KONTROLNÍ MATICE H LINEÁRNÍHO (n, k) KÓDU $(k \neq 0)$ JE MATICE TYPU $(n-k)/n$ S TĚMITO VLASTNOSTMI:

a) SLOVO $v = v_1 v_2 \dots v_n \in T^n$ JE KÓDOVÝM SLOVEM PRÁVĚ KDYŽ SPLŇUJE PODMÍNKU $H \cdot v = 0$

b) ŘÁDKY JSOU LINEÁRNĚ NEZÁVISLÉ

MATICE H JE MATICÍ BÁZOVÝCH PRVKŮ LINEÁRNÍHO PODPROSTORU, KTERÝ JE ORTOGONÁLNÍ KE KÓDU.

PŘ. KONTROLNÍCH MATIC BINÁRNÍCH KÓDŮ

PARITNÍ KÓD $H = [1 1 \dots 1 1]$

OPAKOVACÍ KÓD $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0\,1 \end{bmatrix}$

KONTROLNÍ KÓD $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

LINEÁRNÍ KÓD S GENERUJÍCÍ MATICÍ $G = [I \,\vdots\, B]$ MÁ KONTROLNÍ MATICI VE TVARU $H = [-B^T \,\vdots\, I]$.

JAK K ZADANÉ G NAJÍT H?
NAPŘ. TAK, ŽE G PŘEVEDEME ŘÁDKOVÝMI ÚPRAVAMI (S PŘÍPADNOU PERMUTACÍ SLOUPCŮ) NA TVAR $[I \,\vdots\, B]$. PAK VYTVOŘÍME $[-B^T \,\vdots\, I]$ (A ZPĚTNĚ PERMUTUJEME SLOUPCE).

NA PROSTORU T^n DEFINUJEME <u>SKALÁRNÍ SOUČIN</u>:

$\forall u, v \in T^n: u * v = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \ldots + u_n v_n$

PŘ. V Z_2: $11010 * 01011 =$

$= 0+1+0+1+0 = \underline{0}$

PŘ. V Z_3: $11010 * 01011 =$

$= 0+1+0+1+0 = \underline{\underline{2}}$

<u>DUÁLNÍ KÓD</u> LINEÁRNÍHO KÓDU $K \subseteq T^n$ DEFINUJEME JAKO KÓD $K^\perp \subseteq T^n$ VŠECH SLOV $u_1 u_2 \ldots u_n \in T^n$, PRO KTERÉ PLATÍ $u * v = 0$ $\forall v \in K$.

<u>JINAK:</u> $u \in K^\perp \Leftrightarrow \forall v \in K: u * v = 0$

DUÁLNÍM KÓDEM OPAKOVACÍHO KÓDU JE KÓD CELKOVÉ KONTROLY PARITY.

PLATÍ $G^{\perp} = H$

$H^{\perp} = G$

(GENERUJÍCÍ MATICE DUÁLNÍHO KÓDU JE KONTROLNÍ MATICÍ PŮVODNÍHO KÓDU A NAOPAK).

„KONTAVÝ KÓD" JE DUÁLNÍ SÁM K SOBĚ. JE SAMODUÁLNÍ.

HAMMINGOVA VÁHA SLOVA

$v = v_1 v_2 \dots v_n$ JE POČET NENULOVÝCH ZNAKŮ VE SLOVĚ.

ZNAČENÍ: $\|v\|$

PŘ: $\|10021\| = 3$

OBJEVOVÁNÍ CHYB

ZNAČENÍ: VYSLANÉ KÓDOVÉ SLOVO v

PŘIJATÉ SLOVO (OVLIVNĚNÉ ŠUMEM) w

CHYBOVÉ SLOVO e

$$e = w - v \quad \text{ČILI} \quad w = v + e$$

PŘ:

$$\begin{aligned} v &= 110011 \\ e &= 000110 \\ \hline w &= 110101 \end{aligned}$$

KÓD OBJEVUJE CHYBOVÉ SLOVO e PRÁVĚ TEHDY, KDYŽ

$$\forall v \in K : v + e \notin K$$

LINEÁRNÍ KÓD OBJEVUJE PRÁVĚ TA CHYBOVÁ SLOVA e, KTERÁ NEJSOU KÓDOVÝMI SLOVY KÓDU.

