CHƯƠNG IV

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1: Trong các phát biểu sau, phát biểu nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song.

D. Hai đường thẳng không nằm trên cùng một mặt phẳng thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Phương án “Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau” sai vì hai đường thẳng có thể song song.

Phương án “Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song” sai vì hai đường thẳng có thể chéo nhau.

Câu 2: Cho hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa a và b?

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Hai đường thẳng phân biệt a và b trong không gian có những vị trí tương đối sau:

Hai đường thẳng phân biệt a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng có thể song song hoặc cắt nhau

Hai đường thẳng phân biệt a và b không cùng nằm trong một mặt phẳng thì chúng chéo nhau

Vậy chúng có 3 vị trí tương đối là song song hoặc cắt nhau hoặc chéo nhau.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

C. Hai đường thẳng không song song thì cắt nhau.

D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Phương án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể chéo nhau.

Phương án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc chéo nhau.
Phương án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.
Đáp án B

Câu 4: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
Trong không gian:

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song.
B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
C. Hai đường thẳng không song song, không cắt nhau thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Lời giải

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi chúng nằm trong cùng một mặt phẳng và không có điểm chung.

Câu 5: Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định **sai**?
Hai đường thẳng chéo nhau thì chúng có điểm chung.

Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.

Hai đường thẳng song song với nhau khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.

Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng phân biệt thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

sai do hai đường thẳng chéo nhau thì chúng không có điểm chung.

đúng.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó hoặc cắt nhau hoặc trùng nhau.

sai do có thể xảy ra trường hợp hai đường thẳng đó song song.

Vậy có 3 khẳng định sai.

Câu 6: Trong không gian, cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. b và c chéo nhau. **B.** b và c cắt nhau.
C. b và c chéo nhau hoặc cắt nhau. **D.** b và c song song với nhau.

Lời giải

Phương án A sai vì $b,\ c$ có thể cắt nhau.

Phương án B sai vì $b,\ c$ có thể chéo nhau.

Phương án D sai vì nếu b và c song song thì a và b song song hoặc trùng nhau.

Câu 7: Cho ba mặt phẳng phân biệt cắt nhau từng đôi một theo ba giao tuyến d_1, d_2, d_3 trong đó d_1 song song với d_2. Khi đó vị trí tương đối của d_2 và d_3 là?

A. Chéo nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Song song. **D.** trùng nhau.

Lời giải

Chọn C

Ba mặt phẳng cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đôi một song song hoặc đồng quy.

Câu 8: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng?**

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
B. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
C. Hai đường thẳng không song song thì chéo nhau.
D. Hai đường thẳng không cắt nhau và không song song thì chéo nhau.

Lời giải

Chọn B

Đáp án A sai do hai đường thẳng không có điểm chung có thể song song với nhau.
Đáp án C sai do hai đường thẳng không song song thì có thể trùng nhau hoặc cắt nhau.
Đáp án D sai do hai đường thẳng không cắt nhau và không song song với nhau thì có thể trùng nhau.
Đáp án B đúng.

Câu 9: Cho đường thẳng a song song với mặt phẳng (α). Nếu (β) chứa a và cắt (β) theo giao tuyến là b thì a và b là hai đường thẳng

A. cắt nhau. **B.** trùng nhau. **C.** chéo nhau. **D.** song song với nhau.

Lời giải

Chọn D

Câu 10: Cho hình tứ diện $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. AB và CD cắt nhau. **B.** AB và CD chéo nhau.
C. AB và CD song song. **D.** Tồn tại một mặt phẳng chứa AB và CD.

Lời giải

Chọn B

Do $ABCD$ là hình tứ diện nên bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau
B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì song song
C. Hai đường thẳng không cùng nằm trên một mặt phẳng thì chéo nhau
D. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau

Lời giải

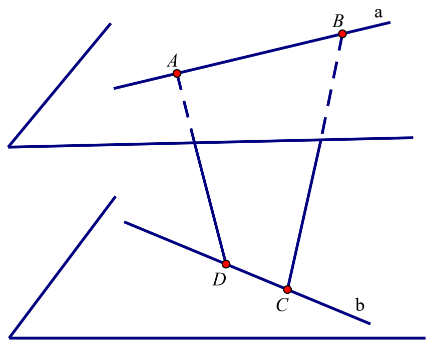
Chọn C

Câu 12: Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b. Khẳng định nào sau đây đúng khi nói về hai đường thẳng AD và BC?

A. Cắt nhau. **B.** Song song nhau.
C. Có thể song song hoặc cắt nhau. **D.** Chéo nhau.

Lời giải

Chọn D



Ta có: a và b là hai đường thẳng chéo nhau nên a và b không đồng phẳng.

Giả sử AD và BC đồng phẳng.

+ Nếu $AD \cap BC = M \Rightarrow M \in (ABCD) \Rightarrow M \in (a;b)$

Mà a và b không đồng phẳng, do đó không tồn tại điểm M.

+ Nếu $AD // BC \Rightarrow a$ và b đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó AD và BC chéo nhau.

Câu 13: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c trong đó a song song với b. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Tồn tại duy nhất một mặt phẳng chứa cả hai đường thẳng a và b.

B. Nếu b song song với c thì a song song với c.

C. Nếu điểm A thuộc a và điểm B thuộc b thì ba đường thẳng a, b và AB cùng ở trên một mặt phẳng.

D. Nếu c cắt a thì c cắt b.

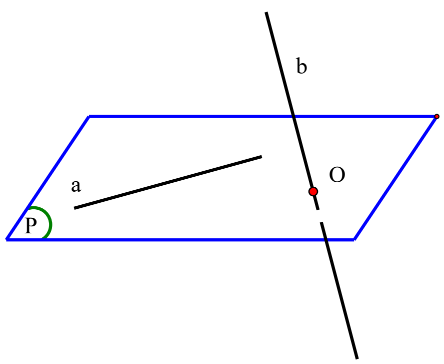
Lời giải

Mệnh đề "nếu c cắt a thì c cắt b" là mệnh đề sai, vì c và b có thể chéo nhau.

Câu 14: Cho đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a. Vị trí tương đối của a và b là

A. chéo nhau. **B.** cắt nhau. **C.** song song với nhau. **D.** trùng nhau.

Lời giải



Do đường thẳng a nằm trên $mp(P)$, đường thẳng b cắt (P) tại O và O không thuộc a nên đường thẳng a và đường thẳng b không đồng phẳng nên vị trí tương đối của a và b là chéo nhau.

Câu 15: Cho hai đường thẳng chéo nhau a, b và điểm M không thuộc a cũng không thuộc b. Có nhiều nhất bao nhiêu đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng qua M và chứa a; (Q) là mặt phẳng qua M và chứa b.

Giả sử tồn tại đường thẳng c đi qua M và đồng thời cắt cả a và b suy ra

$$\begin{cases} c \in (P) \\ c \in (Q) \end{cases} \Rightarrow c = (P) \cap (Q).$$

Mặt khác nếu có một đường thẳng c' đi qua M và đồng thời cắt cả a và b thì a và b đồng phẳng.

Do đó có duy nhất một đường thẳng đi qua M và đồng thời cắt cả a và b.

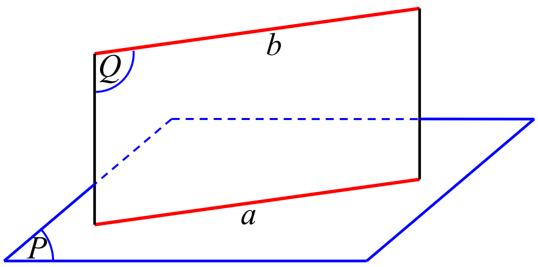
Câu 16: Trong không gian cho đường thẳng a chứa trong mặt phẳng (P) và đường thẳng b song song với mặt phẳng (P). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a // b$. **B.** a, b không có điểm chung.

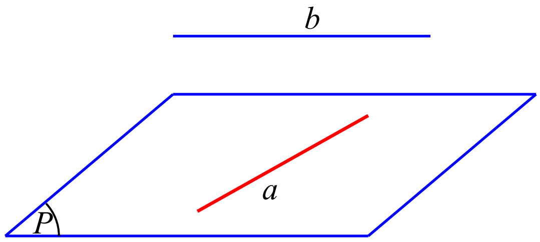
C. a, b cắt nhau. **D.** a, b chéo nhau.

Lời giải

❍ $b // (P)$ thì b có thể song song với a mà b cũng có thể chéo a.



Hình 1



Hình 2

❍ $b // (P) \Rightarrow b \cap (P) = \varnothing \Rightarrow b \cap a = \varnothing$. Vậy a, b không có điểm chung.

Câu 17: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

B. Trong không gian hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

C. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

D. Trong không gian hai đường chéo nhau thì không có điểm chung.

Lời giải

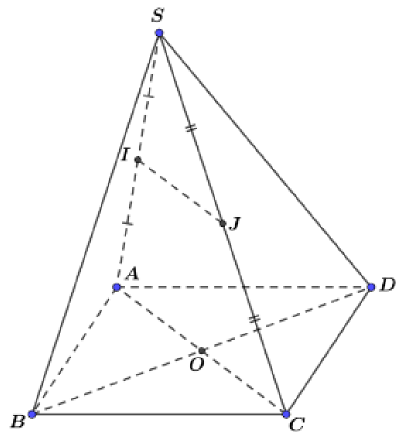
Áp dụng định nghĩa hai đường thẳng được gọi là chéo nhau nếu chúng không đồng phẳng.

DẠNG 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Câu 18: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. AC. **B.** BC. **C.** SO. **D.** BD.

