Chương 01

# Bài 1. ĐƠN ĐIỆU & CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

## C Luyện tập

### *A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm*

**» Câu 1.** Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

**C.** Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

*Lời giải*

**Chọn B**

Ta có $y' = 3x^2 - 4x + 1 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{1}{3}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $\frac{31}{27}$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

**» Câu 2.** Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Tập xác định:$D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$suy ra $y(0) = 1$.

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $1$ | ↗ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

**» Câu 3.** Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

**A.** $R \backslash \{-3\}$. **B.** $R$. **C.** $(-\infty; -3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \backslash \{-3\}$.

$y' = \frac{-11}{(x+3)^2} < 0$, với $x \in D$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$và $(-3; +\infty)$.

**» Câu 4.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

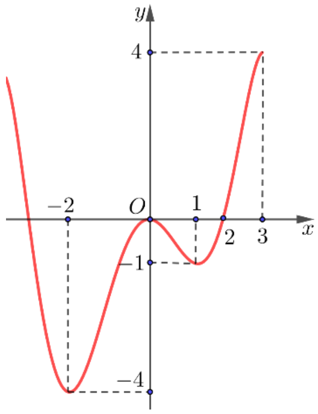
**A.** $(-3; 0)$. **B.** $(-3; 3)$. **C.** $(0; 3)$. **D.** $(-\infty; -3)$.

*Lời giải*

**Chọn A**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$ và $(3; +\infty)$.

**» Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

**A.** $(-4; 0)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(1; 3)$.

*Lời giải*

**Chọn B**

Từ đồ thị hàm số ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

**» Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-2$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A.** $x = -2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = -1$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

**» Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{1}{2}$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty \;\|\; -\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

**B.** Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

**C.** Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

**» Câu 8.** Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

**A.** $x=1$. **B.** $(3;1)$. **C.** $x=3$. **D.** $\left(1;\frac{7}{3}\right)$.

*Lời giải*

**Chọn B**

Tập xác định:$D=\mathbb{R}$

$y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $\frac{7}{3}$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Dựa vào BBT suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;1)$.

**» Câu 9.** Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

**A.** $y=\frac{x^2+1}{x}$ **B.** $y=\frac{2x-2}{x+1}$ **C.** $y=x^2-2x+1$ **D.** $y=-x^3+x+1$

*Lời giải*

**Chọn B**

+ Xét hàm số $y=\frac{2x-2}{x+1}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $y'=\frac{4}{(x+1)^2}>0, \forall x\in D$.

Nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định.

Do đó hàm số $y=\frac{2x-2}{x+1}$ không có cực trị.

**» Câu 10.** Hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

**A.** 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

*Lời giải*

**Chọn B**

Vì $y'=\frac{-1}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

**» Câu 11.** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-4$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

**A.** 0 **B.** 2 **C.** $-4$ **D.** 3

*Lời giải*

**Chọn C**

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng $-4$.

**» Câu 12.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

**A.** $x=-1$ **B.** $x=-2$ **C.** $x=2$ **D.** $x=1$

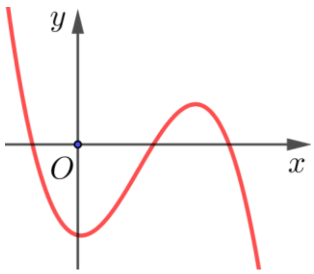
*Lời giải*

**Chọn A**

Hàm số đạt cực đại tại điểm mà đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Từ bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

**» Câu 13.** Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là




**A.** 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

*Lời giải*

**Chọn B**

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị.

**» Câu 14.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

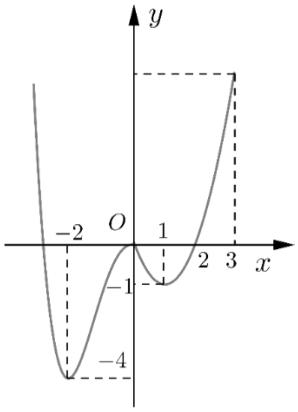
**A.** $y=\frac{x-1}{x-2}$ **B.** $y=-x^3-3x$ **C.** $y=x^3+x$ **D.** $y=\frac{x+1}{x+3}$

*Lời giải*

**Chọn C**

Vì $y=x^3+x\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

**» Câu 15.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.




Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

**A.** $(-2;1)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$ **D.** $(1;3)$

*Lời giải*

**Chọn C**

Nhìn đồ thị từ trái sang phải, đồ thị đi xuống thì hàm số nghịch biến

Nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$

**» Câu 16.** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty;-1)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(1;2)$ **D.** $(-1;2)$

*Lời giải*

**Chọn C**

Để hàm số nghịch biến trên một khoảng thì dấu của đạo hàm mang dấu âm và hàm số phải liên tục trên khoảng đó.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$

**» Câu 17.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-\infty;1)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

**» Câu 18.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2(1-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(1;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Ta có $f'(x)>0\Leftrightarrow(x-2)^2(1-x)>0\Leftrightarrow\begin{cases}1-x>0\\(x-2)^2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<1\\x\neq 2\end{cases}\Leftrightarrow x<1$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

**» Câu 19.** Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

**A.** $(-\infty; 0)$. **B.** $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

$y = 2x^4 + 1$. Tập xác định:$D = \mathbb{R}$

Ta có: $y' = 8x^3$; $y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$suy ra $y(0) = 1$

Giới hạn: $\lim\limits_{x \to -\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

**» Câu 20.** Hàm số $y = \frac{2}{x^2+1}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty; +\infty)$ **B.** $(0; +\infty)$ **C.** $(-\infty; 0)$ **D.** $(-1; 1)$

*Lời giải*

**Chọn B**

Ta có $y' = \frac{-4x}{(x^2+1)^2} < 0 \Leftrightarrow x > 0$

**» Câu 21.** Cho hàm số $y = \sqrt{2x^2 + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

*Lời giải*

**Chọn A**

Ta có $D = \mathbb{R}$, $y' = \frac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$; $y' > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

**» Câu 22.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-\infty; 1)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $(1; 3)$. **D.** $(3; +\infty)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (1-x)^2(x+1)^3(3-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 3)$.

**» Câu 23.** Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

**A.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

**B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$

**C.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

**D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$

*Lời giải*

**Chọn A**

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $0$ | $\searrow$ | $-1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$;

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

**» Câu 24.** Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao $h$ (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm $t$ phút được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Trong khoảng thời gian nào khinh khí cầu giảm dần độ cao?

**A.** $\left(1; \frac{5}{2}\right)$ **B.** $(0; 3)$ **C.** $(3; 6)$ **D.** $\left(\frac{7}{2}; 8\right)$

*Lời giải*

**Chọn C**

$h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$ với $t \in [0; 8]$

$$h'(t) = 18t^2 - 162t + 324$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = 6 \end{array}\right.$$

| $t$ | $0$ | | $3$ | | $6$ | | $8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $h'(t)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $h(t)$ | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Dựa vào bảng biến thiên ta kết luận được, trong khoảng thời gian từ 3 phút đến 6 phút kể từ khi xuất phát khinh khó cầu có độ cao giảm dần.

