ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ SỐ 4

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=(3x+1)^2$ là:

A. $\frac{(3x+1)^3}{3}+C.$ **B.** $\frac{1}{9}.(3x+1)^3$ **C.** $(3x+1)^3+C.$ **D.** $9\cdot(3x+1)^3+C.$

Lời giải

Chọn B

$\int(3x+1)^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\frac{(3x+1)^3}{3}+C=\frac{(3x+1)^3}{9}+C$

Câu 2: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C): y=\sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x=0, x=\pi$.

Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là:

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** π. **D.** π^2.

Lời giải:

Chọn B

Giải thích:

Thể tích khối tròn xoay được giới hạn bởi các đường $y=\sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0, x=\pi$ là:

$$\mathrm{V}=\pi\int_0^\pi(\sin x)^2\mathrm{d}x=\pi\int_0^\pi\sin^2x\mathrm{d}x=\pi\int_0^\pi\frac{1-\cos 2\mathrm{x}}{2}\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x\right)\Bigg|_0^\pi=\frac{\pi^2}{2}$$

Câu 3: Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [60;70). **B.** [70;80). **C.** [80;90). **D.** [90;100).

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(4;-1;3)$, $B(1;3;1)$, $C(-1;1;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

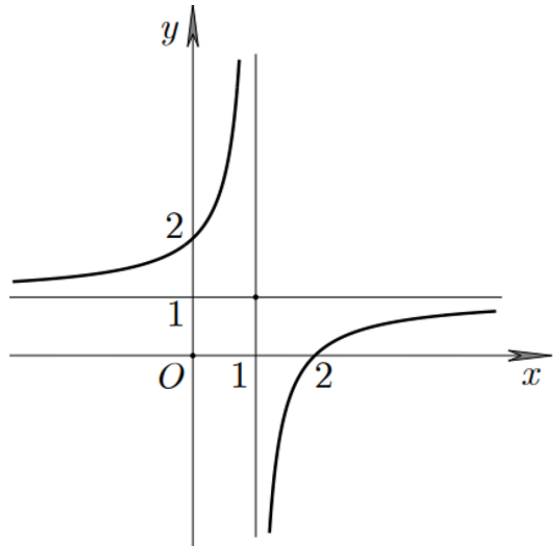
Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua A và song song BC nhận $\overrightarrow{BC}=(-2;-2;4)$ làm vecto chỉ phương, suy ra $\vec{u}=(1;1;-2)$ cũng là véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng cần tìm: $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\,(ad-bc\neq 0;ac\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



A. $x=1, y=1$. **B.** $x=-1, y=1$. **C.** $x=1, y=2$. **D.** $x=2, y=1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số, ta suy ra

- Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x=1$.

- Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: $y=1$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x-1)<1$ là:

A. $(1;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_4(x-1)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<4^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<5 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<5$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1;5)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+1=0$?

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$ **B.** $\vec{b}=(2;1;-3)$ **C.** $\vec{c}=(2;-3;0)$ **D.** $\vec{d}=(3;2;0)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. (SBC) và (SAB). **B.** (SBC) và (ABC). **C.** (SBC) và (SAC). **D.** (SAB) và (ABC).

Câu 9: Phương trình $5^x=15$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\log_5 15$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\log_{15} 5$.

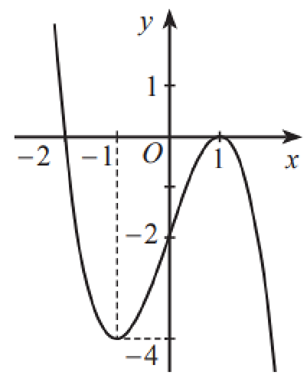
Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=-4, u_2=-2$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q=-\frac{1}{2}$. **B.** $q=\frac{1}{2}$. **C.** $q=2$. **D.** $q=-2$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng:

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu	7	8	9	10	11	12
Chọn	**C**	**D**	**B**	**B**	**C**	**B**

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+x$.

a) $f(0)=1; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=-2\sin 2x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.

Giải:

a) **Đúng**. Vì $f(0)=1; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đúng. Vì $f'(x)=-2\sin 2x+1$.

c) **Sai**. Ta có $f'(x)=-2\sin 2x+1$, Xét $f'(x)=0$ $-2\sin 2x+1=0 \Leftrightarrow \sin 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}$do $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

d) **Đúng.** Xét hàm số $f(x)$ trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

Ta có $f'(x)=-2\sin 2x+1$, $f'(x)=0$ có nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $x=\frac{\pi}{12}$.

