

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	D	A	B	C	D	C	B	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.

-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.

-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)S
b)S	b)S	b)S	b)Đ
c)Đ	c)S	c)S	c)Đ
d)S	d)Đ	d)Đ	d)S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1023	11	196	6	2812	6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

A. 1.

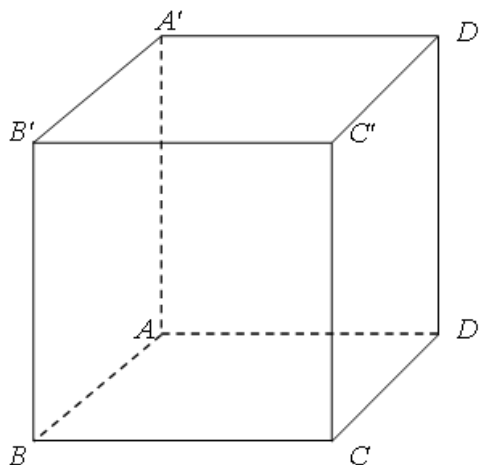
B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $(ABB') \parallel (CC'D')$ và $BC \perp (ABB'A')$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$

$$d((ABB'), (CC'D')) = d(C, (ABB'A')) = CB = 1$$

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

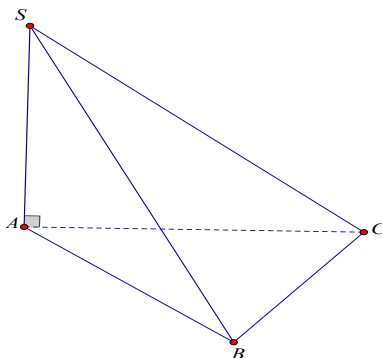
Cấp số cộng (u_n) có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$. B. $(SAC) \perp (SBC)$. C. $(SAC) \perp (ABC)$. D. $(SAB) \perp (SBC)$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow \text{A đúng.}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow C \text{ đúng.}$

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow D \text{ đúng.}$

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

- A. $\frac{7}{15}$. B. $\frac{7}{45}$. C. $\frac{8}{15}$. D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A : "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".

Khi đó $n(A) = C_4^2 = 6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$.

Câu 5: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Có $y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Số học sinh	8	7	10	5

Mốt của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 7,91. B. 8,38. C. 8,37. D. 7,95.

Lời giải

Chọn B

Nhóm chứa Mốt là $[8; 9)$.

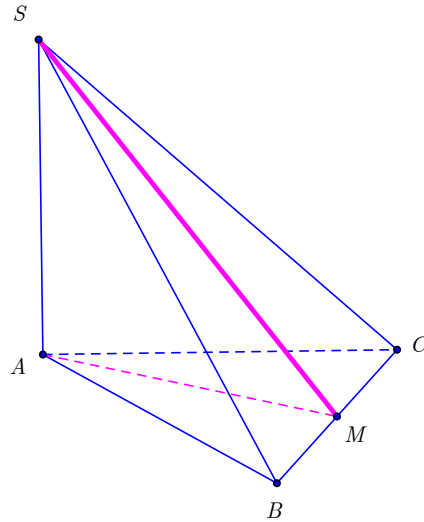
Mốt của mẫu số liệu là $M_e = 8 + \frac{10-7}{10-7+10-5}(9-8) \approx 8,38$

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AM \perp BC$ tại $M \Rightarrow M$ là trung điểm của BC và $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = a$. Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{(SM, AM)}.$$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc \widehat{SMA} . Ta có $\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$

Suy ra góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng 45° .

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

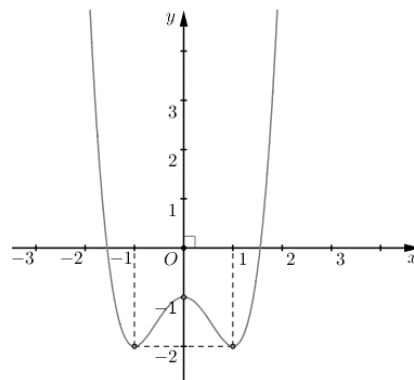
Điều kiện $x \neq 0$. Có

$$\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = 1 + \log_2 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = 2 \cdot \log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = \pm 6$$

Do đó, tổng các nghiệm sẽ bằng 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$. Chọn C.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại $x_0 = 6$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$. Giá trị của $f'(6)$ bằng:

- A. 12. . **B. 2.** C. $\frac{1}{3}$.. D. $\frac{1}{2}$..

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D và $x_0 \in D$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)

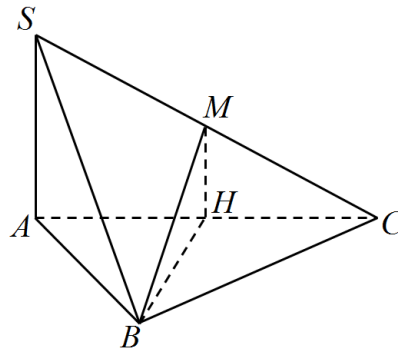
$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn gọi là đạo hàm của hàm số tại x_0 .

