CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 10: ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG TRONG KHÔNG GIAN

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. LÝ THUYẾT

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

A. Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.

C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Lời giải

Câu 2: Trong các tính chất sau, tính chất nào **không đúng?**

A. Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.

B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.

C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải

Câu 3: Cho các khẳng định:

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

: Hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.

: Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng thì chúng thẳng hàng.

Số khẳng định **sai** trong các khẳng định trên là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

sai khi hai mặt phẳng trùng nhau.

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì cheo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Lời giải

Đáp án C đúng, vì hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

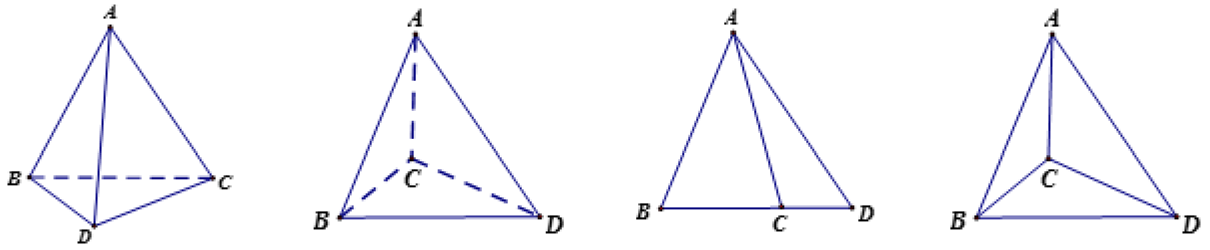
Câu 5: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b

A. 0.. **B.** Vô số. **C.** 2.. **D.** 1.

Lời giải

+) Trong không gian hai đường thẳng a và b chéo nhau, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua a và song song với b.

Câu 6: Trong các hình vẽ sau hình nào có thể là hình biểu diễn của một hình tứ diện?



(I) (II) (III) (IV)

A. $(I),(II)$. **B.** $(I),(II),(III),(IV)$. **C.** (I). **D.** $(I),(II),(III)$.

Lời giải

Hình (III) không phải là hình biểu diễn của một hình tứ diện $\Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 7: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là

A. 9 cạnh. **B.** 10 cạnh. **C.** 6 cạnh. **D.** 5 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy nên số cạnh của hình chóp là: $5+5=10$.

Câu 8: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh. **B.** 6 mặt, 5 cạnh. **C.** 6 mặt, 10 cạnh. **D.** 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

• 6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.

• 10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 9: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, $(n \geq 3)$ có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

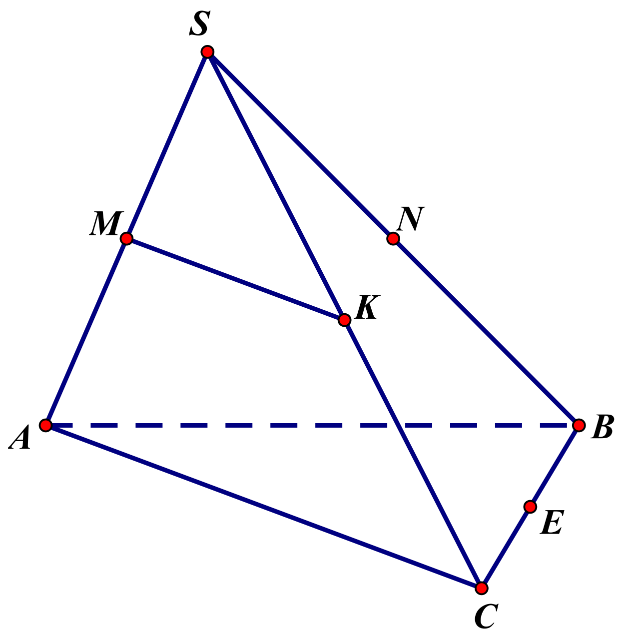
Ta có: $2n=16 \Leftrightarrow n=8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M,N,K,E lần lượt là trung điểm của SA,SB,SC,BC. Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

A. M,K,A,C. **B.** M,N,A,C. **C.** M,N,K,C. **D.** M,N,K,E.

Lời giải



Ta thấy M,K cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên bốn điểm $M;K;A;C$ đồng phẳng.

Câu 11: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH GIAO TUYẾN CỦA 2 MẶT PHẲNG

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

A. Đường thẳng SC. **B.** Đường thẳng SB. **C.** Đường thẳng SD. **D.** Đường thẳng SA.

Lời giải

Ta thấy $(SAC)\cap(SAD)=SA$.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

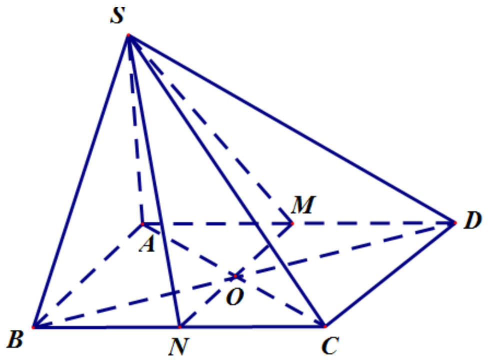
A. SK (K là trung điểm của AB).

B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).

C. SF (F là trung điểm của CD).

D. SD.

Lời giải

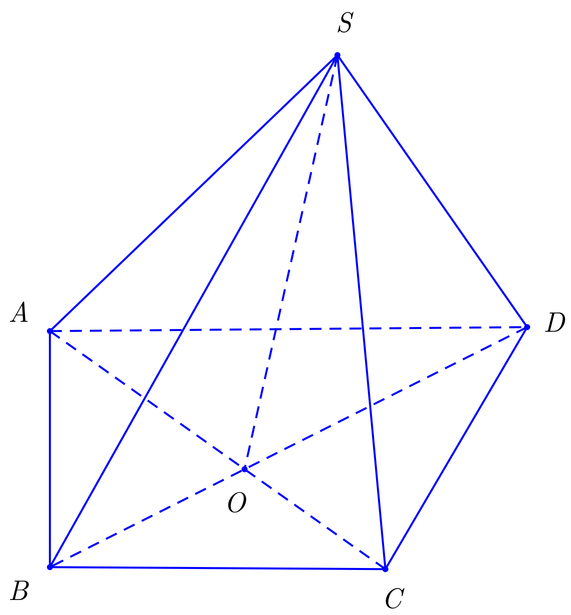


Gọi O là tâm hbh $ABCD \Rightarrow O = AC \cap MN \Rightarrow SO = (SMN) \cap (SAC)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

A. SA. **B.** AC. **C.** SO. **D.** SD.

Lời giải



Có $S \in (SAC) \cap (SBD)$.

$$\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD).$$

Nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA. **B.** SB. **C.** SC. **D.** AC.

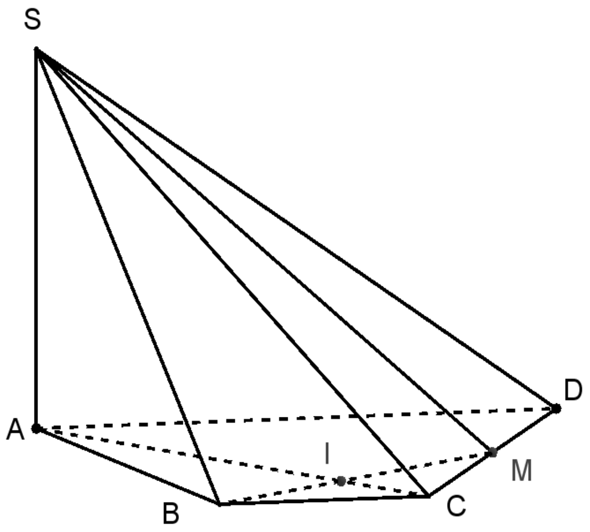
Lời giải

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SBC) \\ B \in (SAB) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow SB$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC).

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD // BC$). Gọi M là trung điểm của CD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

A. SP với P là giao điểm của AB và CD.
B. SI với I là giao điểm của AC và BM.
C. SO với O là giao điểm của AC và BD.
D. SJ với J là giao điểm của AM và BD.

Lời giải

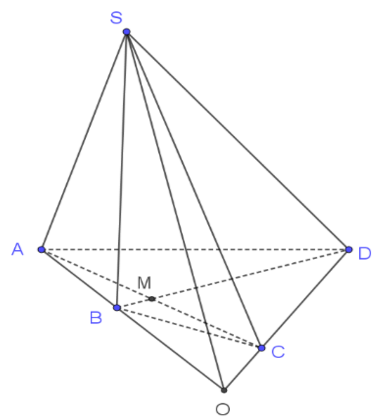


Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI với I là giao điểm của AC và BM.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M, AB cắt CD tại O. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

A. SO. **B.** SM. **C.** SA. **D.** SC.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} O = AB \cap CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD)$.

Lại có: $S \in (SAB) \cap (SCD)$; $S \neq O$. Khi đó $(SAB) \cap (SCD) = SO$.

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB. Khẳng định nào sau đây sai?

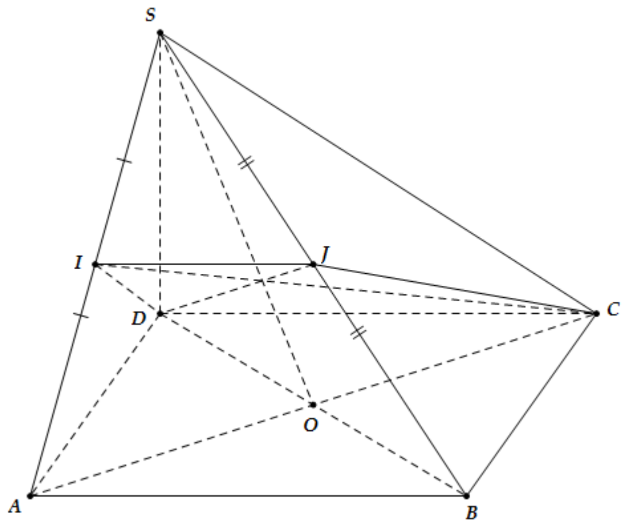
A. $(SAB)\cap(IBC)=IB$.

B. $IJCD$ là hình thang.

C. $(SBD)\cap(JCD)=JD$.

D. $(IAC)\cap(JBD)=AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải

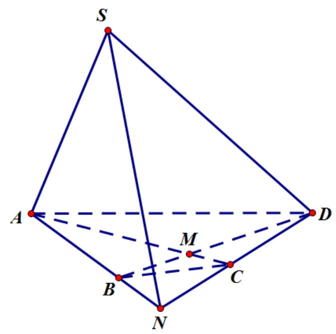


Ta có: $(IAC)\cap(JBD)=(SAC)\cap(SBD)=SO$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC\cap BD=M$, $AB\cap CD=N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

A. SM. **B.** SA. **C.** MN. **D.** SN.

Lời giải



S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Vì $AB\cap CD=N$ nên $\begin{cases} N\in AB\subset(SAB) \\ N\in CD\subset(SCD) \end{cases}$.

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O, M là trung điểm SC. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Giao tuyến của (SAC) và $(ABCD)$ là AC.

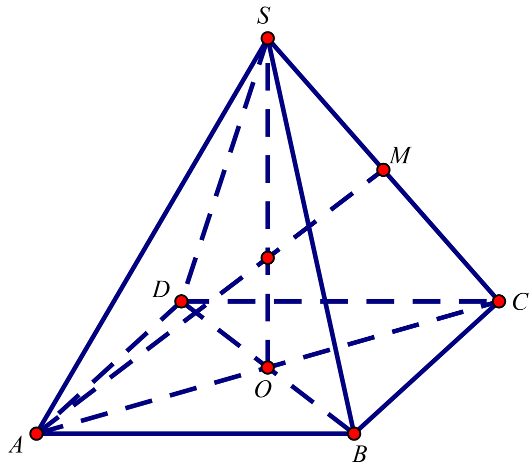
B. SA và BD chéo nhau.

C. AM cắt (SBD).

D. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là SO.

