CHƯƠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

1.Phương trình tích

Để giải giải phương trình (ax+b)(cx+d)=0 $(a \ne 0, b \ne 0)$ ta có thể làm như sau:

- **Bước 1:** Giải hai phương trình bậc nhất: ax + b = 0 và cx + d = 0
- Bước 2: Kết luận nghiệm: Lấy tất cả các nghiệm của hai phương trình vừa giải được ở bước 1.

2.Phương trình chứa ẩn ở mẫu

- Trong phương trình chứa ẩn ở mẫu, điều kiện của ẩn để tất cả các mẫu thức trong phương trình đều khác 0 được gọi là **điều kiện xác định của phương trình.**
 - Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta có thể làm như sau:
 - Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.
 - Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.
 - Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.
- **Bước 4:** Kết luận nghiệm: Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là các nghiệm của phương trình đã cho.

CHỦ ĐỀ 1: PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

DANG 1: PHƯƠNG TRÌNH TÍCH CƠ BẢN

Để giải giải phương trình (ax+b)(cx+d)=0 $(a \neq 0, b \neq 0)$ ta có thể làm như sau:

- **Bước 1:** Giải hai phương trình bậc nhất: ax + b = 0 và cx + d = 0
- Bước 2: Kết luận nghiệm: Lấy tất cả các nghiệm của hai phương trình vừa giải được ở bước 1.

Bài 1. Giải các phương trình

a)
$$(x-3)(3x+2) = 0$$

b)
$$(x^2 + 2024)(6x - 3) = 0$$

c)
$$\left(\frac{3}{4}x - 2\right) \left(\frac{5}{3}x + 1\right) = 0$$

d)
$$2(x+4)(2x-3)=0$$

Bài 2. Giải các phương trình

a)
$$(x^2-9)(4-x)=0$$

b)
$$(5x+3)\left(\frac{3x+11}{4} - \frac{x-7}{12}\right) = 0$$

Bài 3. Giải các phương trình sau:

a)
$$(x-3)(2x+1)=0$$

b)
$$(5x-7)(2x-6)=0$$

c)
$$(4x-10)(24+5x) = 0$$

d)
$$(3x-2)(x+1)=0$$

Bài 4. Tìm nghiệm nguyên của các phương trình sau:

a)
$$(x-5)(3-2x)(3x+4)=0$$

e)
$$(2x-1)(3x+2)(5-x)=0$$

c)
$$(x+3)(2x+4)(x-5)=0$$

d)
$$(x+1)(x+3)(x+5)(x-6) = 0$$

Bài 5. Giải các phương trình sau:

a)
$$x^2(7x-3) = 0$$

b)
$$(2x+1)(-x^2-2)=0$$

c)
$$(x^2+4)(2x-3)=0$$

d)
$$(x+6)\left(\frac{x^2+3}{2}-1\right)=0$$

DẠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯA VỀ PHƯƠNG TRÌNH TÍCH CƠ BẨN

Giải các phương trình sau:

Bài 1:

a)
$$2x(3x-1)=(3x-1)$$

b)
$$3(x-5)(x+2) = x^2 - 5x$$

c)
$$(x-1)(2x+3)+2x=2$$

d)
$$\frac{7-x}{2} + \frac{2}{3}(x-7)(x-3) = 0$$

Bài 2:

a)
$$(x-3)^2 = (2x+7)^2$$

b)
$$2(x+2)^2 - x^3 - 8 = 0$$

c)
$$(x-1)(x^2+5x-2)-x^3+1=0$$

d)
$$(x+2)(3-4x) = x^2 + 4x + 4$$

Bài 3:

a)
$$3x^2 - 11x + 6 = 0$$

b)
$$-2x^2 + 5x - 3 = 0$$

c)
$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

d)
$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

Bài 4:

a)
$$2x^4 + 3x^2 - 5 = 0$$

b)
$$x^4 - 8x^3 - 9x^2 = 0$$

c)
$$x^3 - 4x^2 + 4 - x = 0$$

d)
$$x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0$$

Bài 5:

a)
$$(9x^2-4)(x+1) = (3x+2)(x^2-1)$$

b)
$$(x-1)^2 - 1 + x^2 = (1-x)(x+3)$$

c)
$$(x^2-1)(x+2)(x-3) = (x-1)(x^2-4)(x+5)$$
 d) $x^4+x^3+x+1=0$

d)
$$x^4 + x^3 + x + 1 = 0$$

DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ

Giải các phương trình sau:

Bài 1:

a)
$$(x^2 - 5x)^2 + 10(x^2 - 5x) + 24 = 0$$
.

b) $(x^2 + 5x)^2 - 2(x^2 + 5x) = 24$.

