

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP MÔN TOÁN 12- LẦN 1**

**NĂM HỌC 2024-2025**

Mã 101		Mã 102		Mã 103		Mã 104	
Phần I							
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	D	1	D	1	D	1	A
2	A	2	B	2	A	2	D
3	B	3	A	3	D	3	D
4	D	4	D	4	A	4	C
5	C	5	C	5	A	5	A
6	C	6	D	6	D	6	B
7	D	7	D	7	C	7	D
8	D	8	B	8	C	8	D
9	A	9	D	9	A	9	A
10	C	10	C	10	B	10	C
11	B	11	C	11	D	11	C
12	C	12	A	12	A	12	D
PHẦN II							
Câu 1	Đ Đ Đ Đ	Câu 1	Đ Đ Đ Đ	Câu 1	Đ Đ Đ Đ	Câu 1	S Đ Đ Đ
Câu 2	S S Đ Đ	Câu 2	Đ S Đ Đ	Câu 2	Đ S S Đ	Câu 2	Đ Đ Đ Đ
Câu 3	Đ Đ S S	Câu 3	Đ Đ S S	Câu 3	Đ S S Đ	Câu 3	S S Đ Đ
Câu 4	Đ Đ Đ S	Câu 4	Đ Đ S S	Câu 4	Đ Đ S Đ	Câu 4	Đ S Đ S
PHẦN III							
Câu 1	-6	Câu 1	1595	Câu 1	4,17	Câu 1	1595
Câu 2	26	Câu 2	26	Câu 2	-6	Câu 2	550
Câu 3	88,3	Câu 3	88,3	Câu 3	1595	Câu 3	26
Câu 4	1595	Câu 4	-6	Câu 4	550	Câu 4	-6
Câu 5	550	Câu 5	550	Câu 5	26	Câu 5	4,17
Câu 6	4,17	Câu 6	4,17	Câu 6	88,3	Câu 6	88,3

Xem thêm: **ĐỀ THI THỬ THPT MÔN TOÁN**  
<https://toanmath.com/de-thi-thu-thpt-mon-toan>

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO  
THPT TRỰC NINH  
NAM ĐỊNH

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1  
NĂM HỌC 2024-2025  
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

### PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.D	2.A	3.B	4.D	5.C	6.C
7.D	8.D	9.A	10.C	11.B	12.C

**Câu 1:** Nghiệm của phương trình  $\cos x = -\frac{1}{2}$  là

A.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$ .

B.  $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$ .

C.  $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ .

D.  $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ .

#### Phương pháp:

Giải phương trình lượng giác cơ bản.

#### Cách giải:

Ta có  $\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{2\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$

**Chọn D.**

**Câu 2:** Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC với  $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-3;5;1)$ . Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A.  $(0;2;1)$ .

B.  $(0;2;-1)$ .

C.  $(0;-2;1)$ .

D.  $(0;-2;-1)$ .

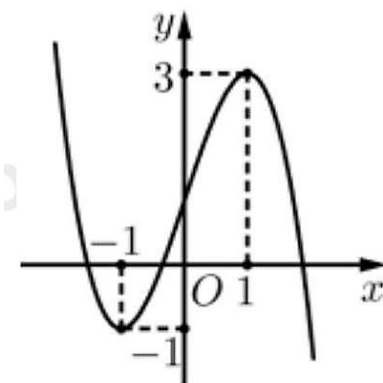
#### Cách giải:

Trọng tâm tam giác ABC có 
$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1+2-3}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{2-1+5}{3} = 2 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{-1+3+3}{3} = 1 \end{cases}$$

Hay  $G(0;2;1)$

**Chọn A.**

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị trên  $\mathbb{R}$  là đường cong trong hình sau.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1

**B. 3**

C. 0

D. -1

**Phương pháp:**

Nhìn đồ thị hàm số.

**Cách giải:**

Dựa vào đồ thị, giá trị cực đại của hàm số là  $y = 3$ .

