

CHƯƠNG

VII

QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG
KHÔNG GIAN

BÀI 27: THỂ TÍCH



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC
CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. a^3 .B. $6a^3$.C. $3a^3$.D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lăng trụ đã cho là: $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 2: (MĐ 101-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 2.

B. 15.

C. 10.

D. 30.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Câu 3: (MĐ 102-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. 15.

B. 10.

C. 2.

D. 30.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Câu 4: (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $3a^3$.B. $6a^3$.C. $2a^3$.D. a^3 .

Lời giải

Chọn B

$V_{KLT} = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

Câu 5: (MĐ 103-2022) Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 11. B. 10. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn B

Ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 6 = 10$.

Câu 6: (MĐ 104-2022) Khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 5, đáy ABC có diện tích bằng 6. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 11.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10$.

Tam giác $B'BC$ vuông cân tại B' nên $\widehat{B'BC} = 45^\circ$.

Câu 7: (MĐ 103-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}B.h}{B.h} = \frac{1}{3}$.

Câu 8: (MĐ 104-2022) Cho khối chóp và khối lăng trụ có diện tích đáy, chiều cao tương ứng bằng nhau và có thể tích lần lượt là V_1, V_2 . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

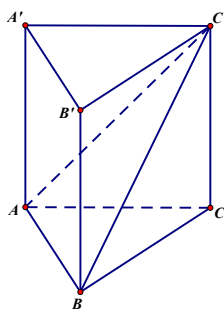
Ta có: $V_1 = \frac{1}{3}Bh$ và $V_2 = Bh$. Suy ra $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$.

Câu 9: (MĐ 101-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, AB = 2a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

- A. $3a^3$. B. a^3 . C. $12\sqrt{2}a^3$. D. $4\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left. \begin{matrix} AB \perp AC \\ AB \perp AA' \end{matrix} \right\} \Rightarrow AB \perp (ACC'A')$

Suy ra góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng góc giữa đường thẳng BC' và đường thẳng $AC' \Rightarrow \widehat{AC'B} = 30^\circ$.

Ta có $AC' = \frac{AB}{\tan 30^\circ} = 2\sqrt{3}a \Rightarrow AA' = \sqrt{12a^2 - 4a^2} = 2\sqrt{2}a$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2a \cdot 2\sqrt{2}a = 4\sqrt{2}a^3$

Câu 10: (MĐ 102-2022) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$. Góc giữa đường thẳng BC' và mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{8}a^3$.

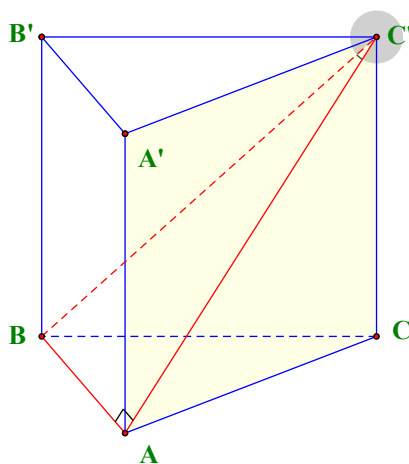
B. $\frac{3}{8}a^3$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\left\{ \begin{matrix} BA \perp AC \\ BA \perp AA' \end{matrix} \right.$ nên $BA \perp (ACC'A')$ suy ra $(BC', (ACC'A')) = \widehat{BC'A} = 30^\circ$.

Khi đó $AC' = \frac{BA}{\tan \widehat{BC'A}} = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$ suy ra $AA' = \sqrt{AC'^2 - A'C'^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 = \boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}a^3}$.

Câu 11: (MĐ 103-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $24a^3$.

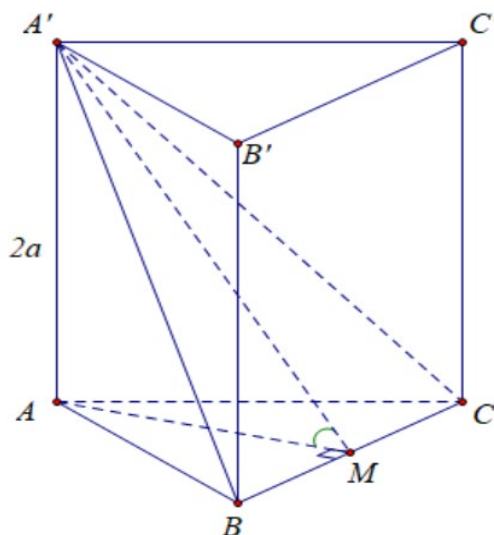
B. $\frac{8}{3}a^3$.

C. $8a^3$.

D. $\frac{8}{9}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó, $AM \perp BC$ mà $BC \perp AA'$ nên $BC \perp (A'AM)$.

Do đó, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{A'MA}$ nên $\widehat{A'MA} = 30^\circ$.

Ta có: $AM = \frac{A'A}{\tan 30^\circ} = 2a\sqrt{3}$; $BC = 2AM = 4a\sqrt{3}$ suy ra $S_{ABC} = \frac{1}{2}AM \cdot BC = 12a^2$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 24a^3$.

Câu 12: (MĐ 104-2022) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , cạnh bên $AA' = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{8}{9}a^3$.

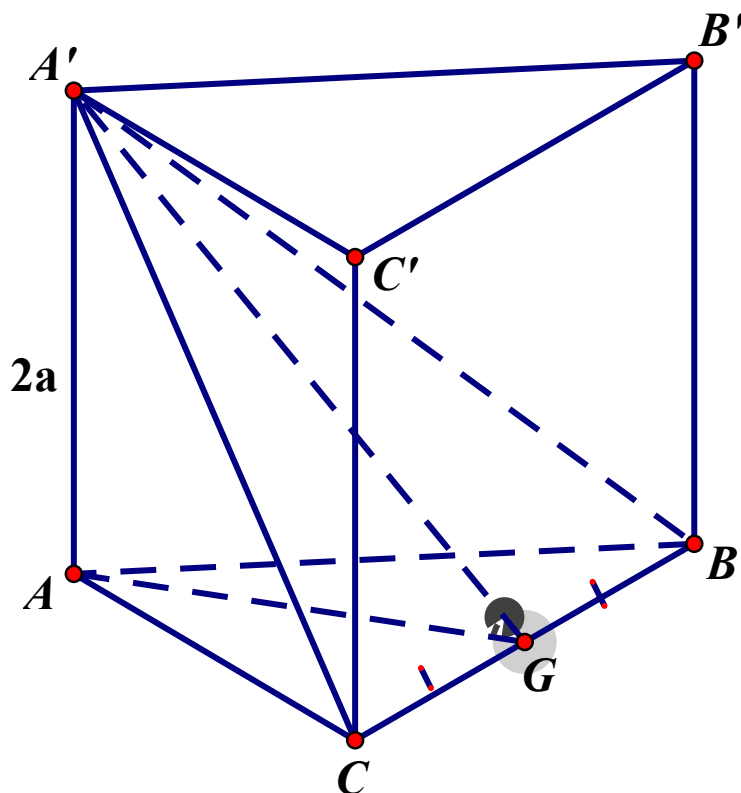
B. $8a^3$.