Bài 2:

a)
$$x(x+1)(x-1)(x+2) = 24$$
.

b) (x+2)(x+3)(x-5)(x-6)=180.

Bài 3:

a)
$$(2x+1)^2 - 2x - 1 = 2$$
;

b)
$$(x^2-3x)^2+5(x^2-3x)+6=0$$
;

c)
$$(x^2-x-1)(x^2-x)-2=0$$
.

d)
$$(5-2x)^2 + 4x - 10 = 8$$
;

e)
$$(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x + 1) = 3$$
;

f)
$$x(x-1)(x^2-x+1)-6=0$$
.

Bài 4:

a)
$$(x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12 = 0$$

b)
$$(x^2 + 2x + 3)^2 - 9(x^2 + 2x + 3) + 18 = 0$$

c)
$$(x-2)(x+2)(x^2-10) = 72$$

d)
$$x(x+1)(x^2+x+1)=42$$

e)
$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7)-297=0$$

f)
$$x^4 - 2x^2 - 144x - 1295 = 0$$

CHỦ ĐỀ 2: PHƯƠNG TRÌNH CHÚA ẨN Ở MẪU

• Trong phương trình chứa ẩn ở mẫu, điều kiện của ẩn để tất cả các mẫu thức trong phương trình đều khác 0 được gọi là **điều kiện xác định của phương trình.**

• Để giải phương trình chứa ẩn ở mẫu, ta có thể làm như sau:

Bước 1: Tìm điều kiện xác định của phương trình.

Bước 2: Quy đồng mẫu hai vế của phương trình rồi khử mẫu.

Bước 3: Giải phương trình vừa nhận được.

Bước 4: Kết luận nghiệm: Trong các giá trị của ẩn tìm được ở bước 3, các giá trị thỏa mãn điều kiện xác định chính là các nghiệm của phương trình đã cho.

Giải các phương trình sau:

Bài 1:

a)
$$\frac{4x - 8 + (4 - 2x)}{x^2 + 1} = 0$$

b)
$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1} = 0$$

c)
$$\frac{2x-5}{x+5} = 3$$

d)
$$\frac{4}{x-2} - 2 = 0$$

Bài 2:

a)
$$\frac{4}{x-1} - \frac{5}{x-2} = -3$$

b)
$$\frac{12}{1 - 9x^2} = \frac{1 - 3x}{1 + 3x} - \frac{1 + 3x}{1 - 3x}$$

c)
$$\frac{6x+1}{x^2-7x+10} + \frac{5}{x-2} = \frac{3}{x-5}$$

d)
$$\frac{x+5}{x^2-5x} - \frac{x+25}{2x^2-50} = \frac{x-5}{2x^2+10x}$$

Bài 3:

Tìm x sao cho giá trị của hai biểu thức $\frac{x+5}{x-1} - \frac{x+1}{x-3}$ và $\frac{-8}{(x-1)(x-3)}$ bằng nhau.

Bài 4:

a)
$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{x - 1}{x(x - 2)} + \frac{x - 4}{x(x + 2)} = 0$$

b)
$$\frac{2}{x^2 - 4} - \frac{1}{x(x-2)} + \frac{x-4}{x(x+2)} = 0$$

c)
$$\frac{3}{4(x-5)} + \frac{15}{50-2x^2} = \frac{7}{6x+30}$$

d)
$$\frac{12x+1}{6x-2} - \frac{9x-5}{3x+1} = \frac{108x - 36x^2 - 9}{4(9x^2 - 1)}$$