**Chọn B.**

**Câu 4:** Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+2}{-x+1}$  là

A.  $x = 1$ .

B.  $y = 1$ .

C.  $x = -1$ .

**D.  $y = -1$ .**

**Phương pháp:**

Đồ thị hàm số  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$  có đường tiệm cận ngang  $y = \frac{a}{c}$

**Cách giải:**

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là  $y = -1$

**Chọn D.**

**Câu 5:** Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[8;11)	[11;14)	[14;17)	[17;20)	[20;23)	
Tần số	5	6	8	7	4	$n = 30$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 9

B. 12

C. 15

D. 31

**Phương pháp:**

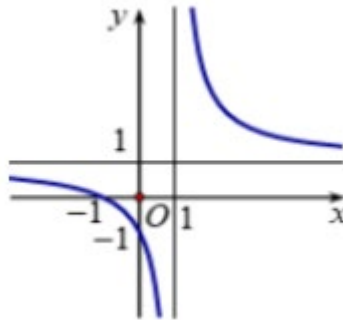
Công thức khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm.

**Cách giải:**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm:  $R = 23 - 8 = 15$ .

**Chọn C.**

**Câu 6:** Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A.  $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ .

B.  $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$ .

C.  $y = \frac{x + 1}{x - 1}$ .

D.  $y = x^3 - 3x - 1$ .

**Phương pháp:**

Xác định các đường tiệm cận của đồ thị hàm số, sử dụng phương pháp loại trừ.

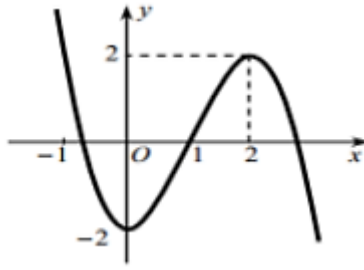
**Cách giải:**

Từ đồ thị, ta thấy đây là hàm phân thức.

Đồ thị có đường tiệm cận ngang là  $y = 1$ ; tiệm cận đứng  $x = 1$ .

**Chọn C.**

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số  $y = f(x)$  nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A.  $(0; 2)$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $(-2; 2)$ .

**D.  $(-\infty; 0)$ .**

**Phương pháp:**

Nhìn đồ thị hàm số.

**Cách giải:**

Trên  $(-\infty; 0)$ , đồ thị đi từ trên xuống dưới. Vậy hàm số nghịch biến trên  $(-\infty; 0)$ .

**Chọn D.**

**Câu 8:** Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này gần nhất với số nào?

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$	$[300; 360)$
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

A. 100

B. 130

C. 110

**D. 120**

**Phương pháp:**

Tìm tứ phân vị thứ nhất và thứ ba.

Tính khoảng tứ phân vị mẫu số liệu ghép nhóm.

**Cách giải:**

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300)$	$[300; 360)$
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Cỡ mẫu là  $n = 8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$ .

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$  thuộc nhóm  $[60; 120)$ .

Do đó,  $p = 2; a_2 = 60; m_2 = 10; m_1 = 8; a_3 - a_2 = 60$

Ta có  $Q_1 = a_2 + \frac{\frac{n}{4} - (m_1)}{m_2} \cdot (a_3 - a_2) = 60 + \frac{\frac{33}{4} - 8}{10} \cdot 60 = 61,5$

Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$  thuộc nhóm  $[120; 180)$ .

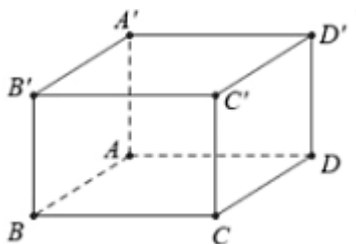
Do đó,  $p = 3; a_3 = 120; m_4 = 7; m_1 + m_2 = 18; a_4 - a_3 = 60$

Ta có  $Q_3 = a_3 + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + m_2)}{m_3} \cdot (a_4 - a_3) = 120 + \frac{\frac{33 \cdot 3}{4} - 18}{7} \cdot 60 \approx 177,9$

Suy ra  $\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 177,9 - 61,5 \approx 116,4$ .

