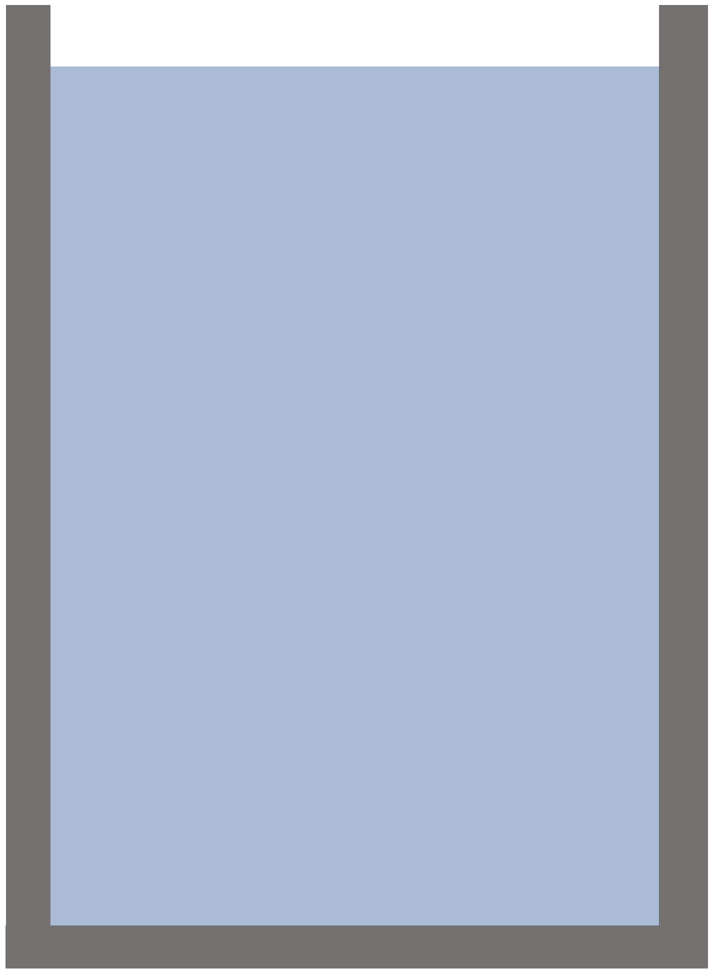
Входы, выходы, состояния и более полная модель ДПТ

