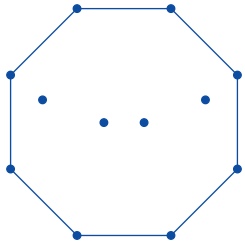
a) egy csúcsból 37 átló húzható;
b) az egy csúcsból húzott átlók 22 darab háromszöget hoznak létre?

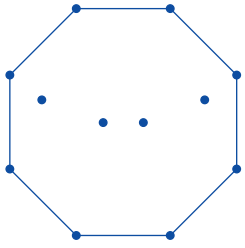
a) .....
b) .....

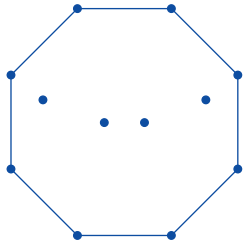
VI. 3. SOKSZÖGEK SZÖGEI ÉS ÁTLÓI

5. Egy nyolcszögben négy pontot helyeztünk el az ábrán látható módon. (Semelyik három pont nem esik egy egyenesre.) A tizenkét pont közül bármelyik kettő összeköthető egy szakasszal, de egy már berajzolt szakaszt nem keresztezhet új vonal. A behúzott szakaszokkal oszd háromszögekre a nyolcszöget! Az első ábrát megrajzoltuk. Készíts többféle ábrát!
Te hány darab háromszögre vágtad ilyen módon a nyolcszöget? Írd az ábrák alá!









..... db háromszög ..... db háromszög ..... db háromszög ..... db háromszög

Minden esetben ugyanannyi lett a háromszögek száma? .....
Keress magyarázatot az észrevételedre!

.....

.....

.....

.....

VI. 4. A TERÜLET ÉS A TÉRFOGAT MÉRTÉKEGYSÉGEI

1. Megadtuk egy téglalap két oldalának hosszát. Számítsd ki a kerületét és a területét!

a) $a = 3$ cm, $b = 7$ cm $K =$ ..... $T =$ .....

b) $a = 64$ cm, $b = 12{,}8$ dm $K =$ ..... $T =$ .....

c) $d = 19{,}7$ m, $h = 28{,}3$ m $K =$ ..... $T =$ .....

Mondjatok olyan tárgyakat, dolgokat, amelyek kb. ekkorák lehetnek!

2. Megadtuk egy téglatest három, egy csúcsból kiinduló élének hosszát. Számítsd ki a felszínét és a térfogatát!

a) $a = 8$ mm, $b = 8$ mm, $c = 200$ mm $A =$ ..... $V =$ .....

b) $a = 60$ cm, $b = 120$ cm, $c = 200$ cm $A =$ ..... $V =$ .....

c) $d = 45$ m, $h = 31$ m, $m = 11$ m $A =$ ..... $V =$ .....

Mondjatok olyan tárgyakat, dolgokat, amelyek kb. ekkorák lehetnek!

4. A TERÜLET ÉS A TÉRFOGAT MÉRTÉKEGYSÉGEI VI.

3. Válts át mindent cm^3-be, és állítsd nagyság szerint csökkenő sorrendbe a mennyiségeket!

a) 9 000 000 mm^3 *b)* 47 mm^3 *c)* 291 dm^3 *d)* 0,0057 dm^3 *e)* 6 m^3 *f)* $\frac{1}{4}$ m^3

....

.....

4. Anya meggyes pitéje egy 32 cm-szer 46 cm-es tepsiben sült, és 4 cm magas lett. A tepsi oldalai mentén, a szélétől 2 cm-re levágtuk a süti széleit, ez maradt nekünk. A középső szép részt 7 cm × 7 cm-es részekre vágtuk, és porcukorral meghintettük.

a) Hány darab szép pite lett? .....

b) Hány vágásra volt szükség összesen? .....

c) Belefférnek-e egy 22 cm × 30 cm × 10 cm-es dobozba a szép piték (további darabolás nélkül, de esetleg egymásra helyezve) ? .....

.....

5. A PARALELOGRAMMA TERÜLETE VI.

1. Számold ki a paralelogrammák területét!

a) $a = 26$ m, $m_a = 10$ m; $t =$ .....

b) $b = 9$ dm, $m_b = 4$ dm; $t =$ .....

c) $a = 105$ cm, $m_a = 0{,}6$ m; $t =$ .....

d) $b = 3{,}28$ m, $m_b = 152$ cm. $t =$ .....

2. Mekkora az előző feladat megfelelő paralelogrammájának a hiányzó oldala, illetve magassága, ha

a) $b = 13$ m; $m_b =$ .....

b) $a = 5$ dm; $m_a =$ .....

c) $m_b = 50$ cm; $b =$ .....

d) $m_a = 16{,}2$ dm? $a =$ .....

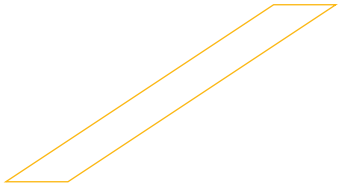
3. Szerkesztéssel és méréssel határozd meg a paralelogrammák magasságait!

a)

m_a = ...

m_b = ...

b)



m_a = ...

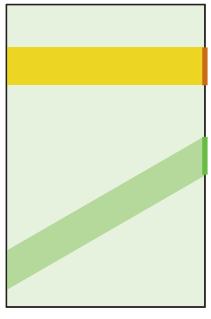
m_b = ...

Egy oldal hosszának megmérésével számold ki a paralelogrammák területét!

t = ... t = ...

Mérés nélkül határozd meg a hiányzó oldal hosszát! ....

4. Az ábrán egy könyv borítójának a vázlata látható. A sárga árnyalatú, téglalap alakú részben helyezték el a szerző nevét, a zöld árnyalatú, paralelogramma alakú síkidomban olvasható a könyv címe. Melyik színű terület a nagyobb, ha a vázlat jobb szélén látható barna és zöld szakaszok egyenlő hosszúak?

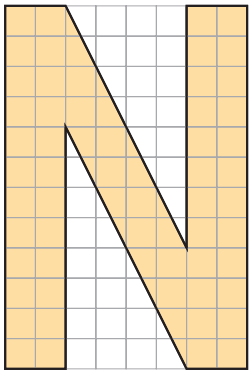


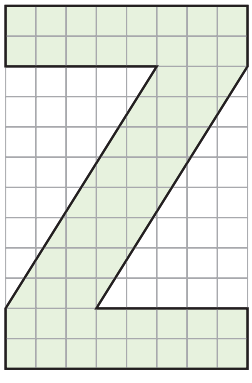
.....

.....

.....

5. Egy nyolcszor tizenkettes négyzethálóra betűket terveztünk. A szomszédos rácsvonalak távolsága 4 mm. Mekkora a betűk területe? Használd a szürke segédvonalakat!





Az N szárának területe: .....

Az N közepének területe: .....

Az N területe: .....

A Z szárának területe: .....

A Z közepének területe: .....

A Z területe: .....

6. Egy paralelogramma középpontja a 2,5 cm-es oldalától 1 cm-re található.

a) Számítsd ki a paralelogramma területét!

.....

b) Milyen messze van ez a középpont a paralelogramma 3 cm-es oldalától?

.....

6. A HÁROMSZÖG TERÜLETE

VI.

1. Számold ki a háromszögek területét!

a) $a = 18$ m, $m_a = 12$ m; $t =$ .....

b) $b = 11$ dm, $m_b = 6$ dm; $t =$ .....

c) $c = 21$ mm, $m_c = 17$ mm; $t =$ .....

2. Add meg az adott területű háromszög hiányzó magasságait!

a) $t = 270\ \text{cm}^2$, $a = 25$ cm, $b = 27$ cm, $c = 30$ cm

a) $m_a =$ .....

$m_b =$ .....

$m_c =$ .....

b) $t = 360\ \text{dm}^2$, $a = 36$ dm, $b = 45$ dm, $c = 60$ dm

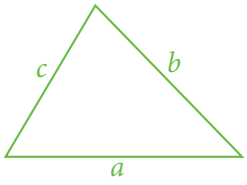
b) $m_a =$ .....

$m_b =$ .....

$m_c =$ .....

3. Rajzold be és mérd meg a háromszögek magasságait!

a)

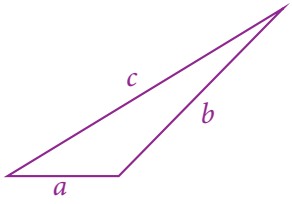


$m_a =$ .....

$m_b =$ .....

$m_c =$ .....

b)



$m_a =$ .....

$m_b =$ .....

$m_c =$ .....

Egy oldal hosszának megmérésével számold ki a háromszögek területét!

$t =$ ..... $t =$ .....

Mérés nélkül határozd meg a hiányzó oldalak hosszát! ....

4. Írd be a hiányzó szavakat!

a) A háromszög csúcsa és a vele szemközti oldalegyenes távolságát a háromszög ..... nevezzük.

b) A háromszögeknek ..... darab magasságuk van.

c) A háromszög területét megkapjuk, ha az egyik oldalának hosszát megszorozzuk a ..... magasság hosszának felével.

d) A derékszögű háromszög befogójához tartozó magasság megegyezik a ..... .

e) A szabályos háromszögnek három darab ..... hosszúságú magassága van.

f) Minden egyenlő szárú háromszögnek van ..... darab egyenlő hosszúságú magassága.

5. Egy háromszög egyik oldala 125 cm, a hozzá tartozó magasság pedig 10 cm. Mekkora a vele egyenlő területű négyzet kerülete?

A háromszög területe: .....

A négyzet oldalának hossza: .....

A négyzet kerülete: .....

6. Egy háromszög és egy téglalap alakú virágágyás egyenlő területű. A háromszög egyik oldala 36 m, a hozzá tartozó magasság 16 m. A téglalap egyik oldala kétszerese a másiknak. Mekkora a téglalap kerülete?

A téglalap kerülete: .....

7. Az *ABCDE* konvex ötszöget két átlójával háromszögekre bontottuk. A *BE* átlója 12 cm, a *BD* átlója 9 cm hosszú. A *BE* átlótól az *A* csúcs 3 cm-re, a *D* csúcs 4,5 cm-re, a *BD* átlótól a *C* csúcs pedig 2 cm távolságra található. Készíts vázlatrajzot!

a) Mekkora az ötszög területe? *b)* Milyen messze van a *BD* átlótól az *E* csúcs?

a) Az ötszög területe: ..... .

b) A *BD* átló és az *E* csúcs távolsága: ..... .

7. A TRAPÉZ TERÜLETE

VI.

1. Mekkora a trapéz területe, ha

a) $a = 62$ dm, $c = 54$ dm, $m = 30$ dm;

$t =$ .....

b) $a = 43$ mm, $c = 19$ mm, $m = 28$ mm?

$t =$ .....