**Chọn D.**

**Câu 9:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  cạnh  $a$ . Khẳng định nào sau đây sai?



**A.**  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$ .

**B.**  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$ .

**C.**  $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$ .

**D.**  $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$ .

**Cách giải:**

Ta có  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$  nên  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = 2\overrightarrow{AC}$

Vậy khẳng định sai là  $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$

**Chọn A.**

**Câu 10:** Trong không gian Oxyz, cho ba vector  $\vec{a} = (2; -1; 0)$ ,  $\vec{b} = (-1; -3; 2)$ ,  $\vec{c} = (-2; -4; -3)$ , tọa độ của

$\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$  là

**A.**  $(-3; -7; -9)$ .

**B.**  $(-5; -3; 9)$ .

**C.**  $(5; 3; -9)$ .

**D.**  $(3; 7; 9)$ .

**Phương pháp:**

Sử dụng tính chất cộng, trừ vector, nhân một số với một vector.

**Cách giải:**

Ta có:

$$\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c} = 2(2; -1; 0) - 3(-1; -3; 2) + (-2; -4; -3) = (5; 3; -9)$$

**Chọn C.**

**Câu 11:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm  $A(0; 2; 1)$  và  $B(3; -2; 1)$ . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 25

**B. 5**

C. 3

D. 9

**Cách giải:**

Độ dài đoạn thẳng AB là:

$$AB = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-2)^2 + (1-1)^2} = 5$$

**Chọn B.**

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 3$ . Số hạng thứ  $u_3$  của cấp số cộng bằng

A. 8

B. 6

**C. 9**

D. 7

**Phương pháp:**

Công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.

**Cách giải:**

Ta có  $u_3 = u_1 + 2d = 3 + 2.3 = 9$ .

**Chọn C.**

## PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	ĐĐĐĐ	SSĐĐ	ĐĐSS	ĐĐĐS

**Câu 1:** Cho mẫu số liệu dưới dạng bảng sau

Số câu trả lời đúng	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)	
Tần số	4	6	8	18	4	$N = 40$

a) Giá trị đại diện của lớp  $[36; 41)$  là 38,5.

b) Công thức tính số trung bình là  $\bar{x} = \frac{18,5.4 + 23,5.6 + 28,5.8 + 33,5.18 + 38,5.4}{40}$ .

c) Số trung bình là 30.



d) Phương sai của mẫu số liệu là  $S^2 = 32,75$ .

### Phương pháp:

Công thức tính các số đặc trưng của mẫu số liệu ghép nhóm.

### Cách giải:

Ta có:

Số câu trả lời đúng	[16;21)	[21;26)	[26;31)	[31;36)	[36;41)	
Giá trị đại diện	18,5	23,5	28,5	33,5	38,5	
Tần số	4	6	8	18	4	$N = 40$

a) Đúng: Giá trị đại diện của lớp  $[36;41)$  là  $\frac{36+41}{2} = 38,5$

b) Đúng, c) Đúng:

Áp dụng công thức tính số trung bình, ta có

$$\bar{x} = \frac{18,5 \cdot 4 + 23,5 \cdot 6 + 28,5 \cdot 8 + 33,5 \cdot 18 + 38,5 \cdot 4}{40} = 30$$

d) Đúng: Áp dụng công thức tính phương sai của mẫu số liệu, ta có:

$$S^2 = \frac{1}{40} \cdot (4 \cdot 18,5^2 + 6 \cdot 23,5^2 + 8 \cdot 28,5^2 + 18 \cdot 33,5^2 + 4 \cdot 38,5^2) - 30^2 = 32,75$$

**Câu 2:** Trong không gian Oxyz, cho  $\Delta ABC$ , biết  $A(-1;0;3), B(4;2;0), C(3;1;-3)$ .

a)  $M(a;b;c)$  thỏa mãn  $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{CB}$ . Khi đó  $a+b+c = -13$

b)  $N(a;b;c) \in Ox$  sao cho BN vuông góc với đường thẳng AC. Khi đó  $4a^2 + b^2 + c^2 = 162$

c)  $D(-2;-1;0)$  là một đỉnh của hình bình hành ABCD

d)  $G(2;1;0)$  là trọng tâm tam giác ABC.

### Cách giải:

a) Sai: Ta có  $\overrightarrow{AM} = (a+1;b;c-3)$  và  $\overrightarrow{CB} = (1;1;3)$ .

$$\text{Vì } \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{CB} \Rightarrow \begin{cases} a+1=3 \cdot 1 \\ b=3 \cdot 1 \\ c-3=3 \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=3 \\ c=12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a+b+c = 2+3+12 = 17$$

b) Sai: Vì  $N(a; b; c) \in Ox$  nên  $b = c = 0$ , nghĩa là  $N(a; 0; 0)$ .