**» Câu 25.** Cho hàm số $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$. Có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

**(1)** Điểm cực đại của hàm số là $x = -1$.

**(2)** Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 4$.

**(3)** Giá trị cực đại của hàm số là $y = 14$.

**(4)** Giá trị cực tiểu của hàm số là $y = -111$.

**A.** 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

*Lời giải*

**Chọn C**

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 18x - 24$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \Rightarrow y = -111 \\ x = -1 \Rightarrow y = 14 \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $14$ | $\searrow$ | $-111$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Kết luận:

+) Điểm cực đại của hàm số là $x = -1$, giá trị cực đại của hàm số là $y = 14$.

+) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 4$, giá trị cực tiểu của hàm số là $y = -111$.

**» Câu 26.** Tìm các điểm cực trị của hàm số $y = \frac{x^2+x+4}{x+1}$.

**A.** $x_{CĐ} = -3, x_{CT} = 1$. **B.** $x_{CT} = -3, x_{CĐ} = 1$..
**C.** $x_{CĐ} = -5, x_{CT} = 3$. **D.** $x_{CT} = -5, x_{CĐ} = 3$.

*Lời giải*

**Chọn A**

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

$$y = \frac{x^2+x+4}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{(2x+1)(x+1)-(x^2+x+4)}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

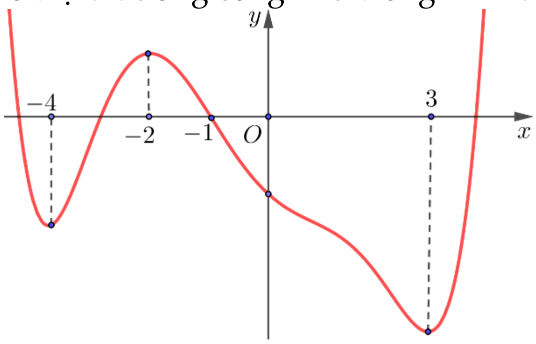
$$y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \Rightarrow y = 3 \\ x = -3 \Rightarrow y = -5 \end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | \|\| | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $-5$ | $\searrow$ | $-\infty$ \|\| $+\infty$ | $\searrow$ | $3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

**» Câu 27.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình dưới đây.




Khẳng định nào sau đây là đúng?

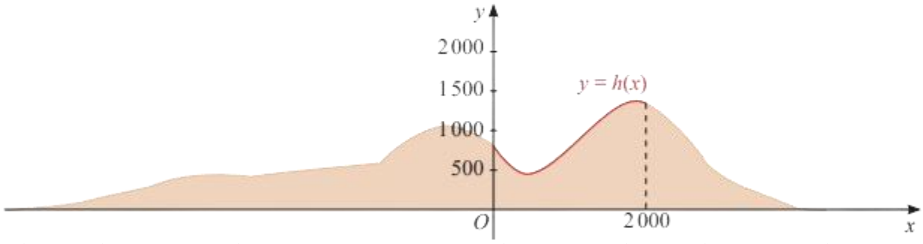
**A.** Điểm cực đại của hàm số là $x = -4$. **B.** Điểm cực đại của hàm số là $x = -2$.
**C.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x = -2$. **D.** Điểm cực đại của hàm số là $x = 3$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -2$, hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = -4$ và $x = 3$.

**» Câu 28.** Một phần lát cắt của dãy núi có độ cao tính bằng mét được mô tả bởi hàm số $y = h(x) = -\frac{1}{1320000}x^3 + \frac{9}{3520}x^2 - \frac{81}{44}x + 840$ với $0 \le x \le 2000$. Tìm tọa độ các đỉnh của lát cắt dãy núi trên đoạn $[0; 2000]$.




**A.** $\left(1800;\frac{7365}{16}\right)$ và $\left(450;\frac{15315}{11}\right)$.
**B.** $\left(480;\frac{1515}{16}\right)$ và $\left(450;\frac{7365}{16}\right)$.
**C.** $\left(480;\frac{1515}{16}\right)$ và $\left(1750;\frac{7561}{16}\right)$.
**D.** $\left(1800;\frac{15315}{11}\right)$ và $\left(450;\frac{7365}{16}\right)$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Ta có $y=h(x)=-\frac{1}{1320000}x^3+\frac{9}{3520}x^2-\frac{81}{44}x+840 \Rightarrow h'(x)=-\frac{1}{440000}x^2+\frac{9}{1760}x-\frac{81}{44}$

$$h'(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1800 \Rightarrow y=\dfrac{15315}{11} \\ x=450 \Rightarrow y=\dfrac{7365}{16} \end{array}\right.$$

Kết luận, trên đoạn $[0;2000]$, các đỉnh của lát cắt dãy núi là $\left(1800;\frac{15315}{11}\right)$ và $\left(450;\frac{7365}{16}\right)$

**» Câu 29.** Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y=2x+1-\sqrt{2x^2-8}$.
**A.** Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
**B.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.
**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.
**D.** Hàm số nghịch biến trên $(-2;2)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Hàm số xác định trên $-\infty;-2 \cup 2;+\infty)$
Ta có $y=2x+1-\sqrt{2x^2-8} \Rightarrow y'=y'=2-\frac{4x}{2\sqrt{2x^2-8}}$
$y'=0 \Rightarrow \sqrt{2x^2-8}-2x=0(*) \Rightarrow \sqrt{2x^2-8}=2x \Rightarrow 2x^2+8=0$, vậy phương trình vô nghiệm.
Bảng xét dấu $y'$

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | \|\| | | \|\| | $+$ | |

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

**» Câu 30.** Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2+(3m+2)x+1$. Tìm tất cả giá trị của $m$ để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
**A.** $\left[\begin{array}{l} m\geq -1 \\ m\leq -2 \end{array}\right.$.
**B.** $-2\leq m\leq -1$.
**C.** $-2<m<-1$.
**D.** $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-2 \end{array}\right.$.

*Lời giải*

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=-x^2+2mx+3m+2$.
Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$
$\Leftrightarrow \begin{cases} a=-1<0 \\ \Delta'=m^2+3m+2\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -2\leq m\leq -1$.

**» Câu 31.** Tìm điều kiện của tham số thực $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+3(m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
**A.** $m\geq 2$.
**B.** $m<2$.
**C.** $m<0$.
**D.** $m\geq 0$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6x+3(m+1)$

$YCBT \Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=-9m\leq 0\Leftrightarrow m\geq 0$.

**» Câu 32.** Cho hàm số $y=\frac{mx+4m}{x+m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của $S$.

**A.** 4 **B.** Vô số **C.** 3 **D.** 5

*Lời giải*

**Chọn D**

$D=\mathbb{R}\backslash\{-m\}$; $y'=\frac{m^2-4m}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định khi $y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow m^2-4m<0\Leftrightarrow 0<m<4$

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị thỏa mãn.

**» Câu 33.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{x+2}{x+5m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$?

**A.** 2 **B.** Vô số **C.** 1 **D.** 3

*Lời giải*

**Chọn A**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-5m\}$.

$y'=\frac{5m-2}{(x+5m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases}5m-2>0\\-5m\in -10;+\infty)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{2}{5}\\-5m\geq -10\end{cases}\Leftrightarrow \frac{2}{5}<m\leq 2$.

