

1 Xác suất có điều kiện

Định nghĩa: Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Xác suất có điều kiện có thể được tính theo công thức sau:

Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(B) > 0$ thì khi đó: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

2 Công thức nhân xác suất

Định nghĩa: Vậy với hai biến cố A và B bất kì ta có:

$$P(AB) = P(B).P(A|B)$$

Công thức trên được gọi là công thức nhân xác suất.

Vì $AB = BA$ nên với hai biến cố A và B bất kì, ta cũng có:

$$P(AB) = P(A).P(B|A)$$

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì:

$$P(AB) = P(A).P(B)$$

**B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN****Dạng 1: Tính xác suất có điều kiện****Phương pháp:**

- Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra được gọi là xác suất của A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.
- Sử dụng định nghĩa để tính xác suất có điều kiện (áp dụng với các bài có thể tính được số phần tử của các biến cố).
- Cho hai biến cố A và B bất kì, khi đó: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen. Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29}$.

Bài tập 2: Chứng tỏ rằng nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ và $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Lời giải

Ta có $P(\bar{A}|B)$ là xác suất của \bar{A} biết rằng biến cố B đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên \bar{A} và B độc lập, tức là việc xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất không xuất hiện của A . Do đó $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.

Chứng minh $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Tương tự $P(A|\bar{B})$ là xác suất của A biết rằng biến cố \bar{B} đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên A và \bar{B} độc lập, tức là việc không xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất xuất hiện của A . Do đó $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Bài tập 3: Có hai hộp chứa các thẻ được đánh số. Hộp thứ nhất có các thẻ được đánh số từ 1 đến 4, hộp thứ hai có các thẻ được đánh số từ 5 đến 6. Các thẻ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Phương lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai. Sau đó bạn lại lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp thứ hai. Liệt kê các kết quả của phép thử biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn.

Lời giải

Vì đã biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn. Nghĩa là lúc đó bạn Phương có thể lấy được thẻ đánh số 2 hoặc 4.

Nếu bạn Phương lấy được thẻ đánh số 2 và bỏ vào hộp thứ hai, thì lúc này trong hộp thứ hai có các thẻ đánh số từ 5 đến 6 và 2. Do đó ta có các khả năng $(2;5), (2;6), (2;7), (2;2)$.

Nếu bạn Phương lấy được thẻ đánh số 4, ta có các khả năng $(4;5), (4;6), (4;7), (4,4)$.



Vậy các kết quả của phép thử biết lần thứ nhất bạn Phương lấy được một thẻ đánh số chẵn là $(2;5), (2;6), (2;7), (2;2), (4;5), (4;6), (4;7), (4;4)$.

Bài tập 4: Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi trong hộp, không trả lại. Sau đó Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh nếu biết rằng Sơn đã lấy được bút bi đen.

Lời giải

Sau khi Sơn lấy được bút bi đen thì trong hộp kín còn lại 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen. Vậy xác suất để Tùng lấy được bút bi xanh là $\frac{7}{11}$.

Bài tập 5: Thư viện của một trường THPT có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

Khi đó: AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”

Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$ nên

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất cần tính là: $P(A|B) = \frac{3}{10}$.

Bài tập 6: Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$.

Lời giải

Nếu \bar{B} xảy ra tức là Bình lấy được viên bi đen.

Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen.

Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29}$.

Bài tập 7: Một cầu thủ bóng đá có tỷ lệ sút Penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút Penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ này sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ này, biết rằng cầu thủ sút không dẫn đến bàn thắng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng” và B là biến cố “Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá”. Ta có $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,2$.

Ta có $B \subset A$ nên $P(BA) = P(B) = 0,2$ nên $P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8$.



Bài tập 8: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.

- Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.
- Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông”, B là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 40 tuổi”. Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 52% người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông nên $P(A) = 0,52$.

Do có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi nên $P(AB) = 0,39$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,39}{0,52} = 0,75.$$

b) Trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô thì có 75% người trên 40 tuổi.

Bài tập 9: Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Ba bạn được chọn có cùng giới tính” và B là biến cố “Có ít nhất 1 bạn nữ được chọn”. Ta cần tính $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

$$\text{Biến cố } AB: \text{ “Ba bạn được chọn đều là nữ” do đó } P(AB) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{44}.$$

$$\text{Biến cố } \bar{B} \text{ là “Ba bạn được chọn đều là nam” do đó } P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{21}{22}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{6}.$$

Bài tập 10: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn”.

B : “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

AB : “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách”.



Theo đề ra ta có $P_{AB} = 15\% = 0,15$; $P_B = 90\% = 0,9$; $P_A = 60\% = 0,6$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn, biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng

$$\text{cách là: } P_{A|B} = \frac{P_{AB}}{P_B} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6}$$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\frac{0,6}{\frac{1}{6}} = 3,6$ lần.

Bài tập 11: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P_{AB} = 20\% = 0,2$; $P_B = 30\% = 0,3$; $P_A = 10\% = 0,1$.

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là $P_{A|B} = \frac{P_{AB}}{P_B} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là

$$\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67 \text{ lần.}$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gieo con xúc xắc 1 lần. Gọi A là biến cố xuất hiện mặt 2 chấm. B là biến cố xuất hiện mặt chẵn. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3; P(B) = 0,6; P(A \cap B) = 0,2$. Xác suất $P(A|B)$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Theo định nghĩa xác suất có điều kiện ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3}$

Câu 3: Từ một hộp có 4 tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn An lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét biến cố A là “thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số 3”. Số các kết quả thuận lợi của biến cố A là

- A. 3. B. 2 C. 4. D. 1.

Lời giải

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là $\{(3;1), (3;2), (3;4)\}$.

Vậy $n(A) = 3$.

Câu 4: Cho hai biến độc lập A, B với $P(A) = 0,8; P(B) = 0,3$. Khi đó, $P(A|B)$ bằng

- A. 0,8. B. 0,3. C. 0,4. D. 0,6.

Lời giải

Do A, B là hai biến cố độc lập nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A) = 0,8$.

Câu 5: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,7; P(AB) = 0,3$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{6}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$.

Câu 6: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,7; P(A \cap B) = 0,2$ thì $P(A|B)$ bằng:

- A. $\frac{5}{7}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{7}{50}$. D. $\frac{2}{7}$.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{7}.$$

Câu 7: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B|A) = 0,6$ thì $P(A \cap B)$ bằng:

- A. $\frac{6}{25}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{5}$. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = \frac{6}{25}.$$

Câu 8: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A) = 0,4$; $P(B|A) = 0,3$ thì $P(AB)$ bằng:

- A. $\frac{3}{25}$. B. $\frac{7}{10}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{25}.$$

Câu 9: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(B) = 0,5$; $P(AB) = 0,3$ thì $P(\overline{AB})$ bằng:

- A. $\frac{3}{20}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Vì \overline{AB} và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên $P(\overline{AB}) + P(AB) = P(B)$

$$\text{Suy ra } P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = \frac{1}{5}.$$

Câu 10: Cho hai biến cố A và B với $P(B) = 0,5$, $P(A \cap B) = 0,2$. Tính $P(\overline{A} \setminus B)$.

- A. 0,4. B. 0,1. C. 0,6. D. 0,3.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0,4 \text{ nên } P(\overline{A} \setminus B) = 1 - P(A \setminus B) = 0,6.$$

Câu 11: Gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm.

- A. $\frac{1}{36}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8”.

Gọi B là biến cố “Lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm”.

$$B = \{(5;1); (5;2); (5;3); (5;4); (5;5); (5;6)\}. \text{ Vậy } P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

$$\text{Ta có } A \cap B = \{(5;3)\} \text{ nên } P(A \cap B) = \frac{1}{36}. \text{ Khi đó } P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1}{6}.$$

Vậy xác suất để tổng số chấm xuất hiện trong hai lần gieo bằng 8 biết rằng lần gieo thứ nhất xuất hiện mặt 5 chấm là $\frac{1}{6}$.



Câu 12: Một công ty xây dựng đấu thầu hai dự án độc lập. Khả năng thắng của dự án thứ nhất là 0,5 và dự án thứ hai là 0,6. Tính xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất.

A. 0,3.

B. 0,7.

C. 0,5.

D. 0,6.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Công ty thắng thầu dự án thứ nhất”. Ta có $P(A) = 0,5$.

Gọi B là biến cố “Công ty thắng thầu dự án thứ hai”. Ta có $P(B) = 0,6$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên ta có $P(B \setminus A) = P(B) = 0,6$.

Vậy xác suất để công ty thắng thầu dự án thứ hai biết công ty thắng thầu dự án thứ nhất là 0,6.

Câu 13: Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 20 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Trong bài kiểm tra môn Toán cả lớp có 22 học sinh đạt điểm giỏi (trong đó có 10 học sinh nam và 12 học sinh nữ). Giáo viên chọn ngẫu nhiên một học sinh từ danh sách lớp. Tính xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Chọn được một học sinh nam”.

Gọi B là biến cố “Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán”.

$A \cap B$ là biến cố “Chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam”.

Ta có $P(A \cap B) = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$; $P(A) = \frac{20}{45} = \frac{4}{9}$.

$$P(B \setminus A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1}{2}.$$

Vậy xác suất để giáo viên chọn được một học sinh đạt điểm giỏi môn Toán biết học sinh đó là học sinh nam là $\frac{1}{2}$.

Câu 14: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất số chấm trên con xúc xắc không nhỏ hơn 4, biết rằng con xúc xắc xuất hiện mặt lẻ.

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “số chấm trên xúc xắc không nhỏ hơn 4”

B là biến cố “xúc xắc xuất hiện mặt lẻ”, ta cần tính $P(A \mid B)$

Kết quả thuận lợi của biến cố $A = \{4; 5; 6\}$

Kết quả thuận lợi của biến cố $B = \{1; 3; 5\}$

Vậy $P(A \mid B) = \frac{1}{3}$.



Câu 15: Một cửa hàng thời trang ước lượng rằng có 86% khách hàng đến cửa hàng mua quần áo là phụ nữ, và có 25% số khách mua hàng là phụ nữ cần nhân viên tư vấn. Biết một người mua quần áo là phụ nữ, tính xác suất người đó cần nhân viên tư vấn.

- A. $\frac{1}{4}$. B. 0,86. C. $\frac{30}{43}$. **D. $\frac{25}{86}$.**

Lời giải

Gọi A là biến cố “người mua hàng là phụ nữ”

B là biến cố “người mua hàng cần nhân viên tư vấn”, ta cần tính $P(B|A)$

$$P(A) = 0,86; P(AB) = 0,25$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{0,25}{0,86} = \frac{25}{86}.$$

Câu 16: Cho hai biến cố A và B có $P(B) = 0,4$ và $P(AB) = 0,1$. Tính $P(A|B)$

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. **C. $\frac{1}{4}$.** D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = \frac{1}{4}.$$

Câu 17: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$

- A. 0,35.** B. 0,3. C. 0,65. D. 0,55.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) = P(A|B).P(B) = 0,35$$

Vì \overline{AB} và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên

$$P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,35.$$

Câu 18: Cho hai biến cố A, B với $P(B) = 0,8; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(AB)$

- A. $\frac{3}{7}$. **B. 0,4** C. 0,8. D. 0,5.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) = P(A|B)P(B) = 0,5.0,8 = 0,4$$

Câu 19: Một hộp chứa 8 bi xanh, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi xanh. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

- A. $\frac{1}{10}$ **B. $\frac{2}{9}$.** C. $\frac{8}{9}$. D. $\frac{2}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố lần 1 bốc được bi xanh.

Gọi B là biến cố lần 2 bốc được bi đỏ.



Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B/A)$

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}; P(AB) = \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{45}.$$

$$\text{Suy ra } P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}.$$

Câu 20: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

A. $\frac{1}{17}$. **B.** $\frac{3}{17}$ **C.** $\frac{17}{30}$. **D.** $\frac{13}{30}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng tên là Hiền”.

Gọi B là biến cố “bạn học sinh được thầy giáo gọi lên bảng là nữ”.

$$\text{Ta có } P(B) = \frac{17}{30}, P(AB) = \frac{1}{30}.$$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

Câu 21: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,2$; $P(B) = 0,8$ và $P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\overline{AB})$ có kết quả là

A. $P(\overline{AB}) = 0,9$. **B.** $P(\overline{AB}) = 0,6$. **C.** $P(\overline{AB}) = 0,04$. **D.** $P(\overline{AB}) = 0,4$.

Lời giải

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = 0,8 \cdot 0,5 = 0,4$

Vì AB và \overline{AB} là hai biến cố xung khắc nên $AB \cup \overline{AB} = B \Rightarrow P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0,4 = 0,6$.

Câu 22: Cho hai biến cố A và B có $P(B) > 0$ và $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(\overline{A}|B)$ có kết quả là

A. $P(\overline{A}|B) = 0,5$. **B.** $P(\overline{A}|B) = 0,6$. **C.** $P(\overline{A}|B) = 0,3$. **D.** $P(\overline{A}|B) = 0,4$.

Lời giải

Với mọi biến cố A và B , $P(B) > 0$ ta có $P(\overline{A}|B) = 1 - P(A|B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Câu 23: Một hộp chứa bốn viên bi cùng loại ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Mạnh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên bi, bỏ viên bi đó ra ngoài và lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Không gian mẫu của phép thử đó là

A. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,3); (2,4); (3,4)\}$.

B. $\Omega = \{(1,2); (1,1); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}$



C. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,2); (2,3); (2,4); (1,1); (3,4); (4,4); (3,3)\}.$

D. $\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\}.$

Lời giải

$$\Omega = \{(1,2); (1,3); (1,4); (2,1); (2,3); (2,4); (3,1); (3,2); (3,4); (4,1); (4,2); (4,3)\},$$

Câu 24: Một lớp học có 40 học sinh, mỗi học sinh giỏi ít nhất một trong hai môn Văn hoặc môn Toán. Biết rằng có 30 học sinh giỏi môn Toán và 15 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Tính xác suất để học sinh đó học giỏi môn Toán, biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn.

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{6}.$

C. $\frac{1}{3}.$

D. $\frac{1}{5}.$

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán”, B là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”.

Số học sinh giỏi cả hai môn là $30 + 15 - 40 = 5$

Trong 30 học sinh đó có đúng 5 học sinh giỏi môn Văn. Vậy xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán với điều kiện học sinh đó giỏi môn Văn là $P(A|B) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$

Câu 25: Một công ty bất động sản đầu giá quyền sử dụng hai mảnh đất độc lập. Khả năng trúng đầu giá cao nhất của mảnh đất số 1 là 0,7 và mảnh đất số 2 là 0,8. Xác suất để công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 là

A. 0,8.

B. 0,7.

C. 0,75.

D. 0,6.

Lời giải

Gọi A là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 ”

Gọi B là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2 ”.

