CHƯƠNG VII

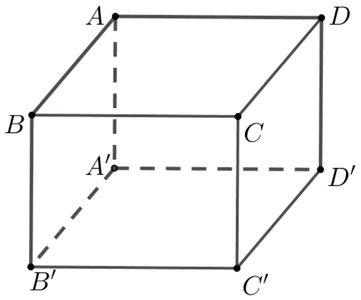
QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 26: KHOẢNG CÁCH

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT CỦA BỘ GD&ĐT

Câu 1: **(MĐ 101-2022)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình vẽ)

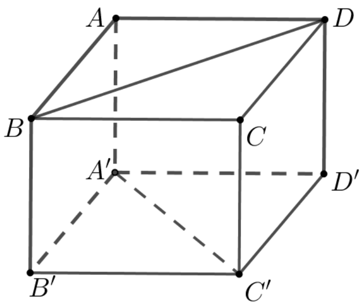


Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. a. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** $3a$.

Lời giải

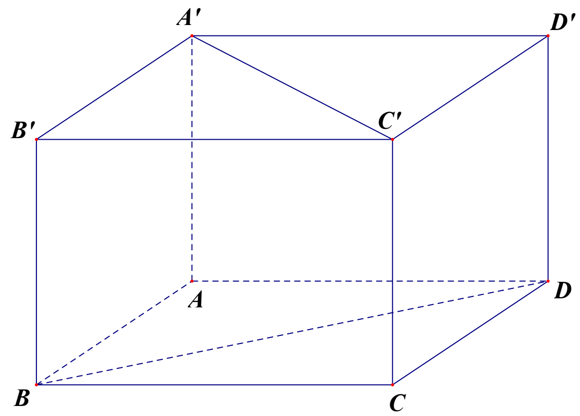
Chọn D



Ta có, đường thẳng BD và $A'C'$ lần lượt nằm trong hai mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$. Do đó $d_{(BD,\, A'C')} = d_{((ABCD),\,(A'B'C'D'))} = AA' = 3a$.

Câu 2: **(MĐ 102-2022)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, BC = 2a$ và $AA' = 3a$ (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng

A. $2a$.. **B.** $\sqrt{2}a$.. **C.** $3a$. **D.** a.

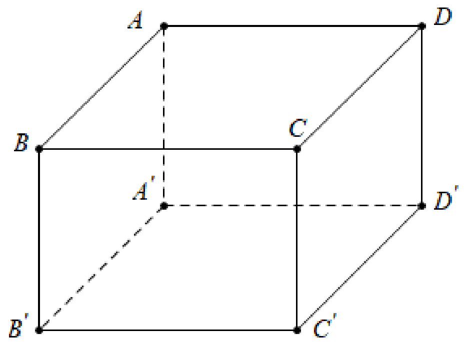


Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(BD, A'C'\right) = d\left(\left(ABCD\right), \left(A'B'C'D'\right)\right) = AA' = 3a$.

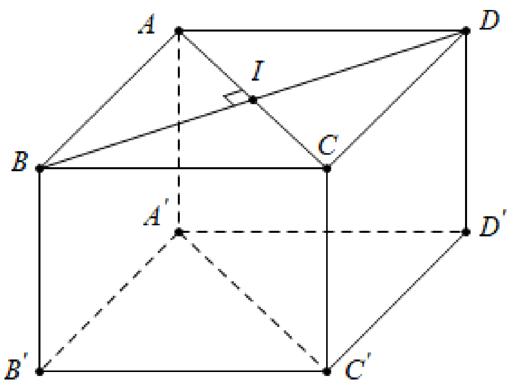
Câu 3: **(MĐ 103-2022)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ bằng



A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = AC \cap BD$.

Ta có $BI \perp \left(ACC'A'\right) \Rightarrow d\left(B; \left(ACC'A'\right)\right) = BI = \frac{1}{2}BD = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 4: **(MĐ 104-2022)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Kẻ $BH \perp AC$

$BH \perp AA'$ (vì $AA' \perp \left(ABCD\right)$

Nên $BH \perp \left(ACC'A'\right)$

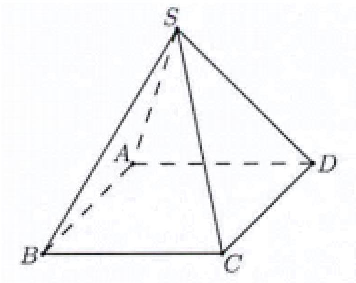
$\Rightarrow d\left(B;\left(ACCC'A'\right)\right) = BH$

Xét tam giác vuông ABD có $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$BH = \dfrac{1}{2}BD = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Vậy khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(ACC'A'\right)$ bằng $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 5: **(ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2020-2021)** Cho hình chóp tức giác đều $S.ABCD$ có độ tài cạnh đáy bằng 2 và độ dài cạnh bên bằng 3 (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $\sqrt{7}$. **B.** 1. **C.** 7. **D.** $\sqrt{11}$.

Lời giải

Gọi O là tâm của đáy thì $d[S,(ABCD)] = SO$. Ta có $OA = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ và $SA = 3$ nên $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3^2 - 2} = \sqrt{7}$.

Câu 6: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 1)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = 3a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SAC\right)$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}a$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $3a$. **D.** $3\sqrt{2}a$.

Lời giải

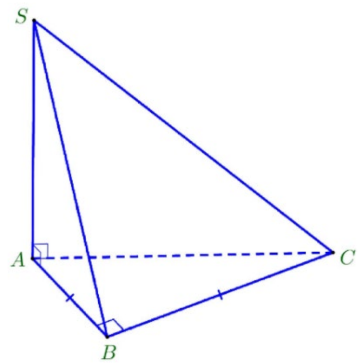
$$\left.\begin{array}{ll} BC \perp AC & (\Delta ABC \text{ vuông cân } C) \\ BC \perp SA & (SA \perp (ABC)) \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAC).$$

$$\Rightarrow d\left[B,(SAC)\right] = BC = 3a$$

Câu 7: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 1)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $4a$. **B.** $4\sqrt{2}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải



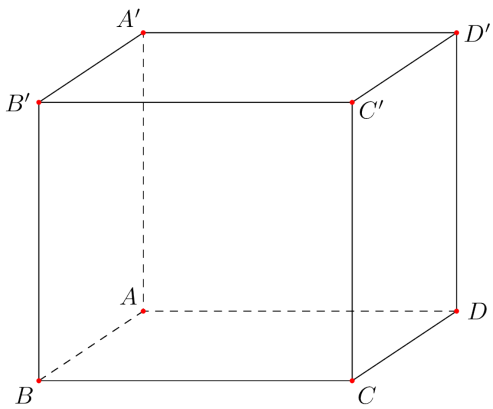
Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \ (\text{gt}) \\ BC \perp SA \ (\text{do } SA \perp (ABC)) \\ AB \subset (SAB) \\ SA \subset (SAB) \\ AB \cap SA = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ tại B.

Suy ra $d(C,(SAB)) = CB$.

Xét ΔABC vuông cân tại B có: $BC = AB = 4a$.

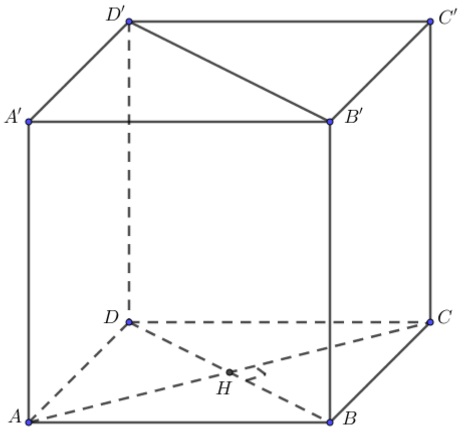
Vậy $d(C,(SAB)) = 4a$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $2\sqrt{3}a$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Lời giải



Gọi $H = AC \cap BD$, khi đó ta có $CH \perp BD$ (do tứ giác $ABCD$ là hình vuông).

Lại có $CH \perp DD'$ (do $DD' \perp (ABCD)$ và $CH \subset (ABCD)$).

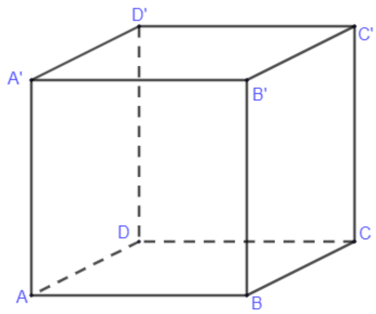
Suy ra $CH \perp (BDD'B')$, do đó $CH = d\left(C,(BDD'B')\right)$.

Hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2}$.

Suy ra $CH = \dfrac{1}{2}AC = a\sqrt{2}$.

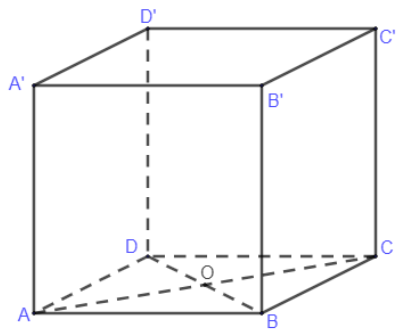
Vậy khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng $a\sqrt{2}$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $(BDB'D')$ bằng



A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\dfrac{3}{2}a$. **D.** $\sqrt{2}a$.

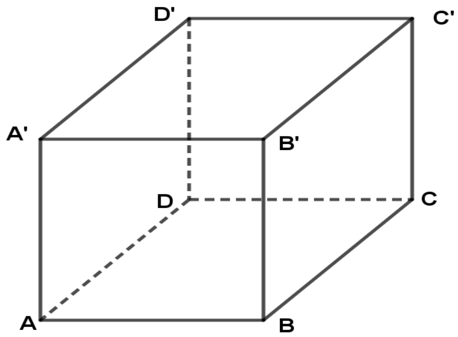
Lời giải



Gọi $\{O\} = AD \cap BC$. Ta có $\begin{cases} CO \perp BD \\ CO \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CO \perp (BDB'D') \Rightarrow d\left(C;(BDB'D')\right) = CO$.

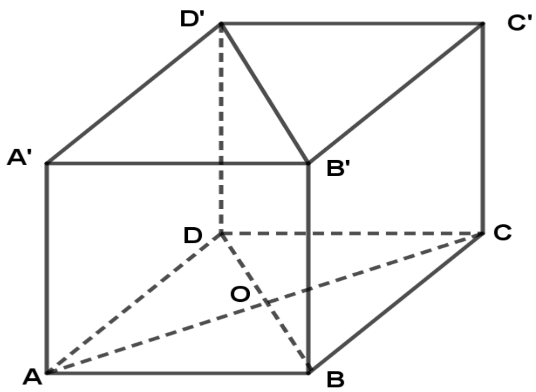
Ta có: $CO = \dfrac{1}{2}CA = \dfrac{\sqrt{2}}{2}a$.

Câu 10: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 2)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng



A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$.

Lời giải

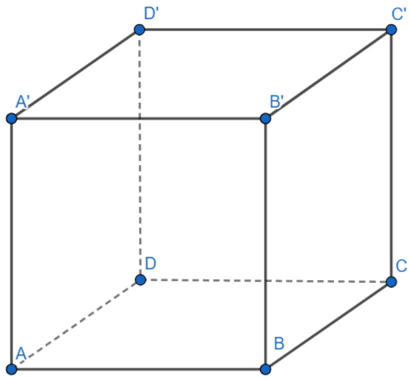


Gọi $AC \cap BD = \{O\}$. Khi đó $AO \perp BD$, mặt khác $AO \perp BB'$. Suy ra $AO \perp (BDB'D')$ hay AO là khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$.