Lời giải

Chọn D



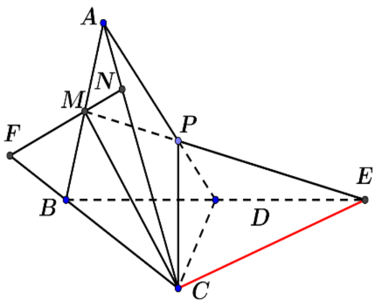
Ta có hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) có điểm S chung và lần lượt đi qua hai đường thẳng song song là AB và CD nên giao tuyến của hai mặt phẳng này là đường thẳng đi qua S và song song với AB và CD. Do đó đáp án **D sai.**

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB, N là điểm trên AC mà $AN = \frac{1}{4}AC$, P là điểm trên đoạn AD mà $AP = \frac{2}{3}AD$. Gọi E là giao điểm của MP và BD, F là giao điểm của MN và BC. Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

A. CP. **B.** NE. **C.** MF. **D.** CE.

Lời giải

Chọn D



Ta có $C \in (BCD) \cap (CMP)$ (1).

Lại có $BD \cap MP = E \Rightarrow \begin{cases} E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \\ E \in MP \Rightarrow E \in (CMP) \end{cases}$ (2).

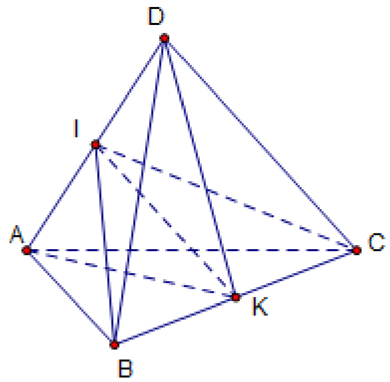
Từ (1) và $(2) \Rightarrow (BCD) \cap (CMP) = CE$.

Câu 22: Cho bốn điểm A,B,C,D không đồng phẳng. Gọi I,K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC. IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây ?

A. (IBC) và (KBD). **B.** (IBC) và (KCD). **C.** (IBC) và (KAD). **D.** (ABI) và (KAD).

Lời giải

Chọn C



$\begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases} \Rightarrow I$ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

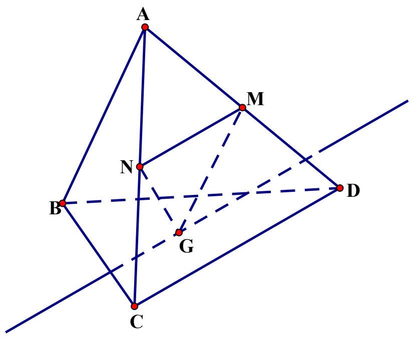
$\begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases} \Rightarrow K$ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng (IBC) và (KAD).

Vậy $(IBC) \cap (KAD) = IK$.

Câu 23: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

A. qua M và song song với AB.
B. Qua N và song song với BD.
C. qua G và song song với CD.
D. qua G và song song với BC.

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN // CD$.

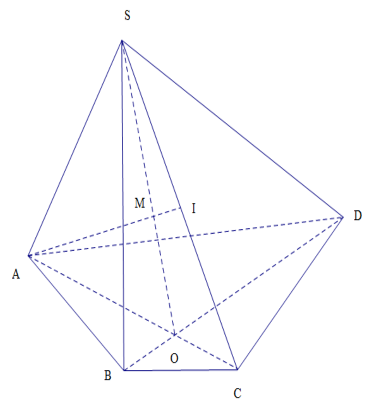
Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD.

DẠNG 3. TÌM GIAO ĐIỂM

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có I là trung điểm của SC, giao điểm của AI và (SBD) là

A. Điểm K . **B.** Điểm M . **C.** Điểm N . **D.** Điểm I .

Lời giải



Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M,N lần lượt thuộc đoạn AB,SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

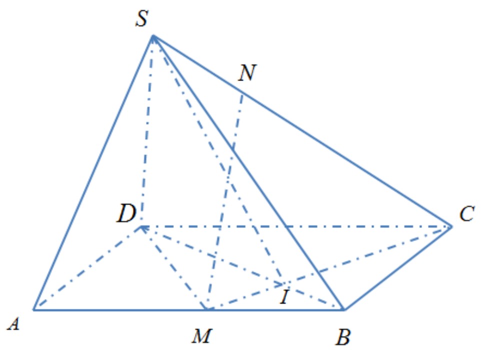
A. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SB.

B. Đường thẳng MN không cắt mặt phẳng (SBD).

C. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và SI, trong đó I là giao điểm của CM và BD.

D. Giao điểm của MN và (SBD) là giao điểm của MN và BD.

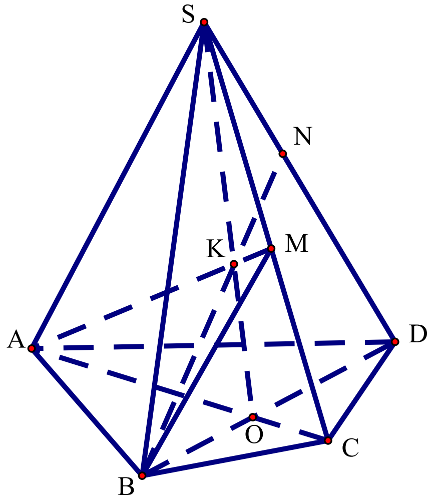
Lời giải



Câu 26: Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C. Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

A. giao điểm của SD và BK . **B.** giao điểm của SD và AM .
C. giao điểm của SD và AB . **D.** giao điểm của SD và MK .

Lời giải



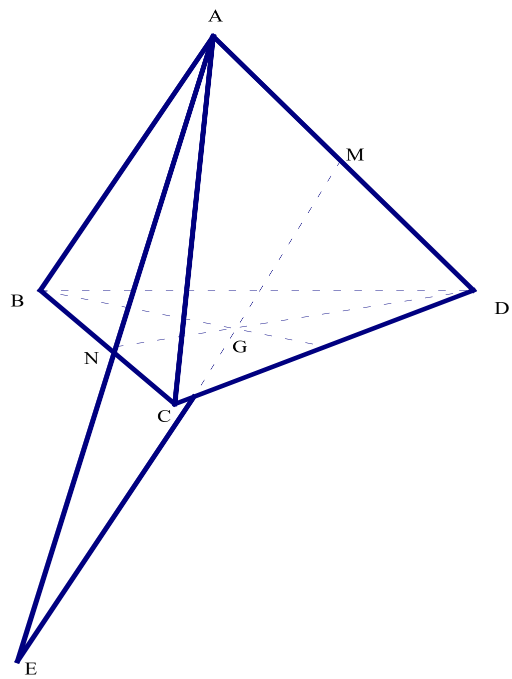
Trong mặt phẳng (SAC), $SO \cap AM = K$.

Trong mặt phẳng (SBD), kéo dài BK cắt SD tại N $\Rightarrow$ N là giao điểm của SD với mặt phẳng $(ABM) \Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC; G là trọng tâm của tam giác BCD. Khi đó, giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là:

A. Điểm A.
B. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AN.
C. Điểm N.
D. Giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.

Lời giải



Trong mặt phẳng (AND): $AN \cap MG = E$.

$E \in AN, AN \subset (ABC) \Rightarrow E \in (ABC)$.

$E \in MG$.

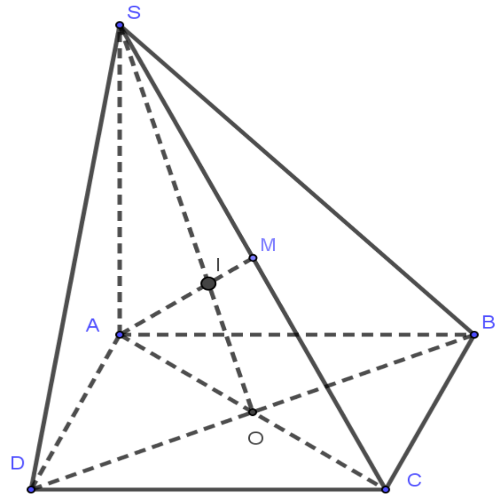
$\Rightarrow E = MG \cap (ABC)$.

Vậy giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC) là $E\ (E = AN \cap MG)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. M là trung điểm của SC. Gọi I là giao điểm của đường thẳng AM với mặt phẳng (SBD). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau đây:

A. $IA = 3IM$. **B.** $IM = 3IA$. **C.** $IM = 2IA$. **D.** $IA = 2IM$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = O$ thì $(SAC) \cap (SBD) = SO$.

Trong mặt phẳng (SAC), lấy $AM \cap SO = I \Rightarrow I = AM \cap (SBD)$.

Do trong ΔSAC, AM và SO là hai đường trung tuyến, nên I là trọng tâm ΔSAC.

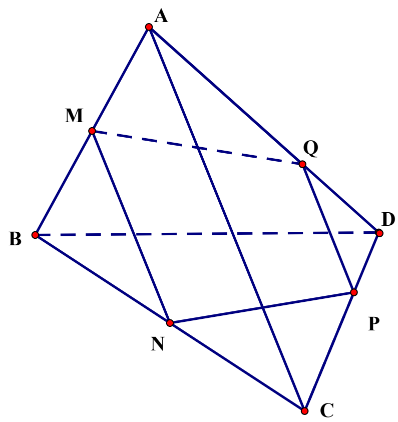
Vậy $IA = 2IM$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC. Gọi P là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CP = 2PD$ và Q là điểm thuộc cạnh AD sao cho bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Q là trung điểm của đoạn thẳng AC. **B.** $DQ = 2AQ$

C. $AQ = 2DQ$ **D.** $AQ = 3DQ$.

Lời giải



Theo giải thiết, M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC nên $MN // AC$.

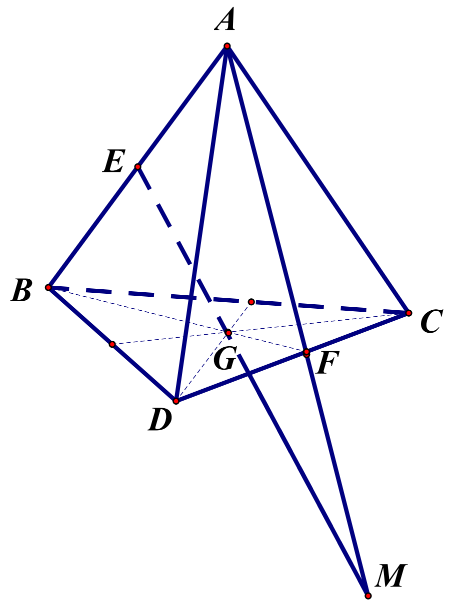
Hai mặt phẳng (MNP) và (ACD) có $MN//AC$ và P là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng $\Rightarrow$ giao tuyến của hai mặt phẳng là đường thẳng PQ đi qua P và song song với AC; cắt AD tại Q.

Mặt khác, trong tam giác ACD có $\begin{cases} CP = 2PD \\ PQ//AC \end{cases}$ nên $AQ = 2DQ$

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$, gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD; G là trọng tâm tam giác BCD. Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng ACD là

A. Giao điểm của đường thẳng EG và AF. **B.** Điểm F.
C. Giao điểm của đường thẳng EG và CD. **D.** Giao điểm của đường thẳng EG và AC.

Lời giải



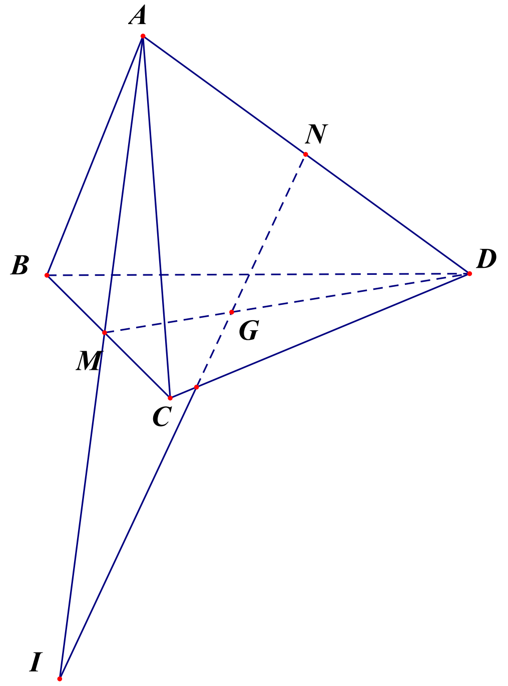
Xét mặt phẳng (ABF) có E là trung điểm của AB, $BG = \frac{2}{3}BF$ nên EG không song song với

AF $\Rightarrow$ Kéo dài EG và AF cắt nhau tại M. Vì $AF \subset (ACD)$ nên M là giao điểm của EG và (ACD) $\Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 31: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I là giao điểm của NG với mặt phẳng (ABC). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $I \in AM$. **B.** $I \in BC$. **C.** $I \in AC$. **D.** $I \in AB$.