Lời giải

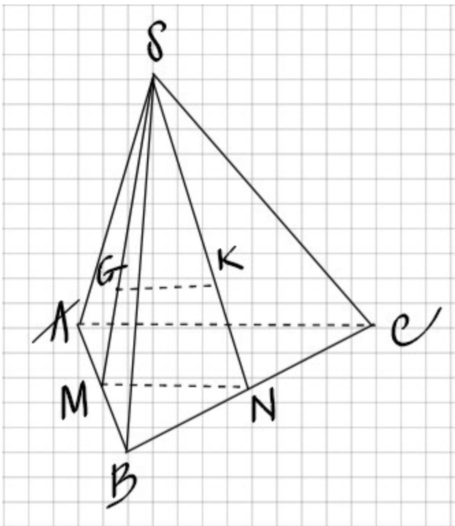


Do IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ//AC$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$ và G,K lần lượt là trong tâm tam giác SAB,SBC. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $GK//AB$. **B.** $GK//BC$. **C.** $GK//AC$. **D.** $GK//SB$.

Lời giải



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,BC. Khi đó:

$\frac{SG}{SM}=\frac{2}{3}$ và $\frac{SK}{SN}=\frac{2}{3}$ suy ra $\frac{SG}{SM}=\frac{SK}{SN}$.

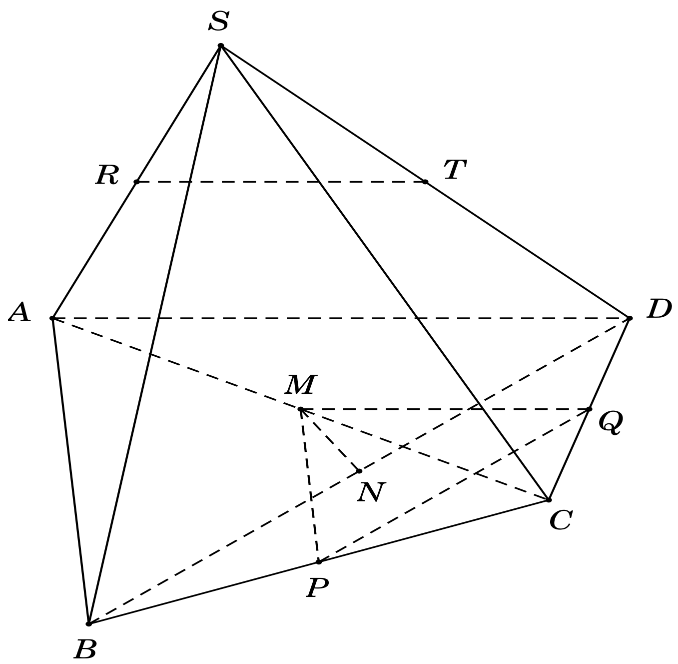
Suy ra $GK // MN$ mà $MN // AC$.

Nên $GK // AC$.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC. Gọi M,N,P,Q,R,T lần lượt là trung điểm AC,BD,BC,CD,SA và SD. Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. MP và RT. **B.** MQ và RT. **C.** MN và RT. **D.** PQ và RT.

Lời giải



Ta có: M , Q lần lượt là trung điểm của AC , CD

$\Rightarrow MQ$ là đường trung bình của tam giác $CAD \Rightarrow MQ // AD$ (1)

Ta có: R , T lần lượt là trung điểm của SA , SD

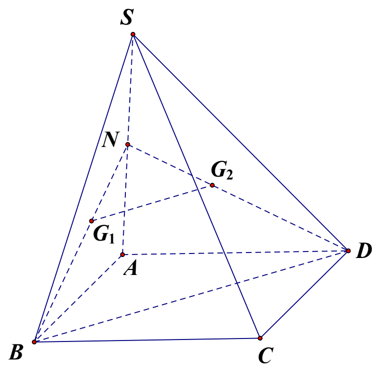
$\Rightarrow RT$ là đường trung bình của tam giác $SAD \Rightarrow RT // AD$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra: $MQ // RT$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$. Khi đó G_1G_2 song song với đường thẳng nào sau đây?

A. CD. **B.** BD. **C.** AD. **D.** AB.

Lời giải



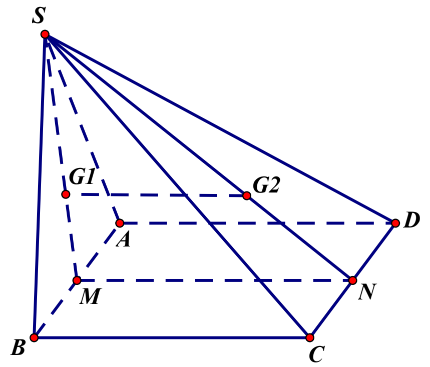
Gọi N là trung điểm của SA.

Vì $G_1;G_2$ lần lượt là trọng tâm của $\Delta SAB; \Delta SAD$ nên ta có: $\dfrac{NG_1}{NB} = \dfrac{NG_2}{ND} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // BD$.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các cạnh tam giác SAB, SCD. Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào **không** song song với G_1G_2?

A. AD. **B.** BC. **C.** SA. **D.** MN.

Lời giải



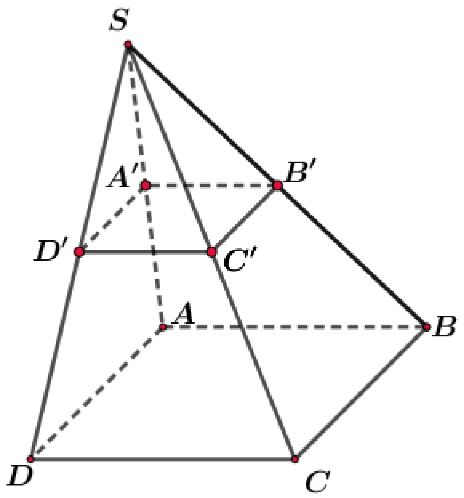
Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD và G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD nên $G_1 \in SM, G_2 \in SN$

Và $\frac{SG_1}{SM} = \frac{SG_2}{SN} = \frac{1}{3} \Rightarrow G_1G_2 // MN \left(// AD // BC \right)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD. Đường thẳng **không** song song với $A'B'$ là

A. $C'D'$. **B.** AB. **C.** CD. **D.** SC.

Lời giải



Ta có $C'D' // CD$; $AB // CD \Rightarrow A'B' // C'D'$.

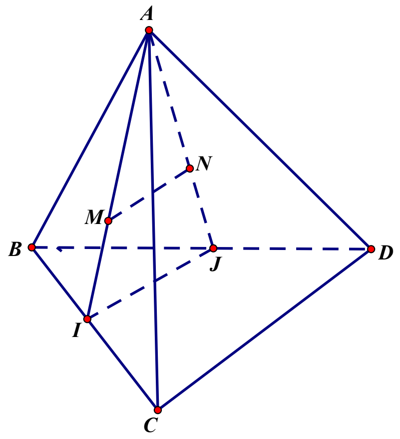
$AB // A'B'$.

$AB // CD$.

Câu 24: Cho tứ diện $ABCD$ và M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, ABD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $MN//CD$. **B.** $MN//AD$. **C.** $MN//BD$. **D.** $MN//CA$.

Lời giải



Dễ thấy MN, AD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **B.**

Dễ thấy MN, BD là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **C.**

Dễ thấy MN, CA là hai đường thẳng chéo nhau nên loại **D.**

Câu 25: Cho hình chóp S.$ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O, I là trung điểm của SC, xét các mệnh đề: Đường thẳng IO song song với SA.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

Giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là trọng tâm của tam giác (SBD).

Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Mệnh đề đúng vì IO là đường trung bình của tam giác SAC.

Mệnh đề sai vì tam giác IBD chính là thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBD).

Mệnh đề đúng vì giao điểm của đường thẳng AI với mặt phẳng (SBD) là giao điểm của AI với SO.

Mệnh đề đúng vì I, O là hai điểm chung của 2 mặt phẳng (IBD) và (SAC).

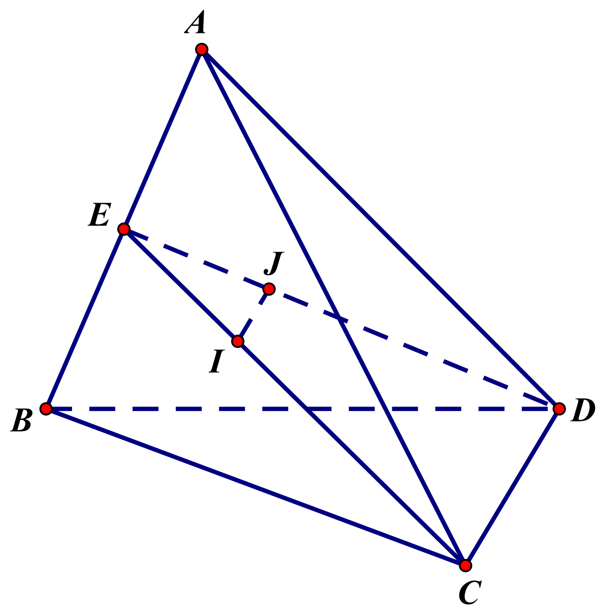
Vậy số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là: 3.

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm ΔABC và ΔABD. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. IJ song song với CD. **B.** IJ song song với AB.

C. IJ chéo nhau với CD. **D.** IJ cắt AB.

Lời giải



Gọi E là trung điểm AB.

