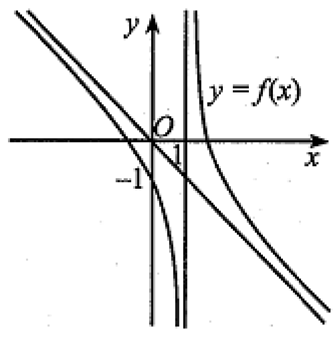
ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như *Hình 1*. Phát biểu nào sau đây là đúng?



Hình 1

A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

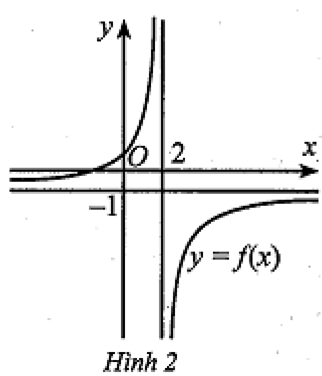
C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.** Đồ thị từ trái sang phải đi xuống

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như *Hình 2.*



Hình 2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Câu 3: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y=10^x$?

A. $y=10^x\ln 10$. **B.** $y=10^x$. **C.** $y=\dfrac{10^{x+1}}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{10^x}{\ln 10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Áp dụng công thức tính đạo hàm $\left(a^x\right)'=a^x.\ln a \Rightarrow \left(10^x\right)'=10^x.\ln 10$

Vậy $\int 10^x dx=\dfrac{10^x}{\ln 10}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A\left(x_1;y_1;z_1\right)$ và $B\left(x_2;y_2;z_2\right)$ bằng:

A. $\left|x_2-x_1\right|+\left|y_2-y_1\right|+\left|z_2-z_1\right|$. **B.** $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$.

C. $\dfrac{\left|x_2-x_1\right|+\left|y_2-y_1\right|+\left|z_2-z_1\right|}{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$A\left(x_1;y_1;z_1\right)$ **và** $B\left(x_2;y_2;z_2\right) \Rightarrow AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2+\left(z_2-z_1\right)^2}$

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(a;b;c\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình

A. $c\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+a\left(z-z_0\right)=0$. **B.** $b\left(x-x_0\right)+a\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0$.

C. $c\left(x-x_0\right)+a\left(y-y_0\right)+b\left(z-z_0\right)=0$. **D.** $a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(a;b;c\right)$ làm VTPT có phương trình là :

$a\left(x-x_0\right)+b\left(y-y_0\right)+c\left(z-z_0\right)=0$

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ bán kính R có phương trình là

A. $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$. **B.** $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2-\left(z-z_0\right)^2=R^2$.

C. $\left(x-x_0\right)^2-\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$. **D.** $-\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Mặt cầu tâm $I\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và bán kính R có phương trình là : $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2+\left(z-z_0\right)^2=R^2$

Câu 7: Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(x\right)\ge m,\forall x\in\mathbb{R}$ và tồn tại $a\in\mathbb{R}$ sao cho $f\left(a\right)=m$ thì

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt giá trị cực đại bằng m.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y=\cos x$ là

A. $y'=\sin x$. **B.** $y'=-\sin x$. **C.** $y'=\cos x$. **D.** $y'=-\cos x$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$\left(\cos x\right)'=-\sin x$

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$\left[a_1;a_2\right)$	x_1	n_1
$\left[a_2;a_3\right)$	x_2	n_2
…	…	…
$\left[a_m;a_{m+1}\right)$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $\overline{x}=\sqrt{\dfrac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+\ldots+n_mx_m^2}{m}}$. **B.** $\overline{x}=\sqrt{\dfrac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+\ldots+n_mx_m^2}{n}}$.

C. $\overline{x}=\dfrac{n_1x_1+n_2x_2+\ldots+n_mx_m}{m}$. **D.** $\overline{x}=\dfrac{n_1x_1+n_2x_2+\ldots+n_mx_m}{n}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

$$\overline{x}=\frac{n_1x_1+n_2x_2+...+n_mx_m}{n}$$

Câu 10: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P\left(A\right)>0,P\left(B\right)>0$. Khi đó $P\left(A\middle|B\right)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)}{P\left(B\right)}$. **B.** $\dfrac{P\left(B\right).P\left(B\middle|A\right)}{P\left(A\right)}$. **C.** $\dfrac{P\left(B\right)}{P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)}$. **D.** $\dfrac{P\left(A\right)}{P\left(B\right).P\left(B\middle|A\right)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

$$P(A\setminus B)=\frac{P(A).P(B\setminus A)}{P(B)}$$

Câu 11: Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d=16cm$, bậc thứ nhất có độ cao $u_1=16cm$. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

A. $21cm$. **B.** $80cm$. **C.** $96cm$. **D.** $64cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$$\begin{cases}u_1=16\\ d=16\end{cases}.$$

Bậc thứ 5 có độ cao so với mặt sàn tầng 1 : $u_5=u_1+4d=16+16.4=80$ (cm)

Câu 12: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. $9288cm^3$. **B.** $1048cm^3$. **C.** $3096cm^3$. **D.** $1032cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Diện tích đáy bé : $S=2^2=4$

Diện tích đáy lớn : $S'=12^2=144$.

