

Типовой расчет №20 по численным методам  
Вариант 3

Волков Павел А-14-19

10 сентября 2021 г.

## Задание

Вычислить приближенное значение интеграла  $\int_b^a f(x)dx$ , используя квадратурные формулы: а) центральных прямоугольников с шагом  $h = 0.4$ ; дать априорную оценку погрешности; б) трапеций с шагами  $h = 0.4$  и  $h = 0.2$ ; оценить погрешность последнего результата по правилу Рунге и уточнить последний результат по Рунге; в) Симпсона  $h = 0.4$

УКАЗАНИЕ. Промежуточные результаты вычислять с шестью знаками после запятой. Аргументы тригонометрических функций вычислять в радианах

$$f(x) = e^{\sin^2 x}, a = 0.8, b = 2.4$$

## Решение

### Формула центральных прямоугольников

Запишем формулу центральных прямоугольников:  $h \sum_{i=1}^n f_{i-1/2} = 0.4(2.030076 + 2.640877 + 2.581522 + 1.922576) = 0.4 \times 9.175052 = 3.670021$

Априорная оценка погрешности:  $R \leq \frac{M_2(b-a)h^2}{24} = \frac{1.842235 \times 1.6 \times 0.16}{24} = 0.0196505$

### Формула трапеций

С шагом  $h = 0.4$

$$I_{\text{трап}} = h\left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i\right) = 0.4 \times \left(\frac{1.672968 + 1.578145}{2} + 2.383802 + 2.715965 + 2.286041\right) = 3.604546$$

С шагом  $h = 0.2$

$$I_{\text{трап}} = h\left(\frac{f_0 + f_n}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f_i\right) = 0.2 \times \left(\frac{1.672968 + 1.578145}{2} + 2.030076 + 2.383802 + 2.640877 + 2.715965 + 2.581522 + 2.286041 + 1.922576\right) = 3.637283$$

Оценка погрешности по Рунге:  $I - I^{h=0.2} \approx \frac{I^h - I^{2h}}{2^p - 1} = \frac{3.637283 - 3.604546}{2^2 - 1} = 0.010912$

Тогда после уточнения второго результата по Рунге получаем следующее значение интеграла:  $I \approx I^{h=0.2} + \frac{I^h - I^{2h}}{2^p - 1} = 3.637283 + 0.010912 = 3.648195$

## Формула Симпсона

$$I^{\text{Симпсона}} = \frac{h}{6}(f_0 + f_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + 4 \sum_{i=1}^n f_{f_{i-1/2}}) = \frac{0.4}{6}(1.672968 + 1.578145 + 2 \times 7.385809 + 4 \times 9.175052) = 3.648196$$