CHƯƠNG

VII QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 24: PHÉP CHIẾU VUÔNG GÓC. GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VỚI MẶT PHẲNG

Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) là góc giữa d và

hình chiếu của nó trên mặt phẳng (P)

Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) thì $0° \le \alpha \le 90°$

Đầu tiên tìm giao điểm của d và (P) gọi là điểm **A.**

Trên d chọn điểm B khác A, dựng BH vuông góc với (P) tại H. Suy ra AH là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P).

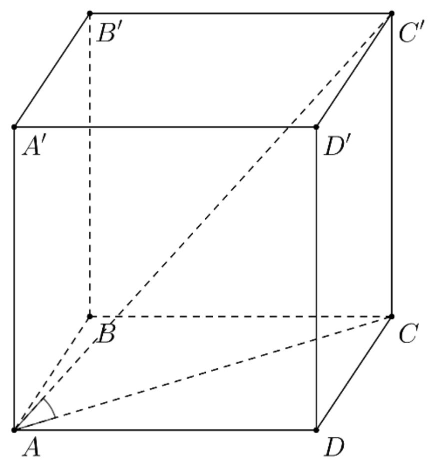
Vậy góc giữa d và (P) là góc $\widehat{BAH}$.

Nếu khi xác định góc giữa d và (P) khó quá (không chọn được điểm B để dựng BH vuông góc với (P)), thì ta sử dụng công thức sau đây. Gọi α là góc giữa d và (P) suy ra:

. $\sin\alpha = \dfrac{d\left(M,(P)\right)}{AM}$

Ta phải chọn điểm M trên d, mà có thể tính khoảng cách được đến mặt phẳng (P). Còn A là giao điểm của d và mặt phẳng (P).

Câu 1: **(MĐ 103-2022)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

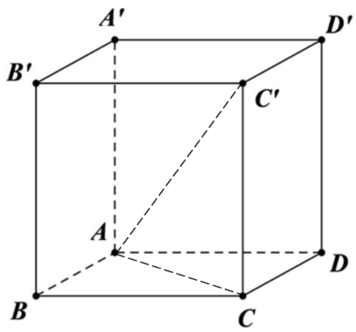
Chọn A

Ta có $\left(\widehat{AC',(ABCD)}\right)=\left(\widehat{AC',AC}\right)=\widehat{C'AC}=\alpha$.

Giả sử hình lập phương có cạnh là a

Trong tam giác $A'AC$ ta có $\sin\alpha=\frac{CC'}{AC'}=\frac{a}{\sqrt{2a^2+a^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2: **(MĐ 104-2022)** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

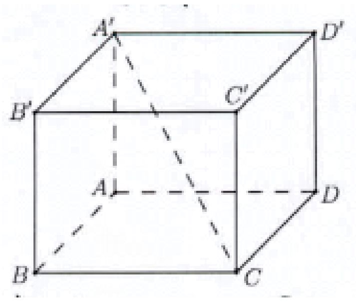
Lời giải

Chọn A

- Ta có AC' là đường chéo hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ $\Rightarrow AC'=AB.\sqrt{3}$

$$\begin{cases} CC'\perp(ABCD) \\ AC'\cap(ABCD)=A \end{cases}\Rightarrow\left(\widehat{AC',(ABCD)}\right)=\widehat{C'AC},\ \sin\widehat{C'AC}=\frac{CC'}{AC'}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 3: **(ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2020-2021)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = 2$ và $AA' = 2\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng CA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



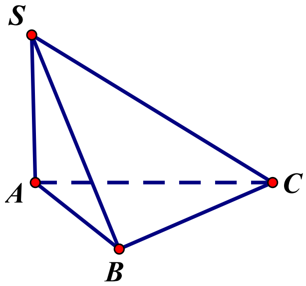
A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Góc cần tìm là $\widehat{A'CA} = \alpha$. Vì đáy là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ và

$$\tan\alpha = \frac{AA'}{AC} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ.$$

Câu 4: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = \sqrt{2}a$.(minh họa như hình vẽ bên).

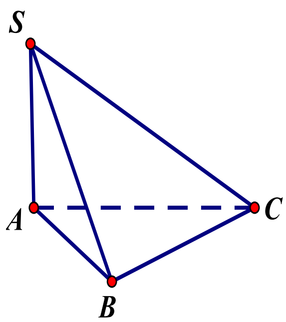


Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B

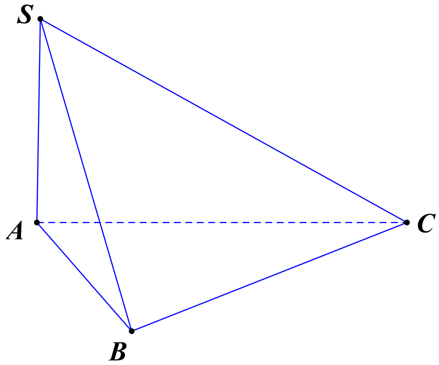


Ta có: $\begin{cases} SC \cap (ABC) = \{C\} \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = (\widehat{SC, AC}) = \widehat{SCA}$.

Mà: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2a^2+2a^2}=2a=SA$.

Vì ΔSAC vuông cân tại A nên ta có $\widehat{SCA}=45°$.

Câu 5: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=\sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 60^{o}. **B.** 45^{o}. **C.** 30^{o}. **D.** 90^{o}.

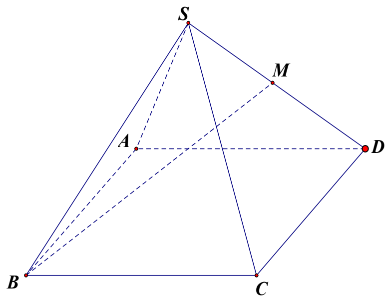
Lời giải

Ta có $SA\perp(ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng $\widehat{SCA}$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{9a^2+3a^2}=2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan\widehat{ASC}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SAC}=30^{o}$.

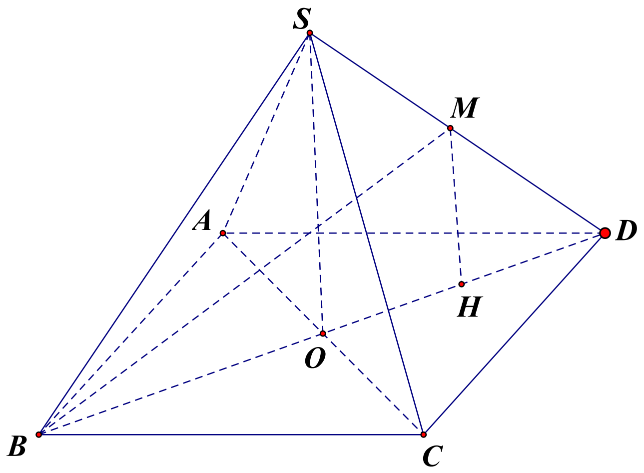
Câu 6: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của SD. Tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $\dfrac{1}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của hình vuông. Ta có $SO \perp (ABCD)$ và $SO = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Gọi M là trung điểm của OD ta có $MH // SO$ nên H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(ABCD)$ và $MH = \frac{1}{2}SO = \frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Do đó góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{MBH}$.

Khi đó ta có $\tan\widehat{MBH} = \frac{MH}{BH} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\frac{3a\sqrt{2}}{4}} = \frac{1}{3}$.

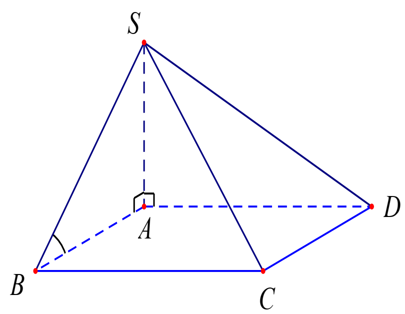
Vậy tang của góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\frac{1}{3}$

Câu 7: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$ **B.** $90°$ **C.** $30°$ **D.** $45°$

Lời giải

Chọn A



Do $SA \perp (ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SBA}$.

Ta có $\cos\widehat{SBA}=\frac{AB}{SB}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{SBA}=60^\circ$.

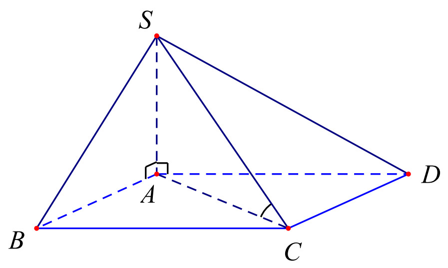
Vậy góc giữa đường thẳng SB và và mặt phẳng đáy bằng bằng 60°.

