**Московский авиационный институт**
**(национальный исследовательский университет)**

Факультет: «Компьютерные науки и прикладная математика»
Кафедра: 806 «Вычислительная математика и программирование»

# Лабораторная работа №4

по курсу «Численные методы»
Тема: «Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений»

Студент: Мариничев И. А.
Группа: М8О-308Б-19
Преподаватель: Пивоваров Д. Е.
Оценка:

Москва
2022

# 1. Постановка задачи.

**Вариант №12.**

4.1. Реализовать методы Эйлера, Рунге-Кутты и Адамса 4-го порядка в виде программ, задавая в качестве входных данных шаг сетки $h$ . С использованием разработанного программного обеспечения решить задачу Коши для ОДУ 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

4.2. Реализовать метод стрельбы и конечно-разностный метод решения краевой задачи для ОДУ в виде программ. С использованием разработанного программного обеспечения решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на указанном отрезке. Оценить погрешность численного решения с использованием метода Рунге – Ромберга и путем сравнения с точным решением.

## 2. Описание методов.

**4.1. Метод Эйлера, метод Рунге-Кутты 4-го порядка, метод Адамса 4-го порядка.**

Решаемая задача: Задача Коши для ОДУ 2-го порядка.

**4.2. Метод стрельбы, конечно-разностный метод.**

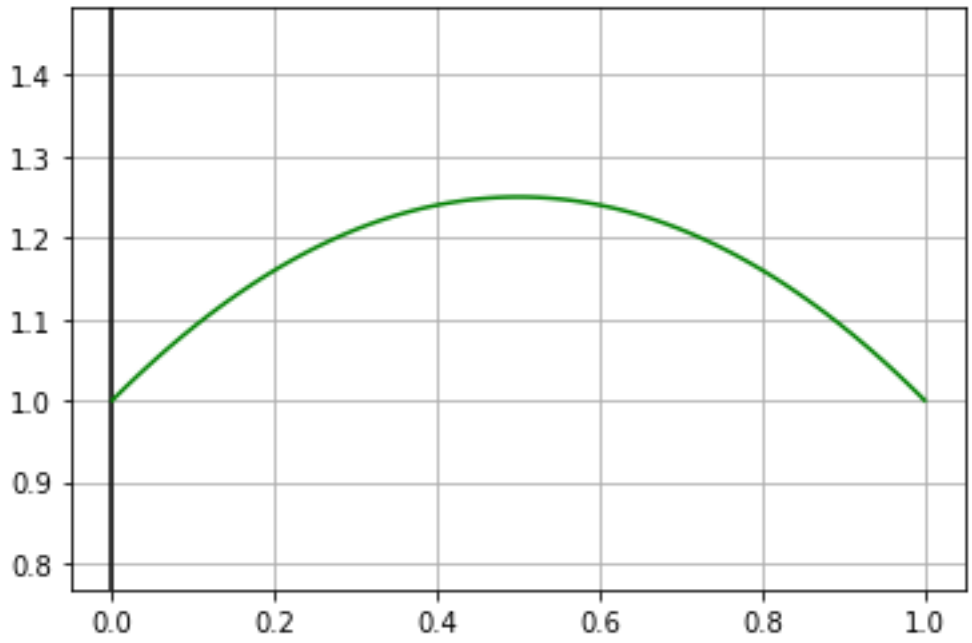
Решаемая задача: Краевая задача для ОДУ 2-го порядка.

# 3. Демонстрация работы программы.

## 3.1. Задача Коши

Посмотрим на график точного решения на отрезке `[0, 1]`:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def y_true(x):
    return x - x ** 2 + 1

l = 0.0
r = 1.0

plt.axis('equal')
plt.grid(True, which='both')
plt.axvline(x=0, color='k')

