BỘ ĐỀ TRỌNG TÂM ÔN LUYỆN ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC HSA

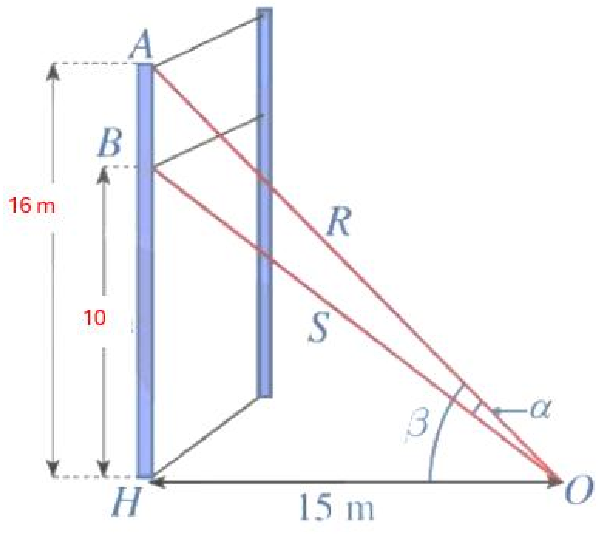
PHẦN: TOÁN HỌC – PHÂN TÍCH SỐ LIỆU

BIÊN SOẠN: ĐỘI NGŨ HSA EDUCATION

ĐỀ SỐ: 07

BẢNG ĐÁP ÁN									
HSA 01	13	**HSA 11**	D	**HSA 21**	B	**HSA 31**	A	**HSA 41**	B
HSA 02	D	**HSA 12**	C	**HSA 22**	D	**HSA 32**	D	**HSA 42**	A
HSA 03	199	**HSA 13**	D	**HSA 23**	202	**HSA 33**	B	**HSA 43**	B
HSA 04	B	**HSA 14**	B	**HSA 24**	C	**HSA 34**	A	**HSA 44**	C
HSA 05	A	**HSA 15**	A	**HSA 25**	B	**HSA 35**	A	**HSA 45**	A
HSA 06	C	**HSA 16**	D	**HSA 26**	B	**HSA 36**	A	**HSA 46**	B
HSA 07	1	**HSA 17**	C	**HSA 27**	24	**HSA 37**	4	**HSA 47**	B
HSA 08	D	**HSA 18**	2	**HSA 28**	A	**HSA 38**	9,4	**HSA 48**	D
HSA 09	1	**HSA 19**	B	**HSA 29**	1	**HSA 39**	C	**HSA 49**	B
HSA 10	C	**HSA 20**	$\frac{5}{2}$	**HSA 30**	2	**HSA 40**	B	**HSA 50**	B

HSA 01: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí A cách mặt đất 16 m. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí B cách mặt đất 10 m. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí O cách chân cột 15 m (Hình vẽ). Số đo góc $\widehat{BOA} = \alpha$. Tìm giá trị α khi kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ



Đáp án: 13
Lí giải

Xét ΔAOH vuông tại H, ta có: $\tan\beta = \dfrac{AH}{HO} = \dfrac{16}{15}$.

Đặt $\widehat{BOH} = \gamma$

Xét ΔBOH vuông tại H, ta có: $\tan\gamma = \dfrac{BH}{HO} = \dfrac{10}{15} = \dfrac{2}{3}$.

$$\tan\alpha = \tan\left(\beta - \widehat{BOH}\right) = \tan(\beta - \gamma) = \frac{\tan\beta - \tan\gamma}{1 + \tan\beta\tan\gamma} = \frac{\frac{16}{15} - \frac{2}{3}}{1 + \frac{16}{15}\cdot\frac{2}{3}} = \frac{18}{77}$$

Vậy $\tan\alpha = \dfrac{18}{77}$.

Từ $\tan\,\alpha = \dfrac{18}{77}$, để tìm số đo góc a, ta sử dụng máy tính cầm tay

Ta được kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ là 13^o.

Vậy $\alpha \approx 13^o$.

HSA 02: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m \le 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. $m = -1$. **B.** $-\dfrac{1}{3} \le m \le 1$. **C.** $-1 < m \le 1$. **D.** $m \in \varnothing$.

Đáp án: D
Lí giải

+ Trường hợp 1: $m = -1$:

Bất phương trình đã cho trở thành: $4x + 4 \le 0 \Leftrightarrow x \le -1$(không nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$).

Suy ra: $m = -1$ không thỏa.

+ Trường hợp 2: $m \ne -1$:

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ 3m^2 - 2m - 1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ -\dfrac{1}{3} \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \varnothing.$$

Từ hai trường hợp trên ta có: $m \in \varnothing$.

HSA 03: Trong hội chợ tết Kỷ Hợi 2019, một công ty sữa muốn xếp 10000 hộp sữa theo số lượng 1, 3, 5,…từ trên xuống dưới (số hộp sữa trên mỗi hàng xếp từ trên xuống là các số lẻ liên tiếp) như hình vẽ:

Hàng dưới cùng có bao nhiêu hộp sữa?

Đáp án: 199

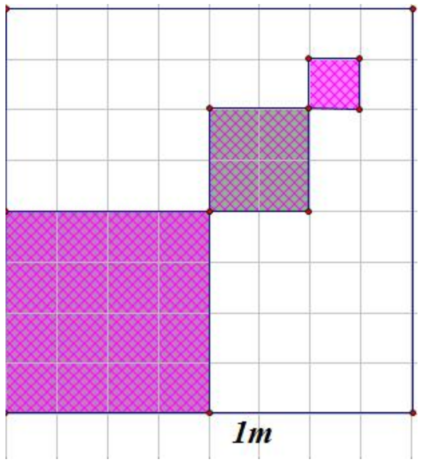
Lí giải

Số hộp sữa được xếp theo thứ tự cấp số cộng với $u_1 = 1; d = 2$

Ta có $u_n = (n+1)d = 1 + 2(n+1) = 2n - 1; s_n = \frac{u_1 + u_n}{2}.n = n^2 = 10000 \Rightarrow n = 100$

Do đó hàng dưới cùng có $u_{100} = 2.100 - 1 = 199$ hộp.

HSA 04: Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là $1, 2, 3 \ldots \text{n}, ..$ (các hình vuông được tô màu chấm bi), trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó (hình vẽ). Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn $\frac{1}{1000}\left(m^2\right)$?



A. 6.
B. 5.
C. 3.
D. 4.

Đáp án: B

Lí giải

Diện tích của hình vuông lập thành cấp số nhân với số hạng đầu tiên là $u_1=\frac{1}{4}, q=\frac{1}{4}$.

Do đó số hạng tổng quát là $u_n=\frac{1}{4}.\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}=\frac{1}{4^n}(n\geq 1)$. Để diện tích của hình vuông tô màu nhỏ hơn $\frac{1}{1000}\Leftrightarrow\frac{1}{4^n}<\frac{1}{1000}\Leftrightarrow 4^n>1000\Rightarrow n\geq 5$. Vậy tô màu từ hình vuông thứ 5 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

HSA 05: Một quả bóng cao su được thả từ độ cao 81m. Mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên hai phần ba độ cao của lần rơi trước. Tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng

A. 405.
B. 567.
C. 162.
D. 234.

Đáp án: A
Lí giải

Gọi r_i là khoảng cách lần rơi thứ i

Ta có $r_1=81$, $r_2=\frac{2}{3}.81,\ldots,$ $r_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}.81,\ldots$

Suy ra tổng các khoảng cách rơi của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lần rơi thứ n bằng $81.\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\frac{2}{3}}$.

Gọi t_i là khoảng cách lần nảy thứ i

Ta có $t_1=\frac{2}{3}.81$, $t_2=\left(\frac{2}{3}\right).\frac{2}{3}81,\ldots,$ $t_n=\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\frac{2}{3}.81,\ldots$

Suy ra tổng các khoảng cách nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến đến lần nảy thứ n bằng $\frac{2}{3}.81.\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1-\frac{2}{3}}$.

Vậy tổng các khoảng cách rơi và nảy của quả bóng từ lúc thả bóng cho đến lúc bóng không nảy nữa bằng $S=\lim\left(81.\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^n}{1-\frac{2}{3}}+\frac{2}{3}.81.\frac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}{1-\frac{2}{3}}\right)=405$.

