

# QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

## BÀI 11: HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG



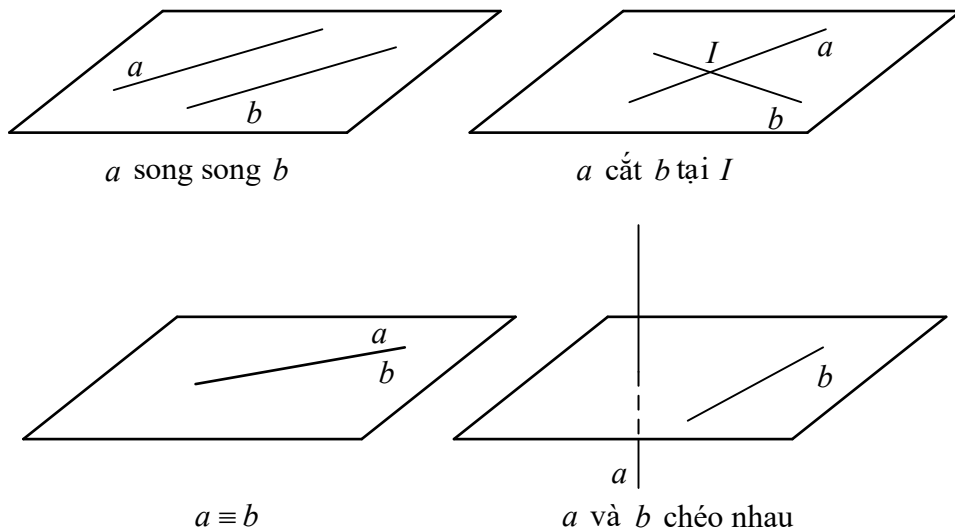
### LÝ THUYẾT.

#### 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian.

- Nếu  $a$  và  $b$  cùng nằm trong một mặt phẳng thì ta nói  $a$  và  $b$  **đồng phẳng**. Khi đó,  $a$  và  $b$  có thể cắt nhau, song song với nhau hoặc trùng nhau.
- Nếu  $a$  và  $b$  không cùng nằm trong bất kì mặt phẳng nào thì ta nói  $a$  và  $b$  **chéo nhau**. Khi đó, ta cũng nói  $a$  chéo với  $b$ , hoặc  $b$  chéo với  $a$ .

Do đó: Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$  trong không gian. Khi đó, giữa hai đường thẳng sẽ có 4 vị trí tương đối



#### Định nghĩa:

- Hai đường thẳng gọi là **đồng phẳng** nếu chúng cùng nằm trong một mặt phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là **chéo nhau** nếu chúng không đồng phẳng.
- Hai đường thẳng gọi là **song song** nếu chúng đồng phẳng và không có điểm chung.
- Có đúng một mặt phẳng chứa hai đường thẳng song song.

## **2. TÍNH CHẤT HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG**

### **Tính chất 1:**

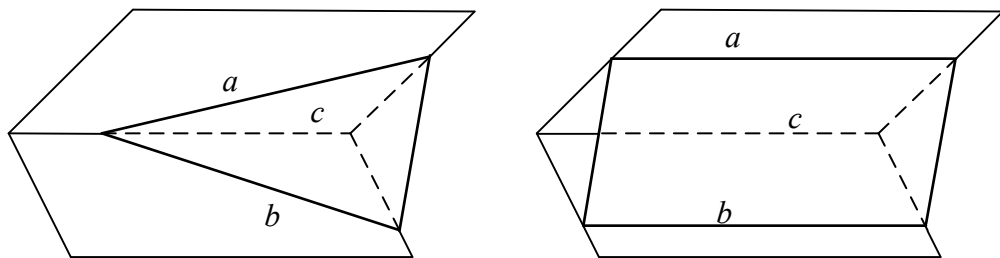
Trong không gian, qua một điểm không nằm trên một đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đó.

### **Tính chất 2:**

Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

### **Định lý:**

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy đồng quy hoặc đôi một song song.



### **☑ Chú ý:**

Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng song song với hai đường thẳng đó

## **II HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

### **DẠNG 1: CHỨNG MINH HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG**

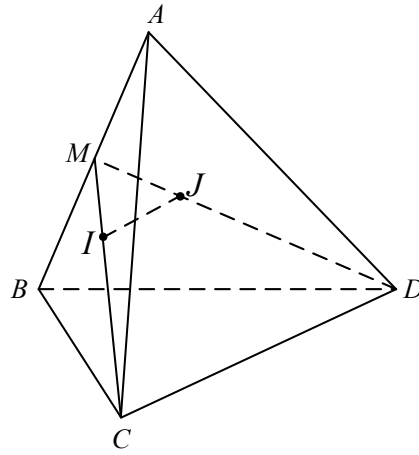
## **1 PHƯƠNG PHÁP.**

- ❶ Cách 1: Sử dụng tính chất đường trung bình, định lí Ta-let để chứng minh hai đường thẳng song song.
- ❷ Cách 2: Chứng minh hai đường thẳng đó cùng song song với đường thẳng thứ ba.
- ❸ Cách 3: Áp dụng định lí giao tuyến của 3 mặt phẳng và hệ quả của nó.

## **2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**Câu 1:** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $I$ ;  $J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABC$ ,  $ABD$ . Chứng minh rằng:  $IJ \parallel CD$ .

**Lời giải**



Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$

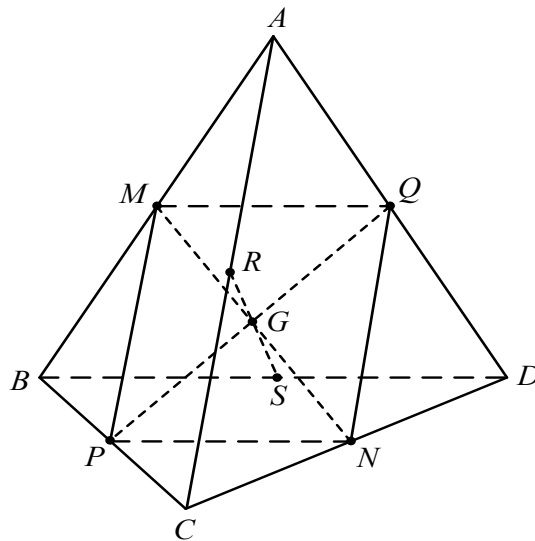
Xét tam giác  $ABC$  có:  $\frac{MI}{MC} = \frac{1}{3}$

Xét tam giác  $ABD$  có:  $\frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3}$

Do  $\frac{MI}{MC} = \frac{MJ}{MD} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ \parallel CD$

**Câu 2:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N, P, Q, R, S$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, BC, AD, AC, BD$ . Chứng minh  $MPNQ$  là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn  $MN, PQ, RS$  cắt nhau tại trung điểm  $G$  của mỗi đoạn.

**Lời giải**



Ta có:  $MQ$  là đường trung bình của tam giác  $ABD \Rightarrow \begin{cases} MQ \parallel DB \\ MQ = \frac{1}{2}BD \end{cases} \quad (1)$

$NP$  là đường trung bình của tam giác  $BCD \Rightarrow \begin{cases} PN \parallel BD \\ PN = \frac{1}{2}BD \end{cases} \quad (2)$

Từ (1); (2)  $\Rightarrow PN // QM$  và  $PN = QM$

Vậy  $MPNQ$  là hình bình hành.

$\Rightarrow MN$  và  $PQ$  cắt nhau tại trung điểm  $G$  của mỗi đường.