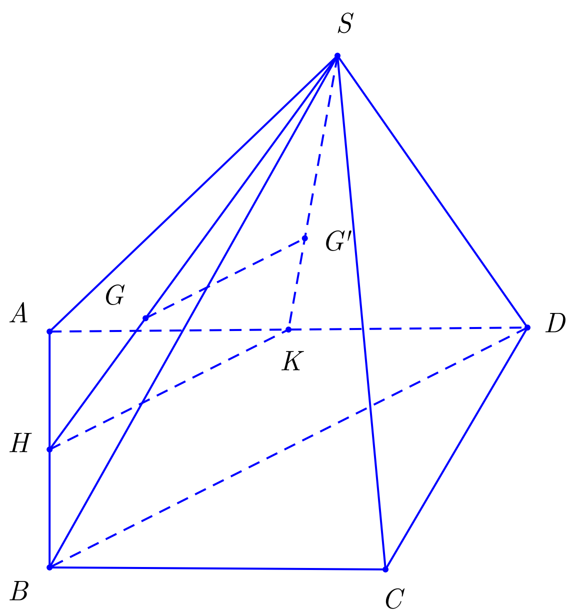
Vì I và J lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và ABD nên: $\frac{EI}{EC} = \frac{EJ}{ED} = \frac{1}{3}$

Suy ra: $IJ\,//\,CD$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD, $AD = 2BC$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD. GG' song song với đường thẳng

A. AB. **B.** AC. **C.** BD. **D.** SC.

Lời giải



Gọi H và K lần lượt là trung điểm cạnh $AB; AD$. Với G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác SAB và SAD ta có: $\frac{SG}{SH} = \frac{SG'}{SK} = \frac{2}{3} \Rightarrow GG'\,//\,HK$.

Mà $HK\,//\,BD$ (HK là đường trung bình tam giác ABD.

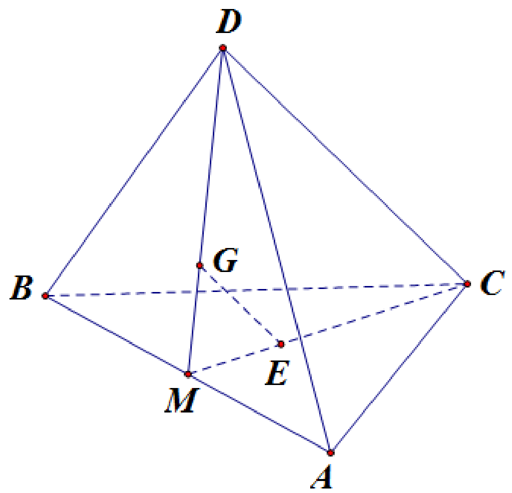
Từ và suy ra GG' song song với BD.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. GE và CD chéo nhau. **B.** $GE//CD$.

C. GE cắt AD. **D.** GE cắt CD.

Lời giải

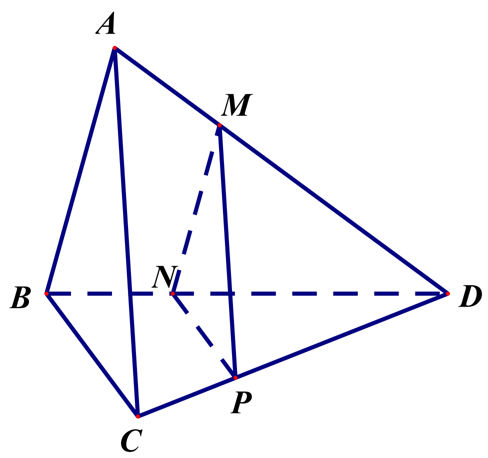


Gọi M là trung điểm của AB. Trong tam giác MCD có $\frac{MG}{MD}=\frac{ME}{MC}=\frac{1}{3}$ suy ra $GE//CD$

Câu 29: Cho hình tứ diện $ABCD$, lấy điểm M tùy ý trên cạnh AD $(M \neq A, D)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M song song với mặt phẳng (ABC) lần lượt cắt BD, DC tại N, P. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $MN//AC$. **B.** $MP//AC$. **C.** $MP//(ABC)$. **D.** $NP//BC$.

Lời giải



Do $(P)//(ABC) \Rightarrow AB//(P)$

Có $\begin{cases} MN = (P) \cap (ABD) \\ AB \subset (ABD),\, AB // (P) \end{cases} \Rightarrow MN // AB$, mà AB cắt AC nên $MN // AC$ là sai.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD. Đường thẳng IJ song song với đường thẳng:

A. CM trong đó M là trung điểm BD. **B.** AC.

C. DB. **D.** CD.

Lời giải:

Cách 1:

Gọi E là trung điểm của AB. Ta có $\begin{cases} I \in CE \\ J \in DE \end{cases}$ nên suy ra IJ và CD đồng phẳng.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\dfrac{EI}{EC} = \dfrac{EJ}{ED} = \dfrac{1}{3}$. Suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 2:

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BD và BC. Suy ra $MN \parallel CD$.

Do I, J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ABD nên ta có: $\dfrac{AI}{AN} = \dfrac{AJ}{AM} = \dfrac{2}{3}$. Suy ra $IJ \parallel MN$.

Từ và suy ra $IJ \parallel CD$.

Cách 3:.

Có lẽ trong ví dụ này cách này hơi dài, song chúng tôi vẫn sẽ trình bày ở đây, để các bạn có thể hiểu và vận dụng cách 3 hợp lí trong các ví dụ khác.

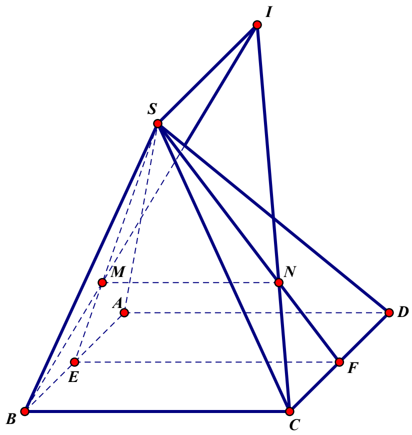
Dễ thấy, bốn điểm D, C, I, J đồng phẳng.

Ta có: $\begin{cases} (DCIJ) \cap (AMN) = IJ \\ (DCIJ) \cap (BCD) = CD \\ (AMN) \cap (BCD) = MN \\ MN \parallel CD \end{cases} \Rightarrow IJ \parallel CD \parallel MN$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm $\Delta SAB; \Delta SCD$. Gọi I là giao điểm của các đường thẳng $BM; CN$. Khi đó tỉ số $\dfrac{SI}{CD}$ bằng

A. 1 **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi E và F lần lượt là trung điểm AB và CD.

Ta có $I = BM \cap CN \Rightarrow \begin{cases} I \in BM \subset (SAB) \\ I \in CN \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow I \in (SAB) \cap (SCD)$.

Mà $S \in (SAB) \cap (SCD)$. Do đó $(SAB) \cap (SCD) = SI$.

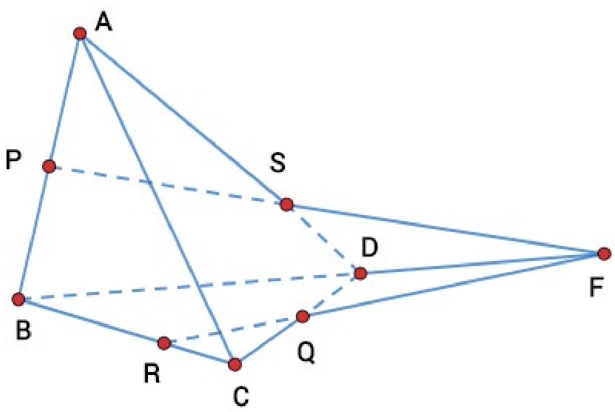
Ta có: $\left. \begin{array}{l} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \\ (SAB) \cap (SCD) = SI \end{array} \right\} \Rightarrow SI//AB//CD$ .Vì $SI//CD$ nên $SI//CF$.

Theo định lý Ta – let ta có: $\dfrac{SI}{CF} = \dfrac{SN}{NF} = 2 \Rightarrow SI = 2CF = CD \Rightarrow \dfrac{SI}{CD} = 1$.

Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$. P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD. Điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR = 2RC$. Gọi S là giao điểm của mặt phẳng (PQR) và AD. Khi đó

A. $SA = 3SD$. **B.** $SA = 2SD$. **C.** $SA = SD$. **D.** $2SA = 3SD$.

Lời giải



Gọi $F = BD \cap RQ$. Nối P với F cắt AD tại S.

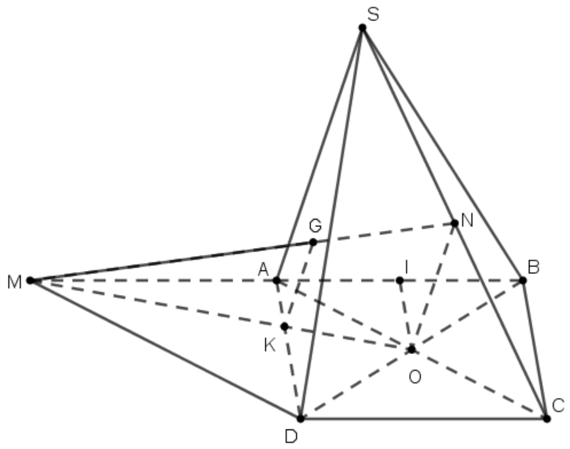
Ta có $\dfrac{DF}{FB} \cdot \dfrac{BR}{RC} \cdot \dfrac{CQ}{QD} = 1 \Rightarrow \dfrac{DF}{FB} = \dfrac{RC}{BR} = \dfrac{1}{2}$.

Tương tự ta có $\frac{DF}{FB}.\frac{BP}{PA}.\frac{AS}{\text{SD}}=1\Rightarrow\frac{SA}{\text{SD}}=\frac{FB}{DF}=2\Rightarrow SA=2\text{SD}.$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi N là trung điểm của cạnh SC. Lấy điểm M đối xứng với B qua A. Gọi giao điểm G của đường thẳng MN với mặt phẳng (SAD). Tính tỉ số $\frac{GM}{GN}$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **<u>C</u>.** 2. **D.** 3.