HSA 06: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2-5x-1$ tại $x=4$ là

A. -1.
B. 2.
C. 3.
D. -5.

Đáp án: C

Lí giải

$f\left(x\right)=x^2-5x-1\Rightarrow f'\left(x\right)=2x-5\Rightarrow f'\left(4\right)=3$.

HSA 07: Tìm giá trị nguyên dương nhỏ nhất của tham số m để bất phương trình $4^x-2018m.2^{x-1}+3-1009m\le 0$ có nghiệm .
A. $m=1$.
B. $m=4$.
C. $m=3$.
D. $m=2$.

Đáp án: 1

Lí giải

Đặt $t=2^x,t>0$.
Khi đó bất phương trình trở thành $t^2-1009mt+3-1009m\le 0$

$\Leftrightarrow 1009m\ge\frac{t^2+3}{t+1}$ (do $t>0$).

Xét $f\left(t\right)=\frac{t^2+3}{t+1}$, ta có $f'\left(t\right)=\frac{t^2+2t-3}{\left(t+1\right)^2}$

$f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t^2+2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-3\end{array}\right.\overset{t>0}{\Rightarrow}t=1$

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		$3 \searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

ycbt $\Leftrightarrow 1009m \geq \min\limits_{t>0} f(t) = 2 \Leftrightarrow m \geq \dfrac{2}{1009}$.

Vậy $m = 1$ là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa yêu cầu bài toán.

HSA 08: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f(x+m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

A. 1.
B. 4.
C. 2.
D. 3.

Đáp án: D

Lí giải

Từ giả thiết suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$, $(1;3)$ và liên tục tại $x = 1$ nên đồng biến trên $(-1;3)$.

Ta có $g'(x) = f'(x+m)$ và $x \in (0;2) \Leftrightarrow x + m \in (m; m+2)$.

$g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2) \Leftrightarrow (m; 2+m) \subset (-1;3) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 2 + m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên m có 3 giá trị là $m = -1; m = 0; m = 1$.

HSA 09: Đồ thị của hai hàm số $y = 3x^3 - x^2 - x + 1$ và $y = x^3 + 3x - 2$ tiếp xúc với nhau tại điểm có hoành độ bằng bao nhiêu?

Đáp án: 1

Lí giải

Hai hàm số tiếp xúc nhau khi: $\begin{cases} 3x^3-x^2-x+1=x^3+3x-2 \\ 9x^2-2x-1=3x^2+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^3-x^2-4x+3=0(1) \\ 6x^2-2x-4=0(2) \end{cases}$.

• Ta có $(1) \Leftrightarrow 2x^3-x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\dfrac{3}{2} \end{array}\right.$.

Với $x=1 \Rightarrow y=2$.

Với $x=-\dfrac{3}{2} \Rightarrow y=-\dfrac{79}{8}$.

• (1) là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị tại hai điểm: $A(1;2)$, $B\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{79}{8}\right)$.

Trong 2 nghiệm của (1) chỉ có nghiệm $x=1$ thỏa mãn phương trình (2).

Vậy điểm $(1;2)$ là nơi tiếp xúc của hai đồ thị hàm số.

HSA 10: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (0;36)$ để hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ là:

A. 25 .
B. 22 .
C. 24 .
D. 23 .
Đáp án: C

Lí giải

Xét hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=3x^2-12x+m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \ge -3x^2+12x,\ \forall x \in (0;+\infty) (*)$.

Xét hàm số $g(x)=-3x^2+12x$ trên $(0;+\infty)$. Ta có $g'(x)=-6x+12$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng biến thiên của $g(x)=-3x^2+12x$.

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	12	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $(*) \Leftrightarrow m \geq 12 \Rightarrow m \in \{12;13;14;...;35\}$.

HSA 11: Có bao nhiêu giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (m^2 - 3)x + 2018$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho biểu thức $P = |x_1(x_2 - 2) - 2(x_2 + 1)|$ đạt giá trị lớn nhất?

A. 2.
B. 4.
C. 3.
D. 1.

Đáp án: D

Lí giải

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - 2x + m^2 - 3$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'_{y'} > 0 \Leftrightarrow 4 - m^2 > 0 \Leftrightarrow m \in (-2;2)$ (1)

Ta có $P = |x_1(x_2 - 2) - 2(x_2 + 1)| = |x_1x_2 - 2(x_2 + x_1) - 2|$ (2)

Theo Định lý Viet $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1x_2 = m^2 - 3 \end{cases}$ thay vào (2) ta được $P = |x_1x_2 - 2(x_2 + x_1) - 2| = |m^2 - 9|$.

Khảo sát hàm số $f(m) = |m^2 - 9|$ trên $(-2;2)$ ta được $\max\limits_{(-2;2)} f(m) = 9$ khi $m = 0$.

HSA 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(\sin x-1\right)$ bằng

A. 3.
B. -3.
C. 4.
D. -2.

Đáp án: C
Lí giải

Đặt $\sin x-1=t,\left(-2\le t\le 0\right)$.

Bài toán quy về tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(t\right)$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$.

Từ bảng biến thiên ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(t\right)$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$ là 3.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(\sin x-1\right)$ bằng 3.

HSA 13: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị A, B. Khi $\widehat{AOB}=90^\circ$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng
A. 16.
B. 8.
C. $\dfrac{1}{8}$.
D. $\dfrac{1}{16}$.

Đáp án: D

Lí giải

$$y'=\frac{\left(2x+m\right)\left(x-1\right)-x^2-mx-m^2}{\left(x-1\right)^2}=\frac{x^2-2x-\left(m+m^2\right)}{\left(x-1\right)^2}$$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B thì $y'=0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + m + m^2 > 0 \\ -1 - m - m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu là $y_A = 2x + m$.

Gọi $x_A; x_B$ là hoành độ của A, B khi đó $x_A; x_B$ là nghiệm của $x^2 - 2x - \left(m + m^2\right)$.

Theo định lí Viet ta có $x_A + x_B = 2$; $x_A.x_B = -m^2 - m$.

$y_A = 2x_A + m$; $y_B = 2x_B + m$.

$\widehat{AOB} = 90° \Rightarrow x_A.x_B + y_A.y_B = 0 \Leftrightarrow x_A x_B + 4x_A x_B + 2m\left(x_A + x_B\right) + m^2 = 0$

$\Leftrightarrow 5\left(-m^2 - m\right) + 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 0; m = -\dfrac{1}{4}$.

Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng $0^2 + \left(-\dfrac{1}{4}\right)^2 = \dfrac{1}{16}$.

HSA 14: $\int \left(3^x + 4^x\right) \mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{3^x}{\ln 4} + \dfrac{4^x}{\ln 3} + C$.

B. $\dfrac{3^x}{\ln 3} + \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$.

C. $\dfrac{3^x}{\ln 3} - \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$.

D. $\dfrac{4^x}{\ln 3} - \dfrac{3^x}{\ln 4} + C$.

Đáp án: B

Lí giải

Áp dụng công thức $\int a^x \mathrm{d}x = \dfrac{a^x}{\ln a} + C$. Ta có $\int \left(3^x + 4^x\right) \mathrm{d}x = \int 3^x \mathrm{d}x + \int 4^x \mathrm{d}x = \dfrac{3^x}{\ln 3} + \dfrac{4^x}{\ln 4} + C$.

HSA 15: Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	2	↗	$+\infty$

Gọi dạng phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = mx + n$. Tính $m + 2n$.

A. 3.

B. 5.

C. -1.

D. 0.

Đáp án: A

Lí giải

Từ bảng biến thi ta thấy đường tiệm cận đứng có phương trình $x = -1$ nên $e = 1$.

Ta có $y' = \dfrac{ax^2 + 2ax + b - c}{(x+1)^2}$.

Lại có đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(-2;-2)$ và $(0;2)$ nên $\begin{cases} y'(-2) = 0 \\ y'(0) = 0 \\ y(-2) = -2 \\ y(0) = 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 4a + b - c = 0 \\ b - c = 0 \\ \dfrac{4a - 2b + c}{-2+1} = -2 \\ c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \\ b - c = 0 \\ 4a - 2b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = c = 2 \\ a = 1 \end{cases}.$$

Suy ra $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x+1} = x + 1 + \dfrac{1}{x+1}$.

Tức là đường tiệm cận xiên có phương trình $y = x + 1$.

Do đó $m = 1; n = 1$.

Vậy $m + 2n = 3$.

