

QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



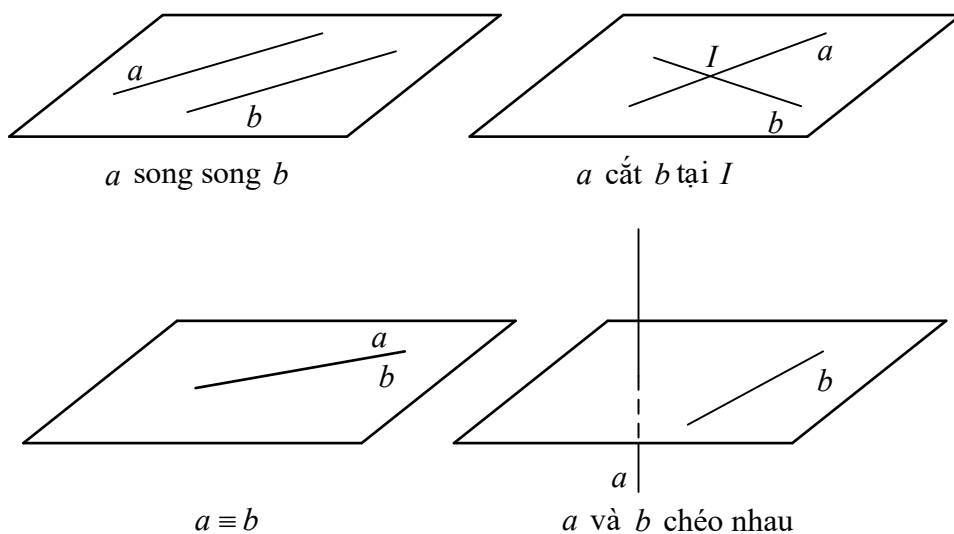
LÝ THUYẾT.

1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng a và b trong không gian.

- Nếu a và b cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói a và b **đồng phẳng**. Khi đó, a và b có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- Nếu a và b không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói a và b **chéo nhau**. Khi đó, ta cũng nói a chéo với b , hoặc b chéo với a .

Do đó: Cho hai đường thẳng a và b trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



Định nghĩa:

- Hai đường thẳng gọi là **đồng phẳng** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

2. TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

Tính chất 1:

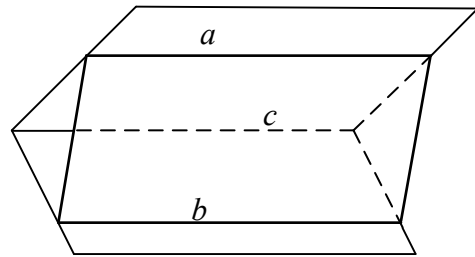
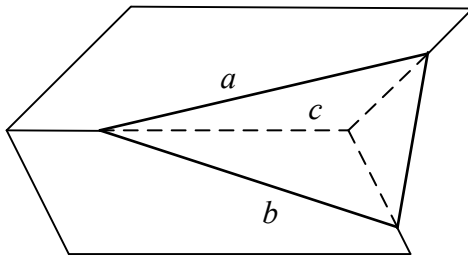
Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

Tính chất 2:

Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

Định lý:

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



☑ Chú ý:

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG

1 PHƯƠNG PHÁP.

- ❶ Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.
- ❷ Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
- ❸ Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả của nó.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$ có I ; J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC , ABD . Chứng minh rằng: $IJ \parallel CD$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD . Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

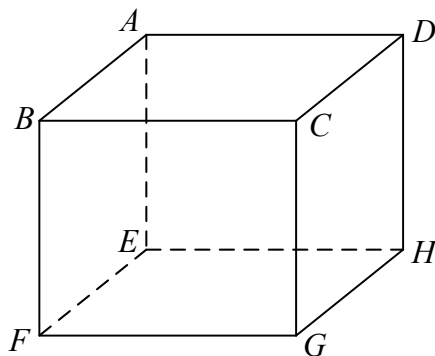


BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

- Câu 3:** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó
- A. song song. B. chéo nhau. C. cắt nhau. D. trùng nhau.
- Câu 4:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.
 D. Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.
- Câu 5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- Câu 6:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
- A. Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.
 B. Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.
 C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.
 D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- Câu 7:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?
- A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
- Câu 8:** Mệnh đề nào **đúng**?
- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.
 C. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.
 D. Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.
- Câu 9:** Chọn mệnh đề **đúng**.
- A. Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng a và b thì ta nói a và b chéo nhau.
 B. Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.
 C. Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.
 D. Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Câu 10:** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?
- A. Vô số. B. 1. C. 2. D. 0.
- Câu 11:** Cho $a; b$ là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định **sai**:
- A. Hai đường thẳng a và b cùng nằm trong một mặt phẳng.
 B. Nếu c là đường thẳng song song với a thì c song song hoặc trùng với b .
 C. Mọi mặt phẳng cắt a đều cắt b .
 D. Mọi đường thẳng cắt a đều cắt b .