Câu 8: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. 45° **B.** 60° **C.** 30° **D.** 90°

Lời giải

Chọn A



Do $SA\perp(ABCD)$ nên góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng góc $\widehat{SCA}$.

Ta có $SA=\sqrt{2}a$, $AC=\sqrt{2}a$ $\Rightarrow\tan\widehat{SCA}=\frac{SA}{AC}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45^\circ$.

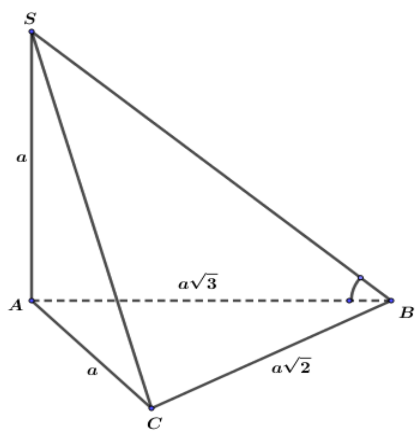
Vậy góc giữa đường thẳng SC và và mặt phẳng đáy bằng bằng 45°.

Câu 9: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2017-2018)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại C, $AC=a$, $BC=\sqrt{2}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 60° **B.** 90° **C.** 30° **D.** 45°

Lời giải

Chọn C



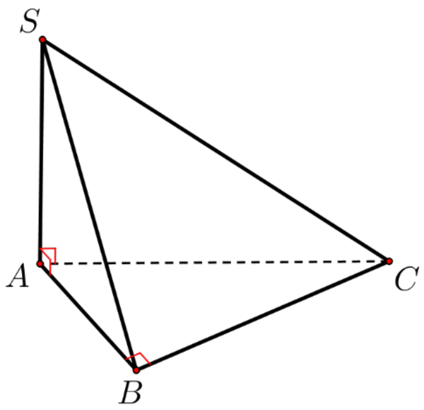
Có $SA\perp(ABC)$ nên AB là hình chiếu của SA trên mặt phẳng (ABC).

$\Rightarrow \left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = \left(\widehat{SB,AB}\right) = \widehat{SBA}$.

Mặt khác có ΔABC vuông tại C nên $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

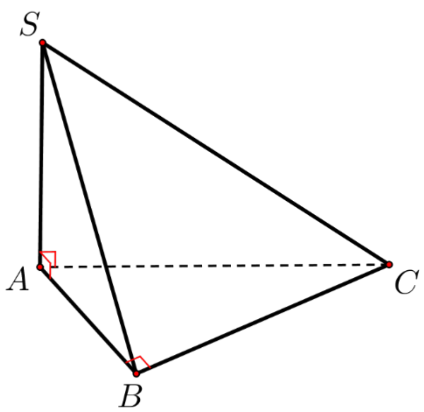
Khi đó $\tan \widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ nên $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right) = 30°$.

Câu 10: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải



Ta thấy hình chiếu vuông góc của SC lên (ABC) là AC nên $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCA}$.

Mà $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a$ nên $\tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = 1$.

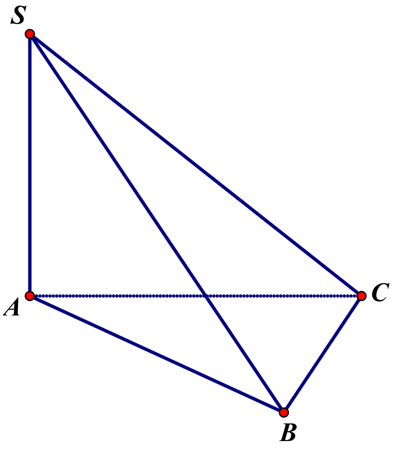
Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 11: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90^o. **B.** 30^o. **C.** 60^o. **D.** 45^o.

Lời giải

Chọn D



Ta có: SA vuông góc với mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow$ A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC)

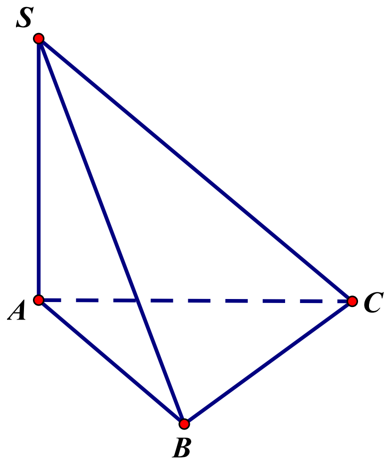
$\Rightarrow$ AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow \left[\widehat{SC,(ABC)}\right] = \left(\widehat{SC,AC}\right) = \widehat{SCA}$

ΔABC vuông tại B $\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow AC = 2a$

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{2a} = 1 \Rightarrow \widehat{SCA} = 45^o \Rightarrow \left[\widehat{SC,(ABC)}\right] = 45^o$.

Câu 12: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2018-2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). $SA = \sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AB = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$

Lời giải

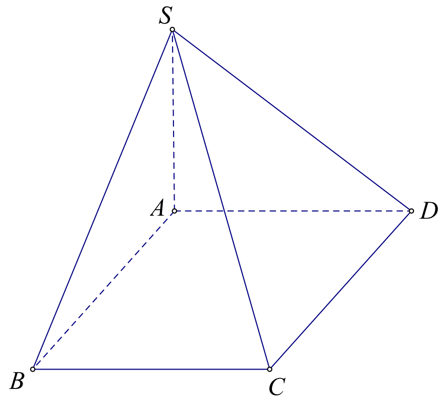
Chọn A

Vì tam giác ABC vuông cân tại B $\Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$

Ta có $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$

Mà $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}}=1\Rightarrow\widehat{SCA}=45^\circ$.

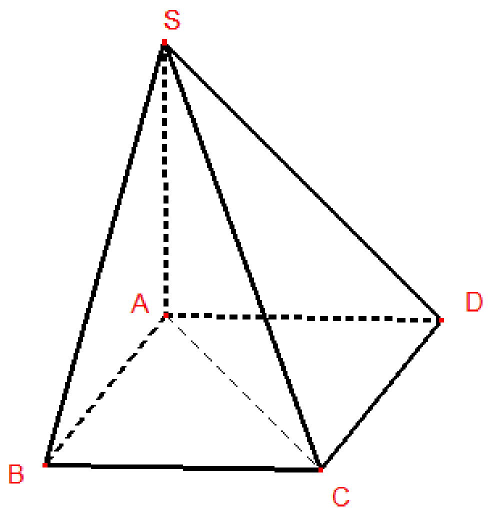
Câu 13: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2019-2020 LẦN 01)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B



Vì $SA\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

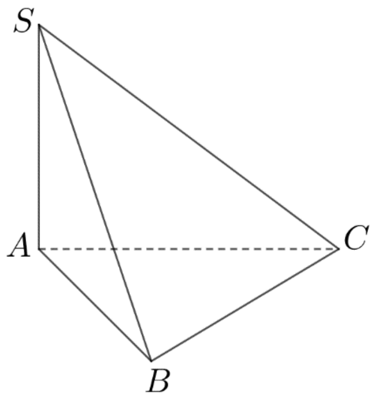
Do đó góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$ nên: $AC=a\sqrt{6}$

Ta có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

Vậy: $\widehat{SCA}=30^\circ$.

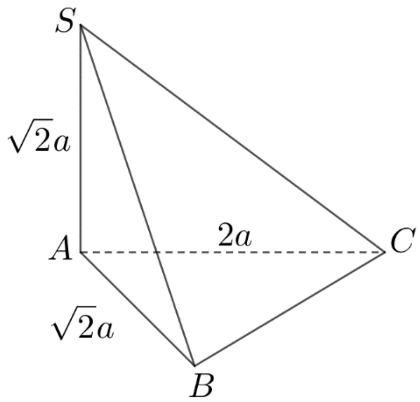
Câu 14: **(ĐTK BGD&ĐT NĂM 2019-2020 LẦN 02)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=\sqrt{2}a$, tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $SB\cap(ABC)=B$; $SA\perp(ABC)$ tại A.

$\Rightarrow$ Hình chiếu vuông góc của SB lên mặt phẳng (ABC) là AB.

$\Rightarrow$ Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là $\alpha=\widehat{SBA}$.

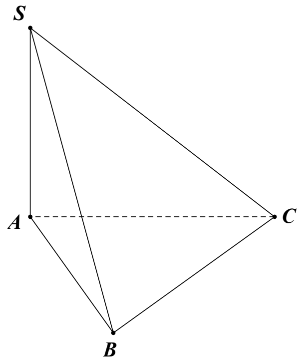
Do tam giác ABC vuông cân tại B và $AC=2a$ nên $AB=\dfrac{AC}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}a=SA$.