2. Mekkora a trapéz magassága, ha

a) $a = 36$ m, $c = 28$ m, $t = 460{,}8$ m^2;

$m =$ .....

b) $a = 34{,}2$ m, $c = 11{,}4$ m, $t = 364{,}8$ m^2?

$m =$ .....

3. Mekkora a trapéz hiányzó alapjának hossza, ha

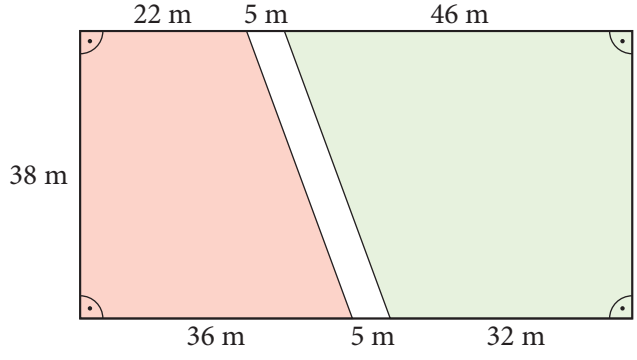
a) $c = 16{,}6$ m, $m = 28$ m, $t = 1618{,}4$ m^2;

$a =$ .....

b) $c = 8{,}4$ m, $m = 10{,}5$ m, $t = 181{,}65$ m^2?

$a =$ .....

4. A mellékelt térképvázlaton egy gyümölcsöskert alakját és méreteit láthatod. A bal oldali részen almafák, a jobb oldalin barackfák vannak. Melyik rész nagyobb és mennyivel? Mekkora a két rész közötti út területe?



Mindkét telekrész ..... alakú.

A rövidebb szár mindkettőnél egyben ..... is.

Az almafás rész területe: .....

A barackfás rész területe: .....

A nagyobb mennyiségből vonjuk ki a kisebbet: .....

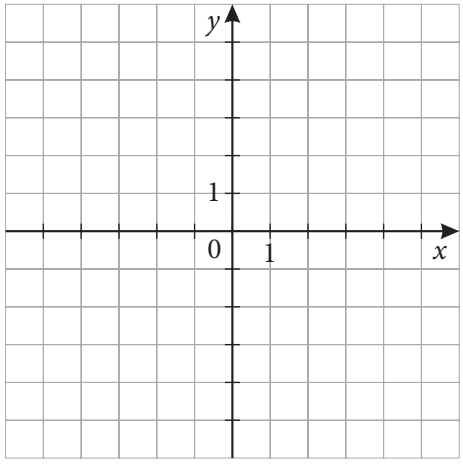
Vagyis ..... rész területe ..... m^2-rel nagyobb, mint ..... rész területe.

A térképvázlaton látható út alakja: ..... A területe: .....

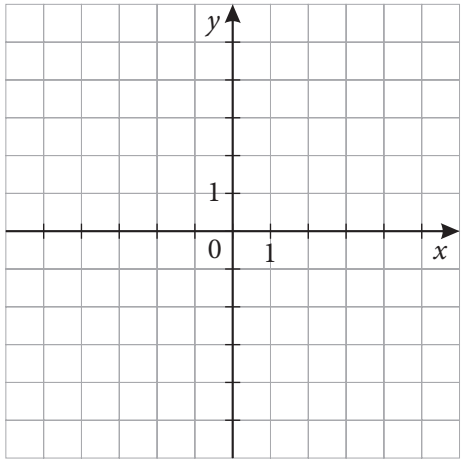
VI. 7. A TRAPÉZ TERÜLETE

5. A következő trapézok csúcsait koordináta-rendszerben adtuk meg. Rajzolj, majd számítsd ki a trapézok területét, ha a rácsnégyzetek oldalhossza 1 cm!

a) $A(-2; -1)$, $B(4; -1)$, $C(3; 4)$, $D(1; 4)$



b) $A(-5; -3)$, $B(3; -3)$, $C(6; 5)$, $D(0; 5)$



$a =$ ..... , $c =$ ..... , $m =$ .....

$t =$ .....

$a =$ ..... , $c =$ ..... , $m =$ .....

$t =$ .....

VI. 8. A DELTOID TERÜLETE

1. Számold ki a deltoid területét az e és az f átlójának ismeretében!

a) $e = 12$ m, $f = 32$ m
b) $e = 23$ cm, $f = 42$ cm
c) $e = 21{,}3$ mm, $f = 33{,}2$ mm
d) $e = 35{,}2$ dm, $f = 51{,}6$ dm

a) $t =$ .....
b) $t =$ .....
c) $t =$ .....
d) $t =$ .....

2. Melyik deltoid területe nagyobb, és hányszorosa a másikának?

a) Az első átlói 14 cm és 29 cm, a második átlói 28 cm és 29 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és ..... a másiknak.

b) Az első átlói 44 cm és 120 cm, a második átlói 88 cm és 40 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és ..... a másiknak.

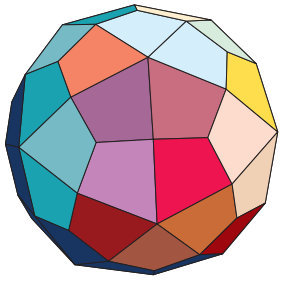
c) Az első átlói 12 cm és 19 cm, a második átlói 36 cm és 57 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és ..... a másiknak.

d) Az első átlói 100 cm és 200 cm, a második átlói 25 cm és 50 cm hosszúak.

..... a nagyobb, és ..... a másiknak.

3. A képen látható test 60 darab (egybevágó) deltoidból rakható össze. Egy ilyen deltoidnak megmértük az átlóit: a rövidebb 3,3 cm, a hosszabb 3,6 cm hosszú.

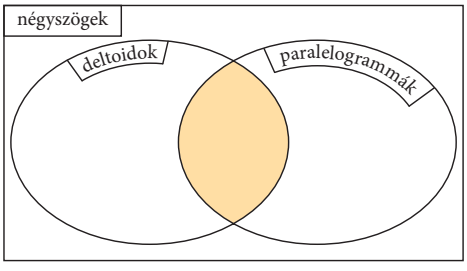


Mekkora területű papírt használnál fel, ha ki szeretnéd vágni a test hálózatát?

Egy deltoid területe: .....

A 60 darab deltoid területe: .....

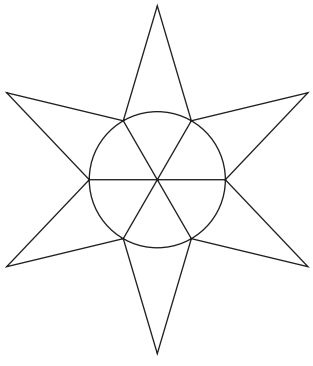
4. Milyen címkét tennél a halmazábra középső színes részére?



A középső rész címkéje: .....

Rajzolj egy megfelelő síkidomot, amelyik jó lenne az ábra közepébe!

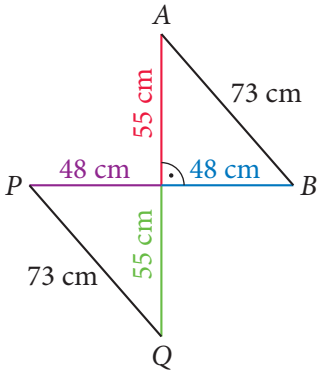
5. Az óvodások termének díszítésére hat egybevágó deltoidból álló „napocskát” terveztek az óvónők. Az ábrán látható kör sugara 18 cm, és a forma legtávolabbi pontjai 46 cm-re vannak a kör középpontjától. Mekkora területű kartonpapírt használtak összesen?



Egy deltoid területe: .....

A síkidom területe: .....

6. Milyen távolságra van egymástól az *AB* és a *PQ* szakasz? Csak az ábrán látható adatokat használhatod a számoláshoz!



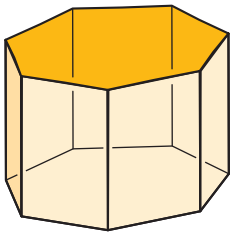
A távolság: .....

VI. 9. A HASÁB FELSZÍNE ÉS TÉRFOGATA

1. Olyan szabályos sokszög alapú hasábok élvázát szeretnénk elkészíteni, amelyek magassága és alapéle is 1,5 cm hosszú. Hány centiméter lesz az élek összege, ha az alaplap háromszög, négyszög, ötszög vagy hatszög?

	Az élek száma	Az élek hosszának összege
Háromszög alapú		
Négyszög alapú		
Ötszög alapú		
Hatszög alapú		

2. A kérdések hétszög alapú hasábra vonatkoznak.



a) Hány lapja van? .....

b) Milyen alakú lapok határolják? .....

c) Hány oldallapja van? .....

d) Milyen esetben lesznek egybevágók az oldallapok? .....

3. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha

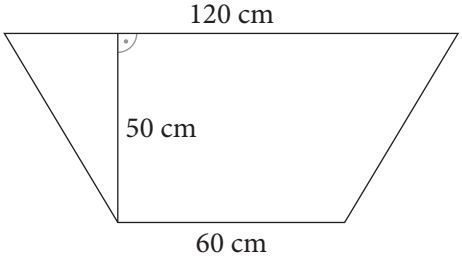
a) $K_{alaplap} = 14$ cm, $T_{alaplap} = 12$ cm², $m = 16$ cm;

b) $K_{alaplap} = 55$ cm, $T_{alaplap} = 198$ cm², $m = 21$ cm?

a) $A =$ ..... $V =$ .....

b) $A =$ ..... $V =$ .....

4. Hány hektoliter víz fér abba a 0,8 km hosszú árokba, amelynek keresztmetszetét az ábra mutatja?



A trapéz területe: .....

Az árok térfogata: .....

Válasz: .....

5. Mekkora a 42 cm magas, ötszög alapú hasáb palástjának felszíne, ha alapéleinek hossza 5,2 cm, 4,4 cm, 4,8 cm, 6,1 cm és 6,7 cm?

A palást felszíne: .....

9. A HASÁB FELSZÍNE ÉS TÉRFOGATA VI.

6. A munkások egy trapéz keresztmetszetű, 140 méter hosszú árok kiásását kezdték el. Az árok felül 1,8 méter, alul 0,8 méter széles kell legyen, mélysége pedig 1,4 méter. Hány m^3 földet kell megmozgatni az árok kialakításához?

A megmozgatott föld térfogata: .....

7. Egy hasáb oldaléleinek hosszát megdupláztuk, az alapterületét pedig feleztük. Hogyan változik a térfogata?

A térfogatváltozás: .....

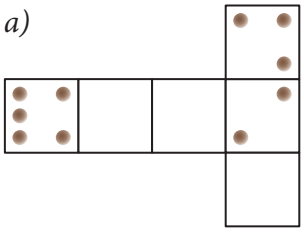
8. Egy hasáb oldaléleinek hosszát megháromszoroztuk. Mit tegyünk az alaplap területével, ha azt szeretnék, hogy a térfogata feleződjön?

Válasz: .....