HSA 16: Cho hàm số: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f(f^{k-1}(x))$ (với k là số tự nhiên lớn hơn 1). Tính số nghiệm của phương trình $f^6(x) = 0$.

A. 730.

B. 729.

C. 364.

D. 365.

Đáp án: D

Lí giải

Có: $f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$

$f^k(x)=0\Leftrightarrow f(f^{k-1}(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^{k-1}(x)=0\\f^{k-1}(x)=3\end{array}\right.$

Mà $f(x)=3$ có 3 nghiệm phân biệt đều thuộc khoảng $(0;4)$, $f(x)=a$ với a thuộc $(0;4)$ cũng có 3 nghiệm phân biệt.

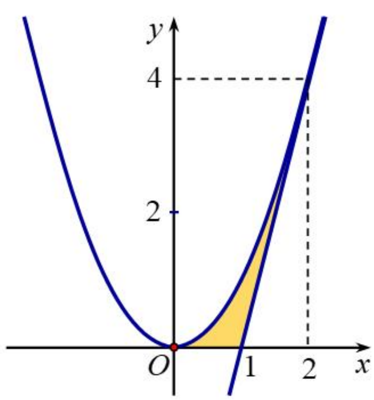
Đặt u_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x)=0$. Có $u_1=2$

Đặt v_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x)=3$. Có: $v_1=3;\ v_2=9;...;v_k=3^k$

Ta có: $u_k=u_{k-1}+v_{k-1}=2+3+3^2+...+3^{k-1}=1+1+3+3^2+...+3^{k-1}=\dfrac{3^k+1}{2}$

Vậy $u_6=\dfrac{3^6+1}{2}=365$.

HSA 17: Cho hình (H) giới hạn bởi trục hoành, đồ thị của một Parabol và một đường thẳng tiếp xúc với Parabol đó tại điểm $A(2;4)$, như hình vẽ bên. Thể tích vật thể tròn xoay tạo bởi khi hình (H) quay quanh trục Ox bằng



A. $\dfrac{32\pi}{5}$.

B. $\dfrac{2\pi}{3}$.

C. $\dfrac{16\pi}{15}$.

D. $\frac{22\pi}{5}$.

Đáp án: C

Lí giải

Parabol có đỉnh là gốc tọa độ như hình vẽ và đi qua $A(2;4)$ nên có phương trình $y=x^2$.

Tiếp tuyến của Parabol đó tại $A(2;4)$ có phương trình là $y=4(x-2)+4=4x-4$.

Suy ra thể tích vật thể tròn xoay cần tìm là $V=\pi\int_0^2(x^2)^2\,dx-\pi\int_1^2(4x-4)^2\,dx$.

$\int_0^2(x^2)^2\,dx=\left.\frac{x^5}{5}\right|_0^2=\frac{32}{5}$; $\int_1^2(4x-4)^2\,dx=16\int_1^2(x^2-2x+1)\,dx=16\left.\left(\frac{x^3}{3}-x^2+x\right)\right|_1^2=\frac{16}{3}$.

Vậy $V=\pi\int_0^2(x^2)^2\,dx-\pi\int_1^2(4x-4)^2\,dx=\pi\left(\frac{32}{5}-\frac{16}{3}\right)=\frac{16\pi}{15}$.

HSA 18: Cho hàm số $y=\frac{x^2+3}{x+1}$. Cực tiểu của hàm số bằng bao nhiêu?

Đáp án: 2

Lí giải

Ta có: $y'=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

HSA 19: Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 5.
B. 6.
C. 7.
D. 3.

Đáp án: B
Lí giải

Ta có $f(x)=x^7-18x^5+49x^3-36x \Rightarrow f(x)'=7x^6-90x^4+147x^2-36$

Đặt $x^2=t$ và xét hàm số $g(t)=7t^3-90t^2+147t-36$

Ta có $y=g(t)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $g(0)=-36$, $g(1)=28$, $g(2)=-46$, $g(11)=8$, suy ra $g(0).g(1)<0$, $g(1).g(2)<0$, $g(2).g(11)<0$ nên phương trình $g(t)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt. Do đó, phương trình $f'(x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt, nên hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 6 điểm phân biệt.

HSA 20: Cho $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_{-1}^{5}[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=16$ và $\int_{-1}^{5}[f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x=-1$. Tính $\int_{-1}^{2}f(2x+1)\mathrm{d}x$.

Đáp án: $\frac{5}{2}$

Lí giải

Theo giả thiết, ta có $\begin{cases}\int_{-1}^{5}[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=16\\ \int_{-1}^{5}[f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x=-1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\int_{-1}^{5}f(x)\mathrm{d}x=5\\ \int_{-1}^{5}g(x)\mathrm{d}x=2\end{cases}$.

Đặt $u=2x+1$, khi đó ta có $\int_{-1}^{2}f(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-1}^{5}f(t)\mathrm{d}t=\frac{5}{2}$.

HSA 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-5)$, $B(-4;1;3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB?

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=26$.
B. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=26$.
C. $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=26$.
D. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=26$.

Đáp án: B

Lí giải

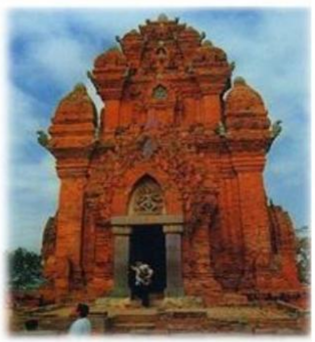
+) Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(-1;2;-1)$.

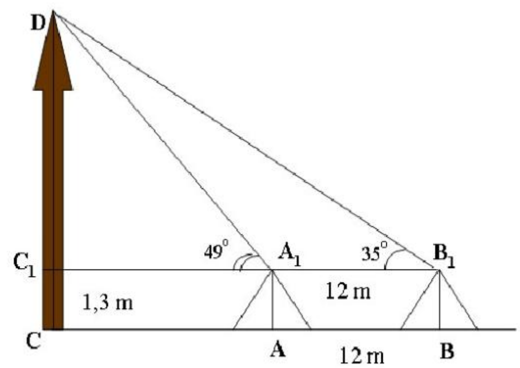
+) $AB = 2\sqrt{26}$.

+) Mặt cầu có đường kính $AB \Rightarrow$ mặt cầu có tâm là I và bán kính $R = \dfrac{AB}{2} = \sqrt{26}$.

+) Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 26$.

HSA 22: Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12\ (\text{m})$ cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1{,}3\ (\text{m})$. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49°$, $\widehat{DB_1C_1} = 35°$. Chiều cao CD của tháp là *(làm tròn đến hàng phần trăm)*





A. $21{,}77\ (\text{m})$.

B. $21{,}47\ (\text{m})$.

C. $20{,}47\ (\text{m})$.

D. $22{,}77\ (\text{m})$.

Đáp án: D

Lí giải

Xét tam giác DC_1A_1 có $\dfrac{C_1D}{C_1A_1} = \tan 49° \Rightarrow C_1D = C_1A_1.\tan 49°$ (1).

Xét tam giác DC_1B_1 có $\dfrac{C_1D}{C_1B_1} = \dfrac{C_1D}{C_1A_1 + 12} = \tan 35° \Rightarrow C_1D = (C_1A_1 + 12).\tan 35°$.

$\Rightarrow C_1A_1 = (\tan 49° - \tan 35°) = 12.\tan 35° \ \Rightarrow C_1A_1 = \dfrac{12.\tan 35}{\tan 49° - \tan 35°}$.

