Задание №28

Используя понятие точности на многочленах, постройте квадратурную формулу следующего вида и укажите ее алгебраический порядок точности.

a)
$$\int_{0}^{2} f(x)dx \approx Af(0) + Bf(1)$$

Решение

Будем использовать метод неопределенных коэфициентов для построения квадратурной формулы. В качестве базиса возьмем функции 1, x

$$\int_{0}^{2} 1dx = 2 = A + B$$

$$\int_{0}^{2} xdx = 2 = B$$

В итоге получили формулу $\int\limits_0^2 f(x)dx \approx 2f(1)$. Заметим, что получилась формула центральных прямоугольников, если принять шаг h=2, следовательно, и формула будет иметь второй порядок точности по h.