Lời giải



Gọi giao điểm của AC và BD là O và kẻ OM cắt AD tại K. Vì O là trung điểm AC, N là trung điểm SC nên $ON\,//\,SA$. Vậy hai mặt phẳng (MON) và (SAD) cắt nhau tại giao tuyến GK song song với NO. Áp dụng định lí Talet cho $GK\,//\,ON$, ta có:

$$\frac{GM}{GN}=\frac{KM}{KO}$$

Gọi I là trung điểm của AB, vì O là trung điểm của BD nên theo tính chất đường trung bình, $OI\,//\,AD$, vậy theo định lí Talet:

$$\frac{KM}{KO}=\frac{AM}{AI}=\frac{AB}{AI}=2.$$

Từ và, ta có $\frac{GM}{GN}=2$.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD; điểm R nằm trên cạnh BC sao cho $BR=2RC$. Gọi S là giao điểm của $mp(PQR)$ và cạnh AD. Tính tỉ số $\frac{SA}{SD}$.

A. $\frac{7}{3}$. **<u>B</u>.** 2. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Trong mặt phẳng (BCD), gọi $I = RQ \cap BD$.

Trong (ABD), gọi $S = PI \cap AD \Rightarrow S = AD \cap (PQR)$.

Trong mặt phẳng (BCD), dựng $DE // BC \Rightarrow DE$ là đường trung bình của tam giác IBR.

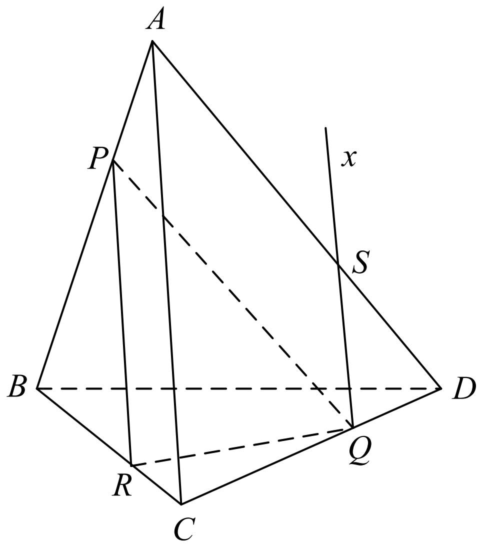
$\Rightarrow D$ là trung điểm của BI.

Trong (ABD), dựng $DF // AB \Rightarrow \dfrac{DF}{BP} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{DF}{PA} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{SA}{SD} = 2$.

Câu 35: Cho tứ diện $ABCD$. Lấy ba điểm P, Q, R lần lượt trên ba cạnh AB, CD, BC sao cho $PR // AC$ và $CQ = 2QD$. Gọi giao điểm của đường thẳng AD và mặt phẳng (PQR) là S. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $AS = 3DS$. **B.** $AD = 3DS$. **C.** $AD = 2DS$. **D.** $AS = DS$.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PRQ); AC \subset (ACD) \\ PR // AC \end{cases} \Rightarrow (PQR) \cap (ACD) = Qx$ với $Qx // PR // AC$

Gọi $S = Qx \cap AD \Rightarrow S = (PQR) \cap AD$

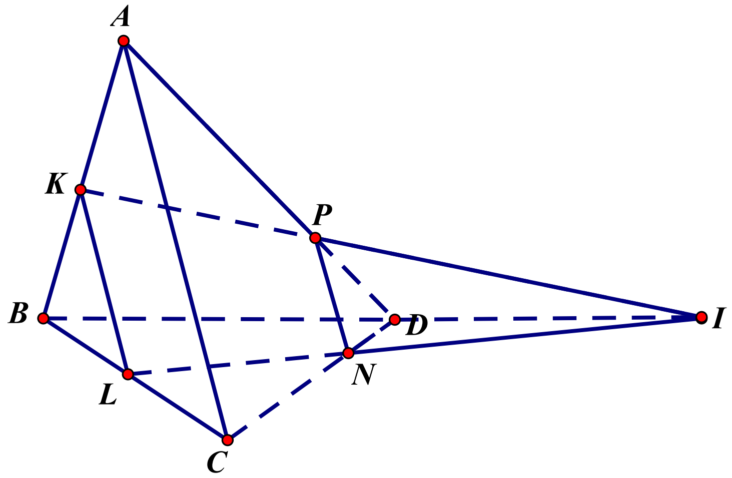
Xét tam giác ACD có $QS // AC$

Ta có: $\frac{SD}{AD}=\frac{QD}{CD}=\frac{1}{3}\Rightarrow AD=3SD$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi K,L lần lượt là trung điểm của AB và BC. N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN=2ND$. Gọi P là giao điểm của AD với mặt phẳng (KLN). Tính tỉ số $\frac{PA}{PD}$

A. $\frac{PA}{PD}=\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{PA}{PD}=\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{PA}{PD}=\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{PA}{PD}=2$.

Lời giải



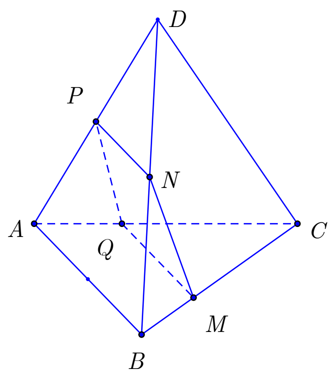
Giả sử $LN\cap BD=I$. Nối K với I cắt AD tại P Suy ra $(KLN)\cap AD=P$

Ta có: $KL//AC\Rightarrow PN//AC$ Suy ra: $\frac{PA}{PD}=\frac{NC}{ND}=2$

Câu 37: Cho tứ diện $ABCD$, M là điểm thuộc BC sao cho $MC=2MB$. Gọi N, P lần lượt là trung điểm của BD và AD. Điểm Q là giao điểm của AC với (MNP). Tính $\frac{QC}{QA}$.

A. $\frac{QC}{QA}=\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{QC}{QA}=\frac{5}{2}$. **C.** $\frac{QC}{QA}=2$. **D.** $\frac{QC}{QA}=\frac{1}{2}$.

Lời giải



Ta có $NP//AB\Rightarrow AB//(MNP)$.

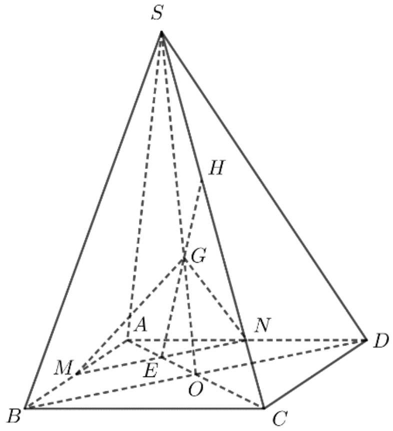
Mặt khác $AB \subset (ABC)$, (ABC) và (MNP) có điểm M chung nên giao tuyến của (ABC) và (MNP) là đường thẳng $MQ // AB$ $(Q \in AC)$.

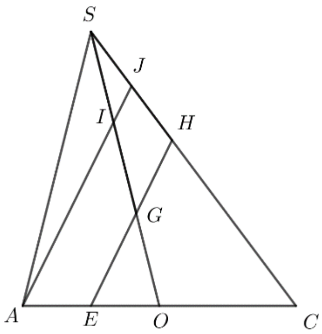
Ta có: $\frac{QC}{QA} = \frac{MC}{MB} = 2$. Vậy

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AD và G là trọng tâm tam giác SBD. Mặt phẳng (MNG) cắt SC tại điểm H. Tính $\frac{SH}{SC}$

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải





Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $E = MN \cap AC$.

Trong mặt phẳng (SAC), gọi $H = EG \cap SC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in EG; EG \subset (MNG) \\ H \in SC \end{cases} \Rightarrow H = SC \cap (MNG)$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SG và SH.

Ta có $\begin{cases} IJ // HG \\ IA // GE \end{cases} \Rightarrow A, I, J$ thẳng hàng

Xét ΔACJ có $EH // AJ \Rightarrow \frac{CH}{HJ} = \frac{CE}{EA} = 3 \Rightarrow CH = 3HJ$.

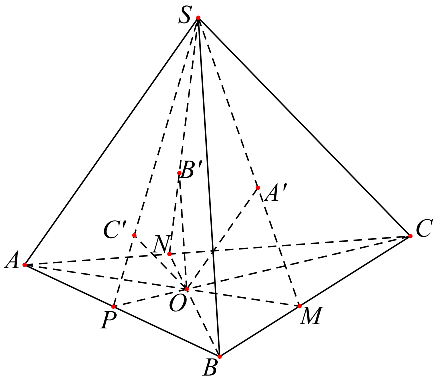
Lại có $SH = 2HJ$ nên $SC = 5HJ$.

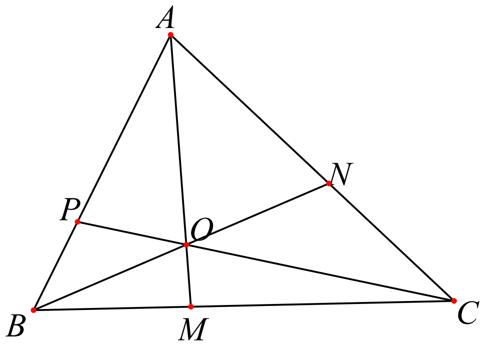
Vậy $\frac{SH}{SC} = \frac{2}{5}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$. Bên trong tam giác ABC ta lấy một điểm O bất kỳ. Từ O ta dựng các đường thẳng lần lượt song song với SA, SB, SC và cắt các mặt phẳng $(SBC),(SCA),(SAB)$ theo thứ tự tại A', B', C'. Khi đó tổng tỉ số $T=\frac{OA'}{SA}+\frac{OB'}{SB}+\frac{OC'}{SC}$ bằng bao nhiêu?