Suy ra tam giác SAB vuông cân tại A.

Do đó: $\alpha=\widehat{SBA}=45^\circ$.

Vậy góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 45°.

Câu 15: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{15}a$.



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

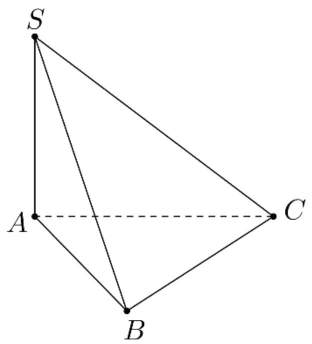
Do SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng đáy. Từ đó suy ra: $\left(\widehat{SC;(ABC)}\right)=\left(\widehat{SC;AC}\right)=\widehat{SCA}$.

Trong tam giác ABC vuông tại B có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+4a^2}=\sqrt{5}a$.

Trong tam giác SAC vuông tại A có: $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{\sqrt{15}a}{\sqrt{5}a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60°$.

Vậy $\left(\widehat{SC;(ABC)}\right)=60°$.

Câu 16: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ và có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, BC=3a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{30}a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt đáy bằng



A. $45°$. **B.** $90°$.
C. $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn C

Do AC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng (ABC) nên $\left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA}$

Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{10}$

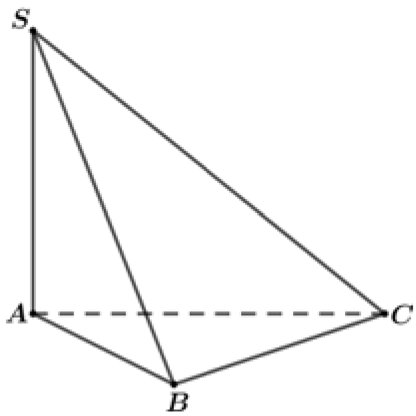
Khi đó $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a\sqrt{30}}{a\sqrt{10}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^0$.

Câu 17: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2019-2020)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a$; $BC = a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy bằng

A. 90^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn D



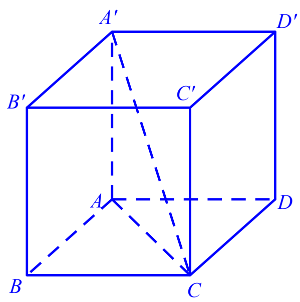
Ta có : Góc SC và đáy là góc $\widehat{SCA}$.

Xét tam giác SCA vuông tại A có:

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$

$\tan\widehat{SCA} = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SCA} = 30^0$.

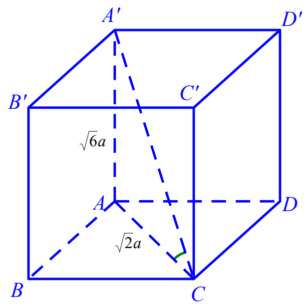
Câu 18: **(MĐ 101 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a, AA' = \sqrt{6}a$ (tham khảo hình dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn A



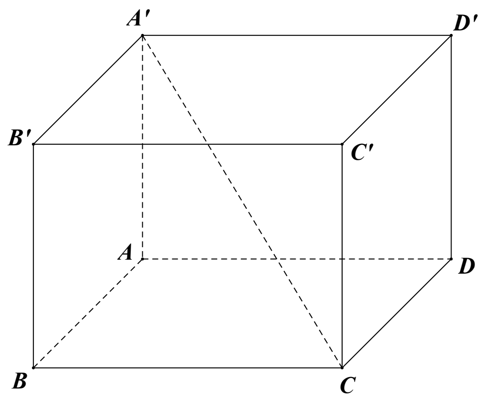
Ta có góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc giữa $A'C$ và AC và bằng góc $\widehat{A'CA}$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Xét tam giác $\Delta A'CA$ có $\tan\widehat{A'CA} = \dfrac{A'A}{AC} = \dfrac{\sqrt{6}a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CA} = 60°$.

Vậy góc $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ và bằng $60°$.

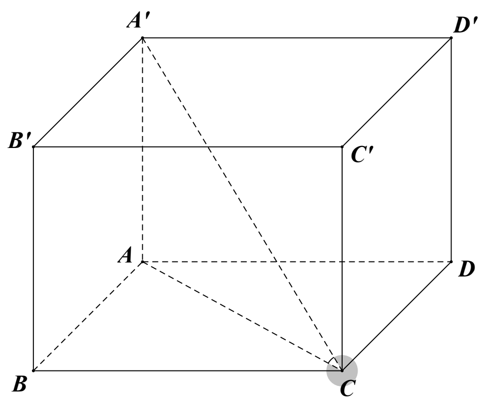
Câu 19: **(MĐ 102 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2\sqrt{2}a$, $AA' = \sqrt{3}a$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D



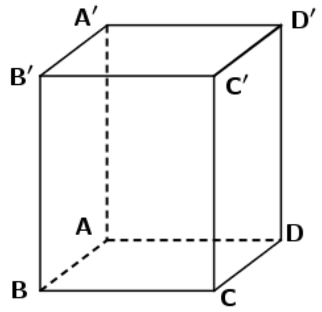
+) Ta có: $\left(\widehat{A'C,(ABCD)}\right)=\left(\widehat{A'C,AC}\right)=\widehat{ACA'}$.

+) Trong tam giác ABC vuông tại A, có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+8a^2}=3a$.

+) Trong tam giác ACA' vuông tại A, có: $\tan\widehat{ACA'}=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{ACA'}=30°$.

Vậy $\left(\widehat{A'C,(ABCD)}\right)=30°$.

Câu 20: **(MĐ 104 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a,\ AD=\sqrt{3}a,\ AA'=2\sqrt{3}a$ (tham khảo hình vẽ).

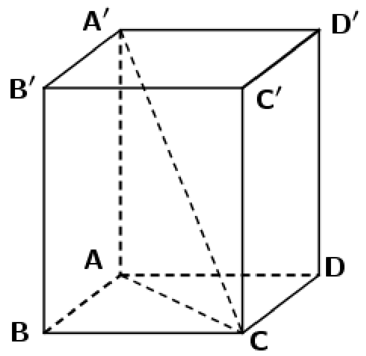


Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C

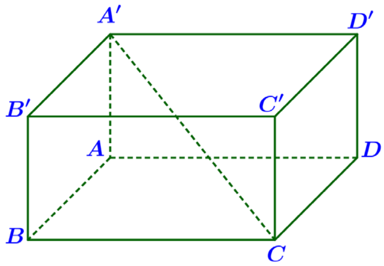


Do $A'A\perp(ABCD)$ nên AC là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $(ABCD)$

suy ra góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\widehat{A'CA}$.

$$\text{Có }\tan\widehat{A'CA}=\frac{A'A}{AC}=\frac{A'A}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\frac{2\sqrt{3}a}{\sqrt{a^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{A'CA}=60°.$$

Câu 21: **(MĐ 103 BGD&ĐT NĂM 2019-2020 – ĐỢT 2)** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, có $AB=AA'=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 30°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn A

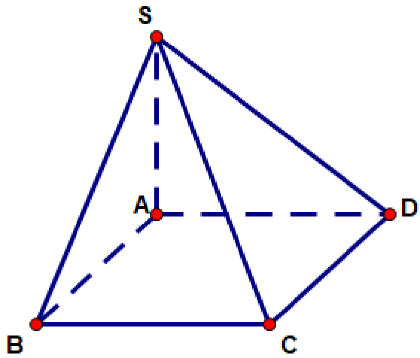
Vì $ABCD$ là hình chữ nhật, có $AB = a$, $AD = a\sqrt{2}$ nên

$AC = BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$

Ta có $\left(A'C;\left(ABCD\right)\right) = \left(A'C;CA\right) = \widehat{A'CA}$

Do tam giác $A'AC$ vuông tại A nên $\tan\widehat{A'AC} = \dfrac{AA'}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{A'AC} = 30^\circ$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp \left(ABCD\right)$ (tham khảo hình dưới đây).



Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là

A. $\widehat{ASD}$. **B.** $\widehat{DAS}$. **C.** $\widehat{SDA}$. **D.** $\widehat{SDC}$.

Lời giải

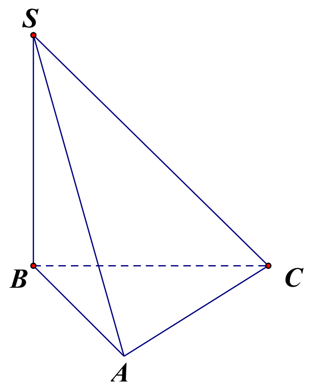
Chọn C

Hình chiếu của SD lên mp $\left(ABCD\right)$ là AD nên góc giữa SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là góc $\widehat{SDA}$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = a$, $SB \perp \left(ABC\right)$, $SB = a\sqrt{2}$. Gọi góc giữa SC và $\left(SAB\right)$ là α. Tính $\tan\alpha$.

A. $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\tan\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan\alpha = \sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} AC \perp AB \\ AC \perp SB \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SAB)$

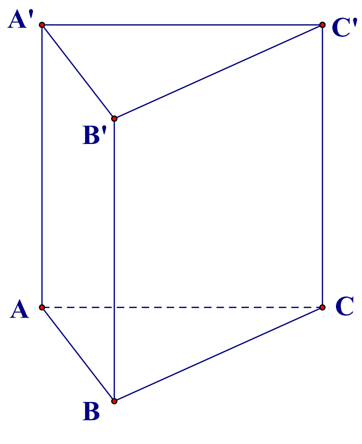
Suy ra, hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAB) là $SA \Rightarrow (SC;(SAB)) = (SC;SA) = \widehat{ASC} = \alpha$

Tam giác ABC vuông cân tại A nên $AC = AB = a$

Áp dụng định lý Py – ta – go vào tam giác SAB ta có: $SA = \sqrt{SB^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$

Tam giác SAC vuông tại A có: $\tan\widehat{ASC} = \dfrac{AC}{SA} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$

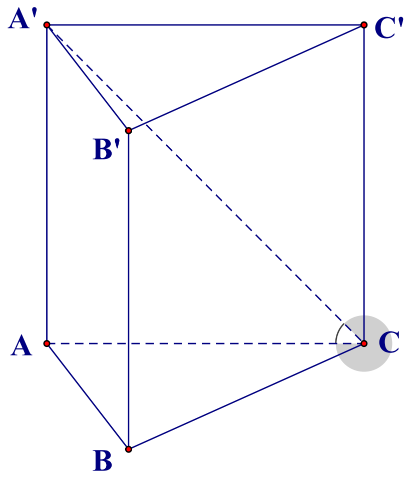
Câu 24: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC = a\sqrt{3}$, cạnh bên $AA' = 3a$.



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Ta có hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) là AC.

Nên $\left(A'C,(ABC)\right)=\left(A'C,AC\right)=\widehat{A'CA}$.

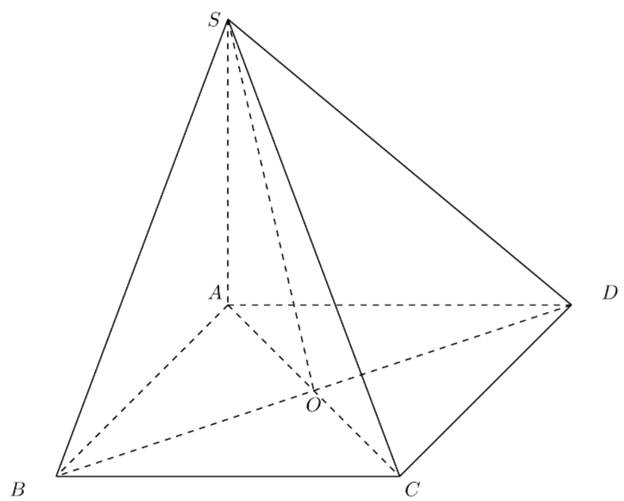
Ta có $\tan\widehat{A'CA}=\dfrac{A'A}{AC}=\dfrac{3a}{a\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{A'CA}=60^\circ$.

Do vậy $\left(A'C,(ABC)\right)=60^\circ$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{6}$. Gọi α là góc giữa SB và mặt phẳng (SAC). Tính $\sin\alpha$, ta được kết quả là

A. $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{14}}{14}$. **C.** $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\sin\alpha=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải



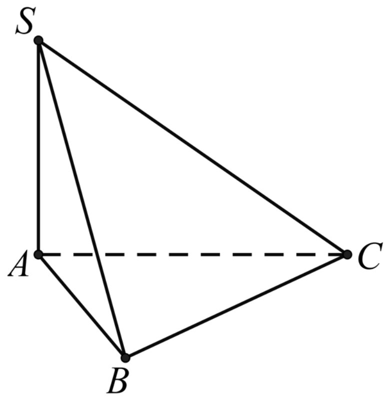
Dễ thấy $BO\perp(SAC)\Rightarrow\left(SB,(SAC)\right)=\widehat{BSO}$

$$\sin \widehat{BSO} = \frac{BO}{SB} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{14}$$

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$, $BC = \sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

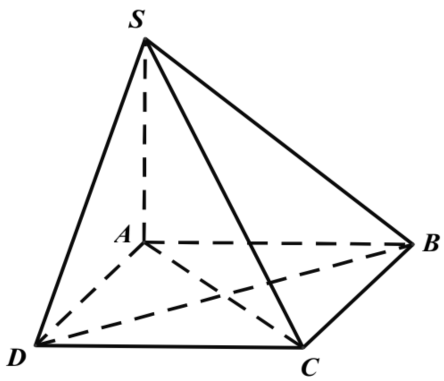


Ta có $SA \perp (ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng $\widehat{ACS}$.

$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{9a^2 + 3a^2} = 2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan \widehat{ACS} = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{2a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{ACS} = 30^\circ$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Số đo góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng:



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Lời giải

Ta có $DA \perp (SAB)$ suy ra SA là hình chiếu của SD lên mặt phẳng (SAB).

Ta có $\left(\widehat{SD,(SAB)}\right) = \left(\widehat{SD,SA}\right) = \widehat{ASD}$.

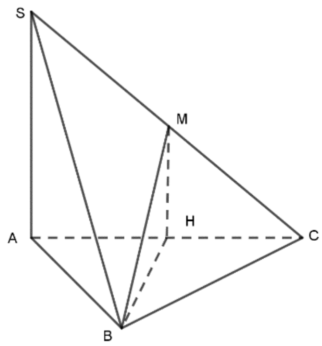
Tam giác SAD vuông tại A có $\tan\widehat{ASD}=\frac{AD}{SA}=\frac{a}{a}=1 \Rightarrow \widehat{ASD}=45°$

Vậy $\left(\widehat{SD,(SAB)}\right)=45°$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của SC. Tính côsin của góc φ giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

A. $\cos\varphi=\frac{\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{7}}{14}$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{5}}{7}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $AC \Rightarrow HM//SA, MH=\frac{SA}{2}=a$.

Mà $SA\perp(ABC)$.

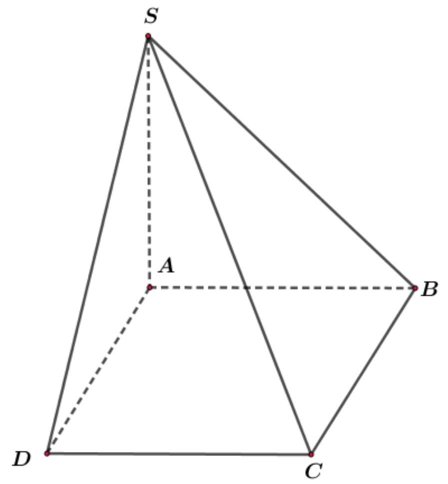
$\Rightarrow MH\perp(ABC)\Rightarrow(\widehat{BM,(ABC)})=(\widehat{BM,BH})=\widehat{MBH}$.

Ta có: $BH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BM=\sqrt{BH^2+MH^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+a^2}=\frac{a\sqrt{7}}{2}$

Trong tam giác vuông BMH ta có:

$$\cos\varphi=\cos\widehat{MBH}=\frac{BH}{BM}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a\sqrt{7}}{2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AC=5\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=5$. Góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

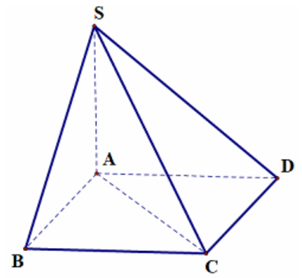
Ta có $\begin{cases} AD \perp AB \\ AD \perp SA \end{cases} \Rightarrow AD \perp (SAB)$

$\Rightarrow (SD,(SAB)) = (SD,SA) = \widehat{DSA}$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = 5$

$\Rightarrow \tan \widehat{DSA} = \dfrac{AD}{SA} = \dfrac{5}{5} = 1 \Rightarrow \widehat{DSA} = 45°$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

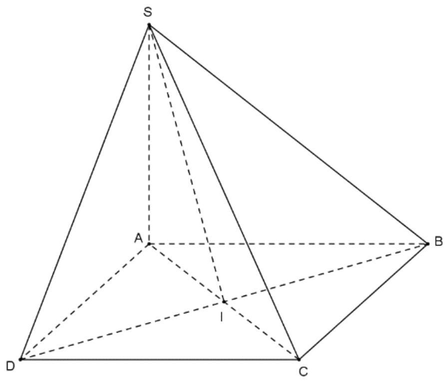
Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = \widehat{SCA} = \alpha$.