Gọi C là biến cố “ công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 2, biết công ty trúng giá cao nhất mảnh đất số 1 ” $\Rightarrow P(C) = P(B|A) = P(B) = 0,8.$

Câu 26: Cho hai biến cố A và B với $P(A) = 0,85$, $P(B) = 0,7$, $P(\overline{AB}) = 0,58$. Tính $P(\overline{AB})$.

A. 0,39.

B. 0,37.

C. 0,43.

D. 0,52.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(AB) + P(\overline{AB}) = P(A) \Rightarrow P(AB) = P(A) - P(\overline{AB}) = 0,85 - 0,58 = 0,27.$$

$$\text{Lại có } P(AB) + P(\overline{AB}) = P(B) \Rightarrow P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,7 - 0,27 = 0,43.$$

Câu 27: Gieo lần lượt hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5, biết rằng con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm.

A. $\frac{1}{5}.$

B. $\frac{3}{4}.$

C. $\frac{2}{5}.$

D. $\frac{1}{6}.$

Lời giải

Gọi A là biến cố “ con xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 3 chấm”



Gọi B là biến cố “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc bằng 5”.

Khi con xúc xắc thứ nhất đã xuất hiện mặt 3 chấm thì con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 2 chấm thì tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là 5 chấm $P(B|A) = \frac{1}{6}$.

Câu 28: Trong một hộp có 4 viên bi màu trắng và 9 viên bi màu đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy lần lượt mỗi lần một viên bi trong hộp, không trả lại. Xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “viên bi lấy lần thứ nhất là màu đen”

Gọi B là biến cố “viên bi lấy lần thứ hai là màu đen”.

Suy ra $A \cap B$ là biến cố “cả 2 lần lấy viên bi màu đen”.

Ta có xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{9.12}{13.12} = \frac{9}{13}$; $P(A \cap B) = P(AB) = \frac{9.8}{13.12} = \frac{6}{13}$.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu đen, biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất cũng là màu đen là $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{6}{13} : \frac{9}{13} = \frac{2}{3}$.

Câu 29: Trong một hộp kín có 30 thẻ Ticket, trong đó có 2 thẻ trúng thưởng. Bạn Mai Linh được chọn lên bốc thăm lần lượt hai thẻ, không trả lại. Xác suất để cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng là

- A. $\frac{1}{458}$. B. $\frac{1}{285}$. C. $\frac{1}{870}$. D. $\frac{1}{435}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “thẻ thứ nhất trúng thưởng”

Gọi B là biến cố “thẻ thứ hai trúng thưởng”.

Khi đó $A \cap B$ là biến cố “cả hai thẻ đều là hai thẻ trúng thưởng”.

Ta có $P(A) = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$ và $P(B|A) = \frac{1}{29}$.

Mà $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Rightarrow P(AB) = P(A).P(B|A) = \frac{1}{15} \cdot \frac{1}{29} = \frac{1}{435}$.

Câu 30: Trong hộp có 3 cây bút xanh và 7 bút đỏ. An lấy lần lượt 2 lần, mỗi lần lấy 1 cây bút và không hoàn lại hộp. Xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là bút đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng là bút đỏ là?

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{1}{7}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ”.



Gọi B là biến cố “cây bút lấy lần thứ nhất là màu đỏ”.

Nếu cây bút lấy lần thứ nhất là cây bút đỏ. Khi đó trong hộp còn lại cây bút: gồm 3 cây bút xanh và 6 cây bút đỏ. Vậy xác suất để cây bút lấy lần thứ hai là màu đỏ nếu biết rằng cây bút lấy lần thứ nhất cũng màu đỏ là $P(A|B) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Câu 31: Một hộp có 10 viên bi trắng và 15 viên bi đỏ, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp và không trả lại. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được 1 viên bi trắng”

B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được 1 viên bi đỏ”

Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{5}{12}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{7}{30}$.

Lời giải

Lần thứ nhất lấy được bi đỏ khi đó trong hộp chỉ còn lại 24 viên bi gồm 10 viên bi trắng và 14 viên bi đỏ.

Khi đó xác suất để lần thứ hai lấy được bi trắng biết lần thứ nhất lấy được bi đỏ là:

$$P(A|B) = \frac{C_{10}^1}{C_{24}^1} = \frac{5}{12}.$$

Câu 32: Trong đợt khảo sát về sức khỏe của một công ty có 100 người trong đó có 60 nam và 40 nữ người ta thấy có 30 người nam bị bệnh đau dạ dày và có 10 người nữ bị bệnh đau dạ dày. Chọn ngẫu nhiên một người từ công ty đó. Tính xác suất người đó bị bệnh đau dạ dày biết người đó là nữ.

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Xét hai biến cố

A là biến cố: “Người được chọn bị bệnh đau dạ dày”

B là biến cố: “Người được chọn là nữ”

Khi đó, biến cố người được chọn bị bệnh đau dạ dày biết người đó là nữ chính là xác suất của biến cố A với điều kiện B

Khi đó ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Xác suất để người được chọn bị bệnh đau dạ dày và là nữ: $P(A \cap B) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

Xác suất người được chọn là nữ: $P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{2}{5}} = \frac{1}{4}$.

Câu 33: Cho hai biến cố A và B , với $P(B) = 0,8$, $P(AB) = 0,4$. Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,4}{0,8} = \frac{1}{2}$.

Câu 34: Lớp Toán Sư Phạm có 95 Sinh viên, trong đó có 40 nam và 55 nữ. Trong kỳ thi môn Xác suất thống kê có 23 sinh viên đạt điểm giỏi (trong đó có 12 nam và 11 nữ). Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp. Tìm xác suất gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê, biết rằng sinh viên đó là nữ.

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$.

C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Không gian mẫu $n(\Omega) = 95$.

Gọi A là biến cố “gọi được sinh viên nữ”.

Gọi B là biến cố “gọi được sinh viên đạt điểm giỏi môn Xác suất thống kê”.

Ta cần tính $P(B|A)$.

Theo giả thiết ta có: $n(A) = 55 \Rightarrow P(A) = \frac{55}{95}$.

$n(AB) = 11 \Rightarrow P(AB) = \frac{11}{95}$.

Vậy $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{11}{95} : \frac{55}{95} = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$.

Câu 35: Một bình đựng 9 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, mỗi lần lấy 1 bi không hoàn lại. Tính xác suất để bi thứ 2 màu xanh nếu biết bi thứ nhất màu đỏ?

A. $\frac{9}{16}$.

B. $\frac{9}{17}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{21}{80}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “lần thứ nhất lấy được bi màu đỏ”.

Gọi B là biến cố “lần thứ hai lấy được bi màu xanh”.

Ta cần tìm $P(B|A)$. Không gian mẫu $n(\Omega) = 16.15$ cách chọn.

Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần thứ hai lấy 1 viên bi trong 15 bi còn lại có 15 cách chọn, do đó $P(A) = \frac{7.15}{16.15} = \frac{7}{16}$. Lần thứ nhất lấy 1 viên bi màu đỏ có 7 cách chọn, lần

thứ hai lấy 1 viên bi màu xanh có 9 cách chọn, do đó $P(AB) = \frac{7.9}{16.15} = \frac{21}{80}$.

Vậy xác suất để viên bi lấy lần thứ hai là màu xanh nếu biết rằng viên bi lấy lần thứ nhất là màu

đỏ là $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{\frac{21}{80}}{\frac{7}{16}} = \frac{3}{5}$.



Câu 36: Cho hai xúc xắc cân đối và đồng chất. Gieo lần lượt từng xúc xắc trong hai xúc xắc đó.

Xét các biến cố:

A: “Tổng số chấm trên hai xúc xắc bằng 7”;

B: “Xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm”.

Tính $P(A|B)$.

A. 6.

B. 36.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Không gian mẫu có số phần tử là 36.

Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai xúc xắc bằng 7, biết rằng xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm, là xác suất có điều kiện $P(A|B)$. Biến cố $A \cap B$ chỉ có 1 kết quả thuận lợi là xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm và xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt 6 chấm nên $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$.

Có 6 khả năng xảy ra khi xúc xắc thứ nhất xuất hiện mặt 1 chấm nên $P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

$$\text{Suy ra: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}.$$

Câu 37: Cho hai đồng xu cân đối và đồng chất. Tung lần lượt đồng xu trong hai đồng xu đó.

Xét các biến cố:

A: “Đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa”;

B: “Đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp”.

Tính $P(A|B)$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Không gian mẫu có số phần tử là 4.

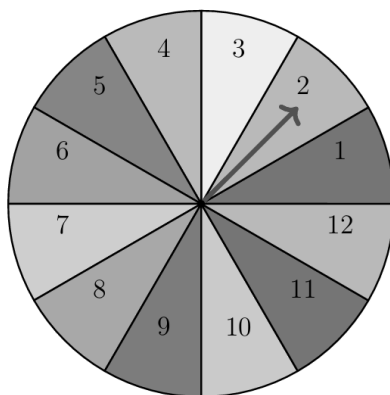
Xác suất để đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa, biết rằng đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp là xác suất có điều kiện $P(A|B)$. Biến cố $A \cap B$ chỉ có 1 kết quả thuận lợi là đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp, đồng xu thứ hai xuất hiện mặt ngửa nên $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$. Có 2 khả năng xảy ra

khi đồng xu thứ nhất xuất hiện mặt sấp nên $P(B) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

$$\text{Suy ra: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu 1: Một vòng quay được chia thành 12 phần bằng nhau và được đánh số từ 1 đến 12 như hình vẽ bên dưới:



Xét phép thử An và Bình lần lượt quay vòng quay trên.

Gọi A là biến cố "An quay được số chia hết cho 3"; B là biến cố "An quay được số chia hết cho 5"; C là biến cố "Bình quay được số chẵn". Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Không gian mẫu của phép thử có số kết quả là 24.
- b) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A, B, C lần lượt là 48, 24, 72.
- c) Xác suất để Bình quay được số chẵn, biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{1}{6}$.
- d) Xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{1}{12}$.

Lời giải

a) Đúng: Khi An quay thì có 12 khả năng xảy ra còn khi Bình quay thì có 12 khả năng xảy ra.

Theo quy tắc nhân có $12 \cdot 12 = 144$ khả năng xảy ra nên $n(\Omega) = 144$.

b) Đúng: Xét biến cố A , An quay được số chia hết cho 3 thì có 4 khả năng còn khi Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng.

Theo quy tắc nhân có $4 \cdot 12 = 48$ khả năng nên $n(A) = 48$

Xét biến cố B , An quay được số chia hết cho 5 có 2 khả năng.

Bình quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng nên theo quy tắc nhân có $2 \cdot 12 = 24$ khả năng.

Do đó $n(B) = 24$.

Xét biến cố C , An quay một số ngẫu nhiên có 12 khả năng. Bình quay một số chẵn có 6 khả năng nên theo quy tắc nhân có $12 \cdot 6 = 72$ khả năng.

Do đó $n(C) = 72$.

c) Đúng: Khi An quay được số chia hết cho 3 thì số khả năng Bình quay được số chẵn là 6 khả năng.



Do đó xác suất để Bình quay được số chẵn biết An quay được số chia hết cho 3 là $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

d) Đúng: Khi Bình quay được số lẻ thì số khả năng An quay được số chia hết cho 5 là 2 khả năng.

Do đó xác suất để An quay được số chia hết cho 5, biết Bình quay được số lẻ là $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Câu 2: Một hộp đựng 10 quả cầu đỏ và 8 quả cầu xanh cùng kích thước và khối lượng. Hùng lấy một quả không hoàn lại. Sau đó Lâm lấy ngẫu nhiên một quả cầu. Gọi A là biến cố “Hùng lấy được quả cầu đỏ”, B là biến cố “Lâm lấy được một quả cầu đỏ”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A)$ bằng $\frac{5}{9}$.

b) $P(B|A)$ bằng $\frac{9}{17}$.

c) $P(AB)$ bằng $\frac{4}{17}$.

d) $P(B|\bar{A})$ bằng $\frac{10}{17}$.

Lời giải

a) Đúng: $n(\Omega) = 18$

Số cách Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $n(A) = C_{10}^1 = 10$

Xác suất Hùng chọn được một quả cầu đỏ là: $P(A) = \frac{5}{9}$

b) Đúng: Sau khi Hùng lấy một quả cầu đỏ trong hộp còn lại 17 quả cầu trong đó có 9 quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm. Do đó,

$$P(B|A) = \frac{C_9^1}{C_{17}^1} = \frac{9}{17}$$

c) Sai: Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) \Leftrightarrow P(AB) = \frac{5}{9} \cdot \frac{9}{17} = \frac{5}{17}$.

d) Đúng: Gọi \bar{A} là biến cố “Hùng lấy một quả màu xanh”.

Sau khi Hùng lấy một quả cầu xanh trong hộp còn lại 17 quả cầu trong đó có 10 quả cầu đỏ.

Do đó, xác suất Lâm lấy được quả cầu đỏ trong 17 quả cầu còn lại là xác suất cần tìm.

$$\text{Do đó, } P(B|\bar{A}) = \frac{C_{10}^1}{C_{17}^1} = \frac{10}{17}.$$



Câu 3: Lớp 11A1 có 45 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh”;

B : “Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Nhảy”.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = \frac{5}{10}$.

b) $P(B) = \frac{7}{20}$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{45} = \frac{5}{9}$.

b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{45} = 0,3(5)$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Nhảy là 16 nên $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{12}{16} = 0,75$.

d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Nhảy là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Câu 4: Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là 0,3.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là 0,5.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “bệnh án rút ra bị biến chứng”.

Gọi B là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng nhiệt”.

Khi đó \bar{B} là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng hóa chất”.

Theo đề:



a) Đúng: Xác suất do bị bỏng nhiệt là: $P(B) = 0,7$.

Xác suất bị biến chứng trong bỏng nhiệt là $30\% = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = 0,3$

Xác suất do bị bỏng hóa chất là $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) Đúng: Xác suất bị biến chứng trong bỏng hóa chất là $50\% = 0,5 \Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,5$

Xác suất biến cố “bệnh án bị biến chứng”:

c) Sai: $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,3 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,3 = 36\%$

d) Đúng: Xác suất của bệnh án bị biến chứng do bỏng nhiệt:

$$P(B|A) = \frac{P(B) \cdot P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7 \cdot 0,3}{0,36} = \frac{7}{12}$$

Câu 5: Cho hai biến cố A, B có xác suất lần lượt là $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{3}{5}$ và $P(AB) = \frac{1}{5}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của biến cố \bar{A} là $P(\bar{A}) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất của biến cố B với điều kiện A là $P(B|A) = \frac{1}{3}$.

c) Xác suất của biến cố $A \cup B$ là $P(A \cup B) = 1$.

d) Xác suất của biến cố \bar{A} với điều kiện \bar{B} là $P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$.

b) Sai: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{5} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2}$.

c) Sai: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

d) Đúng: Ta có $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - P(A|\bar{B}) = 1 - \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})}$.

Lại có $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = P(A) \cdot (1 - P(B|A)) = \frac{2}{5} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{5} = 0,2$.

