V DALŠÍM SE BUDEME SNAŽIT UKÁZAT SOUVISLOST GRAMATIK A JAZYKŮ TYPU 3 A KONEČNÝCH AUTOMATŮ.

MOTIVAČNÍ PŘÍKLAD:

$$
\begin{aligned}
G:\quad & S \to \overset{1}{0A} \mid \overset{2}{1S} \mid \overset{3}{e} \\
& A \to \overset{4}{0B} \mid \overset{5}{1A} \\
& B \to \overset{6}{0S} \mid \overset{7}{1B}
\end{aligned}
$$

G JE ZŘEJMĚ GRAMATIKA TYPU 3 (PRAVÁ LINEÁRNÍ).

ZKONSTRUUJEME „AUTOMAT" A TÍMTO FORMÁLNÍM POSTUPEM:

- STAVY BUDOU ODPOVÍDAT NETERMINÁLNÍM SYMBOLŮM
- VSTUPY BUDOU ODPOVÍDAT TERMINÁLNÍM SYMBOLŮM
- PŘECHODOVOU FUNKCI ZKONSTRUUJEME NA ZÁKLADĚ ANALOGIÍ

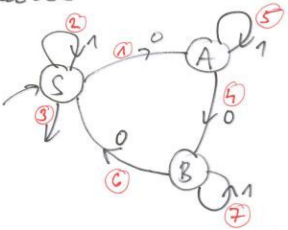
$$X \to aY \in P \quad \Rightarrow$$

$X \xrightarrow{a} Y$ BUDE PŘECHOD

- POČÁTEČNÍ STAV BUDE ODPOVÍDAT POČÁTEČNÍMU SYMBOLU
- MNOŽINU KONCOVÝCH STAVŮ URČÍME TAK, ŽE

$$X \to e \in P \quad \Rightarrow \quad X \in F$$

VÝSLEDEK:




TENTO GRAF JE (SHODOU OKOLNOSTÍ, NIKOLI OBECNĚ) PŘECHODOVÝM GRAFEM KONEČNÉHO AUTOMATU.

BUDEME ZKOUMAT GENEROVÁNÍ ŘETĚZCŮ GRAMATIKOU A ZPRACOVÁNÍ TĚCHTO ŘETĚZCŮ AUTOMATEM.

SLOVO 00101 LZE V GRAMATICE G ODVODIT TAKTO:

$$S \overset{1}{\Rightarrow} 0A \overset{5}{\Rightarrow} 00B \overset{7}{\Rightarrow} 001B \overset{6}{\Rightarrow} 0010S \overset{2}{\Rightarrow}$$

$$\Rightarrow 00101S \overset{3}{\Rightarrow} 00101$$

V AUTOMATU $\mathcal{A}$ JE SLOVO 00101 ZPRACOVÁNO TAKTO:

$$(S, 00101) \overset{1}{\vdash} (A, 0101) \overset{5}{\vdash} (B, 101) \overset{7}{\vdash}$$

$$\vdash (B, 01) \overset{6}{\vdash} (S, 1) \overset{2}{\vdash} (S, e)$$

POSLOUPNOST PŘÍMÝCH PŘEPSÁNÍ:

$\boxed{1, 5, 7, 6, 2}$ 3

POSLOUPNOST PŘECHODŮ V AUTOMATU:

$\boxed{1, 5, 7, 6, 2}$

ZE ZPŮSOBU KONSTRUKCE AUTOMATU $\mathcal{A}$ A Z UKÁZKY SOUVISLOSTI ODVOZENÍ ŘETĚZCE V GRAMATICE A ZPRACOVÁNÍ V AUTOMATU JE ZŘEJMÉ, ŽE KE KAŽDÉMU ŘETĚZCI GENEROVANÉMU GRAMATIKOU G EXISTUJE POSLOUPNOST PŘECHODŮ V $\mathcal{A}$, KTERÁ KONČÍ V KONCOVÉM STAVU.

