

MÃ ĐỀ 081.01.1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	B	A	B	B	C	D	B	A	B	C

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và  $u_2 = 2$ . Công bội của cấp số nhân đã cho là

Ta có  $q = \frac{u_2}{u_1} = 2$ .

Đáp án B.

**Câu 2.** Hàm số  $y = \left(\frac{\pi}{6}\right)^x$  nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

Đáp án C.

**Câu 3.** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số  $N(t) = -t^3 + 12t^2$ ,  $0 \leq t \leq 12$ , trong đó  $N$  là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và  $t$  là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

A.  $(0;10)$                       B.  $(0;8)$ .                      C.  $(8;10)$ .                      D.  $(8;12)$ .

Ta có  $N'(t) = -3t^2 + 24t = -3t(t-8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=8 \end{cases}$

Dễ có  $N'(t) > 0 \Leftrightarrow 0 < t < 8$

Đáp án B.

**Câu 4.** Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$ .

Đồ thị là đồ thị hàm số đa thức bậc 3 nên chọn đáp án A.

**Câu 5.** Vì  $\int (2x+6)dx = x^2 + 6x + C$

Đáp án B.

**Câu 6.** Biết  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$ , với  $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

A.  $S = 6$                       B.  $S = 7$ .                      C.  $S = 8$ .                      D.  $S = 9$ .

Lời giải

Ta có  $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = \int_1^3 \left(1 + \frac{2}{x}\right) dx = \int_1^3 dx + \int_1^3 \frac{2}{x} dx = 2 + 2 \ln |x| \Big|_1^3 = 2 + 2 \ln 3$ .

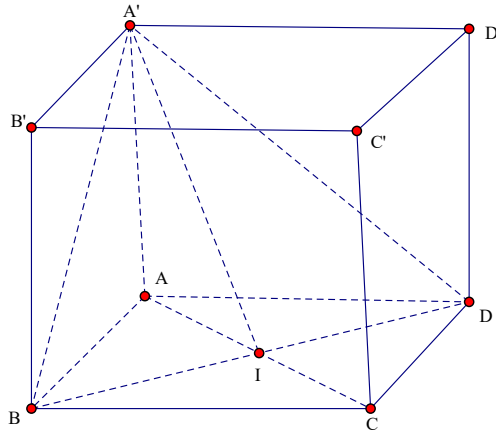
Do đó  $a = 2, b = 2, c = 3 \Rightarrow S = 7$ .

**Câu 7.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Giá trị sin của góc nhị diện  $[A', BD, A]$

A.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

Lời giải

Chọn C



Gọi  $I = AC \cap BD$ . Ta có:  $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BD \perp (AIA'); \quad BD = (BDA') \cap (ABCD).$

Do đó góc nhị diện  $[A', BD, A]$  là  $\widehat{AIA'}$ .

Ta có:  $\triangle AA'I$  vuông tại  $A$ , có:

$$AA' = a; AI = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'I = \sqrt{AA'^2 + AI^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow \sin \widehat{AIA'} = \frac{AA'}{A'I} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ . Tọa độ của  $\vec{a}$  là

- A.**  $(-2; -1; -3)$ . **B.**  $(-3; 2; -1)$ . **C.**  $(2; -3; -1)$ . **D.**  $(-1; 2; -3)$ .

**Lời giải**

Do đó,  $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} = (-1; 2; -3)$

**Câu 9.** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $Oy$  có phương trình tham số là

- A.**  $\begin{cases} x = t \\ y = t (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$ . **B.**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$ . **C.**  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$ . **D.**  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Đường thẳng  $Oy$  đi qua điểm  $A(0; 2; 0)$  và nhận vector đơn vị  $\vec{j} = (0; 1; 0)$  làm vector chỉ phương nên

có phương trình tham số là  $\begin{cases} x = 0 + 0.t \\ y = 2 + 1.t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 + 0.t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 + t (t \in \mathbb{R}) \\ z = 0 \end{cases}$ .

**Câu 10.** Lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng:

- A.**  $\frac{27\sqrt{3}}{4}$ . **B.**  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ . **C.**  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ . **D.**  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Đáy hình lăng trụ là tam giác đều cạnh bằng 3 nên  $S = \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$ .

Chiều cao của hình lăng trụ bằng  $h = 3$

Thể tích  $V = S.h = \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3 = \frac{27\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 11.** Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là

- A. [40; 60). B. [20; 40). C. [60; 80). D. [80; 100).