Ta có $f(0)=1; f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{12}; f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$. Trong 3 số trên $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$ là nhỏ nhất.

Câu 2. Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t)=6-3t$ (m/s), chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t)=12-4t$ (m/s).

a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số $s_1(t)=6t-\frac{3t^2}{2}+C\,(\text{m})$.

b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số $s_2(t)=12t-2t^2+C\,(\text{m})$.

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là $18\,(\text{m})$.

d) Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn $12\,(\text{m})$.

Đáp án

Câu	1	2	3	4
Đáp án		a) Đúng		
		b) Đúng		
		c) Sai		
		d) Sai		

Lời giải

a) Đúng	**b) Đúng**	**c) Sai**	**d) Sai**

a) Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số

$s_1(t)=\int v_1(t)\,dt=\int(6-3t)\,dt=6t-\frac{3t^2}{2}+C\,(\text{m})$

Suy ra **ĐÚNG**.

b) Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số
$s_2(t)=\int v_2(t)dt=\int(12-4t)dt=12t-2t^2+C\,(\mathrm{m})$
Suy ra **ĐÚNG**.

c) Thời gian người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là: $6-3t=0\Leftrightarrow t=2$ giây.

Quãng đường người thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_1=\int_0^2(6-3t)\,\mathrm{d}t=\left(6t-\frac{3t^2}{2}\right)\Bigg|_0^2=6 \text{ mét.}$$

Suy ra **SAI**.

d) Thời gian người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là: $12-4t=0\Leftrightarrow t=3$ giây.

Quãng đường người thứ hai di chuyển sau khi va chạm là:

$$S_2=\int_0^3(12-4t)\,\mathrm{d}t=\left(12t-2t^2\right)\Big|_0^3=18 \text{ mét.}$$

Khoảng cách hai xe khi đã dừng hẳn là: $S=S_1+S_2=6+18=24$ mét.

Suy ra **SAI**.

Câu 3: Để kiểm chứng thị hiếu của khán giản đối với một chương trình truyền hình, một nhà đài đã phỏng vấn ngẫu nhiên 300 khán giản về chương trình đó. Kết quả thống kê như sau: có 175 người trả lời "thích"; có 125 người trả lời "không thích". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khán giả thực sự thích chương trình tương ứng với trả lời "thích" và "không thích" lần lượt là 60% và 40%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn **thực sự** sẽ thích chương trình".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời thích chương trình".

a) Xác suất $P(B)=\dfrac{5}{12}$ và $P(\overline{B})=\dfrac{7}{12}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)=0,6$.

c) Xác suất $P(A)=\dfrac{31}{60}$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự thích chương trình có $67,7\%$ người đã trả lời "thích" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) Đ

Bảng mô tả (*):

Phỏng vấn \ Thực tế	Người thực sự thích	Người không thực sự thích
Người trả lời sẽ thích(175)	06×175=105	175-105=70
Người trả lời sẽ không thích(105)	0,4×125=50	125-50=75

a) Số người trả lời "thích" là 175 nên $n\left(B\right)=175$. Do đó

$P\left(B\right)=\frac{175}{300}=\frac{7}{12};P\left(\overline{B}\right)=1-\frac{7}{12}=\frac{5}{12}$. Mệnh đề **sai**.

b) Ta có: $P\left(A|B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$

$A\cap B$ là tập hợp các người trả lời sẽ thích và thích thật, do đó $n\left(A\cap B\right)=105$; $n\left(B\right)=175$

Nên $P\left(A|B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}=\frac{105}{175}=0,6$. Mệnh đề **đúng**.

c) – **Cách 1:** Dựa vào bảng mô tả (*): A là tập hợp các người thích thật, $n\left(A\right)=105+50=155$, do đó

$P\left(A\right)=\frac{155}{300}=\frac{31}{60}$. Mệnh đề **đúng**.