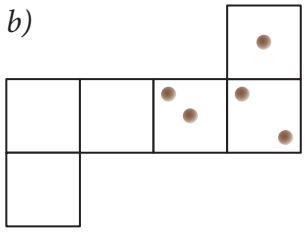
10. TESTEK TÉRBEN ÉS SÍKBAN VI.

1. Széthajtogattuk hat szabályos dobókocka lapjait, de közben sok pötty leesett róluk. Rajzold vissza őket! Lehet, hogy több megoldás van.

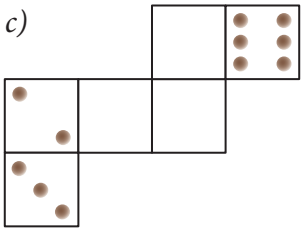
a)



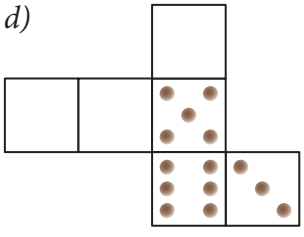
b)



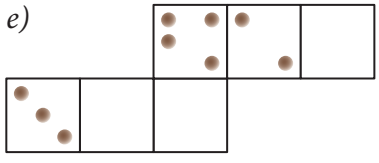
c)



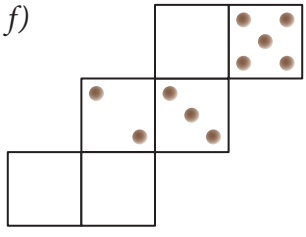
d)



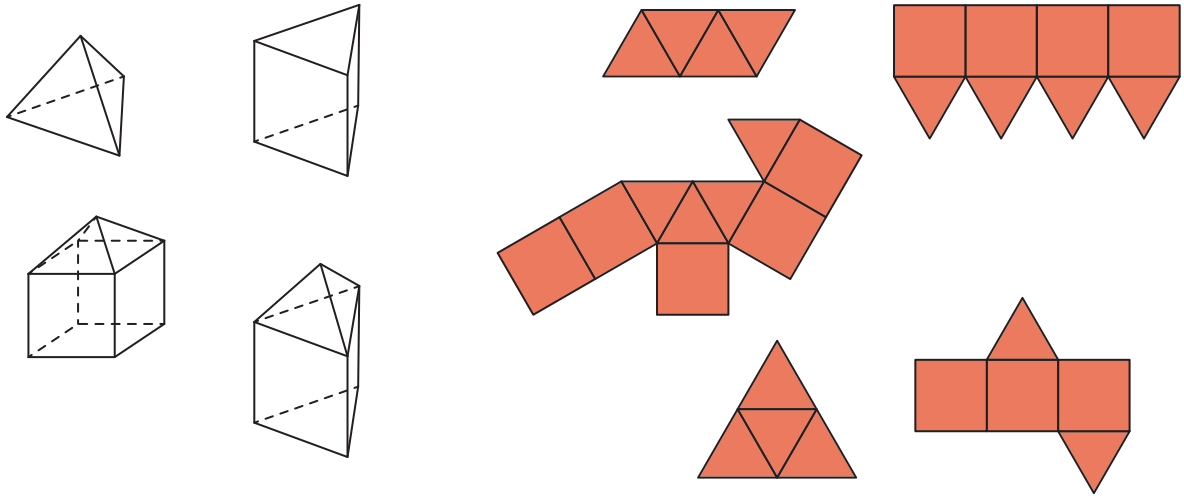
e)



f)



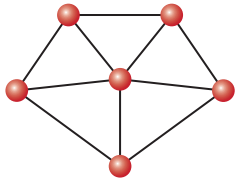
2. Rendeld hozzá a testekhez a hálójukat! Vigyázz, lehet, hogy nem minden testhez lehet hálót rendelni!



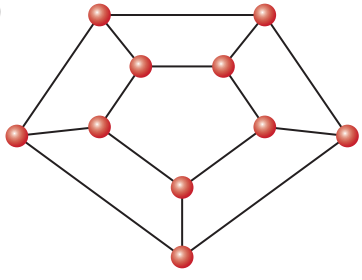
Rajzold le a megadott testek csúcsai és élei által alkotott gráfokat!

3. Megadtuk egy test élvázának gráfját. Rajzolj mellé egy megfelelő testet!

a)



b)



Vigyázz! Előfordulhat, hogy több válasz is helyes!

1. Egy háromszög egyik oldalának hossza 11,3 cm, egy másiké pedig 13,7 cm. Melyik lehet a harmadik oldal hossza a megadottak közül?

A: 250 mm B: 3 cm C: 1 dm D: 25 cm E: 0,3 m

2. Melyik három lehet egy háromszög három külső szöge?

A: 71° B: 85° C: 204° D: 125° E: 164°

3. Ha egy háromszögben az egyik belső szög 32°, az egyik külső szög pedig 64°, akkor a háromszög

A: derékszögű B: egyenlő szárú C: tompaszögű D: hegyesszögű E: szabályos

4. Hány oldalú nem lehet az a sokszög, amelybe már egy csúcsból kiindulva berajzoltunk 5 átlót?

A: 5 B: 6 C: 7 D: 8 E: 9

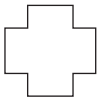
5. Hány oldalú az a sokszög, amelyben a belső szögek összege 360°?

A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

6. Egy konvex sokszögben az oldalak és az átlók száma egyenlő. Hány oldalú a sokszög?

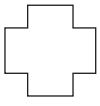
A: 3 B: 4 C: 5 D: 6 E: 7

7. Az ábrán egy 2 m magas oszlop keresztmetszete látható. Az alaplap élei 3 cm, illetve 6 cm hosszúságúak. Mennyi az oszlop felszíne?



A: 9600 cm^2 B: 9708 cm^2 C: 9816 cm^2 D: 21 600 cm^2 E: 28 800 cm^2

8. Az ábrán egy 2 m magas oszlop keresztmetszete látható. Az alaplap élei 3 cm, illetve 6 cm hosszúságúak. Mennyi az oszlop térfogata?



A: 216 cm^3 B: 9000 cm^3 C: 9816 cm^3 D: 21 600 cm^3 E: 28 800 cm^3

9. Három egységkockát egy-egy lap mentén összeragasztottunk. Hány lapja lehet a keletkezett testnek?

A: 6 B: 7 C: 8 D: 9 E: 10

10. Négy egységkockát lapjaik mentén összeragasztottunk. Hány különböző testet kaphattunk? Két testet különbözőnek tekintünk, ha nem tudjuk mozgással egyiket a másikba vinni.

A: 6 B: 7 C: 8 D: 9 E: 10

1. Igaz vagy hamis? Válaszodat indokold!

a) A hozzárendelés egyértelmű, ha az alaphalmaz egy eleméhez rendeljük hozzá a képhalmaz összes elemét. ☐

b) Ha az alaphalmaz minden eleméhez hozzárendeljük a képhalmaz egy elemét, akkor a hozzárendelés egyértelmű. ☐

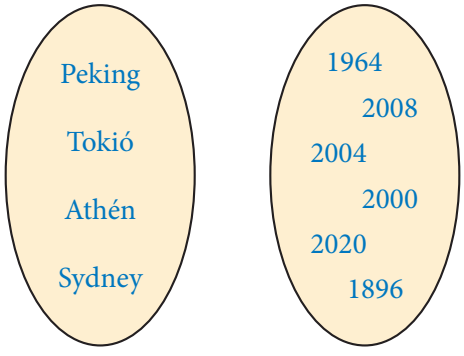
c) A hozzárendelés nem egyértelmű, ha több alaphalmazbeli elemhez is ugyanaz a képhalmazbeli elem tartozik. ☐

d) Ha az alaphalmaz egy eleméhez a képhalmazból csak egy elem rendelhető, akkor a hozzárendelés egyértelmű. ☐

e) A hozzárendelés nem egyértelmű, ha az alaphalmaz egy eleméhez több képhalmazbeli elem is hozzárendelhető. ☐

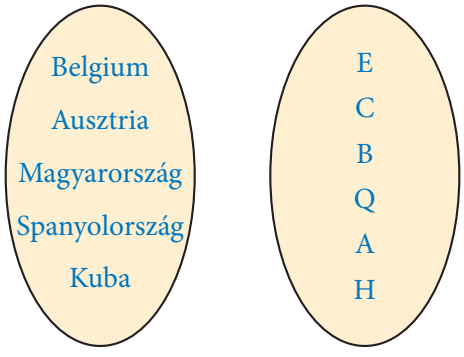
2. Melyik egyértelmű és melyik nem egyértelmű hozzárendelés az alábbi megfeleltetések közül? Jelöld nyíllal a két halmaz elemei közötti hozzárendelést! Ha nem vagy biztos egy-egy válaszban, nézz utána az interneten!

Olimpia



Főváros

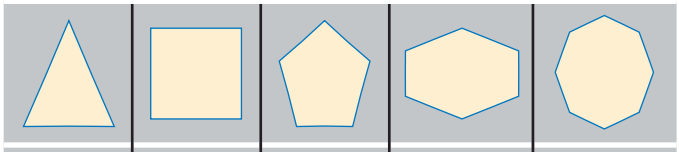
Nemzetközi gépkocsijelek



Földrészek

3. Add meg az alaphalmazt, a képhalmazt és a hozzárendelés szabályát!

a)



0	1	2	3	5

Alaphalmaz: .....

Képhalmaz: .....

Hozzárendelési szabály: .....

.....

b)

$A(2; 5)$	$B(-4; 3)$	$C(-1; -6)$	$D(3; -4)$	$E(0; 2)$
$A'(-2; 5)$	$B'(4; 3)$	$C'(1; -6)$	$D'(-3; -4)$	$E'(0; 2)$

Alaphalmaz: .....

Képhalmaz: .....

Hozzárendelési szabály: .....

.....

4. Létesíts egyértelmű hozzárendelést az alábbi halmazok elemei között, majd szemléltesd Venn-diagramon! Ha valamelyik szó jelentését nem ismered, nézz utána, használd az internetetet! Dolgozz a füzetedben!

a) A = {emu; kígyó; termesz; zebra}; B = {6; 2; 4; 0};

b) A = {Szondi két apródja; Nemzeti dal; A Reményhez; Szeptember végén; Arany Lacinak};
B = {Arany János; Csokonai Vitéz Mihály; Petőfi Sándor};

c) A = {bit; byte; kilobit; kilobyte; megabit; megabyte};
B = {8 000 000 bit; 1000 bit; 8 bit; 8 000 bit; 1 bit; 1 000 000 bit}.

5. Add meg az alaphalmazt, a képhalmazt és a hozzárendelés szabályát!

a)

–4	0	3	7,5	10
–13	–1	8	21,5	29

Alaphalmaz: .....

Képhalmaz: .....

Hozzárendelési szabály: .....