C. $\frac{8}{3}a^3$.

D. $24a^3$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AB = AC = 2x, x > 0$. Gọi G là trung điểm cạnh BC

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $BC = 2x\sqrt{2}$ và $AG = x\sqrt{2}$ và $AG \perp BC$

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp (ABC)$

Suy ra AG là hình chiếu của $A'G$ lên mặt phẳng (ABC)

Suy ra $A'G \perp BC$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $(AG, A'G) = \angle A'GA = 60^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có: $AG = A'A \cdot \cot 60^\circ \Leftrightarrow x\sqrt{2} = 2a \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{2a\sqrt{6}}{3} \right)^2 \cdot 2a = \frac{8a^3}{3}$.

Câu 13: (TK 2020-2021) Một khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. 10.

B. 30.

C. 90.

D. 15.

Lời giải

Thể tích khối chóp là: $\frac{1}{3} S \times h$ với S = diện tích đáy, h = chiều cao nên $V = \frac{6 \times 5}{3} = 10$.

Câu 14: (TK 2020-2021) Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2;3;7 bằng

A. 14.

B. 42.

C. 126.

D. 12.

Lời giải

Thể tích cần tìm là $V = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$.

Câu 15: (TK 2020-2021) Công thức tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h là:

A. $V = \pi rh$.

B. $V = \pi r^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3} \pi rh$.

D. $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Lời giải

Ta có: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

Câu 16: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 5a^2$ và chiều cao $h = a$.

Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{5}{6} a^3$.

B. $\frac{5}{2} a^3$.

C. $5a^3$.

D. $\frac{5}{3} a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{5}{3} a^3$.

Câu 17: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3a^2$ và chiều cao $h = a$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{3}{2} a^3$.

B. $3a^3$.

C. $\frac{1}{3} a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

$V = \frac{1}{3} B \cdot h = a^3$.

Câu 18: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $4a$ bằng

A. $64a^3$.

B. $32a^3$.

C. $16a^3$.

D. $8a^3$.

Lời giải

Ta có: $V = (4a)^3 = 64a^3$.

Câu 19: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 7a^2$ và chiều cao $h = a$.

Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{7}{6} a^3$.

B. $\frac{7}{2} a^3$.

C. $\frac{7}{3} a^3$.

D. $7a^3$.

Lời giải

Ta có thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} Bh = \frac{1}{3} \cdot 7a^2 \cdot a = \frac{7}{3} a^3$.

Câu 20: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$.

B. $3a^3$.

C. $9a^3$.

D. a^3 .

Lời giải

Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ là: $V = (3a)^3 = 27a^3$

Câu 21: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

- A. a^3 . B. $2a^3$. C. $8a^3$. D. $4a^3$.

Lời giải

Ta có $V = (2a)^3 = 8a^3$.

Câu 22: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $\frac{4}{3}a^3$. C. $4a^3$. D. $\frac{8}{3}a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B = 8a^2$ và chiều cao $h = a$ là:

$$V = \frac{1}{3}B.h = \frac{1}{3}.8a^2.a = \frac{8}{3}a^3$$

Câu 23: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối trụ có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. a^3 . C. $\frac{1}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = B.h = 2a^2.a = 2a^3$.

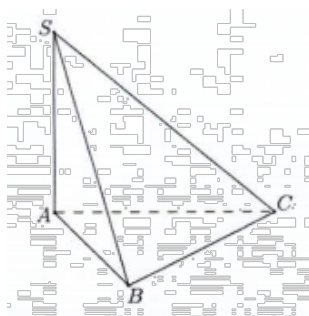
Câu 24: (MĐ 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 4a^2$ và chiều cao $h = a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $\frac{2}{3}a^3$. B. $4a^3$. C. $\frac{4}{3}a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng $V = B.h = 4a^2.a = 4a^3$.

Câu 25: (TK 2020-2021) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 45° (tham khảo hình bên). Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng



- A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{3a^3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

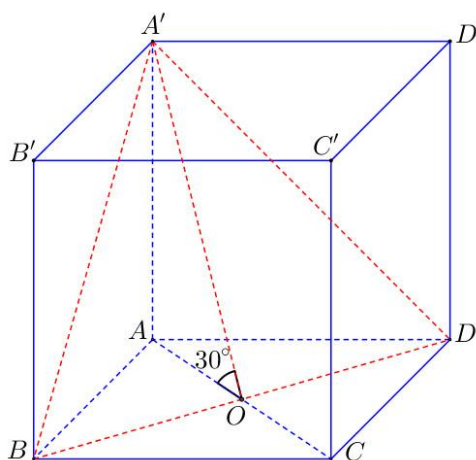
Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $SA \perp BC$ nên $BC \perp (SAM)$. Từ đây dễ thấy góc cần tìm là $\alpha = \widehat{ASM} = 45^\circ$. Do đó, SAM vuông cân ở A và $SA = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$$\text{Suy ra } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 26: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A.** $6\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AO \perp BD \\ AA' \perp BD \end{cases} \Rightarrow A'O \perp BD \Rightarrow \varphi = (AO; A'O) = \widehat{AOA'} = 30^\circ.$$

Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông có $BD = 2a \Rightarrow AB = AD = a\sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD = a.$$

$$\text{Trong } \triangle AOA' \text{ có } AA' = AO \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là:

$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot 2a^2 = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 27: (MĐ 102 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa 2 mặt phẳng $(A'BD), (ABCD)$ bằng 30° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng:

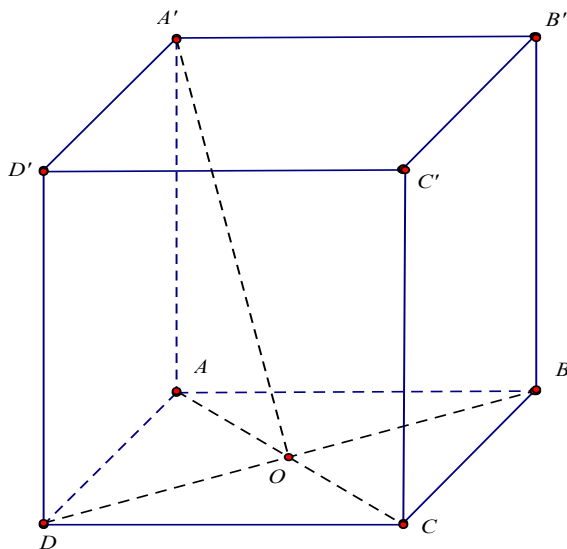
A. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $48\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $16\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, từ giả thiết ta có

$$AC = 4a, AB = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = 2a, S_{ABCD} = (2a\sqrt{2})^2 = 8a^2$$

$ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow AO \perp BD$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} AO \perp BD \\ AA' \perp BD(gt) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp A'O \Rightarrow ((A'BD), (ABCD)) = \widehat{A'OA}$$