Vì $m$ nguyên nên $m\in\{1;2\}$. Vậy có 2 giá trị của tham số $m$.

**» Câu 34.** Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{x+4}{2x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;4)$.

**A.** Vô số. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

*Lời giải*

**Chọn D**

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\frac{m}{2}\right\}$.

Có $y'=-\frac{m+8}{(2x-m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên $(-3;4)\Leftrightarrow y'<0\ \forall x\in(-3;4)\Leftrightarrow -\frac{m+8}{(2x-m)^2}<0\ \forall x\in(-3;4)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-(m+8)<0\\\frac{m}{2}\notin(-3;4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-8\\\left[\begin{array}{l}\frac{m}{2}\leq -3\\\frac{m}{2}\geq 4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-8<m\leq -6\\m\geq 8\end{array}\right.$.

Do $m$ nguyên âm nên $m\in\{-7;-6\}$, gồm 2 giá trị thỏa mãn.

**» Câu 35.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y=x^3-3x^2+(1-m)x$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ là

**A.** $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $-\infty;-2$. **D.** $-\infty;1$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Ta có $y^{'} = 3x^2 - 6x + 1 - m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 - m \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 1 \geq m, \forall x \in (2; +\infty)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x^2 - 6x + 1$ với $\forall x \in (2; +\infty)$.

$g'(x) = 6x - 6$; $g'(x) > 0, \forall x \in (2; +\infty)$.

Bảng biến thiên $g(x)$:

| $x$ | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $+$ | |
| $g(x)$ | $1$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Vậy $m \leq 1$.

**» Câu 36.** Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số $m$ để hàm số $y = -x^3 - 6x^2 + (4m - 9)x + 4$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

**A.** $-\infty; -\frac{3}{4}$ **B.** $0; +\infty)$ **C.** $-\infty; 0$ **D.** $-\frac{3}{4}; +\infty)$

*Lời giải*

**Chọn A**

Ta có $y^{'} = -3x^2 - 12x + 4m - 9$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ thì $y^{'} = -3x^2 - 6x + 4m - 9 \leq 0 \forall x \in (-\infty; -1)$

$\Leftrightarrow 4m \leq 3x^2 + 12x + 9 \forall x \in (-\infty; -1) \Leftrightarrow 4m \leq \underset{-\infty;-1}{min} f(x), f(x) = 3x^2 + 12x + 9$

Ta có $f'(x) = 6x + 12$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Khi đó, ta có bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-3$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Suy ra $\underset{-\infty;0}{min} f(x) = -3 \Rightarrow 4m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq \frac{-3}{4}$.

**» Câu 37.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên $m$ để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

*Lời giải*

**Chọn C**

TXĐ: $D = \mathbb{R} \backslash \{m\}$

$y^{'} = \frac{-m^2-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của ta cần tìm $m$ để $y' \geq 0$ trên $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$ và dấu " = "chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên các khoảng đó

ĐK: $-m^2 - m + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = -1{,}0$.

**» Câu 38.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

**A.** 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

*Lời giải*

**Chọn B**

TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\{-4\}$, $y'=\frac{4-m^2}{(x+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó thì $4-m^2>0 \Leftrightarrow -2<m<2$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của tham số $m$ thỏa mãn.

**» Câu 39.** Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục $Ox$. Tọa độ của chất điểm tại thời điểm $t$ được xác định bởi hàm số $x(t)=t^3-6t^2+9t$ với $t\geq 0$. Khi đó $v(t)=x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t$. Trong khoảng thời gian nào vận tốc của chất điểm giảm?

**A.** $t\in(0;2)$. **B.** $t\in(0;3)$. **C.** $t=2$. **D.** $t\in(2;+\infty)$.

*Lời giải*

**Chọn A**

$$v(t)=x'(t)=3t^2-12t+9$$
$$v'(t)=6t-12$$
$$v'(t)=0 \Leftrightarrow t=2$$

Ta có bảng biến thiên

| $t$ | $-\infty$ | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $v'(t)$ | | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $v(t)$ | | | $\searrow$ | | $\nearrow$ | |

Vậy vận tốc của chất điểm giảm trong khoảng $t\in(0;2)$

**» Câu 40.** Cho hàm số $y=x-2\sqrt{x^2+4}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực đại bằng $-2\sqrt{3}$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

**C.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

*Lời giải*

**Chọn A**

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y=x-2\sqrt{x^2+4} \Rightarrow y'=1-\frac{2x}{\sqrt{x^2+4}}$

$$y'=0 \Rightarrow \sqrt{x^2+4}=2x(*) \Rightarrow x^2+4=4x^2 \Rightarrow 3x^2=4 \Rightarrow x=\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Thử lại, ta có $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ thỏa mãn phương trình (*)

Bảng xét dấu

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

Suy ra hàm số đạt cực đại tại điểm $x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ và có giá trị cực đại bằng $y\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=-2\sqrt{3}$.

**» Câu 41.** Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được $x$ mét vải lụa $(1\leq x\leq 18)$. Tổng chi phí sản xuất $x$ mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x)=x^3-3x^2-20x+500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Vậy hộ này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu mét để thu được lợi nhuận tối đa?

**A.** 6 mét. **B.** 10 mét. **C.** 18 mét. **D.** 12mét.

*Lời giải*

**Chọn B**

Ta có $x$ là số mét vải lụa sản xuất và bán hết mỗi ngày, khi đó ta có số tiền thu được mỗi ngày là $220x$ nghìn đồng.

Lợi nhuận = doanh thu − chi phí, khi đó ta có lợi nhuận $L(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ nghìn đồng.

Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1; 18]$

Ta có $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$

$$L'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = -8 \end{array}\right.$$

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $10$ | | $18$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L'(x)$ | | | | $+$ | $0$ | $-$ | | | |
| $L(x)$ | | | | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | | |

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $x = 10$ mét thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**» Câu 42.** Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y = f(3 - 2x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(0; 2)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(-\infty; -3)$. **D.** $(3; 4)$.

*Lời giải*

**Chọn D**

Ta có $y' = -2.f'(3 - 2x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(3 - 2x) \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3 - 2x \leq -3 \\ -1 \leq 3 - 2x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ 1 \leq x \leq 2 \end{array}\right.$.

**» Câu 43.** Cho hàm số $y = f(x)$có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y = f(x^2 - 2)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

**A.** $(-2; -1)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-1; 0)$.

*Lời giải*

**Chọn C**

Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Ta có: $g'(x) = 2x.f'(x^2 - 2)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 2) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 2 = -1 \\ x^2 - 2 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x$ | | $-$ | \| | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $+$ | \| | $+$ | \| | $+$ | |
| $f'(x^2-2)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | \| | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng xét dấu $g'(x)$ta thấy hàm số $y = f(x^2 - 2)$nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

**» Câu 44.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau.

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y = f(2 - 3x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

**A.** $(2; 3)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 3)$.

*Lời giải*

**Chọn A**

Đặt $g(x) = f(2 - 3x) \Rightarrow g'(x) = -3.f'(2 - 3x)$

Ta có $g'(x) \geq 0 \Leftrightarrow f'(2 - 3x) \leq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 - 3x \leq -3 \\ 0 \leq 2 - 3x \leq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq \frac{5}{3} \\ \frac{1}{3} \leq x \leq \frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ và $\left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$,

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

## B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

**» Câu 45.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $-2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ | $\nearrow$ | $5$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Khi đó:

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng$(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$ | | |
| **(b)** | Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng$(-\infty; -5)$ | | |
| **(c)** | Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng$(-2; +\infty)$ | | |
| **(d)** | Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng$(-\infty; -2)$ | | |

*Lời giải*

Nhìn vào biến thiên ta thấy đồ thị hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$; nghịch biến trên khoảng$(-2; +\infty)$.