A. $T=3$. **B.** $T=\frac{3}{4}$. **C.** $T=1$. **D.** $T=\frac{1}{3}$.

Lời giải





Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của AO và BC, BO và AC, CO và AB.

Ta có $\frac{OA'}{SA}=\frac{MO}{MA}=\frac{S_{CMO}}{S_{CMA}}=\frac{S_{BMO}}{S_{BMA}}=\frac{S_{CMO}+S_{BMO}}{S_{CMA}+S_{BMA}}=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$

$\frac{OB'}{SB}=\frac{NO}{NB}=\frac{S_{ANO}}{S_{ANB}}=\frac{S_{CNO}}{S_{CNB}}=\frac{S_{ANO}+S_{CNO}}{S_{ANB}+S_{CNB}}=\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}$.

$\frac{OC'}{SC}=\frac{PO}{PC}=\frac{S_{APO}}{S_{APC}}=\frac{S_{BPO}}{S_{BPC}}=\frac{S_{APO}+S_{BPO}}{S_{APC}+S_{BPC}}=\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}$

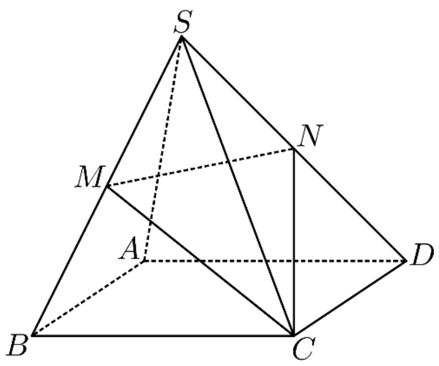
Từ đó $T=\frac{OA'}{SA}+\frac{OB'}{SB}+\frac{OC'}{SC}=\frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAC}}{S_{ABC}}+\frac{S_{OAB}}{S_{ABC}}=\frac{S_{ABC}}{S_{ABC}}=1$.

DẠNG 3. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG ĐỂ TÌM GIAO TUYẾN

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, SD. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (CMN) và $(ABCD)$ là

A. đường thẳng CI, với $I=MN\cap BD$. **B.** đường thẳng MN.
C. đường thẳng BD. **D.** đường thẳng d đi qua C và $d//BD$.

Lời giải



M, N là trung điểm của SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD.

Suy ra $MN//BD$.

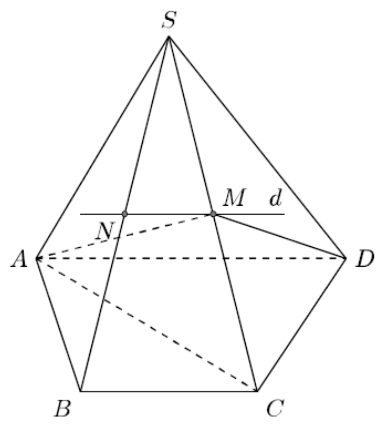
Ta có $\begin{cases} C \in (CMN) \cap (ABCD) \\ MN \subset (CMN) \\ BD \subset (ABCD) \\ MN//BD \end{cases} \Rightarrow (CMN) \cap (ABCD) = d//BD//MN$ (d đi qua điểm C).

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AD//BC$. Gọi M là trung điểm của SC. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SBC) và (MAD). Kết luận nào sau đây **sai**.

A. d cắt SB. **B.** $d//AD$.

C. d cắt SA. **D.** d và AC chéo nhau.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} M \in (SBC) \cap (MAD) \\ BC//AD \\ d = (SBC) \cap (MAD) \end{cases} \Rightarrow d$ đi qua M và $d//AD$, $d//BC$

Do đó d cắt SB, d và SA chéo nhau.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA, gọi (α) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(ABCD)$, $d = (\alpha) \cap (SAB)$. Khi đó

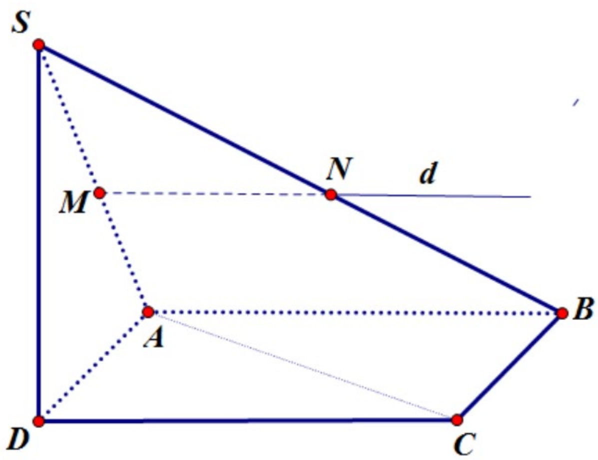
A. d là đường thẳng đi qua M và song song với AD.

B. d là đường thẳng đi qua M và song song với BC.

C. d là đường thẳng đi qua M và song song với AC.

D. d là đường thẳng đi qua M và song song với AB.

Lời giải



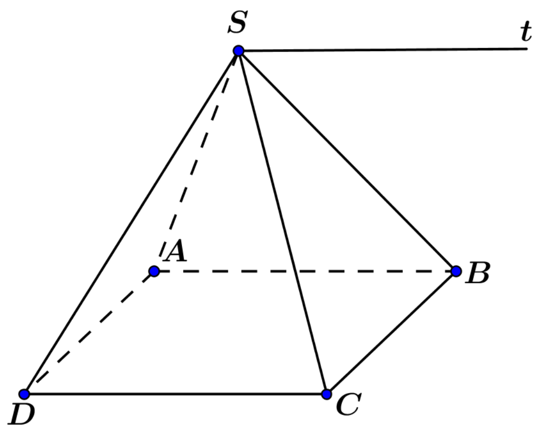
Vì $(\alpha)//(ABCD),(SAB)\cap(ABCD)=AB$ mà $M\in(SAB)\cap(\alpha),(\alpha)\cap(SAB)=d$

$\Rightarrow d$ đi qua M và song song với AB.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là

A. Đường thẳng qua S và song song với AD. **B.** Đường thẳng qua S và song song với CD.
C. Đường SO với O là tâm hình bình hành. **D.** Đường thẳng qua S và cắt AB.

Lời giải



✓ S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD).

✓ Mặt khác $\begin{cases} AB\subset(SAB) \\ CD\subset(SCD) \\ AB // CD \end{cases}$.

✓ Nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng St đi qua điểm S và song song với CD.

Câu 44: Cho $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

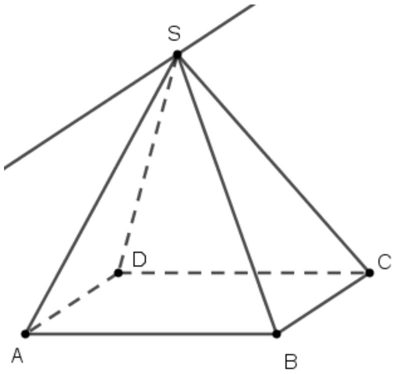
A. $(SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với AC.

B. $(SAB)\cap(SAD)=SA$.

C. $(SBC)\parallel AD$.

D. SA và CD chéo nhau.

Lời giải

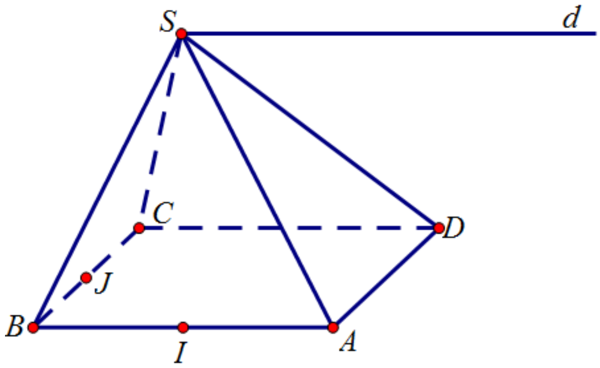


$(SAD)\cap(SBC)$ là đường thẳng qua S và song song với BC.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng song song với

A. AD. **B.** IJ. **C.** BJ. **D.** BI.

Lời giải



Gọi d là đường thẳng qua S và song song với $AB \Rightarrow d \,//\, BI$

Ta có: $\begin{cases} AB \,//\, CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow (SAB)\cap(SCD) = d$.

Vậy giao tuyến cần tìm song song với BI.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$ có mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành. Gọi đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC). Khẳng định nào sau đây đúng?

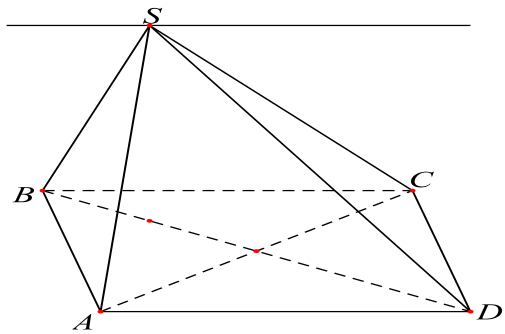
A. Đường thẳng d đi qua S và song song với AB.

B. Đường thẳng d đi qua S và song song với DC.

C. Đường thẳng d đi qua S và song song với BC.

D. Đường thẳng d đi qua S và song song với BD.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} S \subset (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD) \\ BC \subset (SBC) \\ AD // BC \end{cases}$ do đó giao tuyến của giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng d đi qua S và song song với BC, AD.

Câu 47: Cho chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, BC. G là trọng tâm tam giác SAB. Khi đó giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là?

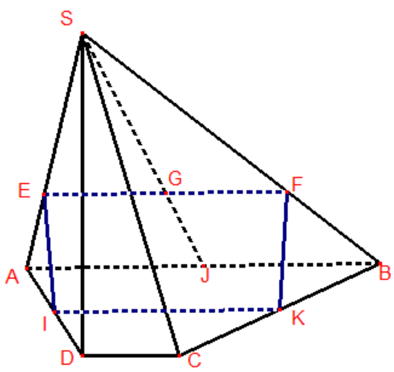
A. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AB, IK

B. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua S và song song AD.

C. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song CB.

D. Giao tuyến của 2 mặt phẳng (IKG) và (SAB) là đường thẳng đi qua G và song song AB, IK.

Lời giải



Xét hai mặt phẳng $(IKG), (SAB)$

Ta có $G \in (GIK); G \in (SAB)$ suy ra G là điểm chung thứ nhất.

$IK // AB, IK \subset (GIK), AB \subset (SAB)$.

Suy ra $(IKG) \cap (SAB) = Gx // IK // AB$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $(AB//CD)$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là

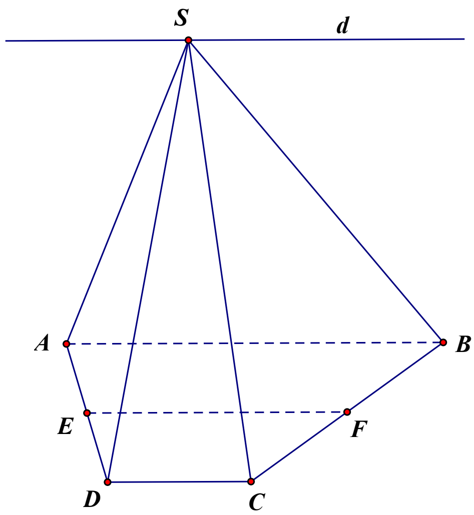
A. Đường thẳng đi qua S và qua giao điểm của cặp đường thẳng AB và SC.

B. Đường thẳng đi qua S và song song với AD.

C. Đường thẳng đi qua S và song song với AF.

D. Đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} AB//CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow$$ giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với AB. Lại có $AB//EF$, nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là đường thẳng đi qua S và song song với EF.

Câu 49: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của BC, AD và SA. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là

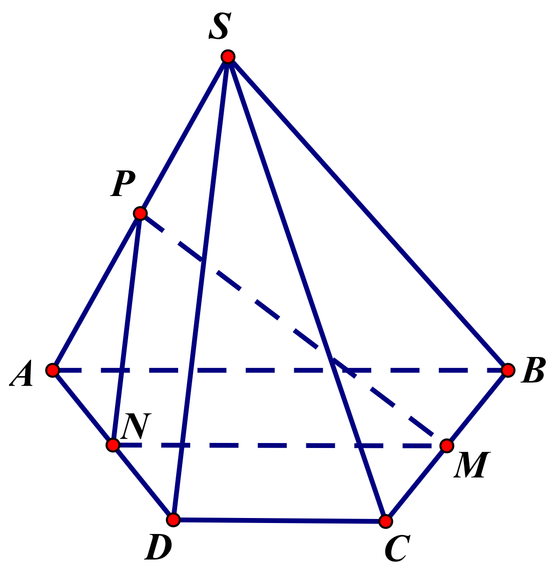
A. đường thẳng qua M và song song với SC.

B. đường thẳng qua P và song song với AB.

C. đường thẳng PM.

D. đường thẳng qua S và song song với AB.

Lời giải



Ta có $P \in SA \subset (SAB)$; $P \in (MNP)$ nên P là điểm chung thứ nhất của mặt phẳng (SAB) và (MNP).

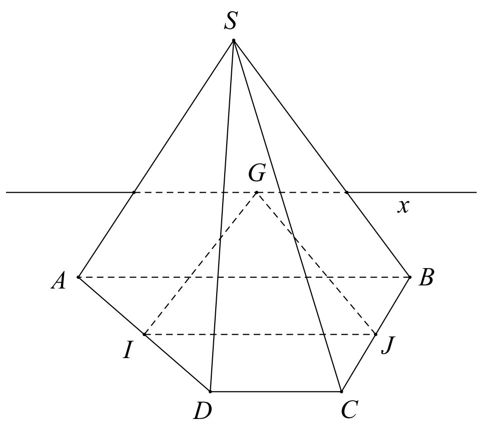
Mặt khác: $MN // AB$.

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (MNP) là đường thẳng qua P và song song với AB, SC.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $(AB // CD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC, G là trọng tâm ΔSAB. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) là

A. đường thẳng qua S và song song với AB. **B.** đường thẳng qua G và song song với DC.
C. SC. **D.** đường thẳng qua G và cắt BC.

Lời giải



Ta có $IJ // AB$ (1).

$G \in (GIJ) \cap (SAB)$ (2).

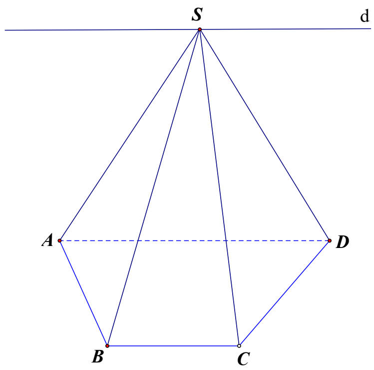
$IJ \subset (GIJ), AB \subset (SAB)$ (3)

Từ (1), (2), $(3) \Rightarrow Gx = (GIJ) \cap (SAB)$, $Gx \,//\, AB$, $Gx \,//\, CD$.

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD \,//\, BC$. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là

A. Đường thẳng đi qua S và song song với AB.
B. Đường thẳng đi qua S và song song với CD.
C. Đường thẳng đi qua S và song song với AC.
D. Đường thẳng đi qua S và song song với AD

Lời giải

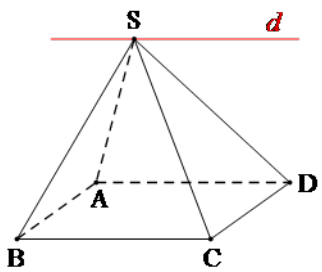


Ta có: hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) có 1 điểm chung là S và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau nên giao tuyến d của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) đi qua S và song song AD, BC.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AD. **B.** AC. **C.** DC. **D.** BD.

Lời giải

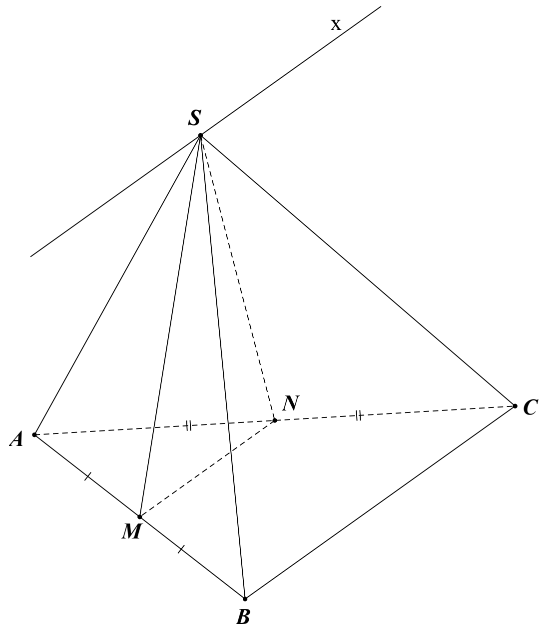


Ta có $AD // BC \Rightarrow (SAD) \cap (SBC) = d$, với d là đường thẳng đi qua S và song song với AD

Câu 53: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SBC) là một đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

A. AC. **B.** BC. **C.** AB. **D.** SA.

Lời giải



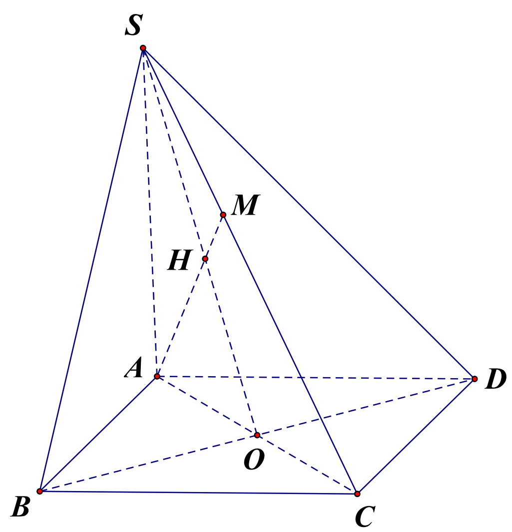
Xét ΔABC có M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC nên MN là đường trung bình suy ra $MN // BC$.

Ta có: $\begin{cases} S \in (SMN) \cap (SBC) \\ MN \subset (SMN); BC \subset (SBC) \\ MN // BC \end{cases} \Rightarrow (SMN) \cap (SBC) = Sx // MN // BC$.

Câu 54: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. M là một điểm bất kì thuộc cạnh SC, H là giao điểm của AM và mặt phẳng (SBD). Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. H là giao điểm của AM và SD.
B. H là giao điểm của AM và SB.
C. H là giao điểm của AM và BD.
D. H là giao điểm của AM và SO.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$. Ta có $(SAC) \cap (SBD) = SO$

Trong mặt phẳng (SAC), kẻ $AM \cap SO = \{H\}$

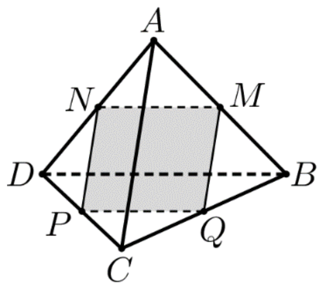
Ta có: $\begin{cases} H \in AM \\ H \in SO \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow H = AM \cap (SBD)$.

DẠNG 4. SỬ DỤNG YẾU TỐ SONG SONG TÌM THIẾT DIỆN

Câu 55: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, CD, BC. Tìm điều kiện để $MNPQ$ là hình thoi.