Mặt khác $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4$. Do đó $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1 - \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$.

Câu 6: Một công ty đấu thầu hai dự án. Xác suất thắng thầu cả hai dự án là $0,3$. Xác suất thắng thầu của dự án 1 là $0,4$ và dự án 2 là $0,5$. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) A, B là hai biến cố độc lập.



- b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là 0,6.
 c) Nếu công ty thắng thầu dự án 1, thì xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,75.
 d) Xác suất thắng thầu đúng 1 dự án là 0,2.

Lời giải

a) Ta có $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$, $P(AB) = 0,3$.

Khi đó $P(AB) \neq P(A) \cdot P(B)$ nên A, B là hai biến cố không độc lập.

b) Xác suất để công ty thắng thầu ít nhất một dự án là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,4 + 0,5 - 0,3 = 0,6.$$

c) Ta có $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$.

d) Gọi D là biến cố công ty thắng thầu đúng 1 dự án, ta có $P(D) = P(\overline{A}B) + P(A\overline{B})$.

Lại có: $P(\overline{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,5 - 0,3 = 0,2$.

Khi đó: $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,4 - 0,3 = 0,1$.

Câu 7: Một công ty kim cương thống kê có 60% người mua kim cương là nam, có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất một người nữ mua kim cương của công ty trên là 0,4.

b) Biết một người mua kim cương là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua kim cương là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.

d) Trong số những người mua kim cương tại công ty này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “người mua kim cương là nam” suy ra $P(A) = 0,6$.

Khi đó \overline{A} là biến cố: “người mua kim cương là nữ” suy ra $P(\overline{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$.

b) Sai: Gọi B là biến cố: “người mua kim cương trên 50 tuổi”.

Có 40% số người mua kim cương là nam trên 50 tuổi suy ra $P(AB) = 0,4$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$.

c) Đúng: Có 30% số người mua kim cương là nữ trên 50 tuổi suy ra $P(\overline{A}B) = 0,3$.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính: $P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$.

d) Sai: Dựa vào kết quả ở câu b) và câu c) ta thấy $\frac{P(B|\overline{A})}{P(B|A)} = \frac{9}{8}$.

Vậy tỉ lệ người mua trên 50 tuổi trong số những người nữ cao hơn người nam gấp 1,125 lần.



Câu 8: Bạn Lan chuẩn bị đi thăm nhà ngoại tại một thành phố A trong hai ngày thứ sáu và thứ bảy. Tại thành phố này mỗi ngày chỉ có nắng hoặc sương mù, nếu một ngày là nắng thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 30 %, nếu một ngày là sương mù thì khả năng ngày tiếp theo có sương mù là 40%. Theo dự báo thời tiết, xác suất trời sẽ nắng vào thứ sáu là 0,8. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu là 0,2.
- b) Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là 0,32.
- c) Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là 0,16.
- d) Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là 0,12.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “ngày thứ sáu trời nắng” suy ra $P(A) = 0,8$.

Khi đó \bar{A} là biến cố: “ngày thứ sáu trời có sương mù” suy ra $P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) Sai: Gọi B là biến cố: “ngày thứ bảy trời có sương mù”. Theo đề $P(B | \bar{A}) = 0,4$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào cả hai ngày là $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08$.

c) Sai: $P(B | A) = 0,3 \Rightarrow P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 0,7$.

Xác suất trời sẽ có nắng vào cả hai ngày là $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B} | A) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

d) $P(B | \bar{A}) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 0,6$.

Xác suất trời sẽ có sương mù vào ngày thứ sáu và có nắng vào ngày thứ bảy là

$$P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B | \bar{A}) = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08.$$

Câu 9: Trong một hộp có 18 quả bóng đỏ và 2 quả bóng xanh, các quả bóng có kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng trong hộp và không hoàn lại. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng màu xanh là $\frac{1}{20}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{19}$, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng xanh là $\frac{1}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng đỏ là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : “Lần thứ nhất lấy được quả bóng xanh”;

B : “Lần thứ hai lấy được quả bóng xanh”.

a) Sai: Xác suất để lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất là $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.



b) Đúng: Sau khi lấy được quả bóng xanh ở lần thứ nhất thì trong hộp còn 1 quả bóng xanh. Do đó xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng xanh, biết lần thứ nhất cũng lấy được quả bóng xanh là $P(B|A) = \frac{1}{19}$.

c) Đúng: Gọi C : “Cả hai lần lấy được quả bóng xanh”. Ta có biến cố C là biến cố giao của hai biến cố A và $B|A$ nên do đó $P(C) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}$.

d) Đúng: Ta có \bar{C} : “Ít nhất một lần lấy được quả bóng đỏ”

Do đó $P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}$.

Câu 10: Trong một hộp có 8 viên bi màu xanh và 6 viên bi màu đỏ, các viên bi cùng kích thước và cùng khối lượng. Bạn Hùng lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp, không trả lại. Sau đó bạn Nam lấy ngẫu nhiên một viên bi trong số các bi còn lại trong hộp. Gọi A là biến cố: “Hùng lấy được viên bi màu đỏ”, B là biến cố: “Nam lấy được viên bi màu xanh”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Với Ω là không gian mẫu $n(\Omega) = 196$.

b) $P(B) = \frac{8}{13}$

c) $P(AB) = \frac{24}{91}$

d) $P(A|B) = \frac{6}{13}$

Lời giải

a) Sai: Nam có 14 cách lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp
Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp (vì Nam lấy bi và không trả lại)
Do đó $n(\Omega) = 14 \cdot 13 = 182$.

b) Sai: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 13 cách lấy một viên bi còn lại trong hộp. Do đó $n(B) = 8 \cdot 13 = 104 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{4}{7}$.

c) Đúng: Nam có 8 cách lấy một viên bi màu xanh, Hùng có 6 cách lấy một viên bi màu đỏ.
Do đó $n(AB) = 8 \cdot 6 = 48 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{24}{91}$.

d) Đúng: Ta có: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{6}{13}$

Câu 11: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố: “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là số chẵn”, B là biến cố: “Có đúng một con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(AB) = \frac{1}{6}$



b) $P(B) = \frac{11}{36}$

c) $P(A|B) = \frac{5}{6}$

d) $P(\bar{A}|B) = \frac{4}{11}$

Lời giảia) Đúng: $n(\Omega) = 6.6 = 36$. $AB = \{(3,2); (3,4); (3,6); (2,3); (4,3); (6,3)\} \Rightarrow n(AB) = 6$

Do đó $P(AB) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b) Đúng: Ta có $\bar{B} = \{(i,j) | i, j \in \{1,2,4,5,6\}\} \Rightarrow n(\bar{B}) = 5.5 = 25 \Rightarrow n(B) = 36 - n(\bar{B}) = 11$.

Do đó $P(B) = \frac{11}{36}$.

c) Sai: Ta có $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{6} : \frac{11}{36} = \frac{6}{11}$.d) Đúng: Ta có: $\bar{AB} = \{(3,1); (3,5); (1,3); (5,3)\} \Rightarrow n(\bar{AB}) = 4$ do đó $P(\bar{A}|B) = \frac{n(\bar{AB})}{n(B)} = \frac{4}{11}$ **Câu 12:** Cho hai biến cố A và B , với $P(\bar{A}) = 0,4$, $P(B) = 0,7$, $P(A \cap B) = 0,3$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:a) $P(A) = 0,6$ và $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) $P(A|B) = \frac{2}{3}$

c) $P(\bar{B}|A) = \frac{1}{3}$

d) $P(\bar{A} \cap B) = \frac{3}{5}$

Lời giảia) Đúng: Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$ nên $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 0,3$.b) Sai: Ta có: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7}$.c) Sai: Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 1 - \frac{0,3}{0,6} = 0,5$.d) Sai: Ta có: $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}|B).P(B)$ mà $P(\bar{A}|B) = 1 - P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{0,3}{0,7} = \frac{4}{7}$



$$\text{Suy ra } P(\bar{B} \cap A) = P(\bar{A} | B) \cdot P(B) = \frac{4}{7} \cdot 0,7 = \frac{2}{5}.$$

Câu 13: Một công ty xây dựng đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,3. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- A và B là hai biến cố độc lập.
- Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 0,5.
- Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,3.
- Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 0,8.

Lời giải

a) Sai: A và B là hai biến cố độc lập thì $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Mà $0,5 \cdot 0,6 \neq 0,3$ nên A và B không độc lập

b) Đúng: Gọi C là biến cố công ty chỉ thắng thầu 1 dự án:

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,3 = 0,5. \end{aligned}$$

c) Sai: Gọi D là biến cố công ty thầu dự án 2 biết thắng thầu dự án 1

$$P(D) = P(B | A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

d) Sai: Gọi E là biến cố công ty thầu dự án 2 biết không thắng thầu dự án 1

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,3}{0,5} = \frac{3}{5}.$$

Câu 14: Lớp 12A1 có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng, 12 học sinh tham gia cả câu lạc bộ cầu lông và câu lạc bộ đá bóng. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xét các biến cố sau:

A : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ cầu lông";

B : "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ đá bóng".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- $P(A) = 0,4$.
- $P(B) = 0,625$.
- $P(A | B) = 0,75$.
- $P(B | A) = 0,48$.

Lời giải



- a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$.
- b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$.
- c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ đá bóng là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$.
- d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ cầu lông vừa tham gia câu lạc bộ đá bóng là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ cầu lông là 25 nên $P(B|A) = \frac{12}{25} = 0,48$.

Câu 15: Theo một số liệu thống kê của dự án Plan, tại một xã của một tỉnh Miền núi phía Bắc chỉ có 2 dân tộc Mông và Dao sinh sống có số trẻ em dưới 5 tuổi là 300 em, kết quả điều tra năm 2023 được cho như bảng dưới đây.

Kết quả điều tra	Mông	Dao
Suy dinh dưỡng	27	24
Không suy dinh dưỡng	153	96

Chọn ngẫu nhiên một trẻ em dưới 5 tuổi của xã

Gọi A là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã bị suy dinh dưỡng.

Gọi B là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông. (\bar{B} là biến cố chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $P(B) = 0,6$.
- b) $P(AB) = 0,102$.
- c) Tỷ lệ trẻ em người Mông bị suy dinh dưỡng là 15%.
- d) Tỷ lệ trẻ em người Dao bị suy dinh dưỡng là 85%.

Lời giải

- a) Đúng: Ta có $n(\Omega) = 300$

Số lượng trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $n(B) = 27 + 153 = 180$

Xác suất chọn được một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Mông là $P(B) = \frac{180}{300} = \frac{3}{5} = 0,6$.

- b) Sai AB là biến cố: Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Mông

$$\Rightarrow n(AB) = 27 \Rightarrow P(AB) = \frac{27}{300} = 0,09.$$

- c) Đúng: $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,09}{0,6} = 0,15$.

- d) Sai: Xác suất chọn một trẻ em dưới 5 tuổi của xã là dân tộc Dao là $P(\bar{B}) = \frac{120}{300} = 0,4$



\overline{AB} là biến cố : Trẻ em được chọn bị suy dinh dưỡng và là dân tộc Dao

$$\Rightarrow n(\overline{AB}) = 24 \Rightarrow P(\overline{AB}) = \frac{24}{300} = 0,08.$$

Tỉ lệ trẻ em dưới 5 tuổi bị suy dinh dưỡng của xã là dân tộc Dao là

$$P(A|\overline{B}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{B})} = \frac{0,08}{0,4} = 0,2.$$

Câu 16: Một lớp học có 16 học sinh nam và 25 học sinh nữ. Cô giáo gọi ngẫu nhiên lần lượt 2 học sinh (có thứ tự) lên trả lời câu hỏi. Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất cô giáo gọi 1 học sinh nam";

B : "Lần thứ hai cô giáo gọi 1 học sinh nữ".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(B|A) = 0,625$.

b) $P(B|\overline{A}) = 0,6$.

c) $P(\overline{B}|A) = 0,4$.

d) $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,375$.

Lời giải

Nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nam thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam còn lại là 15, số học sinh nữ giữ nguyên; nếu lần thứ nhất gọi 1 học sinh nữ thì số học sinh còn lại là 40, số học sinh nam giữ nguyên, số học sinh nữ còn lại là 24.

$$\text{Khi đó, } P(B|A) = \frac{25}{40} = 0,625; P(B|\overline{A}) = \frac{24}{40} = 0,6; P(\overline{B}|A) = \frac{15}{40} = 0,375$$

$$P(\overline{B}|\overline{A}) = \frac{16}{40} = 0,4.$$

Câu 17: Một hộp chứa 8 quả bóng xanh, 6 quả bóng đỏ, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Bạn An lấy một quả bóng không hoàn lại rồi sau đó bạn Bình lấy một quả. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để An lấy được bóng xanh là $\frac{4}{7}$.

b) Xác suất để An lấy được bóng xanh và Bình lấy được bóng đỏ là $\frac{24}{91}$.

c) Xác suất để hai quả bóng lấy ra cùng màu xanh là $\frac{5}{13}$.

d) Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A là biến cố: “An lấy được bóng xanh”.

$$\text{Khi đó: } n(A) = 8, n(\Omega) = 14 \Rightarrow P(A) = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}.$$



b) Đúng: Gọi B là biến cố: “Bình lấy được bóng đỏ” nên ta có $P(B|A) = \frac{6}{13}$.

Theo công thức nhân xác suất thì $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{4}{7} \cdot \frac{6}{13} = \frac{24}{91}$.

c) Sai: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu xanh là: $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{13} = \frac{4}{13}$

d) Đúng: Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng có màu đỏ là: $\frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} = \frac{15}{91}$

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu là: $\frac{4}{13} + \frac{15}{91} = \frac{43}{91}$.

Xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu là $1 - \frac{43}{91} = \frac{48}{91}$.

Vậy xác suất để 2 quả bóng lấy ra khác màu lớn hơn xác suất để 2 quả bóng lấy ra cùng màu.

Câu 18: Một hộp chứa bốn tấm thẻ cùng loại được ghi số lần lượt từ 1 đến 4. Bạn Lan lấy ra một cách ngẫu nhiên một thẻ từ hộp, xem số trên thẻ rồi bỏ thẻ đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một thẻ nữa. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Không gian mẫu của phép thử có 10 phần tử.
- Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” bằng 2.
- Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 4.
- Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” bằng 5.

Lời giải

a) Sai: Không gian mẫu của phép thử:

$$\Omega = \{(1;2);(1;3);(1;4);(2;1);(2;3);(2;4);(3;1);(3;2);(3;4);(4;1);(4;2);(4;3)\}$$

Vậy $n(\Omega) = 12$.

b) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số lẻ” gồm: $(1;3);(3;1)$. Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

c) Đúng: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai ghi số lẻ, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;1);(4;1);(2;3);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

d) Sai: Số kết quả thuận lợi của biến cố “thẻ lấy ra lần thứ hai lớn hơn số 1, biết rằng thẻ lấy ra lần thứ nhất ghi số chẵn” gồm $(2;3);(2;4);(4;2);(4;3)$. Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố trên.