*(a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng$(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$*

Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng$(-\infty; -5)$ và $(-3; -2)$là mệnh đề **đúng**

» **Chọn** ĐÚNG.

*(b) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng$(-\infty; -5)$*

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng$(-\infty; -5)$là mệnh đề **sai**

» **Chọn** SAI.

*(c) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng$(-2; +\infty)$*

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$là mệnh đề **đúng**

» **Chọn** ĐÚNG.

*(d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng$(-\infty; -2)$*

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ là mệnh đề **đúng**

» **Chọn** ĐÚNG.

**» Câu 46.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-3$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Khi đó:

| | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$. | | |
| **(b)** | Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$. | | |
| **(c)** | Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. | | |
| **(d)** | Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$. | | |

*Lời giải*

Dựa vào bảng xét dấy đạo hàm ta có:

$y' < 0 \forall x \in (-3;0) \cup (0;3)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-3;0)$ và $(0;3)$.

$y' > 0, \forall x \in (-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;-3)$ và $(3;+\infty)$

*(a) Hàm số đồng biến trên khoảng* $(-3;0)$.

Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ là mệnh đề **sai**

» **Chọn** SAI.

*(b) Hàm số nghịch biến trên khoảng* $(0;3)$.

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$là mệnh đề **đúng**

» **Chọn** ĐÚNG.

*(c) Hàm số đồng biến trên khoảng* $(-\infty;0)$.

Xét: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ là mệnh đề **sai** vì trên $(-3;0)$ hàm số nghịch biến

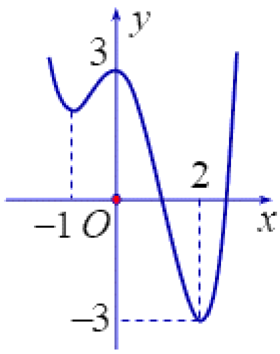
» **Chọn** ĐÚNG.

*(d) Hàm số nghịch biến trên khoảng* $(-\infty;-3)$.

Xét: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$là mệnh đề **sai**

» **Chọn** SAI.

**» Câu 47.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.




Khi đó

| | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $3$ | | |
| **(b)** | Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$ | | |
| **(c)** | Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ | | |
| **(d)** | Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$ | | |

*Lời giải*

*(a) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng* $3$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $3$

» **Chọn** ĐÚNG.

**(b)** *Hàm số nghịch biến trên khoảng* $(-3;0)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$

» **Chọn** SAI.

**(c)** *Đồng biến trên khoảng* $(-1;0)$.

Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;+\infty)$và

Nên: Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(d)** *Nghịch biến trên khoảng* $(0;3)$.

Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$

» **Chọn** SAI.

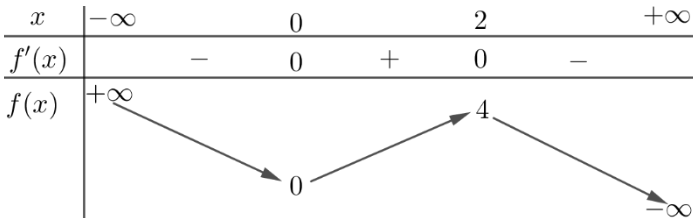
**» Câu 48.** Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x^2$.

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ | | |
| **(b)** | Hàm số nghịch biến trên $(2;+\infty)$ | | |
| **(c)** | Hàm số đồng biến trên $(0;2)$ | | |
| **(d)** | Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ | | |

***Lời giải***

Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2$, có $f'(x)=-3x^2+6x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên




**(a)** *Hàm số nghịch biến trên* $(-\infty;0)$.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(b)** *Hàm số nghịch biến trên* $(2;+\infty)$.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(c)** *Hàm số đồng biến trên* $(0;2)$.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

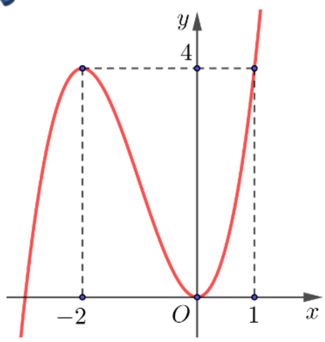
**(d)** *Hàm số đồng biến trên* $\mathbb{R}$.

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đồng biến trên $(0;2)$,

và nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. Nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$

» **Chọn** SAI.

**» Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như trong hình dưới đây.




| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$. | | |
| **(b)** | Hàm số đồng biến trên $(0;1)$. | | |
| **(c)** | Hàm số nghịch biến trên $(-2;1)$. | | |
| **(d)** | Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. | | |

*Lời giải*

*(a) Hàm số đồng biến trên* $(-\infty;-2)$.

Từ đồ thị, ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

*(b) Hàm số đồng biến trên* $(0;1)$.

Từ đồ thị, ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên $(0;1)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

*(c) Hàm số nghịch biến trên* $(-2;1)$.

Từ đồ thị, ta có hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$.

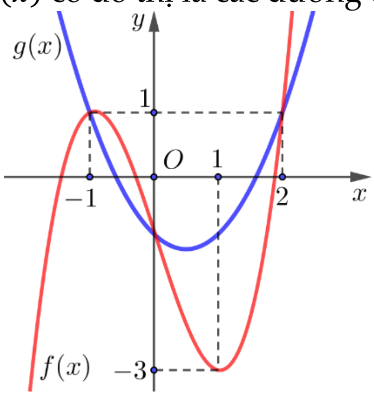
» **Chọn** SAI.

*(d) Hàm số nghịch biến trên* $\mathbb{R}$.

Từ đồ thị, ta có hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$.

» **Chọn** SAI.

**» Câu 50.** Cho hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có đồ thị là các đường cong như trong hình dưới đây.




| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x_0>1$. | | |
| **(b)** | Hàm số $y=g(x)$có hai điểm cực trị. | | |
| **(c)** | Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là $x=1$. | | |
| **(d)** | Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $y_0=1$. | | |

*Lời giải*

*(a) Hàm số* $y=g(x)$ *đạt cực tiểu tại điểm* $x_0>1$.

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số $y=g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $0<x_0<1$.

» **Chọn** SAI.

**(b)** *Hàm số $y = g(x)$có hai điểm cực trị.*

Dựa vào đồ thị, ta có hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị.

» **Chọn** SAI.

**(c)** *Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $x = 1$.*

Dựa vào đồ thị, ta có điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $(1; -3)$

» **Chọn** SAI.

