SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT ĐỘI CẤN

(HDC có 01 trang)

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI THEO CẤU TRÚC TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2024- 2025

Môn: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)
BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	B	D	A	A	D	A	A	A	C	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.
Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm
-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) S	a) Đ
b) S	b) S	b) Đ	b) S
c) Đ	c) Đ	c) Đ	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.
(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	4	100	47,4	0,4	18,8	104

SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT ĐỘI CẤN

(Đáp án ch tiết có 15 trang)

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI THEO CẤU TRÚC TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2024- 2025

Môn: TOÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho A và $\overline{A}$ là hai biến cố đối nhau. Khẳng định nào dưới đây luôn **đúng**?

A. $P(A)=1+P(\overline{A})$. **B.** $P(A)=P(\overline{A})$. **C.** $P(A)=1-P(\overline{A})$. **D.** $P(A)+P(\overline{A})=0$.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất xác suất ta có $P(A)=1-P(\overline{A})$

Câu 2. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2022 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Hỏi trong khoảng thời gian từ năm 2022 đến năm 2032 dân số của thị trấn đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. 6 nghìn người. **B.** 18 nghìn người. **C.** 2 nghìn người. **D.** $18,5$ nghìn người.

Lời giải

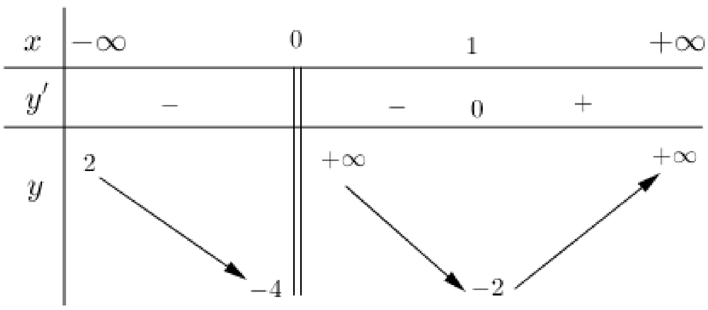
Chọn B

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ với $t\in[0;10]$ suy ra $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}>0,\ \forall t\in[0;10]$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên đoạn $[0;10]$.

Vậy dân số đạt giá trị lớn nhất bằng $f(10)=18$ (nghìn người).

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ Không tồn tại tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ .Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=2$.

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-4$. Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=0$.

Tổng số tiệm cận đứng và ngang là 2.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}(2;1)$, $\vec{b}(3;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ là

A. $\vec{a}-\vec{b}=(-1;2)$. **B.** $\vec{a}-\vec{b}=(1;2)$. **C.** $\vec{a}-\vec{b}=(1;-2)$. **D.** $\vec{a}-\vec{b}=(-1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ là: $\vec{a}-\vec{b}=(2-3;1+1)=(-1;2)$

Câu 5. Mỗi ngày bà Minh đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bà Minh trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $1,5(km)$. **B.** $0,9(km)$. **C.** $0,6(km)$. **D.** $0,3(km)$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R=x_{\max}-x_{\min}=4,2-2,7=1,5(km)$

Câu 6. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Độ lệch chuẩn càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

B. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của phương sai.

C. Phương sai càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

D. Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là căn bậc hai số học của độ lệch chuẩn.

Lời giải

Chọn D

Dựa theo lý thuyết sách giáo khoa ‘căn bậc hai số học của phương sai chính là độ lệch chuẩn’.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ là

A. $F(x)=e^x+x^2+C$ **B.** $F(x)=e^x+2x+C$

C. $F(x)=e^x+2$ **D.** $F(x)=e^x-x^2+C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x)=\int(e^x+2x)\mathrm{d}x=e^x+x^2+C$

Câu 8. Giả sử $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=37$ và $\int_0^9 g(x)\mathrm{d}x=-16$. Khi đó, $I=\int_0^9[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=26$. **B.** $I=58$. **C.** $I=143$. **D.** $I=122$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\int_0^9[2f(x)+3g(x)]\mathrm{d}x=2\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x+3\int_0^9 g(x)\mathrm{d}x=26$.

Câu 9. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2^x$, $y=1$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

A. $S=\int_0^2(1-2^x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^2|1-2^x|\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_0^2|2^x-1|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2(2^x-1)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A

Xét $x\in[0;2]$, ta có $2^x\ge 2^0 \Leftrightarrow 2^x\ge 1$ nên $|2^x-1|=|1-2^x|=2^x-1$.