Chứng minh tương tự, ta có:  $QRPS$  là hình bình hành

$\Rightarrow QP$  và  $RS$  cắt nhau tại trung điểm  $G$  của mỗi đường.

Vậy  $MN, PQ, RS$  cắt nhau tại trung điểm  $G$  của mỗi đoạn.



## **BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

**Câu 3:** Cho hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung cùng nằm trong một mặt phẳng thì hai đường thẳng đó

- A.** song song.                      **B.** chéo nhau.                      **C.** cắt nhau.                      **D.** trùng nhau.

**Lời giải**

**Câu 4:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng không có điểm chung là hai đường thẳng song song hoặc chéo nhau.  
**B.** Hai đường thẳng chéo nhau khi chúng không có điểm chung.  
**C.** Hai đường thẳng song song khi chúng ở trên cùng một mặt phẳng.  
**D.** Khi hai đường thẳng ở trên hai mặt phẳng thì hai đường thẳng đó chéo nhau.

**Lời giải**

**Câu 5:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.  
**B.** Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.  
**C.** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.  
**D.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

**Lời giải**

**Câu 6:** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

- A.** Hai đường thẳng phân biệt có không quá một điểm chung.  
**B.** Hai đường thẳng cắt nhau thì không song song với nhau.  
**C.** Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

**Lời giải**

**Câu 7:** Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.  
**B.** Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng phân biệt thì chúng chéo nhau.  
**C.** Hai đường thẳng nằm trong một mặt phẳng thì chúng không chéo nhau.  
**D.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.

**Lời giải**

**Câu 8:** Mệnh đề nào **đúng**?

- A.** Hai đường thẳng phân biệt cùng nằm trong một mặt phẳng thì không chéo nhau.

- B.** Hai đường thẳng phân biệt không cắt nhau thì chéo nhau.  
**C.** Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.  
**D.** Hai đường thẳng phân biệt lần lượt thuộc hai mặt phẳng khác nhau thì chéo nhau.

**Lời giải**

**Câu 9:** Chọn mệnh đề **đúng**.

- A.** Không có mặt phẳng nào chứa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  thì ta nói  $a$  và  $b$  chéo nhau.  
**B.** Hai đường thẳng song song nhau nếu chúng không có điểm chung.  
**C.** Hai đường thẳng cùng song song với một đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.  
**D.** Hai đường thẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**Lời giải**

**Câu 10:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Có bao nhiêu mặt phẳng chứa  $a$  và song song với  $b$ ?

- A.** Vô số.                      **B.** 1.                      **C.** 2.                      **D.** 0.

**Lời giải**

**Câu 11:** Cho  $a; b$  là hai đường thẳng song song với nhau. Chọn khẳng định **sai**:

- A.** Hai đường thẳng  $a$  và  $b$  cùng nằm trong một mặt phẳng.  
**B.** Nếu  $c$  là đường thẳng song song với  $a$  thì  $c$  song song hoặc trùng với  $b$ .  
**C.** Mọi mặt phẳng cắt  $a$  đều cắt  $b$ .  
**D.** Mọi đường thẳng cắt  $a$  đều cắt  $b$ .

**Lời giải**

**Câu 12:** Cho hai đường thẳng  $a$  và  $b$ . Điều kiện nào sau đây đủ để kết luận  $a$  và  $b$  chéo nhau?

- A.**  $a$  và  $b$  không có điểm chung.  
**B.**  $a$  và  $b$  là hai cạnh của một hình tứ diện.  
**C.**  $a$  và  $b$  nằm trên hai mặt phẳng phân biệt.  
**D.**  $a$  và  $b$  không cùng nằm trên bất kỳ mặt phẳng nào.

**Lời giải**

**Câu 13:** Trong không gian, hai đường thẳng không đồng phẳng chỉ có thể:

- A.** Song song với nhau.    **B.** Cắt nhau.                      **C.** Trùng nhau.                      **D.** Chéo nhau.

**Lời giải**

**Câu 14:** Trong không gian, nếu hai đường thẳng không có điểm chung thì ta có thể kết luận gì về hai đường thẳng đó?

- A.** Song song với nhau.                      **B.** Chéo nhau.  
**C.** Cùng thuộc một mặt phẳng.                      **D.** Hoặc song song hoặc chéo nhau.

**Lời giải**

**Câu 15:** Mệnh đề nào sau đây là **sai**? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng chéo nhau có thể là:

- A.** Hai đường thẳng chéo nhau.                      **B.** Hai đường thẳng cắt nhau.  
**C.** Hai đường thẳng song song với nhau.                      **D.** Hai đường thẳng phân biệt.

**Lời giải**

**Câu 16:** Mệnh đề nào sau đây sai? Qua một phép chiếu song song, hình chiếu của hai đường thẳng cắt nhau có thể là:

- A. Hai đường thẳng cắt nhau.
- B.** Hai đường thẳng song song với nhau.
- C. Hai đường thẳng trùng nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt.

Lời giải

- Câu 17:** Trong không gian, cho ba đường thẳng  $a; b; c$ . Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **đúng**?
- A. Nếu hai đường thẳng cùng chéo với một đường thẳng thứ ba thì chúng chéo nhau.
  - B. Nếu hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
  - C.** Nếu  $a // b$  và  $b; c$  chéo nhau thì  $a$  và  $c$  chéo nhau hoặc cắt nhau.
  - D. Nếu  $a$  và  $b$  cắt nhau,  $b$  và  $c$  cắt nhau thì  $a$  và  $c$  cắt nhau hoặc song song.

Lời giải

- Câu 18:** Cho các mệnh đề sau:
- (I) Hai đường thẳng song song thì đồng phẳng.
  - (II) Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
  - (III) Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
  - (IV) Hai đường thẳng chéo nhau thì không đồng phẳng.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- A. 1.
- B.** 3.
- C. 4.
- D. 2.

Lời giải

- Câu 19:** Trong không gian cho hai đường thẳng song song  $a$  và  $b$ . Kết luận nào sau đây đúng?
- A. Nếu  $c$  cắt  $a$  thì  $c$  cắt  $b$ .
  - B. Nếu  $c$  chéo  $a$  thì  $c$  chéo  $b$ .
  - C. Nếu  $c$  cắt  $a$  thì  $c$  chéo  $b$ .
  - D.** Nếu đường thẳng  $c$  song song với  $a$  thì  $c$  song song hoặc trùng  $b$ .

Lời giải

- Câu 20:** Trong không gian, cho 3 đường thẳng  $a, b, c$ , biết  $a // b$ ,  $a$  và  $c$  chéo nhau. Khi đó hai đường thẳng  $b$  và  $c$ :
- A. Trùng nhau hoặc chéo nhau.
  - B.** Cắt nhau hoặc chéo nhau.
  - C. Chéo nhau hoặc song song.
  - D. Song song hoặc trùng nhau.

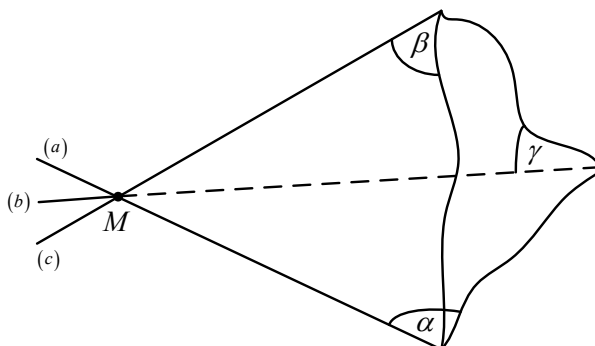
Lời giải

**Chọn B**

Giả sử  $b // c \Rightarrow c // a$ . **Chọn B**

- Câu 21:** Nếu ba đường thẳng không cùng nằm trong một mặt phẳng và đôi một cắt nhau thì ba đường thẳng đó
- A.** đồng quy.
  - B. tạo thành tam giác.
  - C. trùng nhau.
  - D. cùng song song với một mặt phẳng.

