SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC TRƯỜNG THPT TRẦN HƯNG ĐẠO	ĐÁP ÁN ĐỀ KIỂM TRA THEO ĐỊNH HƯỚNG TỐT NGHIỆP 2025 MÔN: TOÁN

PHẦN I ***(3.0 điểm)*****: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	A	C	C	B	B	A	C	A	C	B	C

PHẦN II ***(4 điểm)*****: Câu trắc nghiệm đúng sai**

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.

- Thí sinh lựa chọn chính xác 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) S
c) Đ	c) Đ	c) S	c) Đ
d) S	d) S	d) S	d) S

PHẦN III ***(3.0 điểm)*****: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được ***0,5 điểm****)*

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	16	183	63,9	61	142	17,7

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần I *(3.0 điểm)*: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2-7)=2$ là.

A. $\{4\}$ **B.** $\{-4\}$ **C.** $\{-\sqrt{15};\sqrt{15}\}$ **<u>D</u>.** $\{-4;4\}$

Lời giải

Chọn <u>D</u>

Điều kiện: $x^2-7>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\sqrt{7} \\ x>\sqrt{7} \end{array}\right.$

$\log_3(x^2-7)=2 \Leftrightarrow x^2-7=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4 \\ x=-4 \end{array}\right.$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3;u_2=1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng.

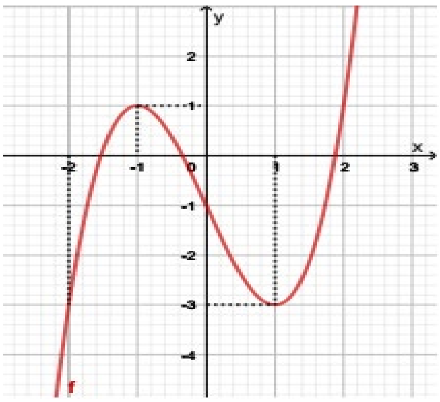
<u>A</u>. $\frac{1}{3}$. **B.** -2 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{1}{3}$.

Câu 3. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **<u>C</u>.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-2;-1)$ đồ thị đi lên do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Do hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $f'(-1)=0$,

$f'(1)$ không xác định nhưng do hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tồn tại $f(1)$

và $f'(x)$ đổi dấu từ "$+$" sang "$-$" khi đi qua các điểm $x=-1$, $x=1$ nên hàm số đã cho đạt cực đại tại 2 điểm này.

Vậy số điểm cực đại của hàm số đã cho là 2.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$.

Suy ra $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=4+2\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=-2\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx=4x+2\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx=4x-2\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=4x+2\cos x+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)dx=4x+2\sin x+C$.

Câu 7. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2+1, x=-1, x=2$ và trục hoành.

A. $S=6$. **B.** $S=16$. **C.** $S=\dfrac{13}{6}$. **D.** $S=13$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S=\int_{-1}^{2}\left|x^2+1\right|\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x=6$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-5;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $M(1;0;-3)$. **B.** $M(0;2;-3)$. **C.** $M(1;-2;1)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB, Khi đó tọa độ của M được tính bởi:

$$\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=1 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=-2 \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=1 \end{cases}$$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Tìm toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;0;1)$ và $R=3$. **B.** $I(-1;1;0)$ và $R=3$.

C. $I(2;0;-2)$ và $R=\sqrt{15}$. **D.** $I(2;-2;0)$ và $R=\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn A.

Với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$ phương trình mặt cầu có dạng

$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$

Khi đó tâm $I(a;b;c)$ và $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$

Ta có : $\begin{cases} -2a=2 \\ -2b=0 \\ -2c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=1 \end{cases}$ và $d=-7$

Tâm $I(-1;0;1)$ và $R=\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2-(-7)}=3$

Câu 10. Khảo sát thời gian xem ti vi trong một ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

A. $[80;100)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[60;80)$.

Lời giải

Chọn C.

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa mốt là $[40;60)$.

Câu 11. Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật lý, 2 quyển sách Hoá học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách trên kệ sách ấy. Tính xác suất để 3 quyển được lấy ra đều là sách Toán.