.....

b)

2	6	10	18	25
1; 2	1; 2; 3; 6	1; 2; 5; 10	1; 2; 3; 6; 9; 18	1; 5; 25

Alaphalmaz: .....

Képhalmaz: .....

Hozzárendelési szabály: .....

.....

c)

2	9	15	24	133
2	4	0	4	3

Alaphalmaz: .....

Képhalmaz: .....

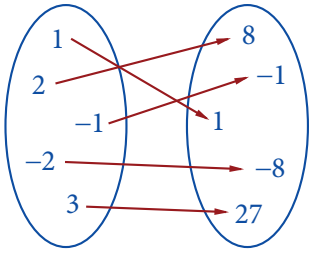
Hozzárendelési szabály: .....

.....

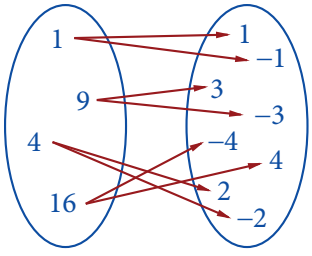
1. Válaszd ki az egyértelműeket az alábbi hozzárendelések közül!
a) Minden számhoz hozzárendeljük az abszolút értékénél 5-tel nagyobb számot.
b) Minden 0-tól különböző számhoz hozzárendeljük az előjelét.
c) Minden egész számhoz hozzárendeljük a tízes számszomszédját.

2. A Venn-diagram alapján döntsd el, egyértelmű-e a megadott hozzárendelés!

a)

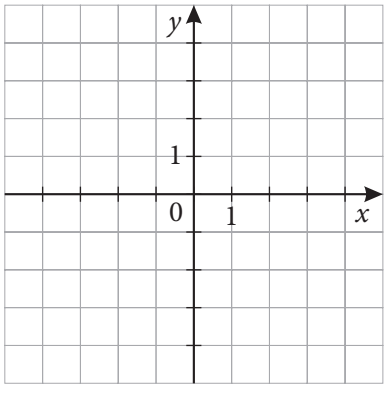


b)

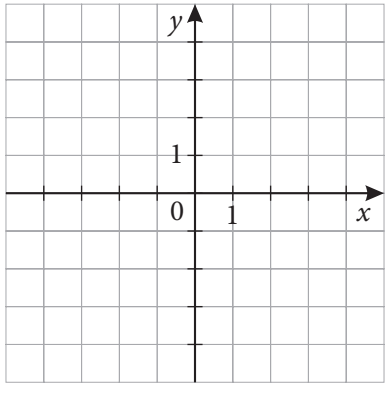


3. Ábrázold a megadott hozzárendeléseket!

a) Minden számhoz hozzárendelem az ellentettjét.



b) Minden számhoz hozzárendelem a kétszeresénél 4-gyel kisebb számot.



4. Minden egyjegyű egész számhoz rendeljük hozzá a kettővel nagyobb szám háromszorosát!
a) Válaszd ki a három megadott sorozat közül, hogy melyik felel meg az első mondatban leírt hozzárendelési szabálynak!

I. (0; 3); (1; 5); (2; 7); (3; 9); (4; 11); (5; 13); (6; 15); (7; 17); (8; 19); (9; 21)

II. (0; 2); (1; 5); (2; 8); (3; 11); (4; 14); (5; 17); (6; 20); (7; 23); (8; 26); (9; 29)

III. (0; 6); (1; 9); (2; 12); (3; 15); (4; 18); (5; 21); (6; 24); (7; 27); (8; 30); (9; 33)

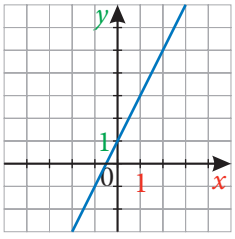
b) Fogalmazd meg a másik két hozzárendelés szabályát is szövegesen!

.....

.....

5. Készíts táblázatot a grafikon alapján, majd fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!

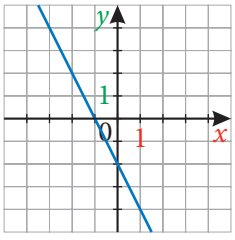
a)



x koordináta						
y koordináta						

A hozzárendelés szabálya: .....

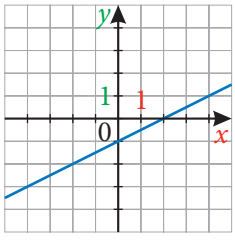
b)



x koordináta						
y koordináta						

A hozzárendelés szabálya: .....

c)

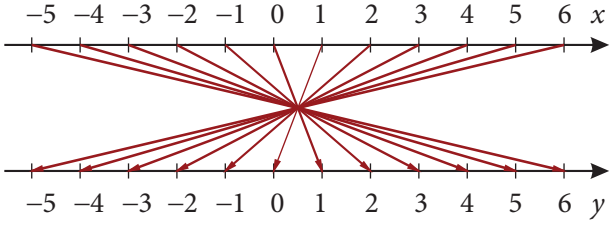


x koordináta						
y koordináta						

A hozzárendelés szabálya: .....

6. Készíts táblázatot az alábbi nyíldiagramok alapján, és fogalmazd meg a hozzárendelés szabályát!

a)

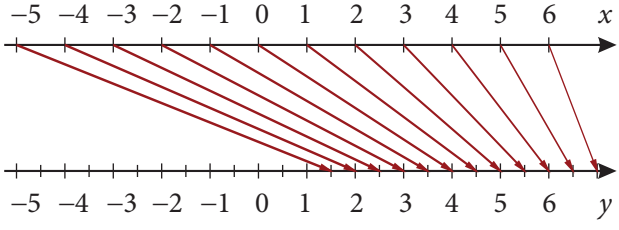


Első jelzőszám:						
Második jelzőszám:						

A hozzárendelés szabálya:

.....

b)

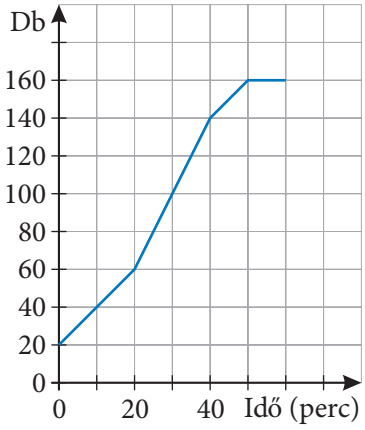


Első jelzőszám:						
Második jelzőszám:						

A hozzárendelés szabálya:

.....

1. Egy színház parkolójába folyamatosan érkeznek az autók. Egy szombat este 18 és 19 óra között a grafikon szerint alakult a parkolóban lévő autók darabszáma.



a) Egyértelmű hozzárendelés-e az eltelt idő és az autók darabszáma közti kapcsolat?

b) Töltsd ki az alábbi táblázatot a grafikon alapján!

Eltelt idő (perc)	10	20	30	40	50	60
Az autók darabszáma						

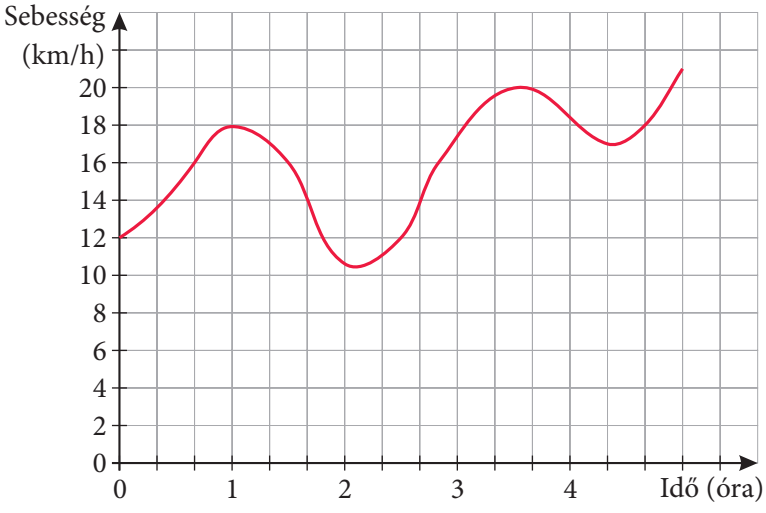
c) Hány autó állt a parkolóban 18:00 órakor?

d) Leolvasható-e a grafikonról, mikor kezdődött az előadás?

e) Hány darab autó érkezett 18:00 és 18:30 között?

f) Hány órakor volt 80 autó a parkolóban?

2. Dávidék vitorlásversenyen voltak a Balatonon. A grafikon a hajó sebességének változását mutatja az idő függvényében.



a) Mennyi volt a hajó kezdősebessége?

b) Mikor mentek a leggyorsabban?

c) Mikor mentek a leglassabban?

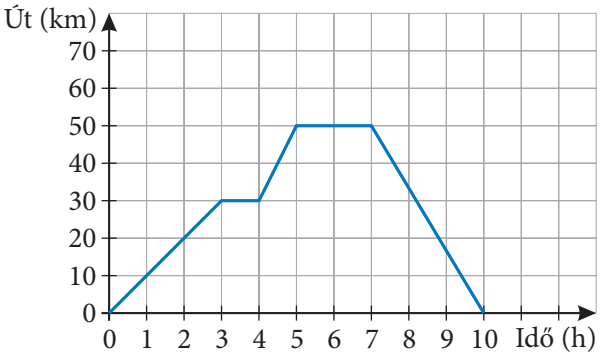
d) Mikor mentek 16 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-val?

e) Mekkora volt a sebességük az indulás után 2,5 órával?

f) A szél egyenetlenül fújt. Lehet-e a grafikonból következtetni arra, mikor fújt erősebben és mikor kevésbé?

g) A verseny 10 órakor kezdődött. Mikor ért célba Dávidék hajója?

3. Írj egy rövid történetet a grafikonhoz, majd tegyél fel kérdéseket róla a társaidnak!



.....

.....

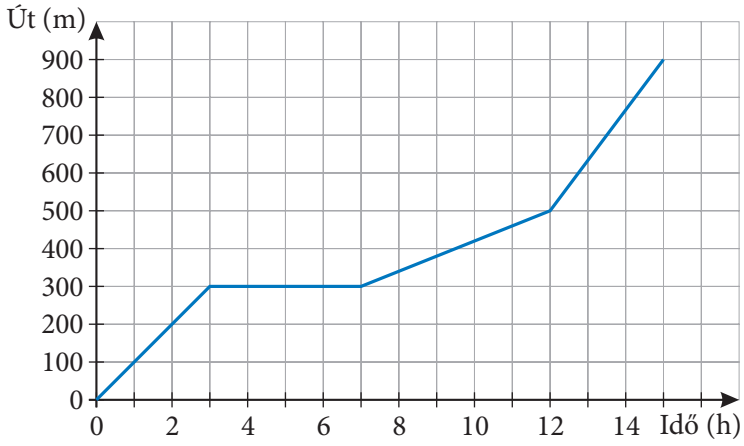
.....