Chiều cao $h=18$.

Thể tích khối chóp cụt tứ giác đều là :

$$V=\frac{1}{3}h(S+S'+\sqrt{S.S'})=\frac{1}{3}.18(4+144+\sqrt{4.144})=1032(cm^3)$$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **Đ**, d) **S**

Ta có $f'(x)=2\cos x-1$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})$.

Khi đó với $x\in[0;\pi]$ thì $x=\frac{\pi}{3}$.

Ta có $f(0)=0, f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}, f(\pi)=-\pi$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=2\sin x-x$ trên $[0;\pi]$ là $-\pi$.

Câu 2: Đáp án: a) **Đ**, b) **S**, c) **S**, d) **S**.

Ta có: $V_1=\pi\int\limits_0^4(\sqrt{x})^2\,dx=\pi\int\limits_0^4 x\,dx=8\pi$; $V_2=\pi\int\limits_0^4\left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2dx=\pi\int\limits_0^4\frac{1}{4}x\,dx=2\pi$.

Khi đó, $V_1 - V_2 = 6\pi$. Vậy thể tích của vật thể A là $6\pi \approx 18,8\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 3: Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **Đ**.

Vì $AB \perp BB'$, $B'C' \perp BB'$ nên $d\left(AB, B'C'\right) = BB' = a$.

Do $AB // A'B'$ nên $\left(AB, B'D'\right) = \left(A'B', B'D'\right) = 45°$.

Vì $DD' \perp (ABCD)$ nên $\left(CD', (ABCD)\right) = \left(CD', CD\right) = 45°$.

Ta có $B'C' \perp BB'$, $B'D' \perp BB'$ nên góc nhị diện $\left[\left(BCC'B'\right), BB', \left(BDD'B'\right)\right]$ có số đo bằng $\widehat{D'B'C'} = 45°$.

Câu 4: Đáp án: a) **S**, b) **S**, c) **Đ**, d) **Đ**.

Ta có: $\text{P}(A) = \dfrac{16}{24} = \dfrac{2}{3}; \text{P}(\overline{A}) = \dfrac{8}{24} = \dfrac{1}{3}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì két còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II. Suy ra $\text{P}(B \mid A) = \dfrac{15}{23}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì két còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II. Suy ra $\text{P}(B \mid \overline{A}) = \dfrac{16}{23}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\text{P}(B) = \text{P}(A).\text{P}(B \mid A) + \text{P}(\overline{A}).\text{P}(B \mid \overline{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}.$$

Ta có: $\text{P}(\overline{B} \mid A) = 1 - \text{P}(B \mid A) = 1 - \dfrac{15}{23} = \dfrac{8}{23}$;

$\text{P}(\overline{B} \mid \overline{A}) = 1 - \text{P}(B \mid \overline{A}) = 1 - \dfrac{16}{23} = \dfrac{7}{23}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đáp số: **173**.

Sau n phút thì số vi khuẩn E. coli là $5.2^{\frac{n}{20}}$.

Theo giả thiết, $5.2^{\frac{n}{20}} > 2000 \Rightarrow n > 40\log_2 20 \approx 172,88$. Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 173.

Câu 2: Đáp số: 71

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; -4)$ và $\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (8; 8; -4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = (2;\, 2; -1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2} = (0;\, 0; 1)$.

Khi đó, $\cos\left((P),(Oxy)\right)=\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\,.\,\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\,.\,\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{\left|2.0+2.0+(-1).1\right|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}.\sqrt{0^2+0^2+1^2}}=\dfrac{1}{3}.$

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng khoảng $71°$.

Câu 3: Đáp số: 6.

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+5=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2(z-3)^2=3^2$.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

Câu 4: Đáp số: 1000

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập x chiếc điện thoại là $f(x)=x(6\,000-3x)$.

Ta có: $f'(x)=-6x+6000$. Khi đó, $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=1000$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	0		1000		2000
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$			3000000		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với $3\,000\,000\,000$ (đồng).

Câu 5: Đáp số: 0

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx=\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx+\int_3^4 f(x)dx+\int_4^5 f(x)dx$

$=\int_1^2 |f(x)|dx-\int_2^3 |f(x)|dx+\int_3^4 |f(x)|dx-\int_4^5 |f(x)|dx$

$=S_{H_1}-S_{H_2}+S_{H_3}-S_{H_4}=\dfrac{9}{4}-\dfrac{11}{12}+\dfrac{11}{12}-\dfrac{9}{4}=0$

Câu 6: Đáp số: $0,49$

Xét các biến cố: A: “ Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”;

B: “ Chọn được học sinh nữ”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A)=0,6; P(\overline{A})=0,4; P(B\,|\,A)=0,65; P(B\,|\,\overline{A})=0,25$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$P(B)=P(A).P(B\,|\,A)+P(\overline{A}).P(B\,|\,\overline{A})=0,6.0,65+0,4.0,25=0,49$.