X = np.linspace(l, r, 100)
plt.plot(X, y_true(X), "-g")

plt.show()
```




## Численное решение

Теперь запустите в терминале программу на **C++** при помощи команд

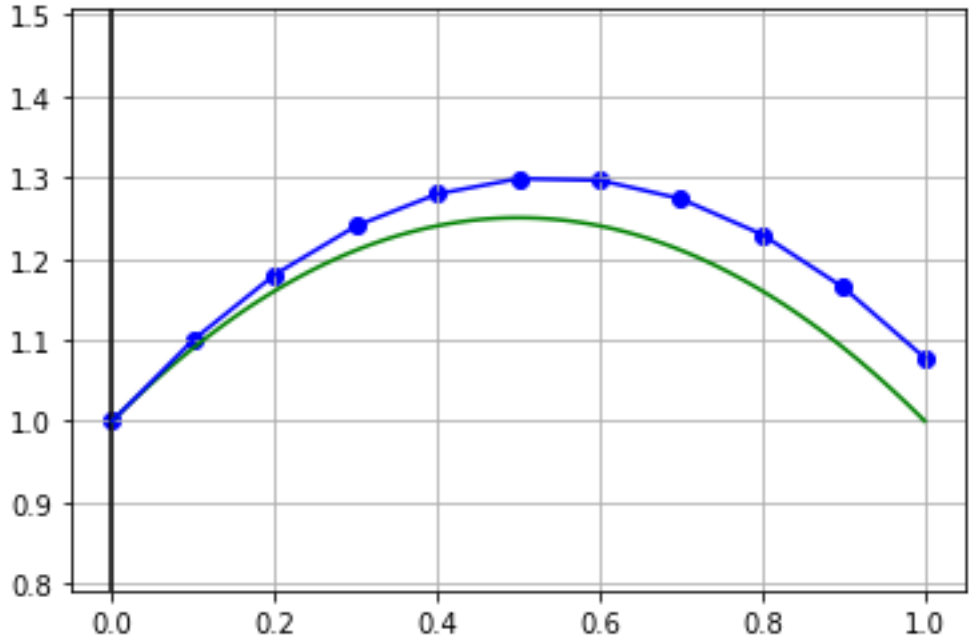
```
make
make run
```

В появившемся файле `answer_NN.txt` можно увидеть полученные численные решения. Проверим их, построив полученные точки на графике

```
def draw(l, r, x, y):
    plt.axis('equal')
    plt.grid(True, which='both')
    plt.axvline(x=0, color='k')

    X = np.linspace(l, r, 100)
    plt.plot(X, y_true(X), "-g")

    plt.scatter(x, y, c ="blue")
    plt.plot(x, y, "-b")

