HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $\int 2^x\,\mathrm{d}x=\ln 2.2^x+C$. **B.** $\int 2^x\,\mathrm{d}x=2^x+C$.

C. $\int 2^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$. **D.** $\int 2^x\,\mathrm{d}x=\dfrac{2^x}{x+1}+C$.

Lời giải

Do theo bảng nguyên hàm: $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_b^a\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ được tính bởi công thức: $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 3: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $\left[7;\ 9\right)$. **B.** $\left[9;\ 11\right)$. **C.** $\left[11;\ 13\right)$. **D.** $\left[13;\ 15\right)$.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\overline{x}=\dfrac{2.6\ +\ 7.8\ +\ 7.10\ +\ 3.12\ +\ 1.14}{20}=9,4$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;2;1\right)$ và $N\left(3;1;-2\right)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

C. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{-3}$.

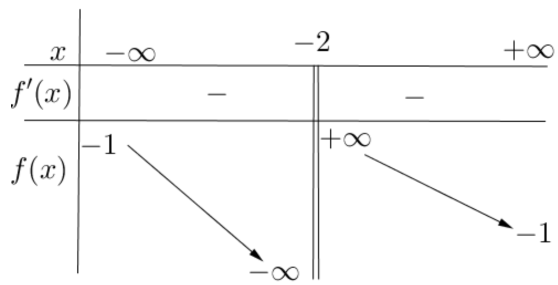
Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-1;-3)$.

Đường thẳng MN đi qua điểm $M(1;2;1)$ và nhận véc-tơ $\overrightarrow{MN}=(2;-1;-3)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy: $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=-\infty$.

Vậy tiệm cận đứng của hàm số đã cho là $x=-2$.

Câu 6: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A. $1-\log_4 a$. **B.** $1+\log_4 a$. **C.** $4-\log_4 a$. **D.** $4+\log_4 a$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;1;-3)$. **B.** $(-4;2;-6)$. **C.** $(4;-2;6)$. **D.** $(2;-1;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=4$ có tâm $I(2;-1;3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $AC \perp (SBC)$. **B.** $BC \perp (SAC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $AB \perp (SBC)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là:

A. $(-\infty; 2]$ **B.** $[0; 2]$ **C.** $(-\infty; 2)$ **D.** $(0; 2)$

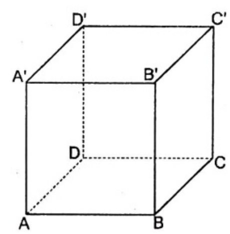
Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

A. 24. **B.** 54. **C.** 162. **D.** 48.

Lời giải

Có $u_4 = u_1.q^3 = 2.3^3 = 54$.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. (minh họa như hình bên). Mệnh đề nào sau đây **sai**?



A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề sai là: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai Vectơ đối nhau.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3; 0)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-\infty; -3)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - x$.

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{6}$ hoặc $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

a) $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(-\pi\right)-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\pi-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

b) Đạo hàm của $f\left(x\right)=\sin 2x-x$ là $f'\left(x\right)=2\cos 2x-1$. **Sai.**

c) $f'\left(x\right)=2\cos 2x-1$ khi đó $f'\left(-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)-1=0$ và $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\frac{\pi}{3}-1=0$, suy ra $x=-\frac{\pi}{6};x=\frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$. **Đúng.**

d) $f\left(x\right)=\sin 2x-x$,

$f'\left(x\right)=2\cos 2x-1$ có nghiệm $x=\pm\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$,

$f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2};f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi}{2}$,

$f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{6};f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\pi}{6}$.

Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là $-\frac{\pi}{2}$. **Đúng.**

Câu 2: Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v\left(t\right)=5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-5\ (\text{m/s}^2)$.

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là $10\,(\text{m/s})$.

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S=\int_0^6(30-5t)dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là $170\,\text{m}$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Đúng	**Sai**	**Đúng**	**Sai**

$v\left(6\right)=30\ (m/s)$.

Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là $30-5\times 4=10\ \text{(m/s)}$.

+) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là $S_1=\int\limits_0^6 5t\,\mathrm{d}t=90\,(m)$.

Gọi t_0 là thời gian tính bằng giây kể từ lúc ô tô phanh gấp đến lúc dừng lại. Ta có: $30-5\times t_0=0\Leftrightarrow t_0=6$

+) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại là $S=\int_0^6(30-5t)dt=90\,(\text{m})$

Vậy quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là $180\,\text{m}$.

Câu 3: Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và khả năng thắng thầu của dự án 2 là $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$.

Gọi A là biến cố: "Thắng thầu dự án 1"

Gọi B là biến cố: "Thắng thầu dự án 2".