A. $\frac{2}{7}$. **B.** $\frac{1}{21}$. **C.** $\frac{37}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn B.

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega| = C_9^3 = 84$.

Số kết quả thuận lợi của biến cố là: $|\Omega_A| = C_4^3 = 4$

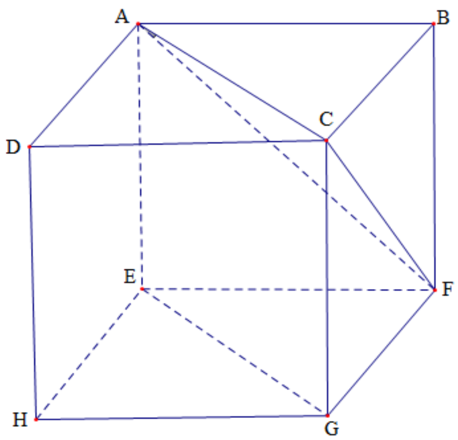
Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{1}{21}$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa cặp véc tơ $\overrightarrow{AF}$ và $\overrightarrow{EG}$ bằng

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{EG}\right) = \left(\overrightarrow{AF}, \overrightarrow{AC}\right) = \widehat{CAF}$.

ΔCAF là tam giác đều, nên $\widehat{CAF} = 60°$.

Phần II *(4 điểm)*: Câu trắc nghiệm đúng sai

*Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.*

Câu 1. Cho hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 2024$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $y' = -4x^3 - 16x$.

b) Hàm số đã cho có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

d) Giá trị cực đại của hàm số trên bằng 2024.

Lời giải

a) Ta có: $y' = -4x^3 + 16x$. **Sai**

b) Ta có hàm số có 3 cực trị trong đó có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu. **Đúng**

c) Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 16x = 0 \Leftrightarrow -4x\left(x^2 - 4\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2040	$\searrow$	2024	$\nearrow$	2040	$\searrow$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **Đúng**

d) Từ bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số có giá trị cực đại là 2040. **Sai**

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khi đó

a) $\int_0^1 f(x)dx = \frac{5}{6}$.

b) $\int \frac{f(x)}{x}dx = \frac{x^2}{2} - 3x - 2\ln x + C \ \left(\forall x \in (0;+\infty)\right)$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \frac{\pi}{30}$.

d) Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; đường thẳng d và các đường thẳng $x = 1; x = 4$ là $S = \frac{20}{3}$

Lời giải.

a) Ta có: $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 \left(x^2 - 3x + 2\right)dx = \frac{5}{6}$. **Đúng**

b) $\int \frac{f(x)}{x}dx = \int \left(x - 3 + \frac{2}{x}\right)dx = \frac{x^2}{2} - 3x + 2\ln x + C \ \left(\forall x \in (0;+\infty)\right)$. **Đúng.**

c) Phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \pi\int_1^2 f^2(x)dx = \frac{\pi}{30}$. **Đúng.**

d) Lập phương trình đường thẳng d qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$ ta được
$d : y = -x + 2$

Giải phương trình $x^2 - 3x + 2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x); y = -x + 2$ và các đường thẳng $x = 1; x = 4$ là $S = \int_1^2 |f(x) - (-x + 2)|dx + \int_2^4 |f(x) - (-x + 2)|dx = \frac{22}{3}$. **Sai**

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0;1;-2)$ và có bán kính $R = 3$

b) Điểm $A(3;1;0)$ nằm trên mặt cầu (S).

c) Tâm mặt cầu (S) cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2.

d) Khi mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị $m = 2$.

Lời giải

a) $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9 \Rightarrow I(0;1;-2)$ là tâm của (S), bán kính $R = 3$. **Đúng**

b) Do $3^2 + (1-1)^2 + (0+2)^2 \neq 9 \Rightarrow A(3;1;0) \notin (S)$. **Sai**

c) Do $I(0;1;-2) \Rightarrow I \in (Oyz) \Rightarrow d(I;(Oyz)) = 0$. **Sai**

d) Do (S) có bán kính $R = 3$ nên để mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì tâm
$I(0;1;-2) \in (P) \Rightarrow 0 + m.1 - (-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.**Sai**

Câu 4: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là $0,75$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $0,25$.