Vậy $f'(6) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$. **D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.**

Lời giải

Chọn D

Gọi H là trung điểm cạnh AC . Khi đó $HM \parallel SA$ nên HM vuông góc (ABC) tại H .

Do đó $\widehat{(BM, (ABC))} = \widehat{(BM, BH)} = \widehat{MBH}$ do $\triangle MBH$ vuông tại H .

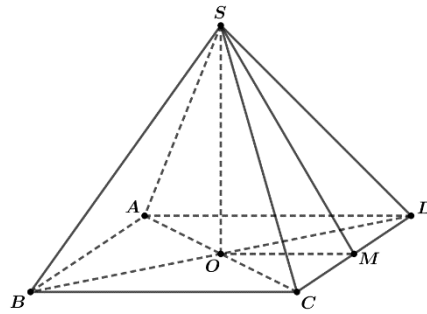
$$\text{Ta có: } \cos \widehat{MBH} = \frac{BH}{BM} = \frac{BH}{\sqrt{HM^2 + BH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. **C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$.** D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $[(SCD), (ABCD)] = (SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^\circ$.

Có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là 0,8; hoàn thành câu trung bình là 0,6 và hoàn thành câu khó là 0,15. Làm đúng mỗi một câu dễ An được 0,1 điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được 0,25 điểm và làm đúng mỗi câu khó An được 0,5 điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) [NB]** Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%
- b) [TH]** Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là 0,45
- c) [TH]** Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.
- d) [VD]** Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn 0,2%.

Lời giải

Gọi A là biến cố An làm đúng câu dễ

B là biến cố An làm đúng câu trung bình

C là biến cố An làm đúng câu khó.

Khi đó A, B, C độc lập với nhau.

- a)** Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại trên và đúng cả ba câu là

$$P = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,072 = 7,2\% . \text{ Khẳng định Sai.}$$

- b)** Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là

$$P(\overline{A}) \cdot P(B) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(\overline{B}) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(\overline{C})$$

$$= 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,15 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,15 + 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,85 = 0,474$$

Khẳng định Sai.

- c)** Xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại là: $P = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,072 = 7,2\%$

Xác suất An làm sai 3 câu mức độ trung bình. $(0,4)^3 = 0,064$.

Khẳng định Đúng.

- d)** Để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm có các trường hợp sau:

TH1: Đúng 4 câu khó và câu còn lại sai

$$(0,15)^4 (0,2 + 0,4 + 0,85) = 7,34 \cdot 10^{-4}$$

TH2: Đúng 3 câu khó và đúng 2 câu trung bình

$$(0,15)^3 \cdot (0,6)^2 = 1,215 \cdot 10^{-4}$$

Vậy xác suất cần tìm là 0,1949%
Khẳng định Sai.

Câu 14:

Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất 0,5% mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

a) [NB] Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: 56,3 triệu đồng.

b) [TH] Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: 53,2 triệu đồng.

c) [TH] Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60 \cdot (1,005)^{n+1} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{n+1}}{1-1,005}$ (triệu đồng).

d) [VD] Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Lời giải

a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là:

$$P_1 = 60(1 + 0.5\%) - 4 = 60.1,005 - 4 = 56,3 \text{ triệu đồng. Suy ra mệnh đề đúng.}$$

b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là:

$$P_2 = P_1 \cdot 1,005 - 4 = (60.1,005 - 4) \cdot 1,005 - 4 = 60 \cdot (1,005)^2 - 4.1,005 - 4 = 52,5815 \text{ (triệu đồng)}$$

Suy ra mệnh đề sai.

c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là:

$$P_n = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot (1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + \dots + 1) = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot \frac{1-1,005^n}{1-1,005} \text{ (triệu đồng). Suy ra}$$

mệnh đề sai.

d) Quỹ học bổng còn lại sau 16 tháng là:

$$P_{16} = 60 \cdot (1,005)^{16} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{16}}{1-1,005} = -1,472651944 < 0.$$

Quỹ học bổng còn lại sau 15 tháng là.

$$P_{15} = 60 \cdot (1,005)^{15} - 4 \cdot \frac{1-1,005^{15}}{1-1,005} = 2,514774185 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra tháng cuối cùng sinh viên đó rút được 2,527348056 triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên. Suy ra mệnh đề sai.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Các khẳng định sau đúng hay sai?

