Типовой расчет №21 по численным методам
Вариант 3

Волков Павел А-14-19

12 сентября 2021 г.

Задание

Дан интеграл вида: $\int\limits_a^b (c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + c_4 x^4) dx$. Используя априорную оценку погрешности формулы трапеций, определить шаг интегрирования, достаточный для достижения точности $\varepsilon = 0.01$, и вычислить интеграл с этим шагом. Вычислив точное значение интеграла, подтвердить достижение указанной точности.

a	b	c_0	c_1	c_2	c_3	c_4
-0.4	0.1	-3	2	2	0	2

Решение

Запишем априорную оценку формулы трапеций: $R \leq \dfrac{M_2(b-a)h^2}{12}$

$$\varepsilon \geq \frac{M_2 h^2}{24}$$
$$0.01 \geq 5.926666 \times h^2$$
$$0.1 \geq 2.434474 \times h$$
$$0.041076 \geq h$$

Найдем число разбиений отрезка $[a, b]$: $n = (b-a)/h = \lceil 12.172373 \rceil = 13$ и пересчитаем шаг: $h_2 = 0.5/13 = 0.038461$

Вычисляем значение интеграла по формуле трапеций:

$$I^h = h\left(\frac{P(a) + P(b)}{2} + \sum_{i=1}^{13}(P(a+ih)\right) = -1.6022561$$
$$|I - I^h| = |-1.6022566 - (-1.6022561)| = 0.0000005 < \varepsilon$$