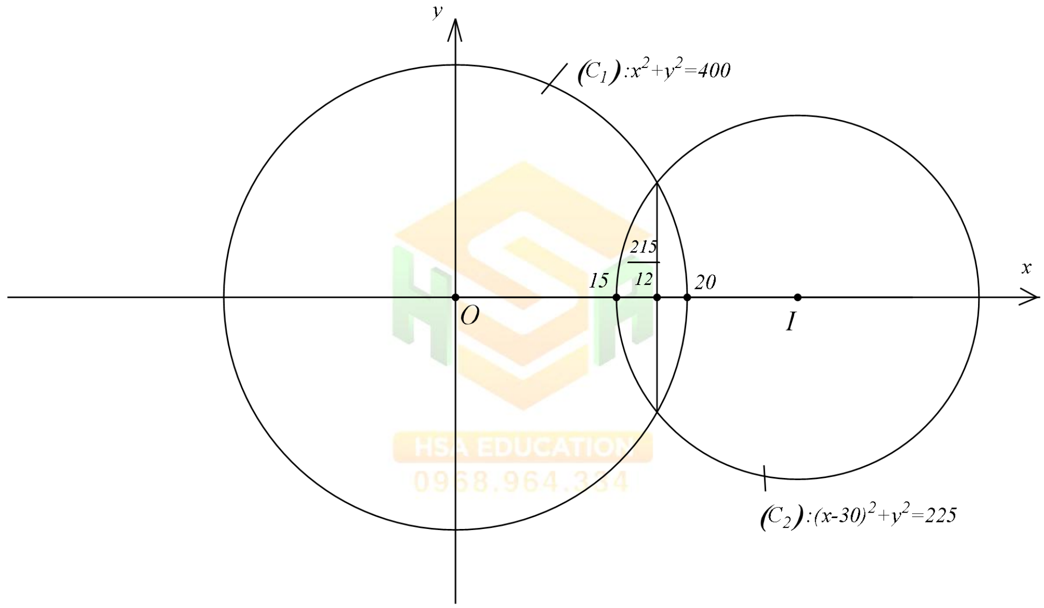
Thay vào (1) ta được $C_1D=\dfrac{12.\tan 35°.\tan 49°}{\tan 49°-\tan 35°}$ mà

$CD=CC_1+C_1D=1.3+\dfrac{12.\tan 35°.\tan 49°}{\tan 49°-\tan 35°}\approx 22,77\ (\text{m})$.

HSA 23: Một khu vườn có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai đường tròn là $20m$ và $15m$, khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là $30m$. Phần giao của hai hình tròn được trồng hoa với chi phí 300000 đồng/ m^2. Phần còn lại được trồng cỏ với chi phí 100000 đồng/ m^2. Hỏi chi phí để trồng hoa và cỏ của khu vườn là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của đơn vị triệu đồng)?

Đáp án: 202

Lí giải



+ Gắn hệ trục như hình vẽ.

+ Đường tròn (C_1) có tâm $O(0;0)$, bán kính $R_1=20$ có phương trình: $x^2+y^2=400$

$\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{400-x^2}$.

+ Đường tròn (C_2) có tâm $I(30;0)$, bán kính $R_2=15$ có phương trình: $(x-30)^2+y^2=225$

$\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{225-(x-30)^2}$.

+ Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là:

$400-x^2=225-(x-30)^2 \Leftrightarrow x=\dfrac{215}{12}$.

+ Diện tích trồng hoA. $S_1=2.\int_{15}^{\frac{215}{12}}\sqrt{225-(x-30)^2}\,dx+2.\int_{\frac{215}{12}}^{20}\sqrt{400-x^2}\,dx\approx 60,255m^2$.

+ Diện tích trồng cỏ: $S_2=\pi R_1^2+\pi R_2^2-2S_1=\pi.20^2+\pi.15^2-2.60,255\approx 1842,985m^2$

Tổng chi phí trồng hoa và cỏ là:
$P=300000.S_1+100000.S_2=300000.60,255+100000.1842,985=202375000$ đồng

Vậy chi phí để trồng hoa và cỏ của khu vườn gần nhất với số tiền 202 triệu đồng

HSA 24: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=a$, $BC=AD=b$, $CA=BD=c$. Giá trị $\cos\left(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{DA}\right)$ là

A. $\dfrac{a^2-b^2}{b^2}$.

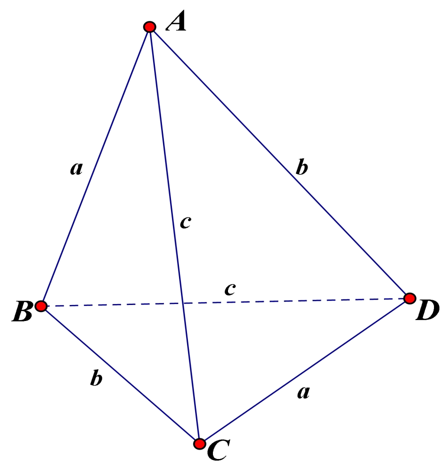
B. $\dfrac{b^2-c^2}{b^2}$.

C. $\dfrac{a^2-c^2}{b^2}$.

D. $\dfrac{c^2-a^2}{b^2}$.

Đáp án: C

Lí giải



Tam giác ABD có $\cos BAD=\dfrac{AB^2+AD^2-BD^2}{2AB.AD}=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2a.b}$.

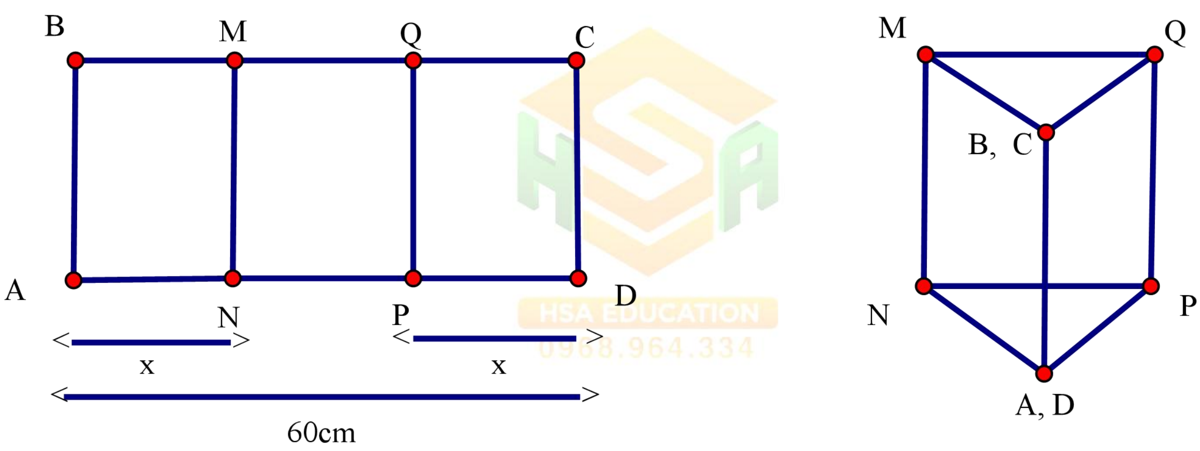
Tam giác ACD có $\cos CAD = \dfrac{AC^2 + AD^2 - CD^2}{2AC.AD} = \dfrac{c^2 + b^2 - a^2}{2c.b}$.

Khi đó $\cos\left(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DA}\right) = \dfrac{\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{DA}}{BC.DA} = \dfrac{\left(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right).\overrightarrow{DA}}{BC.DA} = \dfrac{-\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}}{BC.DA}$

$= \dfrac{-AC.AD.\cos CAD + AB.AD.\cos BAD}{BC.DA}$

$= \dfrac{-c.b.\dfrac{c^2 + b^2 - a^2}{2c.b} + a.b.\dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2a.b}}{b^2} = \dfrac{a^2 - c^2}{b^2}$.

HSA 25: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 60cm$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ dưới đây để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy.



Tìm x để thể tích khối lăng trụ lớn nhất?

A. $x = 22$
B. $x = 20$
C. $x = 18$
D. $x = 24$

Đáp án: B

Lí giải

Thể tích đạt giá trị lớn nhất khi diện tích tam giác ANP đạt giá trị lớn nhất.

$S_{ANP} = \sqrt{30.(30 - x)(30 - x)(2x - 30)}$

S_{ANP} đạt giá trị lớn nhất khi $(30-x)(30-x)(2x-30)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $(30-x)(30-x)(2x-30) \le \left(\dfrac{30-x+30-x+2x-30}{3}\right)^3 = 1000$

Suy ra $(30-x)(30-x)(2x-30)$ đạt giá trị lớn nhất khi $30-x = 2x-30 \Leftrightarrow x = 20$

Vậy thể tích khối lăng trụ lớn nhất khi $x = 20$.

HSA 26 Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3. Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SB và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Gọi M, N là các điểm lần lượt thuộc cạnh đáy BC và CD sao cho $BM = 2MC$ và $CN = 2ND$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau DM và SN.

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{730}}$.