Lời giải



Dễ thấy NG và AM cùng nằm trong mặt phẳng (AMD).

Mặt khác ta lại có $\frac{DN}{DA}=\frac{1}{2}, \frac{DG}{DM}=\frac{2}{3}$.

Do đó NG và AM cắt nhau.

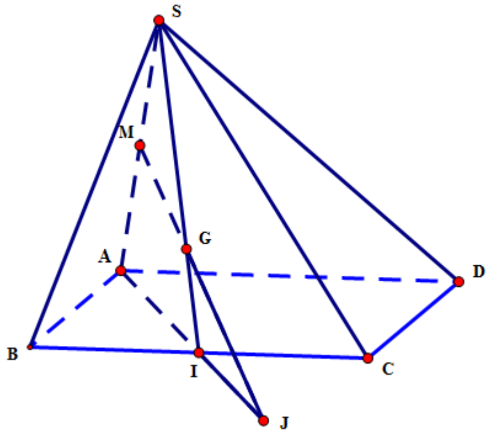
Gọi $I=NG\cap AM$, $AM\subset(ABC) \Rightarrow I=NG\cap(ABC)$.

Vậy khẳng định đúng là $I\in AM$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của SA, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI}=\frac{3}{5}$. Tìm giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$.

A. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AI.
B. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng BC.
C. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng CD.
D. Là giao điểm của đường thẳng MG và đường thẳng AB.

Lời giải



a) Xét trong mặt phẳng (SAI) ta có $MG \cap AI = \{J\}$.

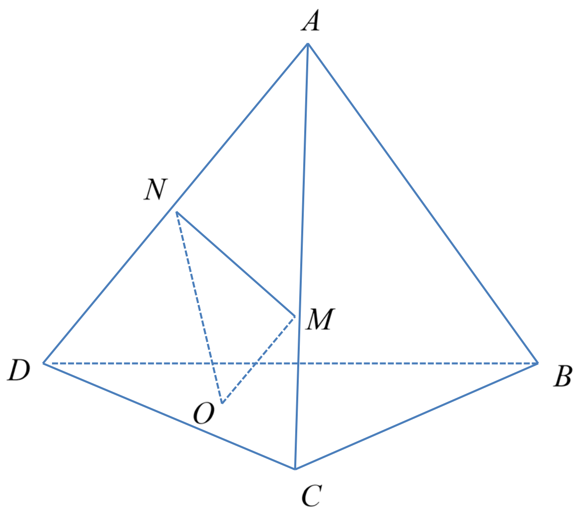
Do đó: $\begin{cases} J \in AI \subset (ABCD) \\ J \in MG \end{cases}$

Suy ra: Giao điểm của đường thẳng MG với mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm J.

Câu 33: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M sao cho $AM = 2CM$ và N là trung điểm AD. Gọi O là một điểm thuộc miền trong của ΔBCD. Giao điểm của BC với (OMN) là giao điểm của BC với

A. OM. **B.** MN. **C.** A, B đều đúng. **D.** A, B đều sai.

Lời giải



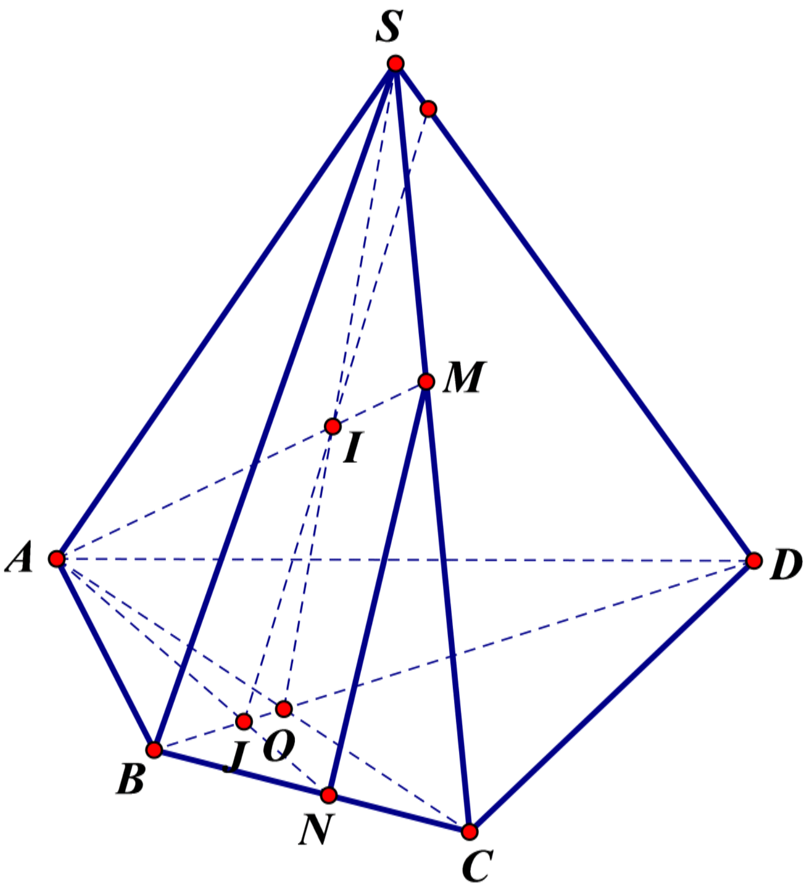
Dễ thấy OM không đồng phẳng với BC và MN cũng không đồng phẳng với BC. Vậy cả A và B đều sai.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$, M là một điểm trên cạnh SC, N là một điểm trên cạnh BC, $O = AC \cap BD$, $I = SO \cap AM$, $J = AN \cap BD$. Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là

A. Giao điểm của SD và IO. **B.** Giao điểm của SD và JM.

C. Giao điểm của SD và IJ. **D.** Giao điểm của SD và JO.

Lời giải



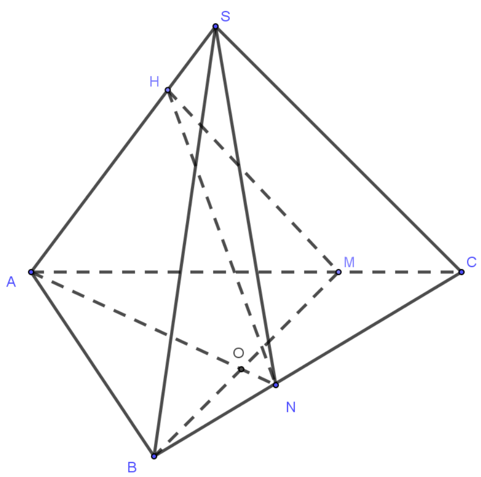
$I = SO \cap AM \Rightarrow I \in AM \Rightarrow I \in (AMN)$

$J = AN \cap BD \Rightarrow J \in AN \Rightarrow J \in (AMN)$

$\Rightarrow IJ \subset (AMN)$

Khi đó giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (AMN) là giao điểm của SD và IJ

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác, như hình vẽ bên dưới.



Với M, N, H lần lượt là các điểm thuộc vào các cạnh AB, BC, SA sao cho MN không song song với AB. Gọi O là giao điểm của hai đường thẳng AN với BM. Gọi T là giao điểm của đường NH với (SBO). Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

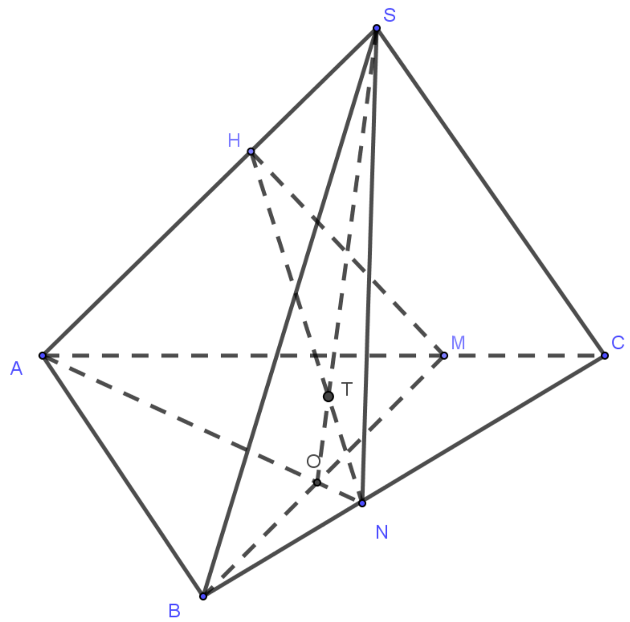
A. T là giao điểm của hai đường thẳng SO với HM.

B. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và BM.

C. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SB.

D. T là giao điểm của hai đường thẳng NH và SO.

Lời giải



Ta có: $T = NH \cap (SBO) \Rightarrow \begin{cases} T \in NH \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T \in (SAN) \\ T \in (SBO) \end{cases} \Rightarrow T \in SO$. Vậy $T = NH \cap SO$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABCD là một tứ giác . Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$. Giao điểm của MN với là điểm K. Hãy chọn cách xác định điểm K đúng nhất trong 4 phương án sau:

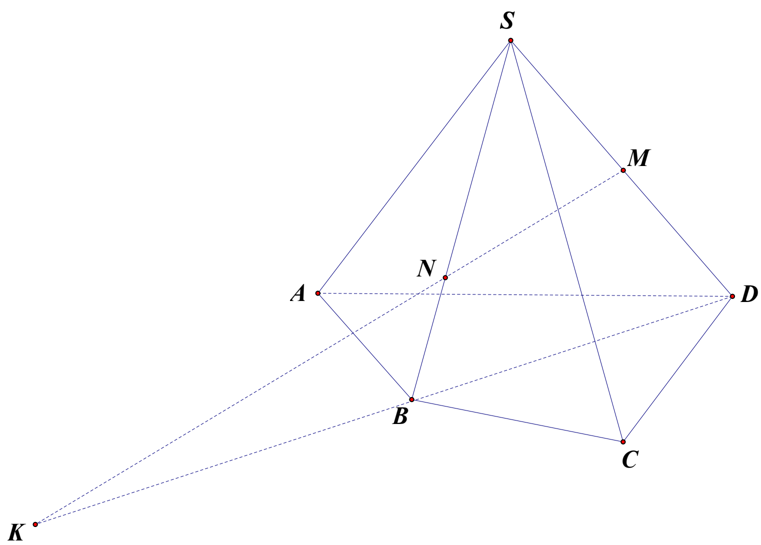
A. K là giao điểm của MN với AC.

B. K là giao điểm của MN với AB.

C. K là giao điểm của MN với BC.

D. K là giao điểm của MN với BD.

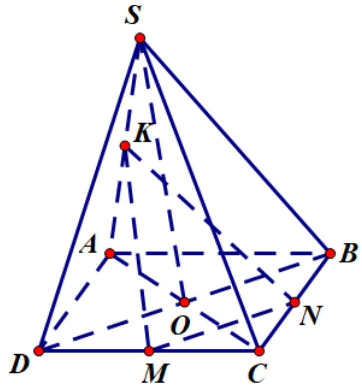
Lời giải



Xét ΔSBD có M là trung điểm của SD và N thuộc SB sao cho $SN = 2NB \Rightarrow SN = \frac{2}{3}SB.$

suy ra MN kéo dài cắt BD tại K.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. H là giao điểm của AC và MN. Giao điểm của SO với (MNK) là điểm E. Hãy chọn cách xác định điểm E đúng nhất trong bốn phương án sau:



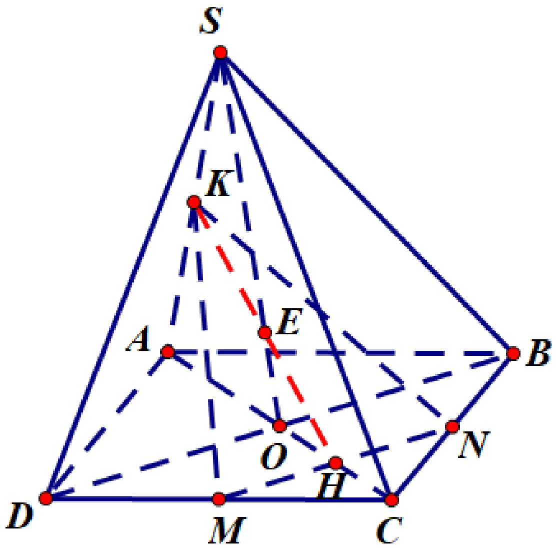
A. E là giao điểm của MN với SO.