    plt.show()
```

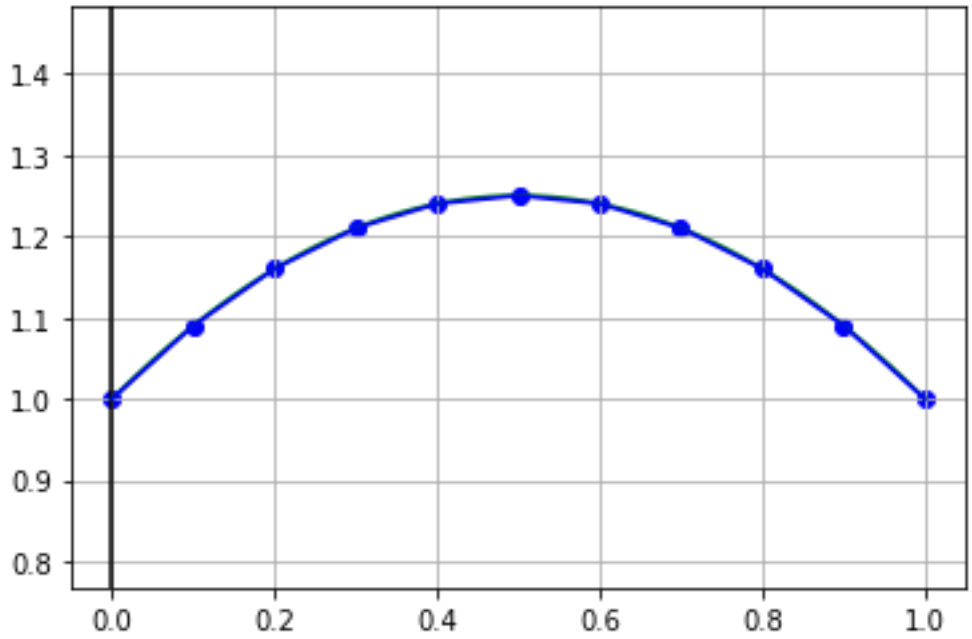
Метод Эйлера

```
X = [0.000000, 0.100000, 0.200000, 0.300000, 0.400000, 0.500000, 0.600000, 0.70
0000, 0.800000, 0.900000, 1.000000]
Y = [1.000000, 1.100000, 1.180000, 1.239802, 1.279212, 1.298042, 1.296116, 1.27
3267, 1.229341, 1.164197, 1.077706]
draw(l, r, X, Y)
```



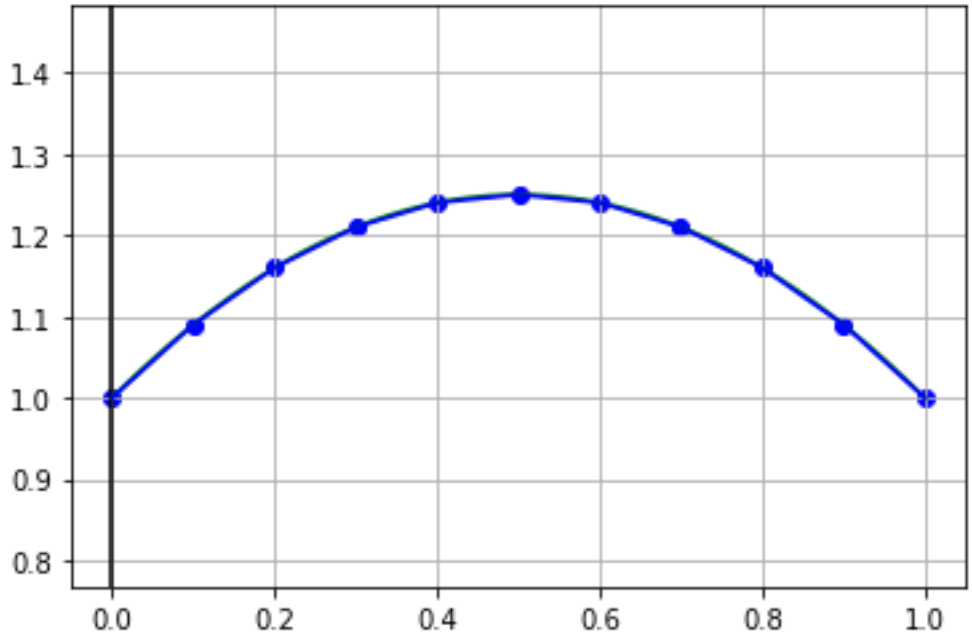

Метод Рунге-Кутты

