

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đ/A	A	B	B	B	B	C	B	C	B	A	D	A

Câu 1. Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = \pi - \alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

C. $\begin{cases} x = \alpha + k\pi \\ x = -\alpha + k\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

D. $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}.$

Lời giải: Phương trình $\sin x = \sin \alpha$ có nghiệm là : $\begin{cases} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{cases}; k \in \mathbb{Z}$

Đáp án : A

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2}$; $u_7 = -32$. Tìm q ?

A. $q = \pm \frac{1}{2}.$

B. $q = \pm 2.$

C. $q = \pm 4.$

D. $q = \pm 1.$

Lời giải : $u_7 = u_1 \cdot q^6$ nên $q^6 = \frac{u_7}{u_1} = 64 \rightarrow q = \pm 2$

Đáp án : B

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x^2 - 2x + 1)$ là:

A. $\mathbb{R}.$

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}.$

C. $(0; +\infty).$

D. $(1; +\infty).$

Lời giải: đk: $x^2 - 2x + 1 > 0$. Khi đó $x \neq 1$

Đáp án: B

Câu 4. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng:

A. $a^3.$

B. $3a^3.$

C. $\frac{a^3}{3}.$

D. $9a^3.$

Lời giải: $V = B.h = a^2.3a = 3a^3$

Đáp án : B

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x-1}$ là

A. $y = 3.$

B. $y = 3x.$

C. $y = x + 1.$

D. $y = x - 1.$

Lời giải: Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 3x] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x-1} = 0$.

Vậy đường thẳng $y = 3x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 3x + \frac{2}{x-1}$

Đáp án: B

Câu 6. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2.

B. 0.

C. 1

D. 3.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-1 = 0 \\ (x-2)^3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có 1 điểm cực đại.

Đáp án : C

Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC}$ bằng vector nào dưới đây?

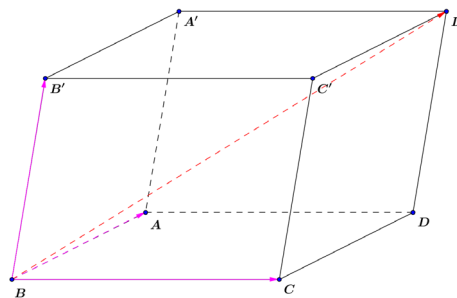
A. \vec{BD} .

B. $\vec{BD'}$.

C. \vec{BC} .

D. $\vec{BA'}$

Lời giải



$$\vec{u} = \vec{BB'} + \vec{BA} + \vec{BC} = \vec{BB'} + (\vec{BA} + \vec{BC}) = \vec{BB'} + \vec{BD} = \vec{BD'}.$$

Đáp án: B

Câu 8. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có: $\int \left(x^2 - 3^x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}.$

Đáp án : C

Câu 9. Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0.$

- A. $\vec{n}(2;1;3).$ B. $\vec{n}(2;-1;3).$ C. $\vec{n}(-2;-1;3).$ D. $\vec{n}(2;-1;-3).$

Lời giải: Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$ có tọa độ của một VTPT là $\vec{n}(2;-1;3)$

Đáp án : B

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $90^0.$ B. $30^0.$ C. $45^0.$ D. $60^0.$

Lời giải: VTPT của mặt phẳng (P) là: $\vec{n}(3;4;5)$

VTCP của đường thẳng d là: $\vec{u}(-3;-4;-5)$

Nên $\sin(d, P) = 1$. Suy ra góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là 90^0 .

Đáp án : A

Câu 11. Cho A, B là hai biến cố độc lập. Biết $P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}$. Tính $P(AB)$.

- A. $\frac{7}{12}.$ B. $\frac{5}{12}.$ C. $\frac{1}{7}.$ D. $\frac{1}{12}.$

Lời giải: Do A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(AB) = P(A).P(B) = \frac{1}{12}$

Đáp án : D

Câu 12. . Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7; 3,0)	[3,0; 3,3)	[3,3; 3,6)	[3,6; 3,9)	[3,9; 4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 1,5. B. 0,9. C. 0,6. D. 0,3.

Lời giải: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 4,2 - 2,7 = 1,5$ (km).

Đáp án : A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = x(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?