Алексей Перегудин, 2020

Падение в вязкой жидкости

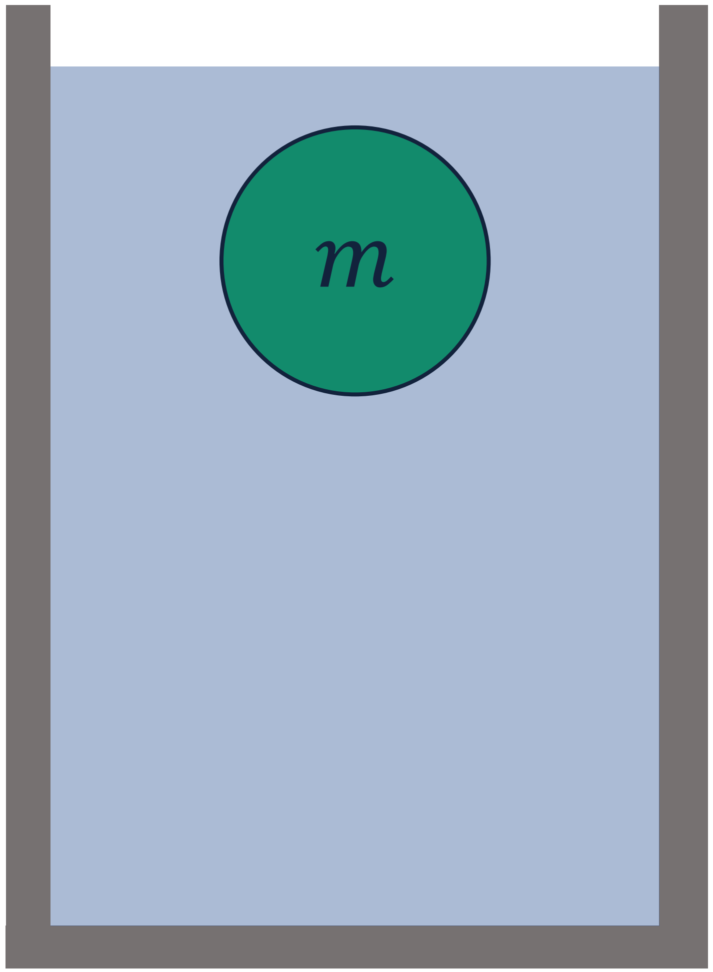
Падение в вязкой жидкости

Стакан
с водой



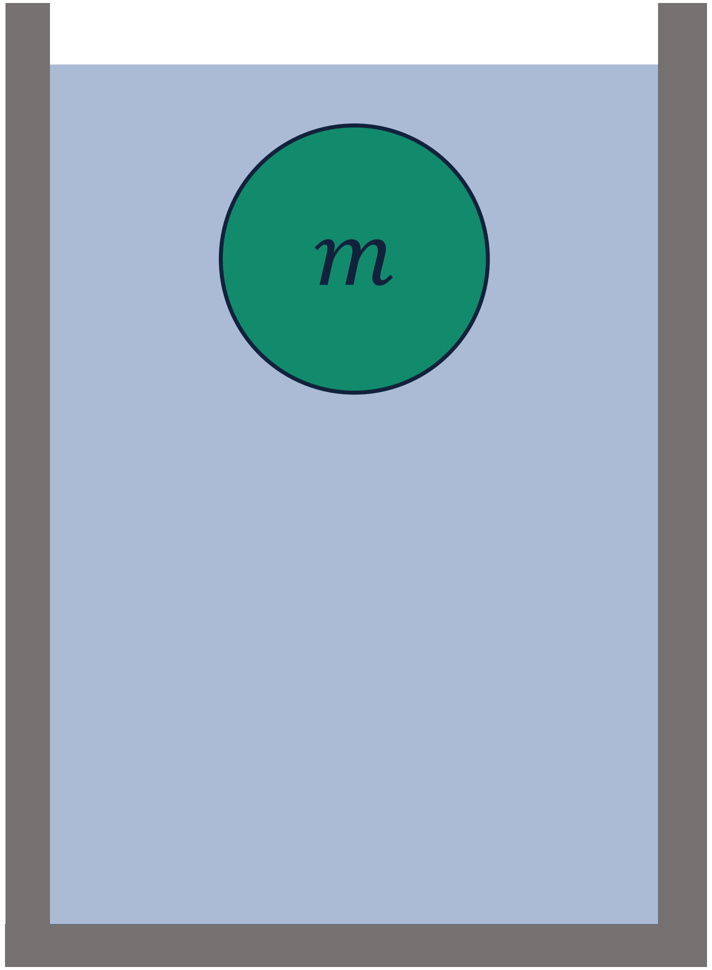
Падение в вязкой жидкости

Стакан
с водой



Падение в вязкой жидкости

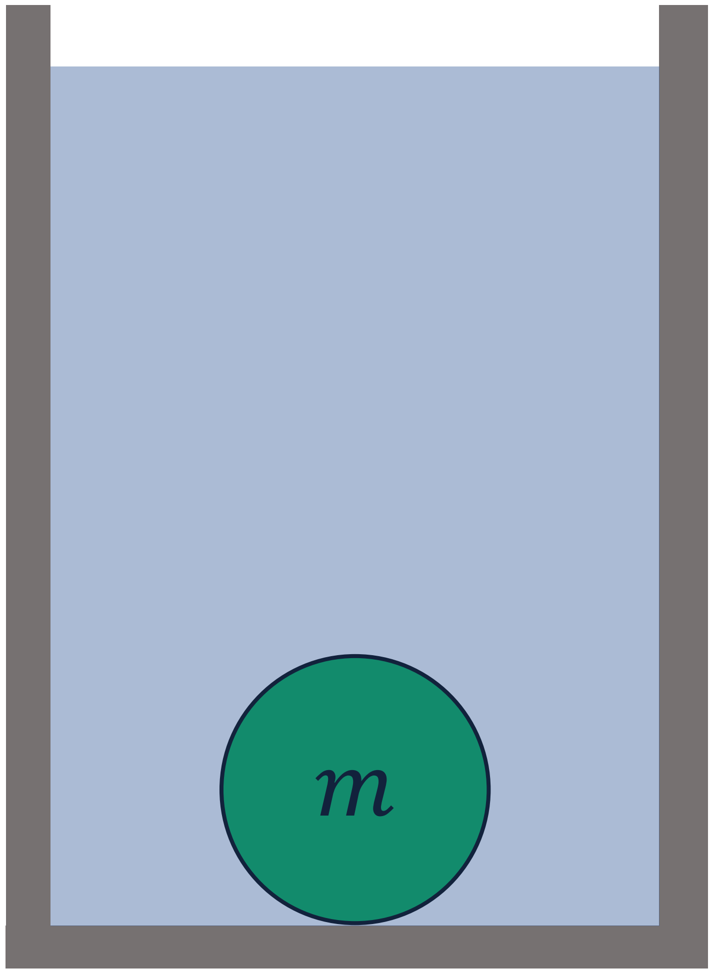
Стакан
с водой



В воде
падает тело

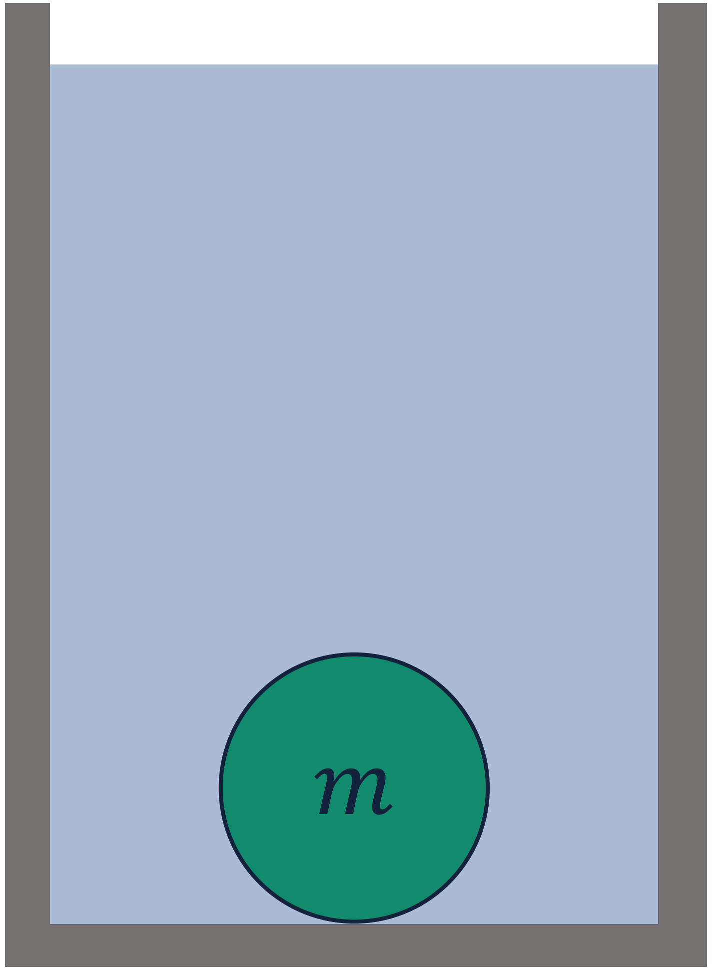
Падение в вязкой жидкости

Стакан
с водой



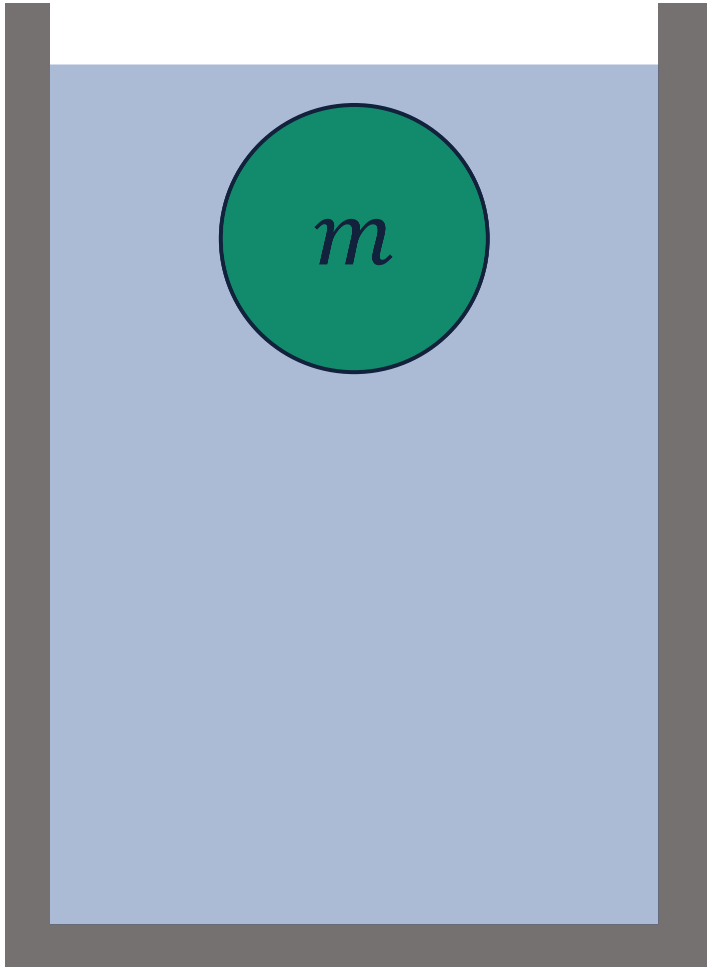
В воде
падает тело

Падение в вязкой жидкости



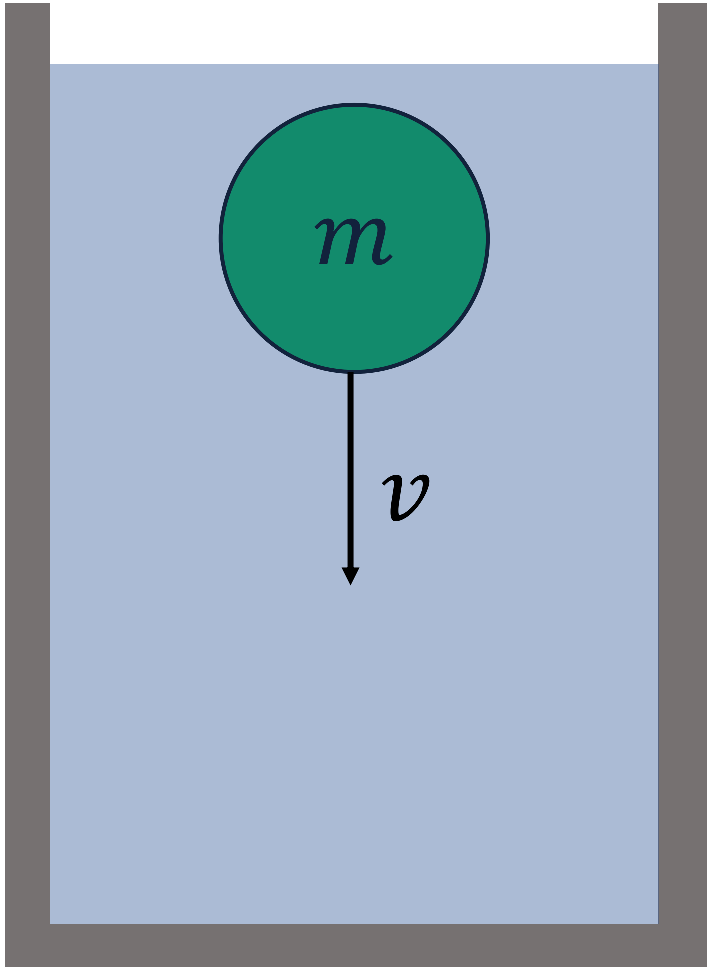
Как это происходит?

Падение в вязкой жидкости

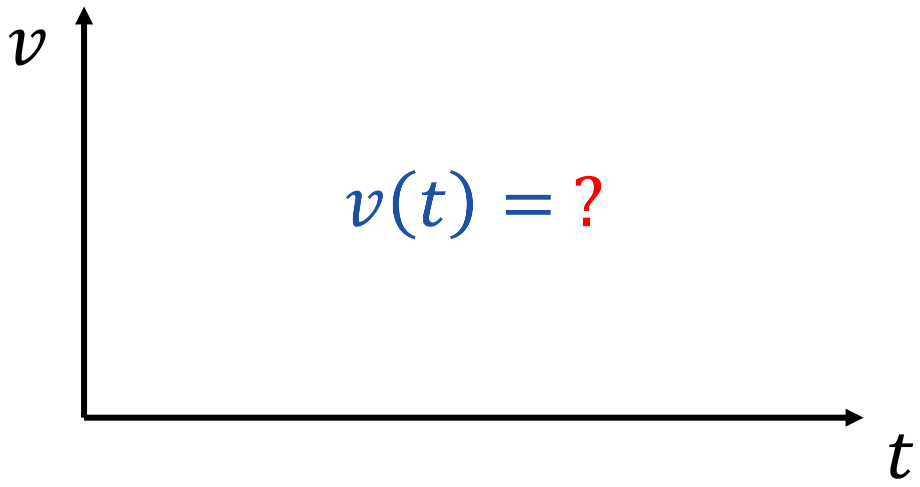


Как это происходит?

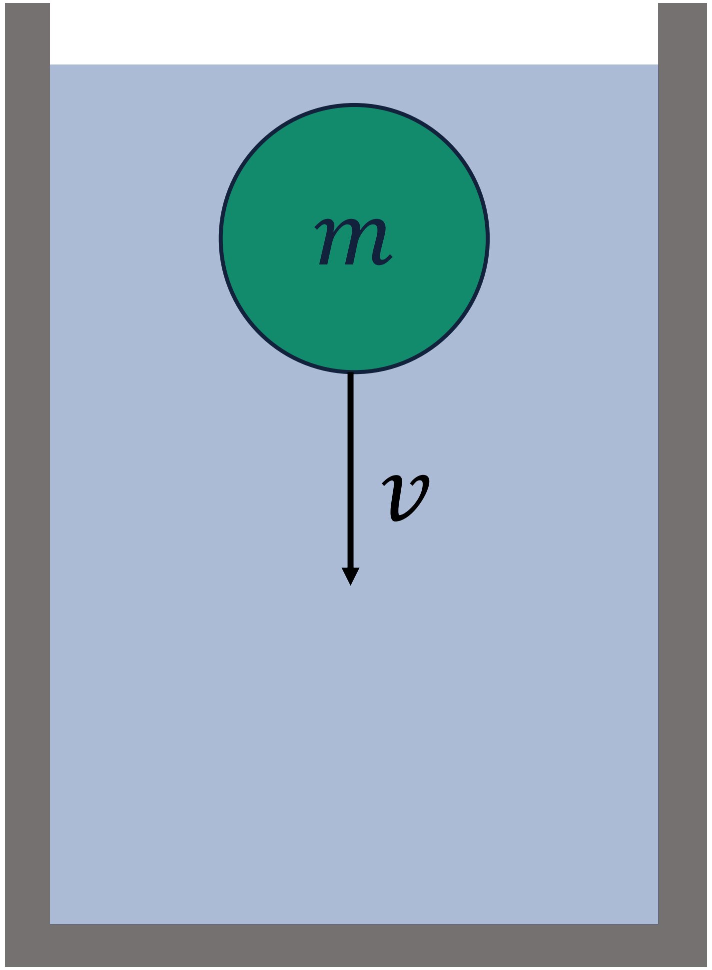
Падение в вязкой жидкости



Как это происходит?