JINAK ŘEČENO :

$$L(G) = L(\mathcal{A})$$

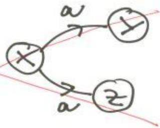
NA ZÁKLADĚ UVEDENÝCH ANALOGIÍ LZE KA SESTROJIT POUZE KE GRAMATIKÁM TYPU 3 VE SPECIÁLNÍM TVARU :

$$X \to aY \qquad X, Y \in N \quad a \in T$$
$$X \to e$$

KDE PRO ŽÁDNÝ NETERMINÁLNÍ SYMBOL X NEEXISTUJE VÍCE NEŽ JEDNO PRAVIDLO SE STEJNÝM TERMINÁLEM NA PRAVÉ STRANĚ.

Př: $X \to aY$

$X \to aZ$




NELZE (NENÍ KA)

V DALŠÍM UKÁŽEME, ŽE KE KAŽDÉ GRAMATICE TYPU 3 EXISTUJE EKVIVALENTNÍ GRAMATIKA S PRAVIDLY TVARU $X \to aY$ A $X \to e$.

POJEM KONEČNÉHO AUTOMATU ZOBECNÍME NA NEDETERMINISTICKÝ KONEČNÝ AUTOMAT, KTERÝ BUDE PŘIPOUŠTĚT NEJEDNOZNAČNÉ PŘECHODY.

UKÁŽEME, ŽE KE KAŽDÉMU NEDETERMINISTICKÉMU KONEČNÉMU AUTOMATU EXISTUJE EKVIVALENTNÍ KONEČNÝ AUTOMAT.

KE KAŽDÉ GRAMATICE $G=(N,T,S,P)$ TYPU 3 EXISTUJE GRAMATIKA $G'=(N',T,S,P')$ TYPU 3 S PRAVIDLY VE TVARU $X \to aY$ a $X \to e$ KDE $X,Y \in N$ A $a \in T$ (REGULÁRNÍ TVAR)

DŮKAZ (KONSTRUKTIVNÍ):

1) $T, S$ JSOU STEJNÉ JAKO V $G$.

2) $P'$ ZKONSTRUUJEME TAKTO:

a) DO $P'$ ZAŘADÍME VŠECHNA PRAVIDLA Z $P$ VE TVARU $X \to aY$, $X \to e$

b) ZA KAŽDÉ PRAVIDLO

$$X \to x_1 x_2 \dots x_n Y \qquad X, Y \in N, \quad x_i \in T$$

$\in P$

ZAŘADÍME DO P' SOUSTAVU PRAVIDEL

$$X \to x_1 X_2$$
$$X_2 \to x_2 X_3$$
$$\vdots$$
$$X_{n-1} \to x_{n-1} X_n$$
$$X_n \to x_n Y$$

c) ZA KAŽDÉ PRAVIDLO

$$X \to z_1 z_2 \cdots z_n \quad \in P \qquad X \in N, \; z_i \in T$$

ZAŘADÍME DO P' SOUSTAVU

$$X \to z_1 Z_1$$
$$Z_1 \to z_2 Z_2$$
$$\vdots$$
$$Z_{n-1} \to z_n Z_n$$
$$Z_n \to e$$

d) MÍSTO PRAVIDEL TVARU

$$X \to Y \qquad X, Y \in N$$
$$\in P$$

ZAŘADÍME DO P' SOUSTAVU PRAVIDEL VE TVARU

$$Z' \to z Z'' \qquad \forall Z' \in U(Y)$$
$$\forall Y \to z Z'' \in P$$

KDE $U(Y) = \{X \mid X \overset{*}{\Rightarrow} Y\}$

3) N' VZNIKNE OBOHACENÍM N O VŠECHNY NOVÉ NETERMINÁLNÍ SYMBOLY VYTVOŘENÉ V 2)

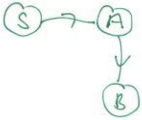
## ILUSTRACE d)