.....

.....

.....

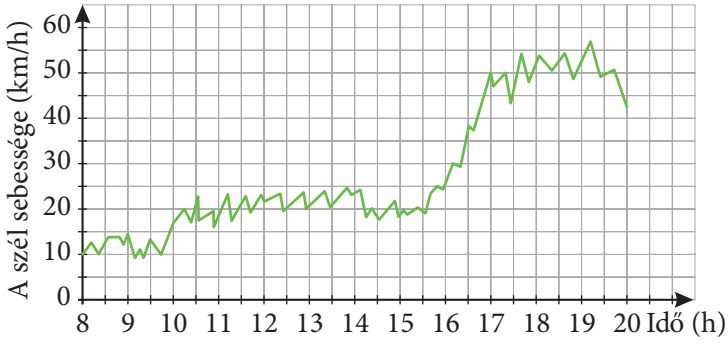
4. Sári a hatodik óra után gyalog indult haza. Útközben bement a pékségbe, és vett egy kenyeret vacsorára.
a) Hány perc alatt ért haza Sári?
b) Milyen messze van Sáriéktól az iskola?
c) Hány percet töltött Sári a pékségben?
d) Melyik időintervallumban haladt a leggyorsabban?



Sári testvére, Palkó 10 perccel később indult haza az iskolából, és 15 $\frac{km}{h}$ sebességgel biciklizett Sári után.

e) Ábrázold a Palkó által megtett utat is a feladathoz tartozó grafikonon!
f) Hány perc alatt érte utol Palkó Sárit?
g) Milyen messze voltak az iskolától, amikor találkoztak?

5. Tivadar szörfözni indult a Balatonra. A grafikon a szél sebességét mutatja az idő függvényében.



a) Mennyi időt tudott Tivadar a vízben tölteni, ha felszerelésével és tudásával a 15–25 $\frac{km}{h}$-s szélsebesség-tartományban tud szörfözni?
b) Hány órakor fújt a legerősebben a szél?
c) Hány $\frac{km}{h}$-s szél volt 13:00 órakor?

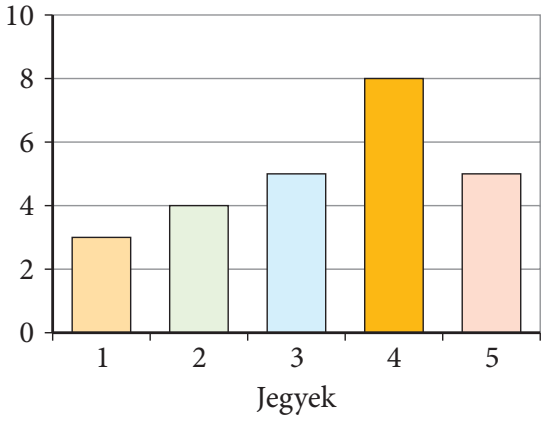
d) Körülbelül hány órakor fújt 38 $\frac{km}{h}$-val a szél?
e) Töltsd ki a táblázatot a grafikon alapján!

Idő	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
A szél sebessége $\left(\frac{km}{h}\right)$					

f) A táblázat adatainak felhasználásával becsüld meg, átlagosan hány $\frac{km}{h}$-s szél fújt 8 és 10 óra között!

1. Az állatkertben több állat is lakik: 42 prérikutya, 131 flamingó, 3 zsiráf, 4 oroszlán, 13 kecske. Mi a felsorolt állatok módusza?

2. Olvasd le a grafikonról az adatokat, határozd meg az átlagukat, móduszukat, mediánjukat! Melyik értéket a legkönnyebb meghatározni?



3. A Békés családban 6 gyerek van. Magasságaik 92 cm, 96 cm, 101 cm, 172 cm, 172 cm és 177 cm. Hány cm a magasságok átlaga? Jó-e, ha anya 6 átlagos méretű nadrágot vásárol?

.....

.....

4. Számítsd ki az alábbi mennyiségek átlagát kg-ban:

32,5 kg; 31,04 kg; 28,3 kg; 33 600 g; 29 kg; 3180 dkg!

Az átlag: ..... kg.

Melyik mennyiséget (mennyiségeket) hagyhatjuk el, hogy az átlag

ne változzon? .....

csökkenjen? .....

növekedjen? .....

5. Meg lehet-e adni öt darab 10-nél kisebb, különböző egész számot, amelyek átlaga 7,6?

Igen, a számok: .....

vagy

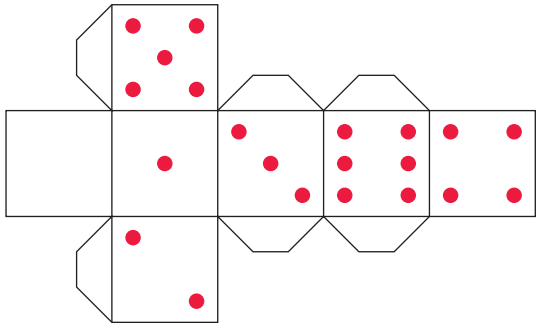
Nem, mert .....

1. Testnevelésórán felmérés volt: 30 másodperc alatt kellett minél többet ugrókötelezni. A következő eredmények születek: 8; 14; 14; 16; 20; 20; 22; 25; 25; 30; 30; 32; 33; 33; 33; 33; 42; 56; 56; 68.
Rendezd az adatokat 5 csoportba, a táblázatnak megfelelően!

Ugrások száma	8–20	21–33	34–46	47–59	60–72
Gyakoriság					
Relatív gyakoriság					

a) Készíts oszlopdiagramot a táblázat adatai alapján!
b) Határozd meg az egyes tartományok gyakoriságát!
c) Határozd meg az egyes tartományok relatív gyakoriságát!
d) Számítsd ki az adatok átlagát! .....
e) Melyik érték az adatok módusza? .....
f) Mennyi az adatok mediánja? .....

2. Készíts el egy „hamis” dobókockát, aminek a hálóját megadtuk! Másold át a pöttyöket is! Az 1-es melletti üres lapot hajtsd belülre, és erre ragaszd a 4-es lapot! Mire tippelsz, melyik szám fog legtöbbször kijönni? Dobjátok fel százszor, és számoljátok meg, melyik szám hányszor jött ki!



Dobott szám	1	2	3	4	5	6
Darab						

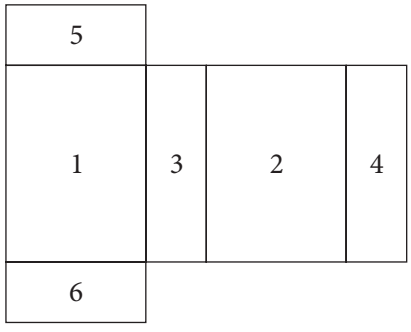
3. Ötödik osztályban találkoztatok a biztos esemény és a lehetetlen esemény fogalmával. Jelöld meg, melyik igaz (I), melyik hamis (H)!

a) Egy esemény relatív gyakorisága –0,4. ☐
b) A biztos esemény relatív gyakorisága 1. ☐
c) Egy esemény relatív gyakorisága lehet 0,23. ☐
d) Egy esemény gyakorisága lehet 3,25. ☐
e) Ha egy esemény gyakorisága 0, akkor az egy lehetetlen esemény. ☐
f) Ha egy esemény relatív gyakorisága 1, akkor az egy biztos esemény. ☐
g) Ha egy esemény lehetetlen, akkor a gyakorisága 0. ☐

CSOPORTMUNKA

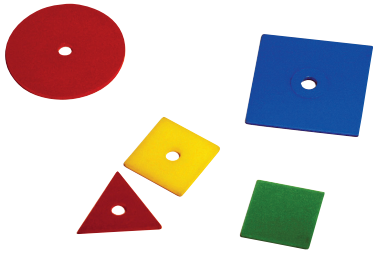
Alkossatok 4 fős csoportokat! Számozzátok meg mindannyian egy gyufásdoboz lapjait úgy, ahogy az ábrán látjátok!
Mindegyikőtök dobja fel 30-szor a gyufásdobozát, majd töltsétek ki együtt a táblázatot!

		1	2	3	4	5	6
Gyakoriságok az én dobássorozatomban							
Gyakoriságok a többieknél	2.						
	3.						
	4.						
Gyakoriságok összesen							
Relatív gyakoriságok							



a) Melyik szám lett a módusz?
b) Melyik szám ad becslést az egyes esetek valószínűségeire vonatkozóan?
c) Hasonlítsátok össze a csoportok eredményeit!
d) Ábrázoljátok a kapott gyakoriságokat oszlop- és kördiagramon!

1. A logikai készlet képen látható 5 darabjából véletlenszerűen kiválasztunk egyet.
Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott darab



a) piros: ..... *b)* kék: .....
c) sárga: ..... *d)* zöld: .....
e) lyukas: ..... *f)* négyzet alakú vagy lyukas: .....
g) kör alakú vagy zöld: ..... *h)* kör alakú vagy piros: .....
i) négyzet alakú és piros: ..... ?

2. Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy számjegyet véletlenszerűen választva, az

a) osztható 5-tel: ..... *b)* négyzetszám: ..... *c)* prímszám: ..... ?

CSOPORTMUNKA

Dobjatok fel két szabályos kockát, és adjátok össze a számokat! Például ha 4-est és 3-ast dobtál, akkor az eredményed 7. Melyik számok lehetnek az összegek? Vajon egyforma eséllyel jönnek ki az egyes összegek?

Dobd fel a két kockát hússzor. A dobott összegek számát írd be a táblázatba!

Dobott összeg	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Az én dobásaim száma											
Az osztály dobásai összesen											

Ha készen vagytok, összesítsétek az osztály dobásainak eredményét! Indokoljátok meg az eredményeket! Ábrázoljátok a gyakoriságokat egy-egy oszlop-, illetve vonaldiagramon a füzetetekben!

1. Feldobtunk egy érmét, és ha fej volt, akkor 0-t, ha írás, akkor 1-et írtunk le.

a) Származhat a megadott sorozat a kísérletből? Igen vagy nem?

I. 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 ☐

II. 0, 1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1 ☐

III. 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0 ☐

IV. 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0 ☐

V. 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 2, 1 ☐

b) Melyiket érzed legkevésbé valószínűnek? Miért?

.....

.....