Khi đó:

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu đúng 1 dự án bằng $0,7$.

c) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1 là $0,75$.

d) Xác suất để công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1 là $0,25$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	**Sai**	**Đúng**	**Sai**

a) Theo giả thiết suy ra: $P(A)=0,4$; $P(B)=0,5$ và $P(AB)=0,3$

Có: $P(A).P(B)=0,4.0,5=0,2\neq 0,3\Rightarrow A$ và B là hai biến cố không độc lập.

b) Gọi C là biến cố: "Thắng thầu đúng 1 dự án" $\Rightarrow C=\overline{A}B\cup A\overline{B}$ mà $\overline{A}B$ và $A\overline{B}$ là các biến cố xung khắc $\Rightarrow P(C)=P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})$

Có: $P(\overline{A}B)=P(B)-P(AB)=0,5-0,3=0,2$

$P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)=0,4-0,3=0,1$

Vậy: $P(C)=0,2+0,1=0,3$

c) Gọi D là biến cố: "Thắng thầu dự án 2 biết công ty thắng thầu dự án 1" $\Rightarrow D=B\,|\,A$

Khi đó: $P(D)=P(B\,|\,A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,3}{0,4}=0,75$

d) Gọi E là biến cố: "Thắng thầu dự án 2 biết công ty không thắng thầu dự án 1" $\Rightarrow E = B \mid \overline{A}$

Khi đó: $P(E) = P\left(B \mid \overline{A}\right) = \dfrac{P\left(\overline{A}B\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \dfrac{P(B) - P(AB)}{1 - P(A)} = \dfrac{0,5 - 0,3}{1 - 0,4} = \dfrac{0,2}{0,6} = \dfrac{1}{3}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;\ 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;\ -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a. Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$

b. Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $(3t + 10;\ -3t + 3;\ \frac{3t}{2})$.

c. Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800m.

d. Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy)một góc 30^0

Trả lời

Câu 4	a	b	C	D
Đáp án	Đúng	Đúng	Sai	Sai

a. Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(10;\ 3; 0)$ và có VTCP

$\vec{u} = (2;\ -2; 1)$ là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$

b. Ta có độ dài $AM = vt$. Vì M thuộc đường thẳng d nên $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$, Vậy $\overrightarrow{AM}$= (2m; -2m; m) mà $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}$ có $m \geq 0$. Suy ra $AM = 3m$.

Vậy $3m = 4{,}5t$ suy ra $m = 1{,}5\ t$. Vậy $(3t + 10;\ -3t + 3;\ \frac{3t}{2})$

c. Từ ý b, thấy khi $x_B = 550$ tức tà $3t + 10 = 550$ suy rs t=180 (s)

Vậy $AB = vt = 4{,}5.180 = 810\ (m)$

d. Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = (2;\ -2; 1)$

Mặt phẳng (Oxy): $z = 0$ suy ra VTPT $\vec{n}$ $(0; 0; 1)$

Gọi α là góc giữa và (Oxy) ta có $\sin\alpha = \frac{|\vec{u}\,\vec{n}|}{|\vec{u}||\vec{n}|} = \frac{1}{3}$

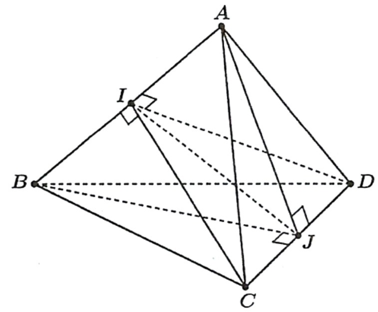
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Trả lời: $1,41$

Lời giải

Gọi I, J theo thứ tự là trung điểm của AB, CD.



Các tam giác ABC, ABD đều có I là trung điểm AB nên

$\begin{cases} AB \perp CI \\ AB \perp DI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (ICD)$, mà $IJ \subset (ICD) \Rightarrow AB \perp IJ$. (1)

Tương tự, các tam giác ACD, BCD đều có J là trung điểm CD nên

$\begin{cases} CD \perp AJ \\ CD \perp BJ \end{cases} \Rightarrow CD \perp (ABJ)$,

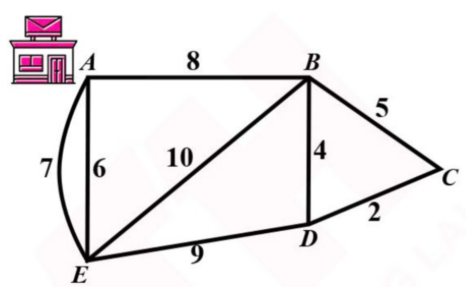
mà $IJ \subset (JAB) \Rightarrow CD \perp IJ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB, CD. Vậy IJ là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD

Ta có: $CI = \dfrac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}; IJ = \sqrt{CI^2 - CJ^2} = \sqrt{3-1} = \sqrt{2} \approx 1,41$.