Падение в вязкой жидкости

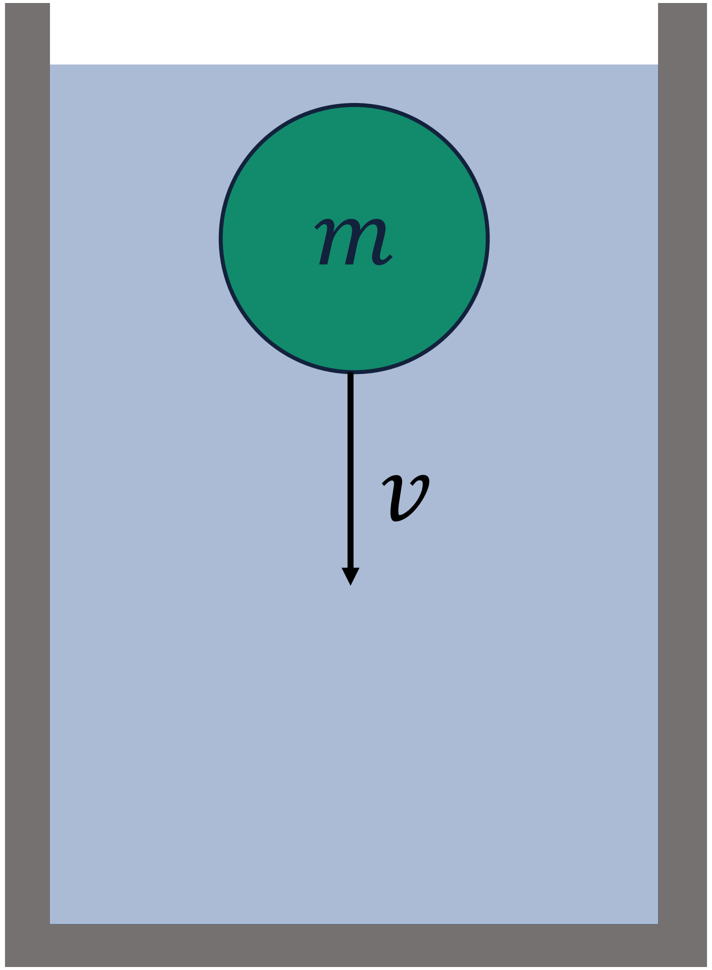


Сила тяжести

Сила трения

Закон Ньютона

Падение в вязкой жидкости



Сила тяжести

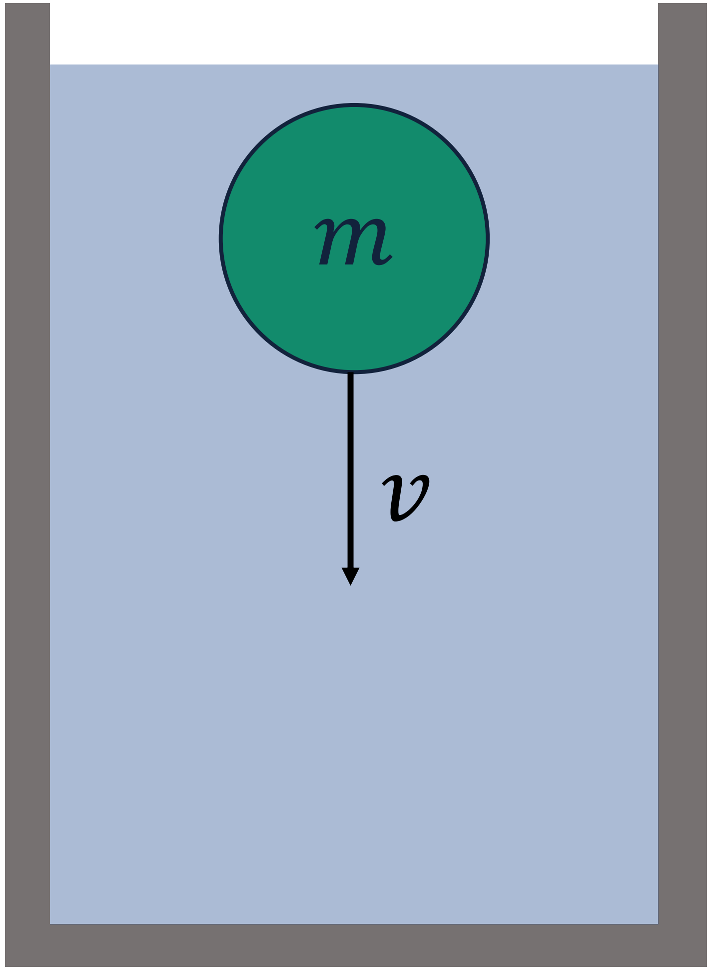
$$F_{т} = mg$$

Сила трения

Закон Ньютона

Падение в вязкой жидкости

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО



Сила тяжести

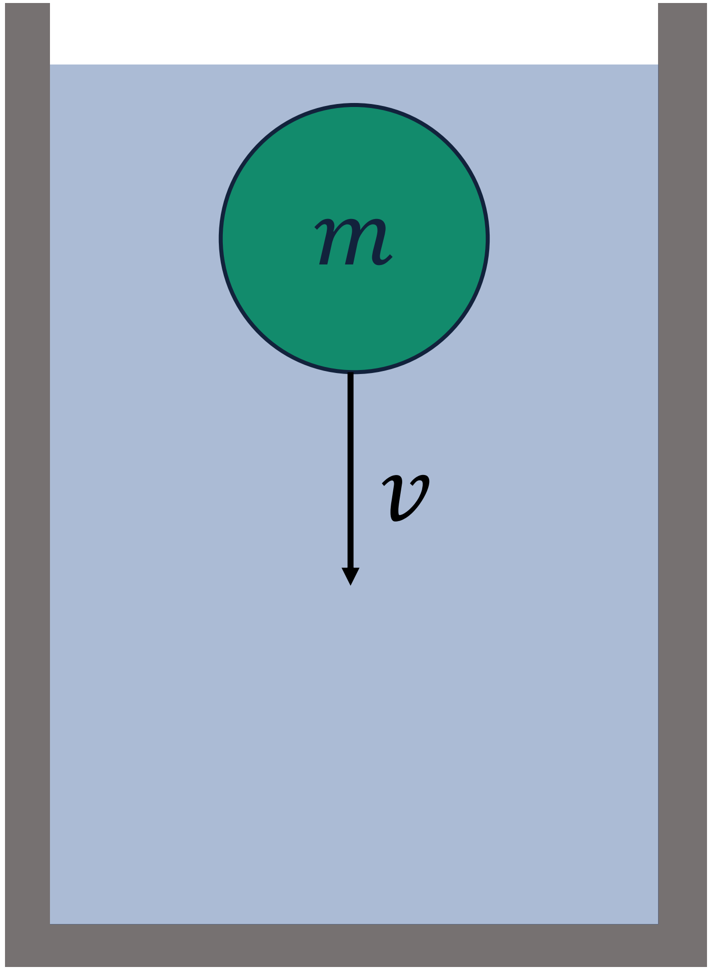
$$F_{\text{т}} = mg$$

Сила трения

$$F_{\text{тр}} = -kv$$

Закон Ньютона

Падение в вязкой жидкости



Сила тяжести

$$F_{\text{т}} = mg$$

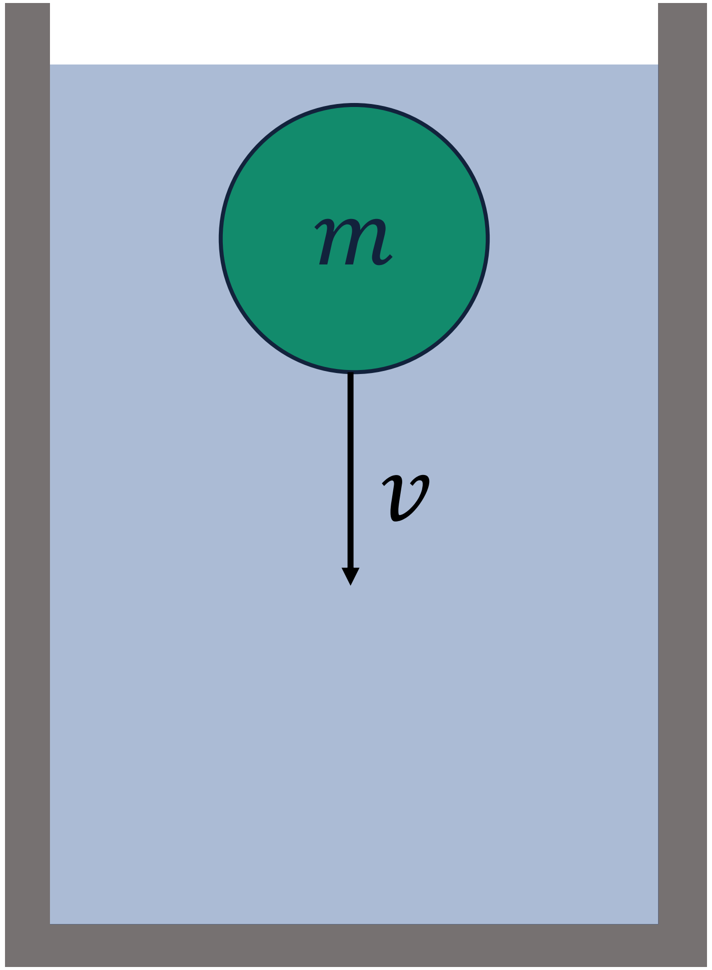
Сила трения

$$F_{\text{тр}} = -kv$$

Закон Ньютона

$$F_{\text{т}} + F_{\text{тр}} = m\dot{v}$$

Падение в вязкой жидкости



Сила тяжести

$$F_{\text{т}} = mg$$

Сила трения

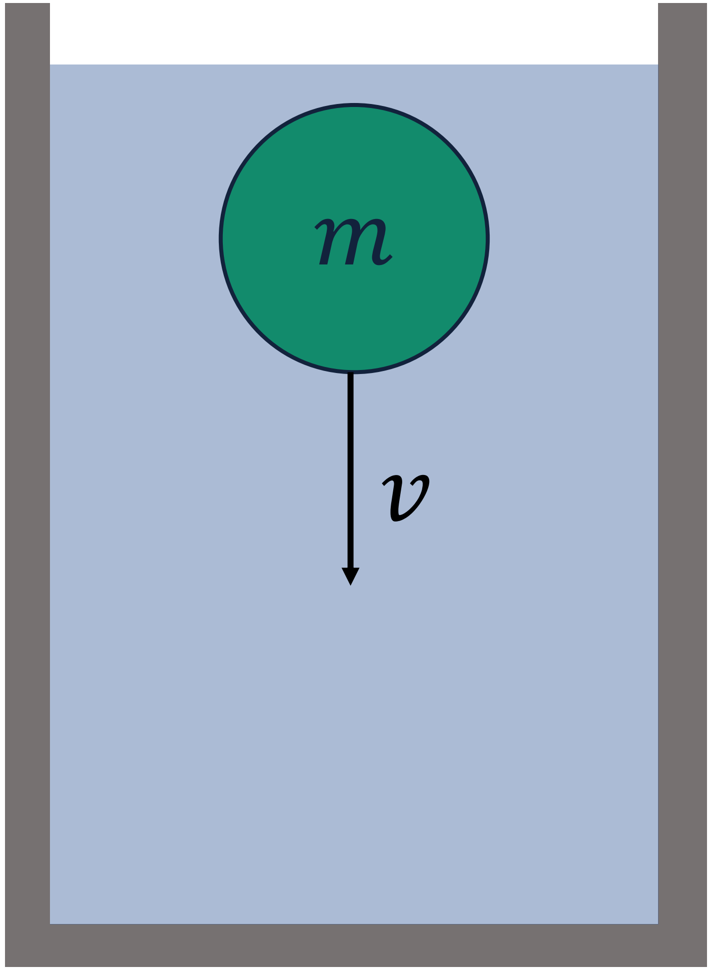
$$F_{\text{тр}} = -kv$$

Закон Ньютона

$$F_{\text{т}} + F_{\text{тр}} = m\dot{v}$$

$$mg - kv = m\dot{v}$$

Падение в вязкой жидкости



Сила тяжести

$$F_{\text{т}} = mg$$

Сила трения

$$F_{\text{тр}} = -kv$$