- **Cách 2:** Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần ta có

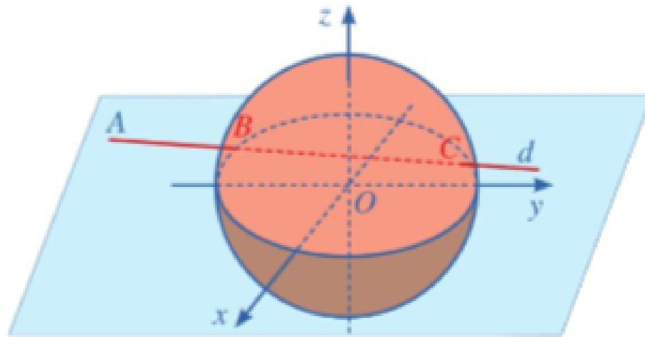
$P\left(A\right)=P\left(B\right)P\left(A|B\right)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)=\frac{7}{12}.0,6+\frac{5}{12}.0,4=\frac{31}{60}$.

d) **Cách 1:** Dựa vào bảng mô tả (*) ta có: Số người thực sự thích là $105+50=155$; số người thực sự thích mà trả lời thích là 105; xác suất là $\frac{105}{155}=\frac{21}{31}\approx 67,7\%$.

Cách 2: Xác suất cần tìm là $P\left(B|A\right)$ theo công thức Bayes ta có

$P\left(B|A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A|B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{\frac{7}{12}.0,6}{\frac{31}{60}}=\frac{21}{31}\approx 67,7\%$. Mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Hệ thống Kiểm soát không lưu, còn gọi là kiểm soát không lưu (tiếng anh: *air traffic control*, viết tắt là ATC), hay Điều khiển không lưu là hệ thống chuyên trách đảm nhận việc gửi các hướng dẫn đến máy bay nhằm giúp các máy bay tránh va chạm, đồng thời đảm bảo tính hoạt động hiệu quả của nền tảng không lưu. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét một đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$ chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu *(Hình hình mô tả dưới).*



a) Phương trình đường thẳng mô tả đường bay của máy bay trên là $\begin{cases} x=-688+91t \\ y=-185+75t, t\in\mathbb{R} \\ z=8 \end{cases}$.

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là điểm $\left(-\frac{375}{2};\frac{455}{2};8\right)$.

c) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa có tọa độ $(-88;415;8)$.

d) Giả sử suốt quá trình được theo dõi bở đài kiểm soát không lưu này máy bay luôn giữ vận tốc không đổi là $800\,km/h$ thì mất $0,62$ giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ

a) Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-688;-185;8)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(91;75;0)$ là: $\begin{cases} x=-688+91t \\ y=-185+75t \\ z=8 \end{cases}$ (t là tham số). Mệnh đề **đúng**

b) Gọi H là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng cách OH phải ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi $OH\perp d$.

Vì $H\in d$ nên $H(-688+91t;-185+75t;8)$.

Ta có $\overrightarrow{OH}=(-688+91t;-185+75t;8)$.

$OH\perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{OH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow (-688+91t).91+(-185+75t).75+8.0=0$

$\Leftrightarrow 13906t-76483=0 \Leftrightarrow t=\frac{11}{2}$

Do đó $H\left(-\frac{375}{2};\frac{455}{2};8\right)$. Mệnh đề **đúng.**

c) Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.

Vì $B \in d$ nên $B\left(-688+91t;-185+75t;8\right)$.

B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi $OB = 417$.

$\Leftrightarrow \sqrt{\left(-688+91t\right)^2+\left(-185+75t\right)^2+8^2} = 417$.

$\Leftrightarrow 13906t^2-152966t+333744=0$.

$\Leftrightarrow t=3$ hoặc $t=8$.

+ Với $t=3$, ta có $B\left(-415;40;8\right)$.

Do đó $AB=\sqrt{\left(-415+688\right)^2+\left(40+185\right)^2}\approx 353,77$.

+ Với $t=8$, ta có $B\left(-88;415;8\right)$.

Do đó $AB=\sqrt{\left(-88+688\right)^2+\left(415+185\right)^2}\approx 848,53$.

Vì $353,77<848,53$ nên tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là $\left(-415;40;8\right)$. Mệnh đề **sai**.

d) Theo phần c) điểm bắt đầu vào màn hình ra đa là $A\left(-415;40;8\right)$ và điểm cuối cùng là $B\left(-88;415;8\right)$.

Khi đó thời gian là $t=\frac{AB}{800}=\frac{\sqrt{\left(-88+415\right)^2+\left(415-40\right)^2+\left(8-8\right)^2}}{800}\approx 0,62$ giờ. Mệnh đề **đúng.**

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

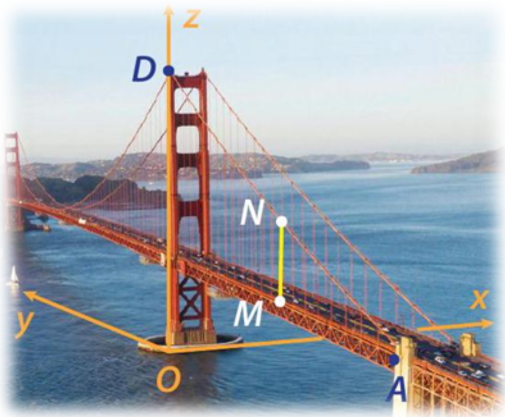
Câu 1. Cho hình lăng trục đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = 6\,cm$. Biết góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng đáy của lăng trụ đã cho bằng $45°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu cm^3?