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int_0^2|2^x-1|\mathrm{d}x=\int_0^2|1-2^x|\mathrm{d}x=\int_0^2(2^x-1)\mathrm{d}x$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

C. $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2+z^2=2$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ có bán kính 2 có phương trình là: $(x+2)^2+(y-3)^2+z^2=4$.

Câu 11. Phương trình $2\cos x-1=0$ có họ nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.;(k\in\mathbb{Z})$ **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.;(k\in\mathbb{Z})$

C. $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.;(k\in\mathbb{Z})$ **D.** $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.;(k\in\mathbb{Z})$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2\cos x-1=0\Leftrightarrow \cos x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.;k\in\mathbb{Z}$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x-1=3\Leftrightarrow x=4$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+2x-4}{x-2}$. Xét các khẳng định sau:

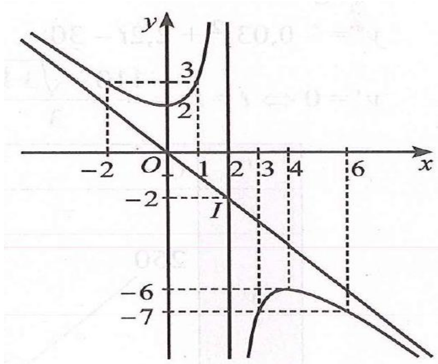
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt là 0 và 3 suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

c) Bảng biến thiên của hàm số là

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\infty$

d) Hàm số đã cho có đồ thị như sau



Lời giải

Câu 1	a)	b)	c)	d)
ý	**Đ**	**S**	**Đ**	**Đ**

a) Đúng. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{-x^2+2x-4}{x-2} = -\infty$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$.

b) Sai. $y' = \dfrac{-x^2+4x}{(x-2)^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow -x^2+4x=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=4$.

c) Đúng.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x^2+2x-4}{x-2} = -\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x^2+2x-4}{x-2} = +\infty$$

Trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(4;+\infty)$, $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng này.

Trên các khoảng $(0;2)$ và $(2;4)$, $y'>0$ nên hàm số đồng biến trên trên từng khoảng này.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0, y_{CT}=2$; đạt cực đại tại $x=4, y_{CĐ}=-6$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	-6	$\searrow$	$-\infty$

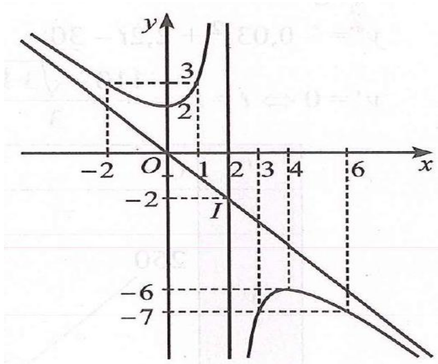
d) Đúng. Đồ thị

Giao điểm của đồ thị với trục tung: $(0;2)$.

Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

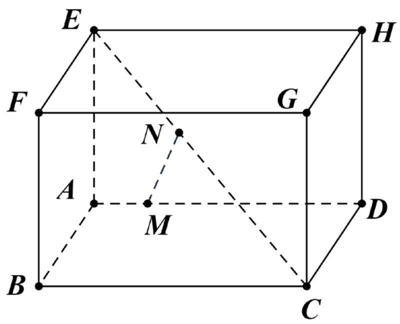
Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-2;3),(0;2)$, $(1;3),(3;-7),(4;-6),(6;-7)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-4}{x-2}$ được cho ở hình vẽ.



Đồ thị hàm số nhận giao điểm $I(2;-2)$ của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng và nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi hai đường tiệm cận đó làm trục đối xứng.

Câu 2. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB=AE=2$, $AD=3$ và đặt $\vec{a}=\overrightarrow{AB},\ \vec{b}=\overrightarrow{AD},\ \vec{c}=\overrightarrow{AE}$. Lấy hai điểm M, N thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{EN}=\dfrac{2}{5}\overrightarrow{EC}$ (*tham khảo hình vẽ*).



Xét các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{MA}=-\dfrac{1}{5}\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\left(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)$.

c) $\left(m.\vec{a}+n.\vec{b}+p.\vec{c}\right)^2=m^2.\vec{a}^2+n^2.\vec{b}^2+p^2.\vec{c}^2$ với m,n,p là các số thực.

d) $MN=\frac{\sqrt{61}}{5}$.