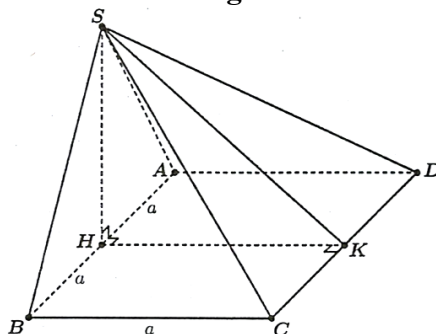
a) [NB] $SH \perp (ABCD)$.

b) [TH] Góc giữa SC và $(ABCD)$ là \widehat{SCA} .

c) [TH] Góc giữa SB và CD là 90° .

d) [VD] Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 60°

Lời giải



- a) Gọi H lần lượt là trung điểm AB . Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.
- Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Suy ra mệnh đề trên **đúng**.
- b) Ta có $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là \widehat{SCH} . Suy ra mệnh đề trên **sai**.
- c) Ta có $AB \parallel CD$ nên $(SB; CD) = (SB; AB) = \widehat{SBA}$. Mà tam giác SAB đều nên $\widehat{SBA} = 60^\circ$. Suy ra mệnh đề trên **sai**.
- d) Vì H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $HK \perp CD$.

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (SCD) \cap (ACD) = CD \\ HK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases} \Rightarrow [S, CD, A] = \widehat{SKH} = \varnothing.$$

$$\text{Tam giác } SAB \text{ đều cạnh } 2a \text{ nên đường cao } SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

Ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

$$\text{Do đó } \tan \widehat{SKH} = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ. \text{ Suy ra mệnh đề trên } \mathbf{đúng}.$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) [NB] Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
- b) [TH] Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
- c) [TH] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- d) [VD, VDC] Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.

Lời giải

a) Sai


$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2) = (x-1)^3(x-2).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm.

b) Đúng

Bảng biến thiên $y = f(x)$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

Ta có $(-3; 0) \subset (-\infty; 1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đúng


Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Sai

Ta có $y = f(x^2 - 6x + 1) \Rightarrow y' = (x^2 - 6x + 1)' f'(x^2 - 6x + 1) = (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 0 \\ x^2 - 6x + 1 = 1 \\ x^2 - 6x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \\ x = 6 \\ x = -3 + \sqrt{10} \\ x = -3 - \sqrt{10} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên $y = f(x^2 - 6x + 1)$

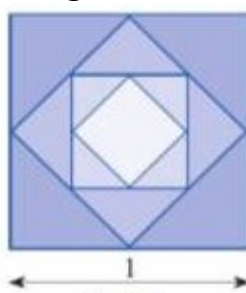
x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{10}$	0	$-3 + \sqrt{10}$	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

Lời giải



Diện tích của hình vuông C_1 là 1.

Độ dài đường chéo hình vuông C_1 là $\sqrt{2}$.

Hình vuông C_2 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_1 .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_2 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

Hình vuông C_3 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_2 .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_3 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

.....

Hình vuông C_n có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_{n-1} .

\Rightarrow Diện tích của hình vuông C_n là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1023}{512} \Rightarrow 512S_{10} = 1023$$

Đáp án: 1023

Câu 18:

Giải phương trình $\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x)$ ta được họ nghiệm

$$x = \frac{\pi}{a} + \frac{k\pi}{b}, k, a, b \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Tính } P = 2a + 3b$$

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}.$$

$$\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x) \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - \tan x \cot x = 2(\sin x - \cos x) \sin x \cot x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2(\sin x - \cos x) \cos x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2 \sin x \cdot \cos x - 2 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1 = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Đổi chiều điều kiện, nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2a + 3b = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 11.$$

Đáp án: 11

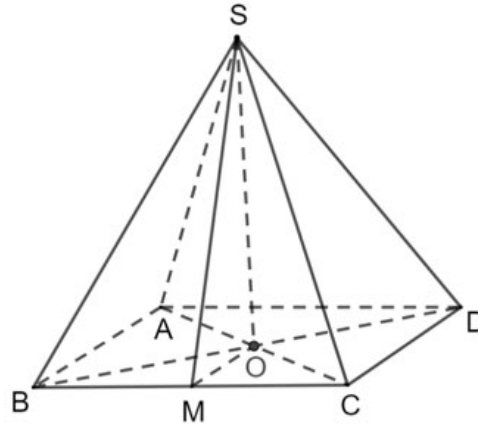
Câu 19:

Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng



hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích bề mặt tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy.
Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\widehat{SMO} \Rightarrow \tan \widehat{SMO} = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

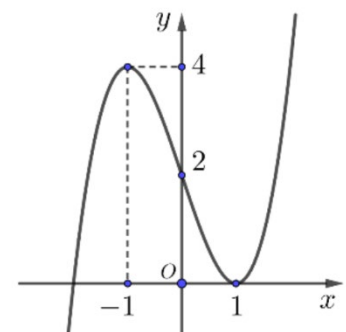
$$\Rightarrow SO = 49x \approx 196m$$

Đáp án: 196

Câu 20:

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của

đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ là bao nhiêu?