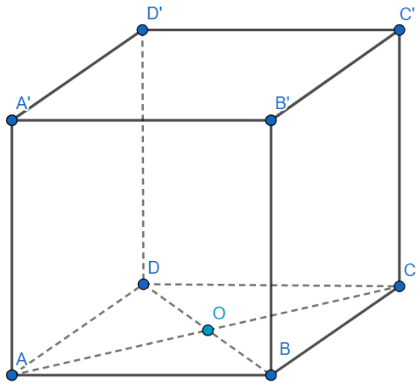
Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$, $AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2020-2021 – ĐỢT 2)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $2\sqrt{2}a$. **B.** $2\sqrt{3}a$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{3}a$.



Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

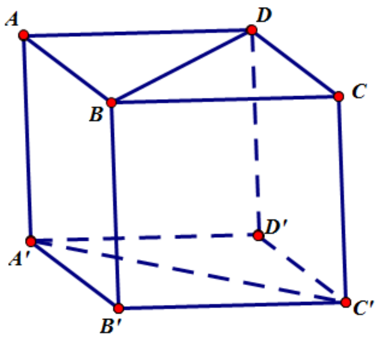
Ta có: AC cắt BD tại O hay $AO \perp BD$. (1)

Lại có: $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $2a$ nên ta có:

$BB' \perp (ABCD) \Rightarrow AO \perp BB'$. (2)

Từ (1) và (2) ta có: $AO \perp (BDD'B') \Leftrightarrow d(A,(BDD'B')) = AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}2\sqrt{2}a = \sqrt{2}a$.

Câu 12: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a.Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng



A. $\sqrt{3}a$ **B.** a **C.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **D.** $\sqrt{2}a$

Lời giải

Chọn B

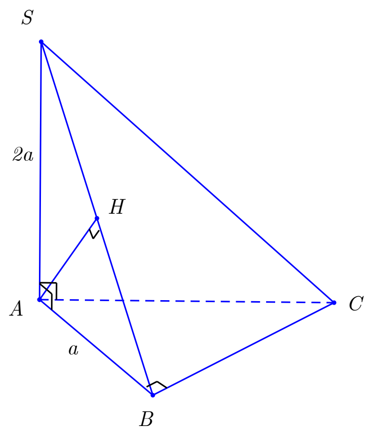
Ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và $A'C'$ bằng khoảng cách giữa mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ thứ tự chứa BD và $A'C'$. Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và $A'C'$ bằng a.

Câu 13: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{2}a}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$.

Kẻ $AH \perp SB$. Khi đó $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC)$

$\Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

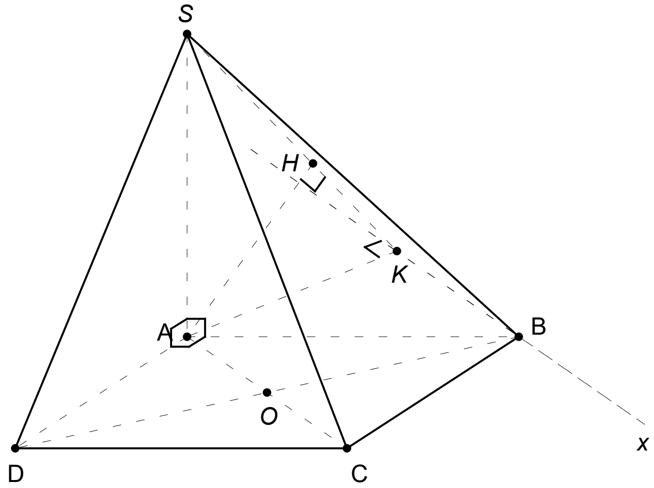
Ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH^2 = \frac{4a^2}{5} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 14: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là ình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a,$ SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a}{2}$ **B.** $\frac{2a}{3}$ **C.** $\frac{a}{2}$ **D.** $\frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn B



Từ B kẻ $Bx//AC \Rightarrow AC//\left(SB,Bx\right)$

Suy ra $d\left(AC,SB\right)=d\left(AC,\left(SB,Bx\right)\right)=d\left(A,\left(SB,Bx\right)\right)$

Từ A kẻ $AK\perp Bx\left(K\in Bx\right)$ và $AH\perp SK$

Do $\begin{cases}AK\perp Bx\\ SA\perp Bx\end{cases}\Rightarrow Bx\perp\left(SAK\right)\Rightarrow Bx\perp AH$

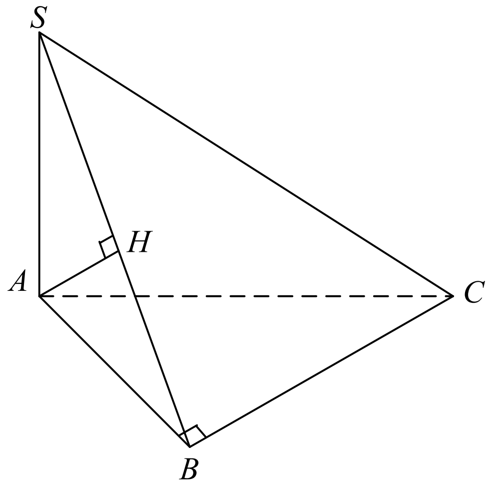
Nên $AH\perp\left(SB,Bx\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SB,Bx\right)\right)=AH$

Câu 15: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông đỉnh B, $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\frac{a}{2}$ **B.** a **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH\perp SB$ trong mặt phẳng $\left(SBC\right)$

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AB\\ BC\perp SA\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(SAB\right)\Rightarrow BC\perp AH$

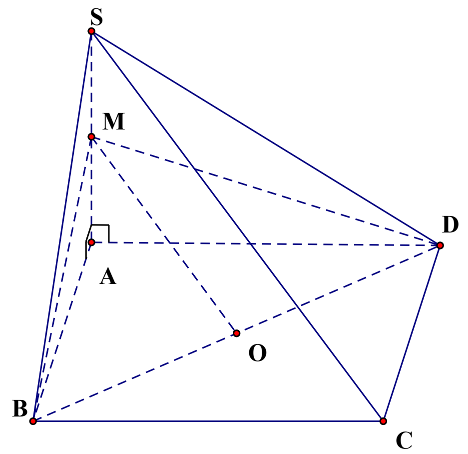
Vậy $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d\left(A,(SBC)\right) = AH = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 16: (MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a$, $BC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD, SC bằng

A. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$ **B.** $\frac{4\sqrt{21}a}{21}$ **C.** $\frac{2\sqrt{21}a}{21}$ **D.** $\frac{a\sqrt{30}}{12}$

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm hình chữ nhật và M là trung điểm SA, ta có: $SC // (BMD)$.

Do đó $d(SC, BD) = d\left(SC, (BMD)\right) = d\left(S, (BMD)\right) = d\left(A, (BMD)\right) = h$

Ta có: AM, AB, AD đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2}$$

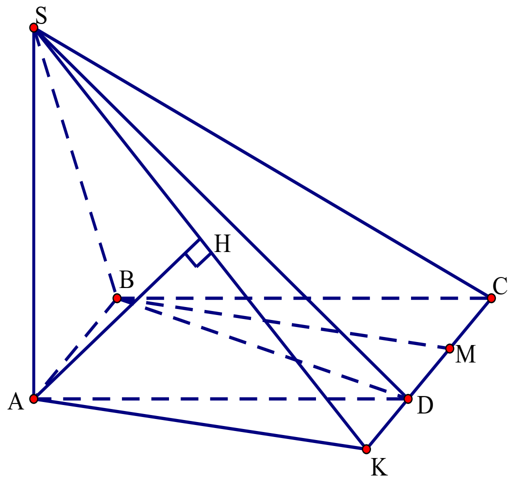
Suy ra: $h = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

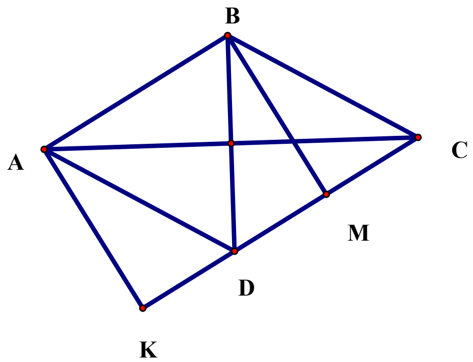
Câu 17: (ĐTK BGD&ĐT NĂM 2018-2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $a, \widehat{BAD} = 60^0, SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{15}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn A





Ta có: $AB//CD \Rightarrow AB//(SCD)$. Do đó: $d\left(B,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right)$.

Vì $\widehat{BAD} = 60°$ nên $\widehat{BCD} = 60°$.

Mặt khác tứ giác $ABCD$ là hình thoi cạnh a nên ΔBCD là tam giác đều cạnh a.

Gọi M là trung điểm của CD, suy ra $BM \perp CD$.

Kẻ $AK//BM$, $K \in CD$, thì $AK \perp CD$.

Kẻ $AH \perp SK$ tại H.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AK \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAK) \Rightarrow CD \perp AH$, mà $SK \perp AH \Rightarrow AH \perp (SCD)$.

Do đó $d\left(A,(SCD)\right) = AH$.

Ta có, tứ giác $ABMK$ là hình chữ nhật nên $AK = BM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$AH.SK = SA.AK \Rightarrow AH = \dfrac{SA.AK}{SK}$,

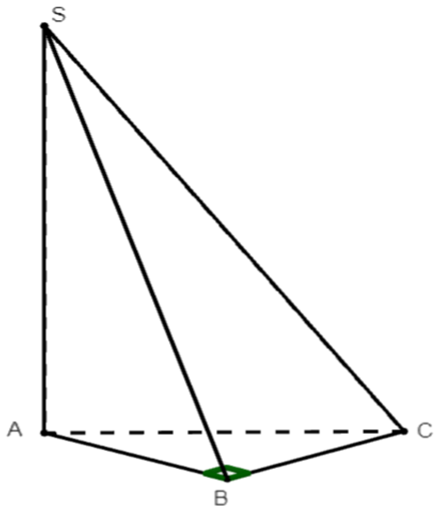
$SA = a$, $AK = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $SK = \sqrt{SA^2 + AK^2} = \dfrac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d\left(B,(SCD)\right) = d\left(A,(SCD)\right) = AH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Lời giải



$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CB$.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$.

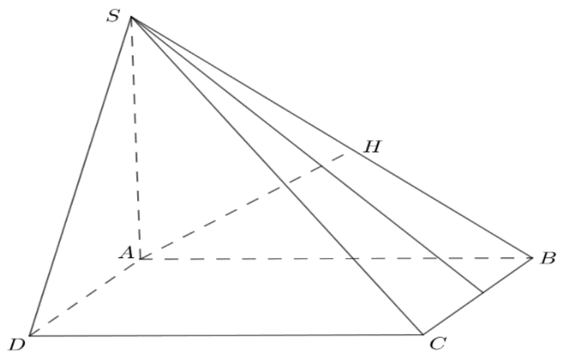
Do đó $d(C,(SAB)) = CB = AB = 2a$.

Câu 19: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}a}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ **C.** $\frac{\sqrt{6}a}{6}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a}{3}$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

$\Rightarrow \begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \end{cases}$

Trong mặt phẳng (SAB): Kẻ $AH \perp SB \Rightarrow AH = d(A;(SBC))$

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$.

$\Rightarrow d(A;(SBC)) = AH = \frac{\sqrt{3}a}{2}$. **Chọn B**

Câu 20: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(6;+\infty\right)$?.

A. 3 **B.** Vô số **C.** 0 **D.** 6

Lời giải.