Câu 2:

Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con dường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Giải

Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: AEABEDBCD và độ dài của nó là

6+7+8+10+9+4+5+2= 51

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: 4+8 = 12

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là 51 +12 = 63

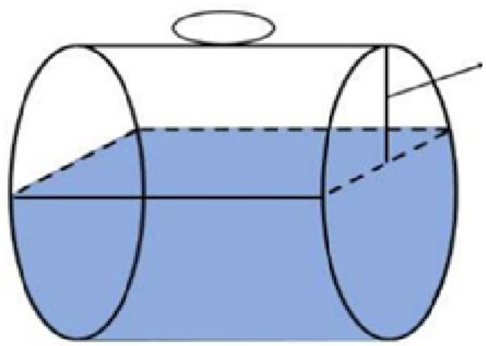
Câu 3: Khi gắn hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5;\,0;\,5)$ đến vị trí $B(10;\,10;\,3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a;\,b;\,0)$. Giá trị của $a+b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?

Giải.

Phương trình đường thẳng AB là: $\dfrac{x-5}{5}=\dfrac{y}{10}=\dfrac{z-5}{-2}$. Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho $M(5t+5;\,10t;\,-2t+5)$. Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $-2t+5=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{5}{2}$. Suy ra $M(17,5;\,25;\,0)$.

Vậy $a+b=17,5+25=42,5.$

Câu 4: Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy $1m$. Chiều cao của mực nhiên liệu là $1,5m$. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể *(theo đơn vị* m^3*, làm tròn đến chữ số thâph phân hàng phần trục).*

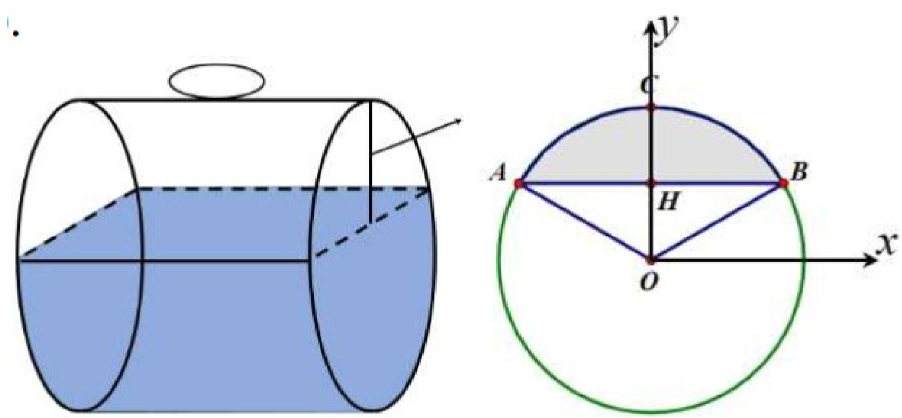


LỜI GIẢI

Thể tích của cả bể nhiên liệu là $V=B\cdot h=5\pi\left(\mathrm{m}^3\right)$.

Gọi V_1 là thể tích phần trống nhiên liệu trong bể.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Ta có diện tích phần tô đậm là

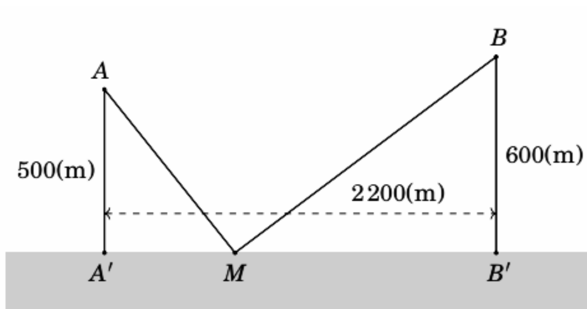
$$S=2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\sqrt{1-x^2}-\frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\cdot\mathrm{d}x-2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}dx=2\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\cdot\mathrm{d}x-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=2\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{1-\sin^2 t}\cos t\cdot\mathrm{d}t-\frac{\sqrt{3}}{2}=2\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos^2 t\cdot\mathrm{d}t-\frac{\sqrt{3}}{2}=2\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

Vậy thể tích phần trống trong bể là $V_1=\int_0^5\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)\cdot 5$.

Vậy thể tích phần nhiên liệu trong bồn là $V_2=V-V_1=5\pi-\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)5\approx 12.6\left(\ \mathrm{m}^3\right)$.