B. E là giao điểm của KN với SO.

C. E là giao điểm của KH với SO.

D. E là giao điểm của KM với SO.

Lời giải



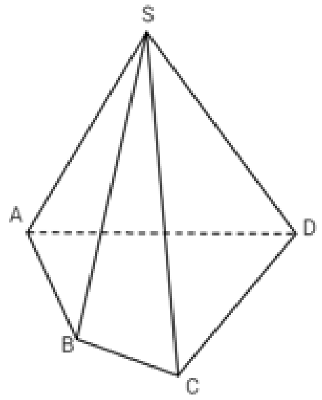
Vì $(KMN) \cap (SAC) = KH$. Do đó E là giao điểm của KH với SO.

DẠNG 4. TÌM THIẾT DIỆN

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là tứ giác lồi. Thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp **không thể** là

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Lời giải

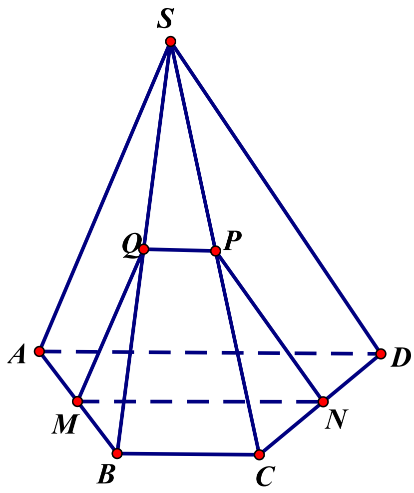


Vì hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là tứ giác lồi thì có 4 mặt bên và một mặt đáy nên thiết diện của mặt phẳng (α) tùy ý với hình chóp chỉ có thể có tối đa là 5 cạnh. Do đó thiết diện không thể là lục giác.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD. Gọi M,N lần lượt là hai trung điểm của AB,CD. Gọi (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là:

A. Hình bình hành. **B.** Hình chữ nhật. **C.** Hình thang. **D.** Hình vuông.

Lời giải



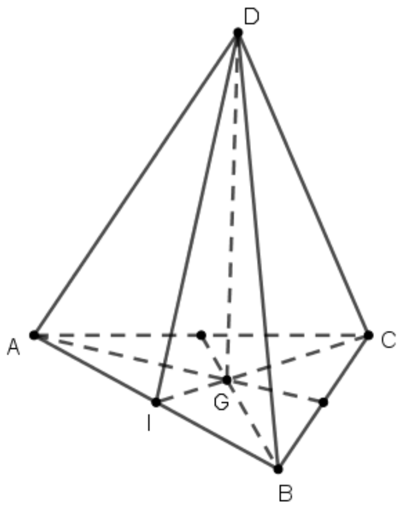
- Giả sử mặt phẳng cắt theo giao tuyến PQ.

Khi đó do $MN \parallel BC$ nên theo định lý ba giao tuyến song song hoặc đồng quy áp dụng cho ba mặt phẳng $(P);(SBC);(ABCD)$ thì ta được ba giao tuyến $MN;BC;PQ$ đôi một song song. Do đó thiết diện là một hình thang.

Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ đều cạnh a. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, mặt phẳng (CGD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là.

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



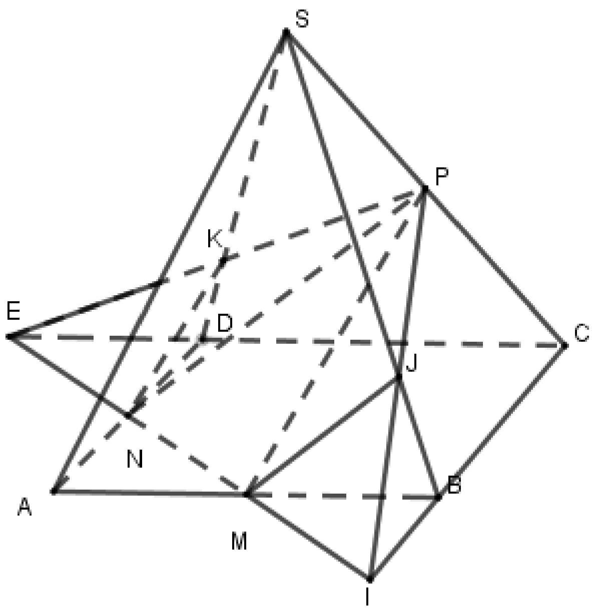
Gọi giao điểm của CG với AB là I. Thiết diện của mặt phẳng (CGD) với tứ diện $ABCD$ là tam giác DCI.

G là trọng tâm tam giác đều ABC nên ta có $CI=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $CG=\frac{a\sqrt{3}}{3}$. Áp dụng định lí Pytago nên $DG=\sqrt{DC^2-CG^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $S_{DCI}=\frac{1}{2}DG.CI=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M ¸ N,P lần lượt là trung điểm các cạnh AB,AD,SC. Thiết diện hình chóp với mặt phẳng (MNP) là một

A. tam giác. **B.** tứ giác. **C.** ngũ giác. **D.** lục giác.

Lời giải



Trong $(ABCD)$: CD và BC cắt MN lần lượt tại I và E.

Trong (SBC): PI cắt SB tại J. Trong (SDC): PE cắt SD tại K.

Khi đó (MNP) giao với $(ABCD)$, (SDA), (SBC), (SAB), (SDC) lần lượt theo các giao tuyến MN, NK, PJ, JM, KP. Nên thiết diện tạo thành là ngũ giác $MNKPJ$.

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD lần lượt lấy các điểm P, Q, R sao cho $AP = \frac{1}{3}AB, BC = 2QC$, R không trùng với C, D. Gọi $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$. Khi đó $PQRS$ là

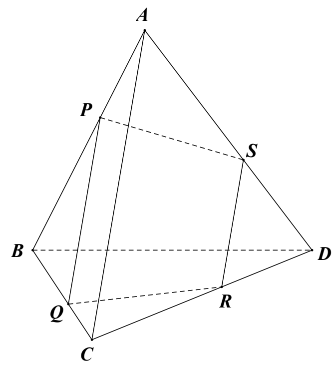
A. hình thang cân.

B. hình thang.

C. một tứ giác không có cặp cạnh đối nào song song.

D. hình bình hành.

Lời giải



Do $\frac{AP}{AB} = \frac{CQ}{CB} = \frac{1}{3} \Rightarrow PQ // AC$.

Giao tuyến của mặt phẳng (PQR) và (ACD) là đường thẳng đi qua R và song song với AC, cắt AD tại S.

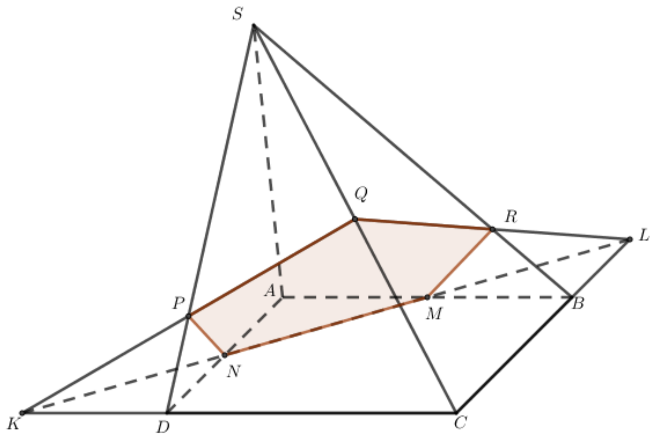
Do đó $PQRS$ là thiết diện của mặt phẳng (PQR) với hình tứ diện $ABCD$.

Theo cách dựng thì $PQ // RS$ mà R bất kỳ trên cạnh CD nên thiết diện là hình thang.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$. Có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNQ) là đa giác có bao nhiêu cạnh?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải



Trong mp$(ABCD)$, gọi $K = MN \cap CD$, $L = MN \cap BC$ suy ra $K \in (SCD)$, $L \in (SBC)$.

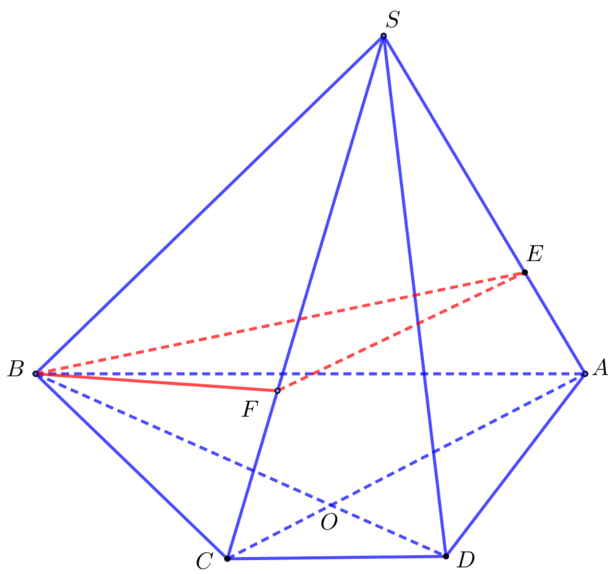
Trong mp(SCD), gọi $P = KQ \cap SD$.

Trong mp(SBC), gọi $R = LQ \cap SC$.

Khi đó ta có: $(MNQ) \cap (ABCD) = MN$; $(MNQ) \cap (SAD) = NP$; $(MNQ) \cap (SCD) = PQ$; $(MNQ) \cap (SBC) = QR$; $(MNQ) \cap (SAB) = RM$.

Vậy thiết diện cần tìm là ngũ giác.

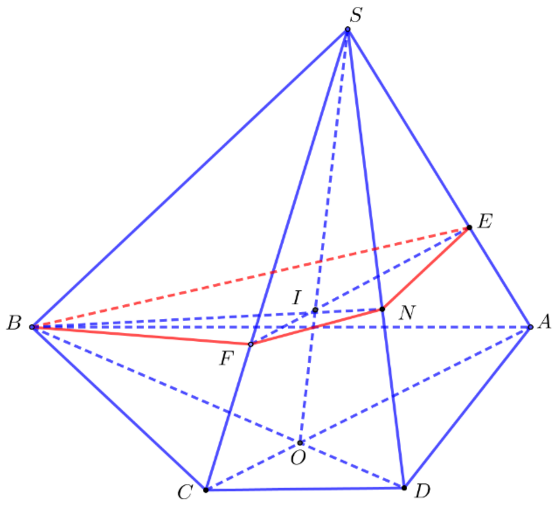
Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang, $AB // CD$ và $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD. Lấy E thuộc cạnh SA, F thuộc cạnh SC sao cho $\frac{SE}{SA} = \frac{SF}{SC} = \frac{2}{3}$.



Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (BEF) là

A. một tam giác. **B.** một tứ giác. **C.** một hình thang. **D.** một hình bình hành.

Lời giải



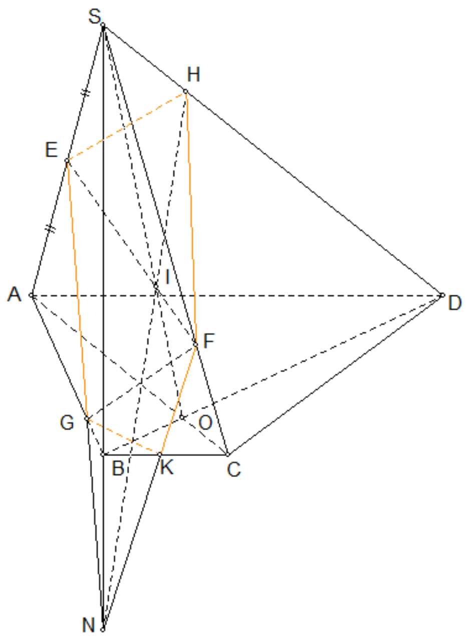
Trong (SAC), gọi $I = SO \cap EF$, trong (SBD), gọi $N = BI \cap SD$. Suy ra N là giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (BEF).

Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (BEF) là tứ giác $BFNE$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, E là trung điểm của cạnh SA, F, G là các điểm thuộc cạnh SC, AB (F không là trung điểm của SC). Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EFG) là một hình

A. lục giác. **B.** ngũ giác. **C.** tam giác. **D.** tứ giác.

Lời giải



Gọi $N = EG \cap SB; K = NF \cap BC; O = AC \cap BD;\ FE \cap SO; H = NI \cap SD.$

Khi đó, ta có: $(SAB) \cap (EGF) = EG; (ABCD) \cap (EGF) = GK;$

$(EGF)\cap(SBC)=KF;(EGF)\cap(SCD)=FH;(EGF)\cap(SAD)=EH$.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (EGF) là ngũ giác $EGKFH$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi (IBC) là

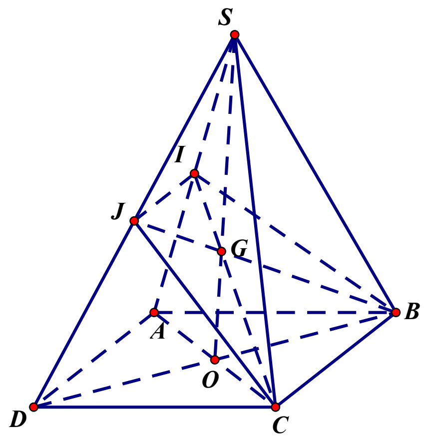
A. Tứ giác $IBCD$.

B. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB).

C. Hình thang $IJBC$ (J là trung điểm SD).

D. Tam giác IBC.

Lời giải



Gọi O là giao điểm AC và BD. Gọi G là giao điểm của SO, CI.

Trong (SBD), gọi J là giao điểm của BG với SD.

Suy ra J là trung điểm của SD.

Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

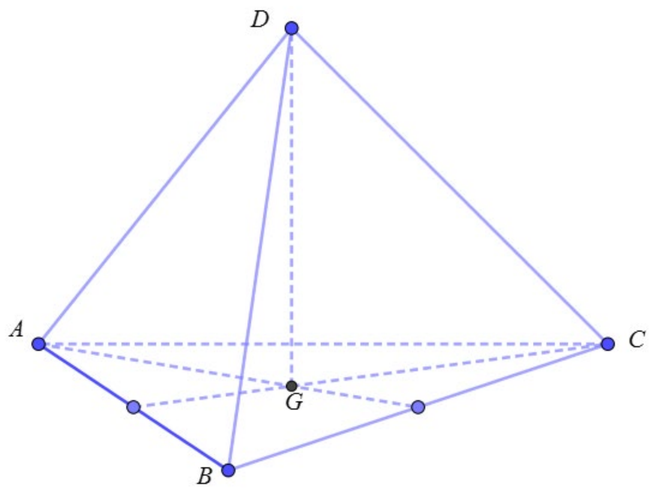
Cách khác:

Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC\subset(IBC) \\ AD\subset(SAD) \\ BC // AD \\ I\in(IBC)\cap(SAD) \end{array}\right\}\Rightarrow(IBC)\cap(SAD)=IJ // AD // BC\quad(J\in SB)$.

Do IJ là đường trung bình của tam giác SAD nên J là trung điểm SD.

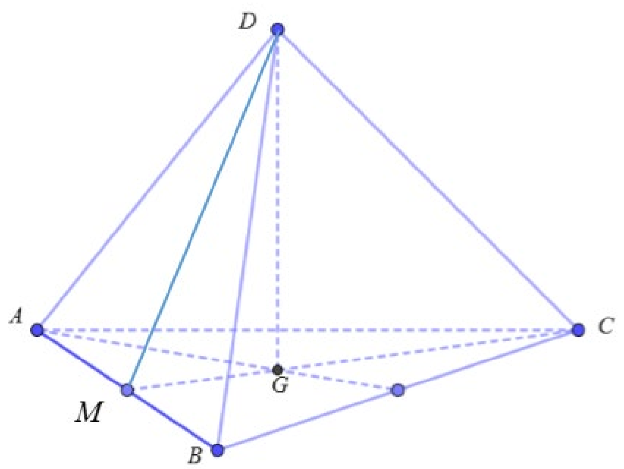
Vậy thiết diện là hình thang $IJCB$ (J là trung điểm SD).

Câu 47: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 2. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD). Tính diện tích của thiết diện.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm AB. Khi đó cắt tứ diện bởi mặt phẳng (GCD) ta được thiết diện là ΔMCD.

Ta có tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $2 \Rightarrow MC = MD = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $CD = 2$.

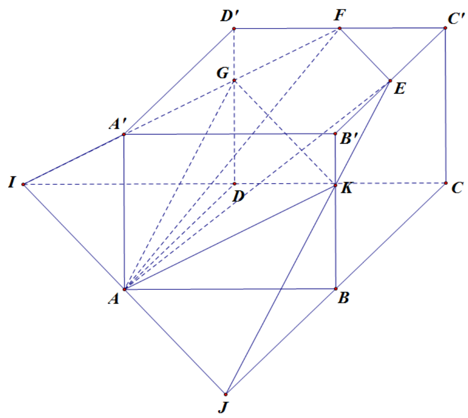
Khi đó nửa chu vi ΔMCD: $p = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{3}+2}{2} = 1+\sqrt{3}$.

Nên $S_{\Delta MCD} = \sqrt{p(p-MC)(p-MD)(p-CD)} = \sqrt{2}$.

Câu 48: Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Các điểm E,F lần lượt trung điểm $C'B'$ và $C'D'$. Tính diện tích thiết diện của khối lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF).

A. $\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{4}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$. **D.** $\frac{7a^2\sqrt{17}}{12}$.

Lời giải



Qua A dựng đường thẳng song song với EF cắt CD, CB lần lượt tại I, J. Khi đó, IF cắt DD' tại G và EJ cắt BB' tại K, ta có thiết diện của hình lập phương cắt bởi mặt phẳng (AEF) là ngũ giác $AKEFG$.

Ta có: $\frac{GD'}{GD}=\frac{D'F}{DA}=\frac{1}{2}\Rightarrow GD'=\frac{1}{3}DD'=\frac{a}{3}\Rightarrow GF=KE=\frac{a\sqrt{13}}{6}$, $GK=BD=a\sqrt{2}$ và $EF=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $S_{EFGK}=\frac{a^2\sqrt{17}}{8}$.

Tam giác AKG cân tại A và $AK=AG=\frac{a\sqrt{13}}{3}$. Suy ra $S_{AGK}=\frac{a^2\sqrt{17}}{6}$.

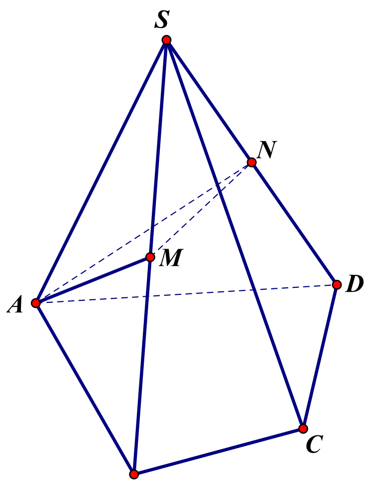
Vậy $S_{AKEFG}=S_{EFGK}+S_{AGK}=\frac{7a^2\sqrt{17}}{24}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là hình gì

A. Tam giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác cân. **D.** Tứ giác.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi $SC\cap(AMN)=\{P\}$.

Khi đó, Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ và mặt phẳng (AMN) là tứ giác $AMPN$.

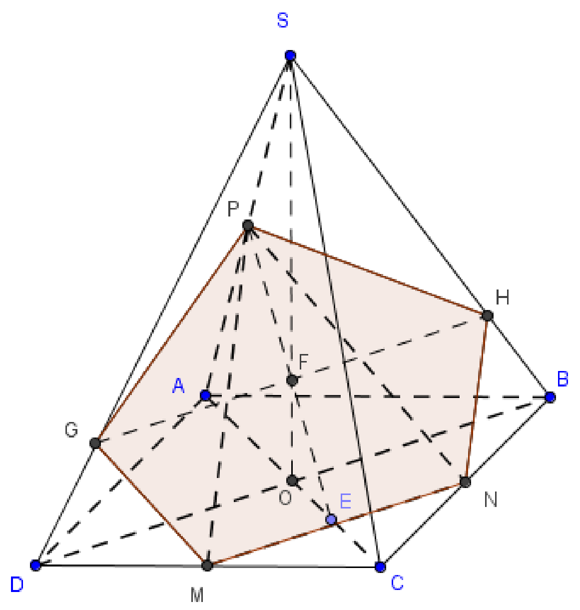
Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của CD, CB, SA. Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNK) là một đa giác (H). Hãy chọn khẳng định **đúng**?

A. (H) là một hình thang. **B.** (H) là một hình bình hành.

C. (H) là một ngũ giác. **D.** (H) là một tam giác.

Lời giải

Sửa trên hình điểm P thành điểm K nhé

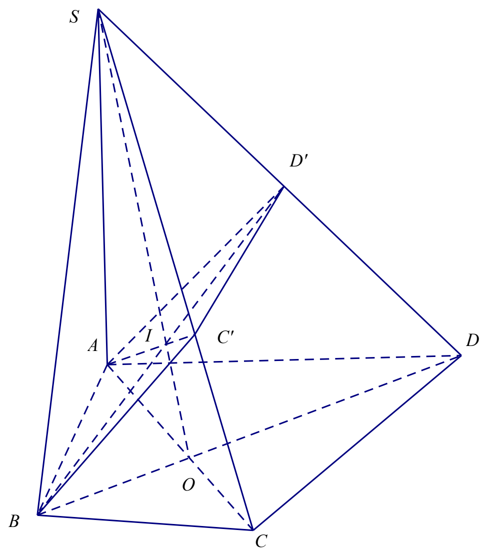


Gọi $E = MN \cap AC$ và $F = PE \cap SO$. Trong (SBD) qua F kẻ đường thẳng song song với s MN và lần lượt cắt SB, SD tại H, G. Khi đó ta thu được thiết diện là ngũ giác $MNHKG$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy C' là điểm trên cạnh SC sao cho $SC' = \frac{2}{3}SC$. Thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (ABC') là một đa giác m cạnh. Tìm m.

A. $m = 6$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = 3$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$ và $I = AC' \cap SO$; Kéo dài BI cắt SD tại D'. Khi đó

$(ABC') \cap (ABCD) = AB$; $(ABC') \cap (SAB) = AB$; $(ABC') \cap (SBC) = BC'$ và

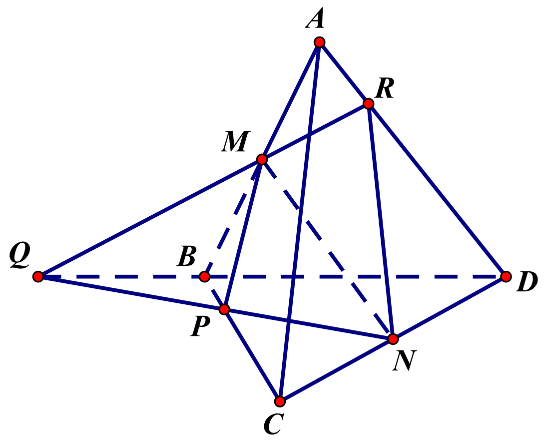
$(ABC') \cap (SAD) = AD'$; $(ABC') \cap (SBD) = C'D'$.

Suy ra thiết diện là tứ giác $ABC'D'$ nên $m = 4$.

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không là trung điểm của BC). Thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là

A. Tứ giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Lục giác. **D.** Tam giác.

Lời giải



Gọi $Q = NP \cap BD$. Gọi $R = QM \cap AD$. Suy ra: $Q \in (MNP)$ và $R \in (MNP)$.

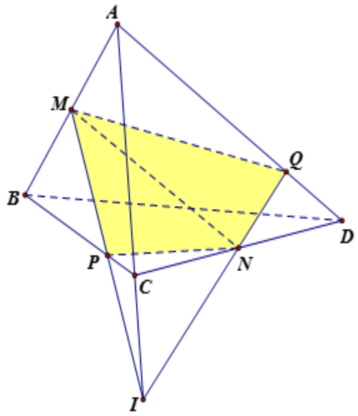
Vậy thiết diện của tứ diện bị cắt bởi mặt phẳng (MNP) là tứ giác $MRNP$.

Câu 53: Cho tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và P là một điểm thuộc cạnh BC (P không trùng trung điểm cạnh BC). Thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNP) là:

A. Tam giác. **B.** Lục giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải

Chọn D



Trong mp$\left(ABC\right)$ kéo dài MP, AC cắt nhau tại I.