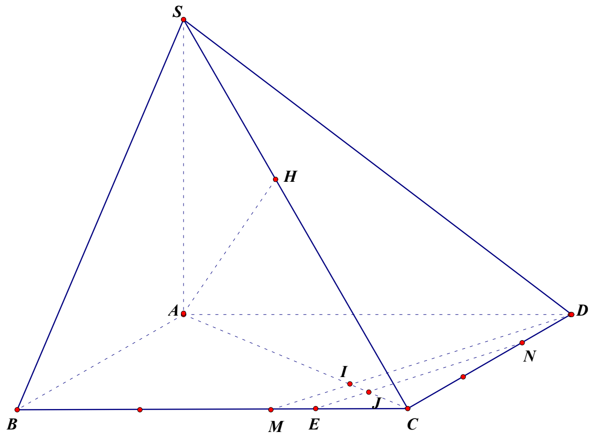
B. $\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{370}}$.

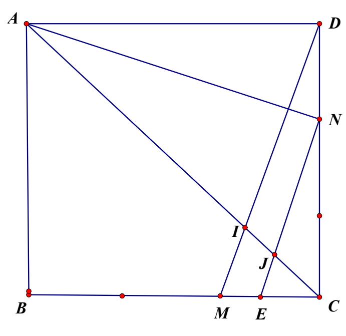
C. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{730}}$.

D. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{370}}$.

Đáp án: B

Lí giải





- Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy nên $SA \perp (ABCD)$

$\Rightarrow \widehat{SBA} = 60°$ là góc giữa SB và mặt phẳng đáy $\Rightarrow SA = AB.\tan 60° = 3\sqrt{3}$.

- Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng $NE \,//\, DM$ cắt BC tại E, cắt AC tại J.

Gọi I là giao điểm của DM và AC.

Ta có: $DM \,//\, NE \Rightarrow DM \,//\, (SNE) \Rightarrow d(DM;SN) = d(DM;(SNE)) = d(I;(SNE))$.

Do $NE \,//\, DM \Rightarrow \dfrac{CJ}{CI} = \dfrac{CE}{CM} = \dfrac{CN}{CD} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow IJ = \dfrac{1}{3}IC$.

Lại có: $BC \,//\, AD \Rightarrow \dfrac{IC}{IA} = \dfrac{CM}{AD} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow IC = \dfrac{1}{3}IA \Rightarrow IJ = \dfrac{1}{9}IA \Rightarrow IJ = \dfrac{1}{10}AJ$

Mặt khác: $\dfrac{d(I;(SNE))}{d(A;(SNE))} = \dfrac{IJ}{AJ} = \dfrac{1}{10} \Rightarrow d(I;(SNE)) = \dfrac{1}{10}d(A;(SNE))$.

- Xét tam giác DAN và tam giác CDM có: $DA = CD$, $DN = CM$, $\widehat{ADN} = \widehat{DCM} = 90°$

$\Rightarrow \Delta DAN = \Delta CDM$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{DAN} = \widehat{CDM} \Rightarrow \widehat{DAN} + \widehat{ADM} = \widehat{CDM} + \widehat{ADM} = 90°$

$\Rightarrow AN \perp DM \Rightarrow AN \perp NE \Rightarrow NE \perp (SAN) \Rightarrow (SNE) \perp (SAN)$ (có giao tuyến là SN).

- Dựng $AH \perp SN$ tại $H \Rightarrow AH \perp (SNE) \Rightarrow AH = d(A;(SNE))$.

- Ta có: $SA = 3\sqrt{3}$, $AN = \sqrt{AD^2 + DN^2} = \sqrt{10}$.

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AN^2} = \dfrac{1}{27} + \dfrac{1}{10} = \dfrac{37}{270} \Rightarrow AH = \dfrac{3\sqrt{30}}{\sqrt{37}}$

$\Rightarrow d(DM;SN) = \dfrac{1}{10}AH = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{370}}$.

HSA 27: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\dfrac{1}{2}t^3 + 6t^2$ với t là khoảng thời gian tính từ khi vật đó bắt đầu chuyển động và $s(\text{m})$ là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bào nhiêu?

Đáp án: 24

Lí giải

Vận tốc của vật chuyển động là $v = s' = -\dfrac{3}{2}t^2 + 12t = f(t)$

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0;6]$

Ta có $f'(t)=-3t+12 \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=4\in[0;6]$

$f(0)=0; f(4)=24; f(6)=18$

Vậy vận tốc lớn nhất là $24(\text{m/s})$.

HSA 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, cạnh đáy bằng $2a$. Biết SO vuông góc với đáy, góc $\widehat{ABC}=60°$ và khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $T=\frac{2a^3}{3}$.

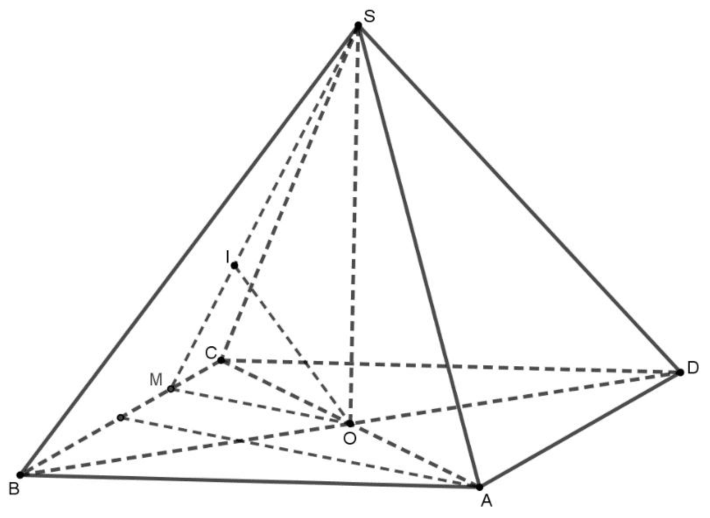
C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

D. $V=2a^3$.

Đáp án: A

Lí giải

Ta có thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}$



Vì $\widehat{ABC}=60°$ nên tam giác ABC là tam giác đều cạnh $2a$.

$S_{ABCD}=2S_{ABC}=BA.BC.\sin 60°=2a^2\sqrt{3}$.

Kẻ $OM\perp BC$ ta có $(SOM)\perp(SBC)$ và $(SOM)\cap(SBC)=SM$. Kẻ $OI\perp SM\Rightarrow OI\perp(SBC)$. Do đó $OI=\frac{a}{2}$.

Ta có $OM=\frac{1}{2}d(A,BC)=\frac{1}{2}2a\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông SOM ta có $\frac{1}{OI^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OM^2}\Leftrightarrow SO=\frac{OM.OI}{\sqrt{OM^2-OI^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.2a^2\sqrt{3}=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

HSA 29: Trong mặt phẳng Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Xét các điểm $A(a;b)$ và B thuộc elip sao cho tam giác OAB cân tại O và diện tích đạt giá trị lớn nhất. Tính tích $a.b$ biết $a;b$ là hai số dương và điểm B có hoành độ dương.

Đáp án: 1

Lí giải

+ Gọi H là trung điểm của AB.

Vì các điểm $A(a;b)$ và B thuộc elip, tam giác OAB cân tại O, $a;b$ là hai số dương và điểm B có hoành độ dương nên $A;B$ đối xứng qua trục Ox nên $H\in Ox\Rightarrow H(a;0);B(a;-b)$.

+ Khi đó, $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OH.AB=\frac{1}{2}|a|.|2b|=a.b$.

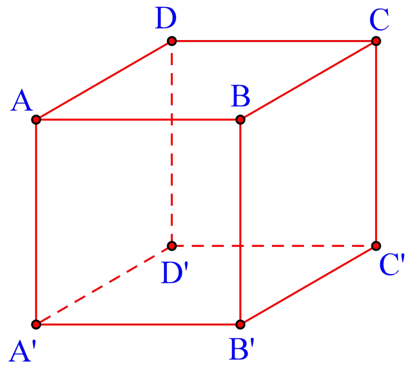
Mặt khác, $A(a;b)$ thuộc elip nên $1=\frac{a^2}{4}+b^2\geq 2.\sqrt{\frac{a^2}{4}.b^2}=a.b\Leftrightarrow a.b\leq 1$ (Bất đẳng thức Cô-si).

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow\frac{a}{2}=b$. Vậy diện tích tam giác OAB đạt giá trị lớn nhất bằng 1 hay $a.b=1$.

HSA 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết: $\overrightarrow{AN}=-4\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AA'}-2\overrightarrow{AD}$ $(k\in\mathbb{R})$; $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}-3\overrightarrow{AD}$. Tìm k để $\overrightarrow{AN}\perp\overrightarrow{AM}$.