Lời giải

a) Theo giả thiết suy ra: $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ và $P(AB)=0,3$

Có: $P(A).P(B)=0,4.0,5=0,2\neq 0,3\Rightarrow A$ và B là hai biến cố không độc lập. **Sai.**

b) Gọi C là biến cố: "Thắng thầu đúng 1 dự án" $\Rightarrow C=\overline{A}B\cup A\overline{B}$ mà $\overline{A}B$ và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C)=P\left(\overline{A}B\right)+P\left(A\overline{B}\right)$

Có: $P\left(\overline{A}B\right)=P(B)-P(AB)=0,5-0,3=0,2$

$P\left(A\overline{B}\right)=P(A)-P(AB)=0,4-0,3=0,1$

Vậy: $P(C)=0,2+0,1=0,3$.**Sai.**

c) Gọi D là biến cố: "Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1" $\Rightarrow D=B\mid A$

Khi đó: $P(D)=P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,3}{0,4}=0,75$. **Đúng.**

d) Gọi E là biến cố: "Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1" $\Rightarrow E=B\mid\overline{A}$.

Khi đó: $P(E)=P\left(B\mid\overline{A}\right)=\dfrac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\dfrac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\dfrac{0,5-0,3}{1-0,4}=\dfrac{0,2}{0,6}=\dfrac{1}{3}$. **Sai.**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát của người giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là $x\left(x\in\mathbb{N},\, x>0\right)$.

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\dfrac{8000}{30x}$.

Tổng chi phí để sản xuất là: $P(x)=200x+\dfrac{8000}{30x}.192=200x+\dfrac{51200}{x}$

Ta có: $P'(x)=200-\dfrac{51200}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=256\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=16\\x=-16\,(loai)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	0		16		$+\infty$
$P'(x)$		$-$	0	$+$	
$P(x)$	$+\infty$	$\searrow$	6400	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Đáp án: 16

Câu 2. Bổ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn $29\,cm$, trục nhỏ $26\ cm$. Biết cứ $1000\,\text{cm}^3$ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)? Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là $1\ cm$.

Lời giải

Phần lõi dưa hấu là đường elip có trục lớn $28\,\text{cm}$, trục nhỏ $25\,\text{cm}$ có phương trình

$$\frac{x^2}{14^2}+\frac{y^2}{\left(\frac{25}{2}\right)^2}=1 \Leftrightarrow y^2=\left(\frac{25}{2}\right)^2\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right) \Leftrightarrow y=\pm\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}.$$

Do đó thể tích quả dưa là $V=\pi\int\limits_{-14}^{14}\left(\frac{25}{2}\sqrt{1-\frac{x^2}{14^2}}\right)^2\text{d}x=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2\int\limits_{-14}^{14}\left(1-\frac{x^2}{14^2}\right)\text{d}x$

$$=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2.\left(x-\frac{x^3}{3.14^2}\right)\Bigg|_{-14}^{14}=\pi\left(\frac{25}{2}\right)^2.\frac{56}{3}$$

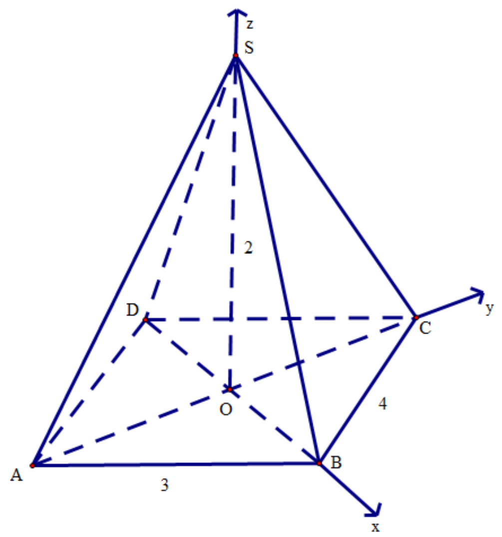
$$=\frac{8750\pi}{3}\text{cm}^3.$$

Do đó tiền bán nước thu được là $\frac{8750\pi.20000}{3.1000}\approx 183259$ đồng.