**(d)** *Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $y_0 = 1$.*

Dựa vào đồ thị, ta có giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $y_0 = 1$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**» Câu 51.** Cho hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

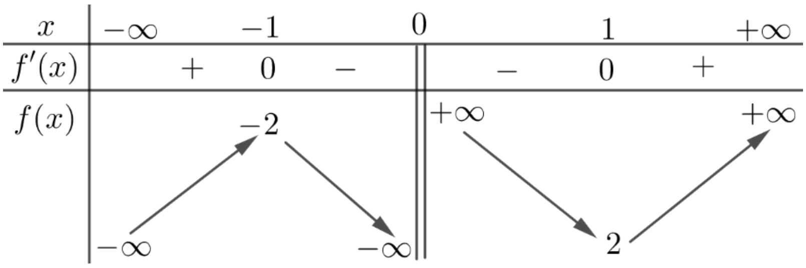
| | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$. | | |
| **(b)** | Hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(0; 1)$. | | |
| **(c)** | Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. | | |
| **(d)** | Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. | | |

***Lời giải***

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$, xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

Ta có $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên




**(a)** *Hàm số nghịch biến trên* $(-1; 1)$.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

» **Chọn** SAI.

**(b)** *Hàm số nghịch biến trên* $(-1; 0)$ *và* $(0; 1)$.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(c)** *Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.*

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-1; 0)$ và $(0; 1)$.

» **Chọn** SAI.

**(d)** *Hàm số đồng biến trên* $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

» **Chọn** SAI.

**» Câu 52.** Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$ có đồ thị $(C)$.

| | **Mệnh đề** | **Đúng** | **Sai** |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số đã cho có hai điểm cực trị. | | |
| **(b)** | Giá trị cực tiểu của hàm số là $x = 3$. | | |

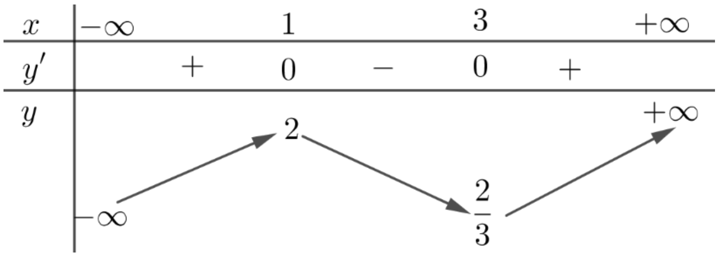
| | | | |
|---|---|---|---|
| **(c)** | Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $x = 1$. | | |
| **(d)** | Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $\frac{\sqrt{13}}{13}$. | | |

***Lời giải***

*(a) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.*

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:




Vậy hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

» **Chọn** ĐÚNG.

*(b) Giá trị cực tiểu của hàm số là $x = 3$.*

Từ bảng biến thiên, suy ra giá trị cực tiểu là $y_0 = \frac{2}{3}$.

» **Chọn** SAI.

*(c) Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là $x = 1$.*

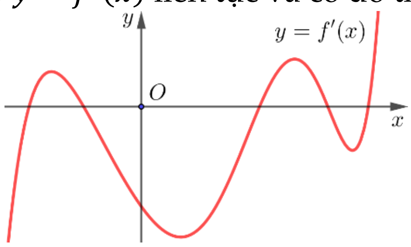
» **Chọn** SAI.

*(d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $\frac{\sqrt{13}}{13}$.*

Gọi $A(1;2)$, $B\left(3;\frac{2}{3}\right)$ là tọa độ hai điểm cực trị. Khi đó $AB = \frac{2\sqrt{13}}{3}$.

» **Chọn** SAI.

» **Câu 53.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ.

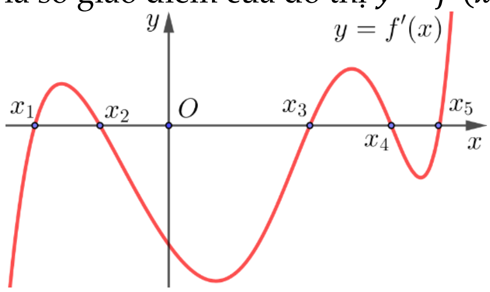



| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số $y = f(x)$ đã cho có 4 điểm cực trị. | | |
| **(b)** | Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực tiểu. | | |
| **(c)** | Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực đại. | | |
| **(d)** | Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại dương. | | |

***Lời giải***

*(a) Hàm số $y = f(x)$ đã cho có 4 điểm cực trị.*

Ta có số điểm cực trị chính là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ với trục hoành.



Do đó hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

» **Chọn** SAI.

**(b)** *Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực tiểu.*

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ta thấy dấu của đạo hàm đổi từ âm sang dương khi qua 3 điểm $x = x_1; x = x_3; x = x_5$ (hình vẽ) nên hàm số $y = f(x)$có 3điểm cực tiểu.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(c)** *Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực đại.*

Hàm số $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại là $x = x_2; x = x_4$.

» **Chọn** SAI.

**(d)** *Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại dương.*

Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại dương.

» **Chọn** ĐÚNG.

**» Câu 54.** Cho hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ (tham số $m$). Khi đó:

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$ | | |
| **(b)** | Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ | | |
| **(c)** | Có 3 giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ | | |
| **(d)** | Có 6 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ | | |

*Lời giải*

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

**(a)** *Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$*

Ta có: $y' = 3x^2 + 2(m+1)x + 3$.

» **Chọn** ĐÚNG.

**(b)** *Khi $m = -1$ thì hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$*

Khi $m = -1$ ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

» **Chọn** ĐÚNG.

**(c)** *Có 3 giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$*

Hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - 9 \le 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m \le 2.$$

Vậy $m \in [-4; 2]$ do đó có 7 giá trị nguyên của tham số $m$.

» **Chọn** SAI.

**(d)** *Có 6 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 + (m+1)x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$*

» **Chọn** SAI.

**» Câu 55.** Cho hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ (tham số $m$). Khi đó

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ | | |
| **(b)** | Khi $m = 0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ | | |
| **(c)** | Khi $m = 3$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ | | |
| **(d)** | Tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = (m^2 - 1)x^3 + (m-1)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng$(-\infty; +\infty)$ bằng 2 | | |

*Lời giải*

Ta có $y' = 3(m^2 - 1)x^2 + 2(m-1)x - 1$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng$(-\infty; +\infty) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 3(m^2-1)x^2+2(m-1)x-1\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

✓ ***Trường hợp 1:*** $m^2-1=0 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

+ Với $m=1$, ta được $-1\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$ (luôn đúng), suy ra $m=1$ (nhận). $(*)$

+ Với $m=-1$, ta được $-4x-1\le 0 \Leftrightarrow x\ge \frac{1}{4}$, suy ra $m=-1$ (loại).

✓ ***Trường hợp 2:*** $m^2-1\ne 0 \Leftrightarrow m\ne\pm 1$.

Ta có $\Delta^{'}=(m-1)^2+3(m^2-1)=m^2-2m+1+3m^2-3=4m^2-2m-2$.

Để $y^{'}\le 0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1<0 \\ 4m^2-2m-2\le 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<1 \\ -\frac{1}{2}\le m\le 1\end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le m<1$.