Câu 19: Lớp 10A có 35 học sinh, mỗi học sinh đều giỏi ít nhất một trong hai môn Toán hoặc Văn. Biết rằng có 23 học sinh giỏi môn Toán và 20 học sinh giỏi môn Văn. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp 10A. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn bằng $\frac{2}{5}$.
- b) Xác suất để học sinh được chọn "giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán" bằng $\frac{8}{23}$.
- c) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" bằng $\frac{15}{23}$.
- d) Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" bằng $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Toán” và B là biến cố: “Học sinh được chọn giỏi môn Văn”

Gọi C là biến cố: “Học sinh được chọn không giỏi môn Toán” và D là biến cố: “Học sinh được chọn không giỏi môn Văn”

Số học sinh giỏi cả 2 môn là: $23 + 20 - 35 = 8$

a) Đúng: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Văn nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Văn là: $P(A|B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

b) Đúng: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, chỉ có đúng 8 học sinh giỏi Toán nên xác suất để học sinh được chọn giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó cũng giỏi môn Toán là: $P(B|A) = \frac{8}{23}$

c) Sai: Trong số 20 học sinh giỏi Văn, có đúng 8 học sinh giỏi cả Văn và Toán, nên số học sinh giỏi Văn mà không giỏi Toán là 12.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Toán biết rằng học sinh đó giỏi môn Văn" là:

$$P(C|B) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

d) Sai: Trong số 23 học sinh giỏi Toán, có đúng 8 học sinh giỏi cả Toán và Văn nên số học sinh không giỏi Văn mà giỏi Toán là $23 - 8 = 15$.

Xác suất để học sinh được chọn "không giỏi môn Văn biết rằng học sinh đó giỏi môn Toán" là

$$P(D|A) = \frac{15}{23}$$

Câu 20: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để gọi một bạn tên Hiền là $\frac{1}{10}$.
- b) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nữ là $\frac{3}{17}$.
- c) Xác suất để có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó giới tính nam là $\frac{2}{13}$.
- d). Nếu thầy giáo gọi một bạn tên Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó mang giới tính nữ là $\frac{3}{17}$

**Lời giải**

Gọi A là biến cố "Học sinh được gọi lên bảng tên là Hiền"

Gọi B là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nữ".

a) Đúng: Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: $P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$.

b) Sai: Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}, P(A \cap B) = \frac{1}{30}. \text{ Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}$$

c) Đúng: Gọi C là biến cố "Học sinh được chọn mang giới tính nam".

Xác suất thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, với điều kiện bạn đó nam là $P(A|C)$.

$$\text{Ta có: } P(C) = \frac{13}{30}, P(A \cap C) = \frac{2}{30} \text{ do đó: } P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

d) Sai: Nếu thầy giáo gọi 1 bạn có tên là Hiền lên bảng thì xác suất để bạn đó là bạn nữ là $P(B|A)$

$$\text{Ta có: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{3}{30}} = \frac{1}{3}$$

Câu 21: Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 25 học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh, 16 học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 12 học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh. Xét các biến cố sau:

A: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh";

B: "Học sinh được chọn tham gia câu lạc bộ Toán".

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $P(A) = 0,4$.

b) $P(B) = 0,625$.

c) $P(A|B) = 0,75$.

d) $P(B|A) = 0,48$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{25}{40} = 0,625$.

b) Sai: Xác suất của biến cố B là: $P(B) = \frac{16}{40} = 0,4$.

c) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Toán là 16 nên $P(A|B) = \frac{12}{16} = 0,75$.



d) Đúng: Số học sinh vừa tham gia câu lạc bộ tiếng Anh vừa tham gia câu lạc bộ Toán là 12, số học sinh tham gia câu lạc bộ Tiếng Anh là 25 nên $P(B / A) = \frac{12}{25} = 0,48$.

Câu 22: Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$.

b) Xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II";

B : "Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II".

a) Sai: Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là: $P(A) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

b) Đúng: Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $P(B | A) = \frac{1}{19}$.

c) Sai: Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$P(C) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B / A) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{190}.$$

d) Đúng: Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là:

$$P(\overline{C}) = 1 - P(C) = 1 - \frac{1}{190} = \frac{189}{190}.$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,4; P(B) = 0,3; P(A|B) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}|B)$.

Lời giải

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(B)P(A|B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$.

Vì $\bar{A}B$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\bar{A}B \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB) = 0,3 - 0,15 = 0,15$

Theo công thức tính xác suất có điều kiện, $P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,3} = 0,5$.

Câu 2: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ hai”.

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$

Vì có 30 viên bi trắng trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi trắng đã được lấy ra ở lần thứ nhất, còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó bi xanh là 20 viên bi. Do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$.

Câu 3: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt 5 chấm.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ít nhất một con đã có mặt 5 chấm”

Gọi B là biến cố: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”.

Ta có: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$.

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;6), (6;5), (6;6)\}$ có xác suất là:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}.$$

Câu 4: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.

Lời giải

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{Ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}.$$

Câu 5: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{13}{40}; P(B) = \frac{17}{40} \text{ suy ra } P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17}.$$

Câu 6: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

$$\text{Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: } P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{17}{30}; P(A \cap B) = \frac{1}{30}. \text{ Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

Câu 7: Một nhóm có 5 học sinh nam và 4 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời hai bạn trong nhóm đi tưới cây. Tính xác suất để hai bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất một bạn nam được chọn. (Kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

Gọi A là biến cố “Hai bạn được chọn có cùng giới tính”

Gọi B là biến cố “Có ít nhất một bạn nam được chọn”

Suy ra AB : “Hai bạn được chọn là nam”

$$\text{Xác suất để chọn được hai bạn nam là } P(AB) = \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{18}$$

$$\text{Xác suất để chọn được ít nhất 1 bạn nam } P(B) = \frac{C_5^1 \cdot C_4^1}{C_9^2} + \frac{C_5^2}{C_9^2} = \frac{5}{6} \text{ nên}$$

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{3}.$$

Câu 8: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết, biết rằng đó là câu hỏi khó. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “Rút ra được câu hỏi khó”.

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(A) = \frac{13}{40}, P(B) = \frac{17}{40} \text{ nên } P(A \cap B) = \frac{5}{40}, P(A|B) = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17}.$$

Câu 9: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Minh, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Thầy giáo gọi ngẫu nhiên 1 bạn lên bảng. Xác suất để bạn được gọi tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó là nam bằng $\frac{a}{b}$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

Lời giải



Gọi A là biến cố “Bạn được gọi tên Minh”.

Gọi B là biến cố “Bạn được gọi là nam”.

Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Minh, nhưng với điều kiện bạn đó nam là $P(A|B)$

$$\text{Ta có: } P(B) = \frac{13}{30}; P(A \cap B) = \frac{2}{30}. \text{ Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{30}}{\frac{13}{30}} = \frac{2}{13}$$

Câu 10: Trong một cuộc thi, thí sinh được phép thi 3 lần. Xác suất lần đầu vượt qua kì thi là 0,9. Nếu trượt lần đầu thì xác suất vượt qua kì thi lần hai là 0,7. Nếu trượt cả hai lần thì xác suất vượt qua kì thi ở lần ba là 0,3. Tính xác suất để thí sinh thi đậu. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A_i là biến cố: “Thí sinh thi đậu lần thứ i ” ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố: “Thí sinh thi đậu”

$$\text{Ta có: } B = A_1 \cup \overline{A_1}A_2 \cup \overline{A_1}\overline{A_2}A_3$$

$$\text{Suy ra } P(B) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3)$$

Trong đó:

$$\begin{cases} P(A_1) = 0,9 \\ P(\overline{A_1}A_2) = P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2 | \overline{A_1}) = (1 - P(A_1)) \cdot P(A_2 | \overline{A_1}) = 0,1 \cdot 0,7 = 0,07 \\ P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2} | \overline{A_1}) \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2}) = (1 - P(A_1)) \cdot (1 - P(A_2 | \overline{A_1})) \cdot P(A_3 | \overline{A_1}\overline{A_2}) = 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A_1) + P(\overline{A_1}A_2) + P(\overline{A_1}\overline{A_2}A_3) = 0,9 + 0,1 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 0,979 \approx 0,98$$

Câu 11: Một lô các sản phẩm do hai nhà máy sản xuất, biết rằng số sản phẩm của nhà máy thứ nhất gấp ba lần số sản phẩm của nhà máy thứ hai. Tỷ lệ sản phẩm tốt của nhà máy thứ nhất là 0,8 và nhà máy thứ hai là 0,7. Lấy ngẫu nhiên ra một sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra là tốt.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lấy được sản phẩm tốt”

B_i là biến cố “Sản phẩm lấy ra từ nhà máy thứ i sản xuất”, với $i = 1; 2$

$$\text{Ta có: } P(B_1) = \frac{3}{4}; P(B_2) = \frac{1}{4}$$

$$\text{Khi đó } P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) = \frac{3}{4} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 = 0,775$$

Câu 12: Có hai hộp chứa bi, hộp thứ nhất chứa 2 bi trắng và 8 bi đen, hộp thứ hai chứa 9 bi trắng và 1 bi đen. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp thứ nhất bỏ sang hộp thứ hai, sau đó lấy ngẫu nhiên ba



viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 viên bi trắng (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố “Trong ba viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có 2 bi trắng”

B_i là biến cố “Trong hai viên bi bỏ từ hộp thứ nhất sang hộp thứ hai có i bi trắng”, với $i = 0; 1; 2$

$$P(A) = P(B_0) \cdot P(A|B_0) + P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2)$$

$$= \frac{C_2^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_9^1 \cdot C_3^1}{C_{12}^2} + \frac{C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{10}^2 \cdot C_2^1}{C_{12}^3} + \frac{C_8^2}{C_{10}^2} \cdot \frac{C_{11}^1 \cdot C_1^1}{C_{12}^3} = \frac{772}{2475} \approx 0,31$$

Câu 13: Tỷ lệ người nghiện thuốc lá ở một vùng là 30%. Biết tỷ lệ viêm họng trong số người nghiện thuốc lá là $a\%$ còn người không nghiện là 40%. Gặp ngẫu nhiên một người trong vùng thì xác suất để người đó nghiện thuốc và bị viêm họng bằng 0,21; xác suất để người đó không nghiện thuốc và bị viêm họng là $b\%$. Tính $a + b$.

Lời giải

Gọi A : “Người nghiện thuốc lá”

B : “Người bị viêm họng”

Khi đó: AB : “Người nghiện thuốc và bị viêm họng”

\overline{AB} : “Người không nghiện thuốc và bị viêm họng”

Theo đề bài ta có $P(A) = 30\%$; $P(B|A) = a\%$ và $P(AB) = 0,21$ nên theo công thức xác suất

$$\text{có điều kiện ta được: } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \Leftrightarrow a\% = \frac{0,21}{30\%} = 70\%.$$

Tương tự: $P(\overline{A}) = 1 - 30\% = 70\%$; $P(B|\overline{A}) = 40\%$ và $P(\overline{AB}) = b\%$ nên theo công thức xác suất

$$\text{có điều kiện ta được: } P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{A})} \Leftrightarrow 40\% = \frac{b\%}{70\%} \Leftrightarrow b\% = 28\%.$$

Vậy $a + b = 98$.

Câu 14: A và B mỗi người bắn một viên đạn vào cùng mục tiêu độc lập. Giả sử xác suất bắn trúng đích của A và B lần lượt là 0,7 và 0,4. Giả sử có một viên đạn trúng đích, tính xác suất để đó là của B (kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A, B, C lần lượt là biến cố “ A bắn trúng”, “ B bắn trúng”, “có một người bắn trúng”

$$\text{Ta có } P(B|C) = \frac{P(BA)}{P(C)} = \frac{P(BA)}{P(BA) + P(AB)} = \frac{0,4 \cdot 0,3}{0,4 \cdot 0,3 + 0,7 \cdot 0,4} = 0,22.$$

Câu 15: Bạn Minh làm hai bài tập kế tiếp. Xác suất Minh làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu Minh làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8 nhưng nếu Minh làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất để Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ nhất”, theo đề bài ta có $P(A) = 0,7$.

Gọi B là biến cố: “Minh làm đúng bài thứ hai”, theo đề bài ta có

$$P(B|A) = 0,8; P(B|\overline{A}) = 0,2.$$



Gọi C là biến cố “Minh làm đúng bài thứ nhất biết rằng Minh làm đúng bài thứ hai”, ta có

$$P(C) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(BA)}{P(B)} = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)}.$$

Theo đề bài ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = P(A) + P(B) - P(B|A).P(A)$.

Mặt khác $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\overline{B} | \overline{A}).P(\overline{A}) = 1 - 0,8.0,3 = 0,76$.

$$P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(B|A).P(A) = 0,76 - 0,7 + 0,8.0,7 = 0,62.$$

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B)} = \frac{0,8.0,7}{0,62} = \frac{28}{31} \approx 0,9.$$

Câu 16: Một lớp có 16 học sinh nữ, còn lại là học sinh nam. Trong giờ giáo dục thể chất thầy giáo khảo sát kết quả rèn luyện thể lực của học sinh bằng cách bốc thăm trong danh sách lớp để chọn hai bạn chạy tiếp sức. Biết xác suất để chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ bằng $\frac{15}{62}$. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lần thứ nhất chọn được bạn nữ”

Gọi B là biến cố: “Lần thứ hai chọn được bạn nữ”

Gọi C là biến cố: “Chọn được hai bạn tham gia khảo sát đều là nữ”

$$\text{Theo đề bài ta có } C = AB \Rightarrow P(C) = P(AB) = \frac{15}{62}.$$

Gọi số học sinh của lớp là $x, x \in \mathbb{N}, x > 16$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } P(A) = \frac{16}{x}, P(B|A) = \frac{15}{x-1}.$$

$$\text{Do } P(AB) = P(BA) = P(B|A).P(A) \Leftrightarrow \frac{15}{62} = \frac{16}{x} \cdot \frac{15}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 992 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x = -31 \end{cases}.$$

Vậy số học sinh của lớp là 32 học sinh.

Câu 17: Một kỳ thi có hai vòng. Thí sinh đỗ nếu vượt qua được cả hai vòng. Bạn An tham dự kỳ thi này. Xác suất để An qua được vòng 1 là 0,8. Nếu qua được vòng 1 thì xác suất để An qua được vòng 2 là 0,7. An được thông báo là bị loại. Tính xác suất để An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2. (Làm tròn tới hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có gọi A là biến cố: “An qua được vòng 1”; $P(A) = 0,8$.

B là biến cố: “An qua được vòng 2”; $P(B|A) = 0,7$.