Lời giải

Câu 2	a)	b)	c)	d)
ý	Đ	S	Đ	Đ

a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{MA}=-\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) Sai: $\overrightarrow{EN}=\frac{2}{5}\overrightarrow{EC}=\frac{2}{5}\left(\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{EA}\right)=\frac{2}{5}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

c) Đúng: $\left(m.\vec{a}+n.\vec{b}+p.\vec{c}\right)^2=m^2.\vec{a}^2+n^2.\vec{b}^2+p^2.\vec{c}^2+2mn.\vec{a}.\vec{b}+2np.\vec{b}.\vec{c}+2mp.\vec{a}.\vec{c}$

$=m^2.\vec{a}^2+n^2.\vec{b}^2+p^2.\vec{c}^2$. (vì $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ đôi một vuông góc nên $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{c}=\vec{a}.\vec{c}=0$).

d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EN}=-\frac{1}{5}\vec{b}+\vec{c}+\frac{2}{5}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)=\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}$.

$$MN^2=\overrightarrow{MN}^2=\left(\frac{2}{5}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{3}{5}\vec{c}\right)^2=\frac{4}{25}\vec{a}^2+\frac{1}{25}\vec{b}^2+\frac{9}{25}\vec{c}^2=\frac{4}{25}.4+\frac{1}{25}.9+\frac{9}{25}.4=\frac{61}{25}$$

Suy ra $MN=\frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$, $C(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$.

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases}x=1+2t\\y=2+2t\\z=-3+2t\end{cases}\quad(t\in\mathbb{R}).$$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AC}=(-1;-1;-3)$.

c) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm A,C và vuông góc với (P) có phương trình là $(R):x-y+1=0$.

d) Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+4y-4z+5=0$ cắt mặt phẳng (P) tại B. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông. Khi đó, độ dài MB lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Câu 3	a)	b)	c)	d)
ý	S	Đ	Đ	S

a) Sai

$+(P)$: $2x+2y-z+9=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;2;-1)$

+ Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\overrightarrow{n_P}=(2;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=-3-t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

b) Đúng. Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AC}=(0-1;1-2;-6+3)=(-1;-1;-3)$

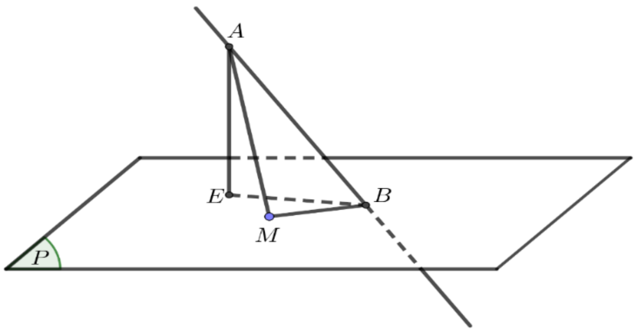
c) Đúng.

$\overrightarrow{AC}(-1;-1;-3)$, (P): $2x+2y-z+9=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(2;2;-1)$, $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{n_P}\right]=(7;-7;0)$

Mặt phẳng (R) đi qua điểm A, C và vuông góc với (P) nên nhận làm vecto $\overrightarrow{n_R}(1;-1;0)$ cùng phương với $\left[\overrightarrow{AC},\overrightarrow{n_P}\right]=(7;-7;0)$ là vectơ pháp tuyến

Phương trình là $(R): x-y+1=0$.

d) Sai



+ Đường thẳng d đi qua $A(1;2;-3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4;-4)$ có phương trình là $\begin{cases} x=1+3a \\ y=2+4a \\ z=-3-4a \end{cases}$ $(a\in\mathbb{R})$.

+ Ta có: $B\in d$ nên $B(1+3a;2+4a;-3-4a)$ mà $B\in(P)$ suy ra:

$2(1+3a)+2(2+4a)-(-3-4a)+9=0 \Leftrightarrow a=-1 \Rightarrow B(-2;-2;1) \Rightarrow AB=\sqrt{41}$

+ Ta có: $MB^2=AB^2-MA^2$. Do đó $(MB)_{\max}$ khi và chỉ khi $(MA)_{\min}$.

+ Gọi E là hình chiếu của A lên (P). Ta có: $AM\geq AE$, với $AE = d\left(A,(P)\right) = \dfrac{\left|2.1+2.2-(-3)+9\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}} = 6$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $M \equiv E$.