Tổng hợp lại, ta có tất cả giá trị $m$ cần tìm là $-\frac{1}{2}\le m\le 1$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{0;1\}$, nên có 2 giá trị nguyên của tham số $m$. $(**)$

Vậy tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ ta được bằng 1 $(***)$

**(a)** *Khi $m=1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$*

Từ $(*)$ nên mệnh đề sai

» **Chọn** SAI.

**(b)** *Khi $m=0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$*

Với $m=0$ ta có $y^{'}=-3x^2-2x-1<0 \forall x\in(-\infty;+\infty)$

» **Chọn** ĐÚNG.

**(c)** *Có 3 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$*

Từ $(**)$ nên mệnh đề sai

» **Chọn** SAI.

**(d)** *Tổng các giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y=(m^2-1)x^3+(m-1)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng$(-\infty;+\infty)$ bằng 2*

Từ $(***)$ nên mệnh đề sai

» **Chọn** SAI.

**» Câu 56.** Cho hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ (tham số $m$). Khi đó:

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Khi $m=1$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó | | |
| **(b)** | Khi $m=4$thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó | | |
| **(c)** | Tập hợp tất cả các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là $3;6$ | | |
| **(d)** | Tập hợp tất cả các giá trị thực của $m$ để hàm số $y=\frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ là $3;6$ | | |

***Lời giải***

Hàm số xác định khi: $x+m\ne 0 \Leftrightarrow x\ne -m$.

Ta có $y=\frac{x+3}{x+m} \Rightarrow y^{'}=\frac{m-3}{(x+m)^2}$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y^{'}<0, \forall x\in(-\infty;-6) \\ -m\notin(-\infty;-6)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3<0 \\ -m\in -6;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ -m\ge -6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ m\le 6\end{cases} \Leftrightarrow m<3$.

Vậy: $m\in(-\infty;3)$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-6)$ khi và chỉ khi: $\begin{cases} y^{'}>0, \forall x\in(-\infty;-6) \\ -m\notin(-\infty;-6)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m-3>0 \\ -m\in -6;+\infty)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ -m\ge -6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ m\le 6\end{cases} \Leftrightarrow 3<m\le 6$.

Vậy: $m\in 3;6$.

(a) *Khi $m = 1$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó*

Với $m = 1 \Rightarrow y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0 \forall x \in (-\infty; -1); (-1; +\infty)$

» **Chọn** Đúng.

(b) *Khi $m = 4$ thì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó*

Vì hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó $\Leftrightarrow m < 3$

» **Chọn** SAI.

(c) *Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là $3; 6$*

Tập hợp tham số $m$ để hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định của nó: $m \in (-\infty; 3)$

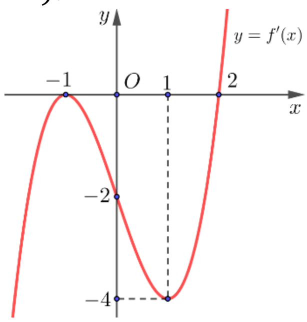
» **Chọn** SAI.

(d) *Tập hợp tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = \frac{x+3}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -6)$ là $3; 6$*

Tập hợp tham số $m$ để hàm số đồng biến trên $(-\infty; -6)$: $m \in 3; 6$

» **Chọn** Đúng.

» **Câu 57.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$.




| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| (a) | Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$. | | |
| (b) | Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$. | | |
| (c) | Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$. | | |
| (d) | Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -2)$. | | |

*Lời giải*

Ta có $g'(x) = (x^2 - 2)'.f'(x^2 - 2) = 2x.f'(x^2 - 2)$.

Hàm số nghịch biến khi $g'(x) \le 0 \Leftrightarrow x.f'(x^2 - 2) \le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le 0 \\ f'(x^2 - 2) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge 0 \\ f'(x^2 - 2) \le 0 \end{cases} \end{array}\right.$

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ, ta thấy

$$f'(x) \le 0 \Leftrightarrow x \le 2 \text{ và } f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2.$$

+ Với $\begin{cases} x \le 0 \\ f'(x^2 - 2) \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ x^2 - 2 \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ x^2 \ge 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 2 \\ x \le -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \le -2.$

+ Với $\begin{cases} x \ge 0 \\ f'(x^2 - 2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 - 2 \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge 0 \\ x^2 \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le x \le 2.$

(a) *Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.*

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) *Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.*

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1; 0)$.*

Hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$

Do $(-1;0) \subset (-2;0)$nên hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

» **Chọn** SAI.

*(d) Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.*

» **Chọn** ĐÚNG.

**» Câu 58.** Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Đặt $g(x) = 3f\big(f(x)\big) + 4$.

| | Mệnh đề | Đúng | Sai |
|---|---|---|---|
| **(a)** | Hàm số $g(x)$ có 8 điểm cực trị. | | |
| **(b)** | Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực đại. | | |
| **(c)** | Hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu. | | |
| **(d)** | Điểm $x_0 = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = g(x)$. | | |

*Lời giải*

*(a) Hàm số $g(x)$ có 8 điểm cực trị.*

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có $g'(x) = 3f'(x).f'\big(f(x)\big)$.

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'\big(f(x)\big) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \\ x^3 - 3x^2 + 4 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -1 \\ x = 2 (nghiemkep) \\ x = 1 \\ x = 1 - \sqrt{3} \\ x = 1 + \sqrt{3} \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

| x | $-\infty$ | | $-1$ | | $1-\sqrt{3}$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $1+\sqrt{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| g'(x) | | + | 0 | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | 0 | − | 0 | + | |
| g(x) | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Vậy hàm số đã cho có 6 điểm cực trị.

» **Chọn** SAI.

*(b) Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực đại.*

Từ bảng biến thiên, suy ra Hàm số có 3 điểm cực đại.

» **Chọn** ĐÚNG.

*(c) Hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực tiểu.*

Hàm số có 3 điểm cực tiểu.

» **Chọn** SAI.

*(d) Điểm $x_0 = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = g(x)$.*

Điểm $x_0 = 0$ là điểm cực đại của hàm số $y = g(x)$.

**Chọn** SAI.

## *C. Câu hỏi – Trả lời ngắn*

**» Câu 59.** Hãy xác định số khoảng đồng biến của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 1$?

*Lời giải*

*✓Trả lời: 2*

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

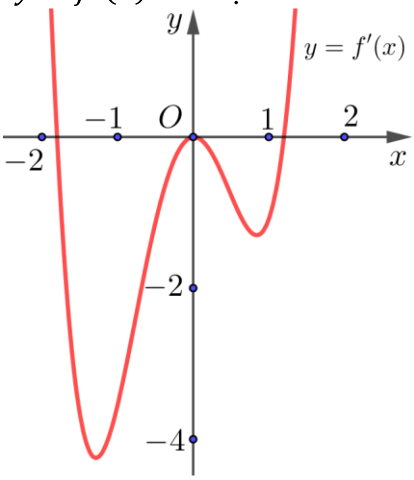
Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$, $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $4$ | $\searrow$ | $-28$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

Qua bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 khoảng đồng biến là $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

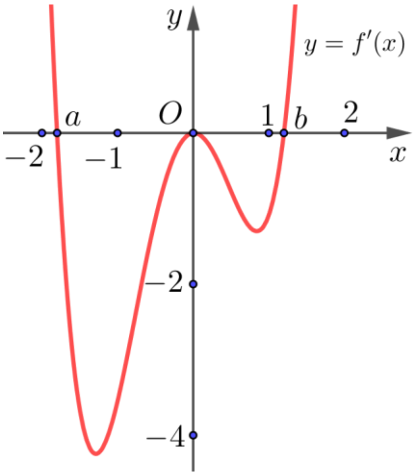
**» Câu 60.** Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ liên tục và có đồ thị trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ




Giả sử hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Trong khoảng $(a; b)$ có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 2024.