Trong mp$\left(ACD\right)$kéo dài IN cắt AD tại Q.

$\left(ABC\right)\cap\left(MNP\right)=MP$
$\left(BCD\right)\cap\left(MNP\right)=PN$
$\left(ACD\right)\cap\left(MNP\right)=NQ$
$\left(ABD\right)\cap\left(MNP\right)=QM$

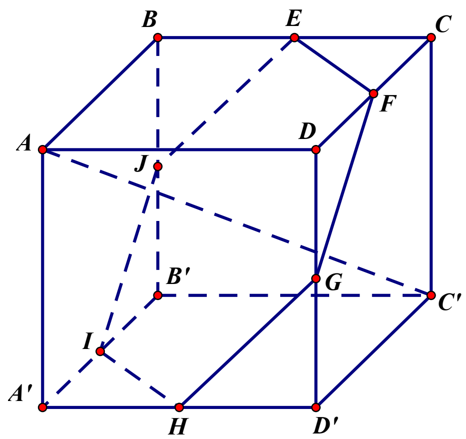
Vậy thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng $\left(MNP\right)$ là tứ giác $MPNQ$.

Câu 54: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a $\left(a>0\right)$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của đoạn AC'.

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}a^2$. **B.** a^2. **C.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm của $BC, CD, DD', A'D', A'B', BB'$.

Ta có $EA=EC'\Rightarrow E$ thuộc mặt phẳng trung trực của AC'.

Tương tự F, G, H, I, J thuộc mặt phẳng trung trực của AC'.

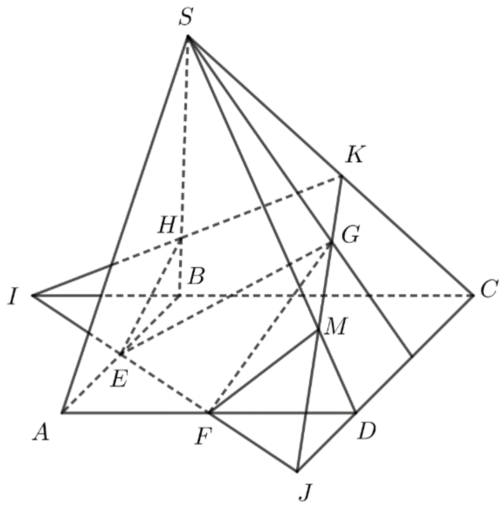
Do đó thiết diện của hình lập phương đã cho cắt bởi mặt phẳng trung trực của AC' là lục giác đều $EFGHIJ$ cạnh $EF = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy diện tích thiết diện là $S = 6.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

Câu 55: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD. E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD. Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$: $EF \cap BC = I$; $EF \cap CD = J$

Trong mặt phẳng (SCD): $GJ \cap SC = K$; $GJ \cap SD = M$

Trong mặt phẳng (SBC): $KI \cap SB = H$

Ta có: $(GEF) \cap (ABCD) = EF$, $(GEF) \cap (SAD) = FM$, $(GEF) \cap (SCD) = MK$

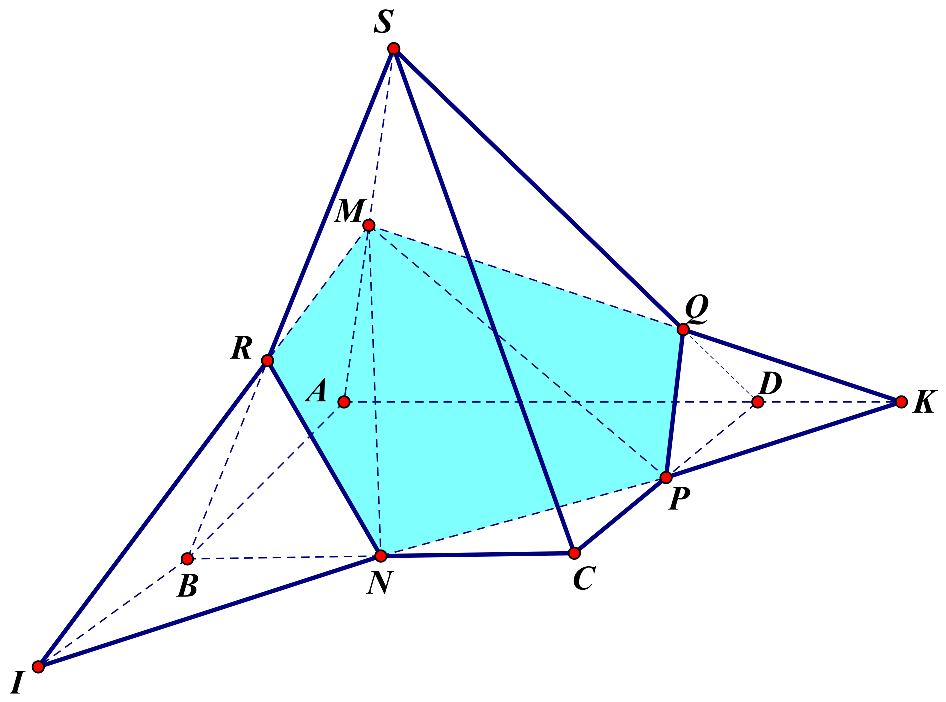
$(GEF) \cap (SBC) = KH$, $(GEF) \cap (SAB) = HE$

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EFG) là ngũ giác $EFMKH$

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC, CD. Hỏi thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là hình gì?

A. Hình ngũ giác. **B.** Hình tam giác. **C.** Hình tứ giác. **D.** Hình bình hành.

Lời giải



Gọi $PN \cap AB = I$, $NP \cap AD = K$.

Kẻ IM cắt SB tại R, kẻ MK cắt SD tại Q.

Vậy thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) là ngủ giác $MPQMR$.

DẠNG 5. ĐỒNG QUY, THẲNG HÀNG

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC, M là trung điểm của SC và DM cắt (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây **SAI?**

A. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

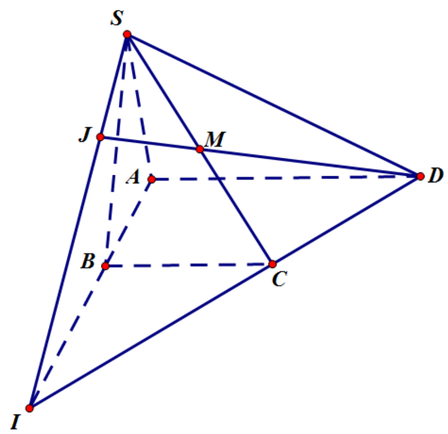
B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Lời giải

Chọn B



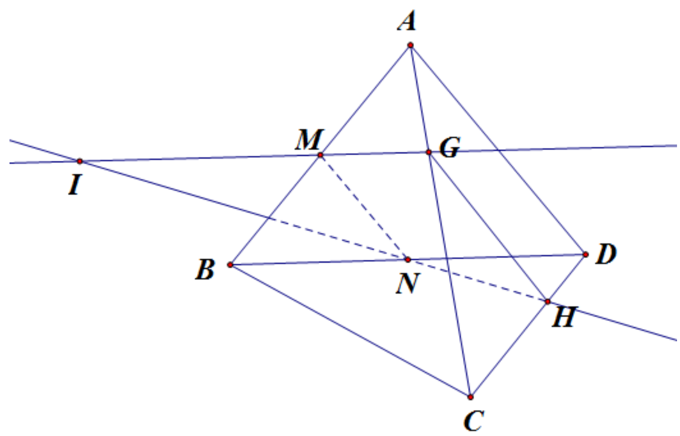
Trong (SCD), $DM \cap SI = J$. Khi đó $J = DM \cap (SAB)$.

Câu 58: Cho hình tứ diện $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BD. Các điểm G, H lần lượt trên cạnh AC, CD sao cho NH cắt MG tại I. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. A, C, I thẳng hàng **B.** B, C, I thẳng hàng.

C. N, G, H thẳng hàng. **D.** B, G, H thẳng hàng.

Lời giải



Do NH cắt MG tại I nên bốn điểm M,N,H,G cùng thuộc mặt phẳng (α). Xét ba mặt phẳng (ABC), (BCD), (α) phân biệt, đồng thời $\begin{cases}(\alpha)\cap(ABC)=MG\\(\alpha)\cap(BCD)=NH\\(ABC)\cap(BCD)=BC\end{cases}$ mà $MG\cap NH = I$

Suy ra MG, NH, BC đồng quy tại I nên B, C, I thẳng hàng.

Câu 59: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AD // BC, AD > BC)$. Gọi I là giao điểm của AB và DC; M là trung điểm của SC và DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J. Khẳng định nào sau đây sai?

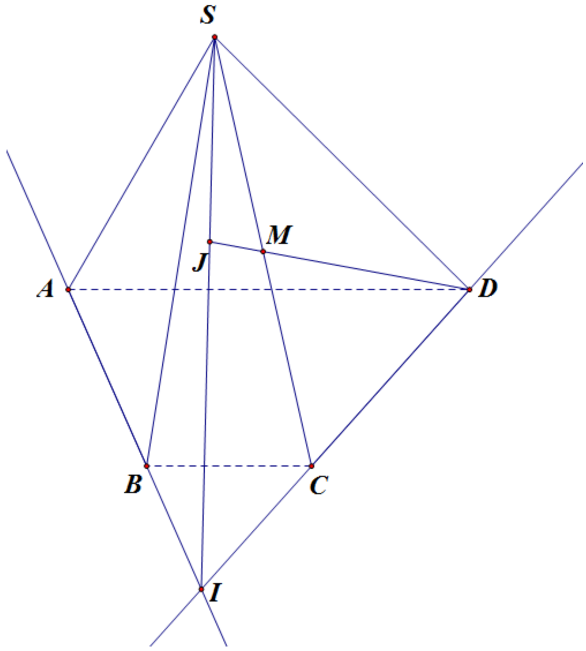
A. Đường thẳng SI là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

B. Đường thẳng JM thuộc mặt phẳng (SAB).

C. Ba điểm S, I, J thẳng hàng.

D. Đường thẳng DM thuộc mặt phẳng (SCI).

Lời giải



Ta có $M \notin (SAB)$ nên đường thẳng JM không thuộc mặt phẳng (SAB).

Câu 60: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

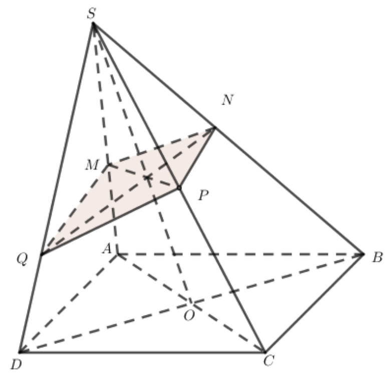
B. Các đường thẳng MP, NQ, SO chéo nhau.

C. Các đường thẳng MP, NQ, SO đôi một song song.

D. Các đường thẳng MP, NQ, SO trùng nhau.

Lời giải

Chọn A



Ta có M, N, P, Q đồng phẳng và tạo thành tứ giác $MNPQ$ nên hai đường MP và NQ cắt nhau.

Mặt khác: $\begin{cases}(MNPQ)\cap(SAC)=MP\\(MNPQ)\cap(SBD)=NQ\\(SAC)\cap(SBD)=SO\end{cases}$

Từ , suy ra các đường thẳng MP, NQ, SO đồng qui.

Câu 61: Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng (P) bất kì cắt các cạnh SA,SB,SC,SD lầm lượt tại $A';B';C';D'$. Gọi I là giao điểm của AC và BD. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định dưới đây?

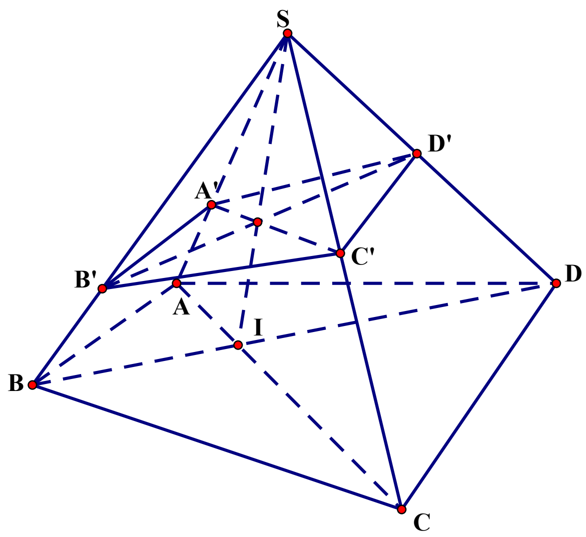
A. Các đường thẳng $AB,CD,C'D'$ đồng quy

B. Các đường thẳng $AB,CD,A'B'$ đồng quy

C. Các đường thẳng $A'C',B'D',SI$ đồng quy.

D. Các đường thẳng $SB,AD,B'C'$ đồng quy

Lời giải



Hai mặt phẳng (P) và (SAC) cắt nhau theo giao tuyến $A'C'$.