Bài 5:

a)
$$\frac{x^2}{x^2 + 2x + 2} + \frac{x^2}{x^2 - 2x + 2} - \frac{4x^2 - 20}{x^4 + 4} = \frac{322}{65}$$

b)
$$\frac{1}{x^2 + 5x + 6} + \frac{1}{x^2 + 7x + 12} + \frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} = \frac{1}{8}$$

c)
$$\frac{2}{x^2 + 4x + 3} + \frac{5}{x^2 + 11x + 24} + \frac{2}{x^2 + 18x + 80} = \frac{9}{52}$$

CHỦ ĐỀ 3: GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Các bước giải toán bằng cách lập phương trình:

Bước 1: Lập phương trình

- Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số.
- Biểu diễn các đại lượng chưa biết khác theo ẩn và các đại lượng đã biết.
- Lập phương trình biểu thị mối quan hệ giữa các đại lượng.

Bước 2: Giải phương trình

Bước 3: Trả lời

Kiểm tra xem trong các nghiệm của phương trình, nghiệm nào thoả mãn điều kiện của ẩn, nghiệm nào không, rồi kết luận.

- Bài 1: Một người đi xe đạp từ tỉnh A đến tỉnh B cách nhau 50km. Sau đó 1 giờ 30 phút một xe máy cũng đi từ tỉnh A đến tỉnh B sớm hơn 1 giờ. Tính vận tốc của mỗi xe? Biết rằng vận tốc xe máy gấp 2,5 vận tốc xe đạp.
- Bài 2: Một xe tải đi từ A đến B với vận tốc 50 km/h. Đi được 24 phút thì gặp đường xấu nên vận tốc trên quãng đường còn lại giảm còn 40 km/h. Vì vậy đã đến nơi chậm mất 18 phút. Tìm chiều dài quãng đường từ A đến B.
- Bài 3: Một ô tô đi quãng đường dài 60 km trong một thời gian đã định. Ô tô đi nửa quãng đường đầu với vận tốc hơn dự định là 10 km/h và đi nửa quãng đường còn lại với vận tốc thấp hơn dự định là 6 km/h nhưng ô tô đã đến đúng thời gian đã định. Tính thời gian ô tô đã dự định đi quãng đường trên.
- Bài 4: Một xe ô tô đi từ Hà Nội về Thanh Hoá. Sau khi đi được 43 km thì dừng lại 40 phút. Để về đến Thanh Hoá đúng giờ đã định nó phải đi với vận tốc bằng 1,2 lần vận tốc trước đó. Tính vận tốc lúc đầu, biết rằng quãng đường Hà Nội Thanh Hoá dài 163 km.
- Bài 5: Một người đi xe gắn máy, đi từ địa điểm A đến địa điểm B trên một quãng đường dài km Lúc trở về người đó đi theo con đường khác dài 42 km 35 . với vận tốc kém hơn vận tốc lượt đi là 6 km/h. Thời gian lượt về bằng 1,5 thời gian lượt đi. Tìm vận tốc lượt đi và lượt về.

CHƯƠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

BÀI 5: BẤT ĐẮNG THỨC VÀ TÍNH CHẤT

1. Bất đẳng thức

a. Nhắc lại thứ tự trong tập hợp số thực

- Nếu số thực a nhỏ hơn số thực b thì ta viết a < b hay b > a.
- Số thực lớn hơn 0 gọi là số thực dương.
- Số thực nhỏ hơn 0 gọi là số thực âm.
- Trên trục số nằm ngang, nếu số thực a nằm bên trái số thực b thì a < b hay b > a.



- Tổng của hai số thực dương là số thực dương. Tổng của hai số thực âm là số thực âm.
- Với hai số thực a,b, ta có:

ab > 0 thì a,b cùng dấu (hay cùng dương hoặc cùng âm) và ngược lại.

ab < 0 thì a,b trái dấu và ngược lại.

• Với hai số thực a,b dương , nếu a>b thì $\sqrt{a}>\sqrt{b}$.

b. Khái niệm bất đẳng thức

Ta gọi hệ thức dạng a > b (hay $a < b, a \ge b, a \le b$) là **bất đẳng thức** và gọi a là vế trái, b là vế phải của bất đẳng thức.

Chú ý:

- Hai bất đẳng thức a < b và c < d (hay a > b và c > d) được gọi là bất **đẳng thức cùng chiều**.
- Hai bất đẳng thức a < b và c > d (hay a > b và c < d) được gọi là bất **đẳng thức ngược chiều.**

c. Tính chất bắc cầu

Cho ba số a,b,c. Nếu a > b và b > c thì a > c.