Mặt khác $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAC có $\tan \alpha = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^0$.

Câu 31: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên AI là hình chiếu vuông góc của SI lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó, góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc $(\widehat{SI, AI})$.

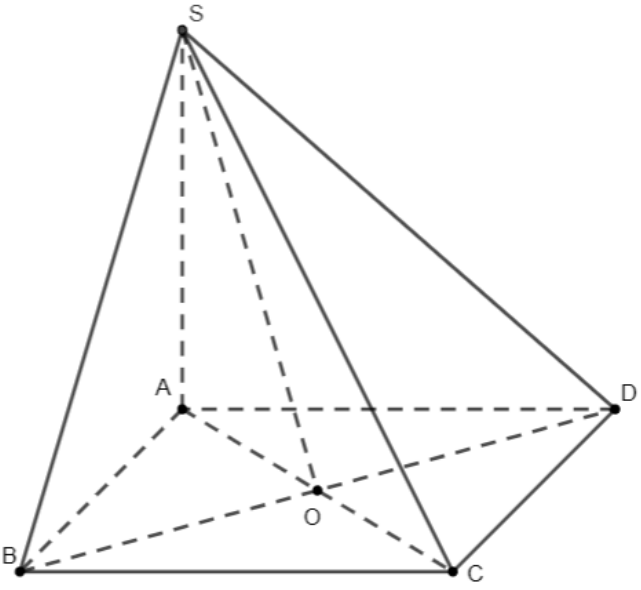
Xét tam giác SAI vuông tại A nên $\widehat{SIA} < 90° \Rightarrow (\widehat{SI, AI}) = \widehat{SIA}$.

$$\tan \widehat{SIA} = \frac{SA}{AI} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}.$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, tam giác ABD đều có cạnh bằng $a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Ta có $\left(SO,\left(ABCD\right)\right)=\left(SO,OA\right)=\widehat{SOA}$.

Xét tam giác SAO vuông tại SO có

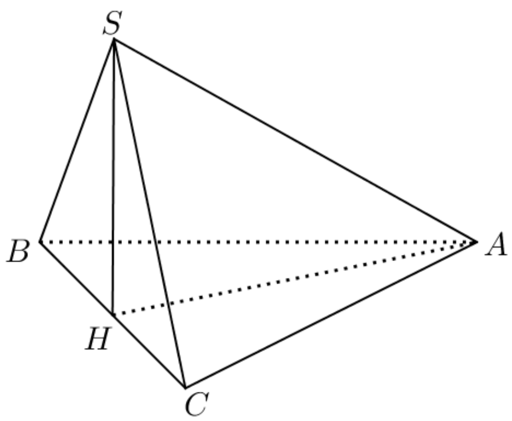
$$SA=\frac{3a\sqrt{2}}{2}, AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{AB^2-\left(\frac{BD}{2}\right)^2}=\sqrt{2a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{\sqrt{6}a}{2}.$$

Suy ra $\tan\widehat{SOA}=\frac{SA}{AO}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow\widehat{SOA}=30^\circ$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, đáy là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=a$. Côsin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



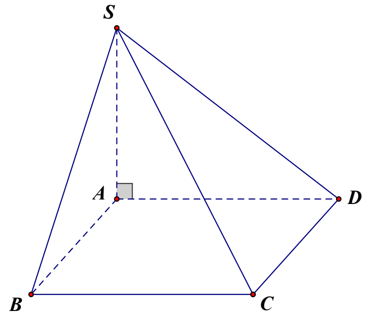
Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $\left(ABC\right)$.

Do $SA=SB=SC$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC hay H là trung điểm của

$BC \Rightarrow AH = \dfrac{a}{2}$.

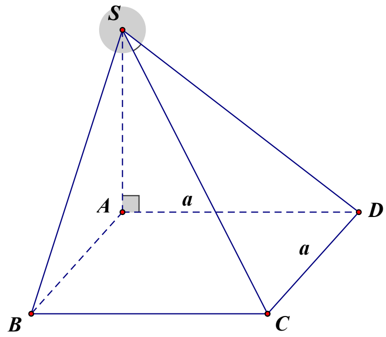
Ta có $\widehat{\left(SA,(ABC)\right)} = \widehat{SAH} = \alpha \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{AH}{SA} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính $\tan$ góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD)?



A. $\dfrac{\sqrt{19}}{19}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\sqrt{19}$.

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình vuông suy ra $CD \perp AD$ (1).

Mặt khác, theo giả thiết ta có $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $CD \perp (SAD) \Rightarrow SD$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (SAD) Do đó $\widehat{\left(SC,(SAD)\right)} = (SC,SD) = \widehat{CSD}$.

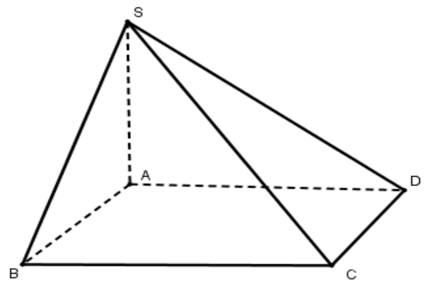
Xét tam giác SCD vuông tại D, ta có:

$$\tan\widehat{CSD} = \frac{CD}{SD} = \frac{CD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{a}{\sqrt{\left(3a\sqrt{2}\right)^2 + a^2}} = \frac{1}{\sqrt{19}} = \frac{\sqrt{19}}{19}.$$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, có $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Ta có

$BC \perp AB$.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$

Nên $BC \perp (SAB)$ và $BC \perp SB$.

Suy ra SC là hình chiếu của SB lên mặt phẳng (SAB).

Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là góc giữa SC và SB hay góc $\widehat{CSB}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$.

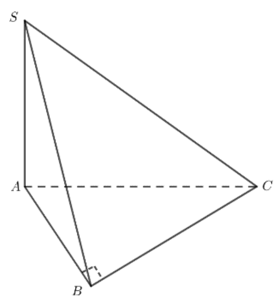
Trong tam giác SBC vuông tại B có: $\tan\widehat{CSB} = \dfrac{BC}{SB} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{CSB} = 30°$.

Vậy góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng $30°$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$, có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông cân tại B, $AC = a\sqrt{2}$, $SA = a$. Gọi α là góc giữa SC và mặt phẳng (SAB). Khi đó $\tan\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải



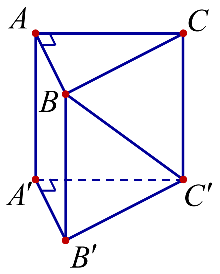
Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ (1), tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow BC \perp BA$ (2);

$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BA = BC = a$ và $SB = a\sqrt{2}$

Từ $(1),(2) \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{SC,(SAB)} = \widehat{SC,SB} = \widehat{BSC} = \alpha$

Tam giác SBC vuông tại $B \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{BC}{SB} = \dfrac{a}{a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC = AA' = a\sqrt{2}$. Tính tang của góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ABB'A')$.



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

ΔABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = AC = a$.

$\Delta ABA'$ vuông tại $A \Rightarrow A'B = a\sqrt{3}$.

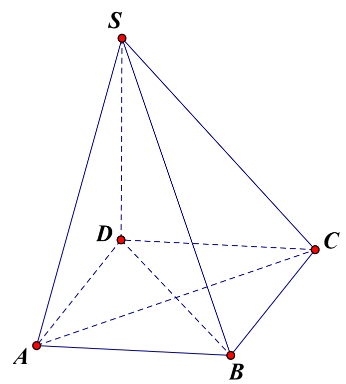
Ta có $\begin{cases} C'A' \perp A'B' \\ C'A' \perp AA' \end{cases} \Rightarrow C'A' \perp (ABB'A')$.

$\Rightarrow BA'$ là hình chiếu của BC' lên mặt phẳng $(ABB'A')$.