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{-3m\right\}$; $y'=\dfrac{3m-1}{\left(x+3m\right)^2}$.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(6;+\infty\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} y'<0 \\ \left(6;+\infty\right)\subset D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-1<0 \\ -3m\le 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<\dfrac{1}{3} \\ m\ge -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2\le m<\dfrac{1}{3}.$$

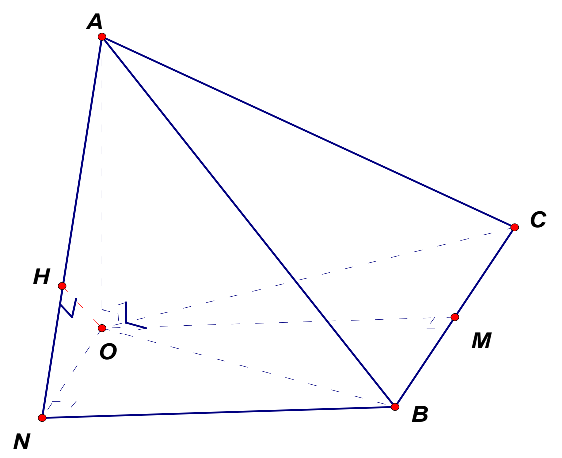
Vì $m\in\mathbb{Z}$ $\Rightarrow m\in\left\{-2;-1;0\right\}$.

Câu 21: **(MÃ ĐỀ 104 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho tứ diện $O.ABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc với nhau, $OA=a$ và $OB=OC=2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

A. $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$ **B.** a **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{6}a}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có ΔOBC vuông cân tại O, M là trung điểm của BC

$\Rightarrow OM\perp BC$

Dựng hình chữ nhật $OMBN$, ta có $\begin{cases} OM//BN \\ BN\subset\left(ABN\right) \end{cases} \Rightarrow OM//\left(ABN\right)$

$\Rightarrow d\left(AB,OM\right)=d\left(OM,\left(ABN\right)\right)=d\left(O,\left(ABN\right)\right)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên AN ta có:

$\begin{cases} BN \perp ON \\ BN \perp OA \end{cases} \Rightarrow BN \perp (OAN) \Rightarrow OH \perp BN$ mà $OH \perp AN$

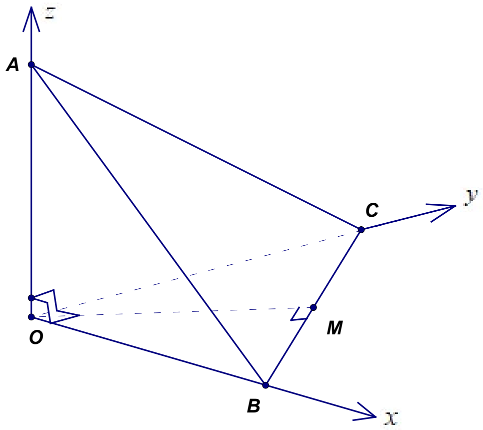
$\Rightarrow OH \perp (ABN) \Rightarrow d(O,(ABN)) = OH$

ΔOAN vuông tại O, đường cao OH

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{BM^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{BC^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{4}{OB^2 + OC^2}$$

$$= \frac{1}{a^2} + \frac{4}{4a^2 + 4a^2} = \frac{3}{2a^2} \Rightarrow OH^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d(AB,OM) = OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Nhận xét:



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó $O(0;0;0), B(2a;0;0), C(0;2a;0), A(0;0;a)$

M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(a;a;0)$

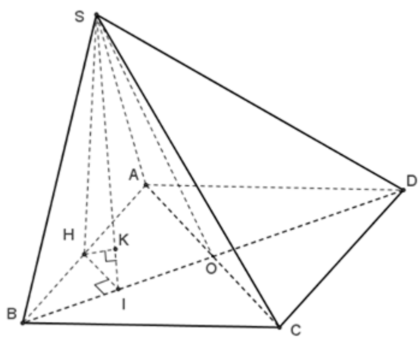
Ta có $\overrightarrow{OM} = (a;a;0); \overrightarrow{OB} = (0;2a;0); \overrightarrow{AB} = (2a;0;-a)$

$$\Rightarrow \left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AB}\right] = (-a^2; a^2; -2a^2) \Rightarrow d(AB,OM) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AB}\right].\overrightarrow{OB}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{AB}\right]\right|} = \frac{2a^3}{\sqrt{a^4 + a^4 + 4a^4}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Câu 22: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{\sqrt{21}a}{14}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{21}a}{28}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Ta có $\dfrac{d(H,(SBD))}{d(A,(SBD))} = \dfrac{BH}{BA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD))$.

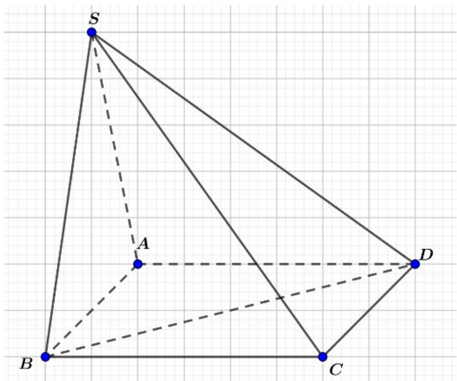
Gọi I là trung điểm OB, suy ra $HI \parallel OA$.

Suy ra $HI = \dfrac{1}{2}OA = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. Lại có $\begin{cases} BD \perp HI \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHI)$.

Vẽ $HK \perp SI \Rightarrow HK \perp (SBD)$. Ta có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Suy ra $d(A,(SBD)) = 2d(H,(SBD)) = 2HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

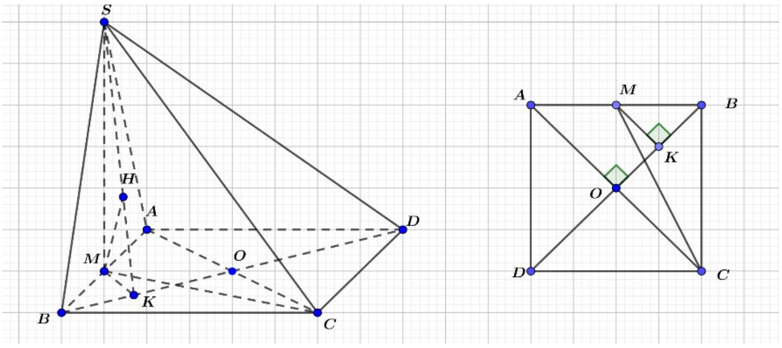
Câu 23: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng



A. $\dfrac{\sqrt{21}a}{28}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{14}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{21}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow SM \perp (ABCD)$. Gọi $O = AC \cap BD$.

Ta có $\begin{cases} AC \cap (SBD) = O \\ AO = OC \end{cases} \Rightarrow d(C,(SBD)) = d(A,(SBD))$.

Lại có $\begin{cases} AM \cap (SBD) = B \\ AB = 2MB \end{cases} \Rightarrow d(A,(SBD)) = 2d(M,(SBD))$.

Vậy $\dfrac{d(C;(SBD))}{d(M;(SBD))} = 2$

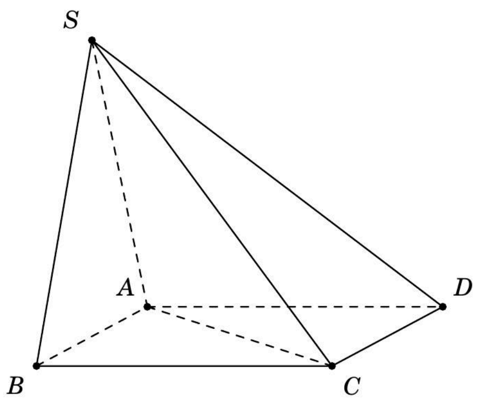
Kẻ $MK \perp BD$ $(K \in BD)$, kẻ $MH \perp SK$ tại $H \Rightarrow MH = d(M;(SBD))$.

Xét tam giác SMK, ta có

$MK = \dfrac{1}{2}AO = \dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$, $SM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

$\dfrac{1}{MH^2} = \dfrac{1}{SM^2} + \dfrac{1}{MK^2} = \dfrac{28}{3a^2} \Rightarrow MH = \dfrac{a\sqrt{21}}{14} \Rightarrow d(C;(SBD)) = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

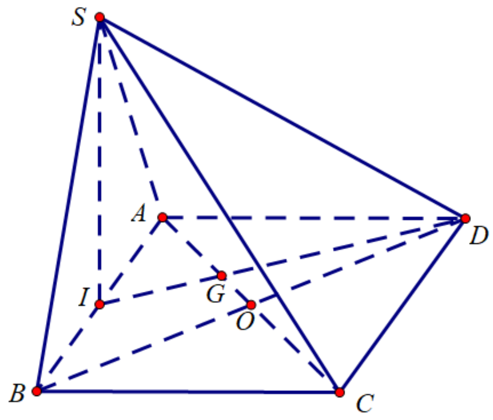
Câu 24: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAC) bằng

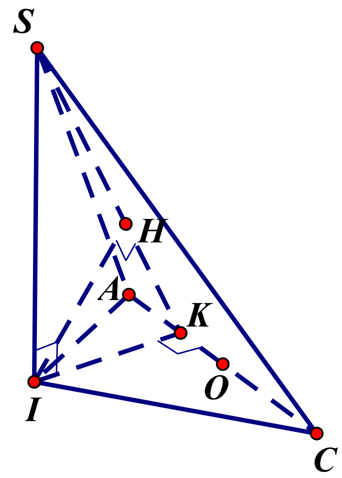


A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D





* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có

$SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{d(D;(SAC))}{d(I;(SAC))} = \dfrac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC))$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC$; $IH \perp (SAC)$

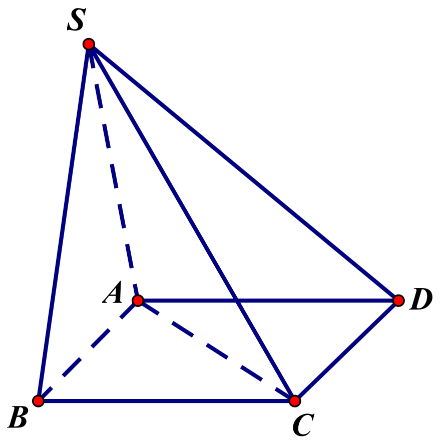
$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d(D;(SAC)) = 2.d(I;(SAC)) = 2.IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

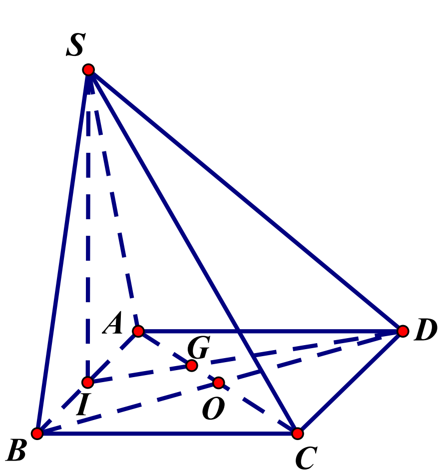
Câu 25: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (minh họa như hình vẽ bên). Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

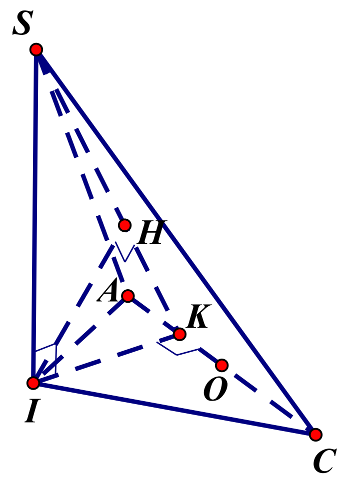


A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{28}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn C





* Gọi $O = AC \cap BD$ và G là trọng tâm tam giác ABD, I là trung điểm của AB ta có

$SI \perp (ABCD)$ và $\dfrac{d\left(D;(SAC)\right)}{d\left(I;(SAC)\right)} = \dfrac{DG}{IG} = 2 \Rightarrow d\left(D;(SAC)\right) = 2.d\left(I;(SAC)\right)$.