(tam giác $A'OA$ vuông tại A)

$$\text{Từ giả thiết } \Rightarrow \widehat{A'OA} = 30^\circ \Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{A'A}{AO} \Rightarrow A'A = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 2a = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'} = A'A \cdot S_{ABCD} = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot 8a^2 = \frac{16\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 28: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

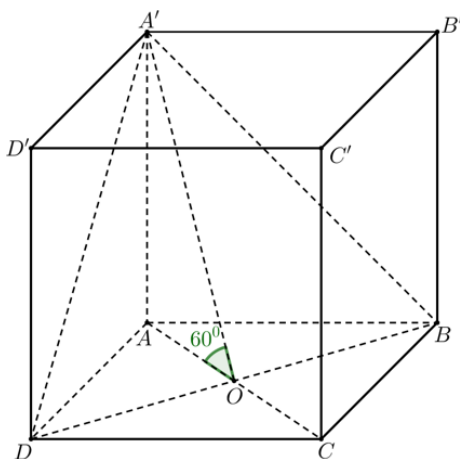
A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $6\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $2\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Ta có $BD = \sqrt{2}AD \Rightarrow AD = \sqrt{2}a$, nên $S_{ABCD} = (\sqrt{2}a)^2 = 2a^2$ và $OA = \frac{1}{2}BD = a$.

Gọi O là trung điểm của DB

Khi đó, ta có $\begin{cases} AO \perp BD \\ A'O \perp BD \end{cases} \Rightarrow ((A'BD); (ABCD)) = (\widehat{A'O; AO}) = \widehat{A'OA} \Rightarrow \widehat{A'OA} = 60^\circ$

(Vì tam giác $A'AO$ vuông tại A nên $\widehat{A'OA}$ là góc nhọn)

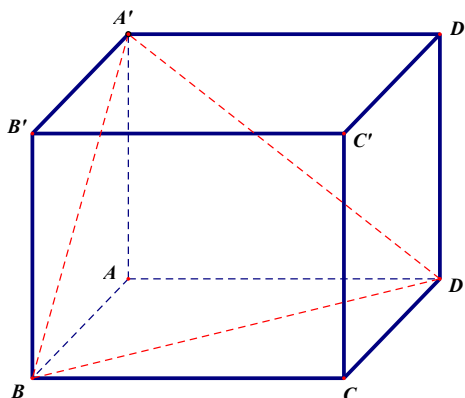
Xét tam giác $A'AO$ có $\tan \widehat{A'OA} = \frac{AA'}{AO} \Rightarrow AA' = AO \cdot \tan \widehat{A'OA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot 2a^2 = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 29: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60° . Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. $48\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$. **D. $16\sqrt{3}a^3$.**

Lời giải



Đặt $x = AA'$, $AB = AD = a\sqrt{2}$

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin((A'BD), (ABD)) = \frac{d(A, (A'BD))}{d(A, BD)} \Rightarrow d(A, (A'BD)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2a = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vì } ABDA' \text{ là tam diện vuông tại } A \text{ nên ta có: } \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{8a^2} + \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = a\sqrt{12}$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD.A'B'C'D'} = a\sqrt{12} \cdot a\sqrt{8} \cdot a\sqrt{8} = 16\sqrt{3}a^3$$

Câu 30: (MĐ 101 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

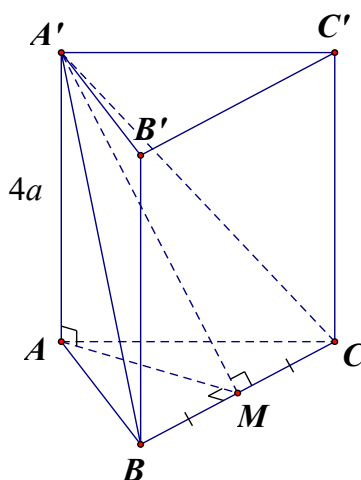
A. $64\sqrt{3}a^3$.

B. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$.

D. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $((A'BC); (ABC)) = \widehat{A'MA} = 30^\circ$.

Trong tam giác vuông $A'MA$ có:

$$\tan \widehat{A'MA} = \frac{A'A}{AM} \Leftrightarrow AM = \frac{4a}{\tan 30^\circ} \Leftrightarrow AM = 4\sqrt{3}a$$

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều nên: } AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AB = 8a$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ: } V = S_{\Delta ABC} \cdot A'A = \frac{(8a)^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 4a = 64\sqrt{3}a^3.$$

Câu 31: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

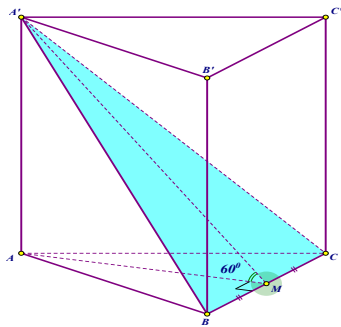
A. $\frac{8\sqrt{3}}{3}a^3$.

B. $\frac{8\sqrt{3}}{9}a^3$.

C. $\frac{8\sqrt{3}}{27}a^3$.

D. $8\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BC \perp A'M$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp A'M \\ (A'BC) \cap (ABC) = BC \end{cases} \Rightarrow ((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Đặt $AB = x (x > 0) \Rightarrow AM = \frac{x\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác $A'AM$ vuông tại $A \Rightarrow \tan \widehat{A'MA} = \frac{A'A}{AM}$

$$\Leftrightarrow AM \cdot \tan 60^\circ = A'A \Leftrightarrow \frac{3x}{2} = 2a \Leftrightarrow x = \frac{4a}{3} \Rightarrow S_{ABC} = \left(\frac{4a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2\sqrt{3}}{9}.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 2a \cdot \frac{4a^2\sqrt{3}}{9} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 32: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh bên bằng $4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

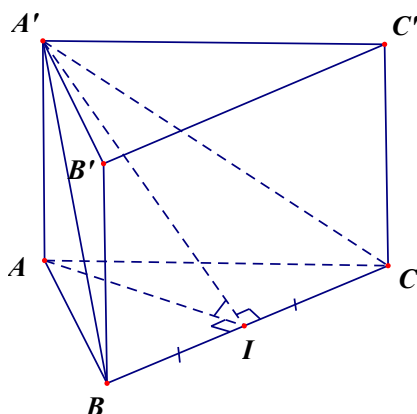
A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}a^3$.

B. $\frac{64\sqrt{3}}{27}a^3$.

C. $\frac{64\sqrt{3}}{3}a^3$.

D. $64\sqrt{3}a^3$.

Lời giải



+ Gọi $x (x > 0)$ là độ dài cạnh tam giác đều ABC và I là trung điểm của BC .

Suy ra: $BC \perp AI$ và $BC \perp A'I$.

\Rightarrow Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) là góc $\widehat{AIA'} = 60^\circ$.