### V P ZBYLO

$S \to A$

$A \to B$

### GRAFICKY




$U(S) = \{S\}$

$U(A) = \{S, A\}$

$U(B) = \{S, A, B\}$

PROTOŽE

$S \Rightarrow A \Rightarrow B$

### V P' UŽ JE

$A \to aC \mid e$

$B \to aB \mid bA$

MUSÍME ZAJISTIT, ABY ZE S BYLO MOŽNÉ ODVODIT VŠECHNY ŘETĚZCE, KTERÉ LZE ODVODIT Z A A B; Z A MUSÍ BÝT MOŽNÉ ODVODIT VŠECHNY ŘETĚZCE, KTERÉ LZE ODVODIT Z B. PROTO DO P' PŘIDÁME

$S \to aC \mid e \mid aB \mid bA$

$A \to aB \mid bA$

PŘ: $P = \{ S \to A \mid B \mid \underbrace{aaS}_{1}$

$A \to C \mid \underbrace{abB}_{2}$

$B \to \underbrace{bB}_{1} \mid \underbrace{c}_{1}$

$C \to \underbrace{cC}_{2} \mid \underbrace{bc}_{2} \}$

PŘETVAŘÍME TAKTO:

ad a) $\underbrace{B \to bB}_{1}$ $\underbrace{C \to cC}_{2}$

ad b) $\underbrace{S \to aS_1 \quad S_1 \to aS}_{1}$

$\underbrace{A \to aA_1 \quad A_1 \to bB}_{2}$

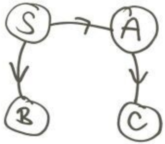
ad c) $\underbrace{B \to cB_1 \quad B_1 \to e}_{1}$

$\underbrace{C \to bC_1 \quad C_1 \to cC_2 \quad C_2 \to e}_{2}$

PRO NÁZORNOST V TÉTO FÁZI PRAVIDLA SPOJUJEME:

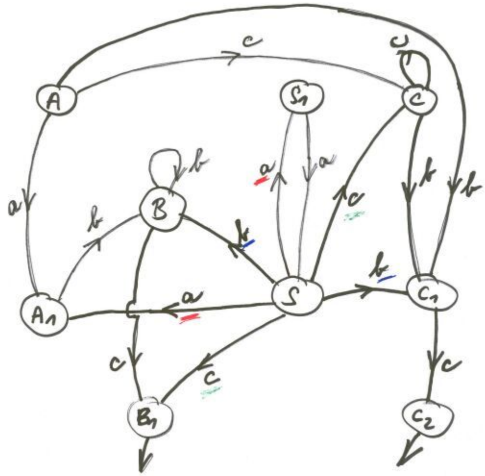
$$S \to aS_1$$
$$S_1 \to aS$$
$$A \to aA_1$$
$$A_1 \to bB$$
$$B \to bB \mid cB_1$$
$$B_1 \to e$$
$$C \to cC \mid bC_1$$
$$C_1 \to cC_2$$
$$C_2 \to e$$

ad d)



| V G PLATÍ | V G' UŽ JE | DO G' PŘIDÁME |
|---|---|---|
| $S \stackrel{*}{\Rightarrow} B$ | $B \to bB$<br>$B \to cB_1$ | $S \to bB$<br>$S \to cB_1$ |
| $S \stackrel{*}{\Rightarrow} C$ | $C \to cC$<br>$C \to bC_1$ | $S \to cC$<br>$S \to bC_1$ |
| $A \stackrel{*}{\Rightarrow} C$ | $C \to cC$<br>$C \to bC_1$ | $A \to cC$<br>$A \to bC_1$ |

PŘECHODOVÝ GRAF:




NENÍ GRAFEM PŘECHODŮ KONEČNÉHO AUTOMATU VE SMYSLU NAŠÍ DOSAVADNÍ DEFINICE. (NEJEDNOZNAČNÉ PŘECHODY).