C là biến cố: “An đỗ kỳ thi”;

D là biến cố: “An qua được vòng 1 nhưng không qua được vòng 2”;

$$\text{Ta có } D = A\overline{B} \text{ nên } P(D|\overline{C}) = \frac{P(D\overline{C})}{P(\overline{C})}.$$

Mặt khác, nếu An qua được vòng 1 nhưng không qua vòng 2 thì An không đỗ kỳ thi, nên $P(\bar{C} | D) = 1$ hay $P(D\bar{C}) = P(D) \cdot P(\bar{C} | D) = P(D)$.

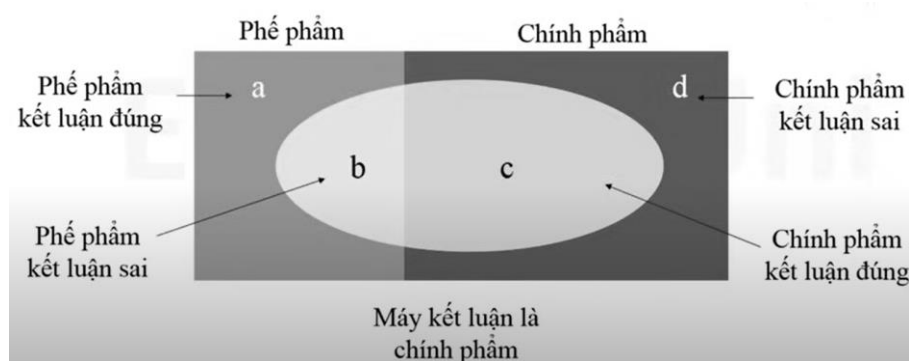
Vì $P(D) = P(AB) = P(A) \cdot P(B | A)$ nên $P(D) = 0,8 \cdot 0,3 = 0,24$.

$P(\bar{C}) = 1 - P(C) = 1 - P(AB) = 1 - P(A) \cdot P(B | A) = 1 - 0,8 \cdot 0,7 = 0,44$.

$$\text{Vậy } P(D | \bar{C}) = \frac{P(D\bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{0,24}{0,44} = \frac{6}{11} \approx 0,55$$

Câu 18: Tỷ lệ phế phẩm của một công ty là 10% . Trước khi đưa ra thị trường, các sản phẩm được kiểm tra bằng máy nhằm loại bỏ phế phẩm. Xác suất để máy nhận biết đúng chính phẩm là 95% , nhận biết đúng phế phẩm là 90% . Tính tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường.

Lời giải



Gọi a là phế phẩm kết luận đúng; b là phế phẩm kết luận sai

c là chính phẩm kết luận đúng; d là chính phẩm kết luận sai

$$\text{Ta có hệ phương trình sau: } \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ \frac{a}{a+b} = 0,9 \\ \frac{c}{c+d} = 0,95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 1 \\ a + b = 0,1 \\ 0,1a - 0,9b = 0 \\ 0,05c - 0,95d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,09 \\ b = 0,01 \\ c = 0,855 \\ d = 0,045 \end{cases}$$

Vậy tỉ lệ phế phẩm của công ty trên thị trường là $P_b = \frac{b}{b+c} = \frac{0,01}{0,01+0,855} = 0,012$.

Câu 19: Ba cầu thủ sút phạt đền 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là a ; b và $0,7$ (với $0 < b < a < 1$). Biết xác suất ghi bàn để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,982$ và xác suất để ba cầu thủ ghi bàn là $0,392$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = \overline{1,3}$.

Ta có các biến cố A_1, A_2, A_3 là các biến cố độc lập và $P(A_1) = a, P(A_2) = b, P(A_3) = 0,7$

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B là biến cố: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C là biến cố: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”



Ta có: $\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,3 \cdot (1-a)(1-b)$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - 0,3 \cdot (1-a)(1-b).$$

Lại có $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \Rightarrow P(B) = P(A_1 \cdot A_2 \cdot A_3) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,7 \cdot ab.$

Từ giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 1 - 0,3 \cdot (1-a) \cdot (1-b) = 0,982 \\ 0,7ab = 0,392 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + ab - (a+b) = 0,06 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b = 1,5 \\ ab = 0,56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0,8 \\ b = 0,7 \end{cases} \quad (a > b)$$

Mặt khác ta có $C = \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3$ nên

$$P(C) = (1-a) \cdot b \cdot 0,7 + a \cdot (1-b) \cdot 0,7 + a \cdot b \cdot 0,3 = 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,434.$$

Câu 20: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6, biết rằng có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt ba chấm. (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm trên hai con xúc xắc không lớn hơn 6”.

Gọi B là biến cố: “Có ít nhất 1 con xúc xắc xuất hiện mặt 3 chấm”.

Ta có: $n(\Omega) = 6 \cdot 6 = 36$ và $AB = \{(1;3); (3;1); (2;3); (3;2); (3;3)\} \Rightarrow P(AB) = \frac{5}{36}$

$$\bar{B} = \{(a;b) \mid a, b \in \{1;2;4;5;6\}\} \Rightarrow n(\bar{B}) = 5 \cdot 5 = 25$$

Khi đó: $P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ nên $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{5}{11} \approx 0,45.$

Câu 21: Nhà nghiên cứu chọn 5000 người đàn ông, với mỗi người trong nhóm, nhà nghiên cứu kiểm tra xem họ có nghiện thuốc lá và bị viêm phổi hay không. Kết quả được thống kê trong bảng sau:

Tình trạng	Viêm phổi	Không viêm phổi
Nghiện thuốc lá	750	1238
Không nghiện thuốc lá	572	2440

Tính xác suất để người đó bị viêm phổi trong khi người đó không nghiện thuốc lá. (Làm tròn kết quả đến chữ + số thập phân thứ 2 sau dấu phẩy).

Lời giải

Không gian mẫu: $n(\Omega) = 5000.$

Gọi A là biến cố: “Người đó bị viêm phổi”

Gọi B là biến cố: “Người đó không nghiện thuốc lá”

Khi đó AB là biến cố: “Người đó bị viêm phổi và không nghiện thuốc lá”.



$$\text{Vậy } n(AB) = 572 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{572}{5000}.$$

Ta có $572 + 2440 = 3012$ người không nghiện thuốc lá $\Rightarrow n(B) = 3012$.

$$\text{Vậy } P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{3012}{5000} = \frac{753}{1250}. \text{ Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{572}{3012} = \frac{143}{753} \approx 0,19.$$

Câu 22: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắt tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20 m với xác suất trúng thỏ là 0,5, nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ 2 ở khoảng cách 30 m, nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ 3 ở khoảng cách 50 m. Tính xác suất để người thợ săn bắn trúng thỏ sau nhiều nhất ba lần bắt (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi A_k là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ k ”, $k = 1, 2, 3$.

$$\text{Theo đầu bài ta có: } P(A_1) = 0,5; P(A_2 | \bar{A}_1) = \frac{20 \times 0,5}{30} = \frac{1}{3}; P(A_3 | \bar{A}_1, \bar{A}_2) = \frac{20 \times 0,5}{50} = \frac{1}{5}.$$

Gọi A là biến cố: “Người thợ săn bắn trúng thỏ”. Khi đó: $A = A_1 \cup \bar{A}_1 A_2 \cup \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$.

Vì 3 biến cố $A_1, \bar{A}_1 A_2, \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$ xung khắc từng đôi nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(\bar{A}_1 A_2) + P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3).$$

$$\begin{aligned} \text{Theo công thức nhân xác suất } P(\bar{A}_1 A_2) &= P(\bar{A}_1) \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) = [1 - P(A_1)] \cdot P(A_2 | \bar{A}_1) \\ &= (1 - 0,5) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Theo công thức nhân xác suất } P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) &= P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1) \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) \\ &= [1 - P(A_1)] \cdot P[1 - P(A_2 | \bar{A}_1)] \cdot P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2) = (1 - 0,5) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{5} = \frac{1}{15}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } P(A) = 0,5 + \frac{1}{6} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15} \approx 0,73$$

Câu 23: Một thủ kho có một chùm chìa khóa gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra khỏi chùm chìa khóa). Tìm xác suất để lần thứ ba thì anh ta mới mở được cửa (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 1”

A_2 là biến cố: “Không mở được cửa ở lần thử thứ 2”



A_3 là biến cố: “Mở được cửa ở lần thử thứ 3”

Ta phải tìm: $P(A_1 A_2 A_3)$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | A_1 A_2)$.

Ta có $P(A_1) = \frac{7}{9}$; $P(A_2 | A_1) = \frac{6}{8}$; $P(A_3 | A_1 A_2) = \frac{2}{7}$.

Do đó: $P(A_1 A_2 A_3) = \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{1}{6} \approx 0,17$

Câu 24: Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Bạn Bình đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho bạn Bình rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Tính xác suất để bạn Bình trả lời được câu hỏi trong phiếu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Gọi E_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi E_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2.

Khi đó hộp 2 có 10 câu trong đó có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

E_1, E_2 tạo thành một nhóm biến cố đầy đủ.

Gọi B là biến cố bạn Bình rút được một câu thuộc bài

Khi đó $B = (E_1 \cap B) \cup (E_2 \cap B) \Rightarrow P(B) = P(E_1)P(B | E_1) + P(E_2)P(B | E_2)$

$$P(E_1) = \frac{C_{10}^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3} \quad P(E_2) = \frac{C_5^1}{C_{15}^1} = \frac{1}{3}; \quad P(B | E_1) = \frac{C_9^1}{C_{10}^1} = \frac{9}{10} \quad P(B | E_2) = \frac{C_8^1}{C_{10}^1} = \frac{4}{5}$$

Khi đó: $P(B) = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{13}{15} \approx 0,87$

Câu 25: Giả sử bạn đang xét một căn bệnh hiếm gặp. Tỷ lệ mắc bệnh trong dân số là 0.5%. Có một xét nghiệm cho căn bệnh này, và xét nghiệm này có các đặc tính sau:

Nếu người bệnh mắc bệnh, thì xét nghiệm dương tính với xác suất 98%.

Nếu người bệnh không mắc bệnh, thì xét nghiệm âm tính với xác suất 95%.

Một bác sĩ thực hiện xét nghiệm cho một người có kết quả xét nghiệm là dương tính?. Tính xác suất người đó mắc bệnh (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy).

Lời giải

Gọi B là biến cố người đó mắc bệnh, \bar{B} là biến cố người đó không mắc bệnh

Khi đó xác suất mắc bệnh là $P(B) = 0,005$

Xác suất không mắc bệnh là: $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,995$

Gọi T là biến cố xét nghiệm dương tính, \bar{T} là biến cố xét nghiệm âm tính

Xác suất xét nghiệm dương tính khi mắc bệnh: $P(T | B) = 0,98$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi mắc bệnh là: $P(\bar{T} | B) = 1 - P(T | B) = 0,02$

Xác suất xét nghiệm âm tính khi không mắc bệnh: $P(\bar{T} | \bar{B}) = 0,95$



Xác suất xét nghiệm dương tính khi không mắc bệnh: $P(T|\bar{B}) = 1 - P(\bar{T}|\bar{B}) = 0.05$

Xác suất để người được xét nghiệm có kết quả dương tính là

$$P(T) = P(T|B) \cdot P(B) + P(T|\bar{B}) \cdot P(\bar{B}) = (0.98 \cdot 0.005) + (0.995 \cdot 0.05) = 0.05465$$

$$\text{Xác suất người đó mắc bệnh là } P(B|T) = \frac{P(T|B) \cdot P(B)}{P(T)} = \frac{0.98 \cdot 0.005}{0.05465} = \frac{98}{1093} \approx 0.09$$

Câu 26: Trong một túi có một số viên kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 viên kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên 1 viên kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 viên kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu viên kẹo?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Hà lấy được viên kẹo màu cam ở lần thứ hai”

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai viên kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$, suy ra $P(AB) = \frac{1}{3}$

Gọi n là số viên kẹo ban đầu trong túi ($n \in \mathbb{N}^*, n \neq 1$)

$$P(A) = \frac{6}{n}; P(B|A) = \frac{5}{n-1}$$

Theo công thức nhân xác suất, ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{6}{n} \cdot \frac{5}{n-1} = \frac{30}{n^2 - n} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow n^2 - n = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \\ n = 10 \end{cases}$$

Ta được $n = -9$ (loại) hoặc $n = 10$ (nhận).

Vậy ban đầu trong túi có 10 viên kẹo.

Câu 27: Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Xét hai biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi”;

B : “Học sinh được chọn ra là học sinh nữ”.

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là xác suất của A với điều kiện B .



Có 52 học sinh nữ đạt điểm giỏi nên: $P(A \cap B) = \frac{52}{400} = 0,13$.

Có 210 học sinh nữ nên: $P(B) = \frac{210}{400} = 0,525$.

Do đó, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,13}{0,525} \approx 0,25$.

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là 0,25.

Câu 28: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 51% số người mua bảo hiểm ô tô là nam, và có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi. Biết một người mua bảo hiểm ô tô là nam, tính xác suất người đó trên 50 tuổi (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là nam”, B là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 50 tuổi”. Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 51% người mua bảo hiểm ô tô là nam nên $P(A) = 0,51$.

Do có 33% số người mua bảo hiểm ô tô là nam trên 50 tuổi nên $P(AB) = 0,33$.

Vậy $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,33}{0,51} = \frac{11}{17} \approx 0,65$.

Câu 29: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có: $P(A) = \frac{13}{40}$; $P(B) = \frac{17}{40}$; $P(A \cap B) = \frac{5}{40}$

Vậy $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17} \approx 0,3$.

Câu 30: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải



Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất”,

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai”.

Ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B | A) = \frac{20}{49}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B | A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49} \approx 0,41$

-----HẾT-----

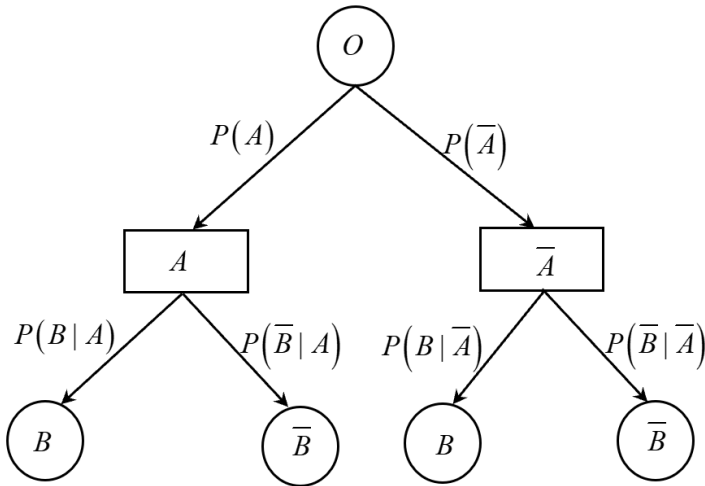


Dạng 2: Tính xác suất có điều kiện bằng sơ đồ hình cây

Phương pháp: Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



- Xác suất của các nhánh trong sơ đồ hình cây từ đỉnh thứ hai là xác suất có điều kiện
- Xác suất xảy ra của mỗi kết quả bằng tích các xác suất trên các nhánh của cây đi đến kết quả đó.