- Câu 12:** Cho hai đường thẳng a và b . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận a và b chéo nhau?
- A. a và b không có điểm chung.
B. a và b là hai cạnh của một hình tứ diện.
C. a và b nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.
D. a và b không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.
- Câu 13:** Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:
- A. Song song với nhau. B. Cắt nhau. C. Trùng nhau. D. Chéo nhau.
- Câu 14:** Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó?
- A. Song song với nhau. B. Chéo nhau.
C. Cùng thuộc một mặt phẳng. D. Hoặc song song hoặc chéo nhau.
- Câu 15:** Mệnh đề nào sau đây là **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:
- A. Hai đường thẳng chéo nhau. B. Hai đường thẳng cắt nhau.
C. Hai đường thẳng song song với nhau. D. Hai đường thẳng phân biệt.
- Câu 16:** Mệnh đề nào sau đây sai? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:
- A. Hai đường thẳng cắt nhau.
B. Hai đường thẳng song song với nhau.
C. Hai đường thẳng trùng nhau.
D. Hai đường thẳng phân biệt.
- Câu 17:** Trong không gian, cho ba đường thẳng $a; b; c$. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
B. Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
C. Nếu $a \parallel b$ và $b; c$ chéo nhau thì a và c chéo nhau hoặc cắt nhau.
D. Nếu a và b cắt nhau, b và c cắt nhau thì a và c cắt nhau hoặc song song.
- Câu 18:** Cho các mệnh đề sau:
- (I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
(II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
(III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
(IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.
- Có bao nhiêu mệnh đề đúng?
- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.
- Câu 19:** Trong không gian cho hai đường thẳng song song a và b . Kết luận nào sau đây đúng?
- A. Nếu c cắt a thì c cắt b .
B. Nếu c chéo a thì c chéo b .
C. Nếu c cắt a thì c chéo b .
D. Nếu đường thẳng c song song với a thì c song song hoặc trùng b .

- Câu 20:** Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c , biết $a // b$, a và c chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng b và c :
- A. Trùng nhau hoặc chéo nhau. B. Cắt nhau hoặc chéo nhau.
C. Chéo nhau hoặc song song. D. Song song hoặc trùng nhau.
- Câu 21:** Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó
- A. đồng quy. B. tạo thành tam giác.
C. trùng nhau. D. cùng song song với một mặt phẳng.
- Câu 22:** Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 23:** Cho hình bình hành $ABCD$. Qua đỉnh A , kẻ đường thẳng a song song với BD và qua đỉnh C kẻ đường thẳng b không song song với BD . Khi đó:
- A. Đường thẳng a và đường thẳng b chéo nhau.
B. Đường thẳng a và đường thẳng b cắt nhau.
C. Đường thẳng a và đường thẳng b không có điểm chung.
D. Nếu a và b không chéo nhau thì chúng cắt nhau.
- Câu 24:** Cho hai đường thẳng a, b chéo nhau. Một đường thẳng c song song với a . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa b và c ?
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 25:** Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Đường thẳng AG cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?
- A. Đường thẳng MN . B. Đường thẳng CM . C. Đường thẳng DN . D. Đường thẳng CD .
- Câu 26:** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



- A. BG và HD chéo nhau. B. BF và AD chéo nhau.
C. AB song song với HG . D. CG cắt HE .
- Câu 27:** Cho tứ diện $ABCD$, gọi I và J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Đường thẳng IJ song song với đường nào?
- A. AB . B. CD . C. BC . D. AD .
- Câu 28:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB ; P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xác định vị trí tương đối của MQ và NP .
- A. MQ cắt NP . B. $MQ // NP$. C. $MQ \equiv NP$. D. MQ, NP chéo nhau.

- Câu 29:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA và SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào?
A. BC . **B.** AC . **C.** SO . **D.** BD .
- Câu 30:** Trong mặt phẳng (P) , cho hình bình hành $ABCD$. Vẽ các tia Bx, Cy, Dz song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng $(ABCD)$, đồng thời không nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Một mặt phẳng đi qua A , cắt Bx, Cy, Dz tương ứng tại B', C', D' sao cho $BB' = 2, DD' = 4$. Tính CC' .
A. 6. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 3.
- Câu 31:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và E lần lượt là trọng tâm của tam giác ABD và ABC . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
A. $GE // CD$. **B.** GE cắt AD .
C. GE cắt CD . **D.** GE và CD chéo nhau.
- Câu 32:** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AB, AD lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh CD, CB . Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Tứ giác $MNPQ$ là một hình thang.
B. Tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành.
C. Bốn điểm M, N, P, Q không đồng phẳng.
D. Tứ giác $MNPQ$ không có các cặp cạnh đối nào song song.
- Câu 33:** Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Lấy A, B thuộc a và C, D thuộc b . Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng AD và BC ?
A. Có thể song song hoặc cắt nhau. **B.** Cắt nhau.
C. Song song nhau. **D.** Chéo nhau.
- Câu 34:** Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với $A'B'$?
A. AB . **B.** CD . **C.** $C'D'$. **D.** SC .
- Câu 35:** Cho tứ diện $ABCD$. Các điểm M, N lần lượt là trung điểm BD, AD . Các điểm H, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $BCD; ACD$. Đường thẳng HG chéo với đường thẳng nào sau đây?
A. MN . **B.** CD . **C.** CN . **D.** AB .
- Câu 36:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy AD và BC . Biết $AD = a, BC = b$. Gọi I và J lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SBC . Mặt phẳng (ADJ) cắt SB, SC lần lượt tại M, N . Mặt phẳng (BCI) cắt SA, SD tại P, Q . Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. MN song song với PQ . **B.** MN chéo với PQ .
C. MN cắt với PQ . **D.** MN trùng với PQ .

DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẶNG



PHƯƠNG PHÁP.

❶ Cách 1: Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

❷ Cách 2: Nếu hai mặt phẳng (P) ; (Q) lần lượt chứa hai đường thẳng song song a, b và có 1 điểm chung M thì $(P) \cap (Q) = Mx$ với $Mx \parallel (a) \parallel (b)$.



BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA , điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- 1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .
- 2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MBC) và (SAD) .
- 3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD , AB cắt CD tại K , điểm M thuộc cạnh SD .

- 1) Xác định giao tuyến (d) của (SAD) và (SBC) . Tìm giao điểm N của KM và (SBC) .
- 2) Chứng minh rằng: AM , BN , (d) đồng quy.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 39: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng sẽ:

- A. Song song với hai đường thẳng đó.
- B. Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- C. Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- D. Cắt một trong hai đường thẳng đó.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó, hai đường thẳng CD và MN là hai đường thẳng:

- A. Cắt nhau.
- B. Chéo nhau.
- C. Song song.
- D. Có hai điểm chung.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh SA , SB , SC , SD lần lượt tại M , N , P , Q . Gọi I là giao điểm của MQ và NP . Câu nào sau đây đúng?

- A. $SI \parallel AB$.
- B. $SI \parallel AC$.
- C. $SI \parallel AD$.
- D. $SI \parallel BD$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn là CD . Gọi M là trung điểm của cạnh SA , N là giao điểm của cạnh SB và mặt phẳng (MCD) . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- A.** MN và SD cắt nhau.
B. $MN \parallel CD$.
C. MN và SC cắt nhau.
D. MN và CD chéo nhau.

Câu 43: Cho mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.
- B.** Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.
- C.** Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.
- D.** Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d qua S và song song với BC . **B.** d qua S và song song với DC .
C. d qua S và song song với AB . **D.** d qua S và song song với BD .

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng:

- A.** qua I và song song với AB . **B.** qua J và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . **D.** qua G và song song với BC .

Câu 46: Cho ba mặt phẳng phân biệt (α) , (β) , (γ) có $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$; $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$; $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$. Khi đó ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 :

- A.** Đôi một cắt nhau. **B.** Đôi một song song.
C. Đồng quy. **D.** Đôi một song song hoặc đồng quy.

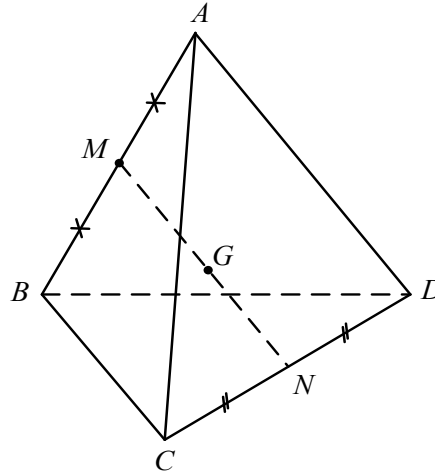
Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là:

- A.** Tam giác IBC . **B.** Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
C. Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). **D.** Tứ giác $IBCD$.

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác (T) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** (T) là hình chữ nhật. **B.** (T) là tam giác.
C. (T) là hình thoi. **D.** (T) là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

Câu 49: Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Giao tuyến của mặt phẳng (ABG) và mặt phẳng (CDG) là



- A. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh BC và AD .
- B. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD .
- C. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AC và BD .
- D. Đường thẳng CG .

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Qua S kẻ $Sx; Sy$ lần lượt song song với AB, AD . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Giao tuyến của (SAC) và (SBD) là đường thẳng Sx .
- B. Giao tuyến của (SBD) và (SAC) là đường thẳng Sy .
- C. Giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng Sx .
- D. Giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng Sx .

Câu 51: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Mặt phẳng (α) qua AB và cắt cạnh SC tại M ở giữa S và C . Xác định giao tuyến d giữa mặt phẳng (α) và (SCD) .

- A. Đường thẳng d qua M song song với AC .
- B. Đường thẳng d qua M song song với CD .
- C. Đường thẳng d trùng với MA .
- D. Đường thẳng d trùng với MD .

Câu 52: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB, AC . E là điểm trên cạnh CD với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MNE) và tứ diện $ABCD$ là

- A. Tam giác MNE .
- B. Tứ giác $MNEF$ với điểm F bất kỳ trên cạnh BD .
- C. Hình bình hành $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.
- D. Hình thang $MNEF$ với F là điểm trên cạnh BD thỏa mãn $EF \parallel BC$.