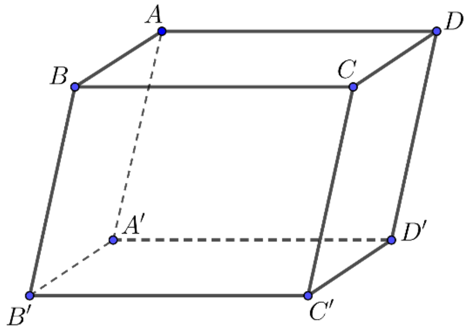
Chương 02

Bài 6. VECTO & CÁC PHÉP TOÁN TRONG KHÔNG GIAN

C Luyện tập

A. Câu hỏi – Trả lời trắc nghiệm

» Câu 1. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vectơ nào sau đây cùng phương với $\overrightarrow{BC}$?

A. $\overrightarrow{DC}$ **B.** $\overrightarrow{DA}$ **C.** $\overrightarrow{BB'}$ **D.** $\overrightarrow{C'C}$

Lời giải

Chọn B

Vì $BC//DA$ nên $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DA}$ là hai vectơ cùng phương.

» Câu 2. Trong các vectơ sau, vectơ nào sau đây có điểm đầu là A, điểm cuối là B?

A. $\overrightarrow{AA}$ **B.** $\overrightarrow{BA}$ **C.** $\overrightarrow{AB}$ **D.** $\overrightarrow{BB}$

Lời giải

Chọn C

Vectơ nào có điểm đầu A, điểm cuối B là $\overrightarrow{AB}$

» Câu 3. Trong không gian cho 3 điểm phân biệt A, B, C. Vectơ nào trong các vec tơ sau đây là vectơ - không?

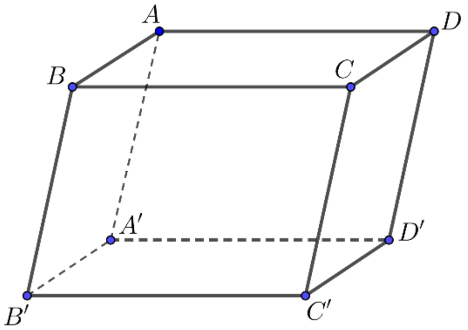
A. $\overrightarrow{BB}$ **B.** $\overrightarrow{BA}$ **C.** $\overrightarrow{BA}$ **D.** $\overrightarrow{CA}$

Lời giải

Chọn A

Vì vectơ - không là vectơ có điểm đầu điểm cuối trùng nhau nên $\overrightarrow{BB}=\vec{0}$.

» Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$.



Vectơ $\overrightarrow{BA}$ bằng với vectơ nào sau đây?

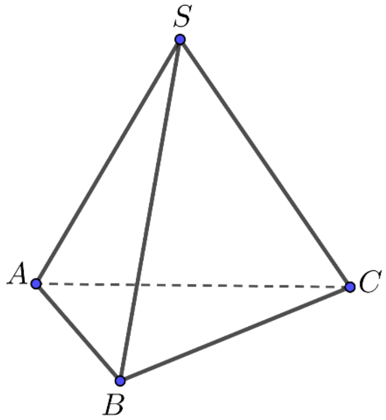
A. $\overrightarrow{A'B'}$ **B.** $\overrightarrow{CD}$ **C.** $\overrightarrow{BC}$ **D.** $\overrightarrow{AB}$

Lời giải

Chọn B

Vì $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng hướng và $BA = CD$nên $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ bằng nhau

» Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$. Tìm vectơ tổng của hai vectơ $\overrightarrow{SA}$và $\overrightarrow{AB}$?



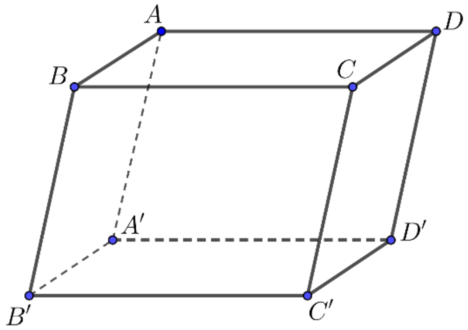
A. $\overrightarrow{BS}$ **B.** $\overrightarrow{BA}$ **C.** $\overrightarrow{SB}$ **D.** $\overrightarrow{SC}$

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc 3 điểm ta có, $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB}$

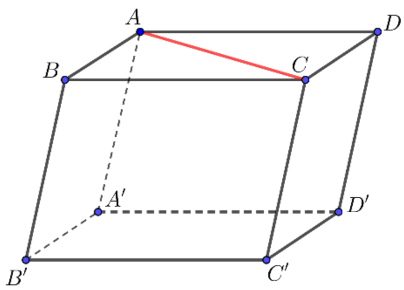
» Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vectơ tổng của hai vectơ $\overrightarrow{AD}$và $\overrightarrow{AB}$.



A. $\overrightarrow{DB}$ **B.** $\overrightarrow{BD}$ **C.** $\overrightarrow{AC}$ **D.** $\overrightarrow{CA}$

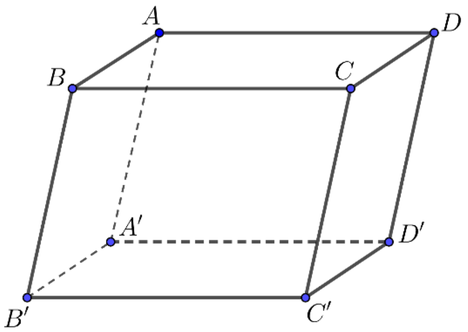
Lời giải

Chọn C



Theo quy tắc hình bình hành ta có, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$

» Câu 7. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây ***đúng***?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc hình hộp ta có : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

» Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$. Mệnh đề nào sau đây ***đúng***?

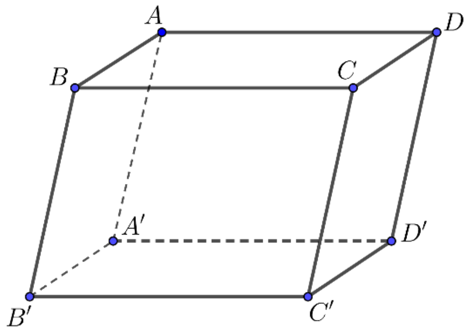
A. $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{SB}$. **B.** $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hiệu ta có: $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{BA}$.

» Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây ***đúng***?



A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{CA}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ (quy tắc hình bình hành).

» Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O. Tính tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

A. $2\overrightarrow{SO}$ **B.** $4\overrightarrow{SO}$ **C.** $3\overrightarrow{SO}$ **D.** $\vec{0}$

Lời giải

Chọn B

Vì O là trung điểm của AC, BD nên $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$, $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$.

Do đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

» Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC. Tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$ bằng

A. $\vec{0}$ **B.** $2\overrightarrow{AD}$ **C.** $2\overrightarrow{NM}$ **D.** $2\overrightarrow{MN}$

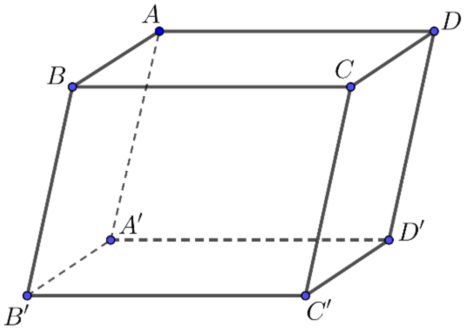
Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{DM}+\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NC}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DM}\right)+2\overrightarrow{MN}+\left(\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right)=$
$2\overrightarrow{MN}$ (vì M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC nên $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{DM}=\vec{0}, \overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}=\vec{0}$).

» Câu 12. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính tổng $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{A'C'}$.



A. $2\overrightarrow{AA'}$ **B.** $\vec{0}$ **C.** $2.\overrightarrow{AC}$. **D.** $2\overrightarrow{C'A'}$

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình bình hành ta có, $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$.

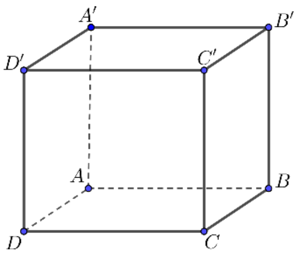
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=2.\overrightarrow{AC}$.

» Câu 13. Cho khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, góc giữa vecto $\overrightarrow{AB}$ và vectơ $\overrightarrow{AD}$ là:

A. $90°$ **B.** $60°$ **C.** $45°$ **D.** $30°$

Lời giải

Chọn A



Ta có $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right)=\widehat{DAB}$

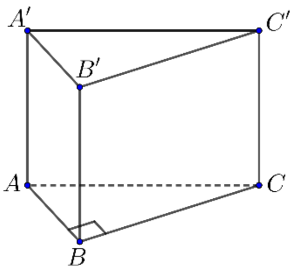
Ta thấy $AB\perp AD \Rightarrow \widehat{DAB}=90°$. Vậy $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}}\right)=90°$

» Câu 14. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$. Đáy là tam giác ABC vuông tại B. Khi đó góc giữa vecto $\overrightarrow{BA}$ và vecto $\overrightarrow{B'C'}$ bằng bao nhiêu?

A. $45°$ **B.** $120°$ **C.** $90°$ **D.** $30°$

Lời giải

Chọn C



Ta có $\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{BC}$

Do đó $\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{B'C'}}\right)=\left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{BC}}\right)=\widehat{ABC}$

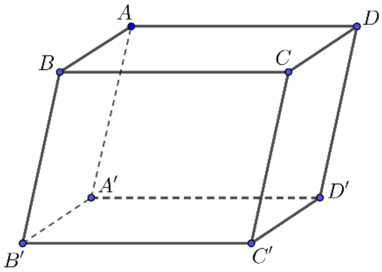
Mà tam giác ABC vuông tại B. Nên $\widehat{ABC}=90° \Rightarrow \left(\widehat{\overrightarrow{BA};\overrightarrow{B'C'}}\right)=90°$

» Câu 15. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vectơ bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$ là vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{D'C'}$ **B.** $\overrightarrow{BA}$ **C.** $\overrightarrow{CD}$ **D.** $\overrightarrow{B'A'}$

Lời giải

Chọn A



Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $AB = DC = D'C'$

Và $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{D'C'}$ cùng phương, cùng chiều

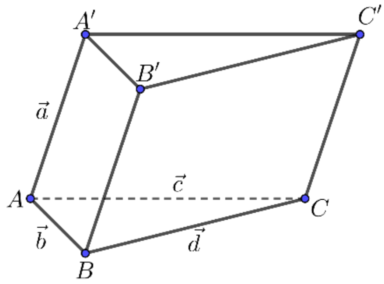
Từ đó $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'C'}$

» **Câu 16.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức véctơ sau đây, biểu thức nào **đúng**?

A. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$ **B.** $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$ **C.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$ **D.** $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$

Lời giải

Chọn D



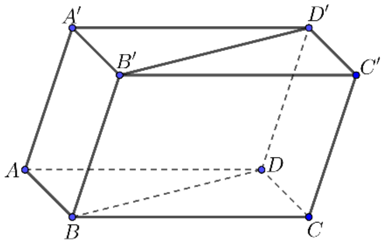
Ta thấy: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

» **Câu 17.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vecto: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$

A. $k = 4$ **B.** $k = 1$ **C.** $k = 0$ **D.** $k = 2$

Lời giải

Chọn B



Đặt $VT = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BD'} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$

Vậy $k = 1$

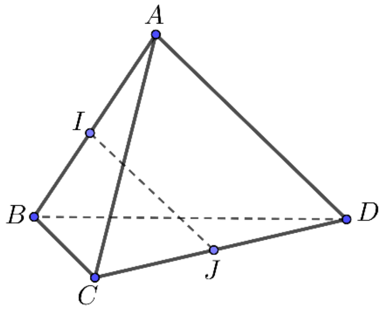
» **Câu 18.** Cho tứ diện$ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD; Đẳng thức nào **sai**?

A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$ **B.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$ **D.** $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{AJ}$

$$=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$$

$=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+2\overrightarrow{BC}\right)$.

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\right)$.

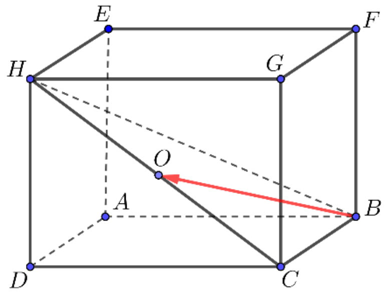
» Câu 19. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi O là trung điểm CH. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$ **B.** $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

C. $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$. **D.** $\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}$.