Hai mặt phẳng (P) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến $B'D'$.

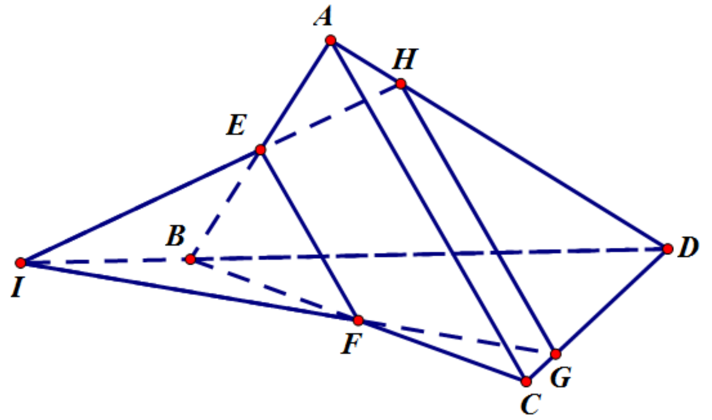
Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cắt nhau theo giao tuyến SI.

Vậy ba đường thẳng $A'C',B'D',SI$ đồng quy.

Câu 62: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của cạnh AB, BC. Mặt phẳng (P) đi qua EF cắt AD, CD lần lượt tại H và G. Biết EH cắt FG tại I. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

A. I,A,B. **B.** I,C,B. **C.** I,D,B. **D.** I,C,D.

Lời giải



$I = EH \cap FG \Rightarrow \left.\begin{matrix} I \in EH \subset (ABD) \\ I \in FG \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow I \in (ABD) \cap (ABC) = BD$.

Vậy I, D, B thẳng hàng.

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Một mặt phẳng (α) cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tương ứng tại các điểm M, N, P, Q. Khẳng định nào **đúng**?

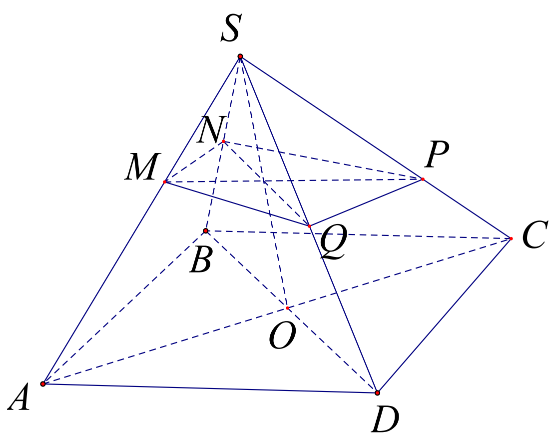
A. Các đường thẳng MN, PQ, SO đồng quy.

B. Các đường thẳng MP, NQ, SO đồng quy.

C. Các đường thẳng MQ, PN, SO đồng quy.

D. Các đường thẳng MQ, PQ, SO đồng quy.

Lời giải



Ta có: $MP \subset mp(SAC)$; $NQ \subset mp(SBD)$

Và $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Gọi $I = \text{MP} \cap NQ$

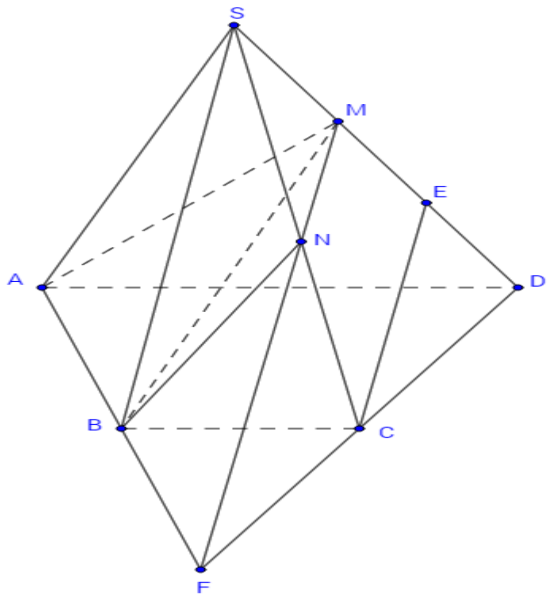
Thì $I \in SO$ nên MP, NQ, SO đồng quy.

DẠNG 6. TỈ SỐ

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM = \frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC} = \frac{2}{3}$. **B.** $\frac{SN}{SC} = \frac{3}{5}$. **C.** $\frac{SN}{SC} = \frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi F là giao điểm của AB và CD. Nối F với M, FM cắt SC tại điểm N. Khi đó N là giao điểm của (ABM) và SC.

Theo giả thiết, ta chứng minh được C là trung điểm DF.

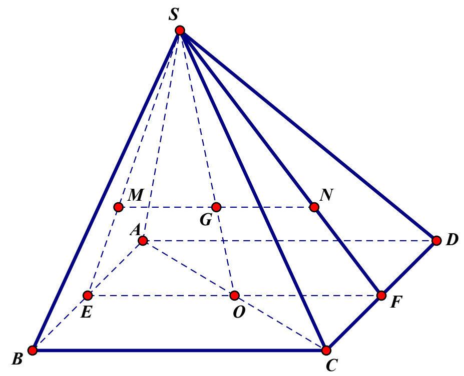
Trong mặt phẳng (SCD) kẻ CE song song NM (E thuộc SD). Do C là trung điểm DF nên suy ra E là trung điểm MD. Khi đó, ta có $SM = ME = ED$ và M là trung điểm SE.

Do $MN // CE$ và M là trung điểm SE nên MN là đường trung bình của tam giác SCE. Từ đó suy ra N là trung điểm SC và $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 65: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi G là giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAC), O là tâm của hình chữ nhật ABCD. Khi đó tỉ số $\frac{SG}{GO}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$ **B.** 2. **C.** 3 **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải



Ta có: $O \in FE$ .Xét hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) có:

$$\left.\begin{array}{l} O \in EF \subset (SEF) \\ O \in AC \subset (SAC) \end{array}\right\} \Rightarrow O \in (SEF) \cap (SAC).$$ Mà $S \in (SEF) \cap (SAC)$ nên $(SEF) \cap (SAC) = SO.$

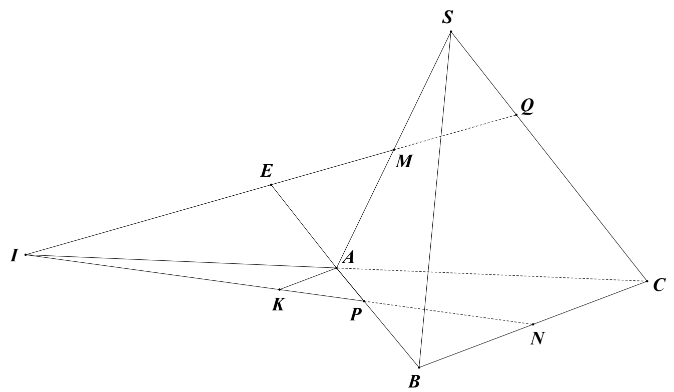
Trong mặt phẳng (SEF) ta có: $SO \cap MN = G \Rightarrow \begin{cases} G \in MN \\ G \in SO \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow MN \cap (SAC) = \{G\}.$

Xét tam giác SFE có: $MG // EF\left(do\, MN // \text{EF}\right) \Rightarrow \frac{SG}{SO} = \frac{SM}{SE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SG}{GO} = 2$.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$. **B.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. **C.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$.

Lời giải



Gọi I là giao điểm của NP và AC. Khi đó Q là giao điểm của MI và SC.

Từ A kẻ đường thẳng song song với BC, cắt IN tại K.

Khi đó $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{BP} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

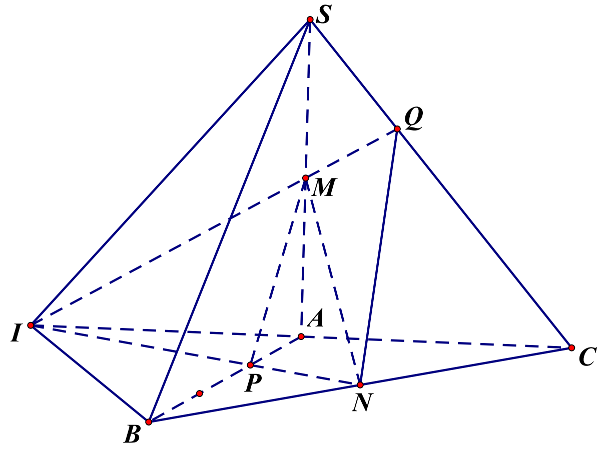
Từ A kẻ đường thẳng song song với SC, cắt IQ tại E.

Khi đó $\frac{AE}{SQ} = \frac{AM}{SM} = 1 \Rightarrow AE = SQ$, $\frac{AE}{CQ} = \frac{IA}{IC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{2}CQ$. Do đó $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 67: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC, P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC và mặt phẳng (MNP). Tính $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải



+) Gọi $I = PN \cap AC$; gọi $Q = IM \cap SC$

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác SAC ta có $\frac{QS}{QC}.\frac{IC}{IA}.\frac{MA}{MS} = 1 \Rightarrow \frac{QS}{QC} = \frac{IA}{IC} (1)$

+) Áp dụng định lí Menalaus trong tam giác ABC ta có $\frac{IA}{IC}.\frac{NC}{NB}.\frac{PB}{PA} = 1 \Rightarrow \frac{IA}{IC} = \frac{PA}{PB} = \frac{1}{2} (2)$

+) Từ (1) và (2) suy ra $\frac{QS}{QC} = \frac{1}{2}$ hay $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 68: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, điểm G là trọng tâm của tam giác BCD. Gọi I giao điểm của đường thẳng MG và mặt phẳng (ABC). Khi đó tỉ lệ $\frac{AN}{NI}$ bằng bao nhiêu?

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

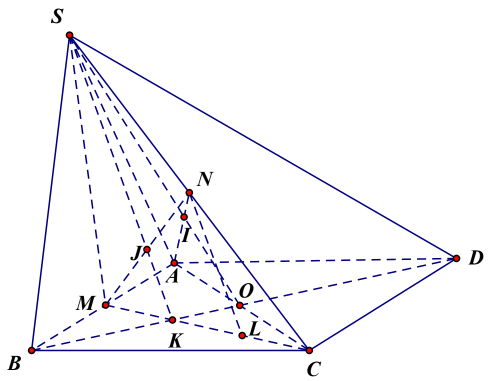
Áp dụng định lý Menelaus đối với tam giác AND và cát tuyến IGM ta có:

$$\frac{MA}{MD}.\frac{GD}{GN}.\frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow 1.2.\frac{IN}{IA} = 1 \Leftrightarrow \frac{IN}{IA} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{AN}{NI} = 1$$

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Hai điểm M,N thứ tự là trung điểm của các cạnh AB, SC. Gọi I, J theo thứ tự là giao điểm của AN, MN với mặt phẳng (SBD). Tính $k = \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM}$?

A. $k = 2$. **B.** $k = \frac{3}{2}$. **C.** $k = \frac{4}{3}$. **D.** $k = \frac{5}{3}$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD, BD \cap MC = K$. Trong $(SAC): SO \cap AN = I$.

Trong $(SMC): SK \cap MN = J$.

Ta thấy I là trọng tâm tam giác SAC nên $\frac{IN}{IA} = \frac{1}{2}$.

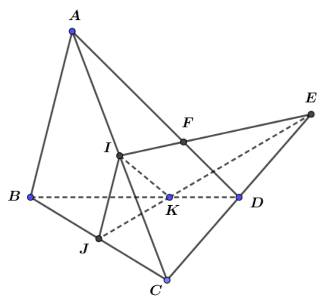
K là trọng tâm tam giác ABC, lấy L là trung điểm KC. Ta có $MK = KL = LC$.