Câu 5: Có hai xã A,B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA'=500\,\mathrm{m}$, $BB'=600\,\mathrm{m}$. Người ta đo được $A'B'=2200\,\mathrm{m}$ như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó bằng bao nhiêu mét? (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*).



Lời giải

Trả lời: 2460

Đặt $A'M=x\left(0<x<2200\right)$, $B'M=2200-x$

Ta có $AM=\sqrt{x^2+500^2}$, $BM=\sqrt{\left(2200-x\right)^2+600^2}$

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là:

$$AM+BM=\sqrt{x^2+500^2}+\sqrt{\left(2200-x\right)^2+600^2}$$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{x^2+500^2}+\sqrt{\left(2200-x\right)^2+600^2}$ trên khoảng $\left(0;2200\right)$

Đạo hàm $f'\left(x\right)=\frac{x}{\sqrt{x^2+500^2}}-\frac{2200-x}{\sqrt{\left(2200-x\right)^2+600^2}}=0\Leftrightarrow x=1000$

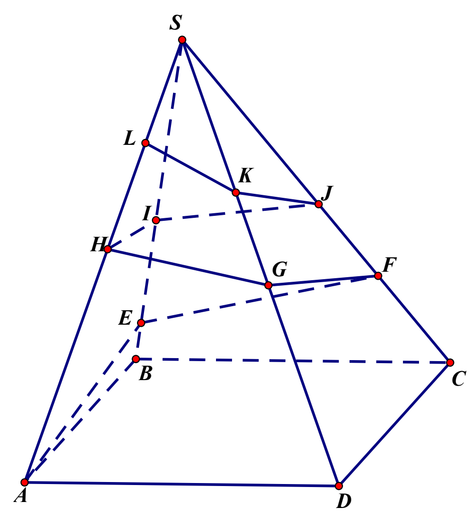
Bảng biến thiên:

x	0		1000		2200
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2780	$\searrow$	2460	$\nearrow$	2856

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng $2460\,\text{m}$, tại vị trí M cách điểm A' là $1000\,\text{m}$.

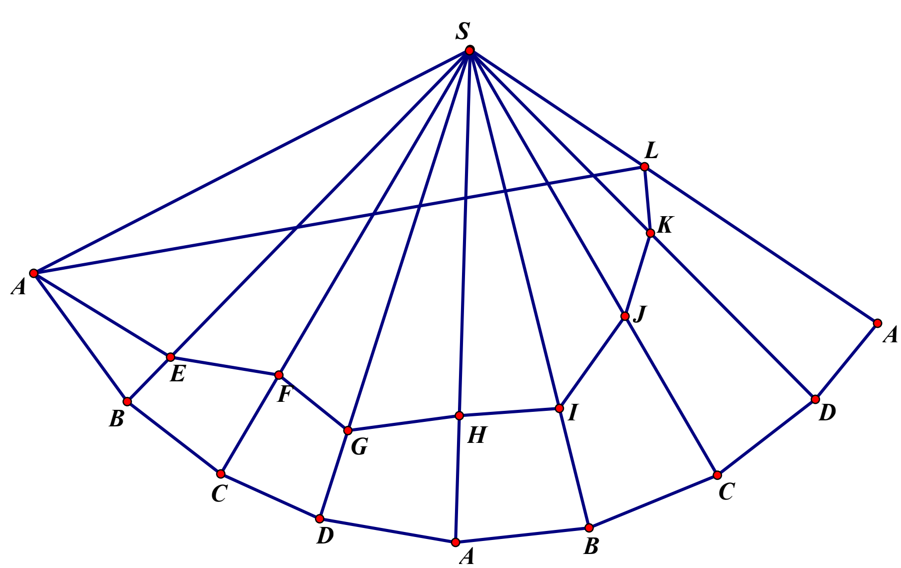
Câu 6: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng $200\,\text{m}$, góc $\widehat{ASB} = 15°$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40\,\text{m}$. Hỏi khi đó cần dùng ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí? *(làm tròn đến hàng đơn vị)*

Lời giải



Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng $AL + LS$.

Từ giả thiết về hình chóp đều $S.ABCD$ ta có $\widehat{ASL} = 120^\circ$.

Ta có $AL^2 = SA^2 + SL^2 - 2SA.SL.\cos\widehat{ASL} = 200^2 + 40^2 - 2.200.40.\cos 120^\circ = 49600$.

Nên $AL = \sqrt{49600} = 40\sqrt{31}$.

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là $40\sqrt{31} + 40 \approx 262$ mét.