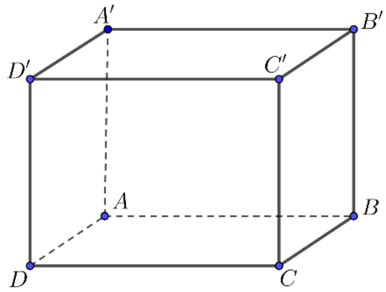
Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{BO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BH}\right)=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BF}\right)=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BF}$.

» Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây là sai?

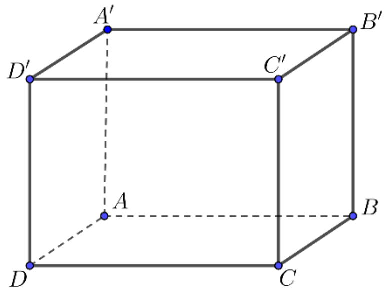


A. $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'D'}\right)=90^\circ$. **B.** $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'C'}\right)=45^\circ$.

C. $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{B'D'}\right)=90^\circ$. **D.** $\left(\overrightarrow{A'A};\overrightarrow{CB'}\right)=45^\circ$.

Lời giải

Chọn D



$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'D'}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)=\widehat{BAD}=90^\circ$$
$$\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'C'}\right)=\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)=\widehat{BAC}=45^\circ$$
$$\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{B'D'}\right)=\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{BD}\right)=90^\circ$$

$\left(\overrightarrow{A'A};\overrightarrow{CB'}\right)=\left(\overrightarrow{C'C};\overrightarrow{CB'}\right)=\left(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CB'}\right)=135^\circ$ trong đó E là điểm đối xứng với C' qua C.

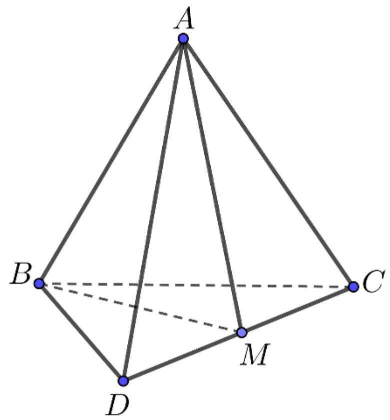
» Câu 21. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a. Tính góc $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)$.

A. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=60^\circ$. **B.** $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^\circ$.

C. $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=120^\circ$. **D.** $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=180^\circ$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm CD.

Khi đó, $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}$

Do tam giác ACD đều nên $AM\perp CD\Rightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}=0$

Và tam giác BCD đều nên $BM\perp CD\Rightarrow\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CD}=0$

Vậy $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}=\left(\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{CD}=0\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CD}$.

Kết luận $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{CD}\right)=90^\circ$.

» Câu 22. Theo định luật II Newton: Gia tốc của một vật có cùng hướng với lực tác dụng lên vật. Độ lớn của gia tốc tỉ lệ thuận với độ lớn của lực và tỉ lệ nghịch với khối lượng của vật: $\vec{F}=m\vec{a}$, trong đó $\vec{a}$ là vecto gia tốc $(\mathrm{m/s^2})$, $\vec{F}$ là vecto lực (N)tác dụng lên vật, m(kg) là khối lượng của vật. Muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5kg một gia tốc $20\mathrm{m/s^2}$ thì cần một lực đá có độ lớn là bao nhiêu?

A. $100(N)$. **B.** $20(N)$. **C.** $25(N)$. **D.** $10(N)$.

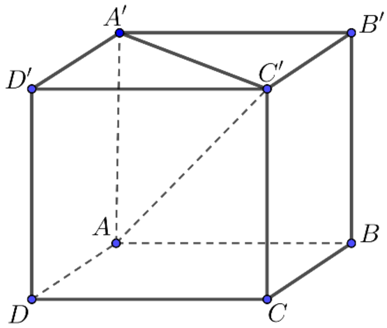
Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow |\vec{F}| = m|\vec{a}| = 0{,}5.20 = 10(N)$.

Vậy muốn truyền cho quả bóng có khối lượng 0,5kg một gia tốc 20m/s^2 thì cần một lực đá có độ lớn là $10(N)$.

» Câu 23. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$, trong đó mặt đáy là hình bình hành với $\widehat{DAB} = 120°$. Biết độ dài các cạnh $AB = 25cm, AD = 12cm$ và $AA' = 12cm$. Tính $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right|$.



A. $12(cm)$. **B.** $\sqrt{469}(cm)$. **C.** $\sqrt{613}(cm)$. **D.** $25(cm)$.

Lời giải

Chọn C

Theo quy tắc hình hộp, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$,

Vậy $\left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right| = \left|\overrightarrow{AC'}\right| = AC'$

Với $AC' = \sqrt{AC^2 + AA'^2}$

Trong đó: $AA' = 12(cm)$

Do tổng hai góc kề của một hình bình hành là $180°$ nên ta có góc $\widehat{ABC} = 60°$

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABC, ta có $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB.BC.\cos\widehat{ABC} = 25^2 + 12^2 - 2.25.12.\cos 60° = 469$.

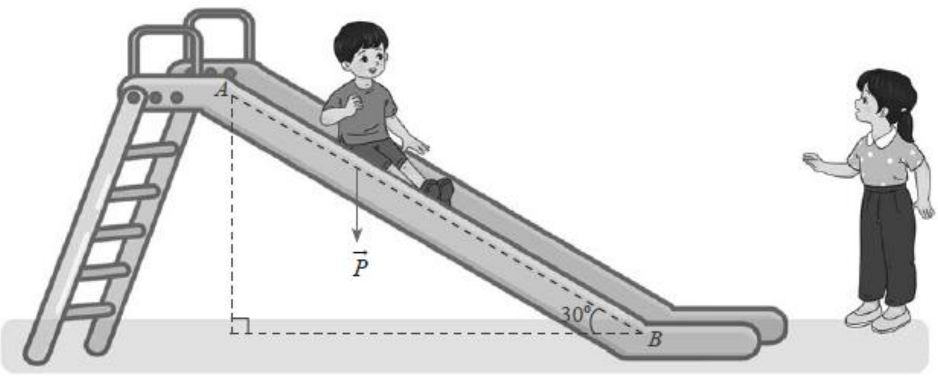
Vậy $AC' = \sqrt{AC^2 + AA'^2} = \sqrt{469 + 144} = \sqrt{613}(cm)$.