Chú ý: Tính chất bắc cầu vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu <,≤,≥.

2. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng

Khi cộng cùng một số vào cả hai vế của một bất đẳng thức, ta được bất đẳng thức mới cùng chiều với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số a,b,c. Nếu a > b thì a+c > b+c.

Chú ý: Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu $<, \le, \ge$.

3. Liên hệ giữa thứ tự và phép nhân

Khi nhân cả hai vế của một bất đẳng thức với cùng một số **dương** ta được bất đẳng thức mới **cùng chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Khi nhân cả hai vê của một bất đăng thức với cùng một số **âm** ta được bất đăng thức mới **ngược chiều** với bất đẳng thức đã cho.

Cho ba số a,b,c và a > b

- Nếu c > 0 thì a.c > b.c.
- Nếu c < 0 thì a.c < b.c.

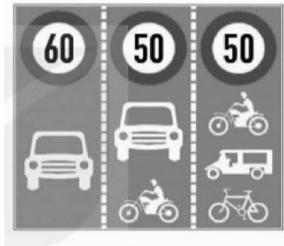
Chú ý: Tính chất vẫn đúng với các bất đẳng thức có dấu $<, \le, \ge$.

DẠNG 1: DIỄN TẢ MỘT KHẮNG ĐỊNH NÀO ĐÓ

- Bài 1. Hãy chỉ ra các bất đẳng thức diễn tả mỗi khẳng định sau:
 - a) x nhỏ hơn 5.
- b) a không lớn hơn b.

- c) m không nhỏ hơn n.
- Bài 2. Viết một bất đẳng thức phù hợp trong mỗi trường hợp sau:
- a) Bạn phải ít nhất 18 tuổi mới được phép lái ô tô;
- b) Xe buýt chở được tối đa 45 người;
- c) Mức lương tối thiểu cho một giờ làm việc của người lao động là 20 000 đồng.
- **Bài 3.** Khi đi đường, chúng ta có thể thấy các biển báo giao thông báo hiệu giới hạn tốc độ mà xe cơ giới được phép đi.

Em có biết ý nghĩa của biển báo giao thông ở Hình 2.3 (biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép theo xe, trên từng làn đường) không?



Hình 2.3. Biển báo giao thông P.127c

Bài 4. Theo quy định của một hãng bay, khối lượng hành lí xách tay của khách hàng phổ thông không được vượt quá 12 kg. Gọi m là khối lượng hành lí xách tay của một khách hàng phổ thông. Hệ thức nào biểu diễn khối lượng hành lí đúng quy định của hãng bay?

Bài 5. Gọi x là số tuổi của ban Việt, y là số tuổi của ban Nam, biết rằng ban Nam lớn tuổi hơn bạn Việt. Hãy dùng bất đẳng thức để biểu diễn mối quan hệ về tuổi của hai bạn đó ở hiện tại và sau 5 năm nữa.

DANG 2: CHÚNG MINH BẤT ĐẮNG THỰC

Bài 1. Chứng minh:

a)
$$\sqrt{2025} - \sqrt{5} > \sqrt{2024} - \sqrt{5}$$

b)
$$\frac{1}{2024} + 2023 < \frac{1}{2025} + 2023$$

Bài 2. Cho $a \ge 2b$. Chứng minh:

a)
$$2a+7 > a+2b+7$$

b)
$$4b + 4a \le 5a + 2b$$
.

Bài 3. Chứng minh:

a)
$$2m + 4 > 2n + 3$$
 với $m > n$.

b)
$$-3a + 5 > -3b + 5$$
 với $a < b$.

c)
$$(a-1)^2 \ge 4 - 2a \text{ v\'oi } a^2 \ge 3$$
.

Bài 4. Cho a ≤ 1 . Chứng minh: $(a-1)^2 \geq a^2 - 1$.

DANG 3: SO SÁNH CÁC SỐ

Bài 1. So sánh hai số a và b, nếu:

a)
$$a + 2024 < b + 2024$$

b)
$$-2025a + 9 > -2025b + 9$$
.