Đáp án: 36

Câu 2. Cường độ một trận động đất M (độ Richter) được cho bởi công thức $M=\log A-\log A_0$, với A là biên độ rung chấn tối đa và A_0 là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ rung chấn mạnh hơn gấp 4 lần. Hỏi cường độ của trận động đất ở Nam Mỹ là bao nhiêu (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)?

Đáp án: $\approx 8,6$.

Câu 3. Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ Oxyz với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$.



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước $75m$ và MN song song với cột trụ. Tính độ dài MN, biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $230m$ (Làm tròn đến hàng phần chục).

Trả lời: 50,1

Lời giải

Tính độ dài MN, biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $230m$.

Ta có $A \in Oyz$ và A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz là $343m \Rightarrow A(0;-343;75)$

Điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m \Rightarrow D(0;0;227)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0;343;152)$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng AD là $\begin{cases} x = 0 \\ y = 343t \\ z = 227 + 152t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$

Vì $N \in AD \Rightarrow N(0;343t;227+152t)$

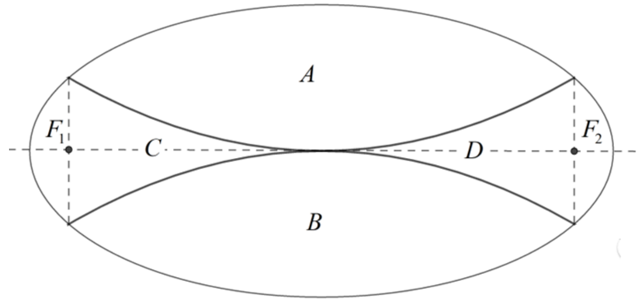
Điểm M trên thành cầu, M cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz một khoảng bằng $230m$ nên tọa độ điểm M là $M(0;-230;75)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0;343t+230;152+152t)$

MN song song với cột trụ $\Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{j} = 0 \Rightarrow 343t + 230 = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{230}{343}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0;0;\dfrac{17176}{343}\right) \Rightarrow MN = \dfrac{17176}{343} \approx 50,1$.

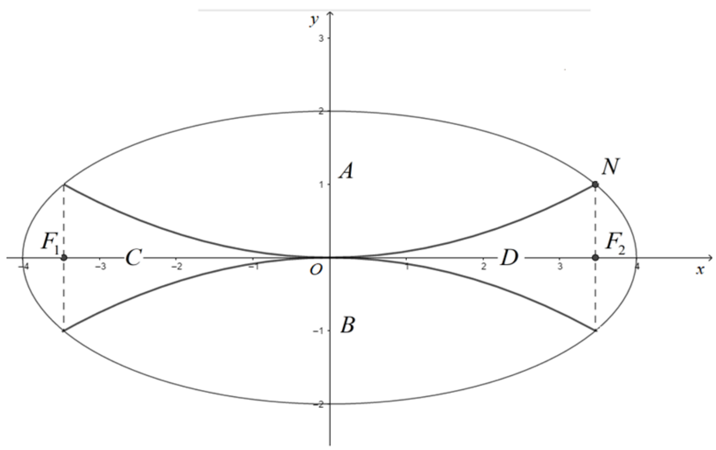
Câu 4. Nhà trường X dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là $8\ m$ và $4\ m$; F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là $250\ 000$ (đồng) và $150\ 000$ (đồng). Tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



Lời giải

Đáp án: 5,7.

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Do elip có độ dài trục lớn $2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$, độ dài trục nhỏ $2b = 4 \Leftrightarrow b = 2$.

Diện tích của (E) là: $S_{(E)} = \pi ab = 8\pi$.

Phương trình chính tắc (E) là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Suy ra $y = \pm\frac{1}{2}\sqrt{16 - x^2}$.

Ta có $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow F_2\left(2\sqrt{3};\ 0\right)$.

Do N và F_2 có cùng hoành độ $\Rightarrow N\left(2\sqrt{3};\ 1\right)$.

Gọi $(P): y = kx^2$ là parabol nằm ở phía trên trục Ox.