A. $AB = BC$. **B.** $BC = AD$. **C.** $AC = BD$. **D.** $AB = CD$.

Lời giải



Xét tam giác ABD có MN là đường trung bình nên $MN // BD$, $MN = \frac{1}{2}BD$. Tương tự tam giác BCD có PQ là đường trung bình nên $PQ // BD$, $PQ = \frac{1}{2}BD$. Tứ giác $MNPQ$ có $MN // PQ$, $MN = PQ$ suy ra tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Để $MNPQ$ là hình thoi thì $MN = MQ$ hay $BD = AC$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SA. Thiết diện của mặt phẳng (MCD) với hình chóp $S.ABCD$ là hình gì?

A. Tam giác. **B.** Hình bình hành.
C. Hình thang. **D.** Hình thoi.

Lời giải:

Gọi N là trung điểm của SB. Do $MN // AB$, $AB // CD \Rightarrow MN // CD$.
Như vậy suy ra N thuộc mặt phẳng (MCD).

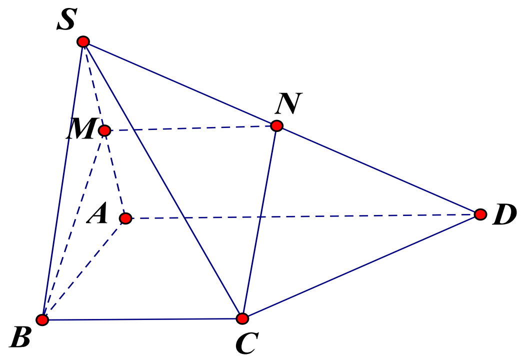
Ta có: $\begin{cases} (MCD) \cap (SAD) = MD \\ (MCD) \cap (SAB) = MN \\ (MCD) \cap (SBC) = NC \\ (MCD) \cap (ABCD) = CD \end{cases}$

Vậy tứ giác $MNCD$ là thiết diện của hình chóp bị cắt bởi mặt phẳng (MCD).
Kết hợp với $MN // CD$, suy ra $MNCD$ là hình thang.

Câu 57: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang, $AD // BC$, $AD = 2BC$. M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (MBC) cắt hình chóp theo thiết diện là

A. Hình bình hành. **B.** Tam giác. **C.** Hình chữ nhật. **D.** Hình thang.

Lời giải



Ta có $\left(BMC\right)\cap\left(ABCD\right)=BC$, $\left(BMC\right)\cap\left(SAB\right)=BM$

$\left(BMC\right)\cap\left(SAD\right)=M_x, M_x//AD//BC, M_x\cap SD=N$, $\left(BMC\right)\cap\left(SCD\right)=NC$

Suy ra thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng $\left(MBC\right)$ là tứ giác $BMNC$.

Ta có $\begin{cases} MN=\dfrac{1}{2}AD \\ MN//AD \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} MN=BC \\ MN//\text{BC} \end{cases}$ nên thiết diện $BMNC$ là hình bình hành.

Câu 58: Cho tứ diện ABC**D.** Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AD}=\dfrac{1}{3}$ .Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, C**B.** Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Tứ giác MNPQ là hình bình hành.

B. Tứ giác MNPQ là một hình thang nhưng không phải hình bình hành.

C. Bốn điểm M, N, P, Q đồng phẳng.

D. Tứ giác MNPQ không có cặp cạnh đối nào song song.

Lời giải

Ta có $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AD}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow MN//BD$ và $\dfrac{MN}{BD}=\dfrac{1}{3}$

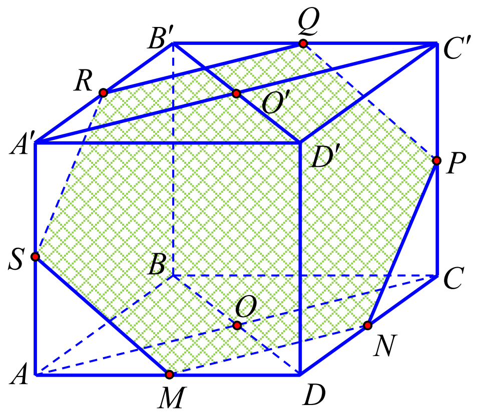
Mặt khác vì PQ là đường trung bình của tam giác $BCD\Rightarrow PQ=\dfrac{1}{2}BD, PQ//BD\left(2\right)$

Từ suy ra tứ giác MNPQ là hình thang, nhưng không là hình bình hành.

Câu 59: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC\cap BD=O$, $A'C'\cap B'D'=O'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CC'. Khi đó thiết diện do mặt phẳng $\left(MNP\right)$ cắt hình lập phương là hình:

A. Tam giác. **B.** Tứ giác. **C.** Ngũ giác. **D.** Lục giác.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} MN // AC \\ NP // AB' \end{cases} \Rightarrow (MNP) // (AB'C)$

$\Rightarrow (MNP)$ cắt hình lập phương theo thiết diện là lục giác.

Câu 60: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = 2NB$ và O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây sai?

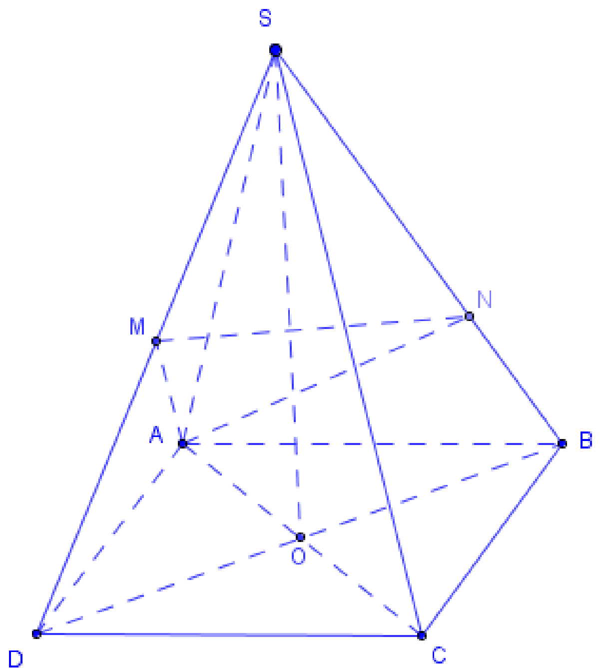
A. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

B. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

C. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

Lời giải



a) MN không song song với BD. Suy ra trong (SBD) ta có MN cắt BD. Do đó đáp án B đúng.

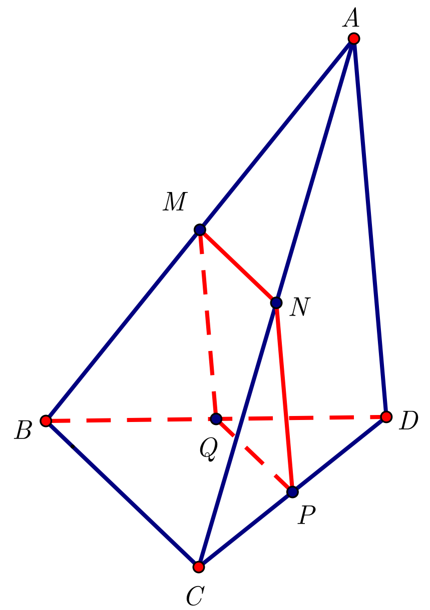
b) Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau. Hiển nhiên đúng do $S.ABCD$ là hình chóp. Do đó đáp án C đúng.

c) Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau vì chúng cùng nằm trong mặt phẳng (SBD). Do đó đáp án D đúng. Vậy đáp án A sai.

Câu 61: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm của AB. Cắt tứ diện $ABCD$ bởi mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD, thiết diện thu được là hình gì?

A. Tam giác đều. **B.** Tam giác vuông. **C.** Hình bình hành. **D.** Ngũ giác.

Lời giải



Gọi α là mặt phẳng đi qua M và song song với BC và AD.

Xét (α) và (ABD) có $\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ABD) = MQ$ với Q là trung điểm BD.

Xét (α) và $(MNPQ)$ có $\begin{cases} Q \in (\alpha) \cap (BCD) \\ (\alpha) \parallel BC \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (BCD) = QP$ với P là trung điểm CD.

Xét (α) và (ACD) có $\begin{cases} P \in (\alpha) \cap (ACD) \\ (\alpha) \parallel AD \end{cases}$ nên $(\alpha) \cap (ACD) = NP$ với N là trung điểm AC.

Mà MN, PQ là hai đường trung bình của tam giác ABC và DBC.

Nên ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$

Vậy thiết diện là hình bình hành $MNPQ$.

Câu 62: Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SD, N là điểm trên cạnh SB sao cho $SN = 2SB$, O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây ***sai***?

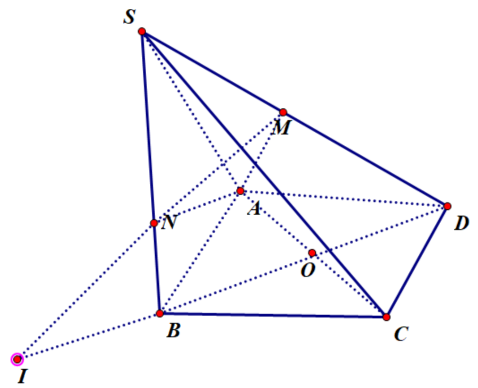
A. Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABCD)$.

B. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (AMN) là một hình thang.

C. Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau.

D. Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau.

Lời giải



$MN \cap BD = I \Rightarrow MN \cap (ABCD) = I$. nên A đúng.

Hai đường thẳng MN và SO cắt nhau do cùng nằm trong mặt phẳng (SBD) và không song song nên C đúng.