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $n = 42$

Nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là  $Q_1 = x_{11}$

Mà  $x_{11} \in [20; 40)$

Vậy nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là nhóm [20; 40).

**Câu 12.** Trong một lớp học có 15 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên gọi 4 học sinh lên bảng làm bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ.

- A.  $\frac{400}{501}$ . B.  $\frac{307}{506}$ . C.  $\frac{443}{506}$ . D.  $\frac{443}{501}$ .

**Lời giải**

**Đáp án C.**

Gọi  $A$  là biến cố “4 học sinh lên bảng đều là nam”.  $P(A) = \frac{C_{15}^4}{C_{25}^4}$ .

Gọi  $B$  là biến cố “4 học sinh lên bảng đều là nữ”.  $P(B) = \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}$ .

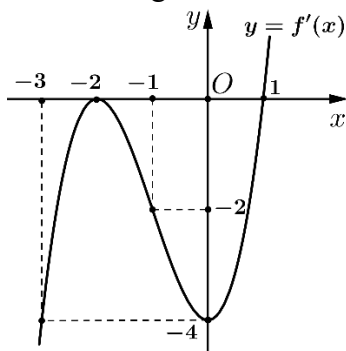
Gọi  $C$  là biến cố “4 học sinh lên bảng có cả nam và nữ”

$$P(C) = 1 - (P(A) + P(B)) = 1 - \left( \frac{C_{15}^4}{C_{25}^4} + \frac{C_{10}^4}{C_{25}^4} \right) = \frac{443}{506}.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu	Ý			
	a	b	c	d
1	S	S	S	Đ
2	Đ	S	S	Đ
3	Đ	S	S	S
4	Đ	Đ	Đ	Đ

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và hàm số  $y = f'(x)$  là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-\infty; -2)$ .

b) Hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị.

c)  $f'(2) = 4$ .

d) Hàm số  $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$  đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

### Lời giải

a) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy  $f'(x) \geq 0$  với  $\forall x \geq 1$  nên hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

b) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta thấy  $f'(x)$  chỉ đổi dấu một lần qua  $x = 1$  nên hàm số có một điểm cực trị.

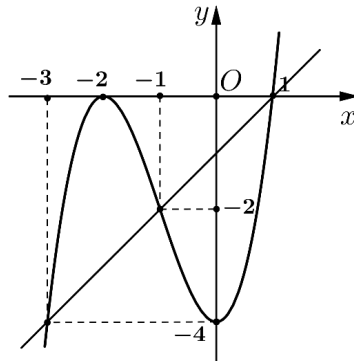
c) Sai: Từ đồ thị ta có hàm số  $f'(x)$  có dạng:  $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$ .

Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  đi qua  $(0; -4)$  nên:  $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$ .

Vậy  $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$ .

d) Đúng: Ta có:  $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$ .

Vẽ đường thẳng  $y = x - 1$  trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số  $y = f'(x)$ .



Khi đó:  $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$ .

Bảng biến thiên của hàm số  $g(x)$ .

$x$	$-\infty$	$-3$	$-1$	$1$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$	$+\infty$

Hàm số  $g(x)$  đồng biến trên khoảng  $(-3; -1)$  nên  $g(x)$  đồng biến trên khoảng  $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ .

<b>Câu 1</b>	<b>S</b>	<b>S</b>	<b>S</b>	<b>Đ</b>
--------------	----------	----------	----------	----------

**Câu 2.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hàm số  $y = f(x) = x^2 - x - 6$  có đồ thị  $(C)$ .

a) Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và trục hoành  $Ox$  quay quanh  $Ox$  là  $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$ .

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị  $(C)$  và trục hoành  $Ox$  là  $V = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$ .

c) Giả sử một vật M chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm  $x$  (giây) là  $f(x) = x^2 - x - 6$  ( $m/s$ ). Khi đó độ dịch chuyển của vật M trong khoảng thời gian  $x \in [1; 4]$  là  $\frac{9}{2}$ .

d) Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian  $x \in [1; 4]$  là  $\frac{61}{6}(m)$ .

### Lời giải

a) Đúng: Vì phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là  $x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$

. Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox quay quanh Ox là  $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$ .

b) Sai: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox là

$$V = \int_{-2}^3 |x^2 - x - 6| dx = - \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx.$$

c) Sai. Giả sử một vật chuyển động trên một trục nằm ngang, chiều dương hướng từ trái sang phải. Ta có  $\int_1^4 (x^2 - x - 6) dx = \left( \frac{1}{3}x^3 - x - 6 \right) \Big|_1^4 = -\frac{9}{2}$ .