+ Xét $\Delta A'AI$ vuông tại A có: $AI = AA' \cdot \cot 60^\circ \Leftrightarrow \frac{x\sqrt{3}}{2} = 4a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow x = \frac{8a}{3}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \left(\frac{8a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4a = \frac{64\sqrt{3}}{9} a^3$.

Câu 33: (TK 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Câu 34: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

- A.** 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp $V = \frac{1}{3} B h = 4$

Câu 35: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A.** 6. **B.** 12. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3} B h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 2 = 2$.

Câu 36: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6a^2$ và chiều cao $h = 2a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

- A.** $2a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h = \frac{1}{3} 6a^2 \cdot 2a = 4a^3$$

Câu 37: (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

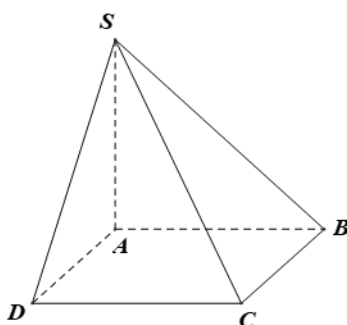
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{4}$

C. $V = \sqrt{2}a^3$

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA$ là đường cao của hình chóp

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a \sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 38: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $SA = 4$, $AB = 6$, $BC = 10$ và $CA = 8$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = 32$

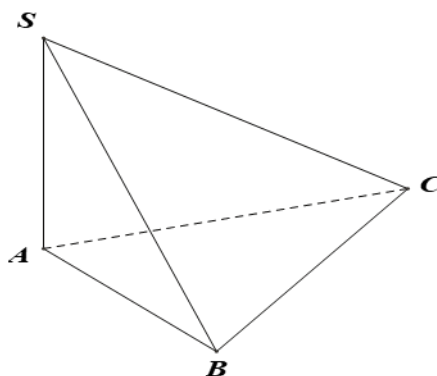
B. $V = 192$

C. $V = 40$

D. $V = 24$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2$ suy ra ΔABC vuông tại A . $S_{ABC} = 24$, $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = 32$

Câu 39: (Mã 104 2017) Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{6}$

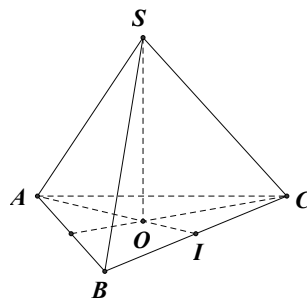
B. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{4}$

C. $V = \frac{\sqrt{13}a^3}{12}$

D. $V = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$

Lời giải

Chọn D



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC , khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Theo định lý Pitago ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO = \frac{2}{3} AI = \frac{2a\sqrt{3}}{3 \cdot 2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{11}a}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$.

Câu 40: (Đề Tham Khảo 2019) Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$

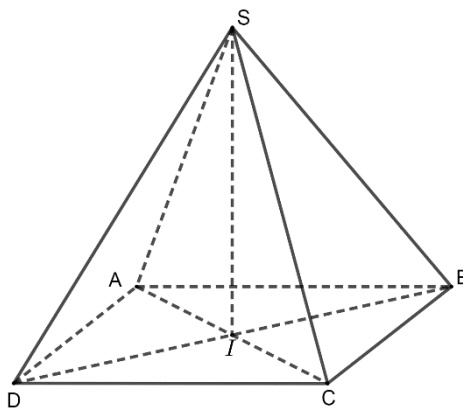
B. $\frac{8a^3}{3}$

C. $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$

D. $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$ là $S.ABCD$ và I tâm của đáy ta có:

$SA = SC = BA = BC = DA = DC \Rightarrow \triangle SAC = \triangle BAC = \triangle DBC \Rightarrow \triangle SAC; \triangle BAC; \triangle DAC$ lần lượt vuông tại S, B, D .

I là trung điểm của AC suy ra $SI = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} 2a \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SI = \frac{1}{3} (2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$$

Câu 41: (Mã 123 2017) Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$

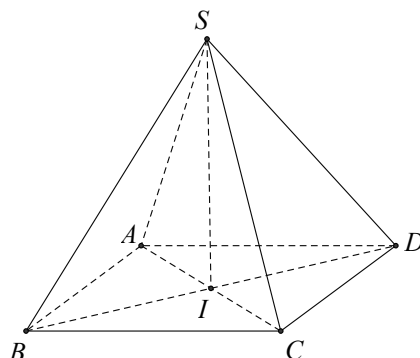
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$

D. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Lời giải

Chọn D



Chiều cao của khối chóp: $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}SI.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$

Câu 42: (Mã 105 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3}{3}$

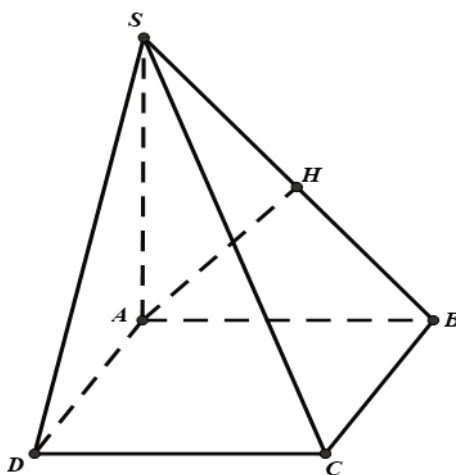
B. a^3

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{9}$

D. $\frac{a^3}{2}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $BC \perp AB, BC \perp SA \Rightarrow BC \perp AH$. Kê $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Suy ra $d(A; (SBC)) = AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow SA = a$.

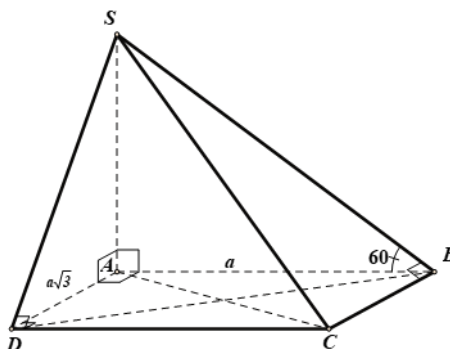
Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$.

Câu 43: (Mã 110 2017) Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = 3a^3$ B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $V = a^3$ D. $V = \frac{a^3}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = \sqrt{3}a^2$.

Vì $\begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp SB \subset (SBC) \\ BC \perp AB \subset (ABCD) \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (\widehat{SB; AB}) = \widehat{SBA}.$

Vậy $\widehat{SBA} = 60^\circ$

Xét tam giác vuông SAB có: $\tan 60^\circ = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$

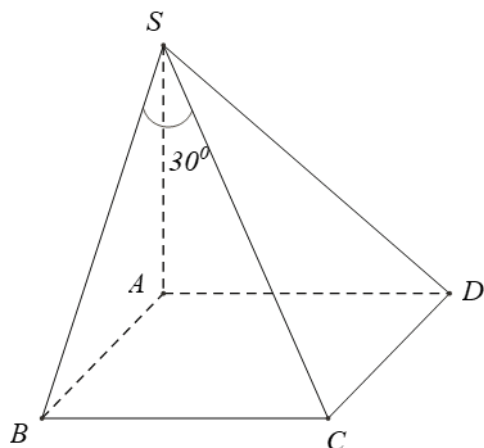
Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \sqrt{3} \cdot a\sqrt{3} = a^3$.