Khi đó $(AM)_{\min} = AE = 6 \Rightarrow (MB)_{\max} = EB = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{5}$.

Câu 4. Một phân xưởng có 80% công nhân là nữ. Tỉ lệ công nhân có tay nghề cao của nam là 40%, tỉ lệ công nhân có tay nghề cao của nữ là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 công nhân của phân xưởng. Gọi A là biến cố "Công nhân được chọn là nữ" và B là biến cố "Công nhân được chọn có tay nghề cao".

a) $P(B\,|\,\overline{A}) = 0,4.$

b) $P(B) = 0,43.$

c) $P(\overline{A}\,|\,B) = \dfrac{2}{13}.$

d) $P(A\,|\,B) = \dfrac{11}{13}.$

Lời giải

Câu 4	a)	b)	c)	d)
ý	Đ	S	Đ	Đ

a)Đúng

Vì tỉ lệ công nhân có tay nghề cao của nam là $40\% \Rightarrow P(B\,|\,\overline{A}) = 0,4$.

b) Sai

$$P(A) = 0,8; P(\overline{A}) = 0,2; P(B\,|\,A) = 0,55 \Rightarrow P(B) = P(A).P(B\,|\,A) + P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A}) = 0,52.$$

c) Đúng

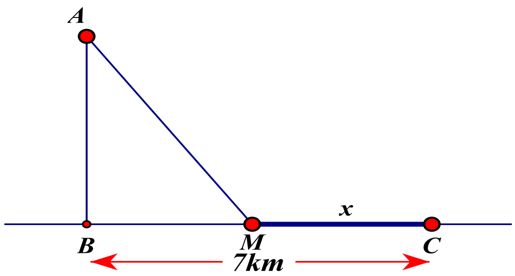
Vì $P(\overline{A}\,|\,B) = \dfrac{P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A})}{P(B)} = \dfrac{0,2.0,4}{0,52} = \dfrac{2}{13}$.

d)Đúng

$$P(A\,|\,B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B\,|\,A)}{P(B)} = \frac{0,8.0,55}{0,52} = \frac{11}{13}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 4(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7(km)$. Người canh hải đăng phải chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6(km/h)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10(km/h)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



Lời giải

Trả lời: 4

Đặt $MC = x$ (km), $x \in [0;7]$.

Quãng đường $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{16 + (7-x)^2} \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường AM là $\dfrac{\sqrt{16+(7-x)^2}}{6}$ (giờ). Quãng đường $MC = x \Rightarrow$ thời gian đi quãng đường MC là $\dfrac{x}{10}$ (giờ).

Tổng thời gian đi từ A đến C là $y = \dfrac{1}{6}\sqrt{16+(7-x)^2} + \dfrac{1}{10}x$ (với $0 \le x \le 7$).

Đạo hàm $y' = \dfrac{1}{6}.\dfrac{x-7}{\sqrt{16+(7-x)^2}} + \dfrac{1}{10}$; $y' = 0 \Leftrightarrow 6\sqrt{16+(7-x)^2} = 10(7-x) \Leftrightarrow x = 4$.

Giá trị $y(0) = \dfrac{1}{6}\sqrt{65}$, $y(7) = \dfrac{41}{30}$, $y(4) = \dfrac{37}{30}$.

Vậy GTNN là $y(4) = \dfrac{37}{30}$, tức là khoảng cách $x = 4$ (km).

Câu 2. Người ta trồng 15050 cây theo dạng một hình tam giác bậc thang như sau: Hàng thứ nhất trồng 2 cây, hàng thứ hai trồng 5 cây, hàng thứ ba trồng 8 cây, … , cứ tiếp tục trồng cho đến khi hết số cây và hàng cuối cùng có đủ số cây theo quy luật này. Tính số hàng cây được trồng.

Lời giải

Trả lời: 100

Gọi u_n là số cây của hàng thứ n.

Với $u_1 = 2$, $u_2 = 5$, $u_3 = 8$, … và $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + ... + u_n = 15050$.

Khi đó (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 2$, công sai $d = 3$.