Vậy trong khoảng thời gian từ 1 đến 4 giây, vật dịch chuyển sang bên trái được 4,5 m so với vị trí tại thời điểm  $x = 1$  (giây). (Trong quá trình chuyển động, lúc thì vật đi sang trái, lúc thì vật đi sang phải, nhưng tại thời điểm  $x = 4$  (giây) thì vật có vị trí nằm ở bên trái và cách vị trí của vật tại thời điểm  $x = 1$  (giây) một khoảng 4,5 m.

d) Đúng. Ta có

$$\int_1^4 |x^2 - x - 6| dx = - \int_1^3 (x^2 - x - 6) dx + \int_3^4 (x^2 - x - 6) dx = \frac{22}{3} + \frac{17}{6} = \frac{61}{6}$$

Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian  $x \in [1; 4]$  là  $\frac{61}{6}(m)$ .

<b>Câu 2</b>	<b>Đ</b>	<b>S</b>	<b>S</b>	<b>Đ</b>
--------------	----------	----------	----------	----------

**Câu 3.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng (P):  $x - 2y - 2z - 1 = 0$  và hai điểm  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(3; 2; -3)$ .

a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P).

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng 3.

c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là  $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R}. \\ z = 2 - 3t \end{cases}$

d) Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz và đi qua hai điểm A, B có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 2 = 0$ .

### Lời giải

<b>Câu 3</b>	<b>Đ</b>	<b>S</b>	<b>S</b>	<b>S</b>
--------------	----------	----------	----------	----------

a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P).

b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng  $\frac{7}{3}$ .

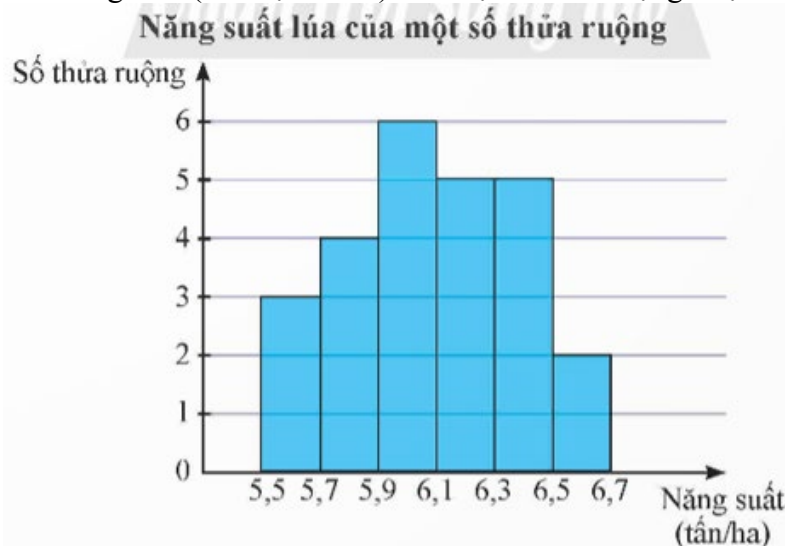
c) Ta có  $\overrightarrow{AB} = (2; 1; -5)$  không cùng phương với véc tơ chỉ phương  $\vec{n} = (3; 2; -3)$  của đường thẳng AB trong đề.

d) Giả sử mặt cầu (S) có phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ .

Do mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(0;0;c) \in Oz$  và đi qua hai điểm  $A, B$ , ta có

$$\begin{cases} 1+1+4-4c+d=0 \\ 9+4+9+6c+d=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=-\frac{8}{5} \\ d=\frac{2}{5} \end{cases}.$$

**Câu 4** Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- Có 25 thửa ruộng đã được khảo sát.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha).
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,086656.

**Lời giải**

<b>Câu 4</b>	<b>Đ</b>	<b>Đ</b>	<b>Đ</b>	<b>Đ</b>
--------------	----------	----------	----------	----------

- Số thửa ruộng được khảo sát là:  $n = 3 + 4 + 6 + 5 + 5 + 2 = 25$ .
- Từ biểu đồ, ta có bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu như sau:

Năng suất (tấn/ha)	[5,5; 5,7)	[5,7; 5,9)	[5,9; 6,1)	[6,1; 6,3)	[6,3; 6,5)	[6,5; 6,7)
Giá trị đại diện (tấn/ha)	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là:  $R = 6,7 - 5,5 = 1,2$  (tấn/ha).