Đáp án: 183.

Câu 3. Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tuỳ thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là $3m$ và $4m$ và độ cao của giếng trời là $2m$ (hình vẽ minh hoạ). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải



Đặt giếng trời trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Ta có

$O(0;0;0); B(\frac{5}{2};0;0); C\left(0;\frac{5}{2};0\right); D\left(-\frac{5}{2};0;0\right); S(0;0;2)$

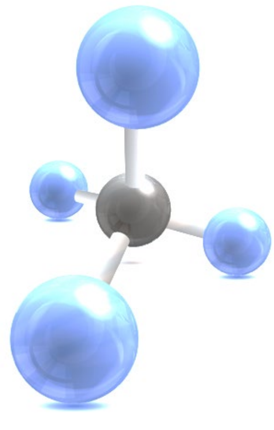
$\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{SC}\right] = \left(5;5;\frac{25}{4}\right)$ nên chọn $vtpt\,\vec{n}_{(SBC)} = (4;4;5)$.

$\left[\overrightarrow{SD};\overrightarrow{SC}\right] = \left(5;-5;-\frac{25}{4}\right)$ nên chọn $vtpt\,\vec{n}_{(SDC)} = (4;-4;-5)$.

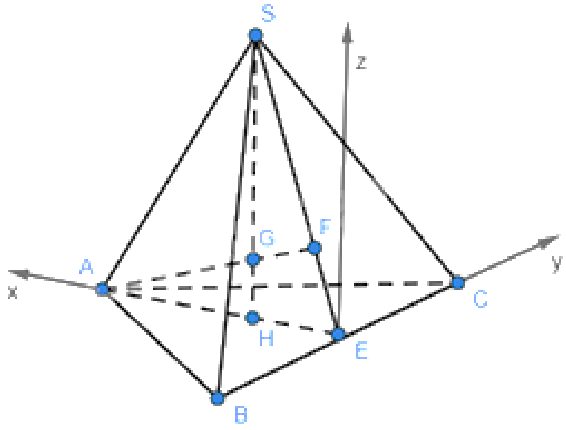
$cos\left((SBC);(SDC)\right) = \frac{\left|\vec{n}_{(SBC)}.\vec{n}_{(SDC)}\right|}{\left|\vec{n}_{(SBC)}\right|\left|\vec{n}_{(SDC)}\right|} = \frac{25}{57} \Rightarrow \widehat{\left((SBC);(SDC)\right)} \approx 63,9^0$.

Đáp án: 63,9.

Câu 4. Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



Lời giải



Từ hình vẽ ta thấy góc liên kết là góc $(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GS})$

Ta có: $AE\perp BC, SH\perp(ABC)\Rightarrow\begin{cases}SH\perp AE\\SH\perp BC\end{cases}$ nên ta có hệ trục tọa độ như hình với với E trùng với gốc tọa độ O .

Giả sử các cạnh của tứ diện có độ dài là a.

Ta có: $SE=AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow A\left(\frac{a\sqrt{3}}{2};0;0\right)$

$$HE=\frac{AE}{3}=\frac{a\sqrt{3}}{6}\Rightarrow H\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;0\right)$$

$$SH=\sqrt{SE^2-HE^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2}=\frac{a\sqrt{6}}{3}\Rightarrow S\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)$$

Lại có: $\frac{FE}{SE}=\frac{HE}{AE}=\frac{1}{3}\Rightarrow FH//SA$ và AF cắt SH tại G nên $\frac{GH}{GS}=\frac{GF}{GE}=\frac{FH}{SA}=\frac{HE}{AE}=\frac{1}{3}$

$$\Rightarrow GH=\frac{1}{4}SH=\frac{1}{4}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a\sqrt{6}}{12}\Rightarrow G\left(\frac{a\sqrt{3}}{6};0;\frac{a\sqrt{6}}{12}\right)$$