**Lời giải**



Đặt  $(\alpha) \equiv (a; b)$ ;  $(\beta) \equiv (a; c)$ ;  $(\gamma) \equiv (b; c)$

Ta thấy, ba mặt phẳng  $(\alpha); (\beta); (\gamma)$  cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt và ba giao tuyến  $(a); (b); (c)$  đôi một cắt nhau nên chúng đồng quy tại  $M$ .

**Câu 22:** Cho một tứ diện. Số cặp đường thẳng chứa cạnh của tứ diện đó mà chéo nhau là?

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Câu 23:** Cho hình bình hành  $ABCD$ . Qua đỉnh  $A$ , kẻ đường thẳng  $a$  song song với  $BD$  và qua đỉnh  $C$  kẻ đường thẳng  $b$  không song song với  $BD$ . Khi đó:

- A.** Đường thẳng  $a$  và đường thẳng  $b$  chéo nhau.  
**B.** Đường thẳng  $a$  và đường thẳng  $b$  cắt nhau.  
**C.** Đường thẳng  $a$  và đường thẳng  $b$  không có điểm chung.  
**D.** Nếu  $a$  và  $b$  không chéo nhau thì chúng cắt nhau.

**Lời giải**

**Câu 24:** Cho hai đường thẳng  $a; b$  chéo nhau. Một đường thẳng  $c$  song song với  $a$ . Có bao nhiêu vị trí tương đối giữa  $b$  và  $c$ ?

- A.** 1.                      **B.** 2.                      **C.** 3.                      **D.** 4.

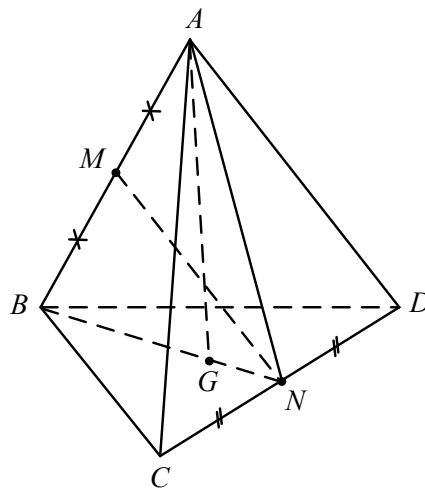
**Lời giải**

Nếu  $c \parallel b$  thì  $a \parallel b \Rightarrow c$  cắt  $b$  hoặc  $c$  và  $b$  chéo nhau.

**Câu 25:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $AB$  và  $CD$ . Gọi  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Đường thẳng  $AG$  cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

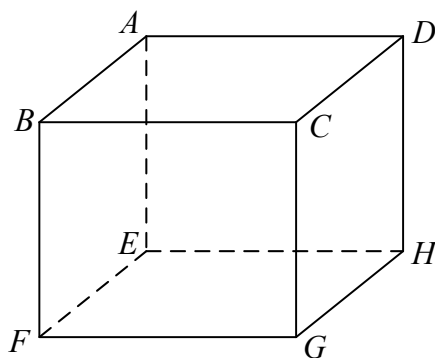
- A.** Đường thẳng  $MN$ .    **B.** Đường thẳng  $CM$ .    **C.** Đường thẳng  $DN$ .    **D.** Đường thẳng  $CD$ .

**Lời giải**



Do  $AG$  và  $MN$  cùng nằm trong mặt phẳng  $(ABN)$  nên hai đường thẳng cắt nhau.

**Câu 26:** Cho hình hộp  $ABCD.EFGH$ . Mệnh đề nào sau đây **sai**?



**A.**  $BG$  và  $HD$  chéo nhau.

**B.**  $BF$  và  $AD$  chéo nhau.

**C.**  $AB$  song song với  $HG$ .

**D.**  $CG$  cắt  $HE$ .

**Lời giải**

Do  $CG$  và  $HE$  không cùng nằm trong một mặt phẳng nên hai đường thẳng này chéo nhau.

**Câu 27:** Cho tứ diện  $ABCD$ , gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Đường thẳng  $IJ$  song song với đường nào?

**A.**  $AB$ .

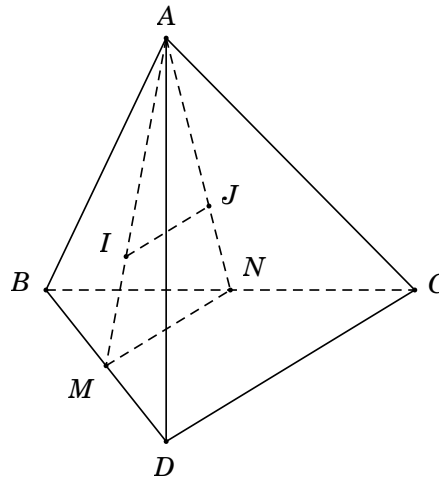
**B.**  $CD$ .

**C.**  $BC$ .

**D.**  $AD$ .

**Lời giải**





Gọi  $N, M$  lần lượt là trung điểm của  $BC, BD$ .

$\Rightarrow MN$  là đường trung bình của tam giác  $BCD \Rightarrow MN \parallel CD$  (1)

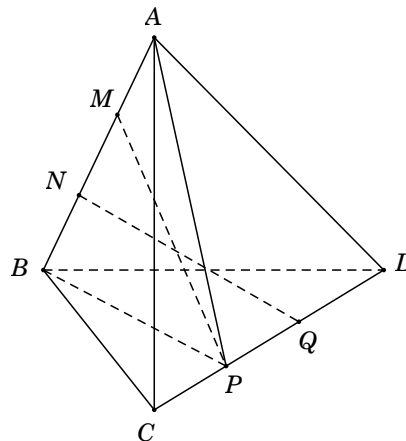
$J; I$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $ABC$  và  $ABD \Rightarrow \frac{AI}{AM} = \frac{AJ}{AN} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel MN$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra:  $IJ \parallel CD$ . **Chọn B**

**Câu 28:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng  $AB$ ;  $P, Q$  là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng  $CD$ . Xác định vị trí tương đối của  $MQ$  và  $NP$ .

**A.**  $MQ$  cắt  $NP$ . **B.**  $MQ \parallel NP$ . **C.**  $MQ \equiv NP$ . **D.**  $MQ, NP$  chéo nhau.

**Lời giải**



Xét mặt phẳng  $(ABP)$ .

Ta có:  $M, N$  thuộc  $AB \Rightarrow M, N$  thuộc mặt phẳng  $(ABP)$ .

Mặt khác:  $CD \cap (ABP) = P$ .

Mà:  $Q \in CD \Rightarrow Q \notin (ABP) \Rightarrow M, N, P, Q$  không đồng phẳng  $\Rightarrow MQ$  và  $NP$  chéo nhau.

**Câu 29:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành tâm  $O$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $SA$  và  $SC$ . Đường thẳng  $IJ$  song song với đường thẳng nào?

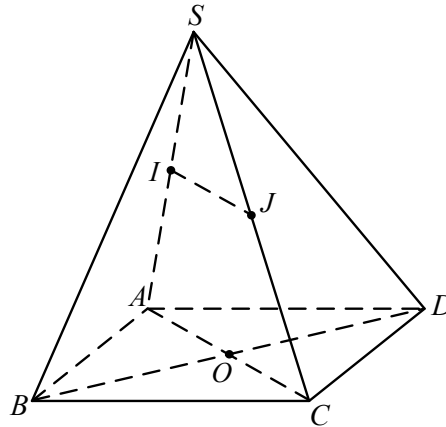
A.  $BC$ .