» Câu 24. Một em nhỏ cân nặng $m = 25(kg)$ trượt trên cầu trượt dài $3{,}5(m)$ (như trong hình dưới đây). Biết rằng, cầu trượt có góc nghiêng so với phương nằm ngang là $30°$. Trong các khẳng định sau, có bao nhiêu khẳng định đúng?

» Với gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9{,}8(\text{m/s}^2)$ thì độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ có độ lớn là $245(N)$.

» Góc giữa độ dịch chuyển $\vec{d}$ so với trọng lực $\vec{P}$ là $30°$.

» Công $A(J)$ sinh bởi một lực $\vec{F}$ có độ dịch chuyển $\vec{d}$ được tính bởi công thức $A = |\vec{F}|.|\vec{d}|.\cos(\vec{F};\vec{d})$ thì công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt là $428{,}75(J)$.



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

» Với gia tốc rơi tự do $\vec{g}$ có độ lớn là $g = 9,8(\mathrm{m/s^2})$ thì độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ có độ lớn là $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 25.9,8 = 245(N)$.

» Em nhỏ trượt từ điểm A tới điểm B nên khi đó góc giữa độ dịch chuyển $\vec{d}$ so với trọng lực $\vec{P}$ là $(\vec{d},\vec{P}) = (\overrightarrow{AB},\vec{P}) = 60°$.

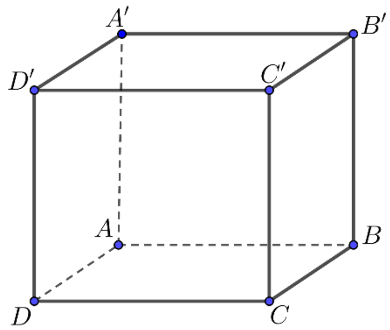
» Ta có độ lớn của trọng lực $\vec{P} = m\vec{g}$ tác dụng lên em nhỏ có độ lớn là $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 25.9,8 = 245(N)$ nên công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi em nhỏ trượt hết chiều dài cầu trượt là $A = |\vec{P}|.|\vec{d}|.cos(\vec{P},\vec{d}) = 245.3,5.cos\,60° = 428,75(J)$.

B. Câu hỏi – Trả lời Đúng/sai

» Câu 25. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2, AD = 3, A'A = 4$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Vectơ $\overrightarrow{BA'}$ bằng vectơ $\overrightarrow{CD'}$.		
(b)	$\left\lvert\overrightarrow{BA'}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{A'D}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{DB}\right\rvert$		
(c)	Số các vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là A_8^2.		
(d)	Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BD'}$ bằng $3\sqrt{3}$.		

Lời giải



(a) Vectơ $\overrightarrow{BA'}$ bằng vectơ $\overrightarrow{CD'}$.

Vectơ $\overrightarrow{BA'}$ bằng vectơ $\overrightarrow{CD'}$ vì chúng cùng hướng và cùng độ dài.

» Chọn ĐÚNG.

(b) $\left\lvert\overrightarrow{BA'}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{A'D}\right\rvert = \left\lvert\overrightarrow{DB}\right\rvert$.

Ta có $\left\lvert\overrightarrow{BA'}\right\rvert = BA' = \sqrt{BA^2 + BB'^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$ và $\left\lvert\overrightarrow{BD}\right\rvert = BD = \sqrt{BC^2 + BA^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ nên $\left\lvert\overrightarrow{BA'}\right\rvert \neq \left\lvert\overrightarrow{DB}\right\rvert$.

» Chọn SAI.

(c) Số các vectơ khác $\vec{0}$có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là A_8^2.

Số các vectơ khác $\vec{0}$có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp là A_8^2.

» **Chọn** ĐÚNG.

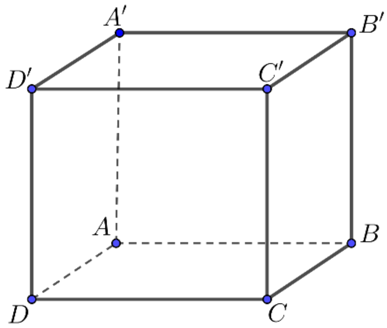
(d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BD'}$ bằng $3\sqrt{3}$.

Độ dài của vectơ $\overrightarrow{BD'}$ bằng $3\sqrt{3}$.

Ta có $\left|\overrightarrow{BD'}\right| = \sqrt{BA^2 + BC^2 + BB'^2} = \sqrt{4+9+16} = \sqrt{29}$.

» **Chọn** SAI.

» **Câu 26.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{A'C}$		
(b)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{B'A}$		
(c)	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{D'B'}$		
(d)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}$		

Lời giải

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{B'B} = \overrightarrow{A'C}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{B'A}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$.

» **Chọn** SAI.

(c) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{D'B'}$.

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{D'B'}$$

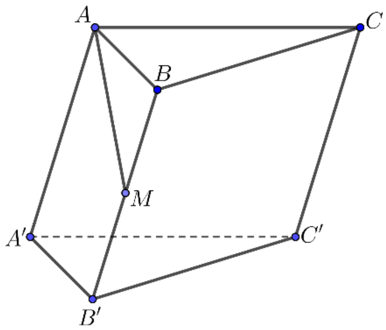
» **Chọn** ĐÚNG.

(d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DC}$.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CD}$.

» **Chọn** SAI.

» **Câu 27.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi Mlà trung điểm của BB' và G là trọng tâm tam giác ABC.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$		
(b)	$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'B}$		
(c)	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB'}$		
(d)	$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$		

Lời giải

(a) $\overrightarrow{BM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

» **Chọn** ĐÚNG.

(b) $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{B'B}$.

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

» **Chọn** SAI.

(c) $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB'}$

$$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AB'}$$

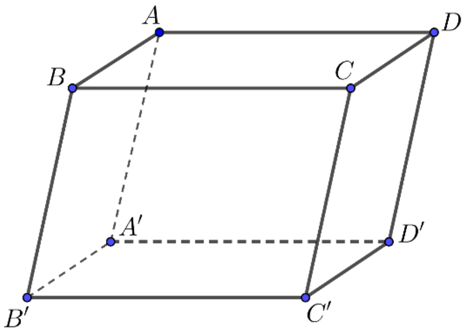
» **Chọn** ĐÚNG.