Hai đường thẳng MN và SC chéo nhau vì không cùng nằm trong một mặt phẳng nên D đúng

Câu 63: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB và BC. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là

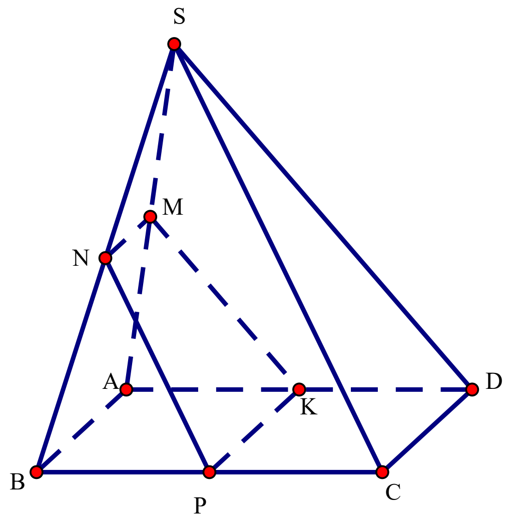
A. Tứ giác $MNPK$ với K là điểm tuỳ ý trên cạnh AD.

B. Tam giác MNP.

C. Hình bình hành $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

D. Hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK // AB$.

Lời giải



Vì $MN // AB \Rightarrow AB // (MNP)$ mà $AB \subset (ABCD)$ nên $mp(MNP)$ cắt $mp(ABCD)$ theo giao tuyến là đường thẳng qua P và song song với AB.

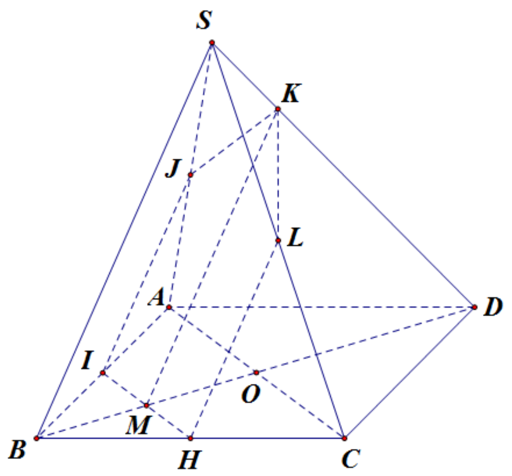
Trong $mp(ABCD)$, qua P kẻ đường thẳng song song với AB cắt AD tại $K \Rightarrow MN//PK$.

Vậy thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNP) và hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $MNPK$ với K là điểm trên cạnh AD mà $PK//AB$.

Câu 64: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M là trung điểm của OB, (α) là mặt phẳng đi qua M, song song với AC và song song với SB. Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là hình gì?

A. Lục giác. **B.** Ngũ giác. **C.** Tam giác. **D.** Tứ giác.

Lời giải



Ta có:

$$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (ABCD) \supset AC//(\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = d_1$$ đi qua M và song song với AC.

Trong $(ABCD)$, gọi I, H lần lượt là giao điểm của d_1 với AB và BC. Khi đó, I và H lần lượt là trung điểm của AB và BC.

Ta lại có:

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (SAB) \\ (SAB) \supset SB//(\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (AB) = d_2$$ đi qua I và song song với SB.

Trong (SAB), gọi J là giao điểm của d_2 với SA. Khi đó, J là trung điểm của SA.

Ta cũng có:

$$\begin{cases} H \in (\alpha) \cap (SBC) \\ (SBC) \supset SB//(\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = d_3$$ đi qua H và song song với SB.

Trong (SBC), gọi L là giao điểm của d_3 với SC. Khi đó, L là trung điểm của SC.

Mặt khác:

$\begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SBD) \\ (SBD) \supset SB // (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBD) = d_4$ đi qua M và song song với SB.

Trong (SBC), gọi K là giao điểm của d_4 với SD.

Vậy thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là ngũ giác $HIJKL$.

Câu 65: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

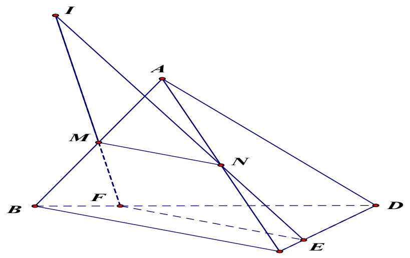
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với E là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

D. Hình thang $MNEF$ với E là điểm trên cạnh BD mà $EF // BC$.

Lời giải



Do M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC $\Rightarrow MN // BC$.

Ta có

$$\begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE), BC \subset (BCD) \Rightarrow (MNE) \cap (BCD) = EF // MN // BC \quad (F \in BD). \\ MN // BC \end{cases}$$

Ta có: $(MNE) \cap (ABC) = MN$, $(MNE) \cap (ACD) = NE$, $(MNE) \cap (BCD) = EF$, $(MNE) \cap (ABD) = FM$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$.

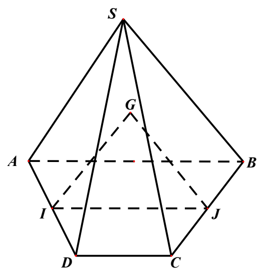
Xét ΔCAD có $\dfrac{CN}{CA} = \dfrac{1}{2} \neq \dfrac{CE}{CD} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow EN \cap AD = I$.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l} (MNE) \cap (ABD) = FM \\ (ABD) \cap (ACD) = AD \\ (MNE) \cap (ACD) = EN \\ EN \cap AD = I \end{array}\right\} \Rightarrow MN, AD, FM \text{ đồng qui tại } I.$$

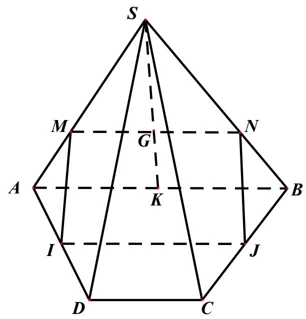
Do đó $MNEF$ không thể là hình bình hành.

Câu 66: Cho hình chóp $S.ABCD$ với các cạnh đáy là AB, CD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC và G là trọng tâm tam giác SAB. Tìm k với $AB = kCD$ để thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình bình hành.



A. $k=4$. **B.** $k=2$. **C.** $k=1$. **D.** $k=3$.

Lời giải



Dễ thấy giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (SAB) là đường thẳng Gx đi qua G và song song với các đường thẳng AB, IJ. Giao tuyến Gx cắt SA tại M và cắt SB tại N.

Thiết diện của mặt phẳng (GIJ) với hình chóp $S.ABCD$ là hình thang $IJNM$ vì $IJ//MN$.

IJ là đường trung bình của hình thang $ABCD$ nên ta có:

$$IJ=\frac{AB+CD}{2}=\frac{kCD+CD}{2}=\frac{k+1}{2}CD.$$

G là trọng tâm tam giác SAB nên $MN=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3}kCD$.

Để $IJNM$ là hình bình hành ta cần phải có $IJ=MN$

$$\Leftrightarrow \frac{k+1}{2}CD=\frac{2}{3}kCD \Leftrightarrow \frac{k+1}{2}=\frac{2k}{3} \Leftrightarrow k=3.$$

Câu 67: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và AC. E là điển trên cạnh CD với $ED=3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là:

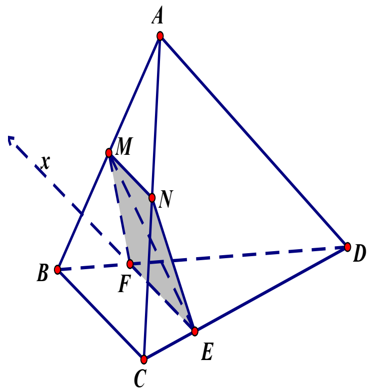
A. Tam giác MNE.

B. Tứ giác $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD.

C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm bất kì trên cạnh BD mà EF song song với BC.

D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Lời giải



Ta có: $(MNE)\cap(ABC)=MN$, $(MNE)\cap(ACD)=NE$.

Vì hai mặt phẳng (MNE) và (BCD) lần lượt chứa hai đường thẳng song song là MN và BC nên $(MNE)\cap(BCD)=Ex$, Ex cắt BD tại F.

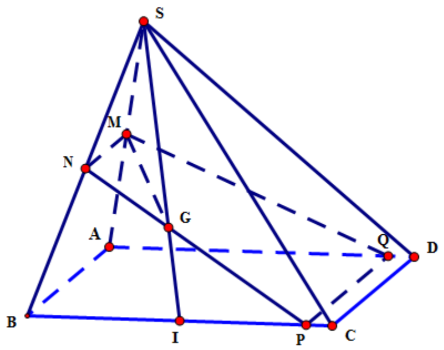
$(MNE)\cap(BCD)=EF$ và $(MNE)\cap(ADD)=FM$. Và $MN=\frac{1}{2}BC$; $EF=\frac{3}{4}BC$.

Vậy thiết diện là hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD mà EF song song với BC.

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của SA, SB, BC điểm G nằm giữa S và I sao cho $\frac{SG}{SI}=\frac{3}{5}$.Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là

A. hình thang. **B.** hình tam giác. **C.** hình bình hành. **D.** hình ngũ giác.

Lời giải



Xét trong mặt phẳng (SBC) ta có $NG\cap BC=\{P\}$.

Vì $MN//AB$ nên $(MNG)\cap(ABCD)$ theo giao tuyến đi qua P song song với AB,CD và cắt AD tại Q.

Do đó: $\begin{cases}(MNG)\cap(SAB)=MN\\(MNG)\cap(SBC)=NP\\(MNG)\cap(ABCD)=PQ\\(MNG)\cap(SAD)=QM\end{cases}$

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là tứ giác $MNPQ$.

Nhận xét: $\begin{cases} (MNG)\cap(SAB)=MN \\ (SAB)\cap(ABCD)=AB \\ (MNG)\cap(ABCD)=PQ \\ AB//MN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} PQ//AB \\ PQ//MN \end{cases}$.

Suy ra: Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ với mặt phẳng (MNG) là hình thang $MNPQ$.