B.  $AC$ .

C.  $SO$ .

D.  $BD$ .

Lời giải



Dễ dàng thấy được:  $IJ$  là đường trung bình của tam giác  $SAC \Rightarrow IJ \parallel AC$ .

**Câu 30:** Trong mặt phẳng  $(P)$ , cho hình bình hành  $ABCD$ . Vẽ các tia  $Bx, Cy, Dz$  song song với nhau, nằm cùng phía với mặt phẳng  $(ABCD)$ , đồng thời không nằm trong mặt phẳng  $(ABCD)$ . Một mặt phẳng đi qua  $A$ , cắt  $Bx, Cy, Dz$  tương ứng tại  $B', C', D'$  sao cho  $BB' = 2, DD' = 4$ . Tính  $CC'$ .

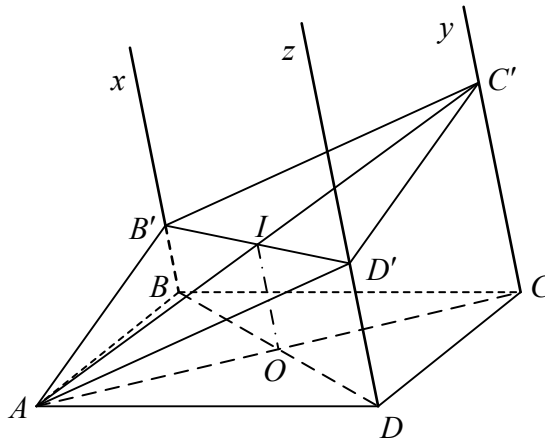
A. 6.

B. 8.

C. 2.

D. 3.

Lời giải



Ta có:  $AB'C'D'$  là hình bình hành.

$AC' \cap BD' = I$  và  $AC \cap BD = O \Rightarrow OI$  là đường trung bình của tam giác  $ACC' \Rightarrow CC' = 2OI$ .

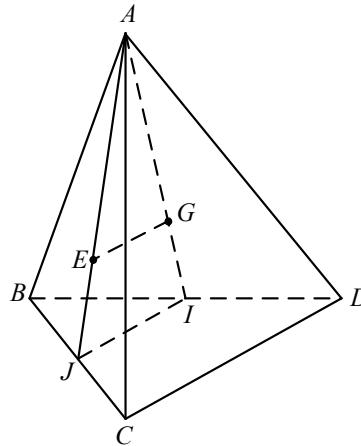
$BB'D'D$  là hình thang có  $OI$  là đường trung bình  $\Rightarrow OI = \frac{BB' + DD'}{2} = 3$ .

Vậy  $CC' = 6$ .

**Câu 31:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $G$  và  $E$  lần lượt là trọng tâm của tam giác  $ABD$  và  $ABC$ . Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A.**  $GE \parallel CD$ .      **B.**  $GE$  cắt  $AD$ .  
**C.**  $GE$  cắt  $CD$ .      **D.**  $GE$  và  $CD$  chéo nhau.

**Lời giải**



Ta có:  $\frac{AG}{AI} = \frac{AE}{AJ} = \frac{2}{3} \Rightarrow EG \parallel IJ$

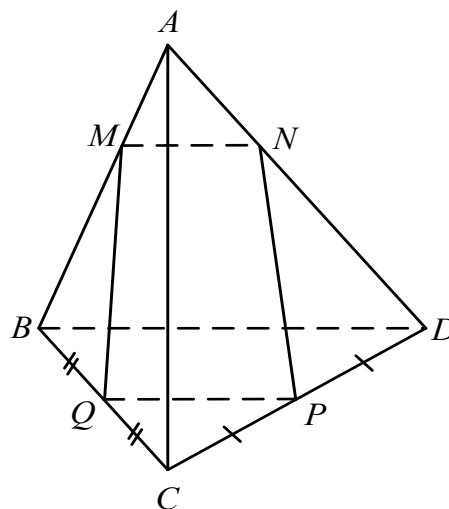
Mà  $IJ \parallel CD$

$\Rightarrow EG \parallel CD$ .

**Câu 32:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, AD$  lần lượt lấy các điểm  $M, N$  sao cho  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3}$ . Gọi  $P, Q$  lần lượt là trung điểm các cạnh  $CD, CB$ . Mệnh đề nào sau đây đúng

- A.** Tứ giác  $MNPQ$  là một hình thang.  
**B.** Tứ giác  $MNPQ$  là hình bình hành.  
**C.** Bốn điểm  $M, N, P, Q$  không đồng phẳng.  
**D.** Tứ giác  $MNPQ$  không có các cặp cạnh đối nào song song.

**Lời giải**



Xét tam giác  $ABD$  có:  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN \parallel BD$

Xét tam giác  $BCD$  có :  $PQ$  là đường trung bình của tam giác  $\Rightarrow PQ \parallel BD$

Vậy  $PQ \parallel MN \Rightarrow MNPQ$  là hình thang.

**Câu 33:** Cho hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$ . Lấy  $A, B$  thuộc  $a$  và  $C, D$  thuộc  $b$ . Khẳng định nào sau đây **đúng** khi nói về hai đường thẳng  $AD$  và  $BC$ ?

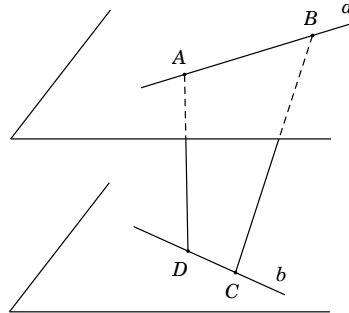
**A.** Có thể song song hoặc cắt nhau.

**B.** Cắt nhau.

**C.** Song song nhau.

**D.** Chéo nhau.

**Lời giải**



Theo giả thiết,  $a$  và  $b$  chéo nhau  $\Rightarrow a$  và  $b$  không đồng phẳng.

Giả sử  $AD$  và  $BC$  đồng phẳng.

• Nếu  $AD \cap BC = I \Rightarrow I \in (ABCD) \Rightarrow I \in (a; b)$ . Mà  $a$  và  $b$  không đồng phẳng, do đó, không tồn tại điểm  $I$ .

• Nếu  $AD \parallel BC \Rightarrow a$  và  $b$  đồng phẳng.

Vậy điều giả sử là sai. Do đó  $AD$  và  $BC$  chéo nhau. Cho tứ diện  $ABCD$  với  $M, N, P, Q$  lần lượt là trung điểm của  $AC, BC, BD, AD$ . Tìm điều kiện để  $MNPQ$  là hình thoi.

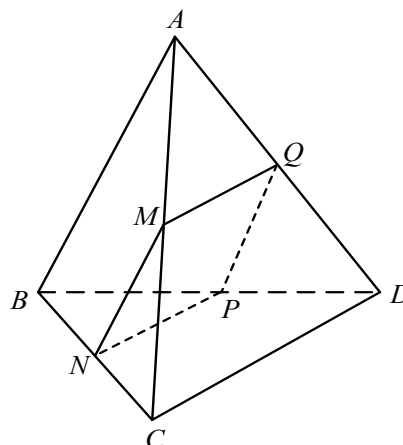
**A.**  $AB = BC$ .