Ta có  $\overrightarrow{BN} = (a - 4; -2; 0)$ .

Vì BN vuông góc với đường thẳng AC nên

$$\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow 4(a - 4) - 2 \cdot 1 - 0 \cdot 6 = 0 \Rightarrow a = 4,5$$

$$\text{Khi đó } 4a^2 + b^2 + c^2 = 4 \cdot 4,5^2 + 0^2 + 0^2 = 81$$

c) Đúng: Gọi  $D(x, y, z)$  là đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCD

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \text{ mà } \overrightarrow{AB} = (5; 2; -3), \overrightarrow{DC} = (3 - x, 1 - y, -3 - z)$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 3 - x = 5 \\ 1 - y = 2 \\ -3 - z = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow D(-2; -1; 0)$$

d) Đúng:  $G$  là trọng tâm tam giác ABC

$$\Rightarrow G = \left( \frac{-1 + 4 + 3}{3}; \frac{0 + 2 + 1}{3}; \frac{3 + 0 - 3}{3} \right) = (2; 1; 0)$$

**Câu 3:** Cho  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = 8x^3 + \sin x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Biết  $f(0) = 3$ .

a) Hàm số  $y = f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f'(x)$ .

b) Biết  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f'(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 2$ . Khi đó,  $F(1) = \frac{32}{5} - \sin 1$ .

c)  $f(x) = 2x^4 - \cos x + 3$ .

d)  $\int f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 3x + C$ , với  $C$  là hằng số.

**Cách giải:**

a) Đúng: Vì  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x)$

Do đó hàm số  $y = f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f'(x)$ .

d) Sai: Vì hàm số  $y = f(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f'(x)$ .

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x) dx = \int (8x^3 + \sin x) dx = 2x^4 - \cos x + c$$

c) Sai: Có  $f(0) = 3 \Rightarrow 2 \cdot 0^4 - \cos 0 + c = 3 \Rightarrow c = 4$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^4 - \cos x + 4.$$

Vì  $F(x)$  là nguyên hàm của  $f(x)$  nên  $F(x) = \int f(x) dx = \int (2x^4 - \cos x + 4) dx = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + c$ .

b) Đúng: Ta có

$$F(0) = 2 \Rightarrow \frac{2}{5} \cdot 0^5 - \sin 0 + 4 \cdot 0 + c = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sin x + 4x + 2.$$

$$\Rightarrow F(1) = \frac{2}{5} \cdot 1^5 - \sin 1 + 4 \cdot 1 + 2 = \frac{32}{5} - \sin 1.$$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$  có đồ thị là (C).

a) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.

b) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$ .

c) Đồ thị (C) nhận giao điểm  $I(3; -9)$  làm tâm đối xứng.

d) Đồ thị không cắt trục Ox.

**Phương pháp:**

Khảo sát hàm số: Tính đạo hàm, tìm cực trị, tính giới hạn hàm số.

**Cách giải:**

a) Đúng: Ta có

$$y' = \frac{(-2x - 3)(x - 3)}{(x - 3)^2} = \frac{-x^2 + 6x + 5}{(x - 3)^2} = 0 \Rightarrow -x^2 + 6x + 5 = 0.$$

Lại có  $a.c = -1.5 = -5 < 0 \Rightarrow$  Phương trình có hai nghiệm trái dấu.

Suy ra đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.

b) Đúng. Ta có  $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3} = -x - 6 - \frac{14}{x - 3}$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - (-x - 6)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -x - 6 - \frac{14}{x - 3} - (-x - 6) \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-14}{x - 3} = 0.$$

Suy ra đồ thị (C) có tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$ .

c) Đúng: Xét  $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3} = -\infty$ .

Suy ra đồ thị (C) có tiệm cận đứng  $x = 3$ .

Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là  $y = -x - 6$  nên tâm đối xứng của đồ thị (C) nhận giao điểm của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng  $\Rightarrow I(3; -9)$ .

d) Sai: Xét  $y = 0 \Rightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$ .

Phương trình có hai nghiệm  $x_1 = 1$  và  $x_2 = -4$ .

Suy ra đồ thị (C) cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt.

### PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	-6	26	88,3	1595	550	4,17

**Câu 1:** Biết đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$  có hai cực trị A và B. Phương trình đường thẳng AB là  $y = ax + b, (a, b \in \mathbb{R})$ . Tính tổng  $a + b$ .

#### Phương pháp:

Tìm cực trị hàm số.

Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm.

#### Cách giải:

Xét  $y' = 0 \Rightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0$ .

Đồ thị hàm số  $y = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$  có hai cực trị A(1; -6) và B(-3; 26).

Ta có phương trình đường thẳng AB là

$y = ax + b, (a, b \in \mathbb{R})$

$$\Rightarrow \begin{cases} -6 = a + b \\ 26 = -3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -8 \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra  $a + b = -8 + 2 = -6$ .

**Câu 2:** Số dân của một thị trấn sau  $t$  năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức

$f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5} (f(t) \text{ được tính bằng nghìn người})$  (Nguồn: Giải tích 12 nâng cao, NXBGD Việt

Nam, 2020). Xem  $y = f(t)$  là một hàm số xác định trên nửa khoảng  $[0; +\infty)$ . Đồ thị hàm số  $y = f(t)$

có đường tiệm cận ngang là  $y = a$ . Giá trị của  $a$  là bao nhiêu?

**Phương pháp:**

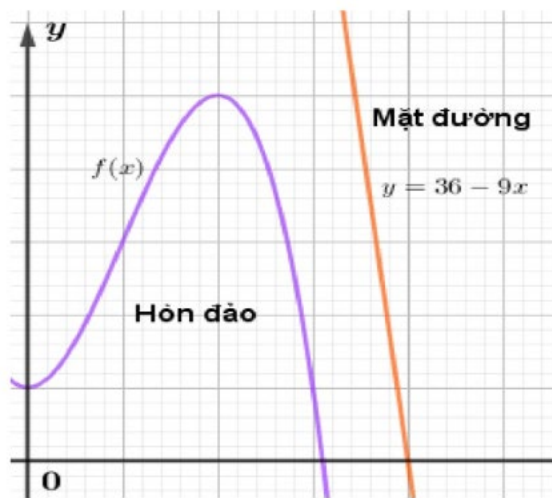
Tính giới hạn tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm  $y = f(t)$

**Cách giải:**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{26t+10}{t+5} = 26.$

Suy ra đồ thị hàm số  $y = f(t)$  có đường tiệm cận ngang là  $y = 26.$

**Câu 3:** Một hòn đảo nằm trong một vịnh biển. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba  $f(x)$ . Đơn vị trên hệ trục là 100 m. Vị trí điểm cực đại là  $(2;5)$ , vị trí điểm cực tiểu là  $(0;1)$ . Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình  $y = 36 - 9x$ . Người ta muốn làm một cây cầu có dạng là một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu là bao nhiêu mét? (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Phương pháp:**

Viết phương trình hàm bậc ba.

Tính khoảng cách từ điểm thuộc đồ thị hàm số đến đường thẳng.

**Cách giải:**

Đồ thị của hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có điểm cực đại là  $(2;5)$  và vị trí điểm cực tiểu là  $(0;1)$

Suy ra hàm số:  $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

Gọi  $M$  một điểm thuộc đồ thị hàm số  $y = f(x)$

Ta có  $M(a; -a^3 + 3a^2 + 1)(a > 0).$

Khi đó độ dài của cây cầu nối từ hòn đảo ra mặt đường là khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng

$$y = 36 - 9x$$

Do đó để độ dài của cây cầu là ngắn nhất thì khoảng cách từ điểm  $M$  đến đường thẳng  $y = 36 - 9x$  là ngắn nhất.

Ta có  $y = 36 - 9x \Rightarrow 9x + y - 36 = 0(d)$ .

Vì đơn vị trên hệ trục là 100 m suy ra độ dài ngắn nhất của cây cầu trên là 88,3 m.

**Câu 4:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm  $A(800; 500; 7)$  đến điểm  $B(940; 550; 9)$  trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là  $C(x; y; z)$ . Tính  $x + y + z$ .

**Cách giải:**

Vì hướng của máy bay không đổi nên  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{BC}$  cùng hướng.

Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ  $A$  đến  $B$  gấp đôi thời gian bay từ  $B$  đến  $C$  nên ta có:  $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB}$ .

Mà  $\overrightarrow{AB} = (140; 50; 2)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 9)$ .

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 940 = \frac{1}{2} \cdot 140 \\ y - 550 = \frac{1}{2} \cdot 50 \\ z - 9 = \frac{1}{2} \cdot 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 10 \end{cases}$$

Vậy  $x + y + z = 1010 + 575 + 10 = 1595$ .

**Câu 5:** Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí  $A$  cách vị trí điều khiển 150 m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50 m. Flycam II ở vị trí  $B$  cách vị trí điều khiển 180 m về phía bắc và 240 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60 m. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz với gốc  $O$  là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

**Phương pháp:**

Tìm tọa độ hai điểm A, B.

Tính khoảng cách giữa hai điểm.

**Cách giải:**

Theo cách đặt hệ trục tọa độ trong đề bài, ta có tọa độ điểm  $A(150;200;50)$  và tọa độ điểm  $B(-180;-240;60)$

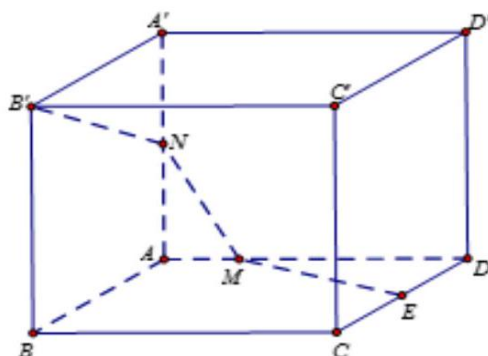
Khi đó khoảng cách giữa hai flycam chính là độ dài đoạn AB.

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-330; -440; 10)$

$$\Rightarrow AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-330)^2 + (-440)^2 + 10^2} \approx 550$$

Vậy khoảng cách giữa hai flycam đó bằng 550 m.

**Câu 6:** Một mô hình trang trí có dạng là hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ , cạnh bằng 10 m (như hình vẽ). Người ta cần nối một đường dây điện đi từ điểm  $E$  (là trung điểm của  $CD$ ) đi qua điểm  $M$  thuộc cạnh  $AD$ , đi tiếp qua điểm  $N$  thuộc cạnh  $AA'$  rồi tới điểm  $B'$ . Biết độ dài đoạn dây điện bằng 25 m. Tính độ dài đoạn  $MN$  (làm tròn đến hàng phần trăm).



**Cách giải:**

Độ dài đoạn dây điện bằng tổng độ dài ba đoạn  $B'N, MN$  và  $ME$

Nghĩa là  $B'N + NM + ME = 25$

Ta trải phẳng mô hình có dạng là hình lập phương ra như hình vẽ:

Xét trên hình trái phăng.

Khi đó  $B'A' = A'D' = D'D = 10(m)$ ;  $DE = 5(m)$  vì  $E$  là trung điểm của  $DC$

Xét tam giác B'D'E vuông tại D' có:

$$B'E = \sqrt{(B'D')^2 + (D'E)^2} = \sqrt{(B'A' + A'D')^2 + (D'D + DE)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$$

Suy ra  $B'N + NM + ME = B'E = 25$

Suy ra 4 điểm B', M, N, E thẳng hàng trên hình trái phải.

Vì  $MD \parallel B'D'$  theo định lý Thales, ta có:

$$\frac{DM}{D'B} = \frac{ED}{ED'} \Rightarrow \frac{DM}{20} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow DM = \frac{20}{3} \Rightarrow AM = 10 - \frac{20}{3} = \frac{10}{3}$$

Xét tam giác B'D'E có:

$A'$  là trung điểm của  $B'D' \rightarrow A'N // ED'$

Suy ra  $N$  là trung điểm của  $B'E$  là đường trung bình của tam giác  $B'D'E$

$$\Rightarrow A'N = \frac{1}{2}D'E = \frac{1}{2} \cdot 15 = \frac{15}{2} \Rightarrow AN = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}.$$

Xét tam giác AMN vuông tại  $A$ , có

$$MN = \sqrt{AN^2 + AM^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{10}{3}\right)^2} \approx 4,17(\text{m}).$$

----- HẾT -----