NEDETERMINISTICKÝ KONEČNÝ AUTOMAT:

$$A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$$

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{e\}) \to \mathcal{P}(Q)$$

$S \subseteq Q$ ... MNOŽINA POČÁTEČNÍCH STAVŮ

TŘI TYPY NEDETERMINIZMU:

1) NEJEDNOZNAČNĚ URČENÝ POČÁTEČNÍ STAV

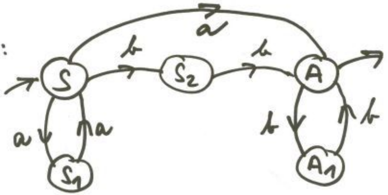
2) NEJEDNOZNAČNÉ PŘECHODY


3) e- PŘECHODY

PŘ: $G: S \to aaS \mid bbA \mid aA$

$A \to bbA \mid e$

$\mathcal{A}$:




JAK „ROZUMNĚ" CHÁPAT „JAZYK AKCEPTOVANÝ AUTOMATEM"?

$(S, a) \vdash (S_1, e) \qquad S_1 \notin F$

$(S, a) \vdash (A, e) \qquad A \in F$

$S \Rightarrow aA \Rightarrow a \qquad a \in L(G)$

PROTO MUSÍ BÝT $L(\mathcal{A})$ DEFINOVÁN TAK, ABY $a \in L(\mathcal{A})$.

## ŘETĚZEC AKCEPTOVANÝ NKA :

SLOVO $w = x_1 x_2 \dots x_n \in \Sigma^*$
JE AKCEPTOVÁNO NKA $\mathcal{A}$,
EXISTUJE-LI POSLOUPNOST STAVŮ

$$q_0, q_1, \dots, q_n$$

TAKOVÁ, ŽE

$$q_0 \in S$$

$$q_n \in F$$

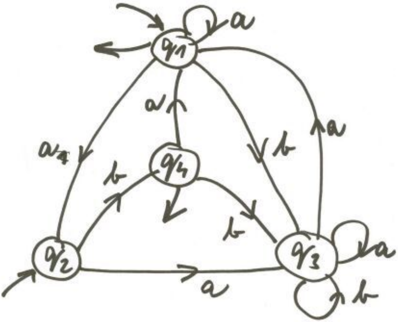
$$q_{i+1} \in \delta(q_i, x_{i+1})$$

KDY NKA AKCEPTUJE $e$ ?

KDYŽ $\quad S \cap F \neq \emptyset$

PŘ: (BEZ ε-HRAN)

| | | a | b |
|---|---|---|---|
| $\leftrightarrow$ | $q_1$ | $\{q_1, q_2\}$ | $\{q_3\}$ |
| $\rightarrow$ | $q_2$ | $\{q_3\}$ | $\{q_4\}$ |
| | $q_3$ | $\{q_1, q_3\}$ | $\{q_3\}$ |
| $\leftarrow$ | $q_4$ | $\{q_1\}$ | $\{q_3\}$ |

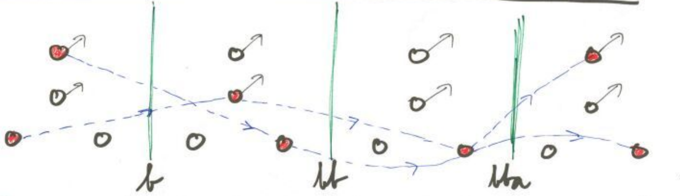


## JAK TENTO NKA MŮŽE REAGOVAT NA VSTUPNÍ ŘETĚZEC abaa ?

$$(q_1, abaa) \vdash (q_1, baa) \vdash (q_3, aa) \vdash (q_1, a) \vdash (q_1, e)$$

$$(q_1, abaa) \vdash (q_2, baa) \vdash (q_1, aa) \vdash (q_1, a) \vdash (q_2, e)$$

## JAK MŮŽE NKA REAGOVAT NA ŘETĚZEC bba ?






● = STAVY, V NĚMŽ AUTOMAT „MŮŽE BÝT“, TJ. „EXISTUJE POSLOUPNOST STAVŮ...“

ZÁVĚR K PŘÍKLADU:

CHOVÁNÍ NKA LZE POPSAT SEKVENCÍ „POZIC", Z NICHŽ KAŽDÁ JEDNOZNAČNĚ DEFINUJE, ZDA JE ZPRACOVANÝ ŘETĚZEC AKCEPTOVÁN ČI ZAMÍTNUT.