(d) $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$.

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}$$

» **Chọn** ĐÚNG.

» Câu 28. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ bằng nhau		
(b)	Hai vectơ $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau		
(c)	Hai vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với nhau		
(d)	Có 3 vectơ khác vectơ $\vec{0}$ bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$		

Lời giải

(a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ bằng nhau.

Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ ngược hướng và có độ dài bằng nhau.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ đối nhau.

» **Chọn** SAI.

(b) Hai vectơ $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau.

Ta có vectơ $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ cùng độ dài và ngược hướng nhau

$\Rightarrow \overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{CB'}$ đối nhau.

» **Chọn** ĐÚNG.

(c) *Hai vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với nhau.*

Ta có $A'B'$ không song song với AC nên hai vectơ $\overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương với nhau.

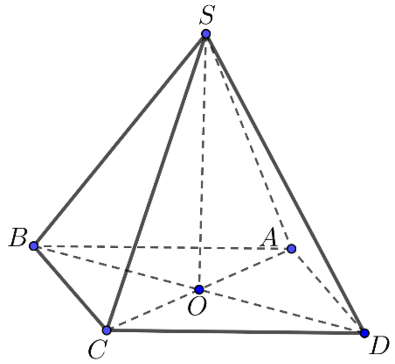
» Chọn SAI.

(d) *Có 3 vectơ khác vectơ $\vec{0}$ bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$.*

Ta có các vectơ khác $\vec{0}$ bằng với vectơ $\overrightarrow{BC}$ là $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{B'C'}$

» Chọn ĐÚNG.

» Câu 29. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có O là tâm của đáy $ABCD$, cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$ (tham khảo hình bên).



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$ là $0°$.		
(b)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BO}$ là $180°$.		
(c)	Cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CS}$ bằng $\frac{1}{4}$.		
(d)	Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{SD}$ bằng $60°$.		

Lời giải

(a) *Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$ là $0°$.*

Hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{CB}$ là hai vectơ ngược hướng nên góc giữa chúng bằng $180°$.

» Chọn SAI.

(b) *Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BO}$ là $180°$.*

Hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{BO}$ là hai vectơ cùng hướng nên góc giữa chúng là $0°$.

» Chọn SAI.

(c) *Cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}$ và $\overrightarrow{CS}$ bằng $\frac{1}{4}$.*

$$\left(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CS}\right) = \left(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CS}\right) = \widehat{SCD}.$$

Áp dụng định lý cosin cho tam giác SCD có

$$\cos\widehat{SCD} = \frac{SC^2 + CD^2 - SD^2}{2SC.CD} = \frac{(2a)^2 + a^2 - (2a)^2}{2.2a.a} = \frac{1}{4}$$

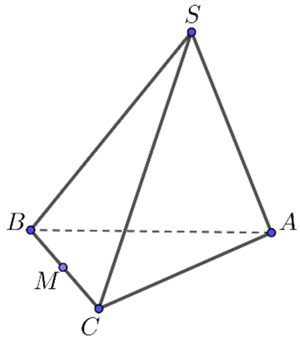
» Chọn ĐÚNG.

(d) *Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{SD}$ bằng $60°$.*

Ta có $\overrightarrow{AO}.\overrightarrow{SD} = -\overrightarrow{OA}.\left(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OS}\right) = -\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OS} = 0$ nên góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AO}$ và $\overrightarrow{SD}$ bằng $90°$.

» Chọn SAI.

» Câu 30. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a, M là trung điểm của cạnh BC.



	Mệnh đề	**Đúng**	**Sai**
(a)	$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}$		
(b)	$\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$		
(c)	Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng $90°$		
(d)	$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{SC}=0$		

Lời giải

(a) $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}$.

Ta có $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=SA.SB.\cos\widehat{ASB}=a.a.\cos 60°=\frac{a^2}{2}$.

Tương tự, $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}=\frac{a^2}{2}$; $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}=\frac{a^2}{2}$ nên $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}$.

» Chọn ĐÚNG.

(b) $\overrightarrow{AM}=-\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{SM}-\overrightarrow{SA}=-\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

» Chọn ĐÚNG.

(c) Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng $90°$.

Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng $90°$.

Ta có $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SA}=a^2.\cos 60°=\frac{a^2}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{SA}=(\overrightarrow{SC}-\overrightarrow{SB}).\overrightarrow{SA}=\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SA}=0$ nên góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng $90°$.

» Chọn ĐÚNG.

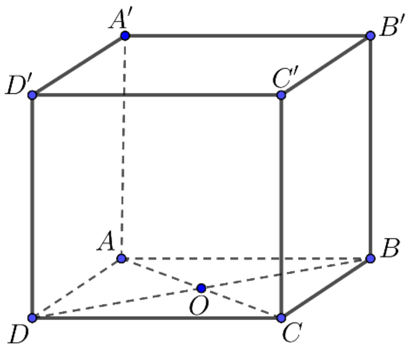
(d) $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{SC}=0$.

Ta có $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{SC}=\left(-\overrightarrow{SA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}\right).\overrightarrow{SC}=-\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC}+\frac{1}{2}\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SC}$

$=-\frac{a^2}{2}+\frac{1}{2}.\frac{a^2}{2}+\frac{1}{2}a^2=\frac{a^2}{4}$.

» Chọn SAI.

» Câu 31. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a và $AA'=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{C'A'}\right)=(AC,C'A')$		
(b)	Gọi $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, $\vec{v}=\overrightarrow{B'C'}$. Ta có $(\vec{u};\vec{v})=60°$.		
(c)	Gọi $\vec{x}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$, $\vec{y}=\overrightarrow{A'C'}$. Ta có $(\vec{x};\vec{y})=90°$.		
(d)	$\left(\overrightarrow{OA'},\overrightarrow{OC'}\right)=90°$		

Lời giải

(a) $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{C'A'}\right)=(AC,C'A')$.

$\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{C'A'}\right)=(AC,C'A')$.

Ta có $AC//C'A'\Rightarrow(AC,C'A')=0°$.

$\overrightarrow{AC},\overrightarrow{C'A'}$ là hai vectơ ngược hướng nên $\Rightarrow\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{C'A'}\right)=180°$.

» Chọn SAI.

