PŘ: BINÁRNÍ CYKLICKÝ KÓD VZNIKNE ZE SLOVA 110110 CYKLICKÝMI POSUVY A SOUČTY. URČETE GENERUJÍCÍ POLYNOM A GENERUJÍCÍ MATICI.

POSUVY:

① $\boxed{110110}$
② $\boxed{011011}$
③ $\boxed{101101}$
110110 UŽ TAM JE

SOUČTY:

①+② 101101 UŽ TAM JE
①+③ 011011 UŽ TAM JE
②+③ 110110 UŽ TAM JE
①+① $\boxed{000000}$

$$g(x) = 1 + x + x^3 + x^4$$

$$\left.\begin{matrix} n - k = 4 \\ n = 6 \end{matrix}\right\} \Rightarrow k = 2$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} 1 & x & & x^3 & x^4 & \end{matrix} \\ G = & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$h(x) = (x^6 - 1) : (x^4 + x^3 + x + 1) = x^2 + x + 1$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} & & & x^2 & x & 1 \end{matrix} \\ H = & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

PŘ: URČETE GENERUJÍCÍ A KONTROLNÍ MATICI BINÁRNÍHO CYKLICKÉHO KÓDU DÉLKY 6 S GENERUJÍCÍM POLYNOMEM

$g(x) = 1 + x^3$

ŘEŠENÍ:

$$\left.\begin{array}{l} n = 6 \\ n - k = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow k = 3$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 1 & & & x^3 & & \end{array} \\ G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \rightarrow$$

$$h(x) = (x^n - 1) : g(x)$$

$$h(x) = (x^6 + 1) : (x^3 + 1) = x^3 + 1$$

$$\begin{array}{l} +(x^6 + x^3) \\ \hline \quad x^3 + 1 \\ \quad +(x^3 + 1) \\ \hline \qquad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} & & x^3 & & & 1 \end{array} \\ H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array} \leftarrow$$

PŘ: VYTVOŘTE BINÁRNÍ CYKLICKÝ (6,4) KÓD.

ŘEŠENÍ: $\left.\begin{matrix} n=6 \\ k=4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow n-k=2$

JAK URČIT $g(x)$? NAJÍT ROZKLAD MNOHOČLENU x^6-1 NAD TĚLESEM Z_2, KTERÝ MÁ ČLEN STUPNĚ $n-k=2$

BUDEME POSTUPNĚ DĚLIT x^6-1 DĚLITELI $x^2, x^2+x, x^2+1, x^2+x+1$ (VŠECHNY POLYNOMY STUPNĚ 2.

$(x^6+1) : x^2 = x^4$

$+(x^6)$

1 ZBYTEK

$(x^6+1) : (x^2+x) = x^4+x^3+x^2+x+1$

$+(x^6+x^5)$

x^5+1

$+(x^5+x^4)$

x^4+1

$+(x^4+x^3)$

x^3+1

$+(x^3+x^2)$

x^2+1

$+(x^2+x)$

$\boxed{x+1}$ ZBYTEK

$(x^6+1) : \boxed{(x^2+1)} = x^4+x^2+1$

$+(x^6+x^4)$

x^4+1

$+(x^4+x^2)$

x^2+1

$+(x^2+1)$

0

$$(x^6+1) : \boxed{(x^2+x+1)} = x^4 + x^3 + x + 1$$

$$
\begin{array}{l}
\;\; x^6 + 1 \\
+(x^6+x^5+x^4) \\
\hline
\;\; x^5+x^4+1 \\
+(x^5+x^4+x^3) \\
\hline
\;\; x^3+1 \\
+(x^3+x^2+x) \\
\hline
\;\; x^2+x+1 \\
+(x^2+x+1) \\
\hline
\;\; 0
\end{array}
$$

EXISTUJÍ DVA DĚLITELÉ STUPNĚ 2:

$g(x) = x^2+1$

$$G = \begin{bmatrix} 1&0&1&0&0&0 \\ 0&1&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0&1 \end{bmatrix}$$