PRO LINEÁRNÍ KÓD K PLATÍ: MINIMÁLNÍ HAMMINGOVA VZDÁLENOST d_0 JE ROVNA MINIMÁLNÍ VÁZE NENULOVÉHO KÓDOVÉHO SLOVA.

$$d_0(K) = \min_{\substack{v \in K \\ v \neq 0}} \|v\|$$

PROČ? PŘEDP. $d_0(K) = d(u, v)$

$$-u \in K$$
$$u + (-u) = 0$$
$$v + (-u) \in K$$

$$d(u, v) = d(u-u, v-u) =$$
$$= d(0, v-u) = \|v-u\|$$

DŮSLEDEK: LINEÁRNÍ KÓD OBJEVUJE 1-NÁSOBNÉ CHYBY, PRÁVĚ KDYŽ KAŽDÉ NENULOVÉ SLOVO MÁ HAMMINGOVU VÁHU $\|v\| > 1$.

OBJEVOVÁNÍ CHYB POMOCÍ KONTROLNÍ MATICE:

$\forall w \in T^n$ LZE DEFINOVAT <u>SYNDROM</u>

$s = H \cdot w$

PŘEDPOKLÁDEJME $v \in K$ A $e \in T^n$

$w = v + e$

$$s = H \cdot w = H \cdot (v + e) = \underbrace{H \cdot v}_{=0} + H \cdot e \Rightarrow$$

PROTOŽE $v \in K$

OBECNĚ $\neq 0$

$\Rightarrow s = H \cdot e$

ČILI: 1) SYNDROM NEZÁVISÍ NA VYSÍLANÉ ZNAČCE; ZÁVISÍ JEN NA e.

2) JE-LI $e = 0$, JE $s = 0$

3) JE-LI $s = 0$, PLYNE Z TOHO, ŽE $e \in K$ (NIKOLI ŽE JE NULOVÉ).

OPRAVOVÁNÍ CHYB POMOCÍ SYNDROMU

MYŠLENKA: SYNDROM Δ DEFINUJE ROZKLAD T^m (MNOŽINY VŠECH CHYBOVÝCH SLOV) NA 2^{m-l} TŘÍD. Z KAŽDÉ TŘÍDY VYBEREME JAKO REPREZENTANTA TŘÍDY SLOVO S NEJMENŠÍ VÁHOU. VŠECHNY CHYBOVÉ VEKTORY V JEDNÉ TŘÍDĚ JSOU SYNDROMEM NEROZLIŠITELNÉ. PROTO JI ZASTUPUJE „NEJPRAVDĚPODOBNĚJŠÍ" CHYBOVÝ VEKTOR.

PŘ: KÓD JE URČEN KONTROLNÍ MATICÍ

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ (JE TO BINÁRNÍ KÓD)

REPREZENTANT TŘÍDY CHYBOVÝCH VEKTORŮ	SYNDROM	PŘÍKLADY DALŠÍCH CHYBOVÝCH VEKTORŮ
0000000	000	.....
1000000	001	.....
0100000	010	.....
0010000	011	1100000 ....
0001000	100	.....
0000100	101	0111000....
0000010	110	.....
0000001	111	1111110....
1100000	011	SYNDROMY UŽ SE OPAKUJÍ
1010000	010	
⋮		

POSTUP OPRAVY CHYBY:

1) VÝPOČET s
2) URČENÍ REPREZENTANTA e
3) $v = w - e$

HAMMINGOVY KÓDY - OPRAVUJÍ JEDNODUCHÉ CHYBY. MAJÍ MINIMÁLNÍ MYSLITELNOU REDUNDANCI (JSOU PERFEKTNÍ).

BINÁRNÍ LINEÁRNÍ KÓD OPRAVUJE JEDNODUCHÉ CHYBY, PRÁVĚ KDYŽ VŠECHNY SLOUPCE H JSOU NENULOVÉ A NAVZÁJEM RŮZNÉ.

PROČ? PŘEDPOKLÁDEJME CHYBOVÝ VEKTOR $e = e_i = (\underset{1.}{0}0\ldots0\underset{i.}{1}0\ldots\underset{n.}{0})$

$$s = H \cdot e_i = H_{\cdot,i} \quad (i\text{-tý sloupec } H)$$

POKUD BY $H_{\cdot,i}$ MOHLO BÝT ROVNO NULOVÉMU SLOUPCI, NEROZLIŠILY BY SE SYNDROMEM BEZCHYBNÝ PŘENOS OD e_i.