Đáp án: 2

Lí giải



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên:

+ $AB = AA' = AD$;

+ Các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{AD}$ đôi một vuông góc với nhau. Do đó: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'} = 0$, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 0$, $\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD} = 0$.

Để $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ thì $\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow \left(-4\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'} - 2\overrightarrow{AD}\right).\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}\right) = 0$

$\Leftrightarrow -8\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'} + 12\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} + k\overrightarrow{AA'}.\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}\right) - 2\overrightarrow{AD}.\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} - 3\overrightarrow{AD}\right) = 0$

$\Leftrightarrow -8\left(\overrightarrow{AB}\right)^2 - 0 + 0 + 2k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AA'} - 3k\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'} + 6\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AD} = 0$

$\Leftrightarrow -8\left(\overrightarrow{AB}\right)^2 - 0 + 0 + 0 + k\left(\overrightarrow{AA'}\right)^2 - 0 - 0 - 0 + 6\left(\overrightarrow{AD}\right)^2 = 0$

$\Leftrightarrow -8AB^2 + kAA'^2 + 6AD^2 = 0$ (Mà $AB = AA' = AD$)

$\Leftrightarrow -8AB^2 + kAB^2 + 6AB^2 = 0 \Leftrightarrow (-8 + k + 6)AB^2 = 0 \Leftrightarrow -8 + k + 6 = 0 \Leftrightarrow k - 2 = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy giá trị k thích hợp để $\overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AM}$ là $k = 2$.

HSA 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là

A. 90°.
B. 30°.
C. 45°.
D. 60°.

Đáp án: A

Lí giải

Ta có: VTPT của (P) là: $\vec{n}_P=(3;4;5)$; VTCP của d là: $\vec{u}_d=(-3;-4;-5)\Rightarrow \vec{n}_P=-\vec{u}_d\Rightarrow d\perp(P)$.

Vậy $\left(\widehat{d,(P)}\right)=90^\circ$.

HSA 32: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-y-z-1=0$ là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+1}{-2}$.
B. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$.
C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$.
D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

Đáp án: D

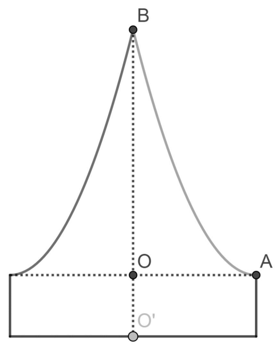
Lí giải

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;-1)$.

Vì đường thẳng d cần tìm vuông góc mặt phẳng (P) nên nhận vectơ $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vậy phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;1;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-y-z-1=0$ là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+2}{-1}$.

HSA 33: Mặt cắt qua trục của một vật thể tròn xoay như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO'=5$ cm, $OA=10$ cm, $OB=20$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của vật thể bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



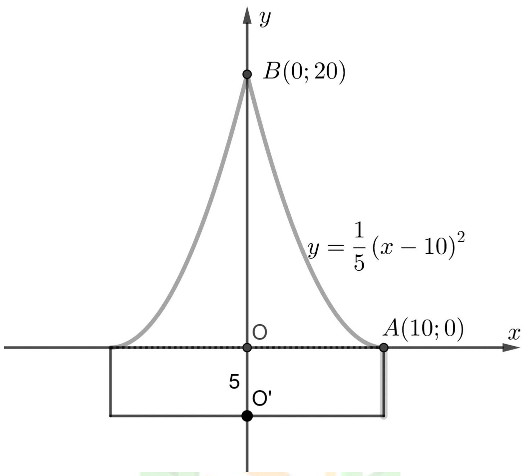
A. $V = 2533$
B. $V = 2618$

C. $V = 2083$

D. $V = 2716$

Đáp án: B

Lí giải



Ta gọi thể tích của vật thể là V.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA = 10$ cm và đường cao $OO' = 5$ cm là V_1.

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2.

Ta có $V = V_1 + V_2$

Trong đó $V_1 = 5.10^2\pi = 500\pi \ (\text{cm}^3)$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P): y = a(x-10)^2$.

Vì (P) qua điểm $B(0;20)$ nên $a = \frac{1}{5}$.

Do đó, $(P): y=\frac{1}{5}(x-10)^2$. Từ đó suy ra $x=10-\sqrt{5y}$ (do $x<10$).

Suy ra $V_2=\pi\int_0^{20}\left(10-\sqrt{5y}\right)^2 \mathrm{dy}=\pi\left(3000-\frac{8000}{3}\right)=\frac{1000}{3}\pi \quad \left(\mathrm{cm}^3\right)$.

Do đó $V=V_1+V_2=\frac{1000}{3}\pi+500\pi=\frac{2500}{3}\pi\approx 2618 \quad \left(\mathrm{cm}^3\right)$.

HSA 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;6)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+t\\ y=1-2t\\ z=2t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ.

A. $(3;-1;2)$.

B. $(11;-17;18)$.

C. $(1;3;-2)$.

D. $(2;1;0)$.

Đáp án: A

Lí giải

Gọi $H(2+t;1-2t;2t)$ là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng Δ.

Ta có $\overrightarrow{AH}=(3+t;-2t;2t-6)$ và đường thẳng Δ có 1 véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;2)$.

Khi đó, $\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 3+t+4t+4t-12=0\Leftrightarrow t=1$.

Vậy $H(3;-1;2)$.

HSA 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{2}$ và điểm $A(3;2;0)$. Điểm đối xứng của điểm A qua đường thẳng d có tọa độ là

A. $(-1;0;4)$.

B. $(7;1;-1)$.

C. $(2;1;-2)$.

D. $(0;2;-5)$.

Đáp án: A

Lí giải

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình của mặt phẳng (P) là: $1(x-3)+2(y-2)+2(z-0)=0 \Leftrightarrow x+2y+2z-7=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng d, khi đó $H=d\cap(P)$

Suy ra $H\in d \Rightarrow H(-1+t;-3+2t;-2+2t)$, mặt khác $H\in(P)$ $\Rightarrow -1+t-6+4t-4+4t-7=0$ $\Rightarrow t=2$. Vậy $H(1;1;2)$.

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng d, khi đó H là trung điểm của AA' suy ra $A'(-1;0;4)$.

HSA 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-1)$ và cắt mặt phẳng (P): $2x+y-2z-16=0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=25$.

B. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9$.

C. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=25$.

D. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9$.

Đáp án: A

Lí giải

Gọi $d=d(I;(P))=\dfrac{|2.1+0-2.(-1)-16|}{\sqrt{2^2+1^2+2^2}}=4$.

Bán kính mặt cầu $R=\sqrt{d^2+r^2}=5$.

Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=25$.

HSA 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $2b+c$.

Đáp án: 4

Lí giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC.

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MB}=3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}$

Nên $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|3\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{MN}+3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}\right|$

Gọi N là điểm thỏa $3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}=\vec{0}$ nên $\left|3\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}\right|=\left|4\overrightarrow{MN}\right|$.

Để $\left|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{CM}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $\left|4\overrightarrow{MN}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất hay M là hình chiếu của N lên mặt phẳng (Oyz).

Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là: $G\left(\frac{4}{3};2;1\right)$.

$$3\overrightarrow{NG}+\overrightarrow{NB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}3(x_G-x_N)+(x_B-x_N)=0\\3(y_G-y_N)+(y_B-y_N)=0\\3(z_G-z_N)+(z_B-z_N)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=\frac{1}{4}(3x_G+x_B)\\y_N=\frac{1}{4}(3y_G+y_B)\\z_N=\frac{1}{4}(3z_G+z_B)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=\frac{1}{4}\left(3.\frac{4}{3}+2\right)\\y_N=\frac{1}{4}(3.2-1)\\z_N=\frac{1}{4}(3.1+3)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=\frac{3}{2}\\y_N=\frac{5}{4}\\z_N=\frac{3}{2}\end{cases}$$

nên $N\left(\frac{3}{2};\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$. Vậy tọa độ điểm $M\left(0;\frac{5}{4};\frac{3}{2}\right)$ hay $2b+c=4$.