$h(x) = x^4+x^2+1$

$$H = \begin{bmatrix} 0&1&0&1&0&1 \\ 1&0&1&0&1&0 \end{bmatrix}$$

$g(x) = x^2+x+1$

$$G = \begin{bmatrix} 1&1&1&0&0&0 \\ 0&1&1&1&0&0 \\ 0&0&1&1&1&0 \\ 0&0&0&1&1&1 \end{bmatrix}$$

$h(x) = x^4+x^3+x+1$

$$H = \begin{bmatrix} 0&1&1&0&1&1 \\ 1&1&0&1&1&0 \end{bmatrix}$$

PŘ: SYSTEMATICKÝM BINÁRNÍM CYKLICKÝM KÓDEM S $g(x) = 1 + x + x^3$ ZAKÓDUJTE DATOVÝ BLOK 1100.

<u>ŘEŠENÍ</u>:

$$\left.\begin{array}{l} k = 4 \\ n - k = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow n = 7$$

$$u(x) = x^3 + x^2 \qquad u(x) \cdot x^{n-k} = x^6 + x^5$$

$$(x^6 + x^5) : (x^3 + x + 1) = x^3 + x^2 + x$$

$$\begin{array}{l}
+\underline{(x^6 + x^4 + x^3)} \\
\quad x^5 + x^4 + x^3 \\
\quad +\underline{(x^5 + x^3 + x^2)} \\
\qquad x^4 + x^2 \\
\qquad +\underline{(x^4 + x^2 + x)} \\
\qquad\qquad x
\end{array}$$

x = ZBYTEK $r(x)$

$$v(x) = m(x) \cdot x^{n-k} + r(x) =$$

$$= x^6 + x^5 + x$$

1 1 0 0	0 1 0
	x^2 x 1

JINÝ ZPŮSOB – VÝPOČET PŘÍMO V 0 A 1:

$$\begin{array}{l}
\boxed{1100}000 \;:\; \boxed{1011} = 1110 \\
+\,1011 \\
01110 \\
+\,1011 \\
01010 \\
+\,1011 \\
00\boxed{010}
\end{array}$$

ZBYTEK

PŘ: LOGICKÉ VYPLÝVÁNÍ

ROZHODNĚTE, ZDA Z FORMULÍ

$\mathcal{A}_1 : \neg A \Rightarrow B$ a $\mathcal{A}_2 : \neg B \Leftrightarrow C$

LOGICKY VYPLÝVÁ FORMULE $\mathcal{B} : C \Rightarrow A$

ŘEŠENÍ 1

ABY FORMULE $\mathcal{B}$ VYPLÝVALA Z FORMULÍ $\mathcal{A}_1$ a $\mathcal{A}_2$, MUSÍ BÝT $(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2) \Rightarrow \mathcal{B}$ TAUTOLOGIÍ.

A	B	C	$\mathcal{A}_1$: $\neg A \Rightarrow B$	$\mathcal{A}_2$: $\neg B \Leftrightarrow C$	$\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2$	$\mathcal{B}$: $C \Rightarrow A$	$(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2) \Rightarrow \mathcal{B}$
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0	0	1	1

$(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2) \Rightarrow \mathcal{B}$ JE TAUTOLOGIE, $\mathcal{B}$ VYPLÝVÁ Z $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2$

ŘEŠENÍ 2

ABY FORMULE B LOGICKY VYPLÝVALA Z FORMULÍ A_1 A A_2, MUSÍ BÝT $(A_1 \wedge A_2 \wedge \neg B)$ KONTRADIKCE.

A	B	C	A_1: $\neg A \Rightarrow B$	A_2: $\neg B \Leftrightarrow C$	B: $C \Rightarrow A$	$\neg B$	$A_1 \wedge A_2 \wedge \neg B$
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	0	1	0	0

$(A_1 \wedge A_2 \wedge \neg B)$ JE KONTRADIKCE, FORMULE B TEDY LOGICKY VYPLÝVÁ Z FORMULÍ A_1 A A_2.