Bài 2. So sánh hai số $3 + 23^{2024}$ và $4 + 23^{2024}$.

Bài 3. Hãy so sánh: $(-163) \cdot (-75)^{15}$ và $(-162) \cdot (-75)^{15}$.

Bài 4. So sánh x và y trong mỗi trường hợp sau:

a)
$$x - \frac{1}{3} \le y - \frac{1}{3}$$

b)
$$2x + 2023 > 2y + 2023$$

b)
$$2x + 2023 > 2y + 2023$$
 c) $-\frac{2024}{2025} - 3x \ge -\frac{2024}{2025} - 3y$

Bài 5. Số a là âm hay dương nếu:

a)
$$-4a \le 2a$$

b)
$$3a \ge 15a$$

c)
$$6a > 24a$$

DẠNG 4: TOÁN THỰC TẾ

Bài 1. Nồng độ cồn trong máu (tiếng Anh là *Blood Alcohol Content*, viết tắt: BAC) được định nghĩa là tỉ lệ phần trăm lượng rượu (ethyl alcohol hoặc ethanol) trong máu của một người. Chẳng hạn, nồng độ cồn trong máu là 0,05% nghĩa là có 50 mg rượu trong 100 ml máu. Càng uống nhiều rượu bia thì nồng độ cồn trong máu càng cao và càng nguy hiểm khi tham gia giao thông. Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định mức xử phạt vi phạm hành chính đối với người điều khiển xe gắn máy uống rượu bia khi tham gia giao thông như sau:

Mức độ vi phạm	Hình thức xử phạt
Mức 1: Nồng độ cồn trong máu dương và	Từ 2 triệu đồng đến 3 triệu đồng và tước
chưa vượt quá 50 mg/100 ml máu	bằng lái xe từ 10 tháng đến 12 tháng
Mức 2: Nồng độ cồn trong máu vượt quá 50 mg/100 ml máu và chưa vượt quá 80 mg/100 ml máu	Từ 4 triệu đồng đến 5 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 16 tháng đến 18 tháng
Mức 3: Nồng độ cồn trong máu vượt quá 80 mg / 100 ml máu	Từ 6 triệu đồng đến 8 triệu đồng và tước bằng lái xe từ 22 tháng đến 24 tháng

Giả sử nồng độ cồn trong máu của một người sau khi uống rượu bia được tính theo công thức sau: y = 0,076 – 0,008t, trong đó y được tính theo đơn vị % và t là số giờ tính từ thời điểm uống rượu bia.

a) Hỏi 3 giờ sau khi uống rượu bia, nếu người này điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông thì sẽ bị xử phạt ở mức nào?

- b) Nếu người này đã uống rượu bia, thì sau bao lâu người này điều khiển xe gắn máy tham gia giao thông thì sẽ không bị xử phạt.
- Bài 2. Một nhà tài trợ dự kiến tổ chức một buổi đi dã ngoại tập thể nhằm giúp các bạn học sinh vùng cao trải nghiệm thực tế tại một trang trại trong 1 ngày (từ 14h00 ngày hôm trước đến 12h00 ngày hôm sau). Cho biết số tiền tài trợ dự kiến là 30 triệu đồng và giá thuê các dịch vụ và phòng nghỉ là 17 triệu đồng 1 ngày, giá mỗi suất ăn trưa, ăn tối là 60 000 đồng và mỗi suất ăn sáng là 30 000 đồng. Hỏi có thể tổ chức cho nhiều nhất bao nhiêu bạn tham gia được?

DANG 5: CHÚNG MINH BẤT ĐẮNG THÚC

Để chứng minh A > B, Ta chứng minh A - B > 0

Lưu ý dùng hằng bất đẳng thức $M^2 \ge 0$ với $\forall M$

Bài 1. Với mọi x, y, z, chứng minh:

a)
$$x^2 + y^2 + z^2 \ge xy + yz + zx$$

b)
$$x^2 + y^2 + z^2 \ge 2xy + 2yz - 2zx$$

c)
$$x^2 + y^2 + z^2 + 3 \ge 2(x + y + z)$$

Bài 2. Với mọi a, b, chứng minh:

a)
$$\frac{a^2 + b^2}{2} \ge \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