BÀI TẬP TỰ LUẬN

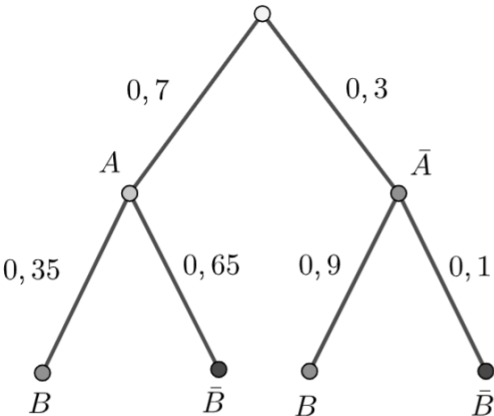
Bài tập 1: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9 còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,35. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,7. Tính xác suất để bán hết vé.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “trời mưa”; B là biến cố: “bán hết vé”.

Ta có: $P(A) = 0,7$ suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$.

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$ nên $P(B) = 0,7.0,35 + 0,3.0,9 = 0,515$.

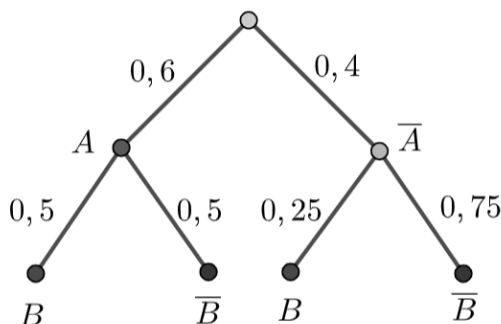
Bài tập 2: Một chiếc hộp có 2 loại bi là viên bi đỏ và viên bi vàng, trong đó có 60% là viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra người ta thấy có 50% số viên bi màu đỏ đánh số và 25% số viên bi màu vàng đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, tính xác suất để viên bi lấy được đánh số.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “viên bi lấy được màu đỏ”; B là biến cố: “viên bi lấy được đánh số”.

Ta có: $P(A) = 0,6$ suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi là $P(A)$ và $P(\bar{A})$.

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$.

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi là $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$ nên $P(B) = 0,6 \cdot 0,5 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,4$.

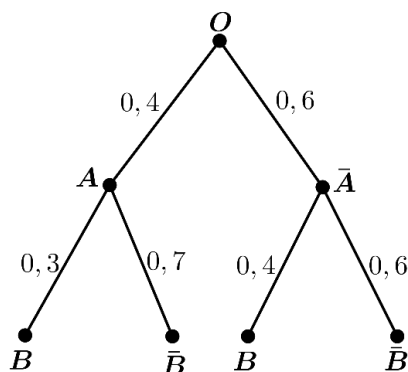
Bài tập 3: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy.

Lời giải

Kí hiệu A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";

Và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\bar{A})$;

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$;

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$ nên $P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36$.

Bài tập 4: Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

- Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;
- Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

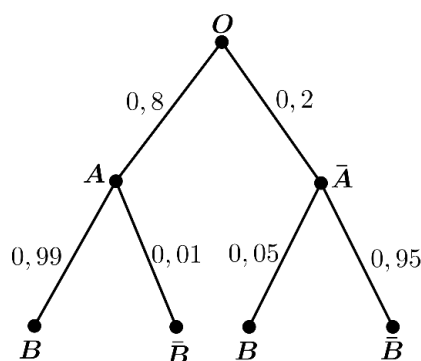
Lời giải

Với A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;

Và B là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.

Khi đó, \bar{B} là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK”.

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Có hai nhánh cây đi tới \bar{B} là OAB và $O\bar{A}\bar{B}$ nên $P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,01 + 0,2 \cdot 0,95 = 0,198$.

Bài tập 5: Hộp thứ nhất có 5 chiếc bút bi xanh và 6 chiếc bút bi đen. Hộp thứ hai có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen. Các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Hoa lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó, bạn Hoa lại lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ cây, tính xác suất của các biến cố sau

M : “Bút bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và bút bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đen”.

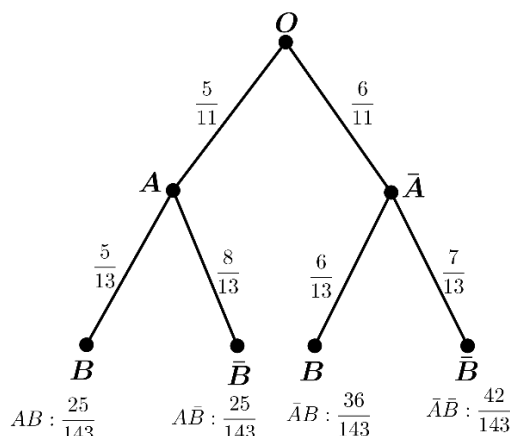
N : “Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu”.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bút bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh” và B là biến cố “Bút bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đen”. Ta có

$$P(A) = \frac{5}{11}; P(B|A) = \frac{5}{13}; P(\bar{B}|A) = \frac{8}{13}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{6}{11}; P(B|\bar{A}) = \frac{6}{13}; P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{7}{13}. \text{ Ta có sơ đồ hình cây như sau:}$$



$$\text{Do } M = AB \text{ nên } P(M) = \frac{25}{143}.$$

$$\text{Do } N = \overline{AB} \cup A\overline{B} \text{ và } \overline{AB}, A\overline{B} \text{ là hai biến cố xung khắc nên } P(N) = \frac{40}{143} + \frac{36}{143} = \frac{76}{143}.$$

Bài tập 6: Một trường trung học cơ sở ở Hà Nội tiến hành khảo sát tỉ lệ đỗ vào lớp 10 trường công lập năm 2024 của học sinh khối 9. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ đỗ vào lớp 10 là 85% đối với học sinh có học lực khá giỏi và 10% đối với học sinh còn lại. Tỉ lệ học sinh có học lực khá giỏi là 80%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường đó đã tốt nghiệp THCS năm 2024.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

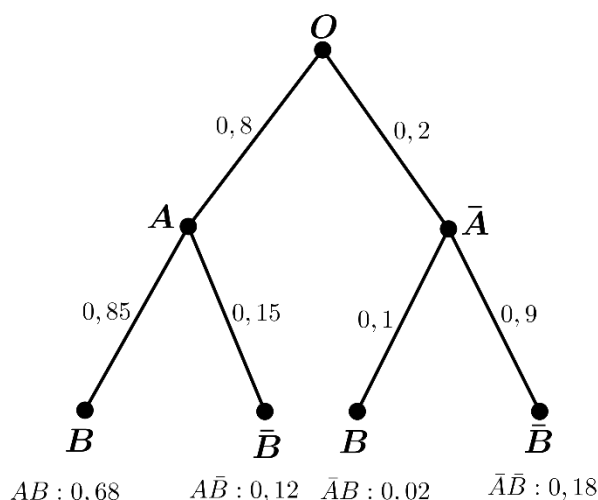
C : “Học sinh có học lực khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập”;

D : “Học sinh có học lực không khá giỏi và đỗ vào lớp 10 trường công lập”.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh có học lực khá giỏi” và B là biến cố “Học sinh đỗ vào lớp 10 trường công lập”. Ta có $P(A) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(\overline{B}|A) = 0,15$

$P(\overline{A}) = 0,2$; $P(B|\overline{A}) = 0,1$; $P(\overline{B}|\overline{A}) = 0,9$. Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Do $C = AB$ nên $P(C) = 0,68$. Do $D = \overline{AB}$ nên $P(D) = 0,02$.

Bài tập 7: Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

A : “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”;

B : “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”.

Lời giải

Gọi M là biến cố “Bạn được chọn là nữ”

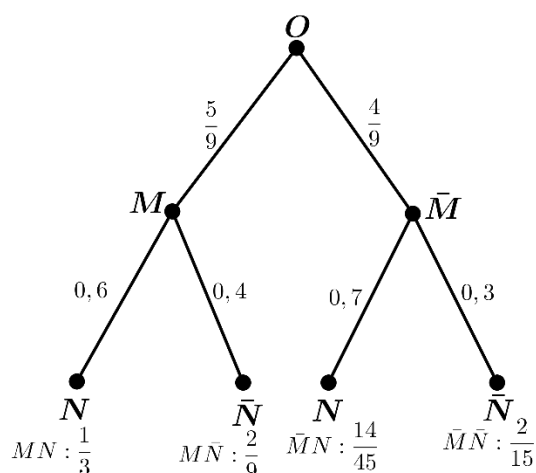
N là biến cố “Bạn được chọn học tiếng Anh”

$$\text{Ta có: } P(M) = \frac{C_{25}^1}{C_{45}^1} = \frac{5}{9}; P(N|M) = 0,6; P(N|\overline{M}) = 0,7.$$

$$\text{Suy ra: } P(\overline{M}) = 1 - P(M) = \frac{4}{9}; P(\overline{N}|M) = 1 - P(N|M) = 0,4$$

Khi đó: $P(\bar{N} | \bar{M}) = 1 - P(N | \bar{M}) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây:



$$P(A) = P(\bar{M} \cdot \bar{N}) = \frac{4}{9} \cdot 0,3 = \frac{2}{15}; P(B) = P(M \cdot N) = \frac{5}{9} \cdot 0,6 = \frac{1}{3}.$$

Bài tập 8: Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.



- Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.
- Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

Lời giải

Gọi A là biến cố “UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện”, B là biến cố “máy tính sẽ bị hỏng”. Khi đó:

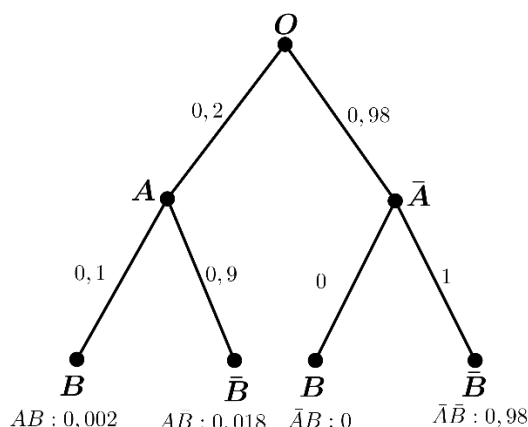
Do khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02 nên $P(A) = 0,02 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,98$.

UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1 nên $P(B | A) = 0,1$.

Suy ra $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,1 = 0,9$.

UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng nên $P(\bar{B} | \bar{A}) = 1$.

Ta có sơ đồ hình cây:



Xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện: $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,98$.

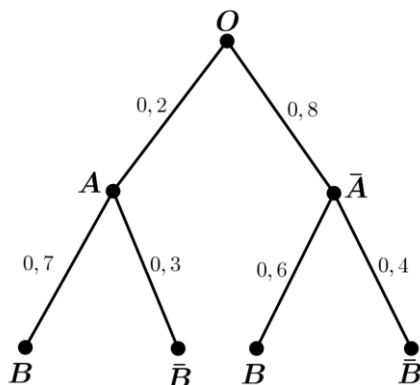
Xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện: $P(AB) = 0,002$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho sơ đồ hình cây như hình vẽ.



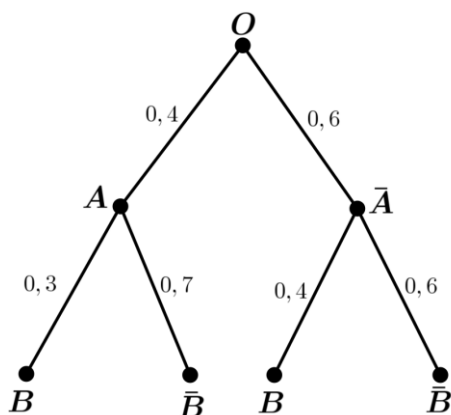
Dựa vào sơ đồ hình cây trên, tính xác suất để biến cố $P(B|\bar{A})$ xảy ra

- A. 0,62. B. 0,32. C. 0,48. D. 0,06.

Lời giải

Ta có $P(B|\bar{A}) = 0,8.0,6 = 0,48$.

Câu 2: Cho sơ đồ hình cây như sau



Tính xác suất của biến cố B .

- A. 0,36. B. 0,12. C. 0,51. D. 0,24.

Lời giải

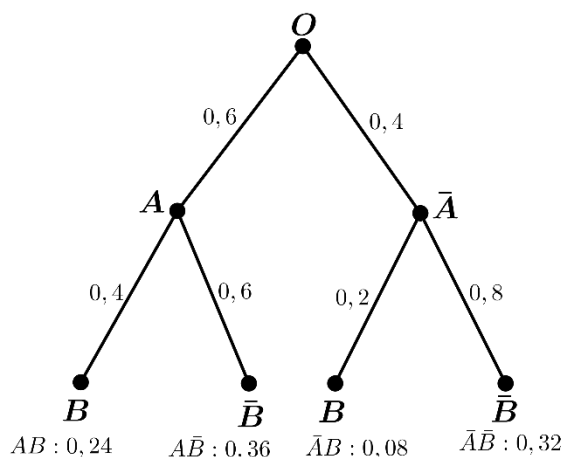
Ta có $P(B) = 0,4.0,6 + 0,4.0,3 = 0,36$.

Câu 3: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “Ngày có mưa” và B là biến cố “Ngày có sương mù”. Tính các xác suất ngày có mưa nhưng không có sương mù.

- A. 0,51. B. 0,12. C. 0,36. D. 0,24.

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau :



Xác suất để ngày có mưa nhưng không có sương mù là $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$.

Câu 4: Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

C: “Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ”.

A. 0,53.

B. 0,3.

C. 0,36.

D. 0,25.

Lời giải

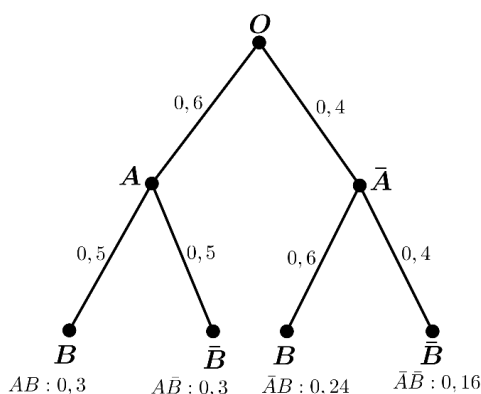
Để tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ khi có 1 bạn nam chuyển từ tổ I sang tổ II và 1 bạn nữ chuyển từ tổ II sang tổ I.

Gọi A là biến cố “Bạn chuyển từ tổ I sang tổ II là bạn nam” và B là biến cố “Bạn chuyển từ tổ II sang tổ I là bạn nữ”.

Ta có: $P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = \frac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,5$.

$P(\bar{A}) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây:



Khi đó: $P(C) = P(AB) = 0,3$.

Câu 5: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 64% tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có 85% sản phẩm của chi nhánh I và 80% sản phẩm của chi nhánh II đạt loại A. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố: C: “Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A”.