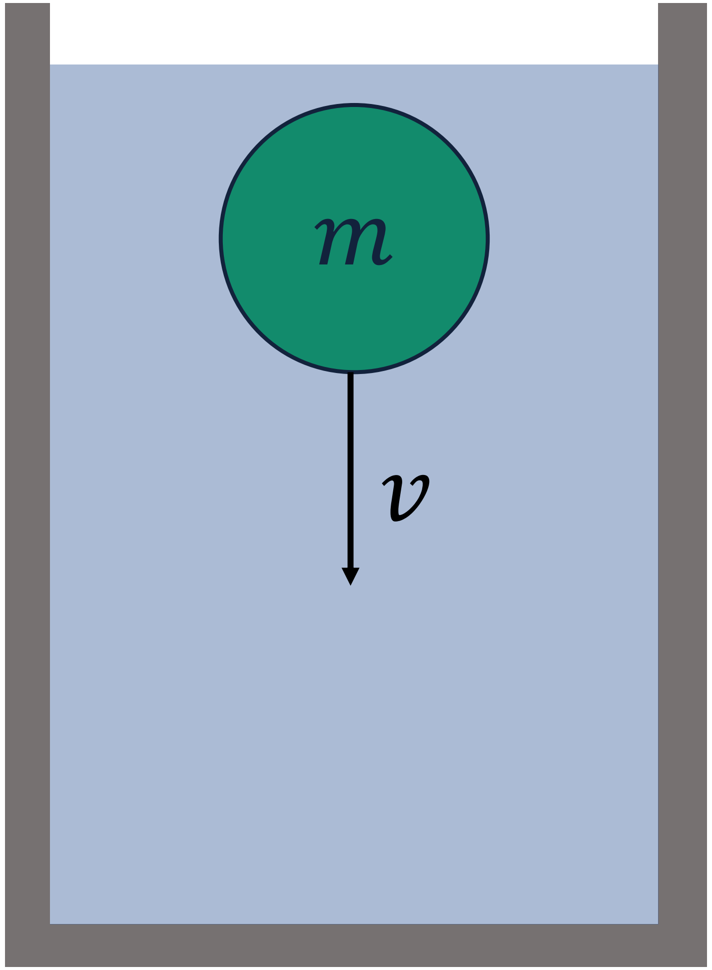
Закон Ньютона

$$F_{\text{т}} + F_{\text{тр}} = m\dot{v}$$

$$mg - kv = m\dot{v}$$

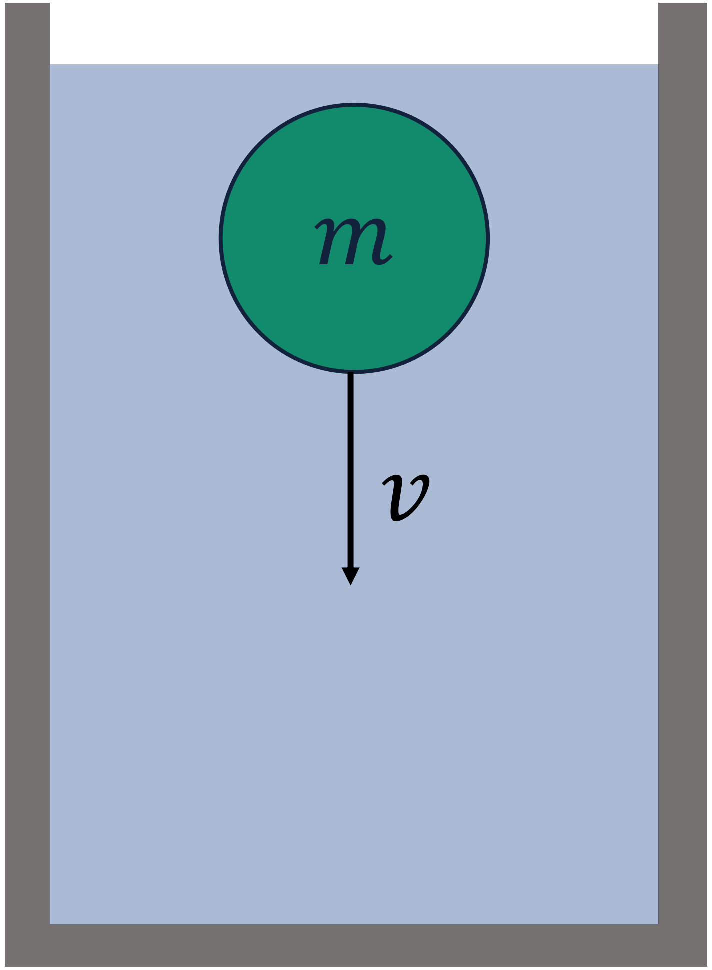
$$\dot{v} + \frac{k}{m}v = g$$

Падение в вязкой жидкости



Уравнение $$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Падение в вязкой жидкости

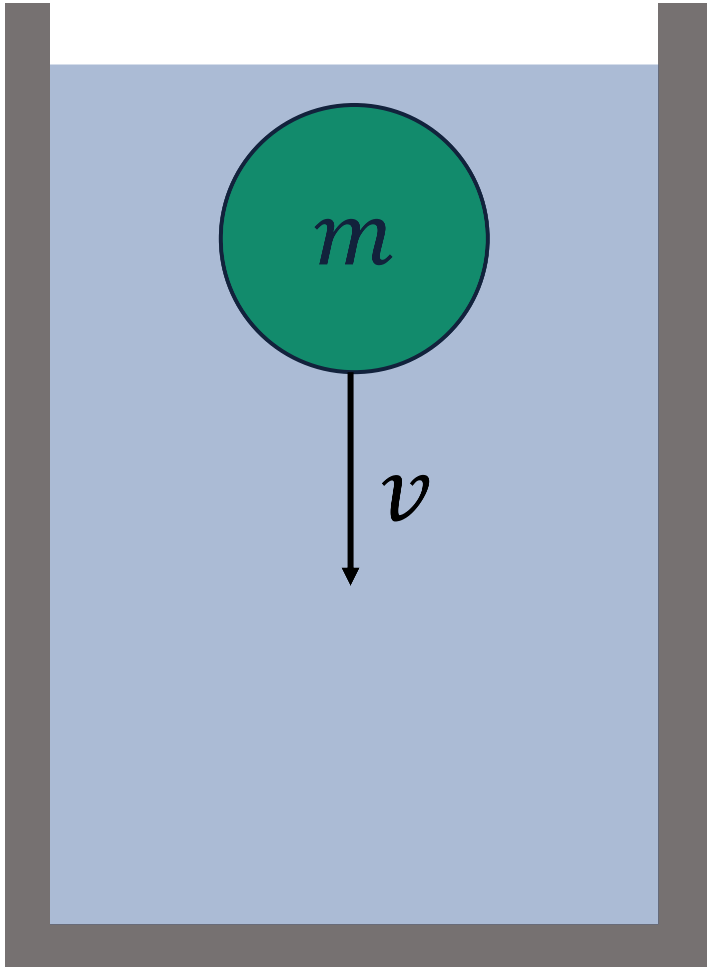


Уравнение

$$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Решение

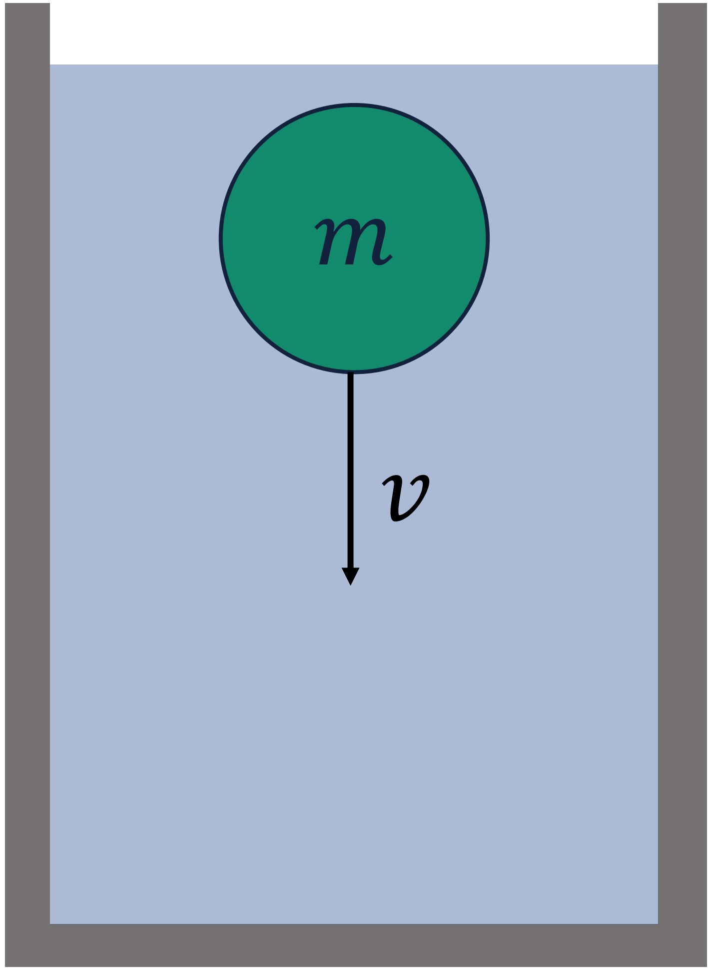
Падение в вязкой жидкости



Уравнение $$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Решение $$v(t) = \ ?$$

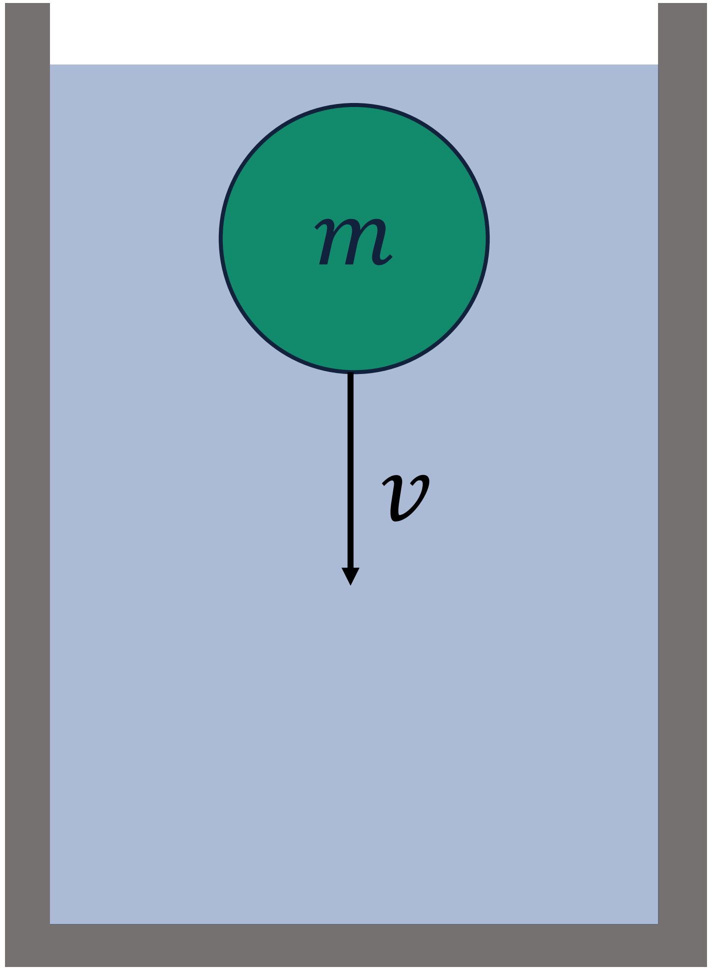
Падение в вязкой жидкости



Уравнение $$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Решение $$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$$

Падение в вязкой жидкости

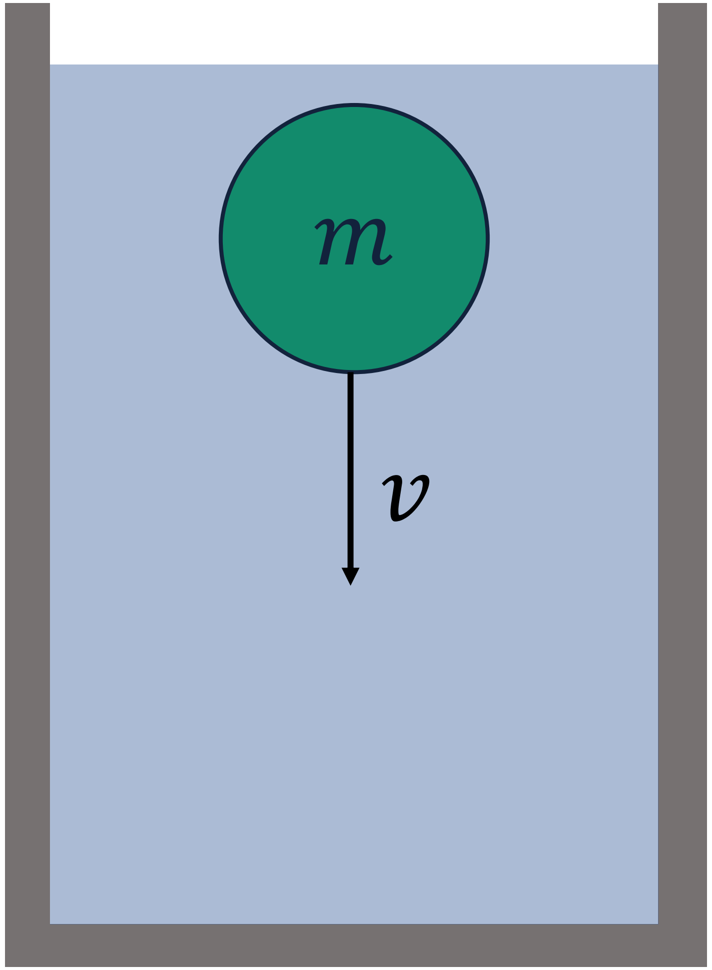


Уравнение $$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Решение $$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$$