Câu 44: (Mã 123 2017) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SA vuông góc với đáy, SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

- A. $\frac{2a^3}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$ D. $\sqrt{2}a^3$

Lời giải

Chọn B



+) Do ABCD là hình vuông cạnh a nên: $S_{ABCD} = a^2$

+) Chứng minh được $BC \perp (SAB) \Rightarrow$ góc giữa SC và (SAB) là $\widehat{CSB} = 30^\circ$.

+) Đặt $SA = x \Rightarrow SB = \sqrt{x^2 + a^2}$. Tam giác SBC vuông tại B nên $\tan \widehat{CSA} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{BC}{SB}$

Ta được: $SB = BC\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + a^2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a\sqrt{2}$.

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}$ (Đvtt)

Câu 45: (Đề Minh Họa 2017) Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tam giác SAD cân tại S và mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}a^3$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{3}{4}a$

B. $h = \frac{2}{3}a$

C. $h = \frac{4}{3}a$

D. $h = \frac{8}{3}a$

Lời giải

Chọn C

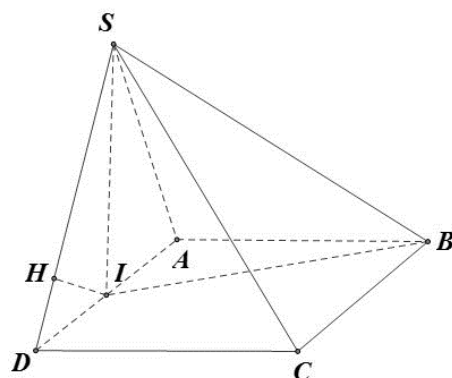
Gọi I là trung điểm của AD . Tam giác SAD cân tại S

$\Rightarrow SI \perp AD$

Ta có $\begin{cases} SI \perp AD \\ (SAD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABCD)$

$\Rightarrow SI$ là đường cao của hình chóp.

Theo giả thiết



$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} \Leftrightarrow \frac{4}{3} a^3 = \frac{1}{3} SI \cdot 2a^2 \Leftrightarrow SI = 2a$$

Vì AB song song với (SCD)

$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên SD .

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} SI \perp DC \\ ID \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp DC. \text{ Ta có } \begin{cases} IH \perp SD \\ IH \perp DC \end{cases} \Rightarrow IH \perp (SCD) \Rightarrow d(I, (SCD)) = IH$$

$$\text{Xét tam giác } SID \text{ vuông tại } I: \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{ID^2} = \frac{1}{4a^2} + \frac{4}{2a^2} \Rightarrow IH = \frac{2a}{3}$$

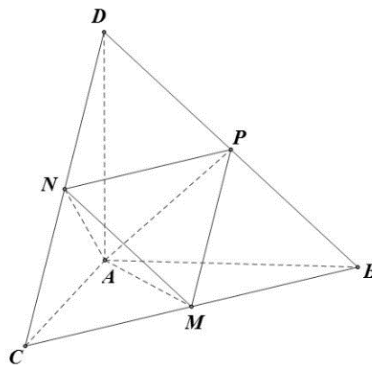
$$\Rightarrow d(B, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(I, (SCD)) = \frac{4}{3} a.$$

Câu 46: (Đề Minh Họa 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a, AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$ **B.** $V = 14a^3$ **C.** $V = \frac{28}{3}a^3$ **D.** $V = \frac{7}{2}a^3$

Lời giải

Chọn A



$$\text{Ta có } V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$$

$$\text{Ta nhận thấy } S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNP} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3.$$

Câu 47: (Mã 101 - 2019) Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là

A. Bh . **B.** $\frac{4}{3} Bh$. **C.** $\frac{1}{3} Bh$. **D.** $3Bh$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và có chiều cao h là: $V = B \cdot h$.

Câu 48: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lập phương có cạnh bằng 6. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

- A. 216. B. 18. C. 36. D. 72.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương có cạnh bằng 6 là $V = 6^3 = 216$.

Câu 49: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Thể tích khối lập phương cạnh 2 bằng

- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Vậy thể tích khối lập phương cạnh 2 là: $V = 2^3 = 8$.

Câu 50: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp chữ nhật có 3 kích thước 3; 4; 5. Thể tích của khối hộp đã cho bằng?

- A. 10. B. 20. C. 12. D. 60.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $V = 3.4.5 = 60$

Câu 51: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho khối hộp hình chữ nhật có ba kích thước 2; 4; 6. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

- A. 16. B. 12. C. 48. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp đã cho bằng $2.4.6 = 48$.

Câu 52: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn D

♦ Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 3.2 = 6$.

Câu 53: (Mã 103 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $16a^3$ B. $4a^3$ C. $\frac{16}{3}a^3$ D. $\frac{4}{3}a^3$

Lời giải

Chọn B

$V = S_{\text{day}}.h = a^2.4a = 4a^3$.

Câu 54: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$

B. $\frac{4}{3}a^3$

C. $2a^3$

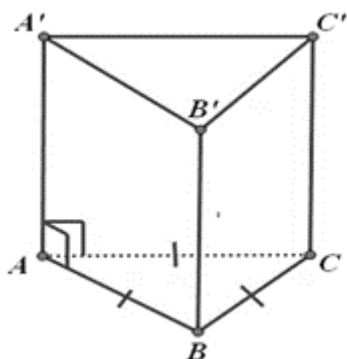
D. $4a^3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V_{\text{lăng trụ}} = S_{\text{đáy}} \cdot h = a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 55: (Mã 102 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = 2a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

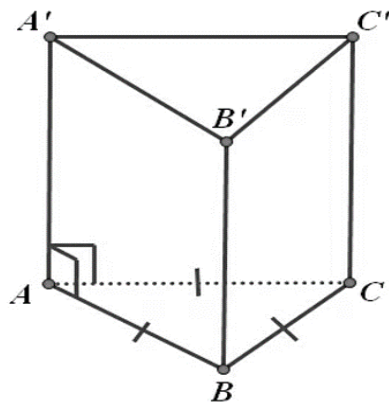
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\sqrt{3}a^3$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Do khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên đường cao của lăng trụ là $AA' = 2a$

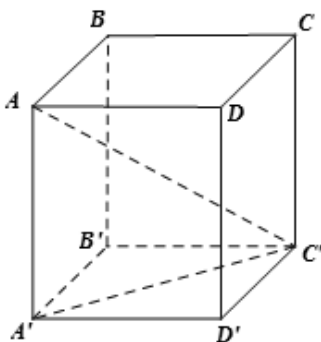
Thể tích khối lăng trụ là $V = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = 2a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}a^3}{2}$.