A. 0,532.

B. 0,356.

C. 0,311.

D. 0,544.

Lời giải

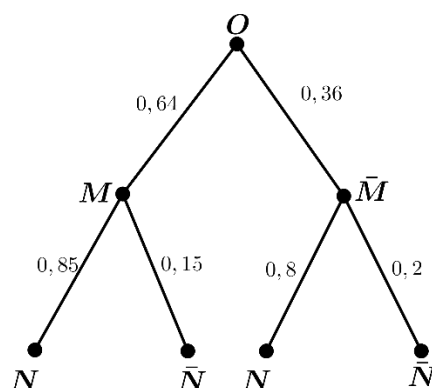
Gọi M là biến cố “Sản phẩm được chọn của chi nhánh I”;

N là biến cố “Sản phẩm được chọn loại A”.

Ta có: $P(M) = 64\% = 0,64$; $P(N | M) = 85\% = 0,85 \Rightarrow P(\bar{N} | M) = 0,15$.

$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 0,36$; $P(N | \bar{M}) = 80\% = 0,8 \Rightarrow P(\bar{N} | \bar{M}) = 0,2$.

Ta có sơ đồ hình cây:



Khi đó: $P(C) = P(MN) = 0,544$.

Câu 6: Giả sử trong một nhóm người có 91% người là không nhiễm bệnh. Để phát hiện ra người nhiễm bệnh, người ta tiến hành xét nghiệm tất cả mọi người của nhóm đó. Biết rằng đối với người nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có kết quả dương tính là 85% , nhưng đối với người không nhiễm bệnh thì xác suất xét nghiệm có phản ứng dương tính là 7% . Tính xác suất để người được chọn ra không nhiễm bệnh và không có phản ứng dương tính.

A. 0,93.

B. 0,0637 .

C. 0,8463 .

D. 0,7735 .

Lời giải

Gọi A : “Người được chọn ra không nhiễm bệnh”.

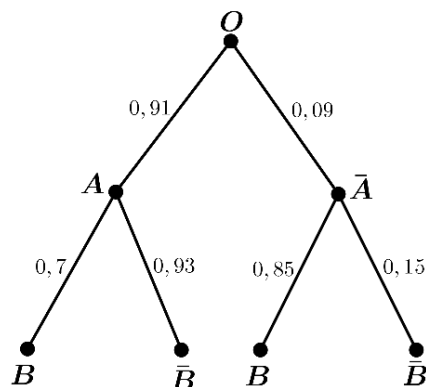
Và B : “Người được chọn ra có phản ứng dương tính”

Theo bài ta có: $P(A) = 0,91$; $P(B | A) = 0,07$; $P(B | \bar{A}) = 0,85$

Do đó: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,91 = 0,09$; $P(\bar{B} | A) = 1 - P(B | A) = 1 - 0,07 = 0,93$

$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - 0,85 = 0,15$

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,91.0,93 = 0,8463$.

Câu 7: Danh sách một lớp đại học Quốc Gia có 95 sinh viên gồm 40 nam và 55 nữ. Có 23 sinh viên quốc tịch nước ngoài (trong đó có 12 nam và 11 nữ), số sinh viên còn lại có quốc tịch Việt Nam.



Gọi tên ngẫu nhiên một sinh viên trong danh sách lớp đó lên bảng. Tính xác suất sinh viên gọi tên có quốc tịch nước ngoài, biết rằng sinh viên đó là nữ?

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{11}{23}$

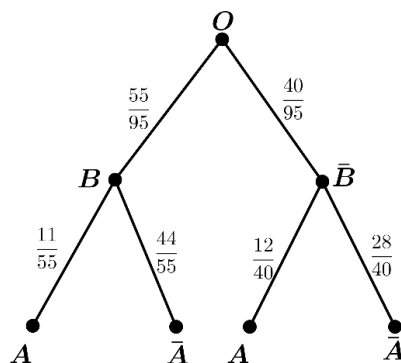
C. $\frac{12}{23}$.

D. $\frac{11}{19}$.

Lời giải

Gọi A : "sinh viên được gọi tên có quốc tịch nước ngoài",

Và B : "sinh viên được gọi tên là nữ"



Vậy $P(A|B) = \frac{11}{55} = \frac{1}{5}$

- Câu 8:** Trên giá sách có 10 quyển sách Khoa học và 15 quyển sách nghệ thuật. Có 9 quyển sách viết bằng Tiếng Anh, trong đó 3 quyển sách Khoa học và 6 quyển sách Nghệ thuật, các quyển sách còn lại viết bằng tiếng Việt. Lấy ngẫu nhiên một quyển sách. Dùng sơ đồ hình cây, tính xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là sách Khoa học
- A.** 0,9. **B.** 0,7. **C.** 0,8. **D.** 0,6.

Lời giải

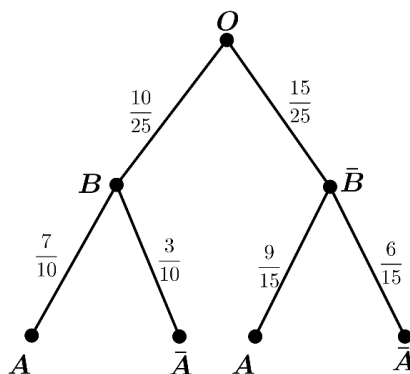
Vì có 9 quyển sách viết bằng tiếng Anh, trong đó 3 quyển sách Khoa học và 6 quyển sách Nghệ thuật, các quyển sách còn lại viết bằng Tiếng việt nên ta có: 16 quyển sách viết bằng Tiếng việt, trong đó có 7 sách Khoa học và 9 sách Nghệ thuật.

A: “Quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt”

B: “Quyển sách được lấy ra là sách Khoa học”

Khi đó, xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là sách Khoa học, chính là xác suất có điều kiện $P(A|B)$

Sơ đồ hình cây biểu thị cách tính xác suất có điều kiện $P(A|B)$, được vẽ như sau:



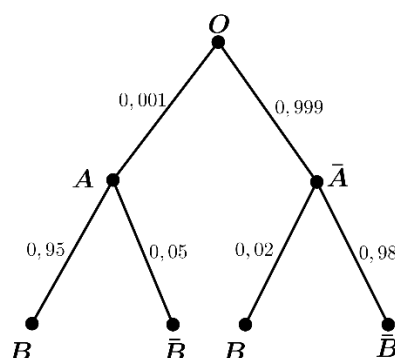
Vậy xác suất để quyển sách được lấy ra là sách viết bằng tiếng Việt, biết rằng quyển sách đó là Khoa học là $\frac{7}{10} = 0,7$.

- Câu 9:** Ở các sân bay, người ta sử dụng một máy soi tự động để phát hiện hàng cấm trong vali và hành lý ký gửi của hành khách. Máy phát chuông cảnh báo với 95% các kiện hành lý có chứa hàng cấm và 2% các kiện hành lý không chứa hàng cấm. Tỷ lệ các kiện hành lý có chứa hàng cấm là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một kiện hành lý để soi bằng máy trên. Tính xác suất của các biến cố N "Kiện hành lý không chứa hàng cấm và máy phát chuông cảnh báo".
- A. 0,91886. B. 0,71244. C. 0,86323. D. 0,01998.

Lời giải

Gọi A : "Kiện hành lý chứa hàng cấm" và B : "Máy phát chuông cảnh báo"

Ta có sơ đồ hình cây sau:



Khi đó: $N = \bar{A}B \Rightarrow P(N) = P(\bar{A}B) = 0,999 \cdot 0,02 = 0,01998$.

- Câu 10:** Một học sinh làm 2 bài tập kế tiếp. Xác suất làm đúng bài thứ nhất là 0,7. Nếu làm đúng bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,8. Nhưng nếu làm sai bài thứ nhất thì khả năng làm đúng bài thứ hai là 0,2. Tính xác suất học sinh đó làm đúng cả hai bài?
- A. 0,56. B. 0,14. C. 0,16. D. 0,65.

Lời giải

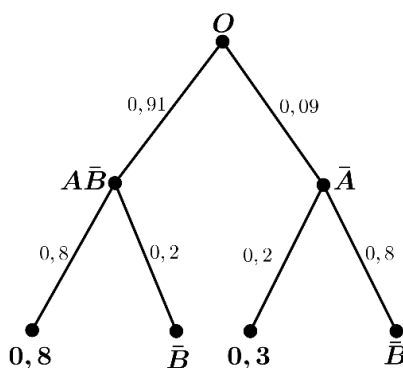
Gọi A : "Làm đúng bài thứ nhất" và B : "Làm đúng bài thứ hai"

Khi đó biến cố: "làm đúng cả hai bài" là AB

Theo bài ta có: $P(A) = 0,7; P(B|A) = 0,8; P(B|\bar{A}) = 0,2$

Do đó: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,7 = 0,3; P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,8 = 0,2$

$P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - P(B|\bar{A}) = 1 - 0,2 = 0,8$. Ta có sơ đồ hình cây như sau:



Vậy: $P(AB) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$.

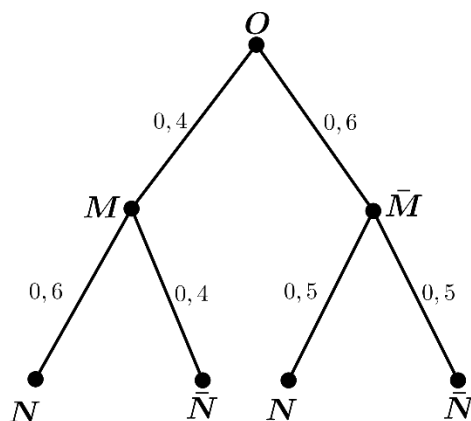
- Câu 11:** Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của các biến cố: A : "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ"
- A. 0,56. B. 0,14. C. 0,16. D. 0,65.

Lời giải

Gọi M là biến cố: "Lấy ra viên bi từ hộp thứ 1 có màu xanh"

Gọi N là biến cố: "Lấy ra viên bi từ hộp thứ 2 có màu xanh"

Ta có sơ đồ hình cây:



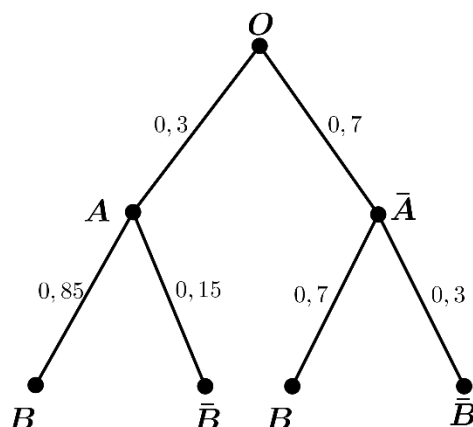
Khi đó: $P(A) = P(M\bar{N}) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$.

- Câu 12:** Một trường đại học tiến hành khảo sát tình trạng việc làm sau khi tốt nghiệp của sinh viên. Kết quả khảo sát cho thấy tỉ lệ người tìm được việc làm đúng chuyên ngành là 85% đối với sinh viên tốt nghiệp loại giỏi và 70% đối với sinh viên tốt nghiệp loại khác. Tỉ lệ sinh viên tốt nghiệp loại giỏi là 30%. Gặp ngẫu nhiên một sinh viên đã tốt nghiệp của trường. Tính xác suất của các biến cố D : "Sinh viên không tốt nghiệp loại giỏi và tìm được việc làm đúng chuyên ngành".
- A. 0,44. B. 0,49. C. 0,72. D. 0,93.

Lời giải

Gọi A : "Sinh viên tốt nghiệp loại giỏi" và B : "Sinh viên làm đúng chuyên ngành"

Ta có sơ đồ hình cây:



Khi đó: $P(D) = P(AB) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

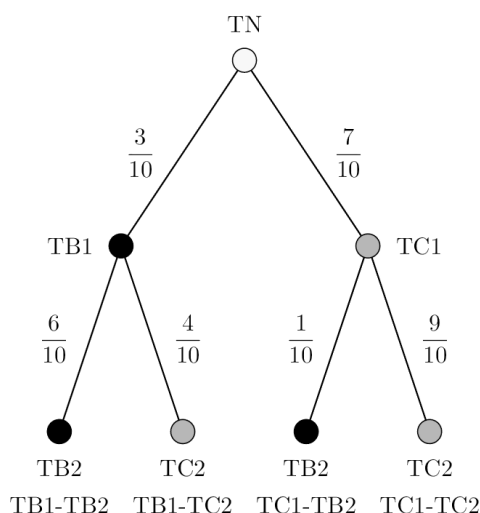
Câu 1: Bạn An phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là 0,7. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là 0,9. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là 0,4. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều thành công là 0,63.
 b) Xác suất để cả hai thí nghiệm đều không thành công là 0,12.
 c) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công là 0,07.
 d) Xác suất để thí nghiệm thứ nhất không thành công và thí nghiệm thứ hai thành công là 0,18.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Thí nghiệm thành công” và B là biến cố “Thí nghiệm thất bại”

Ta có sơ đồ hình cây:



a) Đúng: Xác suất cả hai thí nghiệm đều thành công là: $\frac{7}{10} \cdot \frac{9}{10} = \frac{63}{100}$

b) Sai: Xác suất cả hai thí nghiệm đều không thành công là: $\frac{3}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{18}{100}$

c) Đúng: Xác suất thí nghiệm thứ nhất thành công và thí nghiệm thứ hai không thành công là:

$$\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{7}{100}$$

d) Sai: Xác suất thí nghiệm thứ nhất không thành công và thí nghiệm thứ hai thành công là:

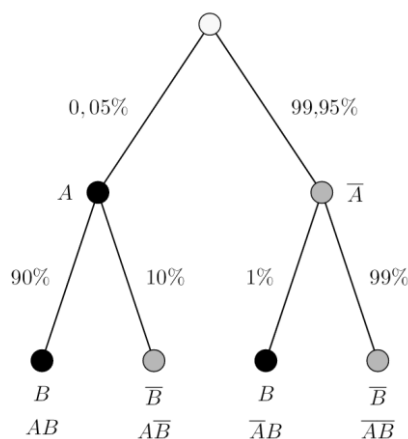
$$\frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{12}{100}$$

Câu 2: Một loại bệnh di truyền có xác suất mắc phải là 0,05% . Nếu mẹ mắc bệnh thì xác suất di truyền sang con là 90% . Nếu mẹ không mắc bệnh thì xác suất con bị bệnh chỉ là 1% . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để cả hai mẹ con đều mắc bệnh là 45% .



- b) Xác suất để cả hai mẹ con đều không mắc bệnh là 99% .
- c) Xác suất nếu mẹ mắc bệnh nhưng con không mắc bệnh là 0,005% .
- d) Xác suất nếu mẹ không mắc bệnh nhưng con mắc bệnh là 1% .

Lời giải

Gọi A là biến cố "Mẹ bị mắc bệnh" và B là biến cố "Con bị mắc bệnh".