График решения

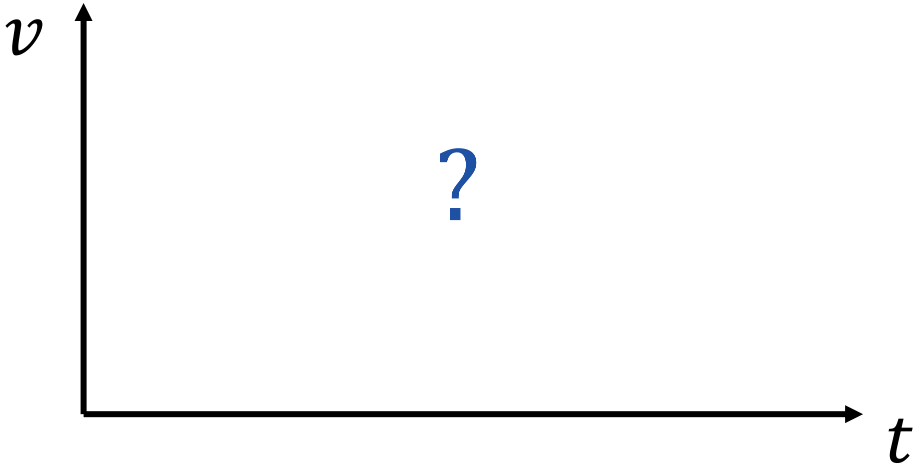
Падение в вязкой жидкости



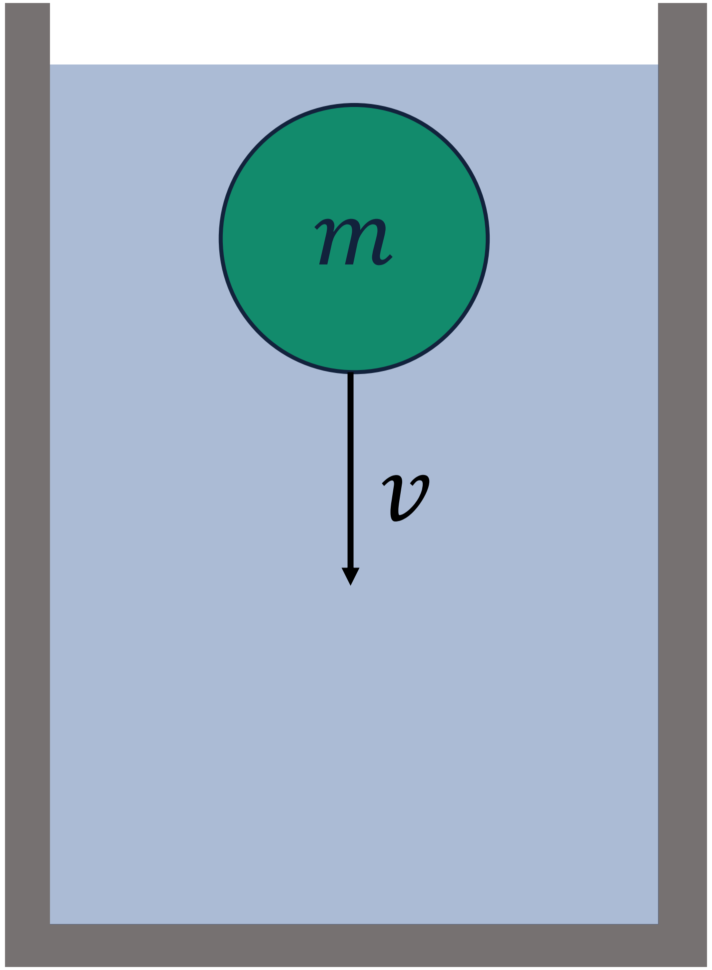
Уравнение $$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

Решение $$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$$

График решения



Падение в вязкой жидкости



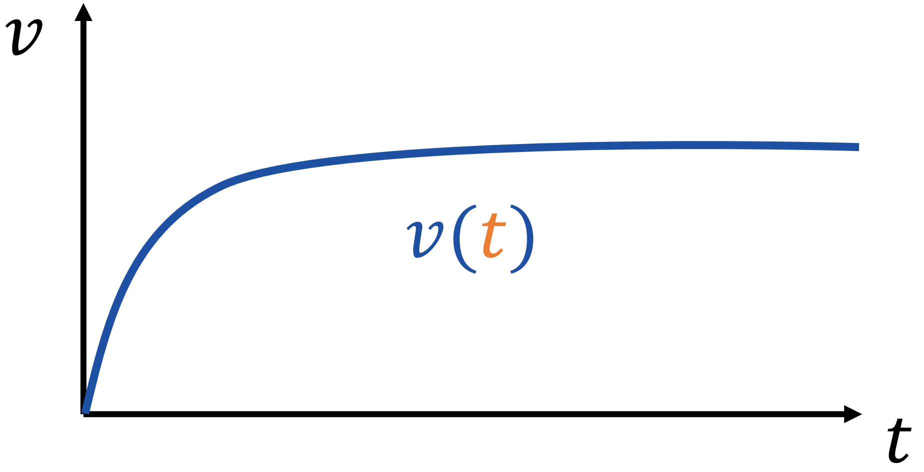
Уравнение

$$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

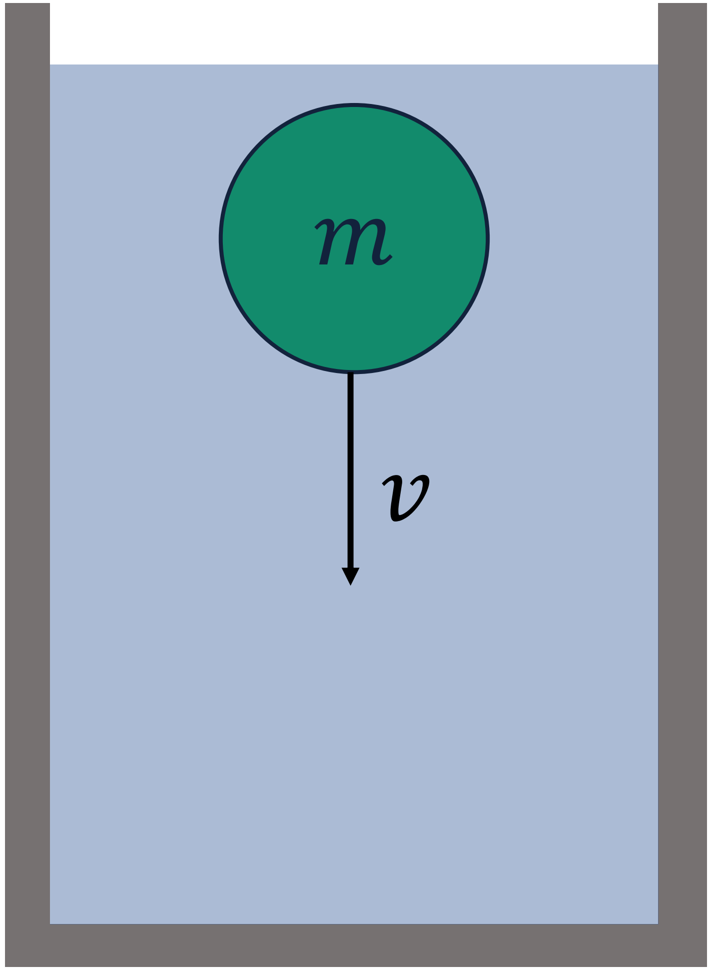
Решение

$$v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$$

График решения



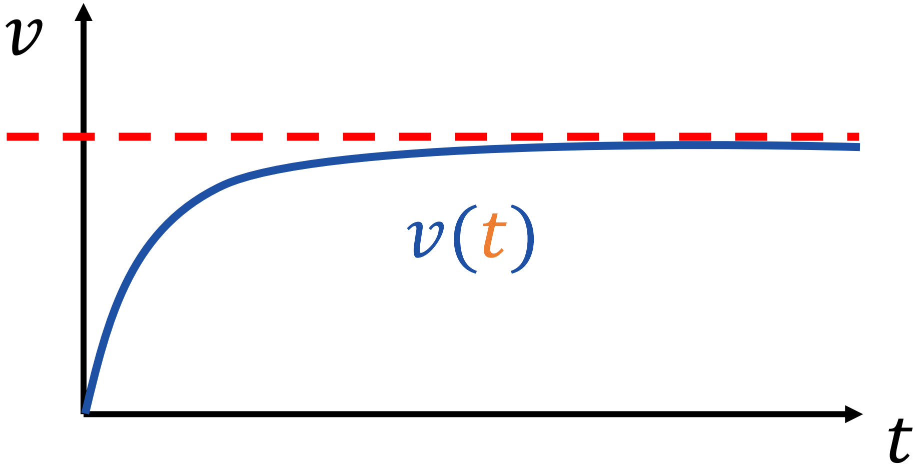
Падение в вязкой жидкости



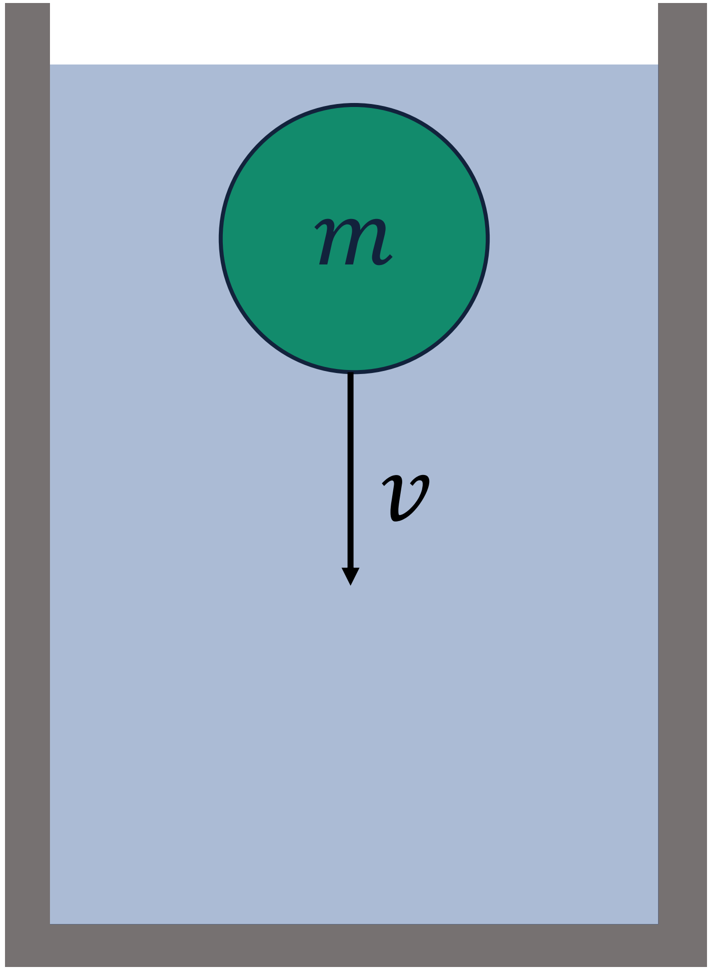
Уравнение $\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$