2. A tanár feldobott egy kockát, és ha 1-et, 2-t vagy 3-at dobott, akkor Aranka 0-t írt le, ha 4-et, 5-öt vagy 6-ot, akkor 1-et.
Ugyanezeket a dobásokat követte Beáta és Csilla is, de az ő hozzárendelésük más volt.
Bea 1-et írt le, ha 1-es volt a dobott szám, és minden más esetben 0-t.
Csilla 1-et írt le, ha páratlan volt a dobott szám, és 0-t, ha páros.
Hússzor dobott a tanár, és az egyik gyerek füzetében a következő számok voltak leírva:

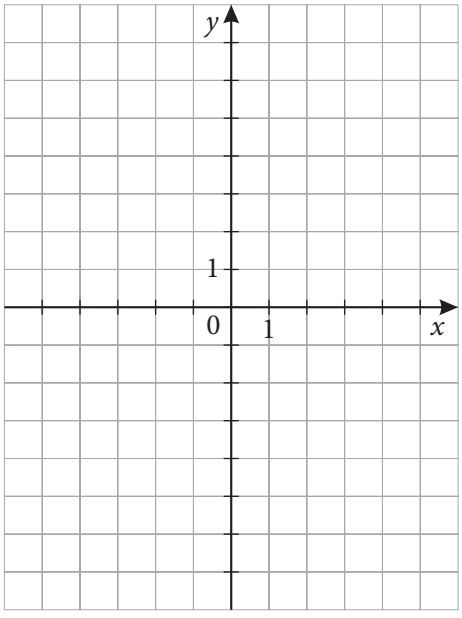
0, 0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0.

a) Ábrázold halmazokkal a három gyerek hozzárendelési szabályát!
b) Melyik gyerek füzetében szerepelhettek a felsorolt számok?
c) Melyik gyerek füzetében szerepelhettek a felsorolt számok a legnagyobb eséllyel? Miért?

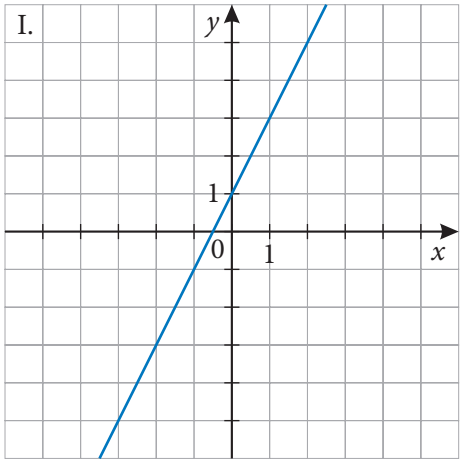
.....

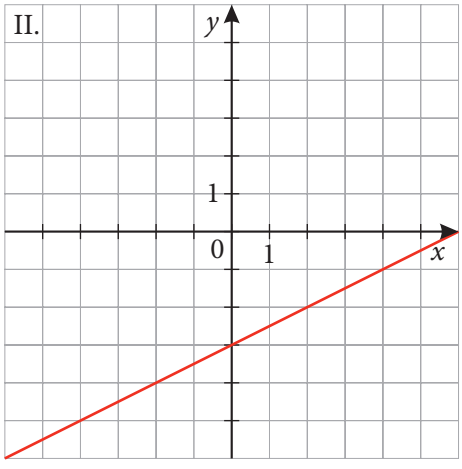
.....

1. Ábrázold a koordináta-rendszerben a hozzárendelések grafikonjait! Válaszd ki az egyenes arányosságot leíró grafikonokat!
a) Minden számhoz hozzárendelem a kétszeresét.
b) Minden számhoz hozzárendelem a nála 1-gyel nagyobb szám kétszeresét.
c) Minden számhoz hozzárendelem a kétszeresének az ellentettjét.
d) Minden szám kétszeresét elveszem a 4-ből.



2. *a)* Add meg szövegesen a grafikonok alapján a hozzárendelési szabályt!
b) Rajzolj egy-egy párhuzamos egyenest az eredeti grafikonnal!
c) Add meg, hogyan változott az általad rajzolt grafikonok hozzárendelési szabálya az eredetihez képest!





Hozzárendelési szabály:

.....

.....

.....

.....

Hozzárendelési szabály:

.....

.....

.....

.....

3. Döntsd el az állításokról, hogy melyik igaz (I), melyik hamis (H)!

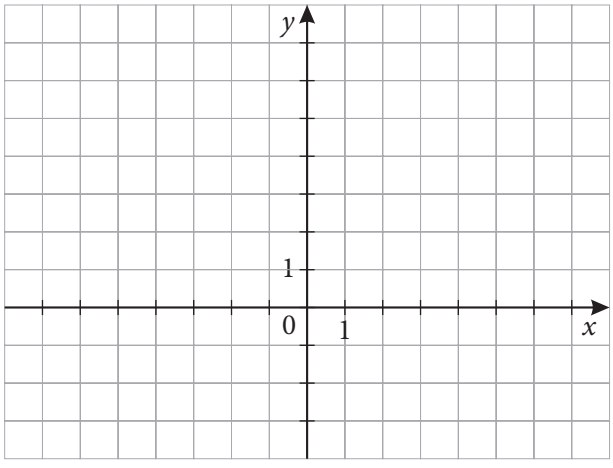
a) Egyértelmű hozzárendelést kapunk, ha minden emberhez hozzárendeljük a keresztnevét. ☐

b) Van olyan egyenes arányosság, amelynek a grafikonja nem egy egyenes. ☐

c) Minden olyan grafikon, amely átmegy az origón, egyenes arányosság grafikonja. ☐

d) Az y tengellyel párhuzamos egyenes nem egyértelmű hozzárendelés grafikonja. ☐

4. A következő három hozzárendelés közül kettőnek a grafikonja párhuzamos egymással.
a) Karikázd be a kakukktojás betűjelét!
b) Választásodat ábrázolással igazold!
A: Minden számhoz hozzárendelem a kétszeresénél 2-vel nagyobb szám ellentettjét.
B: Minden számhoz hozzárendelem az ellentettjének kétszeresét.
C: Minden számhoz hozzárendelem a nála 4-gyel nagyobb szám ellentettjének felét.



5. Ábrázold a koordináta-rendszerben az $A(-2; -3)$; $B(2; 1)$ és $C(1; 3)$ pontokat! Kösd össze ezeket egymással az összes lehetséges módon egy-egy egyenessel! Add meg az egyenesek pontjainak koordinátái között fennálló hozzárendelési szabályokat!

AB egyenes: .....

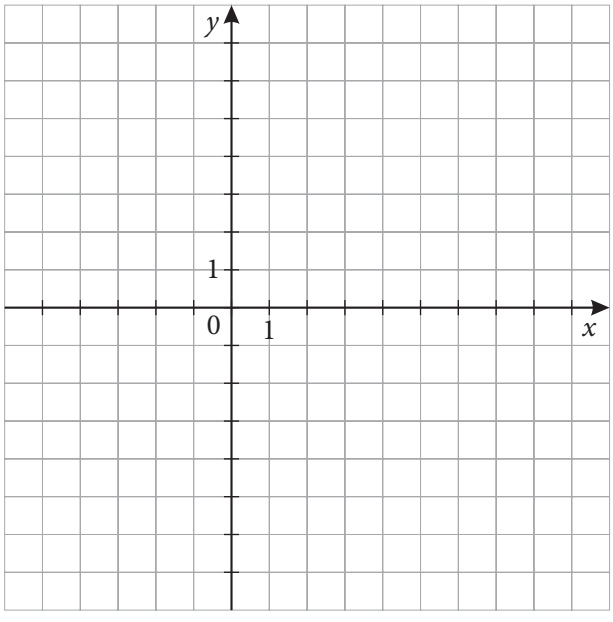
.....

BC egyenes: .....

.....

AC egyenes: .....

.....



6. Gáspár földrajzból a következő jegyeket kapta eddig az év során:

5, 5, 4, 4, 2, 5, 5, 5.

a) Számítsd ki a jegyek átlagát!

b) Mennyi a jegyek módusza és mediánja?

.....

c) Hogyan változik Gáspár jegyeinek az átlaga, módusza és mediánja, ha az év végi dupla jegyet érő dolgozata 5-5 lesz?

.....

.....

7. Julcsi hét képet töltött fel az internetes oldalára, melyeket rendre 24, 63, 58, 127, 82, 63, 96 ismerőse lájkolt. Az egyik tetszett a barátnőjének, Bertának is.

a) Készíts oszlopdiagramot az adatok alapján!

b) Mekkora a valószínűsége, hogy Bertának a 4. kép tetszett? .....

c) Átlagosan hány lájkot kapott egy képre? .....

d) Határozd meg az adatok móduszát és mediánját! .....

8. Bertáék 28 fős osztályában 16 lány és 12 fiú van. Év végi ajándékozást tartottak. Mindenkinek a nevét felírták egy-egy cetlire, összehajtogatták, és beletették egy dobozba. Ebből húzott mindenki egyet.

a) Julcsi húzott először. Mennyi az esélye, hogy Julcsi saját magát húzta?

.....

b) Mennyi az esélye, hogy Julcsi fiút húzott?

.....

SZÁMOLÁSI VERSENY

Figyelem! Ebben a fejezetben mindig használhatsz zsebszámológépet!

Ki a legügyesebb bankár?

Írjuk fel a táblára az alábbi szövegeket, és adjuk meg az induló adatokat!

A megtakarítás összege	Az éves kamatláb	A lekötés ideje	Kamattal növelt megtakarítás
pl.: 50 000 Ft	pl.: 2%	pl.: 3 év	

Számológépet használva számold ki a kamattal növelt megtakarítást! Többéves lekötés esetén számolj kamatos kamattal!
Aki leghamarabb elkészül, és felírja a táblára a helyes összeget, az adhatja meg a következő adatsort.
Célszerű kisebb számokkal gyakorlatot szerezni.

Emelt szint

Ha már jól megy a játék, akkor bővítsük az adatokat, hiszen a teljes összeget nem kapjuk kézhez. Az állam a kamatból évi 15% kamatadó befizetését írja elő, tehát a kapott éves kamat 15%-át be kell fizetni az államnak, a megtakarító ennyivel kevesebb összeget kap a megtakarítása után. A kamatadó nem változik a játék során.

A megtakarítás összege	Az éves kamatláb	A lekötés ideje	Kamat	Adóval csökkentett kamat (a kamat 85%-a)	Kézhez kapott összeg
pl.: 100 000 Ft	pl.: 1,5%	pl.: 4 év			

KUTATÓMUNKA

Megjegyzés: A valóságban általában van számlavezetési költség is. Nézz utána az interneten, hogy milyen egyéb banki tevékenységekért számolnak fel a bankok költséget!

A pénzügyi feladatokban sokszor találkozhatsz az általános forgalmi adóval, amit gyakran csak áfa rövidítéssel írunk le.

Az áfa egy adófajta, ami beépül a fogyasztói árba. Magyarországon az áfa általános mértéke 27 százalék, de egyes termékekre létezik 18 és 5 százalékos áfa is. **A fogyasztói ár az, amennyiért az üzletben az árukat megvásároljuk.**

Ha megvásárolunk egy 27%-os áfatartalmú terméket, ami 1270 forintba kerül, akkor az általunk fizetett 1270 forintból 1000 forint az áru ára adó nélkül, és 270 forint az általános forgalmi adó, röviden az áfa. Az 1000 forintot nettó árnak, az 1270 forintot pedig bruttó vagy fogyasztói árnak nevezzük. A nettó árban tehát nincsen benne az általános forgalmi adó, a bruttó vagy fogyasztói árban viszont igen.