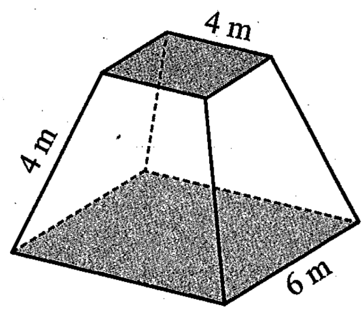
Do đó: $\overrightarrow{GA}=\left(\frac{a\sqrt{3}}{3};0;-\frac{a\sqrt{6}}{12}\right)\Rightarrow GA=\frac{a\sqrt{6}}{4}$

$$\overrightarrow{GS}=\left(0;0;\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)\Rightarrow GS=\frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Ta có: $\cos(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GS})=\dfrac{-\frac{a\sqrt{6}}{12}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{4}}{\frac{a\sqrt{6}}{4}\cdot\frac{a\sqrt{6}}{4}}=-\frac{1}{3}\Rightarrow(\overrightarrow{GA},\overrightarrow{GS})\approx 109^0$.

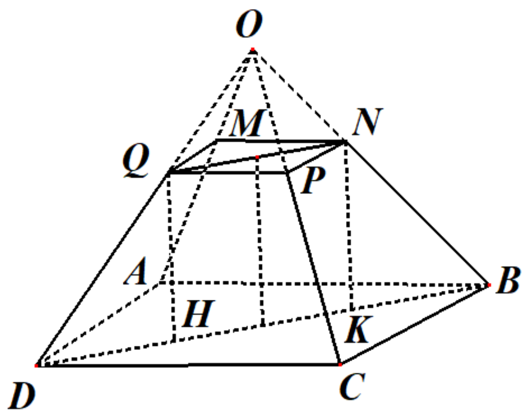
Đáp án: 109.

Câu 5. Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m. Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng$/\text{m}^3$. Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải.

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cụt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD\,//\,NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \dfrac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cụt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2. Thể tích của khối chóp cụt đều bằng.

$V = \dfrac{1}{3}.\sqrt{14}.\left(36 + \sqrt{36.16} + 16\right) = \dfrac{76\sqrt{14}}{3}$ (m^3).

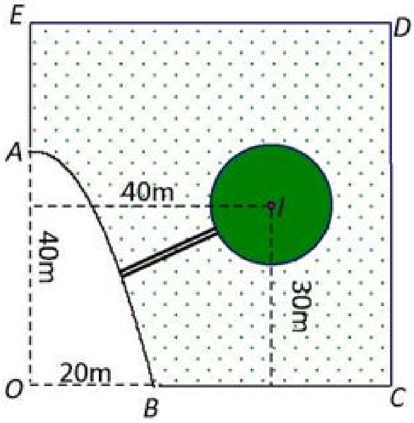
Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$\dfrac{76\sqrt{14}}{3}.1\ 500\ 000 \approx 142\ 182\ 980$ (đồng) ≈ 142 (triệu đồng).

Đáp án: 142.

Câu 6. Một cái ao có hình *ABCDE* (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ *AB* của ao đến vườn. Hỏi độ dài ngắn nhất l (đơn vị mét) của cây cầu là bao nhiêu (*làm tròn đến chữ số hàng phần chục*), biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.



Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc như sau: Gốc O, chiều dương trục hoành là tia OC, chiều dương trục tung là tia OE, đơn vị hai trục là đơn vị độ dài (1m). Khi đó ta có phương trình Parabol là: $y=-\frac{1}{10}x^2+40$ và phương trình đường tròn là: $(x-40)^2+(y-30)^2=100$

Đường tròn có tâm $I(40;30)$ và bán kính $R=10$.

Lấy điểm $M\left(t;-\frac{1}{10}t^2+40\right)$ (với $0\le t\le 20$) nằm trên parabol thì khoảng cách ngắn nhất từ M đến đường tròn là $IM-R=\sqrt{\frac{1}{100}t^4-t^2-80t+1700}-10$

Tìm GTNN của hàm số $f(t)=\frac{1}{100}t^4-t^2-80t+1700$ trên đoạn $[0;20]$ ta được $\min\limits_{[0;20]} f(t)\approx 768,0877$

Do đó độ dài ngắn nhất $l\approx\sqrt{768,0877}-10\approx 17,7$.

Đáp án: 17,7.

……………………………………………Hết……………………………………………