Ta có sơ đồ hình cây

- a) Xác suất cả mẹ con đều mắc bệnh là: $0,05\% \cdot 90\% = 0,045\%$.
- b) Xác suất cả hai mẹ con đều không mắc bệnh là: $99,95\% \cdot 99\% = 98,9505\%$
- c) Xác suất mẹ mắc bệnh nhưng con không mắc bệnh là: $0,05\% \cdot 10\% = 0,005\%$.
- d) Xác suất mẹ không mắc bệnh nhưng con mắc bệnh là: $99,95\% \cdot 1\% = 0,9995\%$.

Câu 3: Một nhóm học sinh gồm 12 nam và 13 nữ đi tham quan Công viên nước Hạ Long, tới lúc tham gia trò chơi mỗi học sinh chọn một trong hai trò chơi là Sóng thần hoặc Đảo hải tặc. Xác suất chọn trò chơi Sóng thần của mỗi học sinh nam là 0,6 và của mỗi học sinh nữ là 0,3. Chọn ngẫu nhiên một bạn của nhóm. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất để bạn được chọn là nam là 0,48 .
- b) Xác suất để bạn được chọn là nữ là 0,5 .
- c) Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đảo hải tặc là 0,195 .
- d) Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần là 0,156 .

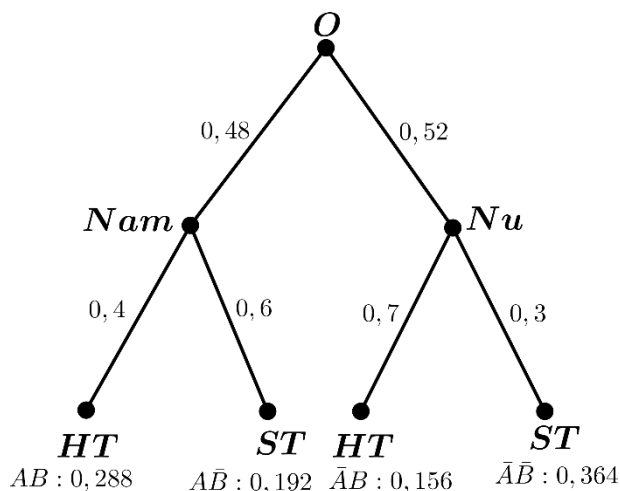
Lời giải

Gọi A là biến cố "chọn được bạn nam" và B là biến cố "chọn được bạn tham gia trò chơi Sóng thần".

- a) Đúng: Nhóm có 12 nam và 13 nữ nên xác suất để chọn được một bạn nam là $\frac{12}{25} = 0,48$.
- b) Sai: Nhóm có 12 nam và 13 nữ nên xác suất để chọn được một bạn nữ là $\frac{13}{25} = 0,52$.

Ta có $P(A) = \frac{12}{25} = 0,48$ và $P(B|A) = 0,6$ và $P(B|\bar{A}) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



c) Sai: Xác suất để bạn được chọn là nam và tham gia trò chơi Đào hải tặc là $P(\bar{A}B) = 0,192$

d) Đúng: Xác suất để bạn được chọn là nữ và tham gia trò chơi Sóng thần $P(\bar{A}B) = 0,156$.

Câu 4: Ở cửa ra vào của nhà sách Nguyễn Văn Cừ có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

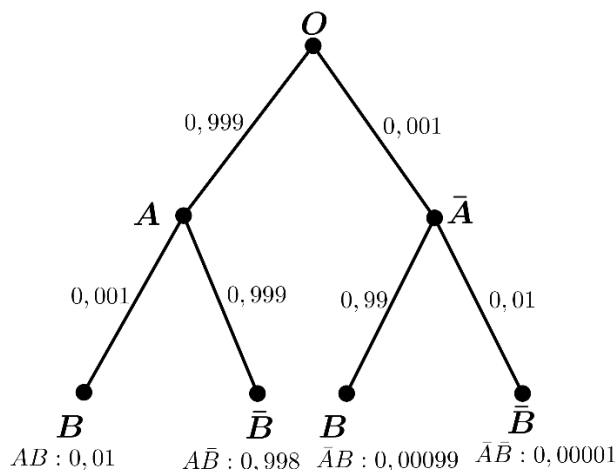
a) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

b) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 1%.

c) Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,1%.

d) Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là 0,001%.

Lời giải



Gọi A là biến cố “Hàng qua cửa đã được thanh toán” và B là biến cố “Thiết bị phát chuông cảnh báo”.



Tỷ lệ hàng qua cửa không được thanh toán là 0,1% tức là $P(\bar{A}) = 0,1\%$

Suy ra $P(A) = 100\% - 0,1\% = 99,9\%$.

Ta có $P(B|A) = 0,1\%$ và $P(B|\bar{A}) = 99\%$;

$P(\bar{B}|A) = 100\% - P(B|A) = 99,9\%$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 100\% - P(B|\bar{A}) = 1\%$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:

a) Đúng: Xác suất để hàng qua cửa đã thanh toán là 99,9%.

b) Sai: Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\bar{AB}) = 0,099\%$

c) Đúng: Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là $P(\bar{AB}) = 0,1\%$

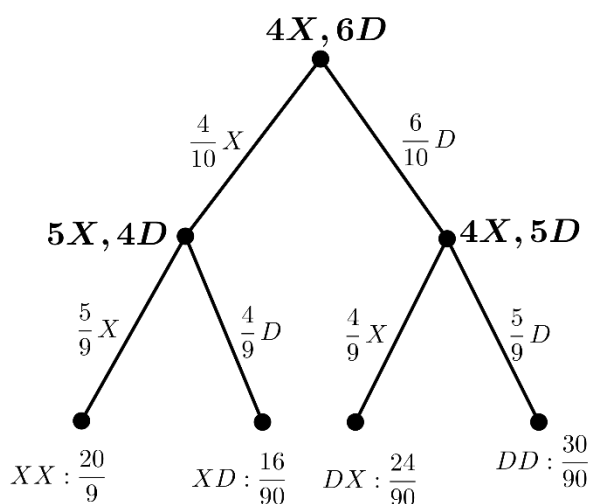
d) Đúng: Xác suất để hàng qua cửa chưa thanh toán và thiết bị không phát chuông cảnh báo là $P(\bar{AB}) = 0,001\%$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 4 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, Sau đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất các biến cố: A: “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh và viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ” là $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$.

Lời giải

Ta có sơ đồ hình cây



Vậy ta có: $P(A) = \frac{16}{90} = \frac{8}{45} \Rightarrow a = 8; b = 45 \Rightarrow a + b = 53$.

Câu 2: Một người săn thỏ trong rừng, khả năng anh ta bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn. Anh ta bắn lần đầu ở khoảng cách 20m với xác suất trúng thỏ là 0,5; nếu bị trượt anh ta bắn viên thứ hai ở khoảng cách 30m; nếu lại trượt anh ta bắn viên thứ ba ở khoảng cách 40m. Tính xác suất để người thợ săn bắn được thỏ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ hai”

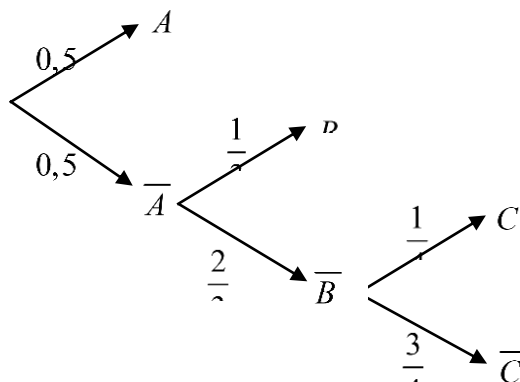
Gọi C là biến cố “Người thợ săn bắn trúng thỏ ở lần thứ ba”

Ta có: $P(A) = 0,5$

Vì xác suất bắn trúng thỏ trong mỗi lần bắn tỷ lệ nghịch với khoảng cách bắn nên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{20 \cdot 0,5}{30} = \frac{1}{3}; \quad P(C|\bar{A} \cdot \bar{B}) = \frac{20 \cdot 0,5}{40} = \frac{1}{4}$$

Ta có sơ đồ cây



Xác suất để người thợ săn bắn được thỏ l

$$P(A) + P(\bar{A}B) + P(\bar{A}\bar{B}C) = 0,5 + 0,5 \cdot \frac{1}{3} + 0,5 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = 0,75.$$

Câu 3: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố B : "Hai viên bi lấy ra có cùng màu".

Lời giải

Gọi X là biến cố: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh".

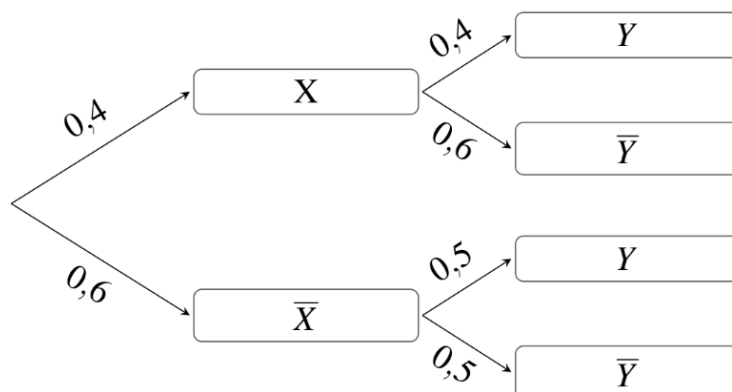
Y là biến cố: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ".

Ta có $P(Y|X) = 0,4$; $P(Y|\bar{X}) = 0,5$; $P(X) = 0,4$.

Do đó $P(\bar{X}) = 1 - P(X) = 0,6$; $P(\bar{Y}|X) = 1 - P(Y|X) = 0,6$

$P(\bar{Y}|\bar{X}) = 1 - P(Y|\bar{X}) = 0,5$.

Ta có sơ đồ hình cây như sau:



$$P(B) = P(X\bar{Y}) + P(\bar{X}Y) = 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,5 = 0,54.$$

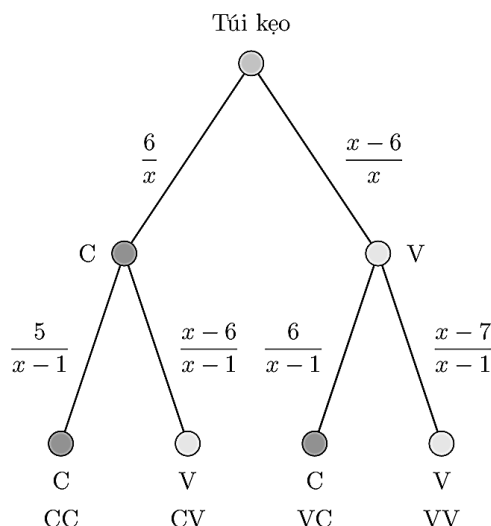
Câu 4: Trong một túi có một số chiếc kẹo cùng loại, chỉ khác màu, trong đó có 6 cái kẹo màu cam, còn lại là kẹo màu vàng. Hà lấy ngẫu nhiên một cái kẹo từ trong túi, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm một cái kẹo khác từ trong túi. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là $\frac{1}{3}$. Hỏi ban đầu trong túi có bao nhiêu cái kẹo?

Lời giải

Gọi số kẹo là $x (x > 6)$ thì số kẹo màu vàng là $x - 6$.

Khi Hà lấy được chiếc kẹo màu cam thì số kẹo trong túi là $x - 1$ và số kẹo cam còn lại trong túi là 5 cái.

Ta có sơ đồ cây:



Xác suất để Hà lấy được cả hai cái kẹo màu cam là

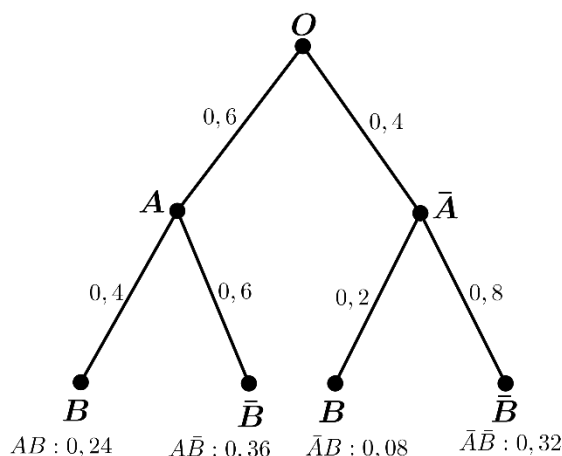
$$\frac{6}{x} \cdot \frac{5}{x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 - x - 90 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \text{ (loại)} \\ x = 10 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy ban đầu trong túi có 10 cái kẹo.

Câu 5: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “Ngày có mưa” và B là biến cố “Ngày có sương mù”. Tính các xác suất ngày có mưa và có sương mù.

Lời giải

Ta có sơ đồ cây như sau :



Xác suất để ngày có mưa nhưng có sương mù là $P(AB) = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24$.



Câu 6: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 5 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ hai. Tính xác suất của biến cố C : “Hai viên bi lấy ra khác màu”.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có màu xanh”

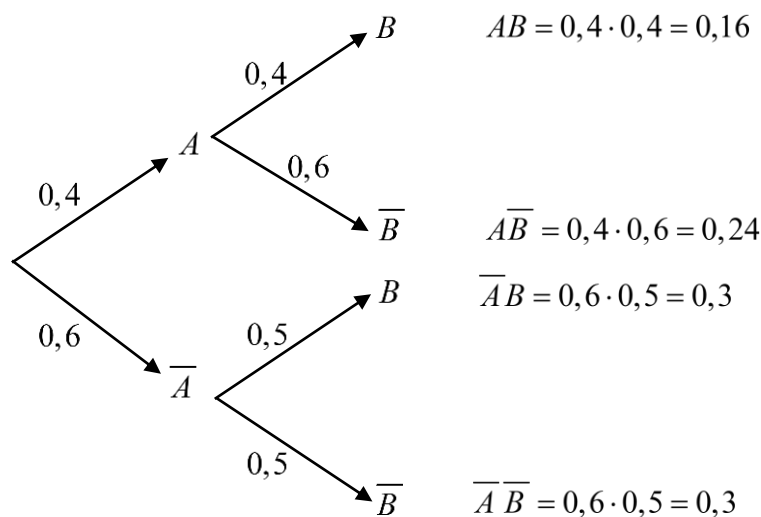
Gọi B là biến cố “Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai có màu đỏ”

Ta có: $P(A) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,4 = 0,6$

$$P(B|A) = \frac{4}{10} = 0,4; \quad P(\overline{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$P(B|\overline{A}) = \frac{5}{10} = 0,5; \quad P(\overline{B}|\overline{A}) = 1 - P(B|\overline{A}) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Ta có sơ đồ cây



Dựa vào sơ đồ cây, ta có $P(C) = P(AB) + P(\overline{A}\overline{B}) = 0,16 + 0,3 = 0,46$.

-----HẾT-----