```
X = [0.000000, 0.100000, 0.200000, 0.300000, 0.400000, 0.500000, 0.600000, 0.70
0000, 0.800000, 0.900000, 1.000000]
Y = [1.000000, 1.090000, 1.160000, 1.210000, 1.240000, 1.250001, 1.240001, 1.21
0002, 1.160002, 1.090003, 1.000004]
draw(l, r, X, Y)
```




Метод Адамса

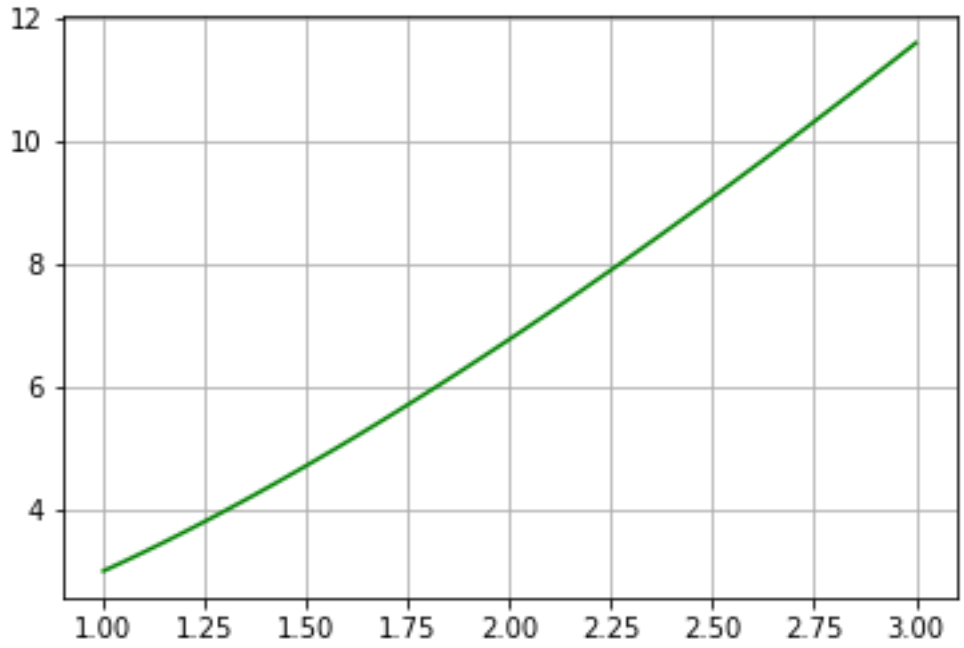
```
X = [0.000000, 0.100000, 0.200000, 0.300000, 0.400000, 0.500000, 0.600000, 0.70
0000, 0.800000, 0.900000, 1.000000]
Y = [1.000000, 1.090000, 1.160000, 1.210000, 1.240001, 1.250001, 1.240002, 1.21
0002, 1.160003, 1.090003, 1.000004]
draw(l, r, X, Y)
```



### 3.2. Краевая задача

Посмотрим на график точного решения на отрезке `[1, 3]`:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def y_true(x):
    return 2 + x + 2 * x * np.log(np.abs(x))

a = 1.0
b = 3.0

plt.grid(True, which='both')
X = np.linspace(a, b, 100)
plt.plot(X, y_true(X), "-g")
plt.show()
```




## Численное решение

Теперь запустите в терминале программу на **C++** при помощи команд

```
make
make run
```

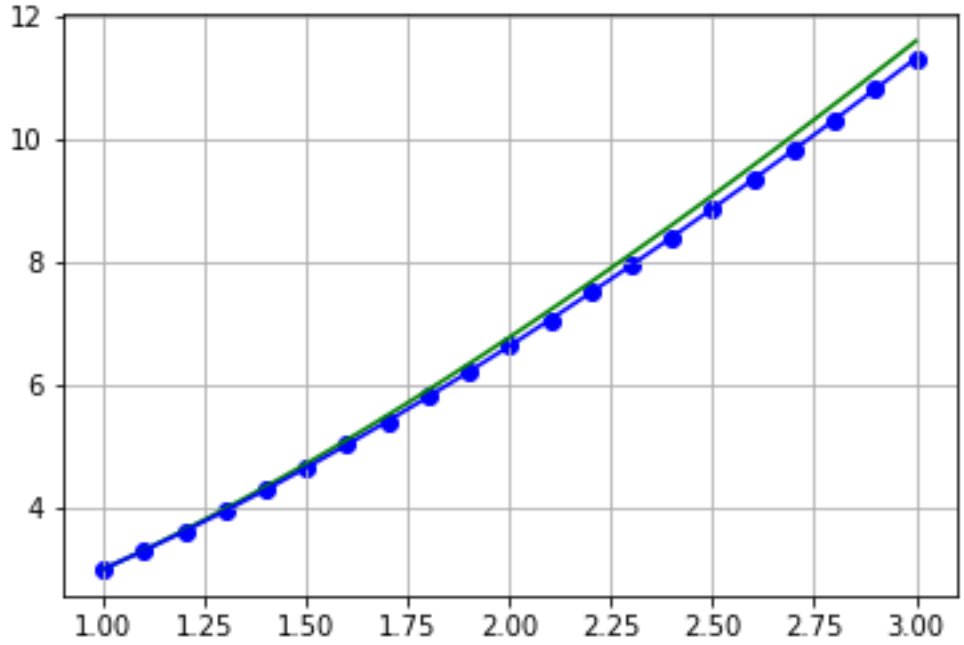
В появившемся файле `answer_NN.txt` можно увидеть полученные численные решения. Проверим их, построив полученные точки на графике

```
def draw(l, r, x, y):
    plt.grid(True, which='both')

    X = np.linspace(l, r, 100)
    plt.plot(X, y_true(X), "-g")

    plt.scatter(x, y, c ="blue")
```

```
    plt.plot(x, y, "-b")

    plt.show()
```