A forgalmi adó százalékos értékét – **hivatalos nevén az áfakulcsot** – a nettó ár alapján kell meghatározni. Vagyis a nettó ár a 100 százalék, azaz 1000 forint, mert 1000-nek a 27 százaléka 270. Az 1000 Ft és a 270 Ft együtt adja az 1270 forintos bruttó (fogyasztói) árat, amennyiért az árut a boltban megvásároljuk.

Van néhány áru, amelynek az áfakulcsa nem 27%, hanem 18% vagy 5%. Például a könyvek és a tej áfája 5%, a tejtermékek általános forgalmi adója pedig 18%.

1. Alex kapott egy új nadrágot, aminek a nettó ára 3000 forint, az áfakulcs pedig 27%, és a könyvesboltból egy könyvet, amiért 1200 forint plusz 5% áfát kellett fizetni.

a) Mennyi a nadrág fogyasztói ára?

.....

b) Mennyi a könyv fogyasztói ára?

.....

c) Mennyi áfát kell fizetni a két termék után az államnak?

.....

d) Tulajdonképpen kinek a „zsebét terheli” az általános forgalmi adó?

.....

2. Szandrát a szülei megkérték, hogy hozzon a közeli boltból

- három liter tejet, amelynek a fogyasztói ára (amelyben mindig benne van az általános forgalmi adó is) 210 forint/liter, az áfakulcsa pedig 5%;
- öt pohár gyümölcsjoghurtot, ennek fogyasztói ára 160 forint/pohár, áfakulcsa 18%;
- és egy doboz pattogtatni való kukoricát, ami az általános forgalmi adóval együtt 120 forintba kerül, az áfakulcsa 27%.

a) Mennyit fog fizetni Szandra összesen?

.....

b) Hány forint általános forgalmi adót fizet Szandra összesen?

.....

	Fogyasztói ár (Ft)	Áfakulcs (%)	Áfa összesen (Ft)
Tej			
Gyümölcs-joghurt			
Pattogatni való kukorica			
Összesen		–	

3. Egy újságíró átlagosan havi 399 430 forintot keres havi 184 óra munkával. Egy szállodai recepciós havi átlagfizetése 179 681 forint, és ezért 216 órát dolgozik egy hónapban. Ugyanakkor egy gyorsétermi diákmunkás csak 156 901 forintot keres 176 órányi munkával.

a) A diákmunkás havi keresete hány százaléka a recepciós havi keresetének?

.....

b) A recepciós havi keresete hány százaléka a diákmunkás havi keresetének?

.....

c) A diákmunkás órabére hány százaléka az újságíró órabérének?

.....

d) Hány percet kell dolgoznia a diákmunkásnak, a recepciósnak és az újságírónak egy nagy, 800 forintos hamburgerért?

.....

4. Ábel iskolájában rendszeresen van adventi vásár, ahol a tanulók a maguk készítette tárgyakat, ennivalókat adhatják el, és a bevételt az iskolájuktól kétutcányira lévő gyermekotthonnak adják. Ábel 25 darab pogácsát sütött, és sikerült is mindegyiket eladnia.
A táblázatban megadtuk a pogácsákhoz felhasznált alapanyagok mennyiségét és árát:

Alapanyag	Mennyiség	Ár
liszt	fél kg	140 forint/kg
tejföl	150 g	130 forint/150 g
tojás	4 darab	40 forint/darab
élesztő	5 dkg	100 forint/5 dkg
tej	2 dl	200 forint/liter
vaj	20 dkg	650 forint/20 dkg
burgonya	75 dkg	200 forint/kg

a) Mennyi volt az előállítási költsége a 25 pogácsának?

.....

b) Mennyi volt az előállítási költsége (ezt önköltségnek nevezik) egy darab pogácsának? Csak az alapanyagok árát vesszük figyelembe az önköltség kiszámításánál, tehát a sütéshez felhasznált energia és a mosogatáskor használt víz árát nem.

.....

c) Mennyibe kerüljön egy pogácsa, ha Ábel a pogácsába fektetett pénzzel 15% hozamot szeretne elérni? A hozam az összes bevétel és az összes költség különbsége.

.....

d) Mennyi pénzt tudott a gyermekotthonnak felajánlani Ábel, ha a teljes bevételét nekik szánja?

.....

e) Hány százalék lenne a haszon, ha 100 forintért adna egy pogácsát?

.....

f) Ha 5000 forint bevételt akar elérni a százforintos pogácsákból, akkor mennyi pénzt kell befektetnie az alapanyagokba?

.....

(Ebben a feladatban az értékesítéssel kapcsolatos mindenféle adótól eltekintünk.)

5. A Furtonfurt Rt.-t a diákvállalkozások adventi vásárán nagy szerencse érte. Fekete Arnold apuka megrendelt tőlük 100 db diócsengőt. Az apuka számla ellenében tud fizetni, ezért az rt. számviteli igazgatójának, Balázsnak, el kell készítenie a 100 db diócsengő számláját.
Költségkalkuláció:

- A zsinór métere 30 Ft (ebből 5 dióra tudnak csengőt kötni).
- Fafesték 130 Ft, ebből 50 dióhéjat tudnak megfesteni.
- 1 óra alatt 1 diák 10 diócsengőt tud készíteni (a munkafázisok: festés, szárítás, majd fúrás és befűzés).
- 1 munkaóra költsége 600 Ft.

(A dióhéjat ingyen kapja a cég a tulajdonosok háztartásából.)

a) Mennyibe kerül a Furtonfurt Rt. számára egy diócsengő? (Ez az önköltség.)

.....

b) Egy diócsengőn 10% hasznot szeretne elérni a diákvállalkozás. Mekkora árat kell a számlára írni nettó árként?

.....

c) Mekkora lesz a diócsengő bruttó (áfával növelt) ára, ha 27% áfával számolnak?

.....

d) Állítsd ki a számlát Balázs nevében! (Néhány részt már kitöltöttünk.)

Számla **1. eredeti példány** **Sorszám: 2019/N-323-a**

Számlakibocsátó adatai:			**Vevő adatai:** Fekete Arnold 9999 Hanyarveknyés, Tojás utca 6.			
Fizetési mód: készpénz	**Teljesítés időpontja:**		**Számla kelte:**		**Fizetési határidő:**	
Termék megnevezése	**Áfa-kulcs**	**Mennyiségi egység**	**Mennyi-ség**	**Nettó egységár**	**Érték áfa nélkül**	**Bruttó ár**
Fizetendő végösszeg betűvel és számmal						

6. Áron végre elmúlt 15 éves. A nyári szünetben egy diákszövetkezet segítségével rögtön munkát is vállalt, mert egy laptopot szeretne vásárolni. Munkáját órabérben fizetik, ami azt jelenti, hogy a keresetét nem egy hónapra határozzák meg, hanem egy órára. Minden hónap végén a ledolgozott órái számát megszorozzák az órabérével, és így jön ki, hogy mennyi fizetést fog kapni. Áron órabére 1100 forint, és júliusban 90 órát dolgozott.

a) Mennyi volt Áron júliusi bruttó – azaz levonások nélküli – keresete?

.....

b) Mennyi volt a nettó – vagyis a levonásokkal csökkentett, azaz a kézhez kapott – keresete, ha diákmunka esetén csak a 15% személyijövedelemadó-előleget kell levonni a béréből?

.....

c) Hány órát kell dolgoznia összesen Áronnak, ha a vágyott laptop 170 000 forintba kerül, és van már 29 750 forint megtakarítása?

.....

d) Mennyi a laptop nettó (áfa nélküli) ára, ha az áfakulcs 27%?

.....

7. Boltos Bori a megnövekedett forgalom miatt új hűtőpultot vásárolt a kisboltjába, amelyet 8 évig fog használni. A hűtőpult minden évben ugyanannyit veszít az értékéből, vagyis az amortizációja minden évben azonos, a 8. év végére a hűtőpult nulla forintot ér.

a) Hány százalékot veszít évente az eredeti értékéből a hűtőpult?

.....

b) Az ötödik év után az eredeti értékének hány százalékát éri a hűtőpult?

.....

.....

c) Mennyi volt a hűtőpult értékcsökkenése 3 év alatt, ha az eredeti ára 420 000 forint volt?

.....

.....

8. Nemcsak egyes cégek, de az állam is sokféle adatot gyűjt és elemez. Magyarországon a Központi Statisztikai Hivatal látja el az államot statisztikai adatokkal, elemzésekkel. Tőlük tudjuk, hogy Magyarországon a vállalatok 35 420 000 000 000 forint értékű terméket és szolgáltatást állítottak elő 2016-ban, 2012-ben viszont még csak 28 781 000 000 000 forintnyit.

a) Olvasd el, és mondd ki hangosan a 2012-es és 2016-os termelés értékét!

b) Hányszorosára nőtt a 2016-os termelési érték a 2012-es értékhez képest?

.....

Az adatok forrása: *(https://www.ksh.hu/stadat_files/gdp/hu/gdp0001.html)*

9. Magyarországon a GDP (ejtsd: dzsídípí) értéke 2016-ban 35 420 000 000 000 forint volt, de 2017-ben már 36 872 220 000 000 forint. A GDP azt mutatja, hogy a hazai vállalatok hány forint értékben állítottak elő olyan terméket és szolgáltatást, amit nem egy másik vállalat, hanem a lakosság vásárolt meg. **A GDP három betűje egy angol rövidítést takar: gross domestic product, amit magyarul bruttó hazai terméknek mondunk.**

a) Hány százalékkal nőtt a GDP 2017-ben 2016-hoz képest?

.....

b) A 2017-es GDP hány százaléka a 2016-os értéknek?

.....

c) Hány százalékkal volt alacsonyabb 2016-ban a GDP, mint 2017-ben? Miért kaptunk más eredményt, mint az *a)* kérdésben?

.....

d) Az országok teljesítményének összehasonlítására gyakran alkalmaznak egyetlen valutát. Ez nagyon gyakran az amerikai dollár, vagy európai országok esetében az euró. 2016-ban a magyarországi GDP 124 380 000 000 dollár volt. Milyen árfolyamon számolták ki ezt? **(Az árfolyam a dollár és a forint közötti átváltási arányt mutatja meg.)**

.....

10. Márk apukája egyéni vállalkozó, taxisként dolgozik. Éppen most vásárolt új autót, 9 800 000 forintot költött rá. Úgy tervezi, hogy ezzel az autóval 400 000 kilométert tesz meg. Tapasztalatból tudja, hogy egy évben átlagosan 50 000 kilométert fut az autó. A 400 000 kilométer megtétele után az autót 500 000 Ft-ért tudja majd eladni.
Az autó átlagfogyasztása 7,5 liter benzin 100 kilométerenként. A benzin ára az első évben 620 Ft/liter, és Márk apukája úgy számol, hogy évente átlagosan 20 forinttal emelkedik majd a benzin ára.

a) Írd be a táblázatba az adatokat!