(b) Gọi $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$, $\vec{v}=\overrightarrow{B'C'}$. Ta có $(\vec{u};\vec{v})=60°$.

Ta có $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$, $\vec{v}=\overrightarrow{B'C'}\Rightarrow(\vec{u};\vec{v})=\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{B'C'}\right)=\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)=\widehat{CAD}=45°$.

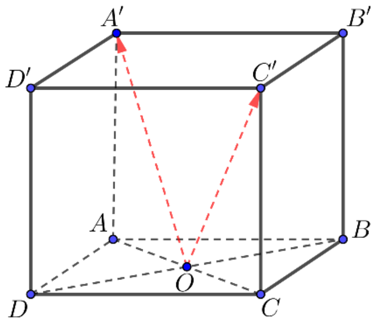
» Chọn SAI.

(c) Gọi $\vec{x}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$, $\vec{y}=\overrightarrow{A'C'}$. Ta có $(\vec{x};\vec{y})=90°$.

Ta có $\vec{x}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$, $\vec{y}=\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{AC}$ suy ra $(\vec{x};\vec{y})=\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BD}\right)=90°$.

» Chọn ĐÚNG.

(d) $\left(\overrightarrow{OA'},\overrightarrow{OC'}\right)=90°$.

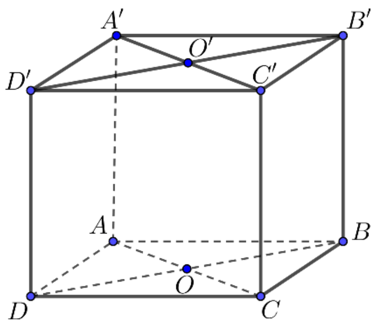


Ta có $(OA')^2=(OC')^2=AO^2+(AA')^2=\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{5a^2}{4}\neq(A'C')^2=2a^2$.

Suy ra tam giác $OA'C'$ không thể vuông tại O.

» Chọn SAI.

» Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O,O' lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC'}=\frac{a^2}{2}$		

(b)	$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{B'D'} = -\frac{a^2}{2}$		
(c)	$\left\|\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB}\right\| = a\sqrt{3}$		
(d)	$\left\|\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}\right\| = 4a$		

Lời giải

(a) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC'} = \frac{a^2}{2}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AB'} = |\overrightarrow{AB}|.\left|\overrightarrow{AB'}\right| \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AB'}\right) = a.a\sqrt{2}.\cos 45° = a^2$.

» Chọn SAI.

(b) $\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{B'D'} = -\frac{a^2}{2}$.

Ta có $\left(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'D'}\right) = 180° - \widehat{AB'D'} = 120°$, suy ra

$\overrightarrow{AB'}.\overrightarrow{B'D'} = \left|\overrightarrow{AB'}\right|.\left|\overrightarrow{B'D'}\right| \cos 120° = (a\sqrt{2}).(a\sqrt{2}).\left(-\frac{1}{2}\right) = -a^2$.

» Chọn SAI.

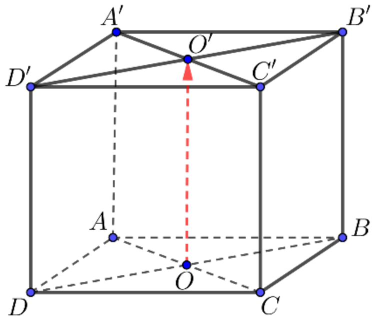
(c) $\left|\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB}\right| = a\sqrt{3}$

Ta có $\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{D'C'} = \overrightarrow{D'B}$

Suy ra $\left|\overrightarrow{D'A'} + \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{AB}\right| = \left|\overrightarrow{D'B}\right| = BD' = a\sqrt{3}$

» Chọn ĐÚNG.

(d) $\left|\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}\right| = 4a$.



Ta có $\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'} = \left(\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}\right) + \left(\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}\right) = 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}\right| = 4\left|\overrightarrow{OO'}\right| = 4a$.

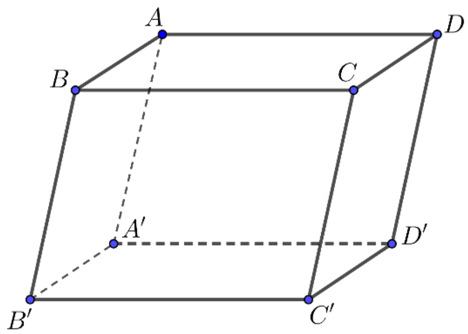
» Chọn ĐÚNG.

C. *Câu hỏi – Trả lời ngắn*

» Câu 33. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, từ các đỉnh của hình hộp đã cho, có bao nhiêu vectơ đối (khác vectơ không) của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

Lời giải

✓ *Trả lời: 4*

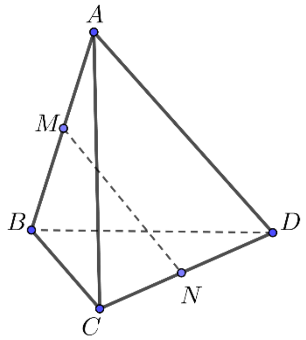


Ta có các vectơ đối của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{C'D'}$.
Vậy số vectơ đối là 4 vectơ.

» Câu 34. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Biết rằng $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC} + c\overrightarrow{AD}$. Giá trị của biểu thức $a + b + c$ bằng:

Lời giải

✓ ***Trả lời: 1,5***



Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$.

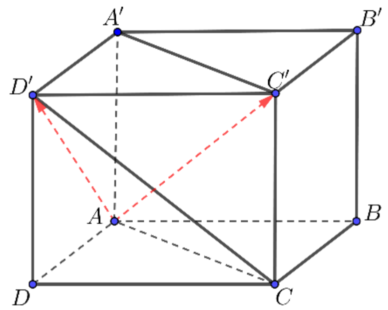
$$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\left(-\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}\right) = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$$

Vậy $a + b + c = \frac{3}{2} = 1,5$

» Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Giá trị tan của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng (làm tròn tới hàng phần nghìn).