NL là đường trung bình của tam giác SKC nên $NL // SK$, mà K là trung điểm ML nên KJ là đường trung bình của tam giác MNL. Khi đó $\frac{JN}{JM} = 1 \Rightarrow \frac{IN}{IA} + \frac{JN}{JM} = \frac{3}{2}$.

Câu 70: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC. Trên cạnh BD lấy điểm K sao cho $BK = 2KD$. Gọi F là giao điểm của AD với mặt phẳng (IJK). Tính tỉ số $\frac{FA}{FD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{11}{5}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải



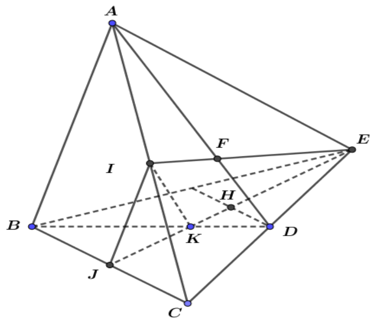
Trong mặt phẳng (BCD) hai đường thẳng JK và CD không song song nên gọi $E = JK \cap CD$

Khi đó $E \in (ACD)$.

Suy ra : $(ACD) \cap (IJK) = EJ$.

Trong (ACD) gọi $F = EI \cap AD$. Khi đó $(IJK) \cap AD = F$.

Cách 1:



Vẽ $DH // BC$ và $H \in IE$. Ta có : $\dfrac{BJ}{HD} = \dfrac{BK}{KD} = 2 \Rightarrow HD = \dfrac{BJ}{2} \Rightarrow HD = \dfrac{1}{2}JC$.

Suy ra D là trung điểm của CE .

Xét ΔACE có EI và AD là hai đường trung tuyến nên F là trọng tâm của ΔACE .

Vậy $\dfrac{AF}{FD} = 2$.

Cách 2:

Xét ΔBCD, áp dụng định lí Menelaus có : $\dfrac{JB}{JC}.\dfrac{EC}{ED}.\dfrac{KD}{KB} = 1 \Rightarrow 1.\dfrac{EC}{ED}.\dfrac{1}{2} = 1 \Rightarrow \dfrac{EC}{ED} = 2$.

Xét ΔACD, áp dụng định lí Menelaus có : $\dfrac{EC}{ED}.\dfrac{FD}{FA}.\dfrac{IA}{IC} = 1 \Rightarrow 2.\dfrac{FD}{FA}.1 = 1 \Rightarrow \dfrac{FD}{FA} = \dfrac{1}{2}$.

Vậy $\dfrac{FA}{FD} = 2$.

Câu 71: Cho tứ diện ABCD, gọi M là trung điểm của A**C.**Trên cạnh AD lấy điểm N sao cho AN=2ND, trên cạnh BC lấy điểm Qsao cho BC=4BQ.gọi I là giao điểm của đường thẳng MN và mặt phẳng , J là giao điểm của đường thẳng BD và mặt phẳng .Khi đó $\dfrac{JB}{JD} + \dfrac{JQ}{JI}$ bằng

A. $\dfrac{13}{20}$ **B.** $\dfrac{20}{21}$ **C.** $\dfrac{3}{5}$ **D.** $\dfrac{11}{12}$

Lời giải

Vì M là trung điểm AC nên IM là trung tuyến tam giác IAC Mặt khác AN=2 ND nên ta có D là trung điểm của IC

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác BCD có đường thẳng QI cắt BD,DC,CB lần lượt tại J,I,Q

nên: $\frac{BJ}{JD}.\frac{DI}{IC}.\frac{CQ}{QB}=1\Rightarrow\frac{BJ}{JD}.\frac{1}{2}.\frac{3}{1}=1\Rightarrow\frac{JB}{JD}=\frac{2}{3}$

Áp dụng định lí Ptoleme trong tam giác QIC có đường thẳng BD cắt QI,DC,CQ lần lượt tại B,I,D

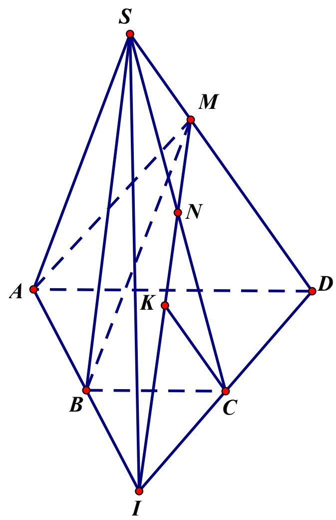
nên: $\frac{QJ}{JI}.\frac{ID}{DC}.\frac{CB}{BQ}=1\Rightarrow\frac{QJ}{JI}.\frac{1}{1}.\frac{4}{1}=1\Rightarrow\frac{JB}{JD}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow\frac{JB}{JD}+\frac{JQ}{JI}=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$

Câu 72: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ với $AD // BC$ và $AD=2BC$. Gọi M là điểm trên cạnh SD thỏa mãn $SM=\frac{1}{3}SD$. Mặt phẳng (ABM) cắt cạnh bên SC tại điểm N. Tính tỉ số $\frac{SN}{SC}$.

A. $\frac{SN}{SC}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{SN}{SC}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{SN}{SC}=\frac{4}{7}$. **D.** $\frac{SN}{SC}=\frac{3}{5}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ABCD)$:

Gọi $I=AB\cap CD\Rightarrow I\in AB\subset(ABM)$

Trong mặt phẳng (SCD):

Gọi $N=IM\cap SC$ và K là trung điểm IM.

Ta có: $\frac{IC}{ID}=\frac{BC}{AD}=\frac{1}{2}$

Trong tam giác IMD có KC là đường trung bình nên $KC // MD$ và $KC=\frac{1}{2}MD$

Mà $SM=\frac{1}{2}MD\Rightarrow SM=KC$.

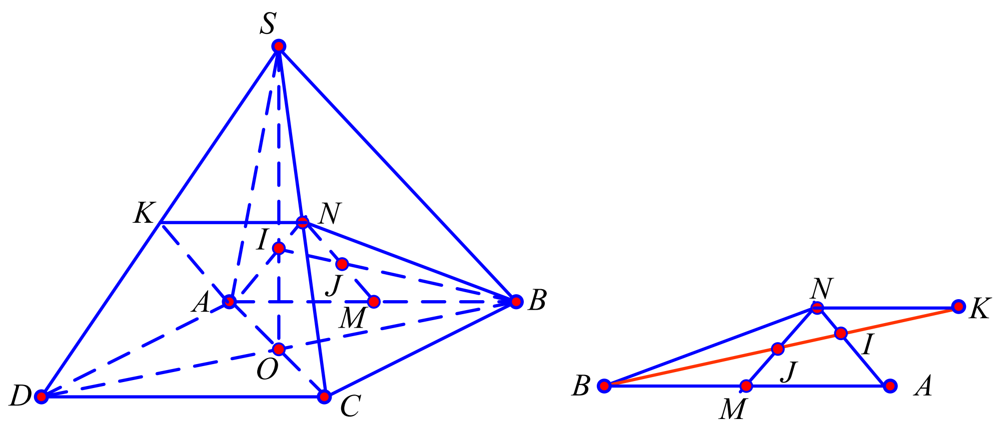
Lại có $KC // SM$ (do $M \in SD$)

$\Rightarrow \frac{SN}{NC} = \frac{SM}{KC} = 1$. Vậy $\frac{SN}{SC} = \frac{1}{2}$.

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành. M, N là lượt là trung điểm của AB và SC. I là giao điểm của AN và (SBD). J là giao điểm của MN với (SBD). Khi đó tỉ số $\frac{IB}{IJ}$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** $\frac{7}{2}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải

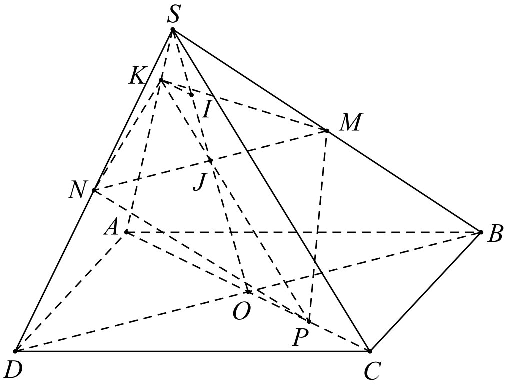


Gọi O là trung điểm của AC nên $O = AC \cap BD$. Trong mặt phẳng (SAC): $AN \cap SO = I$ nên I là giao điểm của AN và (SBD). Trong (ABN) ta có $MN \cap BI = J$ nên J là giao điểm của MN với (SBD). Gọi K là trung điểm của SD. Suy ra $NK//DC//AB$ và $BI \cap SD = K$ hay B, I, J, K thẳng hàng. Khi đó $NK//BM$ và $NK = MA = BM$ và tứ giác $AKMN$ là hình bình hành. Xét hai tam giác đồng dạng ΔKJN và ΔBJM có $\frac{NK}{BM} = \frac{MJ}{NJ} = \frac{BJ}{JK} = 1$ suy ra J là trung điểm của MN và J là trung điểm của BK hay $BJ = JK$. Trong tam giác ΔSAC có I là trọng tâm của tam giác nên $\frac{NI}{IA} = \frac{1}{2}$. Do $AK//MN$ nên $\frac{IJ}{IK} = \frac{NI}{IA} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{IJ}{JK} = \frac{1}{3} = \frac{IJ}{BJ} \Rightarrow \frac{IJ}{BI} = \frac{1}{4}$ hay $\frac{IB}{IJ} = 4$.

Câu 74: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SB, SD và OC. Gọi giao điểm của (MNP) với SA là K. Tỉ số $\frac{KS}{KA}$ là:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi $J = SO \cap MN$, $K = SA \cap PJ$ thì $K = SA \cap (MNP)$.

Vì M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD nên J là trung điểm của SO.

Áp dụng định lí Menelaus vào tam giác SAO với cát tuyến là KP, ta có:

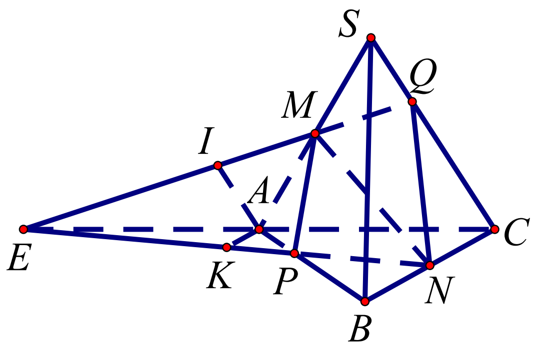
$$\frac{SK}{KA}.\frac{AP}{PO}.\frac{OJ}{JS} = 1 \Leftrightarrow \frac{SK}{KA}.3.1 = 1 \Leftrightarrow \frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}.$$

Vậy $\frac{KS}{KA} = \frac{1}{3}$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, BC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $AP = \frac{1}{3}AB$. Gọi Q là giao điểm của SC và (MNP). Tính tỉ số $\frac{SQ}{SC}$.

A. $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$. **B.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{3}{8}$. **C.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{3}$. **D.** $\frac{SQ}{SC} = \frac{2}{5}$.

Lời giải



Trong mặt phẳng (ABC): NP cắt AC tại E.

Trong mặt phẳng (SAC): EM cắt SC tại Q.

Ta có $Q \in EM \Rightarrow Q \in (MNP)$ mà $Q \in SC \Rightarrow Q$ là giao điểm của SC và (MNP).

Trong mặt phẳng (ABC) từ A kẻ đường thẳng song song với BC cắt EN tại K.

Theo Talet ta có $\frac{AK}{BN} = \frac{AP}{PB} = \frac{1}{2}$ mà $BN = NC \Rightarrow \frac{AK}{CN} = \frac{1}{2}$.

Theo Talet ta có $\frac{AK}{CN} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$.

Trong mặt phẳng (SAC) từ A kẻ đường thẳng song song với SC cắt EQ tại I.

Theo Talet ta có $\frac{AI}{QC} = \frac{AE}{EC}$ mà $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AI}{QC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AI = \frac{1}{2}QC \ (*)$.

Theo Talet ta có $\frac{AI}{SQ} = \frac{AM}{SM}$ mà $AM = SM \Rightarrow \frac{AI}{SQ} = 1 \Rightarrow AI = SQ \ (**)$.

Từ $(*)$ và $(**)$ ta có $SQ = \frac{1}{2}QC \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.