* Gọi K là trung điểm của AO, H là hình chiếu của I lên SK ta có $IK \perp AC;\ IH \perp (SAC)$

$\Rightarrow d\left(D;(SAC)\right) = 2.d\left(I;(SAC)\right) = 2.IH$

* Xét tam giác SIK vuông tại I ta có: $SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $IK = \dfrac{BO}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$

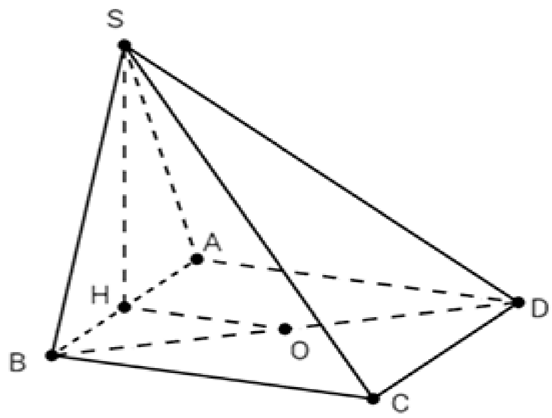
$$\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow IH = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

$\Rightarrow d\left(D;(SAC)\right) = 2.d\left(I;(SAC)\right) = 2.IH = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

* Do O trung điểm của BD nên ta có:

$\dfrac{d\left(B;(SAC)\right)}{d\left(D;(SAC)\right)} = BO = 1 \Rightarrow d\left(B;(SAC)\right) = d\left(D;(SAC)\right) = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Cách 2.



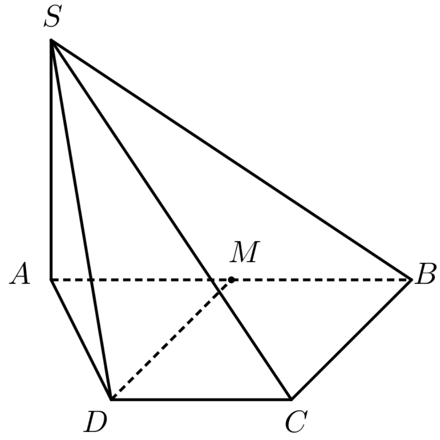
Do H là trung điểm AB $\Rightarrow d\left(A,(SBD)\right) = 2d\left(H,(SBD)\right)$

Ta có tứ diện vuông $HSOB$ vuông tại H nên:

$$\frac{1}{\left(d_{(H,(SBD))}\right)^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HO^2}+\frac{1}{HB^2}=\frac{4}{3a^2}+\frac{4}{a^2}+\frac{4}{a^2}=\frac{28}{3a^2}$$

$$d_{(H,(SBD))}=\frac{a\sqrt{21}}{14}\Rightarrow d_{(A,(SBD))}=\frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 26: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2019-2020 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AB=2a$, $AD=DC=CB=a$. SA vuông góc với đáy và $SA=3a$ (minh họa hình dưới đây).

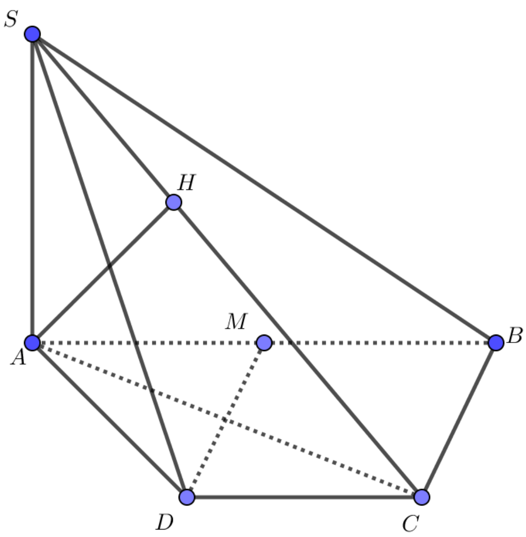


Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và DM bằng

A. $\frac{3}{4}a$. **B.** $\frac{3}{2}a$. **C.** $\frac{3\sqrt{13}a}{13}$. **D.** $\frac{6\sqrt{13}}{13}a$

Lời giải

Chọn A



Ta có M là trung điểm của AB.

Theo giả thiết suy ra $ABCD$ là nửa lục giác đều nội tiếp đường tròn đường kính AB

$$\Rightarrow\begin{cases}\widehat{ACB}=90^\circ;\widehat{ABC}=60^\circ\\ AC=a\sqrt{3}\end{cases}$$

Vì $DM // BC \Rightarrow DM // (SBC)$

Do đó $d(DM, SB) = d(DM, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC))$ (vì $MB = \frac{1}{2} AB$)

Kẻ $AH \perp SC$.

Ta lại có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow AH \perp BC$.

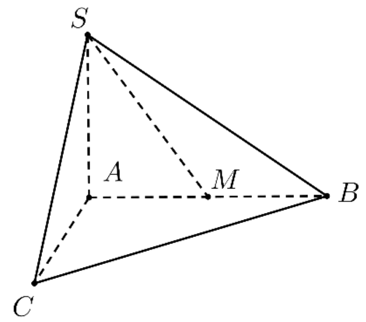
Khi đó $\begin{cases} AH \perp SC \\ AH \perp BC \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, ta có

$$AH^2 = \frac{AC^2.SA^2}{AC^2 + SA^2} = \frac{(a\sqrt{3})^2.(3a)^2}{(a\sqrt{3})^2 + (3a)^2} = \frac{9a^2}{4} \Rightarrow AH = \frac{3}{2}a.$$

Vậy $d(DM, SB) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{1}{2} AH = \frac{3a}{4}$.

Câu 27: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2019-2020 LẦN 02)** Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = 2a, AC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình vẽ). Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng

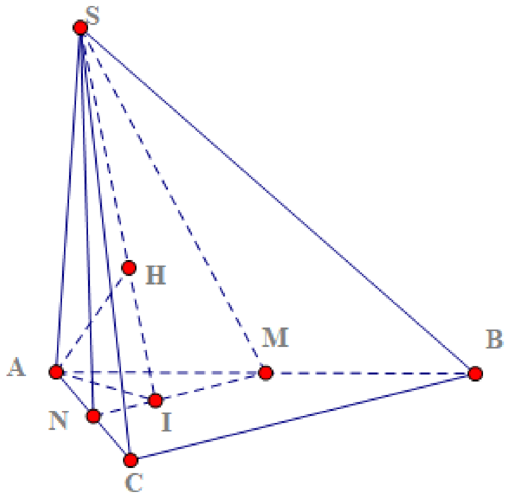


SS

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi N là trung điểm cạnh AC, khi đó mặt phẳng $(SMN)//BC$.

Ta có $d(SM,BC)=d(BC,(SMN))=d(B,(SMN))=d(A,(SMN))$.

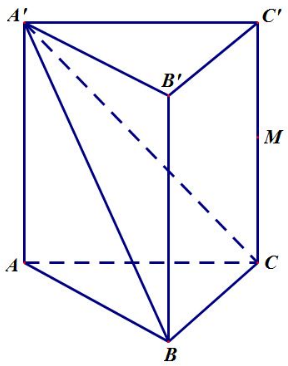
Gọi AI là đường cao trong tam giác vuông AMN, ta có $AI=\dfrac{AM.AN}{\sqrt{AM^2+AN^2}}=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Lại có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp MN$, suy ra $(SAI)\perp(SMN)$.

Kẻ $AH\perp SI\Rightarrow AH\perp(SMN)\Rightarrow d(A,(SMN))=AH=\dfrac{AI.SA}{\sqrt{AI^2+SA^2}}=\dfrac{2a}{3}$.

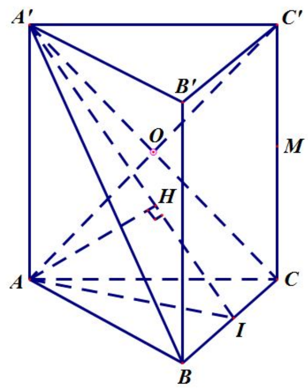
Vậy $d(SM,BC)=\dfrac{2a}{3}$.

Câu 28: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M là trung điểm của CC'. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$

Lời giải

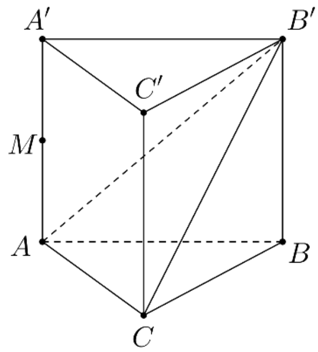


Ta có : $d\left(M,\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(C';\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(A;\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}.AH=\frac{1}{2}.\frac{AA'.AI}{\sqrt{AA'^2+AI^2}}(*)$.

Tam giác ABC đều cạnh a có AI là độ dài đường trung tuyến nên $AI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Ta có : $(*)\Rightarrow d\left(M,\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}.\frac{2.\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{4+\frac{3}{4}}}.a=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}a=\frac{a\sqrt{57}}{19}$.

Câu 29: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a và $A'A=2a$. Gọi M là trung điểm của $A'A$. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ bằng

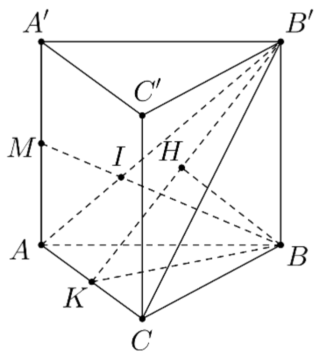


A. $\frac{\sqrt{57}a}{19}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}a}{5}$.

C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Lời giải

Chọn A



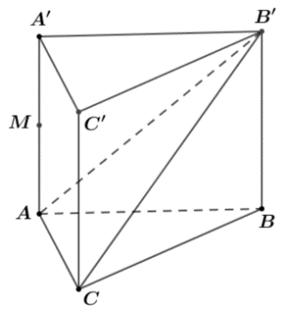
Gọi $I=BM\cap AB'$ và K là trung điểm AC.

Ta có $\frac{d\left(M,\left(AB'C\right)\right)}{d\left(B,\left(AB'C\right)\right)}=\frac{MI}{BI}=\frac{MA}{BB'}=\frac{1}{2}\Rightarrow d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=\frac{BH}{2}$.

Xét tam giác $BB'K$ có $\dfrac{1}{BH^2}=\dfrac{1}{B'B^2}+\dfrac{1}{BK^2}=\dfrac{1}{(2a)^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}\Rightarrow BH=\dfrac{2\sqrt{57}a}{19}$.

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\dfrac{BH}{2}=\dfrac{\sqrt{57}a}{19}$

Câu 30: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA'.

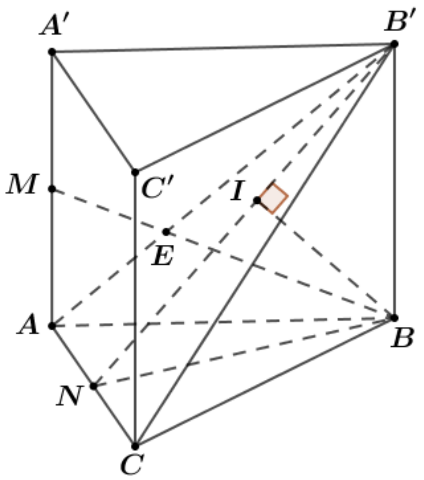


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn D



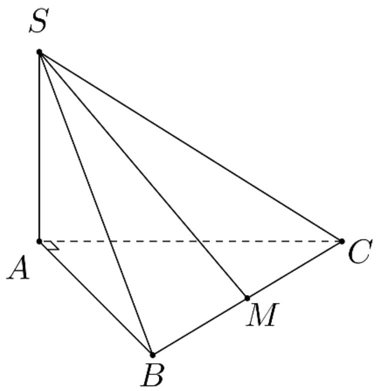
Trong $\left(ABB'A'\right)$, gọi E là giao điểm của BM và AB'. Khi đó hai tam giác EAM và $EB'B$ đồng dạng. Do đó $\dfrac{d\left(M,\left(AB'C\right)\right)}{d\left(B,\left(AB'C\right)\right)}=\dfrac{EM}{EB}=\dfrac{MA}{BB'}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\dfrac{1}{2}\cdot d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.