**B.**  $BC = AD$ .

**C.**  $AC = BD$ .

**D.**  $AB = CD$ .

**Lời giải**



Xét tam giác  $ABC$  có:  $MN = \frac{1}{2} AB$

Xét tam giác  $ABD$  có:  $PQ = \frac{1}{2} AB$

$$\Rightarrow MN = PQ$$

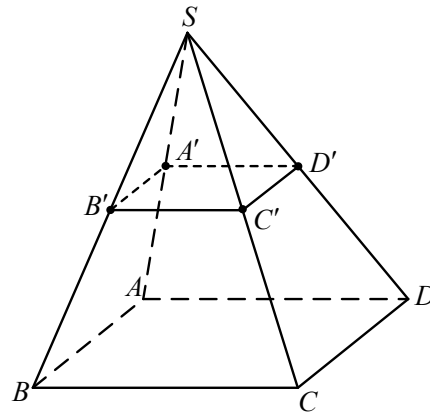
Chứng minh tương tự, ta có:  $MQ = NP$

Vậy  $MNPQ$  là hình bình hành

Để  $MNPQ$  là hình thoi  $\Leftrightarrow MN = NP \Leftrightarrow AB = CD$ .

- Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Gọi  $A', B', C', D'$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $SA, SB, SC, SD$ . Trong các đường thẳng sau đây, đường thẳng nào không song song với  $A'B'$  ?
- A.**  $AB$ .                      **B.**  $CD$ .                      **C.**  $C'D'$ .                      **D.**  $SC$ .

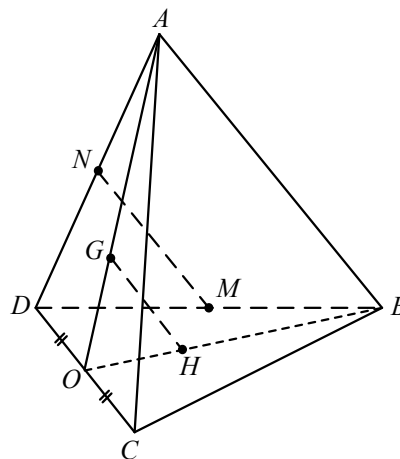
**Lời giải**



Do  $A'B'$  và  $SC$  không đồng phẳng nên  $A'B'$  và  $SC$  không song song nhau.

- Câu 35:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Các điểm  $M, N$  lần lượt là trung điểm  $BD, AD$ . Các điểm  $H, G$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $BCD, ACD$ . Đường thẳng  $HG$  chéo với đường thẳng nào sau đây?
- A.**  $MN$ .                      **B.**  $CD$ .                      **C.**  $CN$ .                      **D.**  $AB$ .

**Lời giải**



$$\text{Do } \frac{OG}{OA} = \frac{OH}{OB} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG \parallel AB$$

Xét tam giác  $ABD$  có:  $MN \parallel AB \Rightarrow HG \parallel MN$

Lại có:  $HG \cap CN = G$

Vậy  $HG$  và  $CD$  chéo nhau.

**Câu 36:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là một hình thang với đáy  $AD$  và  $BC$ . Biết  $AD = a, BC = b$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trọng tâm các tam giác  $SAD$  và  $SBC$ . Mặt phẳng  $(ADJ)$  cắt  $SB, SC$  lần lượt tại  $M, N$ . Mặt phẳng  $(BCI)$  cắt  $SA, SD$  tại  $P, Q$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

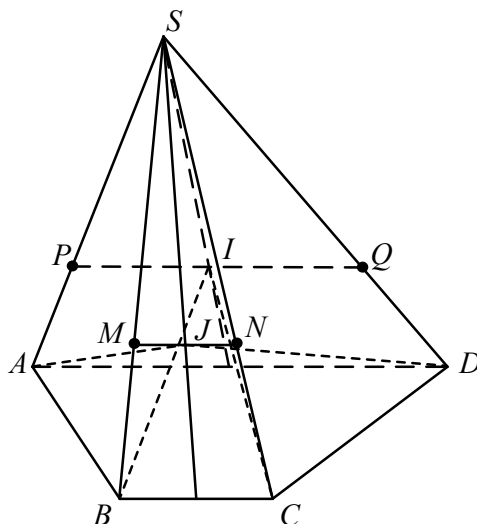
**A.**  $MN$  song song với  $PQ$ .

**B.**  $MN$  chéo với  $PQ$ .

**C.**  $MN$  cắt với  $PQ$ .

**D.**  $MN$  trùng với  $PQ$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN = (ADJ) \cap (SBC) \\ AD \subset (ADJ); BC \subset (SBC) \Rightarrow MN \parallel AD \parallel BC \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

$$\text{Tương tự: } \begin{cases} PQ = (IBC) \cap (SAD) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (IBC) \Rightarrow PQ \parallel AD \parallel BC \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

Vậy  $MN \parallel PQ$ .

## DẠNG 2: TÌM GIAO TUYẾN CỦA HAI MẶT PHẪNG



### PHƯƠNG PHÁP.

❶ **Cách 1:** Tìm hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

❷ **Cách 2:** Nếu hai mặt phẳng  $(P); (Q)$  lần lượt chứa hai đường thẳng song song  $a, b$  và có 1 điểm chung  $M$  thì  $(P) \cap (Q) = Mx$  với  $Mx \parallel (a) \parallel (b)$ .

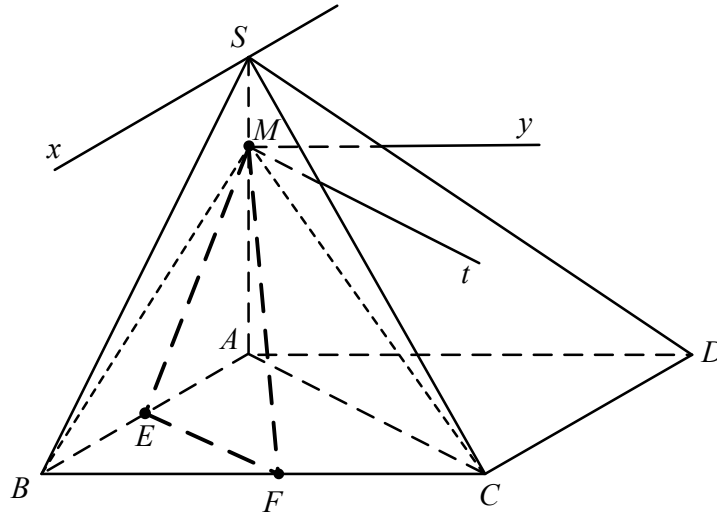


### BÀI TẬP TỰ LUẬN.

**Câu 37:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SA$ , điểm  $E$  và  $F$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $BC$ .

- 1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$ .
- 2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBC)$  và  $(SAD)$ .
- 3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MEF)$  và  $(SAC)$ .