Решение $v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$

$v_{\text{уст}} = \ ?$



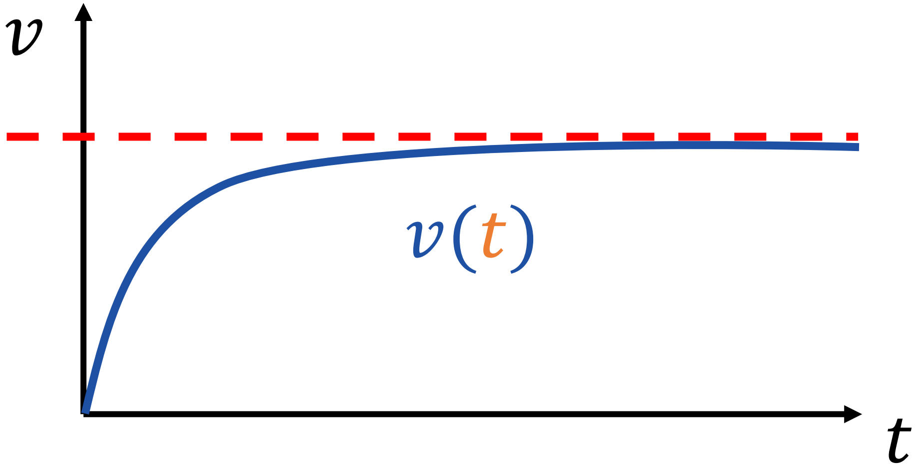
Падение в вязкой жидкости



Уравнение $\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$

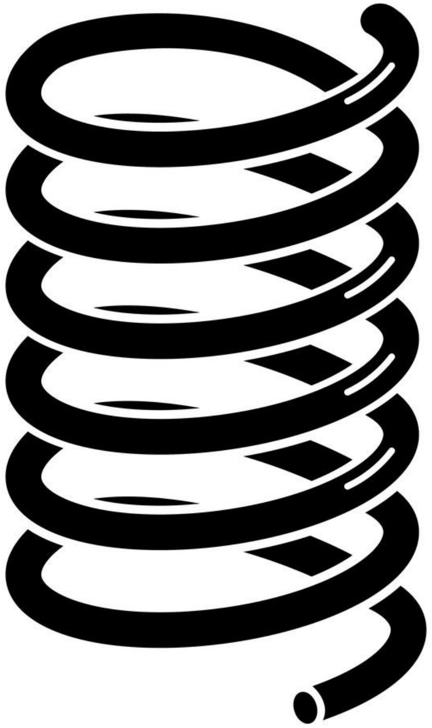
Решение $v(t) = \frac{mg}{k}\left(1 - e^{\frac{-kt}{m}}\right)$