Từ B kẻ $BN\perp AC$ thì N là trung điểm của AC và $BN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $BB'=a$.

Kẻ $BI\perp B'N$ thì $d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=BI=\dfrac{BB'\cdot BN}{\sqrt{BB'^2+BN^2}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}\cdot d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

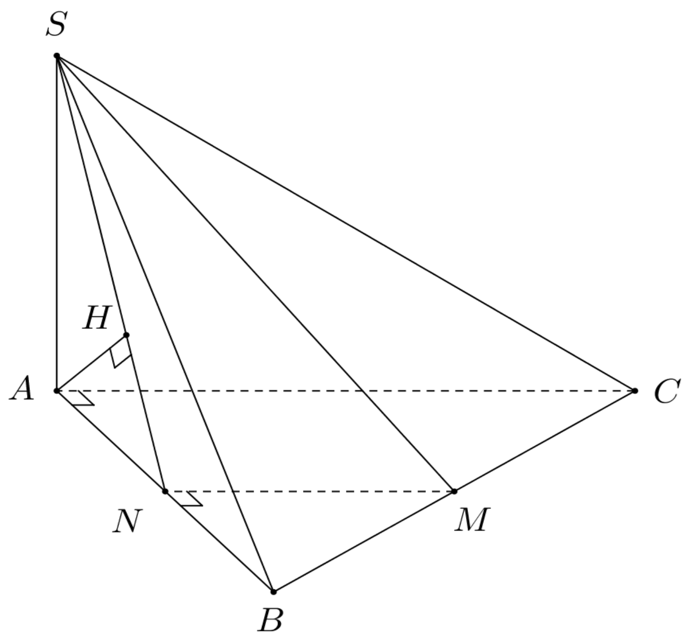
Câu 31: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\frac{2\sqrt{17}a}{17}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm AB $\Rightarrow AC//NM$

$\Rightarrow AC//\left(SNM\right)$

$\Rightarrow d\left(AC,SM\right)=d\left(AC,\left(SNM\right)\right)=d\left(A,\left(SNM\right)\right)$

Kẻ $AH\perp SN\left(1\right)$

Do $MN//AC\Rightarrow MN\perp AB$ Mà $MN\perp SA$

$\Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH\,(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow AH \perp (SMN)$

$\Rightarrow d(A,(SMN)) = AH$

Xét ΔSAN vuông tại A có $AH = \dfrac{SA.AN}{SN} = \dfrac{SA.AN}{\sqrt{SA^2 + AN^2}} = \dfrac{2a.\frac{a}{2}}{\sqrt{4a^2 + \frac{a^2}{4}}} = \dfrac{2a\sqrt{17}}{17}$

$\Rightarrow d(AC,SM) = AH = \dfrac{2a\sqrt{17}}{17}$

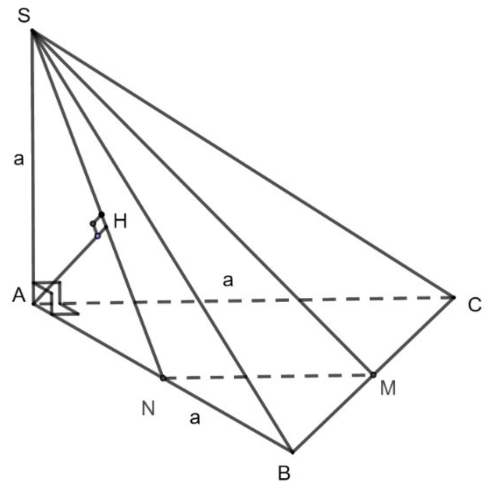
Câu 32: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$. SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:



Gọi N là trung điểm AB, ta có $AC // MN$

Suy ra $AC // (AMN) \Rightarrow d(AC,SM) = d(AC,(SMN))$

$= d(A,(SMN))$.

Ta có $\left.\begin{array}{l} (SAB) \perp (SMN)\,(MN \perp (SAB)) \\ (SAB) \cap (SMN) = SN \\ AH \perp SN \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (SMN)$

Suy ra $AH = d\left(A,(SMN)\right)$.

$$AH = \frac{AS.AN}{\sqrt{AS^2 + AN^2}} = \frac{a.\frac{a}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{5}a}{5}.$$

Cách 2:

Chọn hệ $Oxyz$ sao cho $O \equiv A$, các tia Ox, Oy, Oz lần lượt đi qua B, C, S.

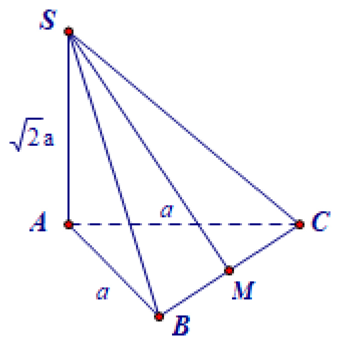
Chọn $a = 2$, ta có $A(0;0;0)$, $B(2;0;0)$, $C(0;2;0)$, $S(0;0;2)$. Suy ra $M(1;1;0)$.

Ta có $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AC} = (0;2;0)\\ \overrightarrow{SM} = (1;1;-2)\end{array}\right\} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SM}\right] = (-4;0;-2)$

$\overrightarrow{AM} = (1;1;0) \Rightarrow \left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{AM} = (-4).1 + 0.1 + (-2).0 = -4$.

Vậy $d(AC, SM) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SM}\right].\overrightarrow{AM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SM}\right]\right|} = \dfrac{|-4|}{\sqrt{(-4)^2 + 0^2 + (-2)^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}a}{5}$.

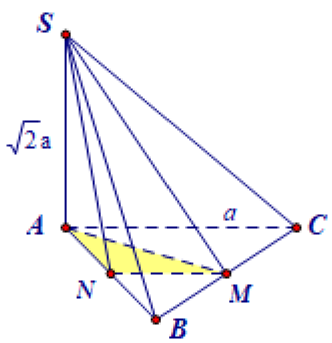
Câu 33: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng



A. $\dfrac{\sqrt{10}a}{5}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi N là trung điểm AB.

Suy ra: $AC // (SMN)$ nên $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(A, (SMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta SMN}}$.

Dễ thấy: $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{4}S_{\Delta ABC} = \frac{a^2}{8} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3}S_{\Delta AMN}.SA = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

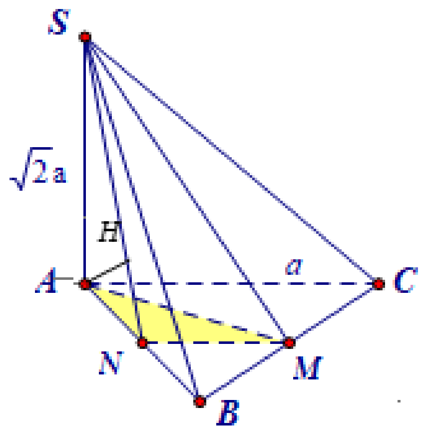
Ta có: $SN = \sqrt{SA^2 + AN^2} = \frac{3a}{2}$, $MN = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$ và $SM = \sqrt{SA^2 + AM^2} = \frac{\sqrt{10}a}{2}$.

Suy ra: $p = \frac{1}{2}(SM + SN + MN) = \frac{a}{4}\left(4 + \sqrt{10}\right)$

Và $S_{\Delta SMN} = \sqrt{p(p - SM)(p - SN)(p - MN)} = \frac{3a}{8}$.

Vậy $d(A, (SMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta SMN}} = \frac{\sqrt{2}a}{3}$.

Cách 2: Gọi N là trung điểm AB.



Suy ra: $AC // (SMN)$ nên $d(AC, SM) = d(AC, (SMN)) = d(A, (SMN))$

Kẻ $AH \perp SN$ tại H.

Vì $MN \parallel AC, AC \perp AB \Rightarrow MN \perp AB$, mà $MN \perp SA \Rightarrow MN \perp (SAN) \Rightarrow MN \perp AH$

Ta có: $\begin{cases} AH \perp SN \\ AH \perp MN \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SMN) \Rightarrow AH = d(A, (SMN))$

Xét tam giác vuông SAN vuông tại A ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{\frac{a^2}{4}} = \frac{9}{2a^2}$

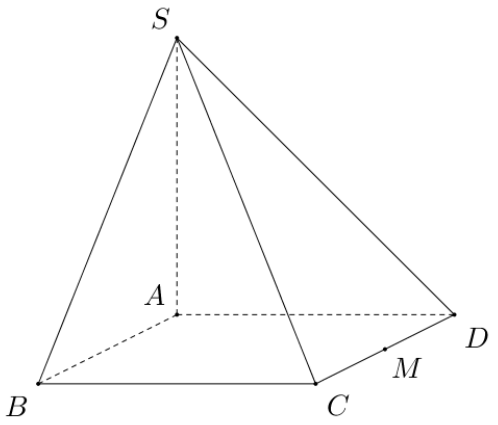
$\Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow d(AC, SM) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

DẠNG 1: KHOẢNG CÁCH TỪ MỘT ĐIỂM ĐẾN MỘT MẶT PHẲNG

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Lời giải



Ta có $CD // AB$, mà $AB \subset (SAB)$ nên $CD // (SAB)$.

Từ đó suy ra $d\left(M;(SAB)\right) = d\left(D;(SAB)\right)$

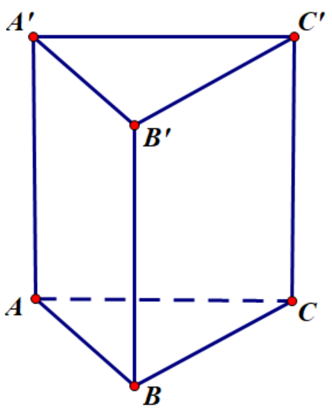
Ta có $AD \perp AB$, $AD \perp SA$ suy ra $AD \perp (SAB)$

Suy ra $d\left(D;(SAB)\right) = AD = a$. Vậy $d\left(M;(SAB)\right) = a$.

Câu 35: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

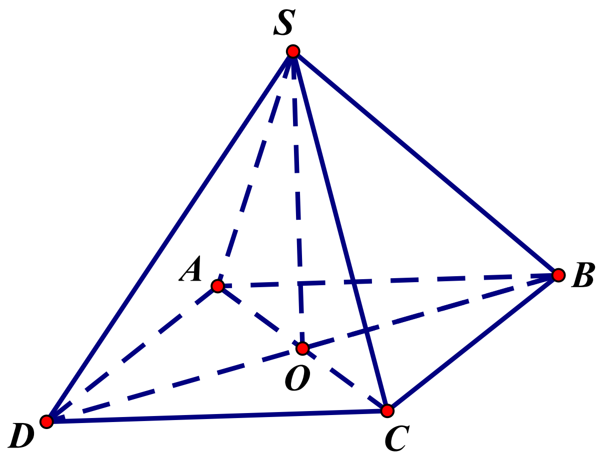
A. $2a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\sqrt{3}a$.

Lời giải



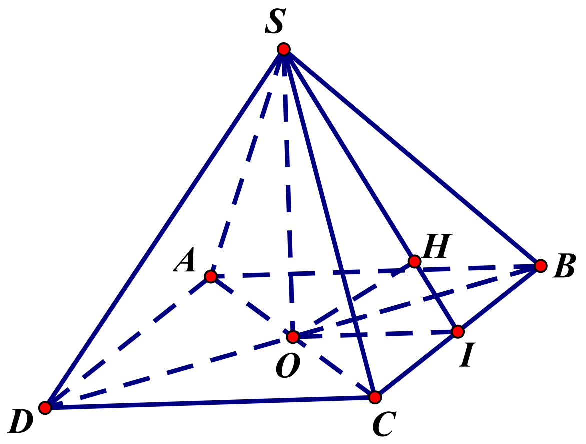
Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow d\left[B,(ACC'A')\right] = BH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Biết $SO = a$, khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm BC và H là hình chiếu của O trên SI.