*Lời giải*

***✓Trả lời: 3***




Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(a; b)$ với $-2 < a < -1$ và $1 < b < 2$.

Do đó, trong khoảng $(a; b)$ có 3 số nguyên nhỏ hơn 2024.

**» Câu 61.** Cho hàm số $f'(x) = x(x^2 - 1)(x + 1)^3$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

*Lời giải*

***✓Trả lời: 1***

Ta có $f'(x) = x(x^2 - 1)(x + 1)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = -1$.

Mà $x = -1$ là nghiệm bội bậc chẵn. Nên ta được bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

Dựa vào bảng xét dấu, ta được $x = 0$ là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$. Do đó, hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại.

**» Câu 62.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

*Lời giải*

*✓Trả lời: 2*

Vì hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

**» Câu 63.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(2m-1) + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

*Lời giải*

*✓Trả lời: 1*

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(2m-1)$$

Ta có: $\Delta' = (-3m)^2 - 3.3.(2m-1)$. Để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $\Delta' \leq 0$

$\Leftrightarrow 9m^2 - 18m + 9 < 0 \Leftrightarrow 9(m^2 - 2m + 1) \leq 0 \Leftrightarrow 9(m-1)^2 \leq 0 \Leftrightarrow m = 1$.

**» Câu 64.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - 2mx^2 + (3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

*Lời giải*

*✓Trả lời: 6*

Ta có $y' = mx^2 - 4mx + 3m + 5$.

Với $a = 0 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow y' = 5 > 0$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $a \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 0$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ (2m)^2 - m(3m+5) \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m^2 - 5m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 0 \leq m \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \leq 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

**» Câu 65.** Cho hàm số $y = \frac{mx - 2m + 3}{x + m}$ với $m$ là tham số. Gọi $S$ là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của $m$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Tìm số phần tử của $S$.

*Lời giải*

*✓Trả lời: 3*

Điều kiện xác định:$x \neq -m$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 + 2m - 3}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ thì:

$\begin{cases} y' < 0; \forall x \in (2; +\infty) \\ x \neq -m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 < 0 \\ -m \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 1 \\ m \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq m < 1$.

Vậy giá trị nguyên của $m$ là $S = \{-2; -1; 0\}$.

**» Câu 66.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{x + 18}{x + 4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$?

*Lời giải*

*✓Trả lời: 5*

Điều kiện $x \neq -4m$.

Ta có $y = \frac{x+18}{x+4m} \Rightarrow y' = \frac{4m-18}{(x+4m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0 \\ -4m \notin (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m-18 < 0 \\ -4m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{9}{2} \\ m \ge -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le m < \frac{9}{2}$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{0;1;2;3;4\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{x+18}{x+4m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

**» Câu 67.** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số $m$ để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

*Lời giải*

***✓Trả lời: 3***

Ta có $y' = x - m + \frac{1}{x-1}$.

Để hàm số $y = \frac{x^2}{2} - mx + ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y' \ge 0$ với $\forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x + \frac{1}{x-1} \ge m$ với $\forall x \in (1;+\infty) \Rightarrow m \le \min\limits_{(1;+\infty)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ ta có

$f(x) = x - 1 + \frac{1}{x-1} + 1 \ge 2\sqrt{(x-1)\frac{1}{(x-1)}} + 1 \ge 3 \Rightarrow \min\limits_{(1;+\infty)} f(x) = 3$. Do $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1;2;3\}$.

**» Câu 68.** Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x$. Đặt $g(x) = f\big(f(x)\big) + 1$. Giả sử hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ với $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$. Tính $a + b\sqrt{2}$.

*Lời giải*

***✓Trả lời: 1***

Ta có $f'(x) = 2x - 2$, $g'(x) = f'(x).f'\big(f(x)\big)$

Theo đề ta có, $g(x)$ đồng biến $\Leftrightarrow g'(x) \ge 0 \Leftrightarrow f'(x).f'\big(f(x)\big) \ge 0$

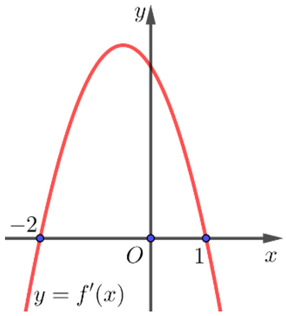
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f'(x) \ge 0 \\ f'\big(f(x)\big) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} f'(x) \le 0 \\ f'\big(f(x)\big) \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge 1 \\ f(x) \ge 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \le 1 \\ f(x) \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge 1 \\ x^2 - 2x - 1 \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \le 1 \\ x^2 - 2x - 1 \le 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} x \ge 1 + \sqrt{2} \\ x \le 1 - \sqrt{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x \le 1 \\ 1 - \sqrt{2} \le x \le 1 + \sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 1 + \sqrt{2} \\ 1 - \sqrt{2} \le x \le 1 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow y = g(x)$ đồng biến trên các khoảng $\big(1-\sqrt{2};1\big)$ và $\big(1+\sqrt{2};+\infty\big)$.

Theo đề bài ta có $a = 1 - \sqrt{2}$ và $b = 1$. Khi đó, $a + b\sqrt{2} = 1 - \sqrt{2} + \sqrt{2} = 1$.

**» Câu 69.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ




Giả sử hàm số $g(x) = 2f(x^2 - 3x) + 5$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ với $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{Q}$. Tính $2a + 3b$.

*Lời giải*

***✓Trả lời: 9***

Ta có $g'(x) = 2(2x - 3)f'(x^2 - 3x)$.

Hàm số $g(x) = 2f(x^2 - 3) + 5$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x) \le 0 \Leftrightarrow 2(2x - 3)f'(x^2 - 3x) \le 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2x - 3 \le 0 \\ f'(x^2 - 3x) \ge 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2x - 3 \ge 0 \\ f'(x^2 - 3x) \le 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le \dfrac{3}{2} \\ -2 \le x^2 - 3x \le 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x^2 - 3x \ge 1 \\ x^2 - 3x \le -2 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \le \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} \dfrac{3 - \sqrt{13}}{2} \le x \le 1 \\ 2 \le x \le \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} x \ge \dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x \ge \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2} \\ x \le \dfrac{3 - \sqrt{13}}{2} \\ 1 \le x \le 2 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{3 - \sqrt{13}}{2} \le x \le 1 \\ \dfrac{3}{2} \le x \le 2 \\ x \ge \dfrac{3 + \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$$

Vậy hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên các khoảng $\left(\frac{3-\sqrt{13}}{2}; 1\right)$, $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

Mà $a \in \mathbb{Q}$ và $b \in \mathbb{Q}$ nên ta được $a = \frac{3}{2}$ và $b = 2 \Rightarrow 2a + 3b = 9$.