b)
$$a^2 + b^2 \ge \frac{(a+b)^2}{2}$$
 c) $\frac{(a+b)^2}{2} \ge 2ab$

c)
$$\frac{\left(a+b\right)^2}{2} \ge 2ab$$

$$d) a^2 + \frac{b^2}{4} \ge ab$$

e)
$$a^2 + b^2 + 1 \ge ab + a + b$$

Bài 3. Với mọi a,b,c, chứng minh:

a)
$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \ge \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^2$$

b)
$$a^2 + b^2 + c^2 \ge \frac{(a+b+c)^2}{3}$$

c)
$$\frac{a^2}{4} + b^2 + c^2 \ge ab - ac + 2bc$$

Với mọi a, b, c, d, e, chứng minh: $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \ge a(b + c + d + e)$

Với mọi a,b,c, chứng minh:

a)
$$a^2 + b^2 \ge ab$$

b)
$$2a^2 + b^2 + c^2 \ge 2a(b+c)$$

c)
$$a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \ge 0$$

d)
$$a^4 + b^4 + c^2 + 1 \ge 2a(ab^2 - a + c + 1)$$

CHƯƠNG 2: PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

BÀI 6: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT MỘT ẨN

1. Khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn

a. Khái niệm bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bất phương trình có dạng ax+b<0 (hay ax+b>0; $ax+b\le0$) trong đó a và b là hai số đã cho và $a\ne0$, được gọi là bất phương trình bậc nhất một ẩn x.

b. Nghiệm của bất phương trình

Số x_0 được gọi là nghiệm của bất phương trình $A(x) \le B(x)$ nếu $A(x_0) \le B(x_0)$ là khẳng định đúng.

Giải bất phương trình là tìm tất cả các nghiệm của bất phương trình đó.

2. Cách giải bất phương trình bậc nhất một ẩn

Bất phương trình ax+b>0 (với a>0) Bất phương trình ax + b > 0 (với a < 0) được giải như sau: được giải như sau: ax+b>0ax+b>0ax > -bax > -b $x > \frac{-b}{a}$. $x < \frac{-b}{a}$. Vậy nghiệm của bất phương trình Vậy nghiệm của bất phương trình đã đã cho là: cho là: $x > \frac{-b}{a}$. $x < \frac{-b}{a}$.

Nhận xét: Các bất phương trình bậc nhất ax+b>0; $ax+b\leq 0$; $ax+b\geq 0$, trong đó a và b là hai số đã cho và $a\neq 0$ được giải bằng cách tương tự.

DẠNG 1 XÁC ĐỊNH BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT

Bất phương trình bậc nhất một ẩn là bất phương trình có dạng ax + b < 0 (hay ax + b > 0; $ax + b \le 0$; $ax + b \ge 0$) trong đó a và b là hai số đã cho và $a \ne 0$.

Bài 1. Hãy xét xem các bất phương trình sau có là bất phương trình bậc nhất một ẩn hay không?

a)
$$0x - 2024 \ge 0$$

b)
$$2024x + 2025 < 0$$

c)
$$-\frac{1}{11}x \le 0$$

c)
$$-\frac{1}{11}x \le 0$$
 d) $\frac{x^2}{2} - 1 > 0$

e)
$$-|x| + 2024 > 0$$
 f) $\frac{x}{2} - \frac{1}{2} = 0$

f)
$$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = 0$$

g)
$$\frac{1}{r} - 3 \le 0$$

g)
$$\frac{1}{x} - 3 \le 0$$
 h) $\frac{-2x+1}{2025} \ge 0$

Bài 2. Chứng minh các bất phương trình sau là bất phương trình bậc nhất một ẩn với mọi giá trị của tham số m:

$$a)\left(m^2+\frac{1}{2}\right)x-1\leq 0$$

b)
$$-(m^2 + m + 2)x \le -m + 2024$$

DẠNG 2: GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT CƠ BẢN

Cách giải bất phương trình cơ bản

Bất phương trình ax+b>0 (với a>0) được giải như sau:

$$ax + b > 0$$

$$ax > -b$$

$$x > \frac{-b}{a}$$
.

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x > \frac{-b}{a}$$
.