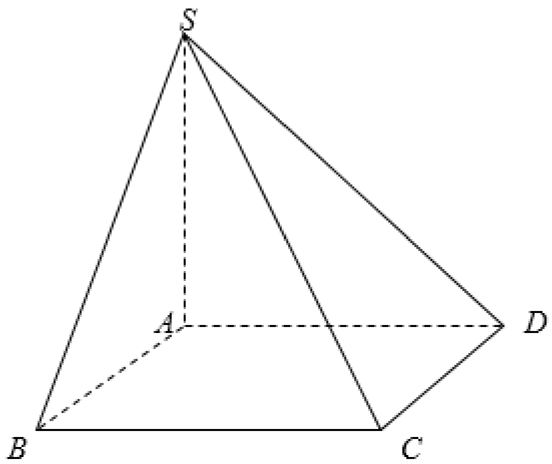
Khi đó $\left.\begin{array}{l} BC \perp OI \\ BC \perp SI \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow BC \perp OH$

Nên $OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O;(SBC)) = OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a và $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$ Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{3a}{4}$.

Lời giải

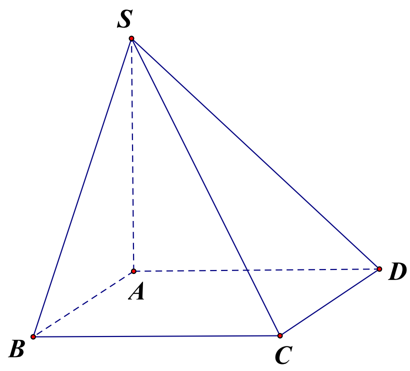


Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $d(S,(ABCD)) = SA = a$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. a. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



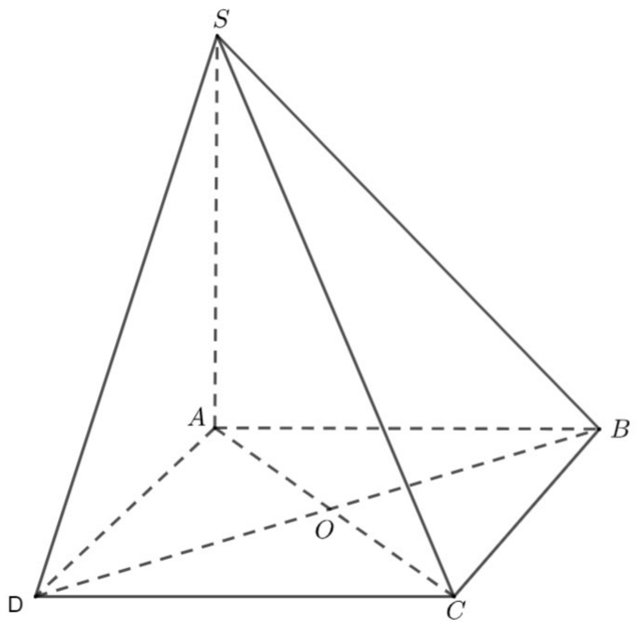
Vì:

$\left.\begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Suy ra $d(C;(SAB)) = CB = a$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC).

A. $\frac{a}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = \{O\}$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$

Ta có:

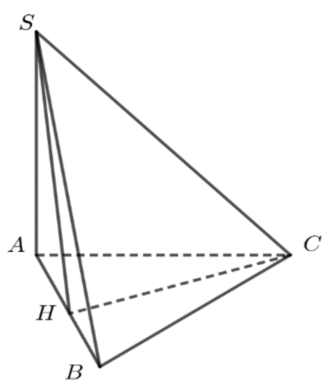
$$\left.\begin{matrix} BO \perp SA, BO \perp AC \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = \{A\} \end{matrix}\right\} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ C đến (SAB).

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** a.

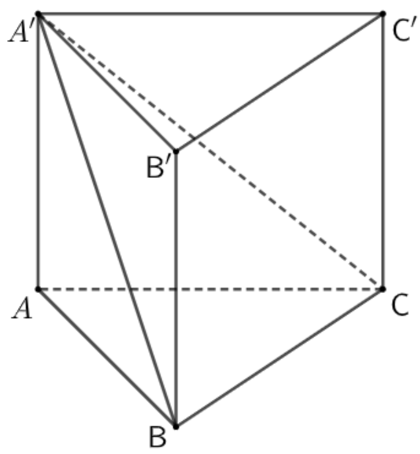
Lời giải



Gọi H là trung điểm của cạnh AB, ta có $\begin{cases} CH \perp AB \\ CH \perp SA \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB)$

nên $d\left(C,(SAB)\right)=CH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

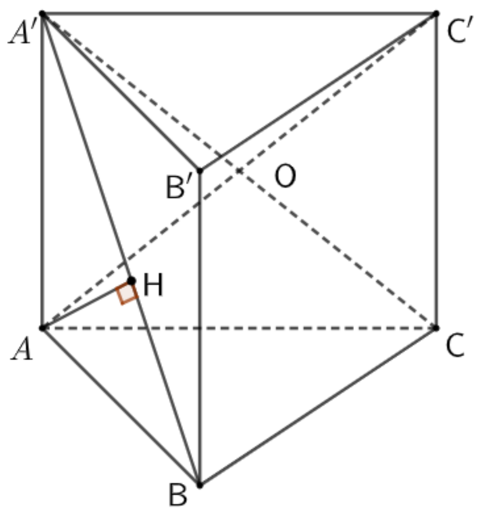
Câu 41: Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $2a\sqrt{5}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $A'C'CA$ là hình chữ nhật.

Gọi $O=AC'\cap A'C$, khi đó $AO=C'O$.

Mà $AC'\cap(A'BC)\equiv O$ nên khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

Ta có $\begin{cases} AA'\perp BC \\ AB\perp BC \end{cases} \Rightarrow BC\perp(A'AB)$.

Từ A hạ đường cao AH xuống $A'B$.

Khi đó ta có $AH\perp A'B$ mà $BC\perp AH$ vì $\begin{cases} AH\subset(A'AB) \\ BC\perp(A'AB) \end{cases}$.

$\Rightarrow AH\perp(A'BC)$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng AH.

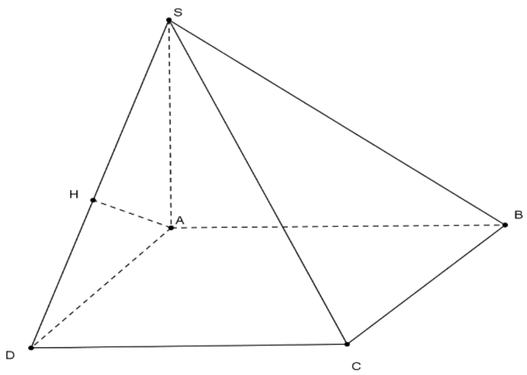
Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, đường cao AH có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{A'A^2}\Rightarrow\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{4a^2}$

$\Rightarrow AH=\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

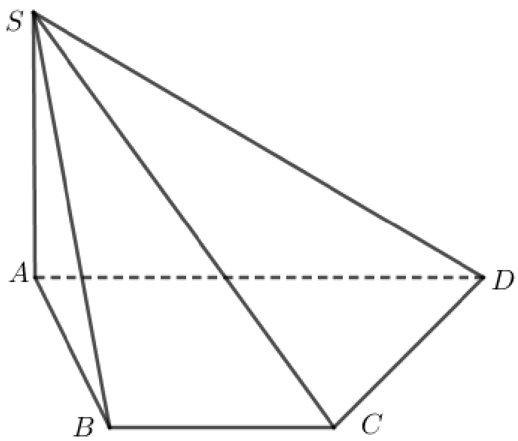


Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD. Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Suy ra: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Khoảng cách từ A đến đến (SCD) bằng AH.

Ta có: $AH = \frac{AS.AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{a.2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

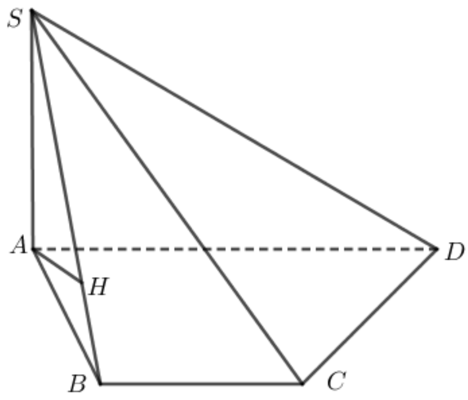
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2AB = 2BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$.



Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A trên SB (1).

Ta có: $BC \perp AB, SA \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$ (2).

Từ $(1),(2)$ ta có $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$.

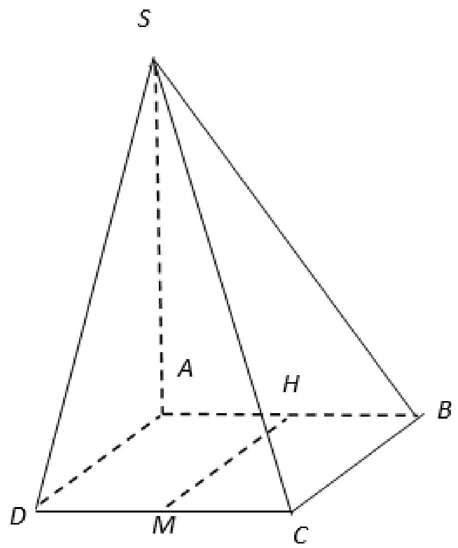
Xét tam giác vuông SAB, ta có: $AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(A,(SBC)) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow HM \perp AB$.

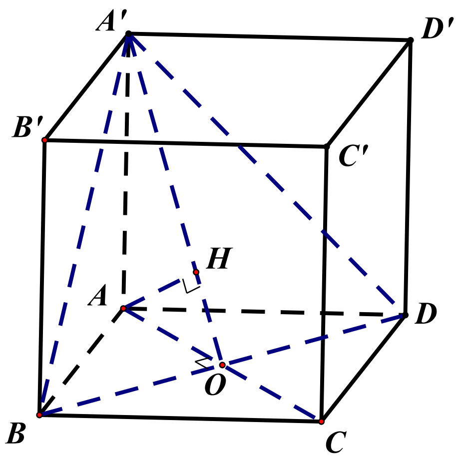
Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp MH$.

$\Rightarrow MH \perp (SAB) \Rightarrow d(M,(SAB)) = MH = a$.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là trung điểm của $BD \Rightarrow AO \perp BD$.

Do $AA' \perp (ABCD) \Rightarrow AA' \perp BD$ suy ra $BD \perp (AA'O)$.

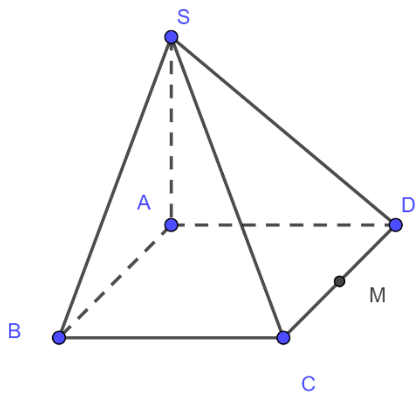
Kẻ $AH \perp A'O \Rightarrow AH \perp BD$. Do đó $AH \perp (A'BD)$ hay $d(A;(A'BD)) = AH$.