Câu 56: (Đề Minh Họa 2017) Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

- A. $V = a^3$ B. $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ C. $V = 3\sqrt{3}a^3$ D. $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng x ; ($x > 0$)

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 57: (Đề Tham Khảo 2019) Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

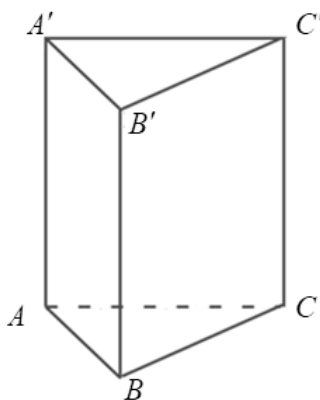
- A. $8a^3$ B. $2a^3$ C. a^3 D. $6a^3$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng: $V = (2a)^3 = 8a^3$

Câu 58: (Mã 104 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{2}a$ (minh họa như hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$.

C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ đã cho là

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{4}.$$

Câu 59: (Đề Tham Khảo 2017) Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} h = a \\ S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow V = h \cdot S = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 60: (Mã 110 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{a^3}{3}$

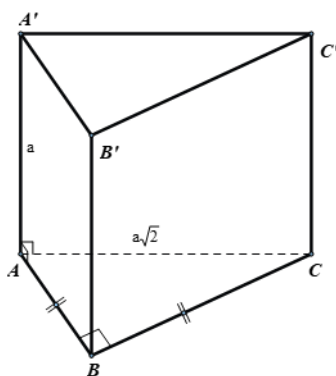
B. $V = \frac{a^3}{2}$

C. $V = a^3$

D. $V = \frac{a^3}{6}$

Lời giải

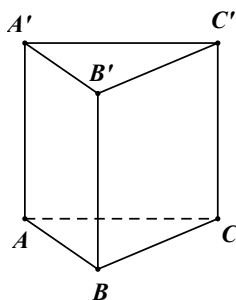
Chọn B



Tam giác ABC vuông cân tại $B \Rightarrow AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a$. Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$.

Khi đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot BB' = \frac{1}{2}a^2 \cdot a = \frac{a^3}{2}$

Câu 61: (Mã 103 2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$ và $AA' = 3a$ (minh họa như hình vẽ bên).



Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $6\sqrt{3}a^3$. B. $3\sqrt{3}a^3$. C. $2\sqrt{3}a^3$. D. $\sqrt{3}a^3$.

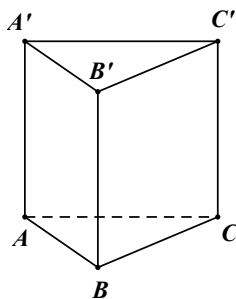
Lời giải

Chọn B

Khối lăng trụ đã cho có đáy là tam giác đều có diện tích là $\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao là $AA' = 3a$

(do là lăng trụ đứng) nên có thể tích là $\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 3a = 3\sqrt{3}a^3$

Câu 62: (Mã 101 -2019) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = \sqrt{3}a$ (minh họa hình vẽ bên). Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng.



- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

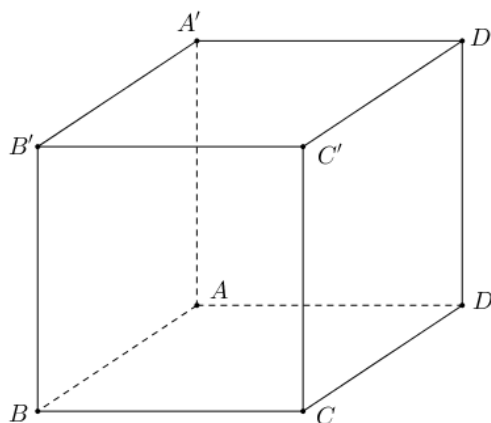
Lời giải

Chọn C

Ta có $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $AA' = a\sqrt{3}$.

Từ đó suy ra $V = a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{4}$.

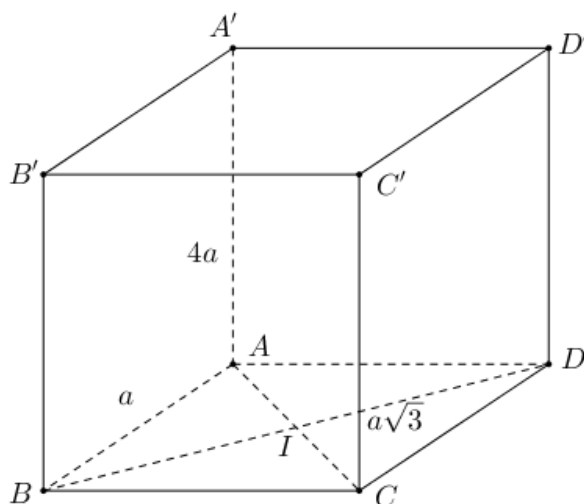
Câu 63: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , $BD = a\sqrt{3}$ và $AA' = 4a$ (minh họa như hình bên). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



- A.** $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $4\sqrt{3}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $I = AC \cap BD$. Ta có: $AC \perp BD, BI = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác vuông BAI vuông tại I :

$$AI^2 = BA^2 - BI^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow AI = \frac{a}{2} \Rightarrow AC = a.$$

Diện tích hình bình hành $ABCD$: $S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} BI \cdot AC = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

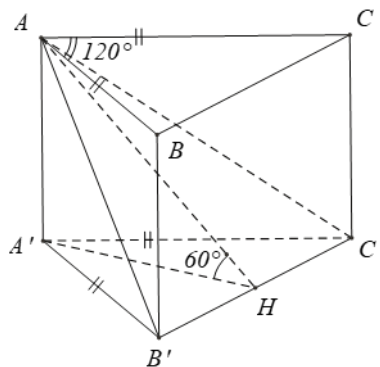
Vậy: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = S_{ABCD} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 4a = 2\sqrt{3}a^3$.

Câu 64: (Mã 104 2017) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A.** $V = \frac{3a^3}{8}$ **B.** $V = \frac{9a^3}{8}$ **C.** $V = \frac{a^3}{8}$ **D.** $V = \frac{3a^3}{4}$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của $B'C'$, khi đó góc giữa mp $(AB'C')$ và đáy là góc $\widehat{AHA'} = 60^\circ$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot AB \cdot \sin 120^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

$$B'C' = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \frac{-1}{2}} = a\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow A'H = \frac{2S_{\triangle ABC}}{B'C'} = \frac{a}{2} \Rightarrow AA' = A'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = S_{\triangle A'B'C'} \cdot AA' = \frac{3a^3}{8}.$$