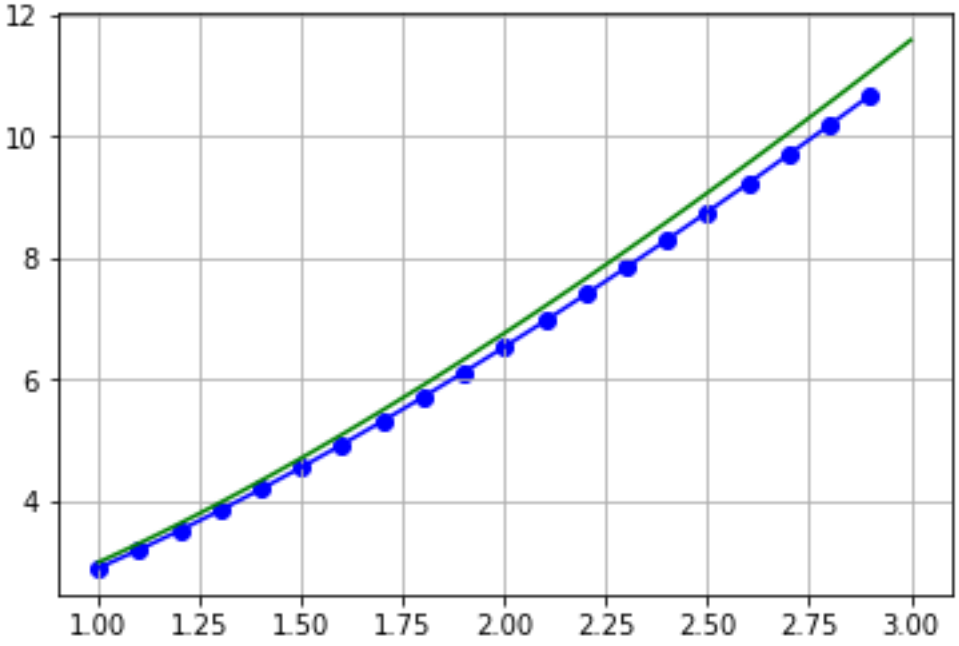
Метод стрельбы

```
X = [1.000000, 1.100000, 1.200000, 1.300000, 1.400000, 1.500000, 1.600000, 1.70
0000, 1.800000, 1.900000, 2.000000, 2.100000, 2.200000, 2.300000, 2.400000, 2.5
00000, 2.600000, 2.700000, 2.800000, 2.900000, 3.000000]
Y = [3.000000, 3.300000, 3.615308, 3.945925, 4.291212, 4.650418, 5.022795, 5.40
7643, 5.804312, 6.212204, 6.630776, 7.059527, 7.497999, 7.945772, 8.402458, 8.8
67698, 9.341163, 9.822545, 10.311559, 10.807938, 11.311435]

draw(a, b, X, Y)
```




Метод конечных разностей

```
X = [1.000000, 1.100000, 1.200000, 1.300000, 1.400000, 1.500000, 1.600000, 1.70
0000, 1.800000, 1.900000, 2.000000, 2.100000, 2.200000, 2.300000, 2.400000, 2.5
00000, 2.600000, 2.700000, 2.800000, 2.900000]
Y = [2.905120, 3.205120, 3.522371, 3.855435, 4.203096, 4.564312, 4.938179, 5.32
3905, 5.720794, 6.128226, 6.545644, 6.972551, 7.408494, 7.853063, 8.305882, 8.7
66608, 9.234924, 9.710538, 10.193181, 10.682601]

draw(a, b, X, Y)
```


12
10
8
6
4
1.00
1.25
1.50
1.75
2.00
2.25
2.50
2.75
3.00

## 4. Выводы.

В ходе данной лабораторной работы я изучил базовые численные методы, решающие обыкновенные дифференциальные уравнения.

Стоит отметить, что те варианты реализаций, которые были написаны мной на C++ носят скорее учебный характер, так как передо мной стояла задача понять алгоритмы при реализации, а не написать максимально оптимальные решатели тех или иных задач.