Bất phương trình ax + b > 0 (với a < 0) được giải như sau:

$$ax+b>0$$

$$ax > -b$$

$$x < \frac{-b}{a}$$
.

Vậy nghiệm của bất phương trình đã cho là:

$$x < \frac{-b}{a}$$
.

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a)
$$2x - 8 > 0$$

b)
$$9 - 3x \le 0$$

b)
$$9-3x \le 0$$
 c) $5-\frac{1}{3}x < 1$

Bài 2. Giải các bất phương trình sau:

a)
$$\frac{3x+5}{2} - x \ge 1 + \frac{x+2}{3}$$

b)
$$\frac{x-2}{3} - x - 2 \le \frac{x-17}{2}$$

a)
$$\frac{3x+5}{2} - x \ge 1 + \frac{x+2}{3}$$
 b) $\frac{x-2}{3} - x - 2 \le \frac{x-17}{2}$ c) $\frac{2x+1}{3} - \frac{x-4}{4} \le \frac{3x+1}{6} - \frac{x-4}{12}$

Bài 3. Giải các bất phương trình

a)
$$x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$$

b)
$$(x-1)^2 + x^2 \le (x+1)^2 + (x+2)^2$$

c)
$$(x^2+1)(x-6) \le (x-2)^3$$

Bài 4. Cho biểu thức $A = \left(\frac{1}{1-x} + \frac{2}{x+1} - \frac{5-x}{1-x^2}\right) : \frac{1-2x}{x^2-1}$

- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn A
- b) Tìm x để A > 0

Bài 5. Giải các bất phương trình sau:

a)
$$\frac{x-1}{2} - \frac{7x+3}{15} \le \frac{2x+1}{3} + \frac{3-2x}{5}$$

b)
$$\frac{2x+1}{-3} - \frac{2x^2+3}{-4} > \frac{x(5-3x)}{-6} - \frac{4x+1}{-5}$$

c)
$$\frac{4x-2}{3} - x + 3 \le \frac{1-5x}{4}$$

d)
$$\frac{x+4}{5} - x - 5 \ge \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{2}$$

DẠNG 3: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BIẾN ĐỔI ĐẶC BIỆT

Bất phương trình dạng đặc biệt:

$$\frac{x+a}{b} + \frac{x+c}{d} < \frac{x+e}{f} + \frac{x+g}{h}$$

Phương pháp giải:

- Nếu a+b=c+d=e+f=g+h=k. Ta cộng mỗi phân thức thêm 1.
- Nếu a-b=c-d=e-f=g-h=k. Ta cộng mỗi phân thức thêm -1.
- Sau đó quy đồng từng phân thức, chuyển vế nhóm nhân tử chung đưa về dạng $(x-k)\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f} - \frac{1}{h}\right) < 0.$

Chú ý

- Cần xét xem $\left(\frac{1}{h} + \frac{1}{d} \frac{1}{f} \frac{1}{h}\right)$ là số âm hay dương để đưa ra đánh giá về dấu của (x-k).
- Có thể mở rộng số phân thức nhiều hơn và tùy bài toán ta sẽ cộng hoặc trừ đi hằng số thích hợp.

Bài 1. Giải các bất phương trình sau:

a)
$$\frac{x+2}{6} + \frac{x+5}{3} > \frac{x+3}{5} + \frac{x+6}{2}$$

b)
$$\frac{x-2}{1007} + \frac{x-1}{1008} < \frac{2x-1}{2017} + \frac{2x-3}{2015}$$
.

Bài 2. Giải các bất phương trình ẩn x sau:

a)
$$\frac{x+2004}{2005} + \frac{x+2005}{2006} < \frac{x+2006}{2007} + \frac{x+2007}{2008}$$

b)
$$\frac{x-2}{2002} + \frac{x-4}{2000} < \frac{x-3}{2001} + \frac{x-5}{1999}$$

c)
$$\frac{x-ab}{a+b} + \frac{x-bc}{b+c} + \frac{x-ac}{a+c} > a+b+c \text{ v\'oi } (a,b,c > 0)$$