$v_{\text{уст}} = \frac{mg}{k}$

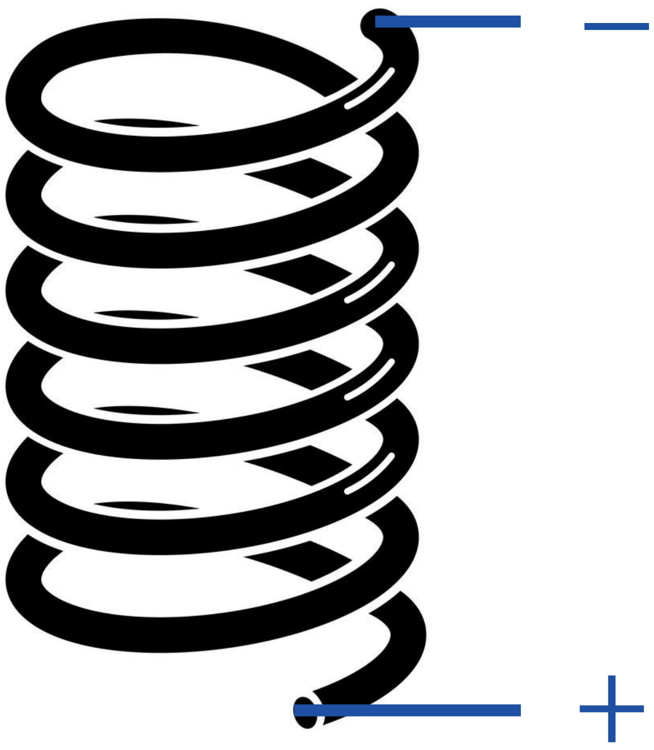


Катушка индуктивности

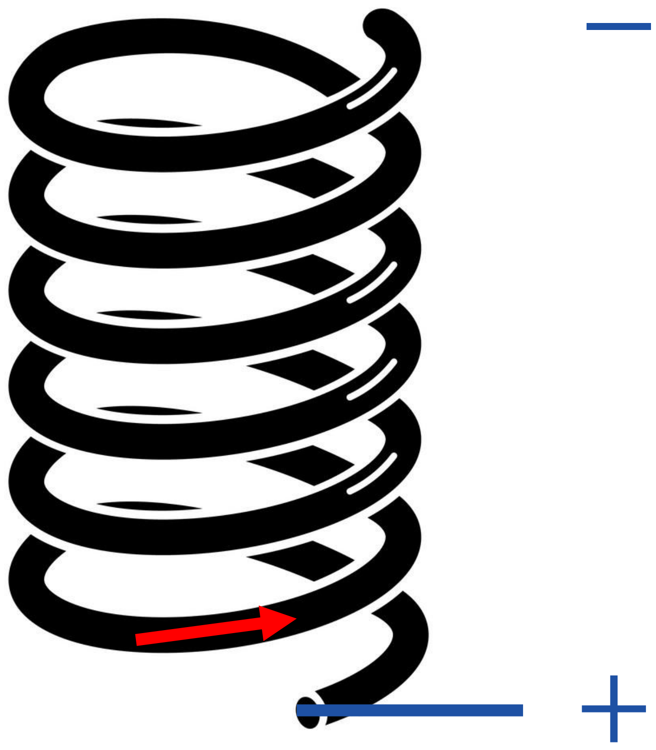
Катушка индуктивности



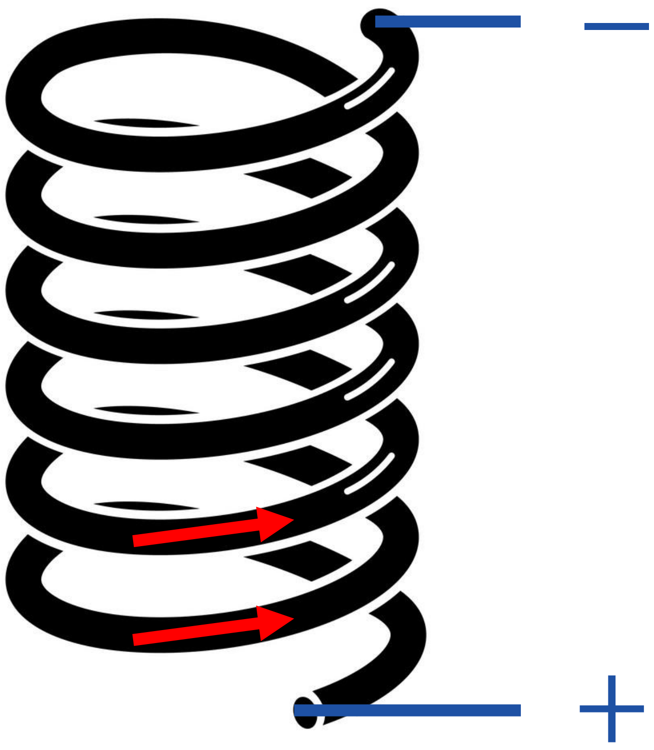
Катушка индуктивности



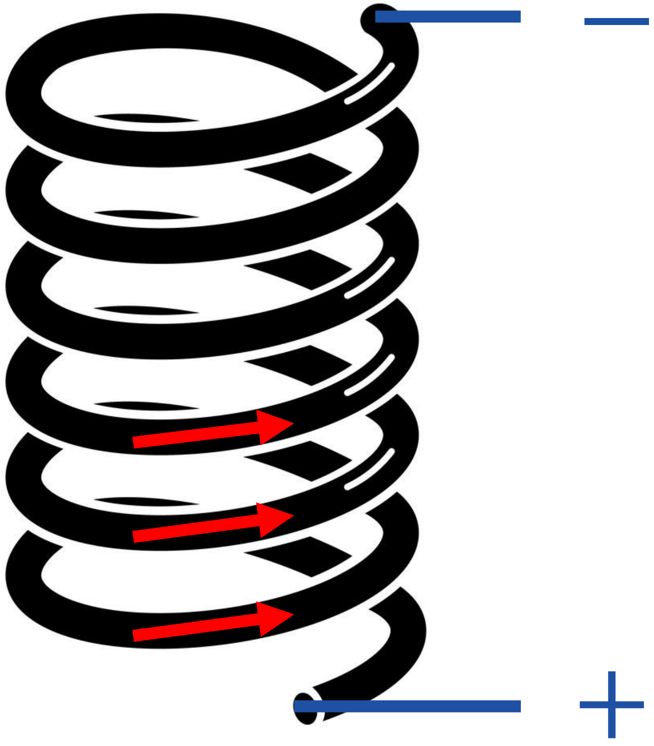
Катушка индуктивности



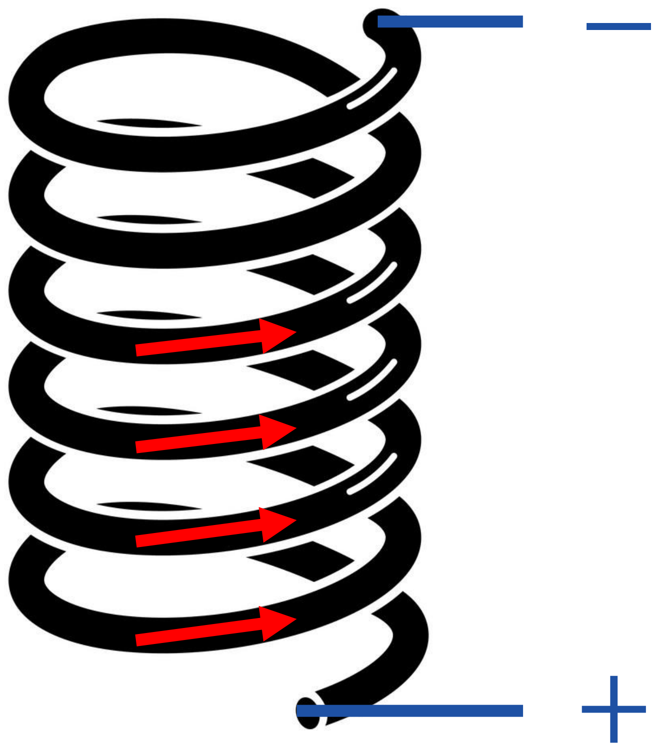
Катушка индуктивности



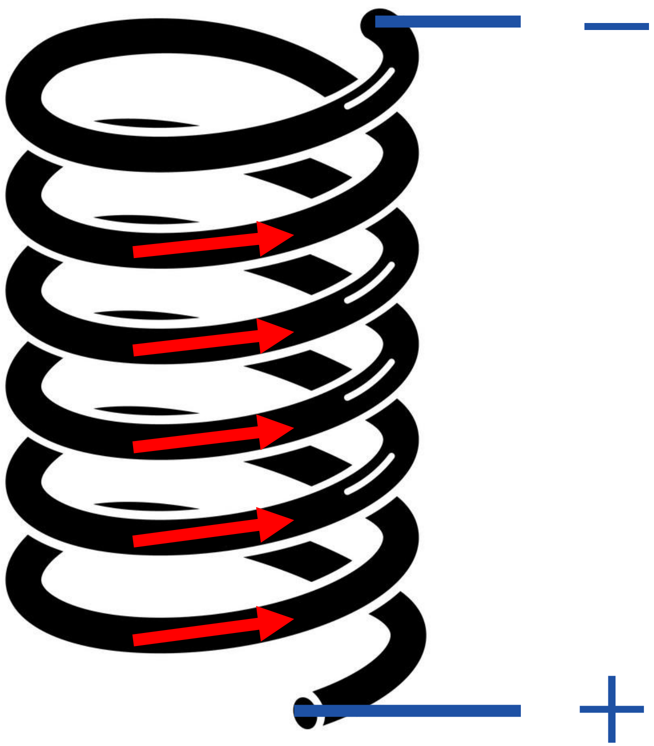
Катушка индуктивности



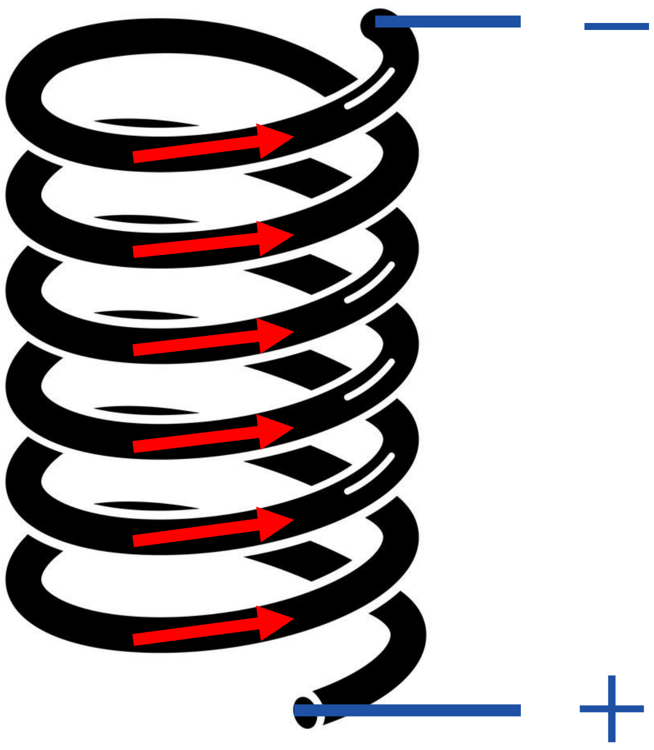
Катушка индуктивности



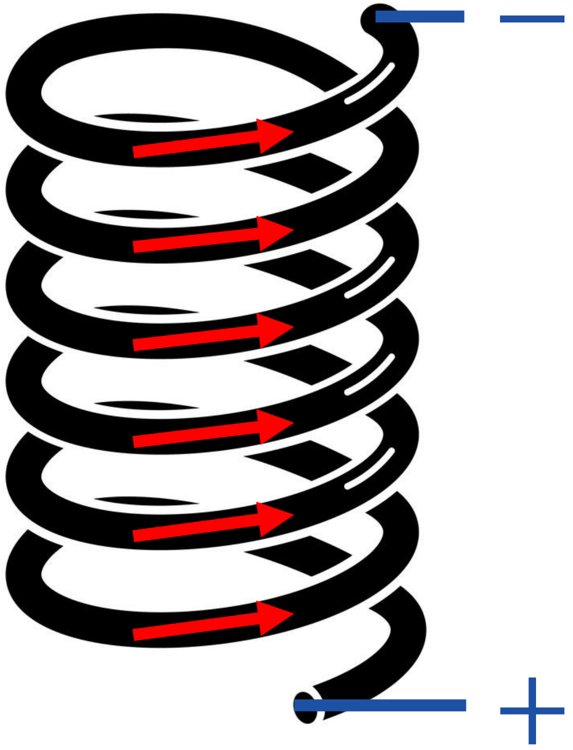
Катушка индуктивности



Катушка индуктивности



Катушка индуктивности

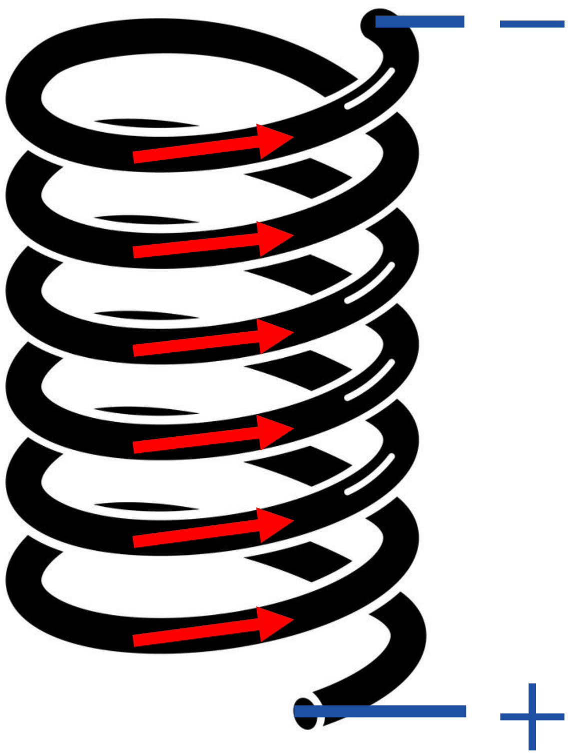


Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Катушка индуктивности



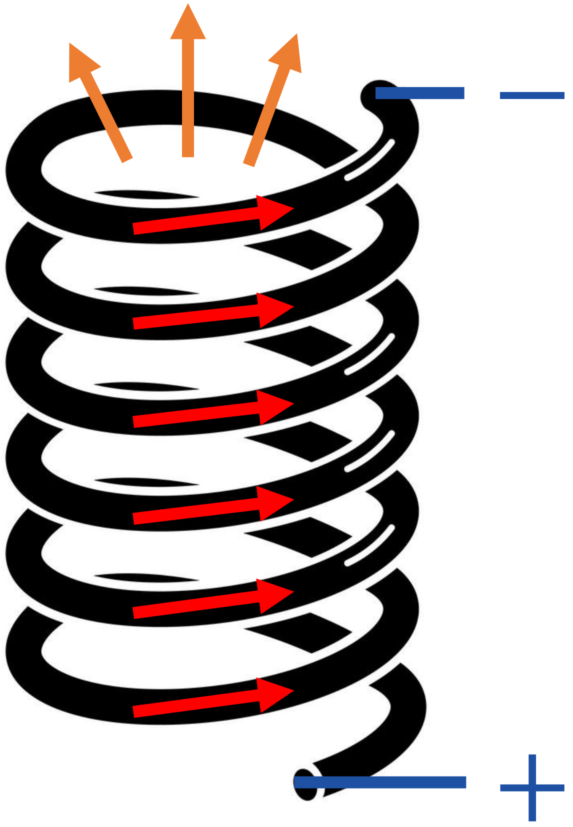
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Φ

Катушка индуктивности



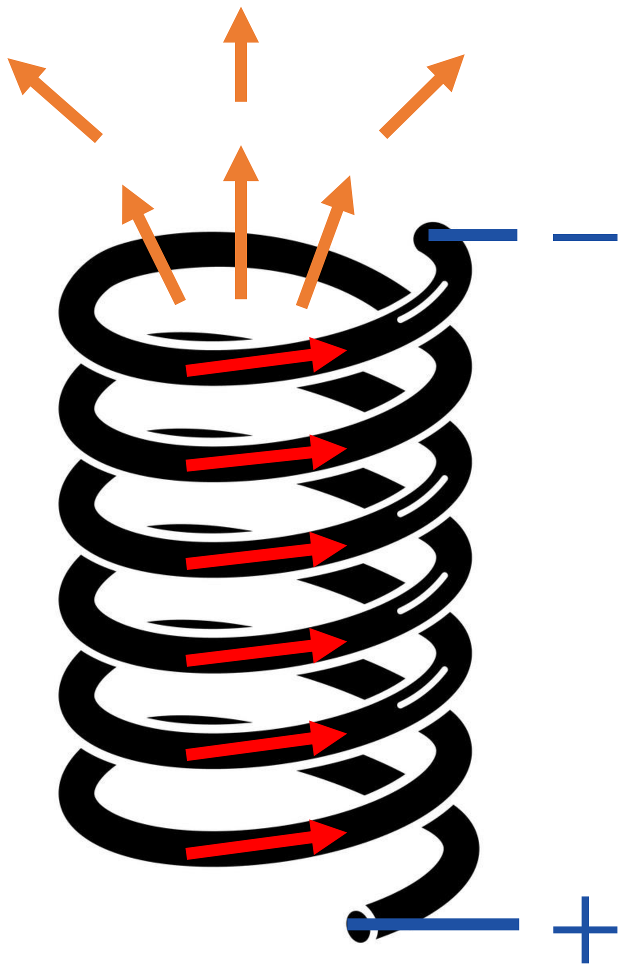
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Φ

Катушка индуктивности



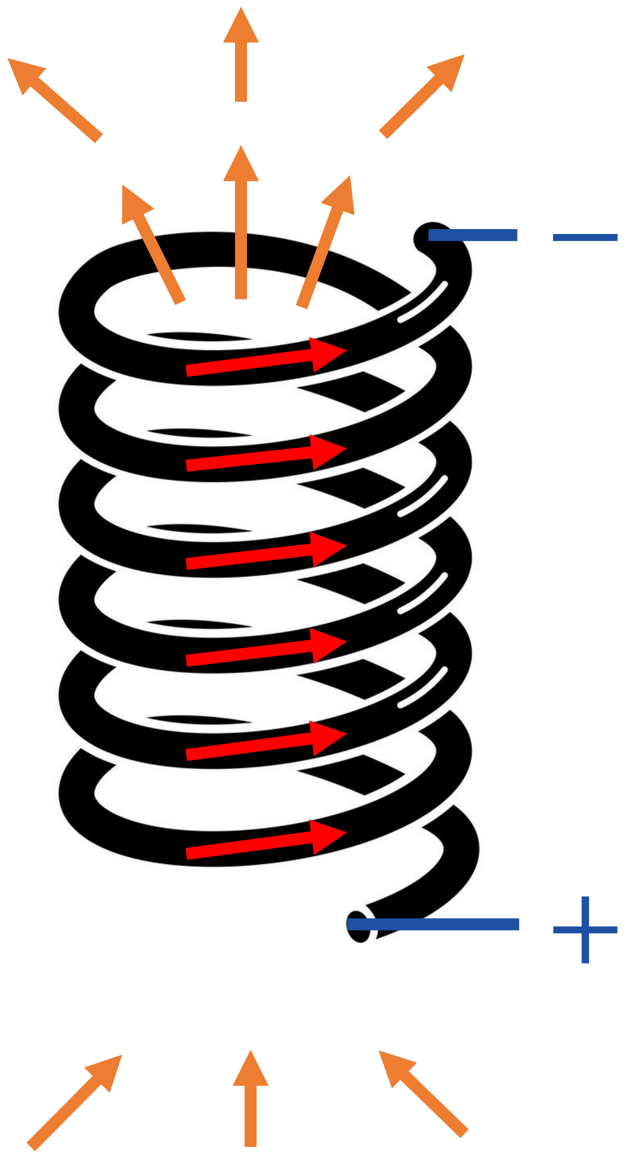
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Φ