POKUD BY $H_{\cdot,i}$ A $H_{\cdot,j}$ MOHLY BÝT STEJNÉ, NEROZLIŠILY BY SE SYNDROMEM CHYBY e_i A e_j.

NÁVOD JAK SESTROJIT BINÁRNÍ KÓD PRO OPRAVU JEDNODUCHÝCH CHYB TAK, ABY MĚL PŘI DANÉM POČTU KONTROLNÍCH ZNAKŮ $r = n - k$ NEJMENŠÍ REDUNDANCI:

ZVOLIT H TAK, ABY JAKO SLOUPCE OBSAHOVALA VŠECHNA NENULOVÁ SLOVA DÉLKY $n-k$, KTERÁ SE NEOPAKUJÍ. TAKOVÉ KÓDY SE NAZÝVAJÍ HAMMINGOVY.

VZTAH MEZI r A k: $2^r = r + k + 1$

r	2^r	$r+k$	k	(n,k)
3	8	7	4	(7,4)
4	16	15	11	(15,11)
5	32	31	26	(31,26)
6	64	63	57	(57,6)

$\vdots$

NA POŘADÍ KONTROLNÍCH SLOUPCŮ NEZÁLEŽÍ. (MÍNĚNO Z HLEDISKA ZABEZPEČOVACÍCH VLASTNOSTÍ).

PŘ: HAMMINGŮV KÓD PRO $r = 2$

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

KONTROLNÍ ROVNICE

$$v_2 + v_3 = 0$$
$$v_1 + v_3 = 0$$

JE TO OPAKOVACÍ KÓD DÉLKY 3.

PŘ: HAMMINGŮV KÓD PRO $r = 3$

$$H = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \qquad (7,4) \text{ KÓD}$$

NESYSTEMATICKÝ; BINÁRNÍ HODNOTA SYNDROMU URČUJE POZICI, KDE DOŠLO K CHYBĚ.

SYSTEMATICKÁ VARIANTA:

PERMUTACE [3 5 6 7 4 2 1]

$$H' = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 3 & 5 & 6 & 7 & 4 & 2 & 1 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|ccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array} = \left[-B^T \,\vdots\, I_{n-k} \right]$$

$$G' = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 3 & 5 & 6 & 7 & 4 & 2 & 1 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \end{array} = \left[I_k \,\vdots\, B \right]$$

GENERUJÍCÍ MATICE PŮVODNÍHO KÓDU:

$$G = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\ \left[\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

MATICE G' a H' PŘEDSTAVUJÍ STANDARDNÍ SYSTEMATICKÝ HAMMINGŮV KÓD.

JAK ZKONSTRUOVAT G' A M' ?

$$G = \Big[\ I_k \ \vdots \ \underbrace{B}_{r = n-k}\ \Big]\Big\}k$$

B TVOŘÍME TAK, ŽE DO ŘÁDKŮ PÍŠEME V ROSTOUCÍM POŘADÍ BINÁRNÍ ČÍSLA, KTERÉ NEJSOU MOCNINOU DVOU (MAJÍ TEDY VÍCE NEŽ JEDNU JEDNIČKU V BINÁRNÍM ROZVOJI).

TEDY 3, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, ...

PRO r A k SPLŇUJÍCÍ $2^r = r + k + 1$ PAK DO POSLEDNÍHO ŘÁDKU B VLOŽÍME SAMÉ JEDNIČKY.

PAK SESTROJÍME $H = \left[-B^T \ \vdots \ I_{n-k}\right]$

PŘ: HAMMINGŮV (15,11) KÓD

$$G = \left[\begin{array}{c|cccc} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 1 & 0 & 0 & 1 \\ I_{15} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 & 1 \\ & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$0\ 0\ 0\ 1$$

$$H = \left[\begin{array}{ccccccccccc|cccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \quad \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$u = [11100000011]^T \qquad v = G^T \cdot u$$

$$v = [\underbrace{11100000011}_{u} \,\vdots\, 0001]^T$$

$w = [1111\,00000\,11 \,;\, 0001]^T$

$s = H \cdot w = [0111]^T = H_{\cdot,4}$

(SYNDROM JE ROVEN ČTVRTÉMU SLOUPCI MATICE H => CHYBA JE VE ČTVRTÉ POZICI)

<u>JAKÁ JE MINIMÁLNÍ HAMMINGOVSKÁ VZDÁLENOST HAMMINGOVA KÓDU</u>?