Lời giải

✓ ***Trả lời: 1,732***



Ta có $\left(\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \left(\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}\right) = \widehat{D'AC} = 60°$ (do tam giác $\Delta ACD'$ đều).
Vậy $\tan 60^\circ = \sqrt{3} \approx 1,732$

» Câu 36. *Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc $120°$, đồng thời $|\vec{a}| = 2$ và $|\vec{b}| = 5$. Đặt $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}$ và $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để $\vec{u} \perp \vec{v}$ thì giá trị của k là*

Lời giải

✓ ***Trả lời: -4,5***

Ta có: $\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|\cos 120^\circ = 2.5.\left(-\frac{1}{2}\right) = -5$.

Để $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = 0 \Leftrightarrow \left(k\vec{a} - \vec{b}\right)\left(\vec{a} + 2\vec{b}\right) = 0$

$\Leftrightarrow k|\vec{a}|^2 + (2k - 1)\vec{a}\vec{b} - 2|\vec{b}|^2 = 0 \Leftrightarrow -6k - 45 = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{9}{2} = -4,5$.

» Câu 37. Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng. Xét $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$, $\vec{y} = -\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}$, $\vec{z} = \vec{a} + 4\vec{b} + m\vec{c}$. Giá trị của m để các vectơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$ đồng phẳng bằng?

Lời giải

✓ ***Trả lời: 1***

Do $\vec{y}; \vec{z}$ không cùng phương, để các vectơ $\vec{x}; \vec{y}; \vec{z}$đồng phẳng

$\Leftrightarrow$tồn tại $\alpha, \beta \in \mathbb{R}: \vec{x} = \alpha\vec{y} + \beta\vec{z} \Leftrightarrow 2\vec{a} - \vec{b} - \vec{c} = \alpha(-\vec{a} + 2\vec{b} + \vec{c}) + \beta(\vec{a} + 4\vec{b} + m\vec{c})$

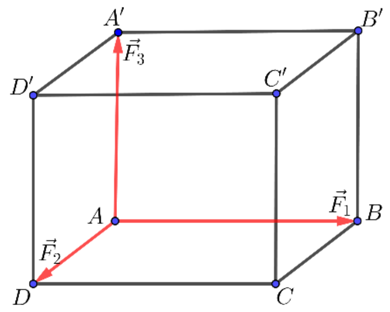
$\Leftrightarrow \begin{cases} -\alpha + \beta = 2 \\ 2\alpha + 4\beta = -1 \\ \alpha + m\beta = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -\frac{3}{2} \\ \beta = \frac{1}{2} \\ m = 1 \end{cases}.$

Vậy $m = 1$

» Câu 38. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ như hình vẽ. Đặt một vật tại đỉnh A, khi đó tác động vào vật bởi những lực $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3}$ có giá lần lượt nằm trên các cạnh AB, AD, AA' và $|\vec{F_1}| = 2N, |\vec{F_2}| = 3N, |\vec{F_3}| = 4N$. Hãy xác định độ lớn của hợp lực $\vec{F}$ tác động lên vật (làm tròn đến hàng phần nghìn).

Lời giải

✓ *Trả lời: 5,385*



Ta có $\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

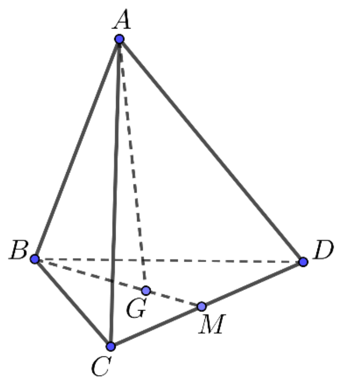
Theo quy tắc hình hộp ta có: $\vec{F}$ có giá là nằm trên cạnh AC'

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $|\vec{F}| = \sqrt{|\vec{F_1}|^2 + |\vec{F_2}|^2 + |\vec{F_3}|^2} = \sqrt{29} \approx 5{,}385N$

» Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{c}$ gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Tìm giá trị thích hợp của k thỏa đẳng thức vecto$\overrightarrow{AG} = k.(\vec{c} + \vec{b} + \vec{a})$. (làm tròn tới hàng phần nghìn).

Lời giải

✓ *Trả lời: 0,333*



Gọi M là trung điểm BC.

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \vec{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \vec{a} + \frac{2}{3}.\frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD})$$

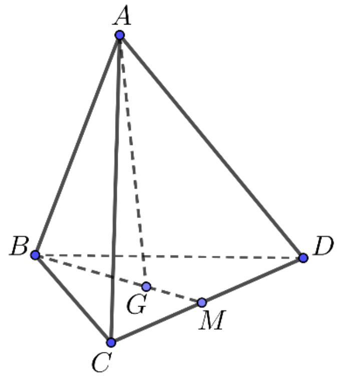
$= \vec{a} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \vec{a} + \frac{1}{3}(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{3}(\vec{c} + \vec{b} + \vec{a}).$

Vậy $k = \frac{1}{3} \sim 0{,}333$.

» Câu 40. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giácABC. Tìm giá trị thích hợp của k thỏa đẳng thức vecto: $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = k.\overrightarrow{DG}$?

Lời giải

✓ *Trả lời: 3*



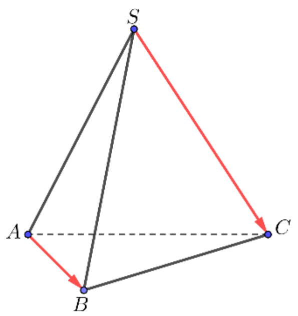
$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{DG}$.

Vậy $k = 3$.

» Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AB}$?

Lời giải

✓ *Trả lời: 90*



Ta có: $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC}.\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right) = \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC}.\overrightarrow{SA}$

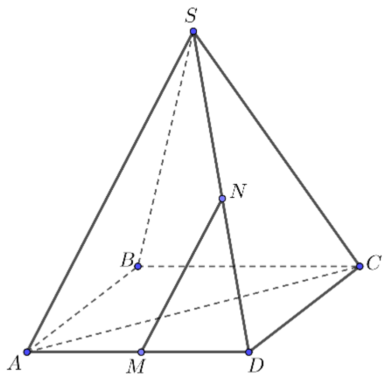
$= SC.SB\cos\widehat{BSC} - SC.SA.\cos\widehat{ASC} = 0$ (Vì $SA = SB = SC$ và $\widehat{BSC} = \widehat{ASC}$)

Do đó: $\left(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}\right) = 90^o$

» Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SD. Số đo của góc (MN, SC) bằng:

Lời giải

✓ *Trả lời: 90*



Ta có: $AC = a\sqrt{2}$

$$\Rightarrow AC^2 = 2a^2 = SA^2 + SC^2$$

$\Rightarrow \Delta SAC$ vuông tại S.