Ta có $AO = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Suy ra $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

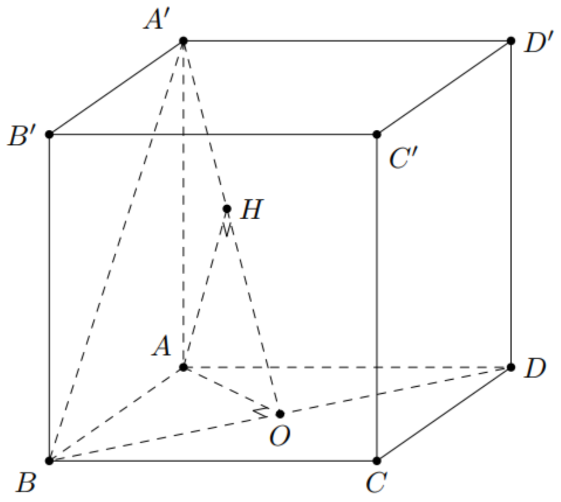
Lời giải

$d(M,(SAB))=d(D,(SAB))=DA=a$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



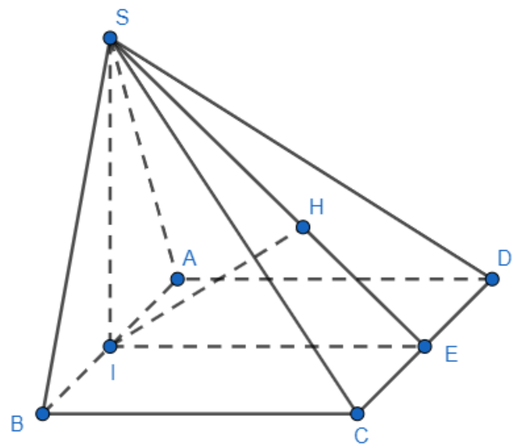
Có $OA=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Khi đó $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{A'A^2}+\dfrac{1}{OA^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\mathrm{d}\left(A;\left(A'BD\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $\left(SCD\right)$.

A. $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{16}$.

Lời giải



Ta có $d\left(A;\left(SCD\right)\right)=d\left(I;\left(SCD\right)\right)$

Gọi E là trung điểm CD.

Dựng $IH\perp SE$ thì ta có $d\left(I;\left(SCD\right)\right)=IH=\dfrac{IE.IS}{\sqrt{IE^2+IS^2}}=\dfrac{2a.a\sqrt{3}}{\sqrt{\left(2a\right)^2+\left(a\sqrt{3}\right)^2}}=\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB và SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=SB=SC=3$. Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

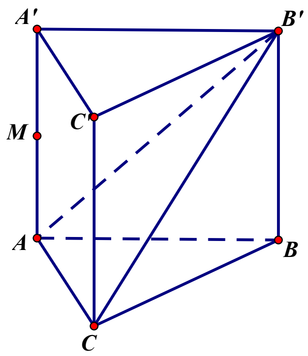
Lời giải

Gọi $d\left(S;\left(ABC\right)\right)=h$

Ta có: $\dfrac{1}{h^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{SB^2}+\dfrac{1}{SC^2}=\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{1}{3}$.

Suy ra $h^2=3\Leftrightarrow h=\sqrt{3}$

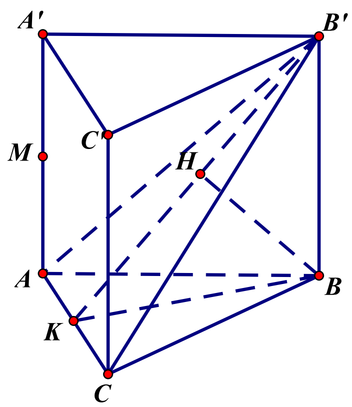
Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA'



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(AB'C\right)$ bằng.

A. $\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi K là trung điểm của AC, dựng $BH\perp B'K$ tại H

Ta có: $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\dfrac{1}{2}d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.

$\begin{cases} BH \perp B'K \\ BH \perp AC\ \left(AC \perp \left(BB'K\right) \supset BH\right) \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp \left(AB'C\right)$.

$\Rightarrow d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=BH$

Xét tam giác vuông $BB'K$ ta có:

$\dfrac{1}{BH^2}=\dfrac{1}{BB'^2}+\dfrac{1}{BK^2}$

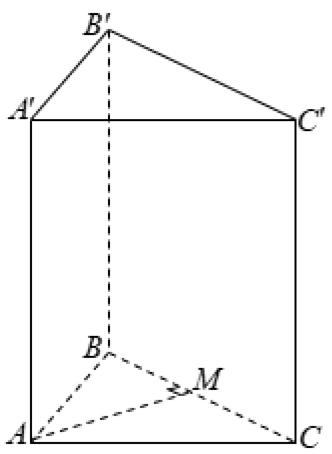
$\Leftrightarrow BH=\dfrac{BB'.BK}{\sqrt{BB'^2+BK^2}}=\dfrac{a.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\dfrac{1}{2}BH=\dfrac{1}{2}\dfrac{a\sqrt{21}}{7}=\dfrac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 51: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB=AA'=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có: $AM \perp BC$

Mặt khác: $AM \perp BB'$

Suy ra $AM \perp \left(BCC'B'\right) \Rightarrow d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)=AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng $\left(SAC\right)$ bằng

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** a. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $3a$.

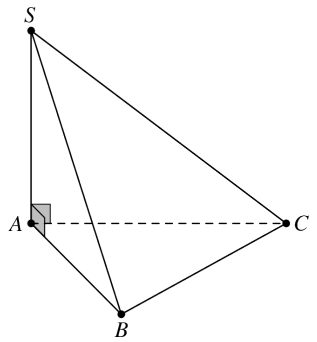
Lời giải

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $(ABC) \perp (SAC)$.

Hạ $BH \perp AC$, khi đó $BH \perp (SAC)$, suy ra $d(B,(SAC)) = BH$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = a\sqrt{2}$ nên $AC = 2a$, suy ra $BH = \frac{AC}{2} = a.$

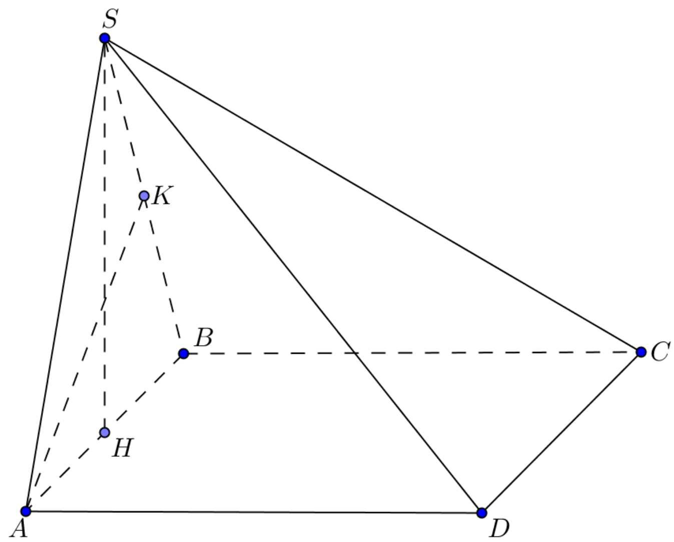
Vậy $d(B,(SAC)) = a$.



Câu 53: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, tam giác SAB là tam giác đều và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC)

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm AB. Vì tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.

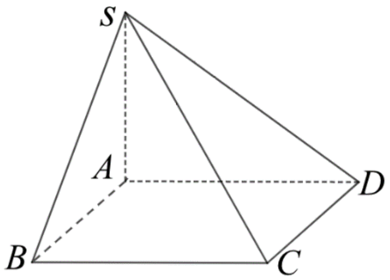
Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \\ SH \perp AB \end{cases}$

Dễ thấy $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

Kẻ $AK \perp SB \Rightarrow AK \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$AD // (SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(\text{A},(SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

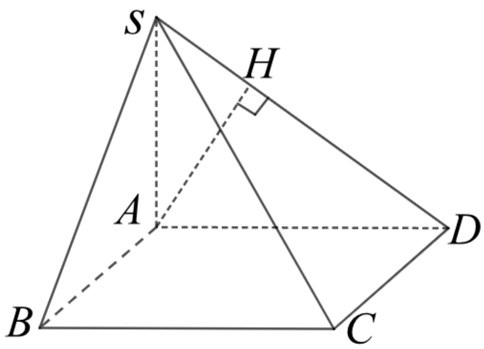
Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD = 2a$, $SA = a$
.



Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD,\ SA \perp CD$.

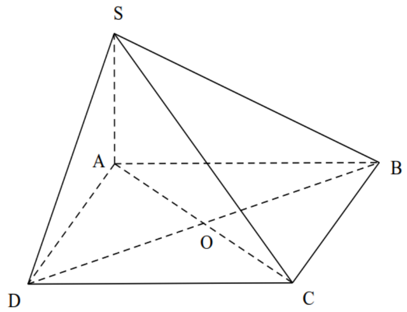
Dựng $AH \perp SD$ $(H \in SD)$.

Có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Vậy $AH \perp (SCD) \Rightarrow$ khoảng cách từ A đến (SCD) bằng độ dài đoạn

$AH = \frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

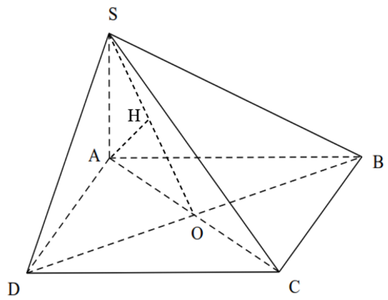
Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{2a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a}{9}$.

Lời giải

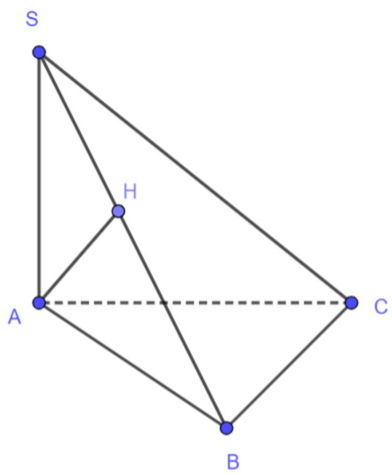


Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, dựng $AH \perp SO$. Khi đó, $d\left(A,(SBD)\right) = AH$.

Trong tam giác SAO vuông tại O có AH là chiều cao nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AO^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{9}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2a}{3}.$$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{2}$, cạnh bên $SA = a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH \perp SB$

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BC \perp AB \\ BC \perp SA \\ AB \cap SA = \{A\} \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$$

Mà $AH \subset (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

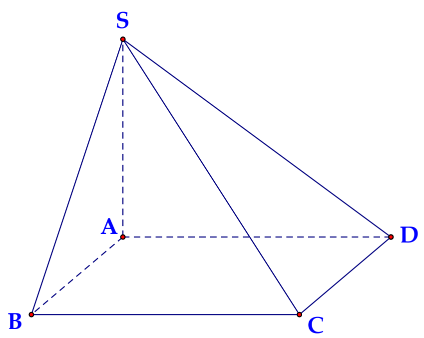
Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} AH \perp SB \\ AH \perp BC\left(BC \perp (SAB)\right) \\ SB \cap BC = \{B\} \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (SBC)$$

$\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right) = AH$

Ta có: $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

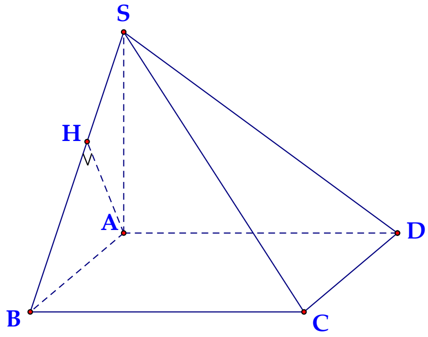
Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu?



A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Trong (SAB) vẽ $AH \perp SB$ tại H



Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow (SBC) \perp (SAB)$.