Do $N \in (P)$ ta có $1 = k\left(2\sqrt{3}\right)^2 \Leftrightarrow k = \frac{1}{12}$. Suy ra $(P): y = \frac{1}{12}x^2$.

Diện tích phần A là $S_A = \int\limits_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2}\sqrt{16-x^2} - \frac{1}{12}x^2\right)\mathrm{d}x = 2\int\limits_{0}^{2\sqrt{3}} \left(\frac{1}{2}\sqrt{16-x^2} - \frac{1}{12}x^2\right)\mathrm{d}x$

$= \int\limits_{0}^{2\sqrt{3}} \sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x - \frac{1}{6}\int\limits_{0}^{2\sqrt{3}} x^2\mathrm{d}x$.

* Xét $I_1 = \int\limits_{0}^{2\sqrt{3}} \sqrt{16-x^2}\,\mathrm{d}x$. Đặt $x = 4\sin t \Rightarrow \mathrm{d}x = 4\cos t\mathrm{d}t$.

Đổi cận:

x	0	$2\sqrt{3}$
t	0	$\frac{\pi}{3}$

Khi đó $I_1 = \int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}} \sqrt{16-16\sin^2 t}.4\cos t\mathrm{d}t = 16\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 t\mathrm{d}t = 8\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{3}} (1+\cos 2t)\,\mathrm{d}t = 8\left(t + \frac{1}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\frac{\pi}{3}}$

$= 8\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

* Ta có $I_2 = \frac{1}{6}\int\limits_{0}^{2\sqrt{3}} x^2\mathrm{d}x = \frac{1}{18}x^3\Bigg|_0^{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra: $S_A = I_1 - I_2 = \frac{8\pi + 2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow S_A + S_B = 2S_A = \frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3}$.

Tổng diện tích phần C, D là: $S_C + S_D = S_{(E)} - (S_A + S_B) = \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3}$.

Khi đó tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên là: $\frac{16\pi + 4\sqrt{3}}{3}.250000 + \frac{8\pi - 4\sqrt{3}}{3}.150000 \approx 5676000$ (đồng). Làm tròn thành 5,7 (triệu đồng).

Chú ý: Với việc tính tích phân I_1 ta có thể sử dụng cách tính hình học thông qua công thức tính diện tích hình quạt và diện tích của tam giác vuông.

+ Thực chất học sinh chỉ cần tính I_1 bằng cách dùng máy tính cầm tay.

Câu 5. Một bể chứa 1000 lít nước tinh khiết. Người ta bom vào bể đó nước muối có nồng độ 20 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau t phút, nồng độ muối của nước trong bể (tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số $f(t)$. Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến giá trị nào?

Đáp số: 20

Lời giải

Sau t phút, lượng muối trong bể là $20.20.t = 400t$ (gam) và lượng nước trong bể là $1000 + 20t$ (lít).

Vậy nồng độ muối của nước trong bể sau t phút là $f\left(t\right) = \dfrac{400t}{20t + 1000}$ (gam/lít)

Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì ta có $\lim\limits_{t \to +\infty} f\left(t\right) = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{400t}{20t + 1000} = \lim\limits_{t \to +\infty} \dfrac{400}{20 + \dfrac{1000}{t}}$

$= \dfrac{\lim\limits_{t \to +\infty}\left(400\right)}{\lim\limits_{t \to +\infty}\left(20 + \dfrac{1000}{t}\right)} = \dfrac{400}{20} = 20$.

Vậy khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến 20 gam/lít.

Câu 6. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ để khảo sát tình trạng bệnh sơ gan của người dân, tỉ lệ người dân bị bệnh sơ gan là $0,8\%$ và 60% trong số đó bị dương tính với viêm gan B. Tuy nhiên, có 10% những người không bị sơ gan mặc dù dương tính viêm gan B. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó dương tính với viêm gan B. Xác suất người đó bị mắc bệnh sơ gan là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp án: **0,05**

Xét các biến cố:

A: "Người được chọn mắc bệnh sơ gan";

B: "Người được chọn bị viêm gan".

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,008;\ P(\overline{A}) = 1 - 0,008 = 0,992$

$P(B|\ A) = 0,6;\ P(B|\ \overline{A}) = 0,1$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A|\ B) = \frac{P(A).P(B|\ A)}{P(A).P(B|\ A) + P(\overline{A}).P(B|\ \overline{A})} = \frac{0,008.0,6}{0,008.0,6 + 0,992.0,1} \approx 0,05$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,05.