**» Câu 70.** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hoá bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \le t \le 12$, trong đó $N$ là số người bị nhiễm bệnh (đơn vị là trăm người) và $t$ là thời gian (tuần). Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian lâu nhất mà số người bị nhiễm bệnh tăng lên. Tính giá trị $P = 2a^2 - b^2$.

*Lời giải*

***✓Trả lời: -64***

Ta có $N'(t) = -3t^2 + 24t = 0 \Rightarrow t = 0; t = 8$. Bảng biến thiên như sau:

| $t$ | 0 | | 8 | | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| $N'$ | 0 | + | 0 | − | |
| $N$ | 0 | ↗ | 256 | ↘ | 0 |

Số người bị nhiễm bệnh tăng trên khoảng thời gian $(0; 8)$.

Vậy $P = 2 \cdot 0^2 - 8^2 = -64$.

**» Câu 71.** Gọi $A$, $B$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = e^{2x} - 5e^x + 2x + 1$. Tính diện tích của tam giác $OAB$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

*Lời giải*

*✔Trả lời: 2,17*

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0$, suy ra nghiệm như sau:

$e^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\ln 2 \Rightarrow y = \frac{-5}{4} - 2\ln 2$;

$e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2 \Rightarrow y = -5 + 2\ln 2$.

Hai điểm cực trị là $A\left(-\ln 2\,; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $B(\ln 2\,; -5 + 2\ln 2)$.

Ta có $\overrightarrow{OA} = \left(-\ln 2\,; \frac{-5}{4} - 2\ln 2\right)$ và $\overrightarrow{OB} = (\ln 2\,; -5 + 2\ln 2)$.

Diện tích tam giác $OAB$ là $S = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}\right| = \frac{25}{8}\ln 2 \approx 2{,}17$ (đơn vị diện tích).

Cách khác tính diện tích tam giác $OAB$ như sau:

Ta có $OA = \sqrt{5\ln^2 2 + \frac{25}{16} + 5\ln 2} \approx 2{,}72589$; $OB = \sqrt{5\ln^2 2 + 25 - 20\ln 2} \approx 3{,}67958$;

$AB = \sqrt{20\ln^2 2 + \frac{225}{16} - 30\ln 2} \approx 1{,}69621$.

Công thức Hêrông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 2{,}17$.

**» Câu 72.** Gọi $A, B, C$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x) = 2\ln(x^2+1) - x^2 - 1$. Tính $P = AB^2 + BC^2 + CA^2$. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

*Lời giải*

*✔Trả lời: 6,03*

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $f'(x) = \frac{2x(1-x^2)}{x^2+1} = 0$, suy ra nghiệm như sau:

$x = -1 \Rightarrow y = 2\ln 2 - 2 \Rightarrow A(-1; 2\ln 2 - 2)$;

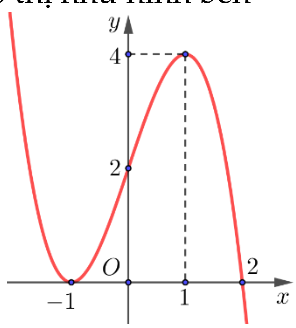
$x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow B(0; -1)$;

$x = 1 \Rightarrow y = 2\ln 2 - 2 \Rightarrow C(1; 2\ln 2 - 2)$.

Ta được $AB^2 = BC^2 = 2 - 4\ln 2 + 4\ln^2 2$; $AC^2 = 4$.

Vậy $P = 8 - 8\ln 2 + 8\ln^2 2 \approx 6{,}30$.

**» Câu 73.** Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên




Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(\ln(e^2 + x^2) - 1)$.

*Lời giải*

*✔Trả lời: 1*

Dựa vào đồ thị, ta được $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 1$.

Ta có $y_x' = u_x' \cdot f_u' = \frac{2x}{1+x^2} \cdot f_u' = 0$, suy ra $x = 0; u = -1; u = 1$.

Dẫn đến $u = -1 \Leftrightarrow \ln(e^2 + x^2) - 1 = -1 \Leftrightarrow x^2 = 1 - e^2$ (vô lý);

và $u = 1 \Leftrightarrow \ln(e^2 + x^2) - 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 0$.

Vậy số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng 1.

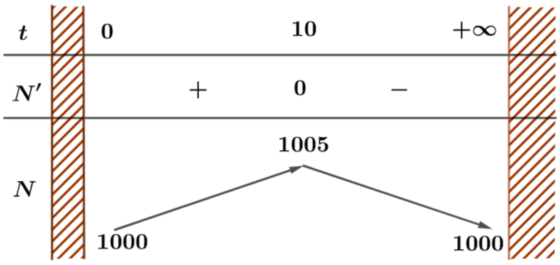
**» Câu 74.** Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 1000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t) = 1000 + \frac{100t}{100+t^2}$ (con), trong đó $t$ là thời gian tính bằng giây. Hỏi thời gian bằng bao nhiêu để số lượng vi khuẩn đạt cực đại?

*Lời giải*

***✓Trả lời: 10***

Ta có $N'(t) = \frac{100(100-t^2)}{(100-t^2)^2} = 0 \Leftrightarrow 100 - t^2 = 0 \Leftrightarrow t = 10$ (vì $t > 0$).

Bảng biến thiên như sau




Vậy số lượng vi khuẩn đạt cực đại bằng 1005 khi $t = 10$.

**» Câu 75.** Giả sử tổng chi phí sản xuất $x$ $(0 \leq x \leq 50)$ đơn vị sản phẩm $A$ mỗi ngày tại một nhà máy được cho bởi công thức $C(x) = \frac{x^2}{4} + 3x + 400$ (nghìn đồng) và toàn bộ chúng được bán hết với giá $(900 - 6x)$ nghìn đồng một sản phẩm. Tìm mức sản lượng (đó là số lượng sản phẩm được sản xuất) để chi phí trung bình tính trên mỗi đơn vị sản phẩm là đạt cực tiểu.

*Lời giải*

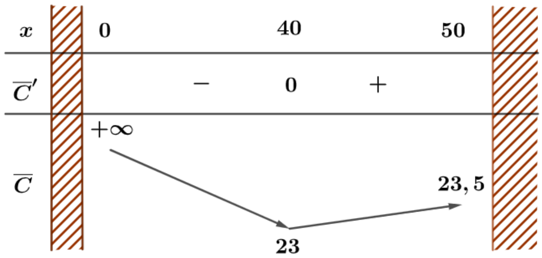
***✓Trả lời: 40***

Kí hiệu $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình tính trên mỗi đơn vị sản phẩm.

Ta có $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{x}{4} + 3 + \frac{400}{x}$.

Đạo hàm: $\bar{C}'(x) = \frac{x^2-1600}{4x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 40$ (vì $0 \leq x \leq 50$).

Bảng biến thiên như sau




Vậy mức sản lượng $x = 40$.

-------------------Hết-------------------