Câu 65: (Mã 101 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 2

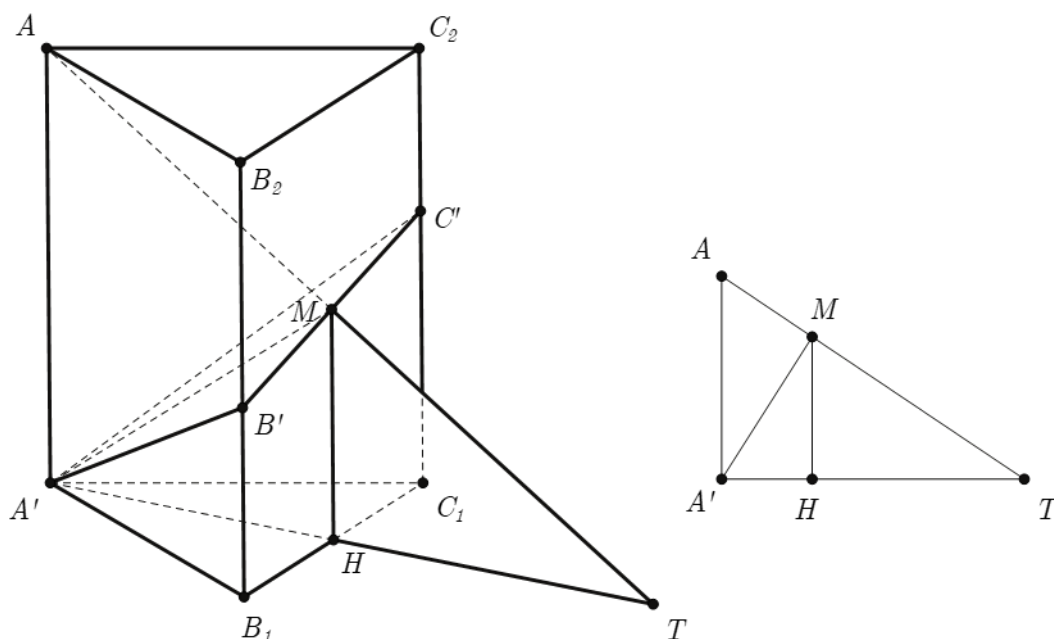
B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Lời giải

Chọn A



Cắt lăng trụ bởi một mặt phẳng qua A' và vuông góc với AA' ta được thiết diện là tam giác $A'B_1C_1$ có các cạnh $A'B_1 = 1$; $A'C_1 = \sqrt{3}$; $B_1C_1 = 2$.

Suy ra tam giác $A'B_1C_1$ vuông tại A' và trung tuyến $A'H$ của tam giác đó bằng 1.

Gọi giao điểm của AM và $A'H$ là T .

Ta có: $A'M = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $A'H = 1 \Rightarrow MH = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Suy ra $\widehat{MA'H} = 30^\circ$.

Do đó $\widehat{MA'A} = 60^\circ \Rightarrow AA' = \frac{A'M}{\cos \widehat{MA'A}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng thể tích khối lăng trụ $A'B_1C_1.AB_2C_2$ và bằng

$$V = AA'.S_{A'B_1C_1} = \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.$$

Câu 66: (Mã 103 -2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến đường thẳng BB' bằng 2, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và $\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = 2$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

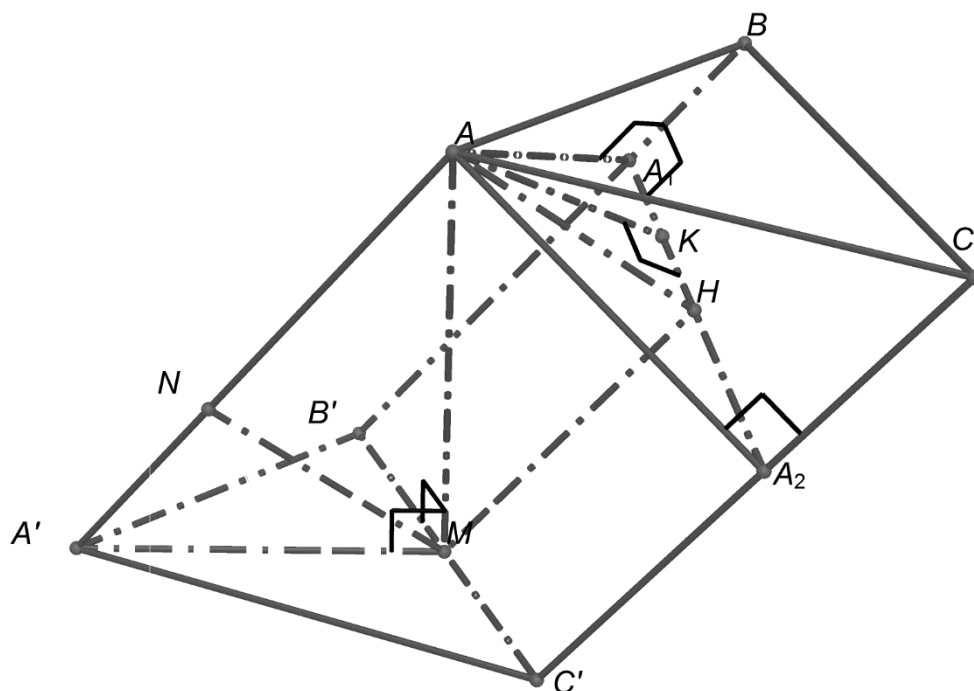
B. 1

C. $\sqrt{3}$

D. 2

Lời giải

Chọn D



Gọi A_1, A_2 lần lượt là hình chiếu của A trên BB', CC' . Theo đề ra $AA_1 = 1; AA_2 = \sqrt{3}; A_1A_2 = 2$.

Do $AA_1^2 + AA_2^2 = A_1A_2^2$ nên tam giác AA_1A_2 vuông tại A .

Gọi H là trung điểm A_1A_2 thì $AH = \frac{A_1A_2}{2} = 1$.

Lại có $MH \parallel BB' \Rightarrow MH \perp (AA_1A_2) \Rightarrow MH \perp AH$ suy ra $MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{3}$.

nên $\cos((ABC), (AA_1A_2)) = \cos(MH, AM) = \cos HMA = \frac{MH}{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $S_{ABC} = \frac{S_{AA_1A_2}}{\cos((ABC), (AA_1A_2))} = 1$. Thể tích lăng trụ là $V = AM \cdot S_{ABC} = 2$.

Nhận xét. Ý tưởng câu này là dùng diện tích hình chiếu $S' = S \cos \alpha$.

Câu 67: (Mã 102 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, khoảng cách từ C đến BB' là $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $A'B'C'$ là trung điểm M của $B'C'$, $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$.