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 0,4675.

Cỡ mẫu  $n = 25$ .

Gọi  $x_1; \dots; x_{25}$  là mẫu số liệu gốc về năng suất của một số thửa ruộng được khảo sát được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; x_2; x_3 \in [5,5; 5,7),$$

$$x_4; \dots; x_7 \in [5,7; 5,9),$$

$$x_8; \dots; x_{13} \in [5,9; 6,1),$$

$$x_{14}; \dots; x_{18} \in [6,1; 6,3),$$

$$x_{19}; \dots; x_{23} \in [6,3; 6,5),$$

$$x_{24}; x_{25} \in [6,5; 6,7).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [5,7; 5,9)$ . Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4} - 3}{4}(5,9 - 5,7) = 5,8625$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là  $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [6,3; 6,5)$ . Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3.25}{4} - (3 + 4 + 6 + 5)}{5}(6,5 - 6,3) = 6,33$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:  $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6,33 - 5,8625 = 0,4675$

d) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{3.5,6 + 4.5,8 + 6.6,2 + 5.6,4 + 2.6,6}{25} = 6,088.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{25} [3.(5,6)^2 + 4.(5,8)^2 + 6.(6,0)^2 + 5.(6,2)^2 + 5.(6,4)^2 + 2.(6,6)^2] - (6,088)^2 = 0,086656$$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	95	7	6,75	7	0,5	6,7

**Câu 1.** Trận bóng đá giao hữu giữa đội tuyển Việt Nam và Thái Lan ở sân vận động Mỹ Đình có sức chứa 55 000 khán giả. Ban tổ chức bán vé với giá mỗi vé là 100 nghìn đồng, số khán giả trung bình đến sân xem bóng đá là 27 000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3 000 khán giả. Hỏi ban tổ chức nên đặt giá vé là bao nhiêu để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất với đơn vị tính giá vé là nghìn đồng?

#### Lời giải

Gọi  $x$  ( $x > 0$ ) là số lần giảm giá vé.

Khi đó giá vé sau khi giảm là  $100 - 10x$  (nghìn đồng).

Sau mỗi lần giảm giá thì có thêm  $3000x$  khán giả.

Do đó tổng số khán giả đến xem là  $27000 + 3000x$ .

Vì sân vận động có sức chứa 55 000 khán giả nên

$$27000 + 3000x \leq 55000$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{28}{3}$$

Doanh thu từ tiền bán vé là:

$$y = (27000 + 3000x)(100 - 10x) = -30000x^2 + 30000x + 2700000$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số

$$y = -30000x^2 + 30000x + 2700000 \quad (x > 0)$$

Tập xác định  $D = (0; +\infty)$ .

$$y' = -60000x + 30000$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên

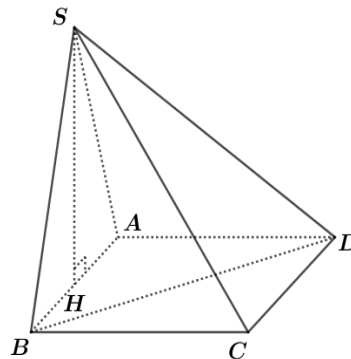
x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{28}{3}$	
y'		+	0	-
y				

$2700000 \rightarrow 2707500 \rightarrow 2700000$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy ban tổ chức nên đặt giá vé là **95** nghìn đồng thì doanh thu tiền bán vé là lớn nhất.

**Câu 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông và tam giác  $SAB$  đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SA$  và  $BD$  bằng  $\sqrt{21}$ . Hãy cho biết cạnh đáy bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



Giả sử  $AB = a$ . Gọi  $H$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{SH} + \overrightarrow{HA}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BA} = \frac{1}{2}a^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 \sqrt{2} \cdot \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2}a^2 \Leftrightarrow \cos(\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{BD}) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \sin(SA, BD) = \sqrt{\frac{7}{8}}$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3}SH \cdot AB \cdot AD = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3 \Rightarrow V_{SABD} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$$