- a) Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực trị
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1; 2]$ là $f(2)$
- c) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- d) Phương trình $f(x) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi $m \geq f(0)$ hoặc $m \leq f(2)$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

$$\text{Ta có: } f'(x) = x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$-\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y					

Từ bảng biến thiên ta có:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị. Chọn **Đúng**
- b) Dựa vào BBT ta có, $f(1) > f(2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1; 2]$ là $f(1)$. Chọn **Sai**
- c) Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số $y = f(x)$ vừa tăng vừa giảm. Chọn **Sai**
- d) Dựa vào BBT ta thấy, phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt khi $m = f(0)$ hoặc $m = f(2)$

Chọn **Sai**

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2$.

a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) $\int_0^2 (f(x) + 1) dx = \frac{14}{3}$.

c) $\int_{2024}^a (f^2(x)) dx = 0, a \geq 2024$. Khi đó $2a - 1 = 4047$

d) Diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng 3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ có $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = x^2 = f(x)$ nên hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Chọn **Đúng**.

b) $\int_0^2 (f(x) + 1) dx = \int_0^2 (x^2 + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x\right) \Big|_0^2 = \frac{14}{3}$. Chọn **Đúng**

c) $2a - 1 = 4047$, nên $a = 2024$ và $\int_{2024}^{2024} (f^2(x)) dx = 0$. Chọn **Đúng**

d) Hàm số $y = f(x) = x^2$ liên tục và không âm trên $[0; 2]$. Nên diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung $x = 0$ và đường thẳng $x = 2$ là:

$$S = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}. \text{ Chọn Sai}$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; 1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -3t \\ z = 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

.

c) Với $m = 1$, mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

d) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) khi $m \in (a; b)$. Giá trị biểu thức $T = a + 2b = 3$

Lời giải:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ có tâm $I(1; 0; 1)$ và bán kính $R = 3$, chọn **Đúng**.

b) Vì đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) nên VTCP của đường thẳng là: $\vec{a} = (4; 3; 0)$

Đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) có phương trình là:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3t \\ z = 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}. \text{ Chọn Sai.}$$

c) Với $m = 1$, mặt phẳng (P) có phương trình là: $4x + 3y + 1 = 0$

Ta có:

$d(I, (P)) = \frac{|4 + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1 < R$, nên (P) không tiếp xúc với mặt cầu (S). Chọn **Sai**

d) (P) cắt mặt cầu (S) khi và chỉ khi $d(I, (P)) < R$, tức $\frac{|4 \cdot 1 + 0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} < 3$

$$\text{hay } |4+m| < 15, \text{ suy ra } -19 < m < 11$$

Từ đó ta có $a = -19, b = 11$. $T = a + 2b = 3$. Chọn **Đúng**.

Câu 4. Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng.

a) Xác suất để có tên Hiền là $\frac{1}{10}$.

b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $\frac{3}{17}$.

c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $\frac{2}{13}$.

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $\frac{3}{17}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
----------------	---------------	----------------	---------------

a) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền là

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$. Chọn **Đúng**

b) Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(AB) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}. \text{ Chọn Sai}$$

c) Gọi C là biến cố “nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$

Ta có:

$$P(C) = \frac{13}{30}$$

$$P(AC) = \frac{2}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|C) = \frac{P(AC)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}. \text{ Chọn } \mathbf{Đúng}$$

d) Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}. \text{ Chọn } \mathbf{Sai}$$

PHẦN 3: Trả lời câu hỏi ngắn

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1-m)x - 3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số đã cho đồng biến trên \mathbb{R} ?

Lời giải

Đáp số: 9

Hàm số $f(x) = x^3 + 6x^2 + (1-m)x - 3$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $f'(x) = 3x^2 + 12x + 1 - m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}. \Leftrightarrow \Delta' = 36 - 3(1-m) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -11$.

Vì m thuộc khoảng $(-20; 20)$ nên $m \in \{-19; -18; -17; -16; -15; -14; -13; -12; -11\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 2. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu?

Lời giải:

Đáp số: 3,25

Mẫu là 25 nên tứ phân vị thứ nhất là số thứ 6 và số thứ 7 ứng với khoảng [10;12)

$$Q_1 = 10 + \frac{\frac{25}{4} - 4}{6} \cdot (12 - 10) = 10,75$$

Mẫu là 25 nên tứ phân vị thứ ba là số thứ 18 ứng với [12;14) và số thứ 19 ứng với khoảng [14;16). $Q_3 = 14$

$$\text{Khoảng tứ phân vị } \Delta Q = Q_3 - Q_1 = 14 - 10,75 = 3,25$$

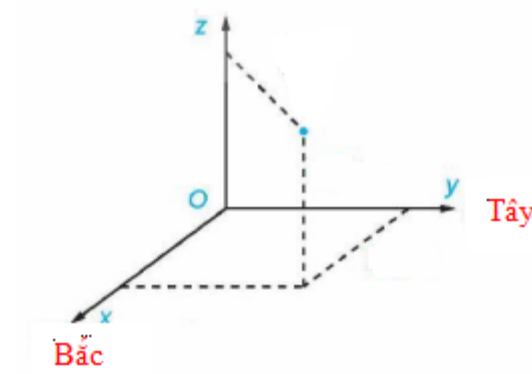
Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$

Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải:

Đáp số: 220

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ A $(-100; -80; 1)$.

Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ B $(70; 60; 0,8)$.

khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là:

$$AB = \sqrt{(-100 - 70)^2 + (-80 - 60)^2 + (1 - 0,8)^2} \approx 220(km)$$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) qua d_1 tạo với d_2 một góc 45° và nhận vector $\vec{n} = (1; b; c)$ làm một

vector pháp tuyến. Xác định tích bc .

Lời giải:

Đáp số : -4

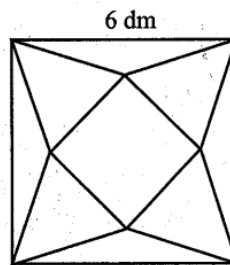
Ta có vector chỉ phương của d_1, d_2 lần lượt là $\vec{u}_1 = (2; -2; -1)$ và $\vec{u}_2 = (1; 0; -1)$.

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow 2 - 2b - c = 0. \quad (1)$$

$$\sin(d_2, (P)) = \frac{|\vec{u}_2 \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}_2| \cdot |\vec{n}|} = \sin 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|1 - c|}{\sqrt{b^2 + c^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |1 - c| = \sqrt{b^2 + c^2 + 1} \Leftrightarrow b^2 + 2c = 0. \quad (2) \text{ Từ}$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow b \cdot c = -4.$$

Câu 5. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh 6 dm , bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gấp lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình 7).

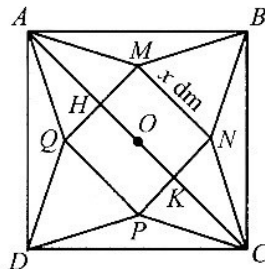


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Lời giải

Đáp số: 7,3

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x \text{ (dm)}$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$ như hình bên.



$$\text{Ta có: } AH = \frac{AC - HK}{2} = 3\sqrt{2} - \frac{x}{2}.$$

$$\text{Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: } h = \sqrt{AH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(3\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \sqrt{18 - 3\sqrt{2}x}.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V = \frac{1}{3}hx^2 = \frac{1}{3}x^2\sqrt{18 - 3\sqrt{2}x} = \frac{1}{3}\sqrt{x^4(18 - 3\sqrt{2}x)}.$$

Để tìm giá trị lớn nhất của V , ta đi tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4(18 - 3\sqrt{2}x)$ với $0 < x < 6\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = x^3(-15\sqrt{2}x + 72), f'(x) = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ hoặc } x = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

x	0	$\frac{12\sqrt{2}}{5}$	$6\sqrt{2}$	
$f'(x)$	0	+	0	–
$f(x)$	<div>$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$</div> <div>$0 \nearrow \quad \searrow -93312$</div>			

Từ bảng biến thiên ta có $\max_{(0;6\sqrt{2})} f(x) = f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right) \approx 477,75$ tại $x = \frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng

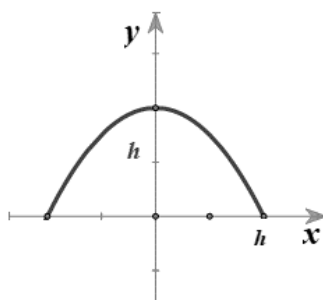
$$V_{\max} = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4 \left(18 - 3\sqrt{2} \cdot \frac{12\sqrt{2}}{5}\right)} \approx 7,3 (\text{dm}^3).$$

Câu 6. Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 cm ; khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm) với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải :

Đáp số : 29



Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ trên.

Parabol (P) có phương trình $(P): y = ax^2 + h, (a < 0)$

$$\text{Có } B(h;0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\frac{1}{h} \text{ (do } h > 0)$$

$$\text{Diện tích } S \text{ của thiết diện: } S = \int_{-h}^h \left(-\frac{1}{h}x^2 + h \right) dx = \frac{4h^2}{3}, \quad h = 3 - \frac{2}{5}x$$

$$\Rightarrow S(x) = \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2$$

Suy ra thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$$\Rightarrow V = \int_0^5 S(x) dx = \int_0^5 \frac{4}{3} \left(3 - \frac{2}{5}x \right)^2 dx \approx 28,888$$

$$\text{Vậy : } V \approx 29(\text{cm}^3)$$