POZIC JE KONEČNÝ POČET.

PŘECHODY MEZI POZICEMI JSOU JEDNOZNAČNÉ.

TO VŠE JSOU VLASTNOSTI KONEČNÉHO AUTOMATU.

KONEČNÝ AUTOMAT A NEDETERMINISTICKÝ KONEČNÝ AUTOMAT ROZPOZNÁVAJÍ TUTÉŽ TŘÍDU JAZYKŮ.

JINAK ŘEČENO:

KE KAŽDÉMU NEDETERMINISTICKÉMU KONEČNÉMU AUTOMATU EXISTUJE EKVIVALENTNÍ KONEČNÝ AUTOMAT.

JAK EKVIVALENTNÍ KA SESTROJIT?

DÁN NKA $A = (Q, \Sigma, \delta, S, F)$

HLEDÁME KA $A' = (Q', \Sigma, \delta', S, F')$

TAKOVÝ, ŽE $L(A') = L(A)$

$Q' \subseteq \mathcal{P}(Q) \qquad \delta' : Q' \times \Sigma \to Q'$

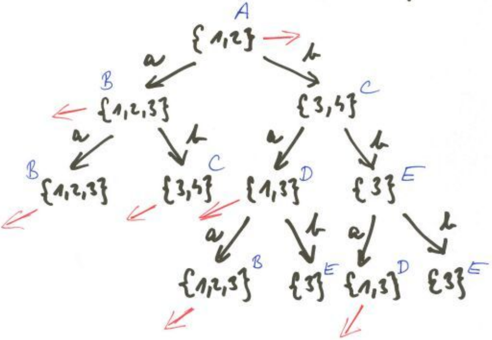
$$\delta'(K, x) = \bigcup_{q \in K} \delta(q, x) \quad \forall K \in Q' \quad \forall x \in \Sigma$$

$$F' = \{ K \mid K \in Q' \land K \cap F \neq \emptyset \}$$

PŘ:

| | | a | b |
|---|---|---|---|
| $\leftrightarrow$ | 1 | $\{1,2\}$ | $\{3\}$ |
| $\rightarrow$ | 2 | $\{3\}$ | $\{4\}$ |
| | 3 | $\{1,3\}$ | $\{3\}$ |
| $\leftarrow$ | 4 | $\{1\}$ | $\{3\}$ |

PŘEVOD NA (DETERMINISTICKÝ) KA:



REPREZENTACE TABULKOU:

| | | a | b |
|---|---|---|---|
| ↔ | A | B | C |
| ← | B | B | C |
| ← | C | D | E |
| ← | D | B | E |
| | E | D | E |

SHRNUTÍ (PŘEVOD NKA NA KA):

HODNOTA PŘECHODOVÉ FCE $\delta'$ PRO KONKRÉTNÍ PODMNOŽINU $K \subseteq Q$ A KONKRÉTNÍ VSTUPNÍ PÍSMENO $a$ SE ZÍSKÁ JAKO SJEDNOCENÍ HODNOT $\delta$ PRO VŠECHNY PRVKY PODMNOŽINY $K$ A KONKRÉTNÍ PÍSMENO $a$.

$F'$ TVOŘÍ TAKOVÉ STAVY Z $Q'$, KTERÉ OBSAHUJÍ ALESPOŇ JEDEN ZE STAVŮ MNOŽINY $F$.