HSA 38: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau: (đơn vị tính: triệu đồng)

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Doanh thu trung bình (*đơn vị triệu đồng*) của cửa hàng cho trong bảng trên bằng bao nhiêu?
Đáp án: $9,4$

Lí giải

$$\bar{x}=\frac{6.2+8.7+10.7+12.3+14}{20}=9.4$$

HSA 39: Một thầy giáo có n $(n\ge 8)$ cuốn sách Toán, Lí và Hóa khác nhau trong đó nếu gộp sách Toán và Lí thì được 7 cuốn, nếu gộp sách Toán và Hóa cũng được 7 cuốn, nếu gộp sách Lí và Hóa thì được 6 cuốn. Thầy muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 em học sinh A, B, C, D, E, mỗi em một cuốn. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách tặng cho các em học sinh sao cho sau khi tặng xong, mỗi một trong ba loại sách trên đều còn ít nhất một cuốn.
A. 20840.
B. 25400.
C. 24480.
D. 18680.
Đáp án: C

Lí giải

Gọi x, y, z lần lượt là số cuốn sách Toán, sách Lí, sách Hoá.

Ta có $\begin{cases} x+y=7 \\ x+z=7 \\ y+z=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \\ z=3 \end{cases}.$

Ta thấy với bài toán này nếu làm trực tiếp thì sẽ khá khó, nên ta sẽ làm theo cách gián tiếp. Tìm bài toán đối đó là tìm số cách sao cho sau khi tặng sách xong có 1 môn hết sách.

TH1: Môn Toán hết sách:

Số cách chọn 4 cuốn sách Toán là 1 cách.

Số cách chọn 1 cuốn trong 6 cuốn còn lại là 6 cách.

Vậy có 6 cách chọn sách.

Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $6.120 = 720$ cách.

TH2: Môn Lí hết sách:

Số cách chọn 3 cuốn sách Lí là 1 cách.

Số cách chọn 2 cuốn trong 7 cuốn còn lại là C_7^2 cách.

Vậy có 21 cách chọn sách.

Số cách tặng 5 cuốn sách đó cho 5 em học sinh là $A_5^5 = 120$ cách.

Vậy có $21.120 = 2520$ cách.

TH3: Môn Hóa hết sách: Tương tự trường hợp 2 thì có 2520 cách.

Số cách chọn 5 cuốn bất kì trong 10 cuốn và tặng cho 5 em là $C_{10}^5 A_5^5 = 30240$ cách.

Vậy số cách chọn sao cho sau khi tặng xong, mỗi loại sách trên đều còn lại ít nhất một cuốn là $30240 - 720 - 2520 - 2520 = 24480$ cách.

HSA 40: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh ở hai lớp 12A1, 12A6 được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu phút (làm tròn đến hàng phần chục)

A. 18,1.

B. 19,4.

C. 15,3.

D. 20.

Đáp án: B

Lí giải

Mốt M_0 chứa trong nhóm $[18,5;21,5)$

$$M_0 = 18,5 + \frac{24-15}{(24-15)\ +\ (24-2)}.3 = 19,4$$

HSA 41: Phần thi trắc nghiệm dạng đúng sai gồm 4 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 04 ý, tại mỗi ý học sinh lựa chọn đúng hoặc sai. Cách tính điểm như sau:

- Học sinh chỉ làm đúng 1 ý được 0,1 điểm.
- Học sinh chỉ làm đúng 2 ý được 0,25 điểm.
- Học sinh làm đúng 3 ý được 0,5 điểm.
- Học sinh làm đúng cả 4 ý được 1 điểm.

Một học sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên tất cả các ý trả lời. Tính xác suất để học sinh đó được ít nhất 3,5 điểm.

A. $4\left(\frac{1}{2}\right)^4$.

B. $17\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$.

C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$.

D. $15.\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$.

Đáp án: B

Lí giải

Mỗi ý trả lời đều có xác suất trả lời đúng là $\frac{1}{2}$ và xác suất trả lời sai là $\frac{1}{2}$.

Học sinh đó được ít nhất 3,5 điểm chỉ trong hai trường hợp:

TH1: HS được 4 điểm, nghĩa là trả lời được 4 câu, mỗi câu đúng 4 ý.

Xác suất để học sinh được 4 điểm là $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$

TH2: HS được 3,5 điểm, nghĩa là trả lời được 3 câu đúng cả 4 ý, và 1 câu đúng 3 ý và sai 1 ý.

Xác suất để học sinh được 3,5 điểm (3 câu đúng cả 4 ý + 1 câu đúng 3 ý sai 1 ý) là :

$$C_4^3\left(\frac{1}{2}\right)^{4.3}.C_4^3\left(\frac{1}{2}\right)^{4}=16.\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$$

Vậy xác suất cần tìm là $\left(\frac{1}{2}\right)^{16}+16.\left(\frac{1}{2}\right)^{16}=17.\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$.

HSA 42: Một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 12 viên bi màu đỏ và 8 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Bạn Minh lấy 1 viên bi từ hộp sau đó bạn Châu lấy viên bi thứ hai. Tính xác suất để bạn Châu lấy được viên bi màu đỏ.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Đáp án: A

Lí giải

Xét hai biến cố : A: " Bạn Châu lấy được viên bi màu đỏ"

B: " Bạn Minh lấy được viên bi màu đỏ"

Khi đó ta có:

$P(B)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$, $\quad P(\overline{B})=1-P(B)=\frac{2}{5}$, $\quad P(A|B)=\frac{11}{19}$, $\quad P(A|\overline{B})=\frac{12}{19}$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(A)=P(B).P(A|B)+P(\overline{B}).P(A|\overline{B})=\frac{3}{5}.\frac{11}{19}+\frac{2}{5}.\frac{12}{19}=\frac{3}{5}$$

HSA 43: Thu thập thông tin về thời gian tham gia hoạt động ngoại khóa trong một tháng của học sinh hai lớp $12A$, $12B$ được cho bởi bảng sau:

Thời gian (giờ)	Số học sinh lớp 12A	Số học sinh lớp 12B
[2;3)	7	0
[3;4)	9	10
[4;5)	16	17
[5;6)	8	9

[6;7)	**5**	**8**

A. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớp $12B$ là 5.

B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12A là 1,1967

C. Phương sai của mẫu số liệu lớp $12B$ là 1,4321.

D. Thời gian tham gia ngoại khóa của lớp $12A$ ổn định hơn lớp $12B$.

Đáp án: B
Lí giải

Khoảng biến thiên là $R_B = 7 - 3 = 4$.

Trong mỗi khoảng thời gian, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số học sinh lớp 12A	7	9	16	8	5

Thời gian trung bình của các học sinh 12A là

$$\overline{x}_A = \frac{7\cdot 2,5 + 9\cdot 3,5 + 16\cdot 4,5 + 8\cdot 5,5 + 5\cdot 6,5}{45} = 4,389$$

Độ lệch chuẩn $s_A = \sqrt{\dfrac{m_1\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + m_2\left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + \ldots + m_k\left(x_k - \overline{x}\right)^2}{n}} = 1,1967$

Thời gian (giờ)	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
Số học sinh lớp 12B	0	10	17	9	8

Phương sai $s_B{}^2 = \dfrac{m_1\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + m_2\left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + \ldots + m_k\left(x_k - \overline{x}\right)^2}{n} = 1,043$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 12B là $s_B = 1,0212 < s_A$. Vậy thời gian tham gia ngoại khóa của lớp $12B$ ổn định hơn lớp $12A$.

HSA 44: Để được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi môn Toán cấp thành phố, mỗi thí sinh phải vượt qua hai vòng thi. Bạn Hà tham dự cuộc tuyển chọn này. Xác suất để Hà qua được vòng thứ nhất là $0,8$. Nếu qua được vòng thứ nhất thì xác suất để Hà qua được vòng thứ hai là $0,7$. Xác suất để bạn Hà được chọn vào đội tuyển này là
A. $0,06$.
B. $0,24$.

C. $0,56$.

D. $0,875$.

Đáp án: C
Lí giải

Gọi A là biến cố: "Hà qua được vòng thứ nhất" và B là biến cố: "Hà qua được vòng thứ hai". Khi đó biến cố: "Hà được chọn vào đội tuyển" là AB.

Ta có $P(AB)=P(A).P(B|A)=0,8.0,7=0,56$.

HSA 45: Trong một đợt nghiên cứu tỷ lệ ung thư do hút thuốc lá gây nên, người ta thấy rằng tại tỉnh Hà Nam tỉ lệ người dân của tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh ung thư trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất người đó nghiện thuốc lá là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $0,54$.