Ta có: $S_n = 15050$

$$\Leftrightarrow \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2} = 15050 \Leftrightarrow n(3n+1) = 30100$$

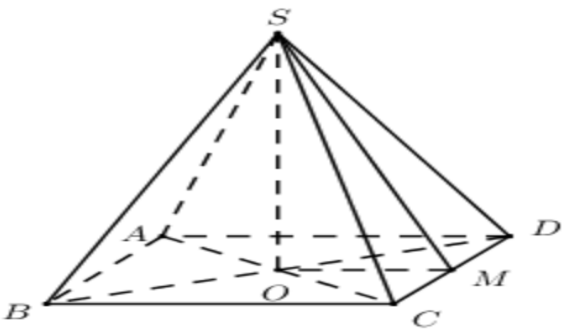
$\Leftrightarrow 3n^2+n-30100=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=100 \\ n=-\dfrac{301}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow n=100$ (vì $n\in\mathbb{N}^*$).

Vậy số hàng cây được trồng là 100.

Câu 3. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m. Tính số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó (theo đơn vị độ, làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: $47,4$.



Gọi hình chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ như hình vẽ , $O=AC\cap BD$, M là trung điểm của DC.
Góc nhị diện tạo bởi mỗi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là bằng nhau.
Xét góc nhị diện tạo bởi mặt bên (SCD) và mặt đáy $(ABCD)$ là $[S,CD,O]$.

Ta có $SM\perp CD$ và $OM\perp CD$, suy ra $\widehat{SMO}$ là góc phẳng nhị diện $[S,CD,O]$.

Xét tam giác SMO ta có $OM=\dfrac{BC}{2}=90$ (m)

$\tan\widehat{SMO}=\dfrac{SO}{OM}=\dfrac{98}{90}=\dfrac{49}{45}\Rightarrow \widehat{SMO}\approx 47,4°$.

Vậy số đo góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp đó bằng $47,4°$.

Câu 4. Sáu bạn An, Bình, Cường, Dũng, Đức, Nam xếp thành một hàng ngang theo thứ tự ngẫu nhiên. Tính xác suất để An đứng cạnh Bình, biết rằng An không đứng cạnh Đức.

Lời giải

Trả lời: $0,4$

Gọi M là biến cố "An đứng cạnh Bình", N là biến cố "An không đứng cạnh Đức"

Ta có $P(M)=\frac{2.5!}{6!}=\frac{1}{3}$; $P(M\bar{N})=\frac{2.4!}{6!}=\frac{1}{15}$; $P(N)=1-P(\bar{N})=1-\frac{2.5!}{6!}=\frac{2}{3}$

$P(MN)=P(M)-P(M\bar{N})=\frac{1}{3}-\frac{1}{15}=\frac{4}{15}$.

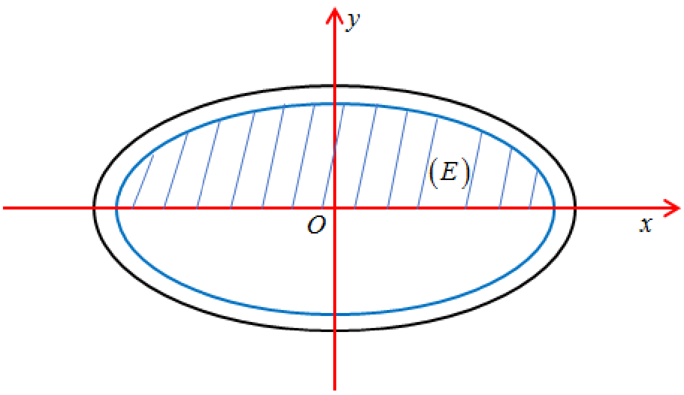
Vậy $P(M\mid N)=\frac{P(MN)}{P(N)}=\frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{3}}=0,4$.

Câu 5. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc xây dựng như đấu trường La Mã, tòa nhà **Ellipse Tower** Hà Nội, sử dụng trong thiết kế logo quảng cáo, thiết bị nội thất. Xét một Lavabo (bồn rửa) làm bằng sứ đặc hình dạng là một nửa khối elip tròn xoay có thông số kĩ thuật mặt trên của Lavabo là: dài$\times$rộng: 660×380 mm (tham khảo hình vẽ bên dưới), Lavabo có độ dày đều là 20 mm . Thể tích chứa nước của Lavabo bằng bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Trả lời: $18,8$

Giả sử mặt trên của Lavabo được biểu diễn như hình vẽ bên dưới. Gọi hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Gọi (E) là elip nhỏ bên trong.



Độ dài trục lớn của (E) là $2a=660-40=620\,\text{mm}=6,2\,\text{dm}\Rightarrow a=3,1\,\text{dm}$.