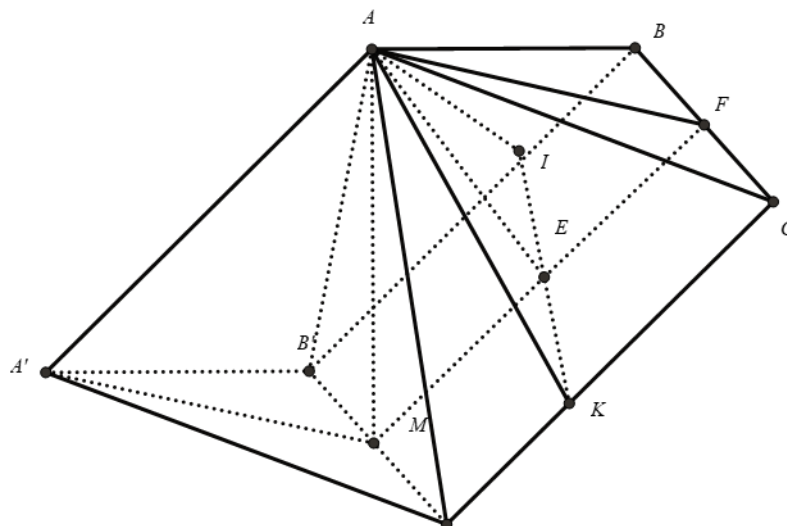
B. $\sqrt{5}$

C. $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AI \perp BB'$, $AK \perp CC'$ (hình vẽ).

Khoảng cách từ A đến BB' và CC' lần lượt là 1; 2 $\Rightarrow AI = 1$, $AK = 2$.

Gọi F là trung điểm của BC . $A'M = \frac{\sqrt{15}}{3} \Rightarrow AF = \frac{\sqrt{15}}{3}$

Ta có $\left. \begin{array}{l} AI \perp BB' \\ BB' \perp AK \end{array} \right\} \Rightarrow BB' \perp (AIK) \Rightarrow BB' \perp IK$.

Vì $CC' \parallel BB' \Rightarrow d(C, BB') = d(K, BB') = IK = \sqrt{5} \Rightarrow \triangle AIK$ vuông tại A .

Gọi E là trung điểm của $IK \Rightarrow EF \parallel BB' \Rightarrow EF \perp (AIK) \Rightarrow EF \perp AE$.

Lại có $AM \perp (ABC)$. Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AIK) là góc giữa EF và

AM bằng góc $\widehat{AME} = \widehat{FAE}$. Ta có $\cos \widehat{FAE} = \frac{AE}{AF} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{15}}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{FAE} = 30^\circ$.

Hình chiếu vuông góc của tam giác ABC lên mặt phẳng (AIK) là $\triangle AIK$ nên ta có:

$$S_{AIK} = S_{ABC} \cos \widehat{EAF} \Rightarrow 1 = S_{ABC} \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = S_{ABC}.$$

Xét $\triangle AMF$ vuông tại A : $\tan \widehat{AMF} = \frac{AF}{AM} \Rightarrow AM = \frac{\frac{\sqrt{15}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow AM = \sqrt{5}$.

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = \sqrt{5} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

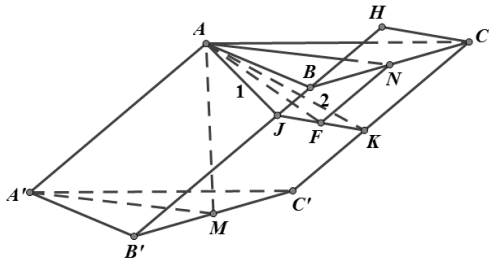
Câu 68: (Mã 104 2018) Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khoảng cách từ C đến đường thẳng BB'

bằng $\sqrt{5}$, khoảng cách từ A đến các đường thẳng BB' và CC' lần lượt bằng 1 và 2, hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm M của $B'C'$ và $A'M = \sqrt{5}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $\sqrt{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$ **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn D



Gọi J , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC' , H là hình chiếu vuông góc của C lên BB'

Ta có $AJ \perp BB'$ (1).

$AK \perp CC' \Rightarrow AK \perp BB'$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BB' \perp (AJK) \Rightarrow BB' \perp JK \Rightarrow JK \parallel CH \Rightarrow JK = CH = \sqrt{5}$.

Xét $\triangle AJK$ có $JK^2 = AJ^2 + AK^2 = 5$ suy ra $\triangle AJK$ vuông tại A .

Gọi F là trung điểm JK khi đó ta có $AF = JF = FK = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi N là trung điểm BC , xét tam giác vuông ANF ta có:

$$\cos \widehat{NAF} = \frac{AF}{AN} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{NAF} = 60^\circ. (AN = AM = \sqrt{5} \text{ vì } AN \parallel AM \text{ và } AN = AM).$$

$$\text{Vậy ta có } S_{\triangle AJK} = \frac{1}{2} AJ \cdot AK = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \Rightarrow S_{\triangle AJK} = S_{\triangle ABC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{S_{\triangle AJK}}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

Xét tam giác AMA' vuông tại M ta có $\widehat{MAA'} = \widehat{AMF} = 30^\circ$ hay $AM = A'M \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là } V = AM \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{15}}{3} \cdot 2 = \frac{2\sqrt{15}}{3}.$$

Câu 69: (Đề tham khảo 2017) Cho khối tứ diện có thể tích bằng V . Gọi V' là thể tích của khối đa diện có các đỉnh là các trung điểm của các cạnh của khối tứ diện đã cho, tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

B. $\frac{V'}{V} = \frac{1}{4}$.

C. $\frac{V'}{V} = \frac{2}{3}$.

D. $\frac{V'}{V} = \frac{5}{8}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1. Đặc biệt hóa tứ diện cho là tứ diện đều cạnh a . Hình đa diện cần tính có được bằng cách cắt 4 góc của tứ diện, mỗi góc cũng là một tứ diện đều có cạnh bằng $\frac{a}{2}$.

Do đó thể tích phần cắt bỏ là $V'' = 4 \cdot \frac{V}{8} = \frac{V}{2}$.

(Vì với tứ diện cạnh giảm nửa thì thể tích giảm $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$)

Vậy $V' = \frac{V}{2} \Leftrightarrow \frac{V'}{V} = \frac{1}{2}$.

Cách 2. Khối đa diện là hai khối chóp tứ giác (giống nhau) có cùng đáy là hình bình hành úp lại. Suy ra: $V' = 2V_{N.MEPF} = 4.V_{N.MEP} = 4.V_{P.MNE} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} V = \frac{1}{2} V$

(Do chiều cao giảm một nửa, cạnh đáy giảm một nửa nên diện tích giảm 4)

Cách 3. Ta có $\frac{V'}{V} = \frac{V - V_{A.QEP} - V_{B.QMF} - V_{C.MNE} - V_{D.NPF}}{V}$

$$= 1 - \frac{V_{A.QEP}}{V} - \frac{V_{B.QMF}}{V} - \frac{V_{C.MNE}}{V} - \frac{V_{D.NPF}}{V} = 1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

Câu 70: (Đề minh họa lần 1 2017) Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh AB , AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M , N , P tương ứng là trung điểm các cạnh BC , CD , DB . Tính thể tích V của tứ diện $AMNP$.

A. $V = \frac{7}{2} a^3$

B. $V = 14a^3$

C. $V = \frac{28}{3} a^3$

D. $V = 7a^3$

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot \frac{1}{2} AD \cdot AC = \frac{1}{6} 6a \cdot 7a \cdot 4a = 28a^3$

Ta nhận thấy $S_{MNP} = \frac{1}{2} S_{MNPD} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{AMNP} = \frac{1}{4} V_{ABCD} = 7a^3$