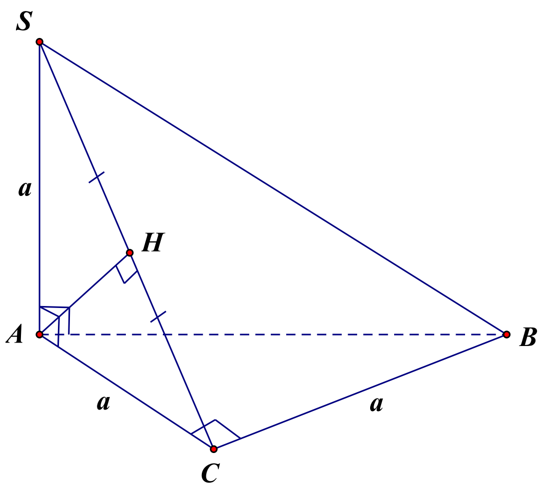
Khi đó $\begin{cases} (SAB) \perp (SBC) \\ (SAB) \cap (SBC) = SB \\ \text{Trong } (SAB), AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC)$ hay $AH = d\left(A,(SBC)\right)$.

Ta có $AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \dfrac{a.a}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên $d\left(A,(SBC)\right) = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 58: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $BC = a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

Lời giải



Vì $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$

Khi đó $(SBC) \perp (SAC)$ theo giao tuyến SC

Trong (SAC), kẻ $AH \perp SC$ tại H suy ra $AH \perp (SBC)$ tại H

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng AH

Ta có: $AC = BC = a$, $SA = a$ nên tam giác SAC vuông cân tại A

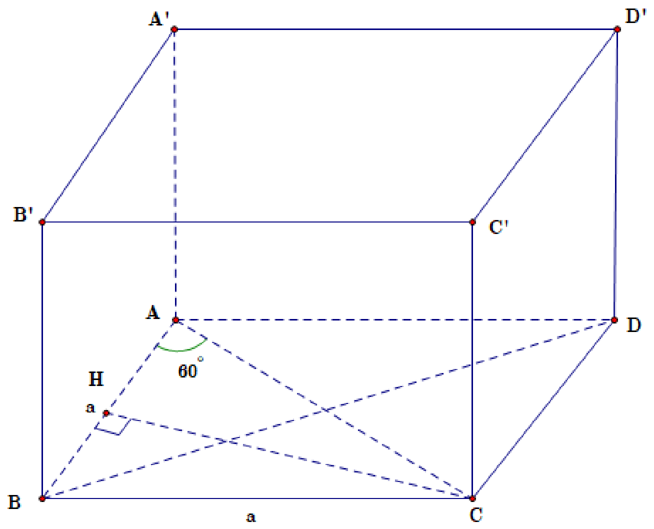
Theo Py-ta-go: $SC = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a$

Suy ra $AH = \frac{1}{2}SC = \frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 59: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\angle BAC = 60°$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABA'B')$ bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Lời giải



Ta có $\angle BAC = 60° \Rightarrow \angle ABC = 60° \Rightarrow \Delta ABC$ đều.

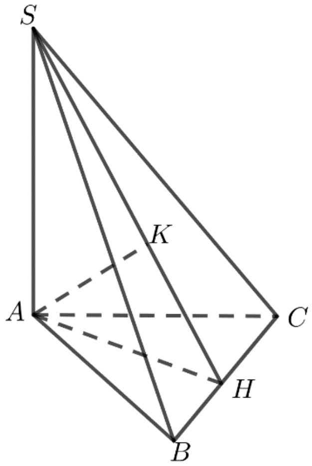
Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow CH \perp AB \Rightarrow CH \perp (ABA'B')$.

Ta có $d(C,(ABA'B')) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên $SA = a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt đáy (ABC). Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $d = \frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $d = a$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{15}}{5}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Vẽ $AH \perp BC$ tại $H \Rightarrow BC \perp (SAH)$.

Vẽ $AK \perp SH$ tại K mà $AK \perp BC \Rightarrow AK \perp (SBC)$ tại K.

Do đó $AK = d(A,(SBC))$.

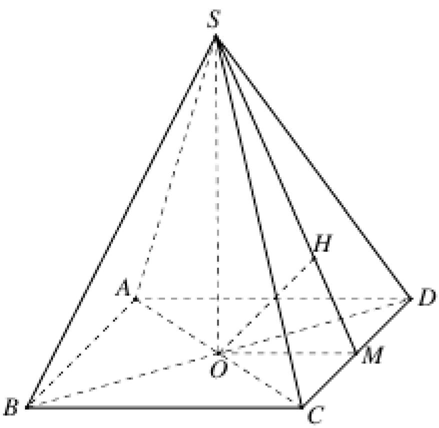
H là trung điểm của BC nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $AK = \frac{SA.AH}{\sqrt{SA^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 61: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm O của đáy $ABCD$ đến một mặt bên theo a.

A. $d = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $d = \frac{2a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải



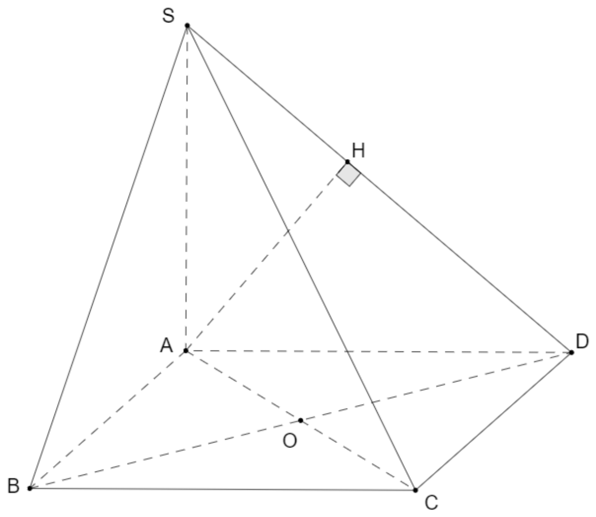
Gọi M là hình chiếu của O lên CD, H là hình chiếu của O lên SM. Suy ra đoạn OH là khoảng cách từ O đến $mp(SCD)$

Vậy $d = OH = \dfrac{OM.OS}{\sqrt{OM^2 + OS^2}} = \dfrac{\frac{a}{2}.a\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{a^2}{4} + 2a^2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a và $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{3}$ .Khoảng cách từ O đến mặt phẳng (SCD) là

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{3a}{2}$. **D.** $\dfrac{3a}{4}$.

Lời giải



Kẻ đường cao AH của tam giác SAD.

Ta có:

$AC \cap (SCD) = C$

Mà O là trung điểm của AC.

nên $\dfrac{d(O,(SCD))}{d(A,(SCD))} = \dfrac{CO}{CA} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra $d(O,(SCD)) = \dfrac{1}{2} d(A,(SCD))$

Ta có: $AH \perp SD$, $AH \perp CD$ $(CD \perp (SAD))$ và $SD \cap CD = D \in (SCD)$

Nên $AH \perp (SCD)$.

Suy ra $d(A,(SCD)) = AH$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có đường cao AH:

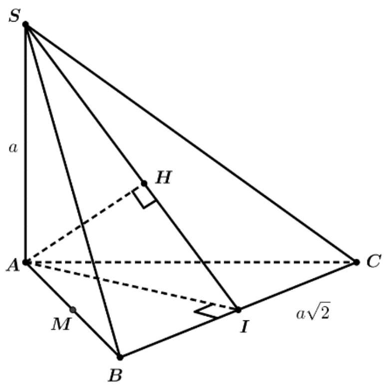
$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{3}{3a^2} = \dfrac{4}{3a^2} \Rightarrow AH^2 = \dfrac{3a^2}{4} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Nên $d\left(O,\left(SCD\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,\left(SCD\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 63: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=a$. Tam giác ABC vuông cân tại A, $BC=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC. Vì tam giác ABC vuông cân tại A nên $AI\perp BC$.

Theo giả thiết $SA\perp\left(ABC\right)\Rightarrow BC\perp SA$. Do đó $BC\perp\left(SAI\right)$.

Trong mặt phẳng $\left(SAI\right)$, kẻ $AH\perp SI$. Mà $BC\perp\left(SAI\right)\Rightarrow BC\perp AH$.

Từ và suy ra $AH\perp\left(SBC\right)\Rightarrow d\left(A,(SBC)\right)=AH$.

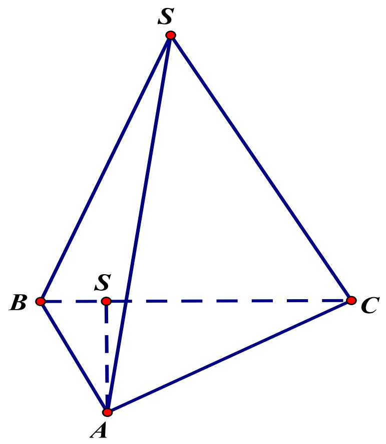
Ta có $AI=\frac{BC}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$; $AH=\frac{AI.AS}{\sqrt{AI^2+AS^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{a^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vì M là trung điểm của BC nên $d\left(M,(SBC)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,(SBC)\right)=\frac{1}{2}AH=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A có $AB=a$, $AC=2a$, mặt phẳng $\left(SBC\right)\perp\left(ABC\right)$. Khoảng cách từ A đến $\left(SBC\right)$ bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. **B.** $3a$. **C.** $a\sqrt{5}$. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

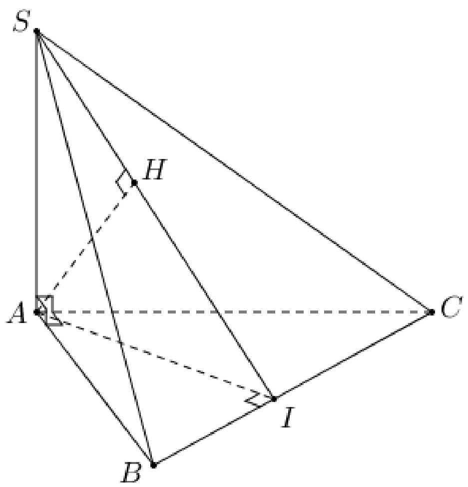


Trong mặt phẳng (ABC) dựng $AH \perp BC$. Do $(SBC)\perp(ABC) \Rightarrow AH \perp (SBC)$. Khoảng cách từ A đến (SBC) bằng $AH = \dfrac{AB.AC}{\sqrt{AB^2+AC^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $AC=a\sqrt{2}$ và $SA\perp(ABC)$, $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{5}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Lời giải



Gọi I là hình chiếu của A trên BC, H là hình chiếu của A trên SI.

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{r}SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC\\ AI\perp BC\end{array}\right\}\Rightarrow BC\perp(SAI)\Rightarrow BC\perp AH\\ SI\perp AH\end{array}\right\}\Rightarrow AH\perp(SBC)$$

Do đó: $d\big(A,(SBC)\big)=AH$

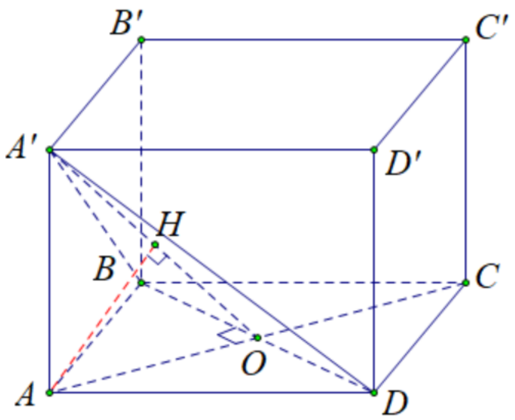
$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{2a^2}=\frac{5}{2a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{10}}{5}$$

Vậy $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 66: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng $\left(A'BD\right)$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, H là hình chiếu vuông góc của A trên $A'O$ thì $AH\perp A'O$.

Ta có $\begin{cases}BD\perp AO\\BD\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BD\perp\left(AA'O\right)\Rightarrow BD\perp AH$

Vậy $AH\perp\left(A'BD\right)\Rightarrow d\left(A,\left(A'BD\right)\right)=AH$

Xét tam giác $AA'O$ vuông tại A có đường cao AH, ta có

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{3}{a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$