$d_0 = \min \|v\| \quad \forall v \in K \quad v \neq 0$

V G VIDÍME ZNAČKY SE TŘEMI JEDNIČKAMI (1 V INF., 2. V ZAB.).

MŮŽE JEJICH LINEÁRNÍ KOMBINACÍ VZNIKNOUT ZNAČKA S VAHOU < 3? ŘÁDKY B JSOU RŮZNÉ => SOUČET 2 ŘÁDKŮ MÁ ALESPOŇ VÁHU 3.

ZÁVĚR: $d_0 = 3$

LINEÁRNÍ KÓD JE PERFEKTNÍ PRO 1-NÁSOBNÉ OPRAVY, JESTLIŽE MNOŽINA VŠECH SLOV VÁHY ≤ 1 TVOŘÍ SYSTÉM REPREZENTANTŮ JEHO TŘÍD.

JINAK ŘEČENO:

KAŽDÉ CHYBOVÉ SLOVO VÁHY ≤ 1 GENERUJE JINÝ SYNDROM.

NEEXISTUJÍ ŽÁDNÉ JINÉ SYNDROMY.

EXISTUJE JEN PŘEKVAPIVĚ MÁLO PERFEKTNÍCH KÓDŮ:

OPAKOVACÍ KÓD DÉLKY $2t+1$ JE PERFEKTNÍ PRO OPRAVY t-NÁSOBNÝCH CHYB.

HAMMINGOVY KÓDY JSOU PERFEKTNÍ PRO OPRAVY JEDNODUCHÝCH CHYB.

GOLAYOVY KÓDY JSOU PERFEKTNÍ PRO OPRAVY TROJNÁSOBNÝCH CHYB.

ROZŠÍŘENÍ KÓDU: KE KAŽDÉ ZNAČCE KÓDU PŘIDÁME ZNAK CELKOVÉ KONTROLY PARITY. Z (n, k) KÓDU K SE TAK VYTVOŘÍ $(n+1, k)$ KÓD.

ZNAČKY: $v_1 v_2 \dots v_n v_{n+1}$

KDE $v_1 v_2 \dots v_n \in K$ A $v_{n+1} = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

$$H^* = \left[\begin{array}{ccc:c} & H & & \begin{matrix}0\\ \vdots \\ 0\end{matrix} \\ \hdashline 1 & 1 \dots & 1 & 1 \end{array}\right]$$

(VŠECHNY PŮVODNÍ KONTROLNÍ ROVNICE ZŮSTÁVAJÍ, PŘIBUDE ROVNICE PARITY)

PŘ: ROZŠÍŘENÍ HAMMINGOVA $(7,4)$ KÓDU

$$G = \left[\begin{array}{cccc:ccc:c} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right]$$

B

$$H_1 = \left[\begin{array}{ccccccc:c} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hdashline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right] \quad H_2 = \left[\begin{array}{cccc|cccc} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$(-B^T \mid I)$

ZÚŽENÍ KÓDU: VYPUŠTĚNÍM NĚKTERÉHO PRVKU ZE VŠECH SLOV.

PŘ: KÓD UMOŽŇUJÍCÍ PŘENOS 5-BITOVÝCH INFORMAČNÍCH ČÁSTÍ S OPRAVOU JEDNODUCHÝCH CHYB.

VYJDEME Z (15,11) HAMMINGOVA KÓDU, KTERÝ ZÚŽÍME.

$$G = \left[\begin{array}{ccccccccccc:cccc}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&1&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&1&1&0&1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&1&1&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&1&1&1&1
\end{array}\right]$$

ODSTRANÍME ŘADY ODPOVÍDAJÍCÍ „NADBYTEČNÝM" INFORMAČNÍM PRVKŮM.

V G – ŘÁDKY I SLOUPCE

V H – SLOUPCE

GOLAYŮV KÓD – PERFEKTNÍ KÓD PRO TROJNÁSOBNÉ OPRAVY.