Lời giải

$$\text{Ta có: } f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$$\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-1)^2 \quad (k > 0)$$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn x_1, x_2, x_3 với $x_1 = b < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3 = c$ ($b > a$)

$$\Rightarrow f(x) - 2 = k(x-b)x(x-c) (k > 0).$$

$$\Rightarrow \text{Hàm số } y = g(x) \text{ có tập xác định } D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$$

+) Tìm tiệm cận ngang:

$$\text{Vì } g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)} = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$$

Nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ nhận đường thẳng $y = 0$ làm TCN.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị khác 0.

Và do hàm số xác định trên $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b; 0; 1; c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y = g(x)$ tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ là các giới hạn vô cực.

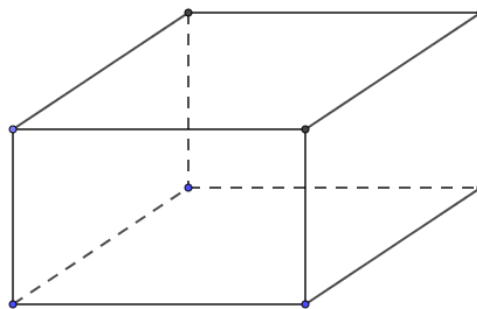
Do đó, ĐTHS $y = g(x)$ có 5 TCĐ: $x = a, x = b, x = 0, x = 1$ và $x = c$.

Vậy ĐTHS $y = g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 TCN: $y = 0$ và 5

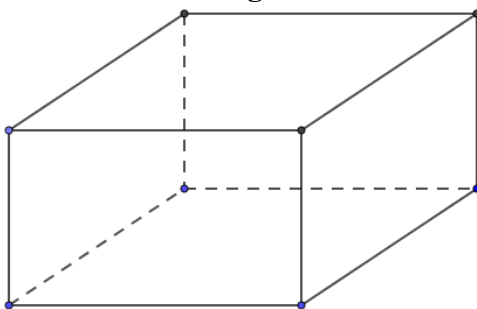
TCĐ $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$.

Đáp án: 6

Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao 150(cm) và thể tích chứa 900(m³). Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/m² và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/m². Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Lời giải



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều dài của đáy hình hộp. Điều kiện: $x > 0; y > 0 (m)$.

Ta có thể tích của khối hộp: $V = 1,5xy = 900 \Rightarrow xy = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x} (m^3)$.

Diện tích mặt đáy: $S_d = xy = x \cdot \frac{600}{x} = 600 (m^2)$.

Giá tiền để làm mặt đáy là: $600 \cdot 4000000 = 24 \cdot 10^8$ (đồng).

Diện tích xung quanh của bể cá: $S_{xq} = 2 \cdot x \cdot 1,5 + 2 \cdot y \cdot 1,5 = 3 \cdot (x + y) = 3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

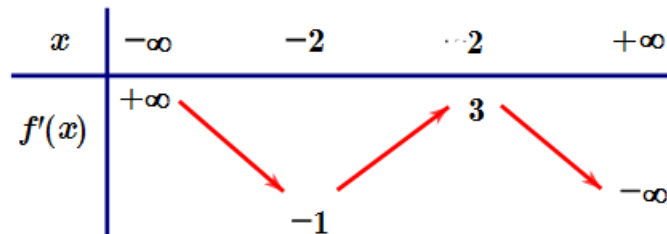
Giá tiền để làm mặt bên là: $3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) \cdot 2800000 = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

Tổng chi phí để xây dựng bể cá là:

$$T(x) = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) + 24 \cdot 10^8 \geq 84 \cdot 10^5 \cdot 2\sqrt{x \cdot \frac{600}{x}} + 24 \cdot 10^8 \approx 2812 \text{ (triệu đồng)}.$$

Đáp án: 2812

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Lời giải

$$\text{Đặt } g'(x) = \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) = 0 \\ f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \frac{x^2+1}{x} = a \text{ (} a < -2 \text{)} \\ \frac{x^2+1}{x} = b \text{ (} -2 < b < 2 \text{)} \\ \frac{x^2+1}{x} = c \text{ (} c > 2 \text{)} \end{cases}$$

Xét hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$, $h'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}$, $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$		$y=c \ (c>2)$			$+\infty$	$+\infty$
		$y=b \ (-2<b<2)$			x_3	x_4
		-2			2	
		x_1	x_2	$y=a \ (a<-2)$		
	$-\infty$		$-\infty$			

Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x)=a, h(x)=c$, mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác ± 1 , mà $a \neq c \Rightarrow f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 khác ± 1 và phương trình $h(x)=b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1, -1, x_2, x_3, 1, x_4$.

Vậy hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

Đáp án: 6

----- Hết -----