Độ dài trục bé của (E) là $2b=380-40=340\,\text{mm}=3,4\,\text{dm}\Rightarrow b=1,7$ dm .

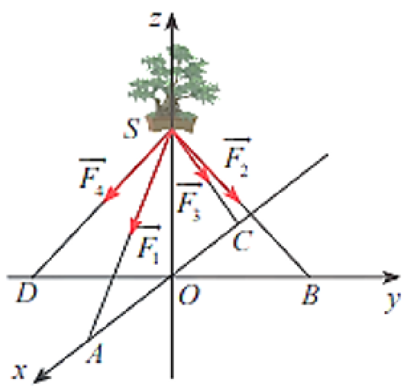
Vậy phương trình của (E) là: $\frac{x^2}{(3,1)^2}+\frac{y^2}{(1,7)^2}=1 \Rightarrow y^2=\frac{289}{100}\left(1-\frac{100x^2}{961}\right)$.

Thể tích khối tròn xoay khi quay miền giới hạn bởi (E), trục Ox và $x = -\frac{31}{10}$, $x = \frac{31}{10}$ *(Phần gạch chéo trong hình)* quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_{-\frac{31}{10}}^{\frac{31}{10}} \frac{289}{100}\left(1 - \frac{100x^2}{961}\right) dx = \frac{8959\pi}{750}\left(\text{dm}^3\right)$$

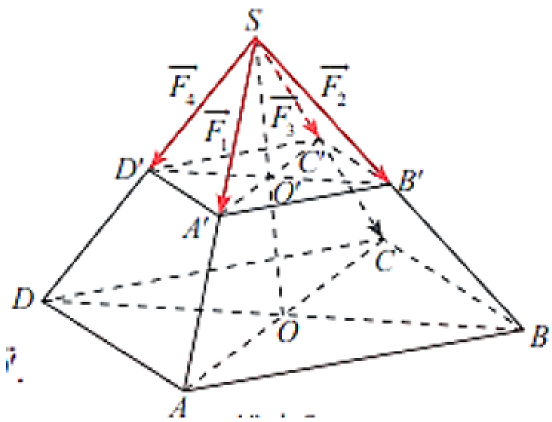
Vậy thể tích chứa nước của Lavabo là $\frac{V}{2} \approx 18,8 \text{ dm}^3$.

Câu 6. Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(20;0;0), B(0;20;0), C(-20;0;0), D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 40 N và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Độ lớn của lực $\vec{F} = \vec{F_1} + 2\vec{F_2} + 3\vec{F_3} + 4\vec{F_4}$ bằng bao nhiêu N (làm tròn đến hàng đơn vị)? (Mỗi 1 cm biểu diễn lực có độ lớn 1N)



Lời giải

Trả lời: 104



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có $\overrightarrow{SA} = (20;0;-20)$, $\overrightarrow{SB} = (0;20;-20)$, $\overrightarrow{SC} = (-20;0;-20)$, $\overrightarrow{SD} = (0;-20;-20)$

Suy ra $SA=SB=SC=SD=20\sqrt{2}$, do đó $S.ABCD$ là hình chóp đều và $SO=\frac{1}{2}AC=20$.

Các véc tơ $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A',B',C',D'

Ta có $SA'=SB'=SC'=SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi P là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{P}=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4=\overrightarrow{SA'}+\overrightarrow{SB'}+\overrightarrow{SC'}+\overrightarrow{SD'}=4\overrightarrow{SO'}$

Do $\left|\vec{P}\right|=40\ N\Rightarrow SO'=10$, suy ra O' là trung điểm SO, do đó A',B',C',D' lần lượt là trung điểm $SA,SB,SC,SD.$

Có $\vec{F}_1=\overrightarrow{SA'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SA}=\left(10;0;-10\right)$, $\vec{F}_2=\overrightarrow{SB'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}=\left(0;10;-10\right)$, $\vec{F}_3=\overrightarrow{SC'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}=\left(-10;0;-10\right)$, $\vec{F}_4=\overrightarrow{SD'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{SD}=\left(0;-10;-10\right)$

Suy ra $\vec{F}=\vec{F}_1+2\vec{F}_2+3\vec{F}_3+4\vec{F}_4=\left(-20;-20;-100\right)$

Vậy $\left|\vec{F}\right|=60\sqrt{3}\approx 104$ N.

----------------Hết-----------------