$\Rightarrow (BC';(ABB'A')) = (BC';BA')$.

$\Delta A'BC'$ vuông tại $A' \Rightarrow \tan\widehat{A'BC'} = \dfrac{A'C'}{A'B} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

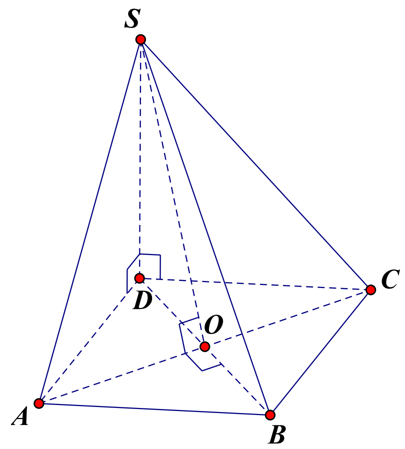
Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD = a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy.



Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBD) là:

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 60^0.

Lời giải



Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình vuông $ABCD$.

Vì $\begin{cases} SD \perp (ABCD) \\ AO \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SD \perp AO$.

Ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ AO \perp SD \end{cases} \Rightarrow AO \perp (SBD)$ nên SO là hình chiếu vuông góc của AS lên mặt phẳng (SBD) suy ra $(SA,(SBD)) = \widehat{ASO}$.

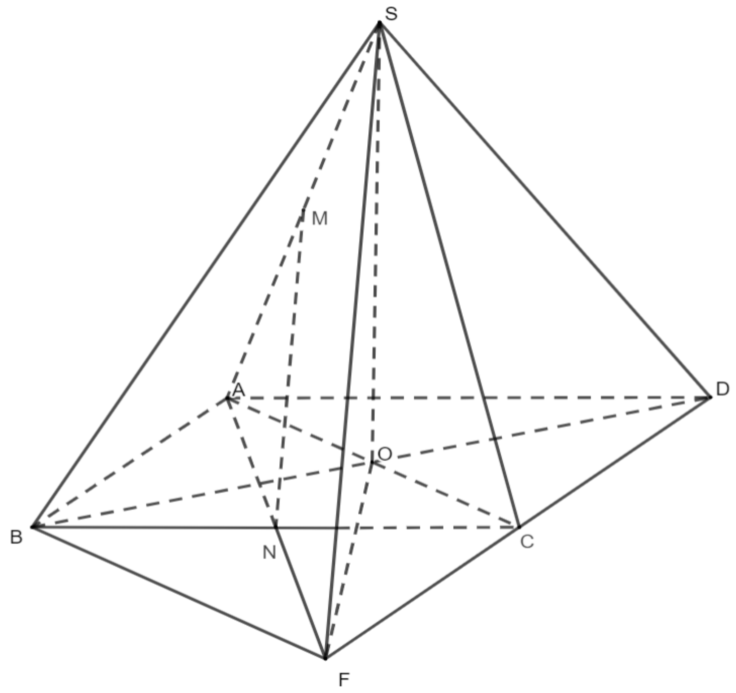
Tam giác AOS vuông tại O có: $AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA = \sqrt{SD^2 + DA^2} = a\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow \sin \widehat{ASO} = \frac{OA}{SA} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{ASO} = 30°.$$

Câu 39: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60^0, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải



Ta có $AN \cap CD = F \Rightarrow MN // SF$; $\left(MN,\left(ABCD\right)\right) = \left(SF,\left(ABCD\right)\right) = \widehat{SFO} = 60°$.

Với

$OC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; CF = CD = a \Rightarrow OF = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{2} - 2a\frac{a\sqrt{2}}{2}\cos 135°} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$

. Khi đó $SF = \frac{OF}{\cos 60°} = \frac{a\sqrt{10}}{2} : \frac{1}{2} = a\sqrt{10}$.

Ta có $OC \perp BD, OC \perp SO \Rightarrow OC \perp \left(SBD\right)$, lại có $OC // BF \Rightarrow BF \perp \left(SBD\right)$, do vậy $\left(MN,\left(SBD\right)\right) = \left(SF,\left(SBD\right)\right) = \widehat{FSB}$.

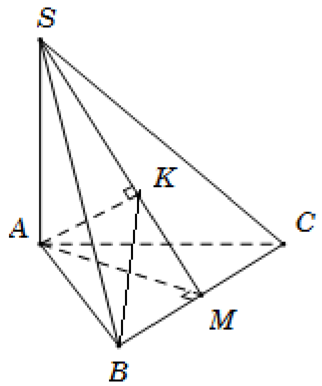
$BF = 2OC = a\sqrt{2}$ (OC là đường trung bình trong tam giác BDF), $SB = \sqrt{SF^2 - BF^2} = 2\sqrt{2}a$.

Vậy $\cos\widehat{BSF} = \frac{SB}{SF} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC đều cạnh có độ dài bằng a. Gọi $\alpha = \left(AB,\left(SBC\right)\right)$, khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC. Kẻ đường cao AK của tam giác SAM.

Tam giác ABC đều $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Suy ra $\alpha = (AB,(SBC)) = (AB,KB) = \widehat{ABK}$.

Xét tam giác ABM vuông tại A có

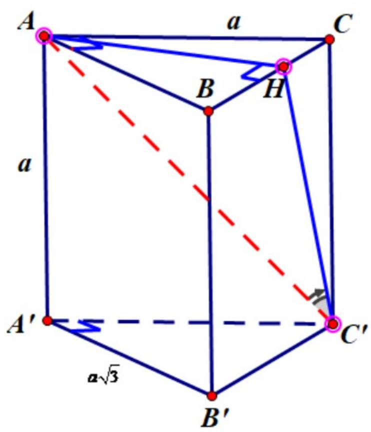
$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5}{3a^2} \Leftrightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vì $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp BK$. Xét tam giác ABK vuông tại K có $\sin\alpha = \sin\widehat{ABK} = \frac{AK}{AB} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại $A, AB = a\sqrt{3}, AC = AA' = a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải



Hạ $AH \perp BC$, ta có $AH \perp (BCC'B')$. Do đó, $(AC';(BCC'B')) = \widehat{AC'H}$.

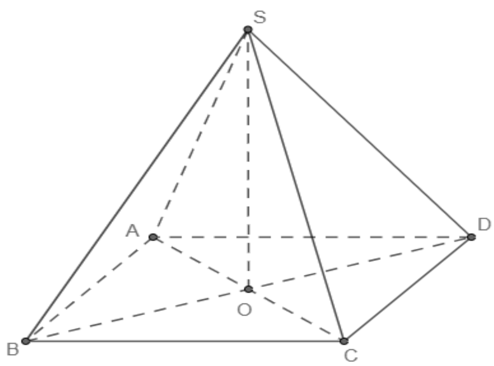
Trong tam giác ABC, ta có $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{4}{3a^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $\sin\widehat{AC'H}=\frac{AH}{AC'}=\frac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, O là giao điểm của AC và BD, $\widehat{ABC}=60°$; SO vuông góc với $(ABCD)$ và $SO=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) nằm trong khoảng nào sau đây?

A. $(53°;61°)$. **B.** $(62°;66°)$. **C.** $(27°;33°)$. **D.** $(25°;27°)$.

Lời giải



Ta có: $BD\perp AC$ và $BD\perp SO$

nên $BD\perp(SAC)\Rightarrow(SBD)\perp(SAC)$.

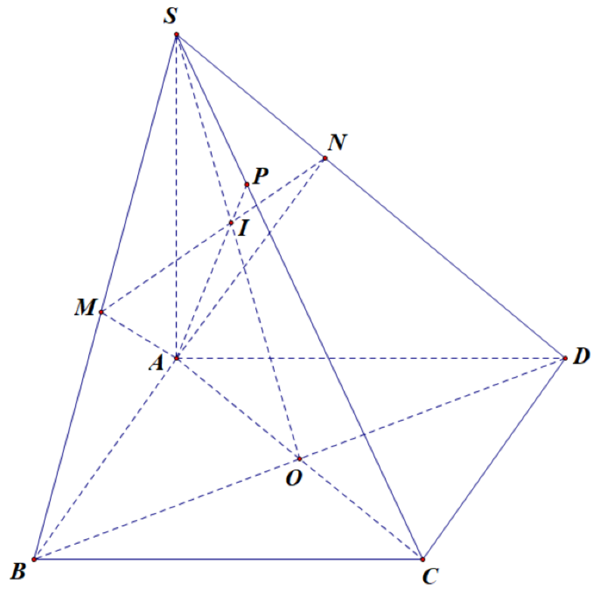
Mà $(SBD)\cap(SAC)=SO\ \Rightarrow\left(\widehat{SB,(SAC)}\right)=\left(\widehat{SB,SO}\right)=\widehat{BSO}$.