Suy ra $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} = 0$

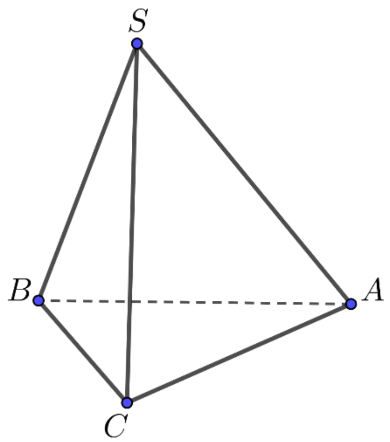
Khi đó: $\overrightarrow{NM}.\overrightarrow{SC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} = 0 \Rightarrow \left(\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{SC}\right) = 90°$

$\Rightarrow (MN, SC) = 90^\circ$.

» Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB$ và $CA = CB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB.

Lời giải

✓ Trả lời: 90



Xét $\overrightarrow{SC}.\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CS}.\left(\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}\right) = \overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CS}.\overrightarrow{CB}$

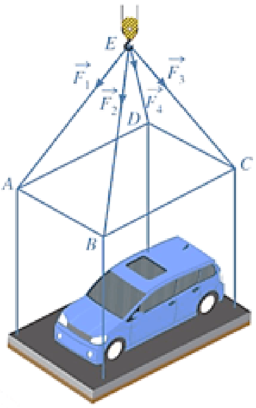
$= CS.CA.\cos\widehat{SCA} - CS.CB.\cos\widehat{SCB}$

$= CS.CA.\dfrac{SC^2 + CA^2 - SA^2}{2SC.CA} - CS.CB.\dfrac{SC^2 + CB^2 - SB^2}{2SC.CB}$

$= \frac{SC^2+CA^2-SA^2}{2} - \frac{SC^2+CB^2-SB^2}{2} = 0$ (do $SA = SB$ và $CA = CB$)

Vậy góc giữa hai đường thẳng chéo nhau SC và AB bằng 90°.

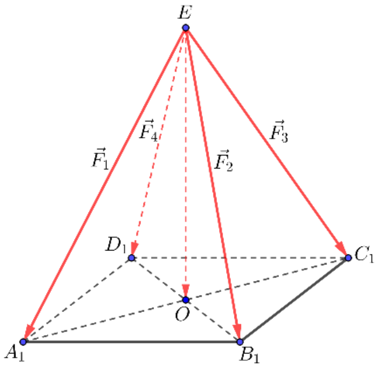
» Câu 44. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng.



Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô (làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ đều có cường độ là $4700N$ và trọng lượng của khung sắt là $3000N$.

Lời giải

✓ Trả lời: 13281

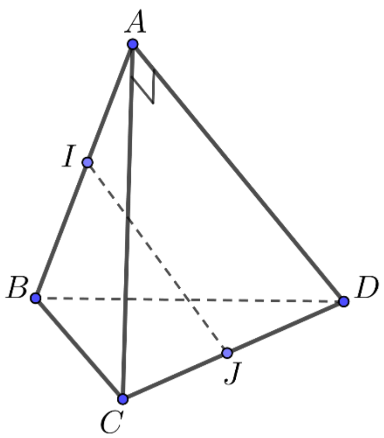


Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là các điểm sao cho $\overrightarrow{EA_1} = \vec{F_1}, \overrightarrow{EB_1} = \vec{F_2}, \overrightarrow{EC_1} = \vec{F_3}, \overrightarrow{ED_1} = \vec{F_4}$.
Vì EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60^o nên EA_1, EB_1, EC_1, ED_1 có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ một góc bằng 60^o.
Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $A_1B_1C_1D_1$ cũng là hình chữa nhật.
Gọi O là tâm của hình chữ nhật $A_1B_1C_1D_1$. Ta suy ra $EO \perp (A_1B_1C_1D_1)$.
Do đó góc giữa đường thẳng EA_1 và mặt phẳng $(A_1B_1C_1D_1)$ bằng góc $\widehat{EA_1O}$ suy ra $\widehat{EA_1O} = 60^o$.
Ta có $|\vec{F_1}| = |\vec{F_2}| = |\vec{F_3}| = |\vec{F_4}| = 4700N$ nên $EA_1 = EB_1 = EC_1 = ED_1 = 4700N$.
Tam giác EOA_1 vuông tại O nên$EO = EA_1.sin\,\widehat{EA_1O} = 4700.sin\,60° = 2350\sqrt{3}$.
Ta có: $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \overrightarrow{EA_1} + \overrightarrow{EB_1} + \overrightarrow{EC_1} + \overrightarrow{ED_1} = 4\overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OC_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OD_1} = 4\overrightarrow{EO}$.
Vì chiếc khung sắt chứa xe ô tô ở vị trí cân bằng nên $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = \vec{P}$, với $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên khung sắt chứa xe ô tô.
Suy ra trọng lượng của khung sắt chứa chiếc xe ô tô là: $|\vec{P}| = 4|\overrightarrow{EO}| = 4.2350\sqrt{3} = 9400\sqrt{3}N$
Vì trọng lượng của khung sắt là $3000N$ nên trọng lượng của chiếc xe ô tô là: $9400\sqrt{3} - 3000 \approx 13281N$.

» Câu 45. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD$ và $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} = 60°, \widehat{CAD} = 90°$. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Hãy xác định góc giữa cặp vecto $\overrightarrow{IJ}$ và $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

✓ ***Trả lời: 90***



$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DJ} (1)$$
$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CJ} (2)$$

Lấy $(1) + (2)$ ta được:

$$2\overrightarrow{IJ} = \left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}\right) + \left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{DJ} + \overrightarrow{CJ}\right) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$$

Hay $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right)$.

$$\overrightarrow{IJ}.\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\right).\left(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}\right)$$

$$= \frac{1}{2}AD^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}AC^2 - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$$

$= -\frac{1}{2}.AB.AD.\cos 60^\circ + \frac{1}{2}AB.AC.\cos 60^\circ = 0$.

Vậy $\overrightarrow{IJ} \perp \overrightarrow{CD} \Rightarrow \left(\overrightarrow{IJ}, \overrightarrow{CD}\right) = 90^\circ$.