**Lời giải**



1) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAB)$  và  $(SCD)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD) \text{ với } Sx // AB // CD \\ AB // CD \end{cases}$$

2) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MBC)$  và  $(SAD)$

$$\text{Lại có: } \begin{cases} M \in SA \subset (SAD) \\ M \in (MBC) \end{cases} \Rightarrow M \in (MBC) \cap (SAD)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (MBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (SBC); AD \subset (SAD) \Rightarrow My = (MBC) \cap (SAD) \text{ với } My // BC // AD \\ BC // AD \end{cases}$$

3) Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MEF)$  và  $(SAC)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in SA \subset (SAC) \\ M \in (MEF) \end{cases} \Rightarrow M \in (MEF) \cap (SAC)$$

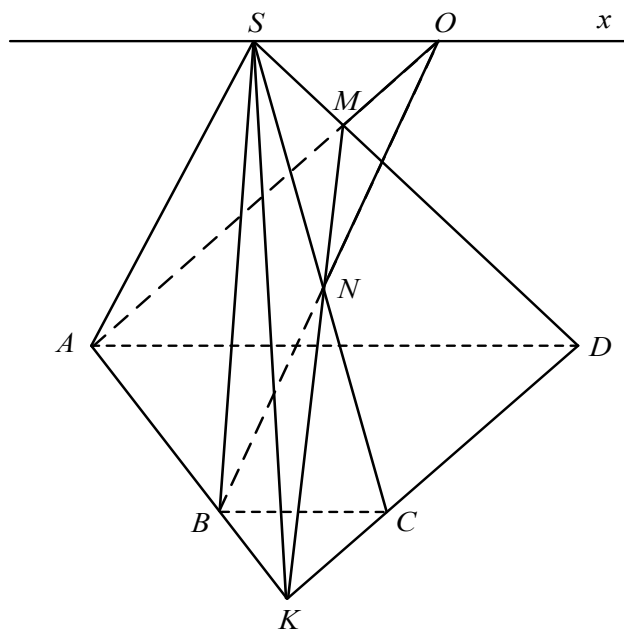
Xét tam giác  $ABC$  có:  $EF$  là đường trung bình của tam giác  $\Rightarrow EF // AC$

$$\text{Do } \begin{cases} M \in (MEF) \cap (SAC) \\ EF \subset (MEF); AC \subset (SAC) \Rightarrow Mt = (MEF) \cap (SAC) \text{ với } EF // AC // Mt. \\ EF // AC \end{cases}$$

**Câu 38:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ . Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn  $AD$ ,  $AB$  cắt  $CD$  tại  $K$ , điểm  $M$  thuộc cạnh  $SD$ .

- 1) Xác định giao tuyến  $(d)$  của  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Tìm giao điểm  $N$  của  $KM$  và  $(SBC)$ .
- 2) Chứng minh rằng:  $AM, BN, (d)$  đồng quy.

**Lời giải**



1) Xác định giao tuyến  $(d)$  của  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Tìm giao điểm  $N$  của  $KM$  và  $(SBC)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} S \in (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \Rightarrow Sx = (SAD) \cap (SBC) \text{ với } Sx // AD // BC \\ AD // BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow (d) \equiv Sx$$

$$\text{Trong } (SCD) \text{ gọi } N = KM \cap SC \Rightarrow \begin{cases} N \in KM \\ N \in SC \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow N = KM \cap (SBC)$$

2) Chứng minh rằng:  $AM, BN, (d)$  đồng quy

$$\text{Ta có: } (d) = (SAD) \cap (SBC)$$

Trong  $(AMK)$  gọi  $O$  là giao điểm của  $AM$  và  $BN$



$$\Rightarrow \begin{cases} O \in AM \subset (SAD) \\ O \in BN \subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow O \in (d)$$

Vậy ba đường thẳng  $(d)$ ;  $BN$ ;  $AM$  đồng quy tại  $O$ .



## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

**Câu 39:** Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng sẽ :

- A.** Song song với hai đường thẳng đó.
- B.** Song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- C.** Trùng với một trong hai đường thẳng đó.
- D.** Cắt một trong hai đường thẳng đó.

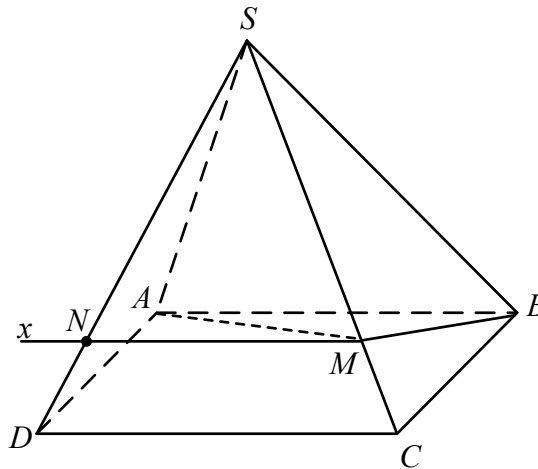
**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Điểm  $M$  thuộc cạnh  $SC$  sao cho  $SM = 3MC$ ,  $N$  là giao điểm của  $SD$  và  $(MAB)$ . Khi đó, hai đường thẳng  $CD$  và  $MN$  là hai đường thẳng:

- A.** Cắt nhau.
- B.** Chéo nhau.
- C.** Song song.
- D.** Có hai điểm chung.

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } \begin{cases} M \in (MAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (MAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (MAB) \cap (SCD) \text{ với } Mx \parallel CD \parallel AB \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

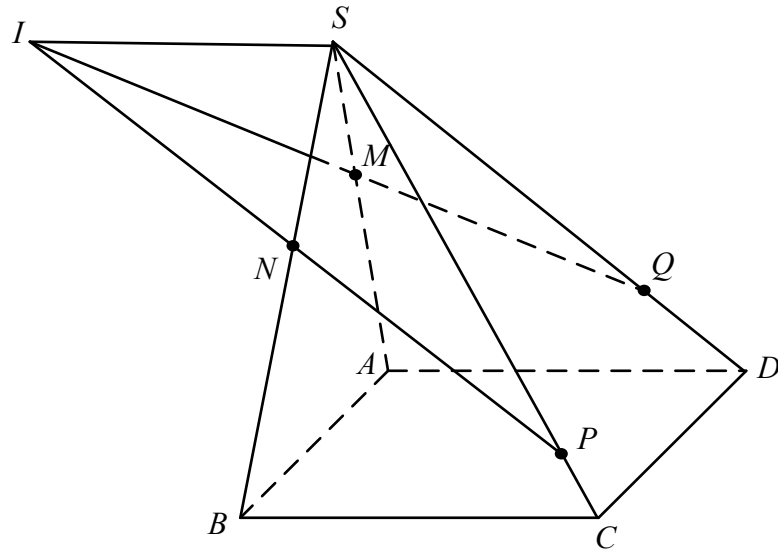
$$\text{Gọi } N = Mx \cap SD \text{ trong } (SCD) \Rightarrow N = SD \cap (MAB)$$

Vậy  $MN$  song song với  $CD$ .

**Câu 41:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình chữ nhật. Mặt phẳng  $(P)$  cắt các cạnh  $SA$ ,  $SB$ ,  $SC$ ,  $SD$  lần lượt tại  $M$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $Q$ . Gọi  $I$  là giao điểm của  $MQ$  và  $NP$ . Câu nào sau đây đúng?

- A.**  $SI \parallel AB$ .
- B.**  $SI \parallel AC$ .
- C.**  $SI \parallel AD$ .
- D.**  $SI \parallel BD$ .

Lời giải



Ta có:  $SI = (SBC) \cap (SAD)$

$$\text{Do } \begin{cases} SI = (SAD) \cap (SBC) \\ AD \subset (SAD); BC \subset (SBC) \Rightarrow SI \parallel BC \parallel AD. \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

**Câu 42:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình thang đáy lớn là  $CD$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $SA$ ,  $N$  là giao điểm của cạnh  $SB$  và mặt phẳng  $(MCD)$ . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

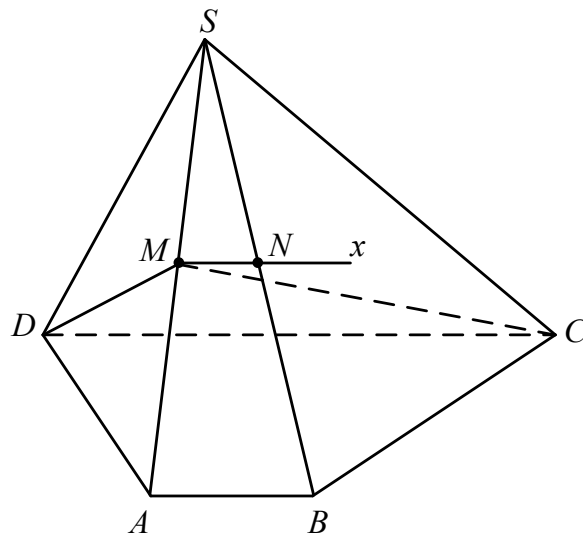
A.  $MN$  và  $SD$  cắt nhau.

