2017-12451 컴퓨터공학부 이동학 이산수학 과제4

5.1) 12. $n=0 \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^0 = \frac{2^1+(-1)^0}{3\cdot 2^0} = 1$ → 성립

$n=k$일 때 성립 가정

$n=k+1$일 때 $\sum_{j=0}^{k+1}\left(-\frac{1}{2}\right)^j = \sum_{j=0}^{k}\left(-\frac{1}{2}\right)^j + \left(-\frac{1}{2}\right)^{k+1}$

$= \frac{2^{k+1}+(-1)^k}{3\cdot 2^k} + \frac{(-1)^{k+1}}{2^{k+1}}$

$= \frac{2^{k+2}+2(-1)^k}{3\cdot 2^{k+1}} + \frac{3\cdot(-1)^{k+1}}{3\cdot 2^{k+1}} = \frac{2^{k+2}+(-1)^{k+1}}{3\cdot 2^{k+1}}$ → 성립,

∴ $n \geq 0$일 때 $\sum_{j=0}^{n}\left(-\frac{1}{2}\right)^j = \frac{2^{n+1}+(-1)^n}{3\cdot 2^n}$

5.1) 18. a) $2! < 2^2$, b) $2! = 2 < 2^2 = 4$ → $P(2)$는 참이다.

c) $k! < k^k$, d) $k! < k^k$일 때 $(k+1)! < (k+1)^{k+1}$

e) $(k+1)! = (k+1)k! < (k+1)k^k < (k+1)(k+1)^k = (k+1)^{k+1}$

f) 초항일 때 성립, 귀납적 가정 성립 → 항상 성립

5.1) 60. $n=1 \rightarrow \neg P_1 = \neg P_1$

$n=k$일 때 성립 가정

$n=k+1$일 때 $\neg(P_1 \vee P_2 \vee \cdots \vee P_{k+1}) = \neg(P_1 \vee P_2 \vee \cdots \vee P_k) \wedge \neg P_{k+1}$

$= \neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge \cdots \wedge \neg P_k \neg P_{k+1}$ → 성립,

∴ $n \geq 1$일 때 $\neg(P_1 \vee \cdots \vee P_n) = \neg P_1 \wedge \cdots \wedge \neg P_n$

5.2) 8. 25, 40, 50, 65, 75, 80, 90, 100, 105, 115, 120,

125, 130, 140, 145, 150, 155, 160, ...

→ 140 이상의 5의 배수는 모두 표현가능

증명; 140, 145, 150, 155, 160은 모두 표현가능,

2 이상의 모든 5의 배수는 위의 다섯 개 수에 25를

더함으로써 표현 가능

5.2) 28. $n=6 \rightarrow P(6)$는 참이므로 성립
$k \geq 6$이고 $6 \leq j \leq k$인 모든 j에 대해 $P(j)$는 참일때,
i) $k+1 \leq 6+j \rightarrow$ 문제의 조건에 의해 $P(k+1)$은 참이다.
ii) $k+1 > 6+j \rightarrow$ 문제의 조건에 귀납법을 적용하면 $P(k+1)$은 참이다.
$\therefore P(k+1)$은 항상 참이다 ($k \geq 6$일때)

5.3) 10. $S_m(0)=m$, $S_m(n+1)=S_m(n)+1$

5.3) 24. a) $1 \in S$; if $n \in S$, $n+2 \in S$
b) $3 \in S$; if $n \in S$, $3n \in S$
c) 모든 정수 $\in S$; if $p(x) \in S$, $xp(x)+n \in S$
or $0 \in S$; if $p(x) \in S$, $p(x)+cx^n \in S$

5.4) 8. $S_oF(n)$
if $n=1$ then return 1
else return $S_oF(n-1)+n$

5.4) 16. $n=1 \rightarrow S_oF(1)=1$ 이므로 성립
$n=k$일 때 성립가정
$n=k+1$일때 $S_oF(k+1)=S_oF(k)+k+1$
$= \sum_{i=1}^{k} i + k+1 = \sum_{i=1}^{k+1} i \rightarrow$ 성립.
$\therefore$ 알고리즘이 제대로 작동한다.