Megnevezés	Számadat (érték és mértékegység)
Autó vételára	
Tervezett összes kilométer	
Tervezett éves kilométer	
Autó eladási ára	
Autó átlagfogyasztása	
Benzin ára az első évben	
Ennyit emelkedik a benzin ára egy-egy évben	

b) Hány évig fogja használni az autóját Márk apukája?

.....

c) Ha kilométerenként 500 forintot kér az utasoktól, akkor ebből (mármint a kilométerenkénti díjból) mennyit tegyen félre, hogy meg tudja venni a következő kocsit, miután a jelenlegi lefutotta a 400 000 kilométert, és úgy számol, hogy ugyanannyi pénzért tud majd akkor új autót venni, mint most?

.....

d) Terve szerint hány liter benzint fog összesen tankolni Márk apukája, amíg ezt az autót használja a taxizásra?

.....

.....

e) Összesen mennyi pénzt fog kiadni benzinre a harmadik évben a tervei szerint?

.....

.....

11. A statisztikusok rendszeresen mérik és feljegyzik a fogyasztási cikkek árának alakulását, és ebből számítják ki, hogy mennyit ér a pénzünk. **Ha az idő múlásával ugyanannyi pénzért kevesebb árut tudunk venni, mert az árak emelkedtek, akkor azt inflációnak nevezzük, és azt mondjuk, hogy a pénz vásárlóereje gyengült. Ha viszont változatlan mennyiségű pénzért több terméket tudunk vásárolni, mert az árak lefelé mozdultak, akkor deflációról beszélünk, vagyis a pénz vásárlóereje növekszik. Az inflációt vagy a deflációt százalékban fejezzük ki úgy, hogy mindig az előző évhez viszonyítunk.**

A következő táblázatban az elmúlt évek inflációs, deflációs adatainak alakulását láthatod hazánkban:

Évszám	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Infláció, defláció (%)	4,2	4,9	3,9	5,7	1,7	–0,2	–0,1	0,4	2,4

A táblázatból kiolvashatod például, hogy 2010-ben az árak átlagosan 4,9 százalékkal voltak magasabbak, mint 2009-ben.

a) Ábrázold az inflációs és deflációs adatokat pontdiagramon!

b) Melyik évben csökkent a legnagyobb mértékben a pénz vásárlóereje?

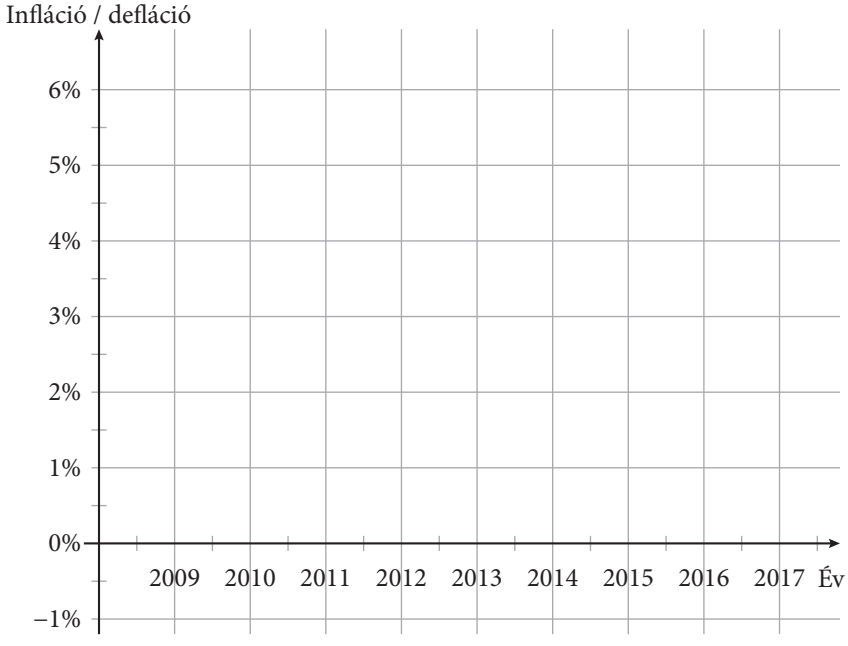
.....

c) Melyik évben nőtt a legerőteljesebben a pénz vásárlóereje?

.....

d) Melyik évben volt a legkisebb az infláció?

.....



e) Írj három igaz és három hamis állítást a forint vásárlóerejéről az adatok alapján!

Igaz állítások:

1. .....
2. .....
3. .....

Hamis állítások:

1. .....
2. .....
3. .....

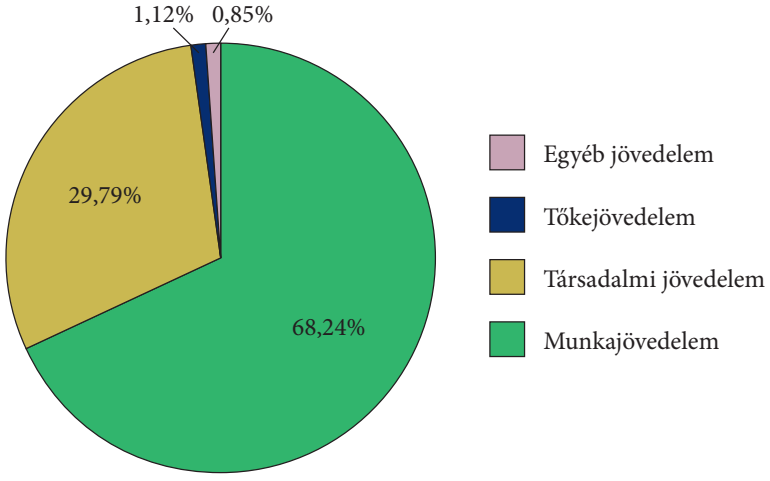
JÁTÉK

Igaz vagy hamis?

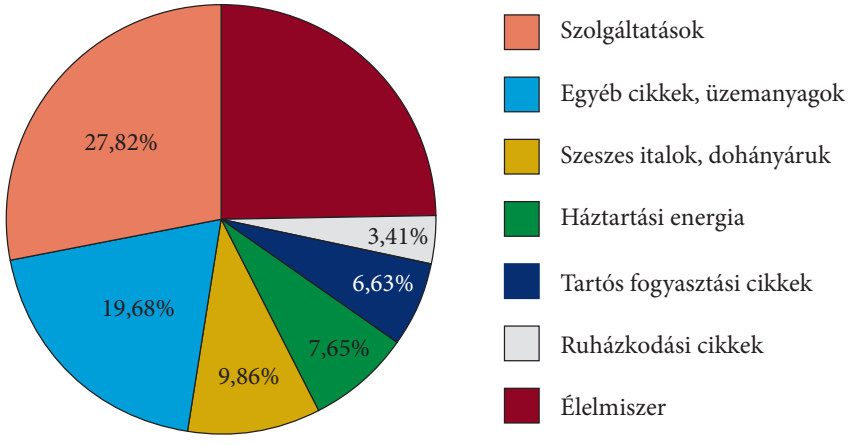
A két kördiagram a magyarországi háztartások fogyasztási kiadásainak és bevételeinek összetételét mutatja 2015-ben.

- **Társadalmi jövedelem**
  Olyan bevétel, amelyet a beszedett adókból és járulékokból az állam juttat el a háztartásokhoz. Ilyen például a családi pótlék.
- **Tőkejövedelem**
  A háztartás birtokában lévő vagyontárgy használatából fakadó jövedelem. Ilyen például a kiadott lakásért kapott bérleti díj.

Egy átlagos magyar háztartás bevételeinek megoszlása



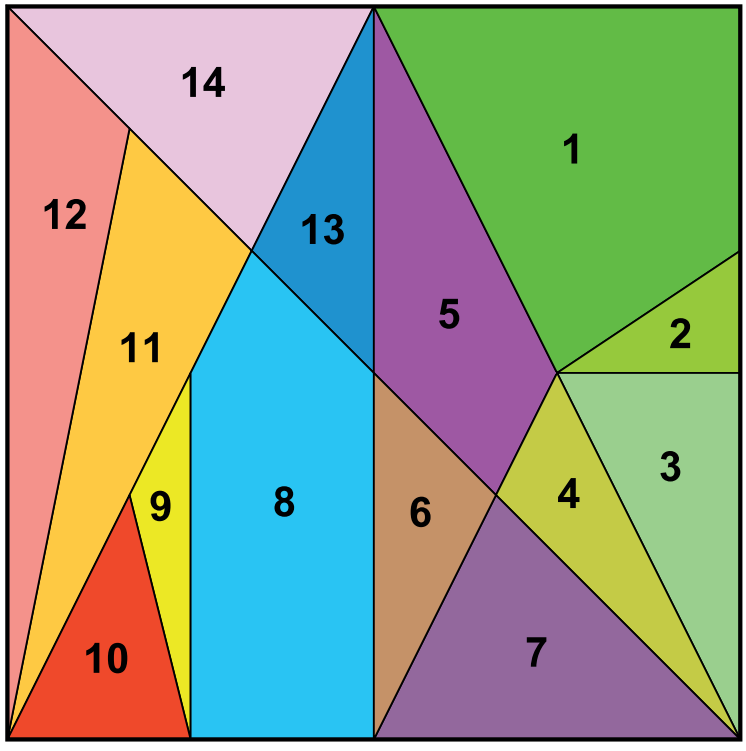
Egy átlagos magyar háztartás fogyasztási kiadásainak megoszlása



A játék menete

A diagramokon lévő adatok felhasználásával mindenki alkosson két igaz és két hamis állítást, és ezeket írja is le. Ha mindenki elkészült, sorsolással válasszátok ki az első megszólalót, aki felolvassa az egyik állítását. A többiek ezt meghallgatják, és adott jelre felemelik ökölbe szorított jobb kezüket, ha az állítást igaznak gondolják, illetve bal kezüket emelik fel kinyitott tenyérrel, ha hamisnak vélik az állítást. Ha mindenkinek fönn van a keze, akkor az, aki az állítást felolvasta, megmondja a helyes választ, és egyben kiválasztja a következő megszólalót.

A sort addig folytatjuk, amíg mindenki föl nem olvasta legalább egy állítását. Eközben mindenki följegyzi, hány jó választ adott, és aki a legtöbb jó válasszal büszkélkedhet, az nyeri a játékot.


14
1
12
13
5
2
11
3
9
8
6
4
10
7

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.
Nyomta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen
Felelős vezető: György Géza vezérigazgató
A nyomdai megrendelés törzsszáma:

magyar
nyomdatermék
NYOMDA- ÉS PAPÍRIPARI SZÖVETSÉG