B.  $MN \parallel CD$ .

C.  $MN$  và  $SC$  cắt nhau.

D.  $MN$  và  $CD$  chéo nhau.

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN = (MCD) \cap (SAB) \\ CD \subset (MCD); AB \subset (SAB) \Rightarrow MN \parallel CD \parallel AB. \\ CD \parallel AB \end{cases}$$

**Câu 43:** Cho mệnh đề nào sau đây **đúng**?

**A.** Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì mặt phẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

**B.** Hai mặt phẳng lần lượt đi qua hai đường thẳng song song thì cắt nhau theo một giao tuyến song song với một trong hai đường thẳng đó.

**C.** Nếu một đường thẳng cắt một trong hai đường thẳng song song thì đường thẳng đó sẽ cắt đường thẳng còn lại.

**D.** Hai mặt phẳng có một điểm chung thì cắt nhau theo một giao tuyến đi qua điểm chung đó.

**Lời giải**

**Câu 44:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $d$  là giao tuyến của hai mặt phẳng  $(SAD)$  và  $(SBC)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

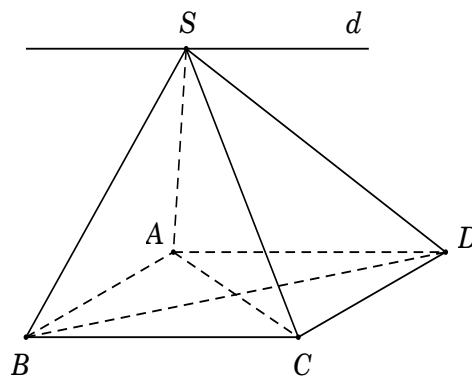
**A.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BC$ .

**B.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $DC$ .

**C.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $AB$ .

**D.**  $d$  qua  $S$  và song song với  $BD$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAD) \cap (SBC) = S \\ AD \subset (SAD), BC \subset (SBC) \longrightarrow (SAD) \cap (SBC) = Sx \parallel AD \parallel BC. \\ AD \parallel BC \end{cases}$$

**Câu 45:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $I$  và  $J$  theo thứ tự là trung điểm của  $AD$  và  $AC$ ,  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Giao tuyến của hai mặt phẳng  $(GIJ)$  và  $(BCD)$  là đường thẳng:

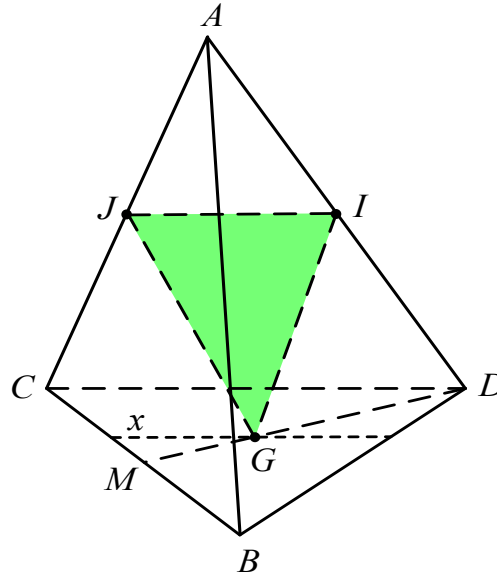
**A.** qua  $I$  và song song với  $AB$ .

**B.** qua  $J$  và song song với  $BD$ .

**C.** qua  $G$  và song song với  $CD$ .

**D.** qua  $G$  và song song với  $BC$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} (GIJ) \cap (BCD) = G \\ IJ \subset (GIJ), CD \subset (BCD) \longrightarrow (GIJ) \cap (BCD) = Gx \parallel IJ \parallel CD. \\ IJ \parallel CD \end{cases}$$

**Câu 46:** Cho ba mặt phẳng phân biệt  $(\alpha)$ ,  $(\beta)$ ,  $(\gamma)$  có  $(\alpha) \cap (\beta) = d_1$ ;  $(\beta) \cap (\gamma) = d_2$ ;  $(\alpha) \cap (\gamma) = d_3$ . Khi đó ba đường thẳng  $d_1, d_2, d_3$ :

- A. Đôi một cắt nhau. B. Đôi một song song.  
C. Đồng quy. D. **Đôi một song song hoặc đồng quy.**

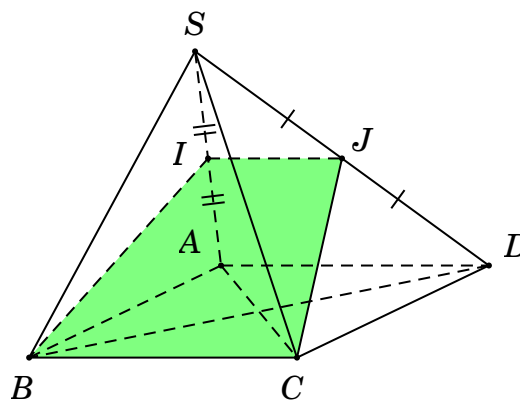
**Lời giải**

Nếu ba mặt phẳng đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song.

**Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $I$  là trung điểm  $SA$ . Thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(IBC)$  là:

- A. Tam giác  $IBC$ . B. **Hình thang  $IBCJ$  ( $J$  là trung điểm  $SD$ ).**  
C. Hình thang  $IGBC$  ( $G$  là trung điểm  $SB$ ). D. Tứ giác  $IBCD$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có } \begin{cases} I \in (IBC) \cap (SAD) \\ BC \subset (IBC), AD \subset (SAD) \longrightarrow (IBC) \cap (SAD) = Ix \parallel BC \parallel AD \\ BC \parallel AD \end{cases}$$

Trong mặt phẳng  $(SAD)$ :  $Ix \parallel AD$ , gọi  $Ix \cap SD = J \longrightarrow IJ \parallel BC$

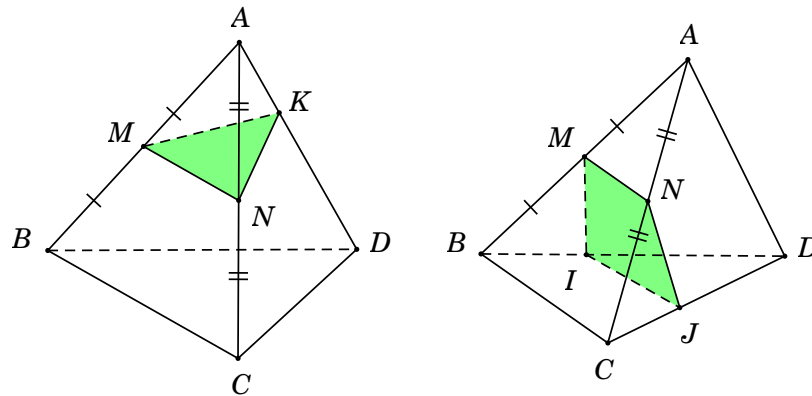
Vậy thiết diện của hình chóp  $S.ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(IBC)$  là hình thang  $IBCI$ .