Bài 3. Giải các bất phương trình sau: (*Biến đổi đặc biệt*)

a)
$$\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}$$

a)
$$\frac{x+1987}{2002} + \frac{x+1988}{2003} > \frac{x+1989}{2004} + \frac{x+1990}{2005}$$
 b) $\frac{x-1}{99} + \frac{x-3}{97} + \frac{x-5}{95} < \frac{x-2}{98} + \frac{x-4}{96} + \frac{x-6}{94}$

c)
$$\frac{x-1987}{2002} + \frac{x-1988}{2003} > \frac{x-1989}{2004} + \frac{x-1990}{2005}$$

c)
$$\frac{x-1987}{2002} + \frac{x-1988}{2003} > \frac{x-1989}{2004} + \frac{x-1990}{2005}$$
 d) $\frac{x+1}{99} + \frac{x+3}{97} + \frac{x+5}{95} < \frac{x+2}{98} + \frac{x+4}{96} + \frac{x+6}{94}$

Bài 4. Giải các bất phương trình sau: (Biến đổi đặc biệt)

a)
$$\frac{x+1}{35} + \frac{x+3}{33} \ge \frac{x+5}{31} + \frac{x+7}{29}$$

b)
$$\frac{x-85}{15} + \frac{x-74}{13} + \frac{x-67}{11} \le 6$$

c)
$$\frac{x-1}{13} - \frac{2x-13}{15} < \frac{3x-15}{27} - \frac{4x-27}{29}$$
 d) $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} - \frac{x+5}{61} - \frac{x+7}{59} < 0$

d)
$$\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} - \frac{x+5}{61} - \frac{x+7}{59} < 0$$

Bài 5. Giải các bất phương trình sau: (Biến đổi đặc biệt)

a)
$$\frac{x-10}{1994} + \frac{x-8}{1996} + \frac{x-6}{1998} > \frac{x-1998}{6} + \frac{x-1996}{8} + \frac{x-1994}{10}$$

b)
$$\frac{x-1995}{5} - \frac{x-5}{1995} + \frac{x-1997}{3} - \frac{x-3}{1997} + \frac{x-1999}{1} - \frac{x-1}{1999} < 0$$

c)
$$\frac{1909-x}{91} + \frac{1907-x}{93} + \frac{1905-x}{95} + \frac{1903-x}{91} > 4$$

d)
$$\frac{x-29}{1970} + \frac{x-27}{1972} + \frac{x-25}{1974} > \frac{x-1970}{29} + \frac{x-1972}{27} + \frac{x-1974}{25}$$

DẠNG 4: ÚNG DỤNG THỰC TIỄN

Bài 1. Biểu thị (theo x) tổng khối lượng của các hộp xếp ở đĩa cân bên trái, đĩa cân bên phải (hình vẽ) lần lượt là 3x + 4, x + 6. Do đĩa cân lệch về bên trái nên ta có hệ thức: 3x + 4 > x + 6.



Trong toán học, hệ thức 3x + 4 > x + 6 được gọi là gì?

Bài 2. Để hưởng ứng phong trào "Trồng cây gây rừng", lớp 9A có kế hoạch trồng ít nhất 100 cây xanh. Lớp 9A đã trồng được 54 cây. Để đạt được kế hoạch đề ra, lớp 9A cần trồng thêm ít nhất bao nhiêu cây xanh nữa?



- **Bài 3.** Một người có số tiền không quá 70000 đồng gồm 15 tờ giấy bạc với hai loại mệnh giá: loại 2000 đồng và loại 5000 đồng. Hỏi người đó có bao nhiều tờ giấy bạc loại 5000 đồng?
- **Bài 4.** Một người đi bộ một quãng đường dài 18 km trong khoảng thời gian không nhiều hơn 4 giờ. Lúc đầu người đó đi với vận tốc 5 km/h, về sau đi với vận tốc 4 km/h. Xác định độ dài đoạn đường mà người đó đã đi với vân tốc 5 km/h.

- **Bài 5.** Trong cuộc thi "Đố vui để học", mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiều câu thì được vào vòng thi tiếp theo?
- **Bài 6.** Một kho chứa 100 tấn xi măng, mỗi ngày đều xuất đi 20 tấn xi măng. Gọi x là số ngày xuất xi măng của kho đó. Tìm x sao cho sau x ngày xuất hàng, khối lượng xi măng còn lại trong kho ít nhất là 10 tấn.