Ta có: $\tan\widehat{BSO}=\frac{OB}{SO}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\Rightarrow\widehat{BSO}=\arctan\frac{1}{2}\approx 26,56°$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M; N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD. Khi đó góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng

A. 45^o **B.** 60^o **C.** 30^o **D.** 90^o

Lời giải



Cách 1:

Gọi $AC \cap BD = O,\ SO \cap MN = I,\ AI \cap SC = P$.

$AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$ và $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$, do đó: $SC \perp (AMN)$ hay $SC \perp (AMPN)$.

Suy ra: $(SB,(AMN)) = (SM,(AMPN)) = \widehat{SMP}$.

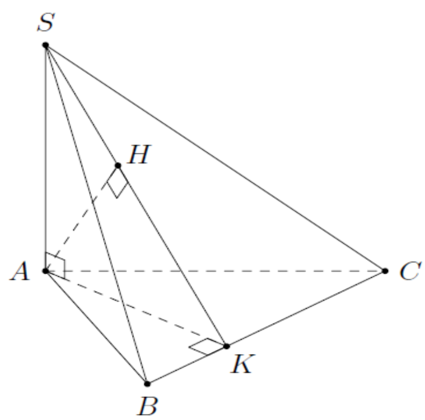
Ta có: $SM = \dfrac{SA^2}{SB} = \dfrac{2a^2}{\sqrt{2a^2+a^2}} = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$; $SP = \dfrac{SA^2}{SC} = \dfrac{2a^2}{\sqrt{2a^2+2a^2}} = a$.

Nên $\sin\widehat{SMP} = \dfrac{SP}{SM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SMP} = 60^o$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{5}$, đáy là tam giác vuông tại A với $AB = a$, $AC = 2a$. Gọi α là góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC). Giá trị của $\tan\,\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{2}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** 2.

Lời giải



Dựng AK vuông góc BC, AH vuông góc SK.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AK \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp SK$ nên $AH \perp (SBC)$.

Do đó SK là hình chiếu vuông góc của SA trên mặt phẳng (SBC) nên

$\alpha = (SA,(SBC)) = (SA, SK) = \widehat{ASK}$.

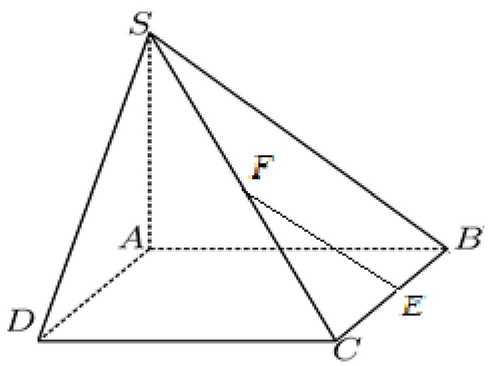
Ta có $AK = \dfrac{AB \cdot AC}{BC} = \dfrac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Khi đó, $\tan\alpha = \dfrac{AK}{AS} = \dfrac{\frac{2a\sqrt{5}}{5}}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{5}$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SC. Góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng.

A. 45^0. **B.** 30^o. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Lời giải



Ta có:

$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow (\widehat{EF,(SAD)}) = (\widehat{BS,(SAD)}) = (\widehat{BS, AS}) = \widehat{BSA}$.

Xét tam giác SAB vuông tại A và có $SA = AB$ suy ra $\widehat{BSA} = 45^0$.

Vậy góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng 45^0.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh $4a$, $SO \perp (ABC)$. Gọi I là trung điểm cạnh CD, H là hình chiếu vuông góc của điểm O trên SI. Biết $OH = a\sqrt{2}$. Khi đó số đo của góc giữa đường thẳng SO và (SCD) bằng

A. $30°$ **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

$\left.\begin{matrix} SO \perp (ABCD) \\ CD \subset (ABCD) \end{matrix}\right\} \Rightarrow SO \perp CD, OI \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOI)$.

$OH \subset (SOI) \Rightarrow OH \perp CD$, $OH \perp SI \Rightarrow OH \perp (SIO) \Rightarrow (SO,(SCD)) = \widehat{OSI}$.

$OI = 2a, OH = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta OHI$ vuông cân tại $H \Rightarrow \widehat{HIO} = 45° \Rightarrow \widehat{OSI} = 45°$.

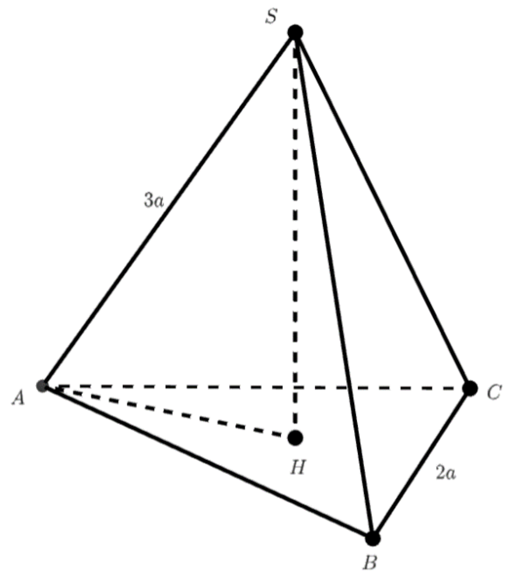
$SD = \sqrt{SO^2 + OD^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}} = a \Rightarrow SD = SC = CD = a \Rightarrow \Delta SCD$ đều $\Rightarrow \widehat{SDC} = 60°$.

Suy ra $(AB, SD) = (CD, SD) = \widehat{SDC} = 60°$.

Câu 47: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy là $2a$, $SA = 3a$. Tính **sin** của góc giữa BC và mặt phẳng (SAB)?

A. $\frac{\sqrt{46}}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{23}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{46}}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{23}}{4}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của S xuống đáy.

$AH = \frac{2}{3}h_{\Delta ABC} = \frac{2}{3}.\frac{2\sqrt{3}}{2}a = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Chiều cao $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{(3a)^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{\sqrt{69}}{3}a$.

Diện tích tam giác ABC: $S_{\Delta ABC} = \frac{\text{canh}^2.\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC = \frac{1}{3}.\text{SH}.S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{23}}{3}a^3$.

Diện tích tam giác SAB: $S_{\Delta SAB}=\sqrt{p(p-SA)(p-SB)(p-AB)}=2\sqrt{2}a^2$

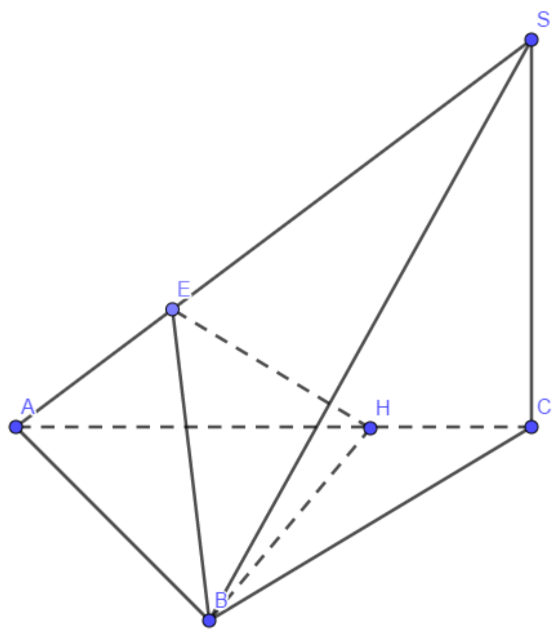
Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) là: $d\left[C;(SAB)\right]=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta ABC}}=\dfrac{\sqrt{46}}{4}a.$

Sin góc giữa BC và mặt phẳng (SAB): $\sin=\dfrac{d\left[C;(SAB)\right]}{BC}=\dfrac{\sqrt{46}}{8}.$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông ở B với $AB=3$, $BC=4$, $SC\perp(ABC)$, $d(C;SA)=4$.Gọi E là hình chiếu của B lên SA Tính côsin của góc tạo bởi BE và (SAC).

A. $\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{17}}{17}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{34}}{17}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$.

Lời giải



Ta có

$SC\perp(ABCD)$

Kẻ $BH\perp AC(H\in AC)\Rightarrow BH\perp(SAC)$.

Ta có: $BE\perp SA$.