**Câu 48:** Cho tứ diện  $ABCD$ ,  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm  $AB$  và  $AC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $MN$  cắt tứ diện  $ABCD$  theo thiết diện là đa giác  $(T)$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $(T)$  là hình chữ nhật. **B.**  $(T)$  là tam giác.

**C.**  $(T)$  là hình thoi. **D.**  $(T)$  là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.

**Lời giải**



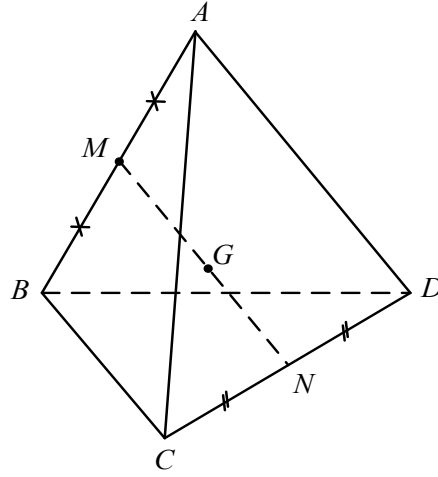
Trường hợp  $(\alpha) \cap AD = K$

$\longrightarrow (T)$  là tam giác  $MNK$ . Do đó  $A$  và  $C$  sai.

Trường hợp  $(\alpha) \cap (BCD) = IJ$ , với  $I \in BD, J \in CD$ ;  $I, J$  không trùng  $D$ .

$\longrightarrow (T)$  là tứ giác.

**Câu 49:** Gọi  $G$  là trọng tâm tứ diện  $ABCD$ . Giao tuyến của mặt phẳng  $(ABG)$  và mặt phẳng  $(CDG)$  là



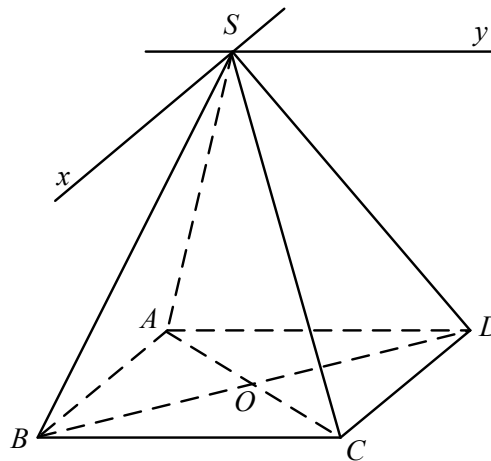
- A. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh  $BC$  và  $AD$ .
- B. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh  $AB$  và  $CD$ .**
- C. Đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh  $AC$  và  $BD$ .
- D. Đường thẳng  $CG$ .

**Lời giải**

**Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình bình hành. Qua  $S$  kẻ  $Sx; Sy$  lần lượt song song với  $AB, AD$ . Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ . Khi đó, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Giao tuyến của  $(SAC)$  và  $(SBD)$  là đường thẳng  $Sx$ .
- B. Giao tuyến của  $(SBD)$  và  $(SAC)$  là đường thẳng  $Sy$ .
- C. Giao tuyến của  $(SAB)$  và  $(SCD)$  là đường thẳng  $Sx$ .**
- D. Giao tuyến của  $(SAD)$  và  $(SBC)$  là đường thẳng  $Sx$ .

**Lời giải**

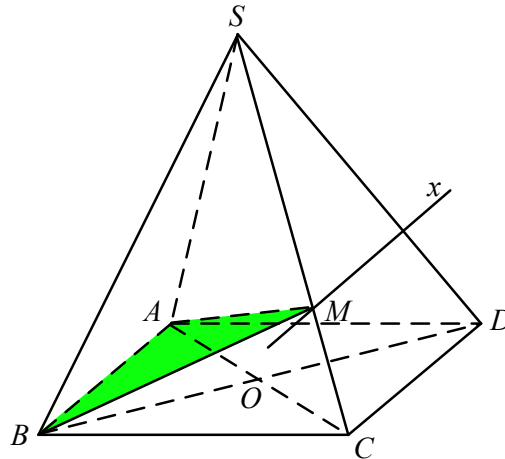


Ta có: 
$$\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SCD) \\ AB \subset (SAB); CD \subset (SCD) \Rightarrow Sx = (SAB) \cap (SCD) \text{ với } Sx \parallel AB \parallel CD. \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

**Câu 51:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Mặt phẳng  $(\alpha)$  qua  $AB$  và cắt cạnh  $SC$  tại  $M$  ở giữa  $S$  và  $C$ . Xác định giao tuyến  $d$  giữa mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(SCD)$ .

- A. Đường thẳng  $d$  qua  $M$  song song với  $AC$ . B. Đường thẳng  $d$  qua  $M$  song song với  $CD$ .  
C. Đường thẳng  $d$  trùng với  $MA$ . D. Đường thẳng  $d$  trùng với  $MD$ .

Lời giải

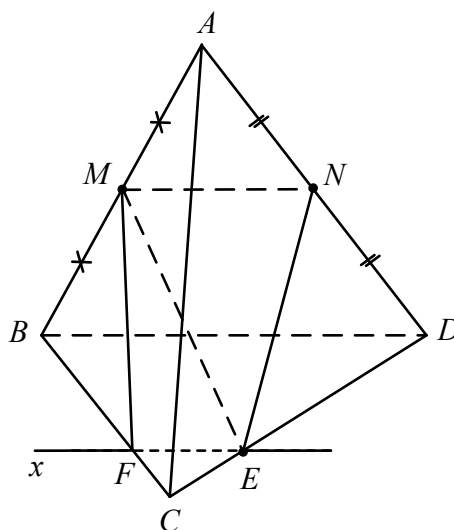


$$\text{Ta có : } \begin{cases} M \in (\alpha) \cap (SCD) \\ AB \subset (\alpha) ; CD \subset (SCD) \Rightarrow Mx = (SCD) \cap (\alpha) \text{ với } Mx \parallel AB \parallel CD \\ AB \parallel CD \end{cases}$$

Vậy  $Mx \equiv (d)$ .

- Câu 52:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Gọi  $M$  và  $N$  lần lượt là trung điểm của  $AB$ ,  $AC$ .  $E$  là điểm trên cạnh  $CD$  với  $ED = 3EC$ . Thiết diện tạo bởi mặt phẳng  $(MNE)$  và tứ diện  $ABCD$  là
- A. Tam giác  $MNE$ .  
B. Tứ giác  $MNEF$  với điểm  $F$  bất kỳ trên cạnh  $BD$ .  
C. Hình bình hành  $MNEF$  với  $F$  là điểm trên cạnh  $BD$  thỏa mãn  $EF \parallel BC$ .  
D. Hình thang  $MNEF$  với  $F$  là điểm trên cạnh  $BD$  thỏa mãn  $EF \parallel BC$ .

Lời giải



$$\text{Ta có: } \begin{cases} E \in (MNE) \cap (BCD) \\ MN \subset (MNE); BD \subset (BCD) \Rightarrow Ex = (MNE) \cap (BCD) \text{ với } Ex \parallel BD \parallel MN \\ MN \parallel BD \end{cases}$$

$$\text{Trong } (BCD): \text{ gọi } F = Ex \cap BC \Rightarrow EF = (BCD) \cap (MNE)$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} MN = (MNE) \cap (ABD) \\ NE = (MNE) \cap (ACD) \\ MF = (MNE) \cap (ABC) \end{cases}$$

Vậy thiết diện của mặt phẳng  $(MNE)$  và tứ diện  $ABCD$  là hình thang  $MNEF$ .