B. $0,7$.

C. $0,15$.

D. $0,36$.

Đáp án: A

Lí giải

Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi B là biến cố "người bị bệnh ung thư"

Theo giả thiết ta có:

$$P(A)=0,2 \Rightarrow P(\overline{A})=0,8$$
$$P(B|A)=0,7$$
$$P(B|\overline{A})=0,15$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)=P(A).P(B|A)+P(\overline{A}).P(B|\overline{A})=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$$

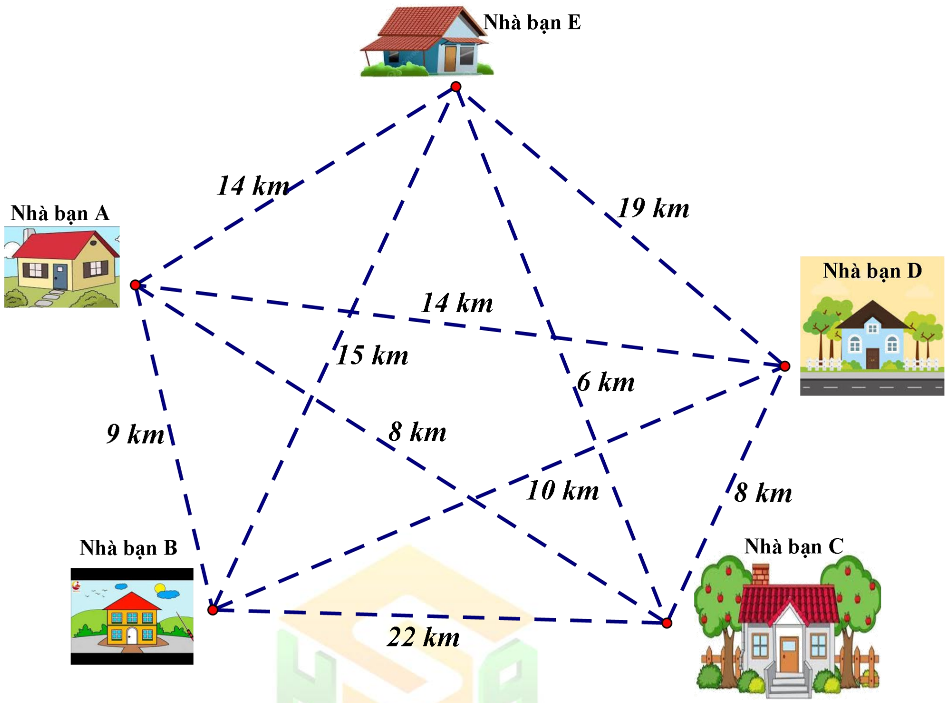
Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh ung thư là $P(A|B)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P(A|B)=\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}=\frac{0,2.0,7}{0,26}=\frac{7}{13}\approx 0,54.$$

Như vậy khi gặp một người bị bệnh ung thư tại tỉnh này thì xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) người đó nghiện thuốc lá là $0,54$.

HSA 46: Có 5 nhà học sinh A, B, C, D, E trong một lớp của trường THPT X với độ dài quãng đường giữa các nhà được mô tả ở hình dưới đây (đơn vị: km).



Cô giáo chủ nhiệm cùng ban cán sự lớp xuất phát từ 1 trong 5 nhà học sinh trên để đi đến thăm nhà tất cả 4 bạn còn lại và trở về vị trí xuất phát ban đầu. Hỏi tổng quãng đường ngắn nhất mà cô giáo và ban cán sự lớp di chuyển là bao nhiêu? Biết rằng cô giáo và ban cán sự lớp đi cùng trên một chuyến xe.

A. 52 km.
B. 47 km.
C. 53 km.
D. 45 km.
Đáp án: B

Lí giải

Vì nhà bạn C và nhà bạn E gần nhau nhất (6km) nên để có tổng quãng đường di chuyển ngắn nhất thì cần xuất phát từ nhà bạn C hoặc nhà bạn E.

Nếu xuất phát từ E: Sử dụng thuật toán "láng giềng gần nhất", khi đó ta sẽ có lộ trình di chuyển là E-C-D-B-A-E với tổng quãng đường di chuyển là 6+8+10+9+14=47.

Tương tự, nếu xuất phát từ C: Khi đó ta sẽ có lộ trình di chuyển là C-E-A-B-D-C với tổng quãng đường di chuyển là 6+14+9+10+8=47.

HSA 47: Trong một cuộc thi nấu ăn, để giành được chiến thắng đầu bếp chỉ được sử dụng 1 chảo để nấu 6 miếng bít tết chín cả hai mặt. Truy nhiên đầu bếp chỉ có thể cho 4 miếng bít tết vào nấu 1 lần và mỗi mặt muốn đạt yêu cầu thì phải cần 5 phút. Hỏi đầu bếp cần tối thiểu bao nhiêu thời gian để hoàn thành phần thi của mình.

A. 10.

B. 15.

C. 13.

D. 20.

Đáp án: B

Lí giải

Vì mỗi mặt mất 5 phút chiên nên thời gian hoàn thành phải là bội của 5.

Vì chảo chỉ chiên được một lần 4 miếng nên không thể hoàn thiện phần việc trong 10 phút.

Xét các bước chiên sau:

Bước 1: Cho 4 miếng vào chảo chiên 1 mặt

Bước 2: Sâu 5 phút, lật 2 miếng, cho 2 miếng ra ngoài và bỏ 2 miếng bên ngoài vào.

Bước 3: Sau 5 phút bỏ 2 miếng đã chín ra ngoài, lật 2 miếng trên chảo và bỏ 2 miếng bên ngaoif vào chiên mặt còn lại.

Vậy cần tối thiểu 15 phút.

Hãy sử dụng giả thiết sau để trả lời các câu hỏi 48, 49, 50

Một con tàu vũ trụ được phóng lên từ mũi Ca-na-vơ-ran (Canaveral) ở Mĩ. Nó chuyển động theo một quỹ đạo được mô tả trên một bản đồ phẳng (quanh đường xích đạo) của mặt đất như hình vẽ; điểm M mô tả cho con tàu, đường thẳng Δ mô tả cho đường xích đạo. Khoảng cách h (kilômet) từ M đến Δ được tính theo công thức $h=|d|$, trong đó $d=4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]$, với t (phút) là thời gian trôi qua kể từ khi con tàu đi vào quỹ đạo, $d>0$ nếu M ở phía trên Δ, $d<0$ nếu M ở phía dưới Δ.

HSA 48: Giả thiết rằng con tàu đi vào quỹ đạo ngay từ khi phóng lên tại mũi Ca-na-vơ-ran (tức là ứng với $t=0$). Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng Δ, trong đó C là điểm trên bản đồ biểu diễn cho mũi Ca-na-vơ-ran là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của đơn vị Km).

A. $3024(km)$.

B. $2000(km)$.

C. $4000(km)$.

D. $3064(km)$.

Đáp án: D

Lí giải

Vì $t=0$ nên $d=4000\cos\left(-\frac{10\pi}{45}\right)=4000\cos\frac{2\pi}{9}$. Do đó $h=|d|\approx 3064(km)$.

HSA 49: Thời điểm sớm nhất sau khi con tàu đi vào quỹ đạo mà con tàu di chuyển trên đường thẳng Δ là bao nhiêu phút.

A. 32 .
B. $32,5$.
C. $77,5$.
D. $12,5$.
Đáp án: B

Lí giải

Do $d=0\Rightarrow 4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=0\Rightarrow\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=0$

$\Leftrightarrow\frac{\pi}{45}(t-10)=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow t=32,5+45k\geq 0\Rightarrow t=32,5$.

HSA 50: Trong khoảng thời gian từ khi bắt đầu đến 50 phút có bao nhiêu thời điểm con tàu đi vào quỹ đạo và cách đường thẳng Δ là $2000(km)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Đáp án: B

Lí giải

$h=2000 \Leftrightarrow \left|4000\cos\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]\right|=2000$

$\Leftrightarrow \cos^2\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=\frac{1}{4} \Leftrightarrow 1+\cos 2\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos 2\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=-\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 2\left[\frac{\pi}{45}(t-10)\right]=\pm\frac{2\pi}{3}+k2\pi \Leftrightarrow t-10=\pm 15+45k \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=25+45k_1 \\ t=-5+45k_2 \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$

$t\in[0;50] \Rightarrow$ nên có 2 thời điểm là $t=25$ và $t=40$.