(23,12) KÓD

$$\underset{23}{G} = \left[\begin{array}{c:c} \underbrace{\quad I_{12} \quad}_{12} & \underbrace{\begin{array}{c} B \\ \hdashline 11 \ldots 1 \end{array}}_{11} \end{array}\right] \begin{array}{l} \}\ 11 \\ \}\ 1 \end{array}$$

MATICE B VZNIKNE CYKLICKÝM POSUVEM SLOVA $\underbrace{11011100010}_{11}$

$$B = \begin{bmatrix} 1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0 \\ 0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1 \\ 1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,0 \\ 0\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0\,0 \\ 0\,0\,1\,0\,1\,1\,0\,1\,1\,1\,0 \\ \vdots \\ 1\,0\,1\,1\,1\,0\,0\,0\,1\,0\,1 \end{bmatrix}$$

ROZŠÍŘENÝ GOLAYŮV KÓD G_{24}

$$G_{24} = \left[\begin{array}{c:c:c} I_{12} & B & \begin{matrix}1\\1\\\vdots\\1\end{matrix} \\ \hdashline & 11\cdots1 & 0 \end{array}\right]\begin{matrix}\}\ 11\\ \}\ 1\end{matrix}$$

$$\underbrace{\qquad\quad}_{12}\quad\underbrace{\qquad}_{11}\quad\underbrace{\;}_{1}$$

JE TO SAMODUÁLNÍ KÓD, TAKŽE

$$H_{24} = G_{24}.$$

GOLAYŮV G23 KÓD JE PERFEKTNÍ.

ILUSTRACE:

11 KONTROLNÍCH BITŮ => $2^{11} = 2048$ SYNDROMŮ

POČET REPREZENTANTŮ TŘÍD:

BEZ CHYBY – 1

JEDNODUCHÉ – 23

DVOJNÁSOBNÉ – $\binom{23}{2} = 253$

TROJNÁSOBNÉ – $\binom{23}{3} = 1771$

CELKEM 2048

HW REALIZACE KODÉRU LIN. KÓDU

PŘ: KODÉR KÓDU (7,4)

$$G = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

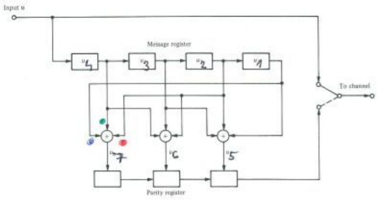
$v = G^T \cdot u$ $\qquad v_1 = u_1 \qquad v_2 = u_2$

$v_3 = u_3 \qquad v_4 = u_4$

$v_5 = u_1 + u_2 + u_3$

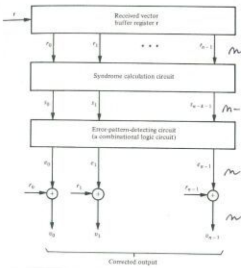
$v_6 = u_2 + u_3 + u_4$

$v_7 = u_1 + u_2 + u_4$



HW REALIZACE DEKODÉRU LIN. KÓDU

BLOKOVÉ SCHÉMA:



PŘIJATÉ SLOVO

VÝPOČET SYNDROMU

VÝPOČET CHYBOVÉHO VEKTORU

PŘIČTENÍ CHYBOVÉHO VEKTORU

POUŽITÉ PRVKY:

 PAMĚŤOVÝ PRVEK NA 1 BIT

 EXECUTIVE-OR (NA VÝSTUPU JE HODNOTA 1, JE-LI 1 NA LICHÉM POČTU VSTUPŮ

 AND (NA VÝSTUPU JE HODNOTA 1, JE-LI NA VSTUPU 001)

PŘ: DEKODÉR HAMMINGOVA KÓDU (7,4)

$$H = \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

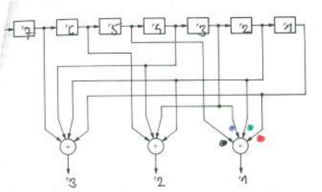
$s = H \cdot w$

$$s_1 = w_1 + w_2 + w_3 + w_5$$

$$s_2 = w_2 + w_3 + w_4 + w_6$$

$$s_3 = w_1 + w_2 + w_4 + w_7$$

OBVOD PRO VÝPOČET SYNDROMU:



VÝPOČET CHYBOVÉHO VEKTORU DEKODÉREM:

POPIS DEKODÉRU

Syndromes			Correctable error patterns (coset leaders)						
s_3	s_2	s_1	e_7	e_6	e_5	e_4	e_3	e_2	e_1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1

SYNDROM (i-tý SLOUPEC H) CHYBOVÝ VEKTOR e_i

KOMPLETNÍ OBVODOVÉ ŘEŠENÍ