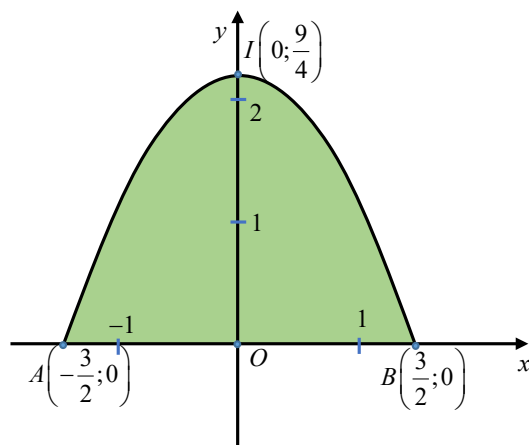
$$\Leftrightarrow \frac{1}{6}SA \cdot BD \cdot d_{(SA, BD)} \cdot \sin(SA, BD) = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow \frac{1}{6}a \cdot a \sqrt{2} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3 \Leftrightarrow a = 7$$

**Câu 3.** Trường THPT Bến Tre muốn làm một cái cửa nhà hình parabol cho nhà rèn luyện thể chất của nhà trường có chiều cao từ mặt nền nhà đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1,5 triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu triệu đồng?

**Lời giải**

Gọi phương trình parabol  $(P): y = ax^2 + bx + c$ . Do tính đối xứng của parabol nên ta có thể chọn hệ trục tọa độ  $Oxy$  sao cho  $(P)$  có đỉnh  $I \in Oy$  (như hình vẽ).





Ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} \frac{9}{4} = c, (I \in (P)) \\ \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b + c = 0 (A \in (P)) \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = 0 (B \in (P)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{9}{4} \\ a = -1 \\ b = 0 \end{cases}.$$

Vậy  $(P): y = -x^2 + \frac{9}{4}.$

Dựa vào đồ thị, diện tích của parabol là:

$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \int_0^{\frac{3}{2}} \left(-x^2 + \frac{9}{4}\right) dx = 2 \left( \frac{-x^3}{3} + \frac{9}{4}x \right) \Big|_0^{\frac{3}{2}} = \frac{9}{2} \text{ m}^2.$$

Số tiền phải trả là:  $\frac{9}{2} \cdot 1,5 = 6,75$  triệu đồng.

**Câu 4.** Trong không gian  $Oxyz$ , có tất cả bao nhiêu giá nguyên của  $m$  để phương trình  $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m+2)x - 2(m-1)z + 3m^2 - 5 = 0$  là phương trình một mặt cầu?

**Lời giải**

Phương trình đã cho là phương trình mặt cầu khi và chỉ khi

$$(m+2)^2 + (m-1)^2 - 3m^2 + 5 > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 10 < 0$$

$$\Leftrightarrow -1 - \sqrt{11} < m < 1 + \sqrt{11}$$

Theo bài ra  $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\} \Rightarrow$  có 7 giá trị của  $m$  nguyên thỏa mãn bài toán.

**Câu 5.** Căn bệnh cúm A đang diễn ra ở một quốc gia Châu Phi có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi  $A$  là biến cố “người đó mắc bệnh”

Gọi  $B$  là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Ta cần tính  $P(A|B)$

$$\text{Với } P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}$$

Ta có:

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra:  $P(A) = 1\% = 0,01$

Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra:  $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là:  $P(B|A) = 99\% = 0,99$

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là:  $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5$$

Xác suất kết để người đó mắc bệnh nếu kết quả kiểm tra người đó là dương tính là 0,5.

**Câu 6.** Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái Đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế Thế giới), khi nhiệt độ Trái Đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $2^{\circ}\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3%; còn khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $5^{\circ}\text{C}$  thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10%. Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái Đất tăng thêm  $t^{\circ}\text{C}$ , tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm  $f(t)\%$  thì  $f(t) = k \cdot a^t$ , trong đó  $k, a$  là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái Đất tăng thêm bao nhiêu độ C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% (Làm tròn đến hàng phần chục)?

### Lời giải

Theo bài ta có  $\begin{cases} k \cdot a^2 = 3\% \\ k \cdot a^5 = 10\% \end{cases}$  (1). Ta cần tìm  $t$  sao cho  $k \cdot a^t = 20\%$

$$\text{Từ (1)} \Rightarrow k = \frac{3\%}{a^2} \text{ và } a^3 = \frac{10}{3} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\%}{a^2} \cdot a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3} \Rightarrow t - 2 = \log_a \frac{20}{3} \Rightarrow t = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7.$$

-----HẾT-----