Suy ra góc tạo bởi hai mặt phẳng BE và (SAC) bằng góc $\widehat{BEH}$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có $BH\perp AC(H\in AC)$.

Suy ra $BH=\dfrac{BA.BC}{\sqrt{BA^2+BC^2}}=\dfrac{12}{5}$.

$$AH.AC = AB^2 \Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB^2}{AC^2} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{d(H;SA)}{d(C;SA)} = \frac{9}{25} \Rightarrow \frac{HE}{4} = \frac{9}{25} \Rightarrow HE = \frac{36}{25}.$$

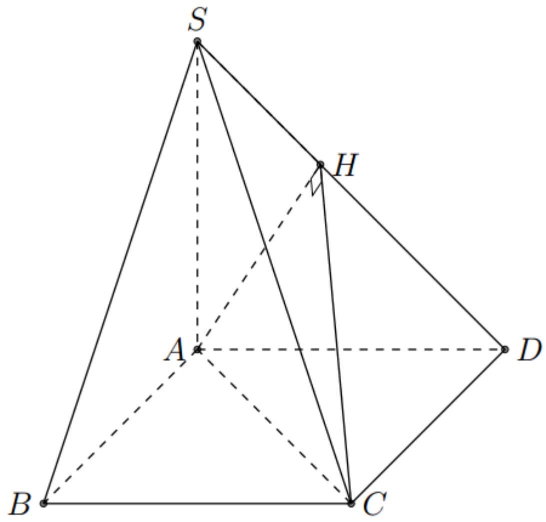
Xét tam giác BHE vuông tại H có

$$\tan\widehat{BEH} = \frac{BH}{HE} = \frac{5}{3} \Rightarrow \cos\widehat{BEH} = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\widehat{BEH}}} = \frac{3\sqrt{34}}{34}.$$

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Biết rằng $AB = a, SD = a\sqrt{5}$. Góc giữa đường thẳng AC và mặt phẳng (SCD) thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0°;20°)$. **B.** $(20°;40°)$. **C.** $(40°;60°)$. **D.** $(60°;80°)$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SD$ tại H.

Ta có $AH \perp CD$.

Suy ra $AH \perp (SCD)$.

Khi đó HC là hình chiếu vuông góc của AC lên mặt phẳng (SCD).

Suy ra $\widehat{(AC,(SCD))} = \widehat{(AC,HC)} = \widehat{ACH}$.

Tam giác SAD vuông tại A và AH là đường cao nên

$SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = 2a$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AS^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AH = \frac{2\sqrt{5}}{5}a.$$

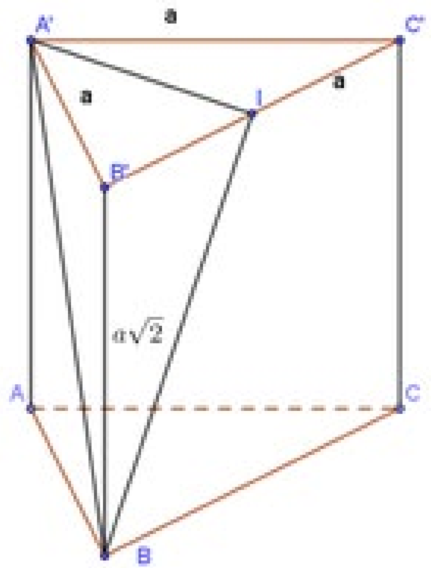
Tam giác AHC vuông tại H nên

$\sin C = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{\frac{2\sqrt{5}}{5}a}{\sqrt{2}\,a} = \dfrac{\sqrt{10}}{5} \Rightarrow \widehat{C} = 39,23°$.

Câu 50: Cho hình lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

Ta có: $\begin{cases} A'I \perp B'C' \\ A'I \perp BB' \end{cases} \Rightarrow A'I \perp (BCC'B')$.

Suy ra: IB là hình chiếu vuông góc $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$.

Khi đó: $(A'B;(BCC'B')) = (A'B;IB) = \widehat{A'BI}$.

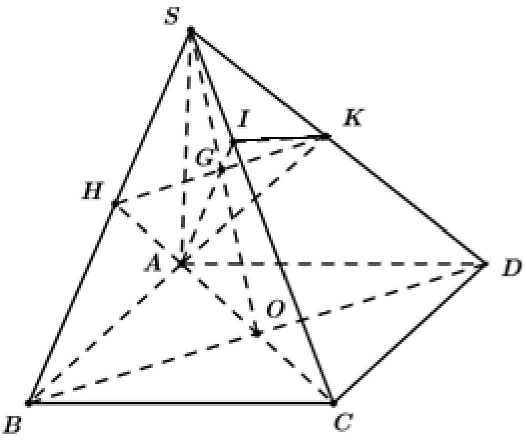
Xét tam giác vuông $A'BI$ có: $\sin\widehat{A'BI} = \dfrac{A'I}{A'B} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2.a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$.

Suy ra: $\widehat{A'BI} = 30^0$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên SB, SD. tan của góc tạo bởi đường thẳng SD và mặt phẳng (AHK) bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi $G = SO \cap HK, I = AG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$

Từ đó:

$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp SC$

Hoàn toàn tương tự: $AK \perp (SCD) \Rightarrow AK \perp SC$

Từ,:

$\begin{cases} SC \perp AH \\ SC \perp AK \end{cases} \Rightarrow SC \perp (AHK)$

$\Rightarrow SI \perp (AHK)$

$\Rightarrow I$ là hình chiếu vuông góc của S trên (AHK)

$\Rightarrow IK$ là hình chiếu vuông góc của SD trên (AHK)

$\Rightarrow (SD,(AHK)) = (SK,(AHK)) = (SK, IK) = \widehat{SKI}$

Xét Δ vuông SAC có: $SA = a; AC = a\sqrt{2}; AI \perp SC$

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Xét ΔSAD: $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{2}$

Do SAD vuông cân tại $A \Rightarrow KS = KD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Xét ΔSIK vuông tại I có:

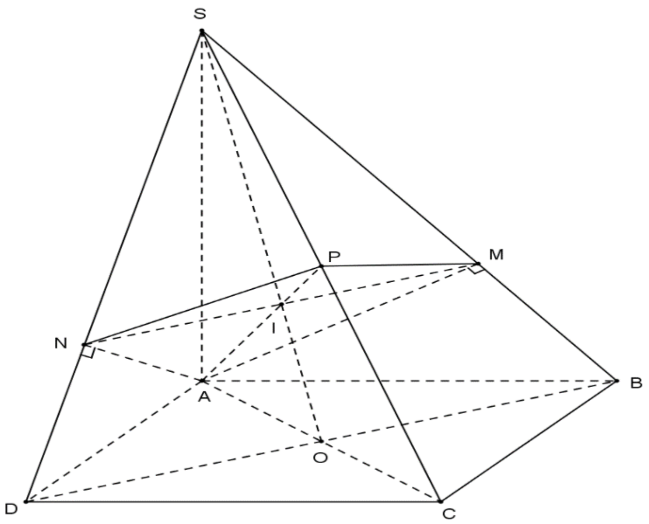
$$IK = \sqrt{SK^2 - SI^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\Rightarrow \tan\widehat{SKI} = \frac{SI}{IK} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{6}}{6}} = \sqrt{2}$$

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; $SA = a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của đỉnh A lên các cạnh SB và SD. Khi đó giá trị tan của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (AMN) bằng:

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Lời giải



Gọi $P = SC \cap (AMN)$; $O = AC \cap BD \Rightarrow MN$; AP; SO đồng quy tại I

Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AM$

Mà $AM \perp SB$ nên $AM \perp (SBC) \Rightarrow AM \perp SC$

$\begin{cases} SA \perp CD \\ AD \perp CD \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AN$

Mà $AN \perp SD$ nên $AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp SC$

Do đó $SC \perp (AMN) \Rightarrow AP \perp SC$ và PM là hình chiếu của SM trên mặt phẳng (AMN) hay PM là hình chiếu của SB trên mặt phẳng (AMN)

$$\Rightarrow \widehat{(SB;(AMN))} = \widehat{(SB;PM)} = \widehat{SMP}$$

Ta có: $\frac{SP}{SC}=\frac{SA^2}{SC^2}=\frac{3}{5}\Rightarrow SP=\frac{3}{5}.a\sqrt{5}$

$\frac{SM}{SB}=\frac{SA^2}{SB^2}=\frac{3}{4}\Rightarrow SM=\frac{3}{2}.a$

$\tan SMB=\frac{SP}{PM}=\frac{3a\sqrt{5}}{5}:\frac{3}{2\sqrt{5}}a=2$