Катушка индуктивности



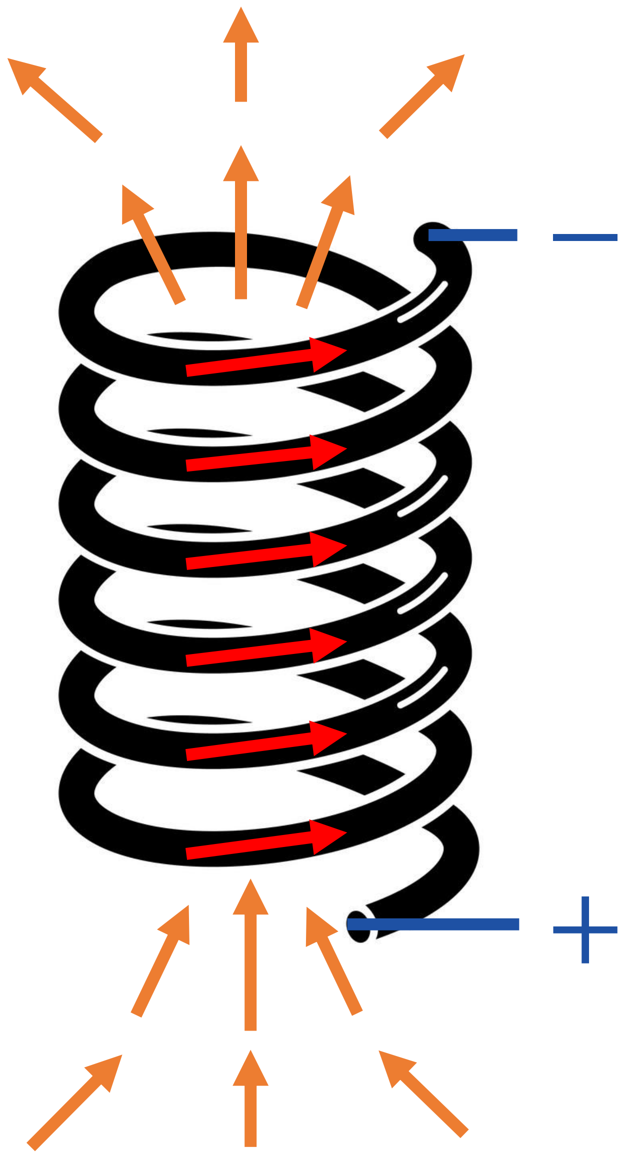
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Ф

Катушка индуктивности



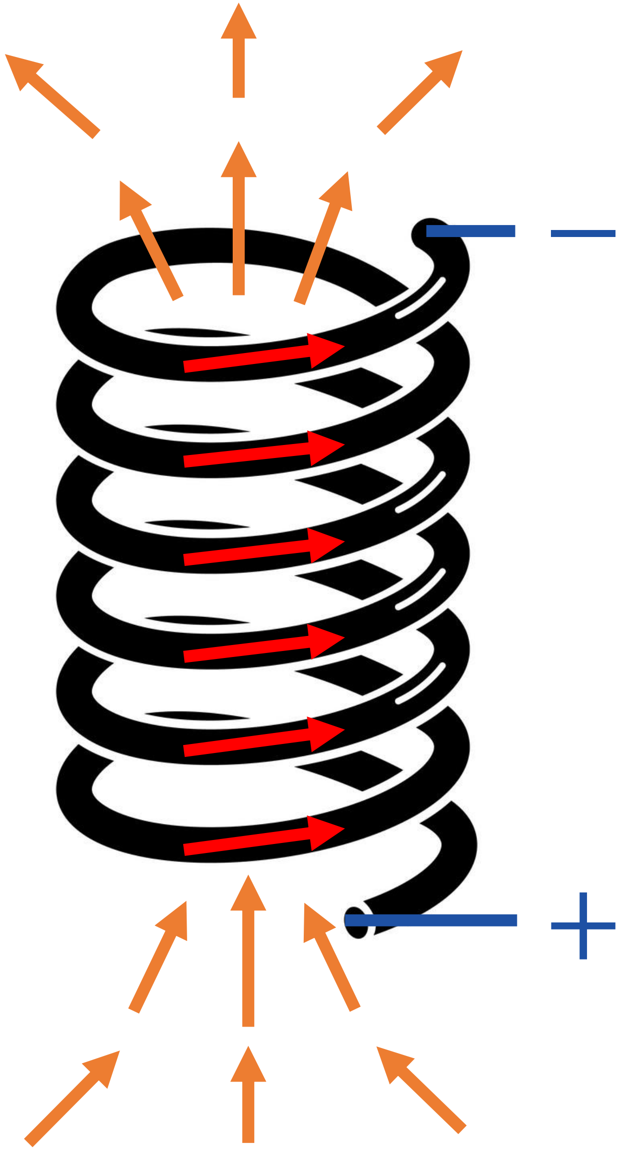
Магнитный поток

Φ

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

Катушка индуктивности



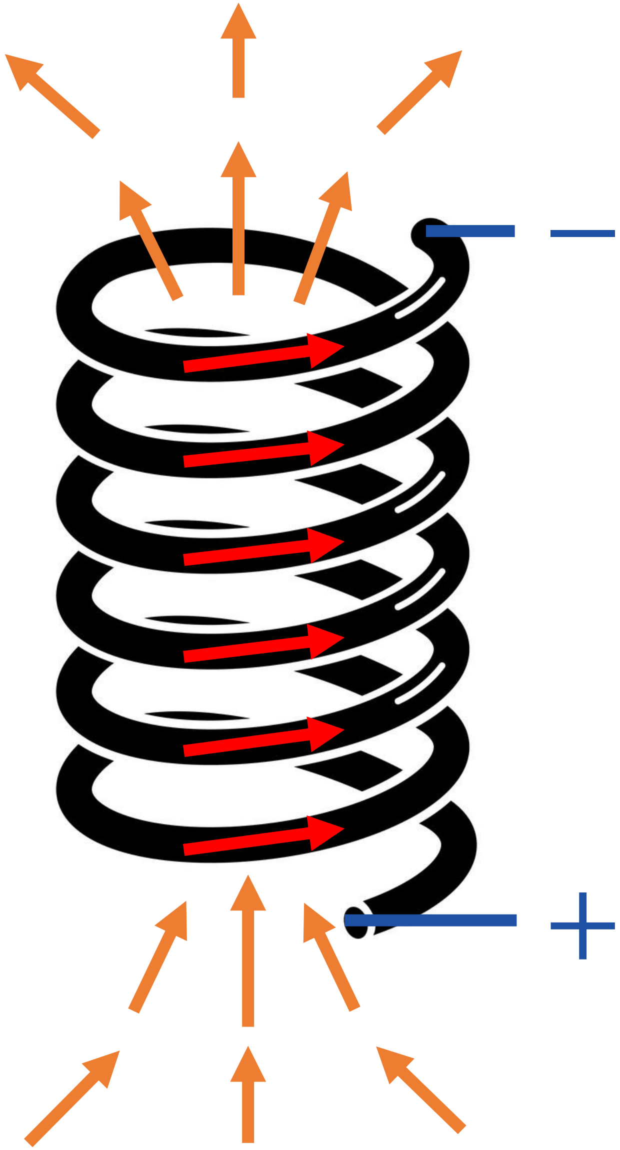
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

$\Phi = ?$

Катушка индуктивности



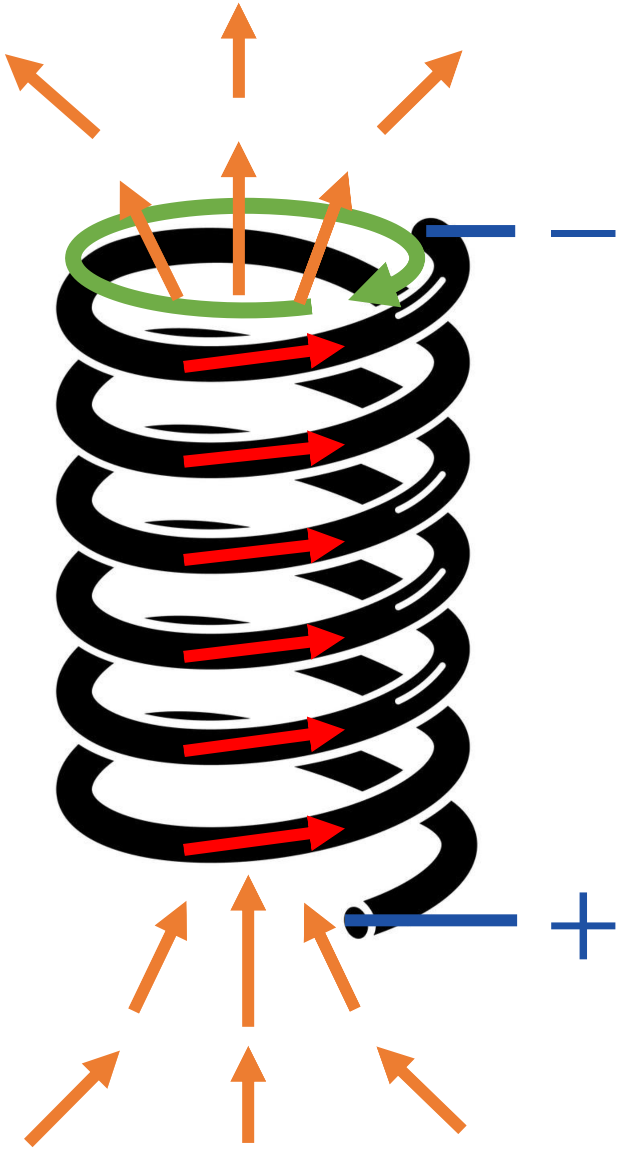
Магнитный поток

Электромагнитная (само)индукция

Закон Ома

$$\Phi = LI$$

Катушка индуктивности



Магнитный поток

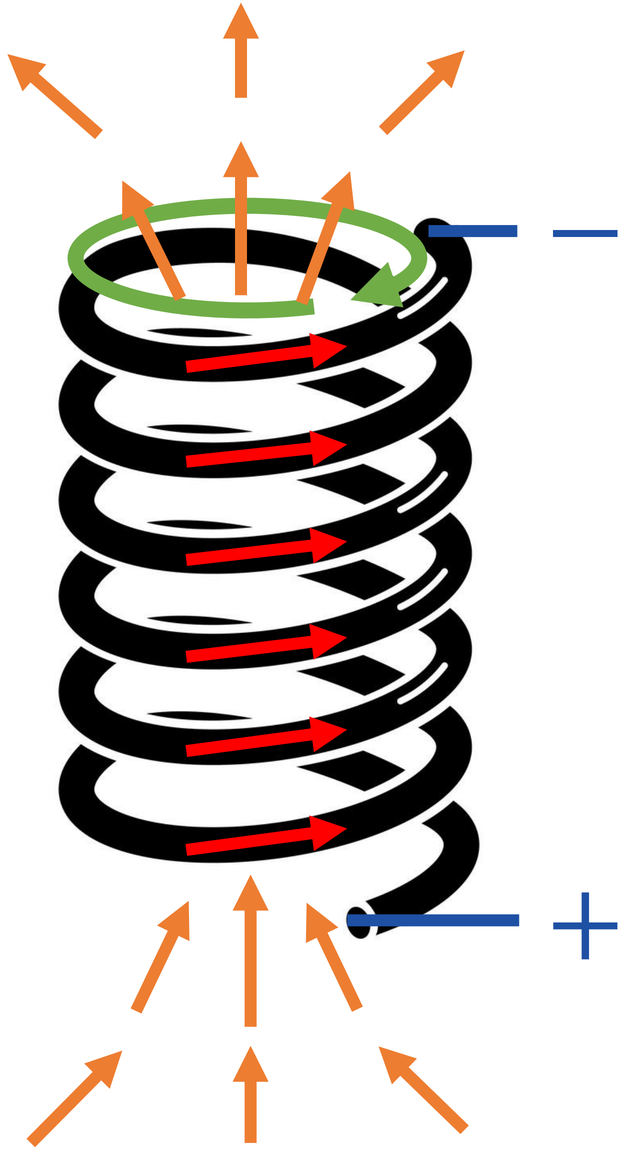
$\Phi = LI$

Электромагнитная (само)индукция

ε

Закон Ома

Катушка индуктивности



Магнитный поток

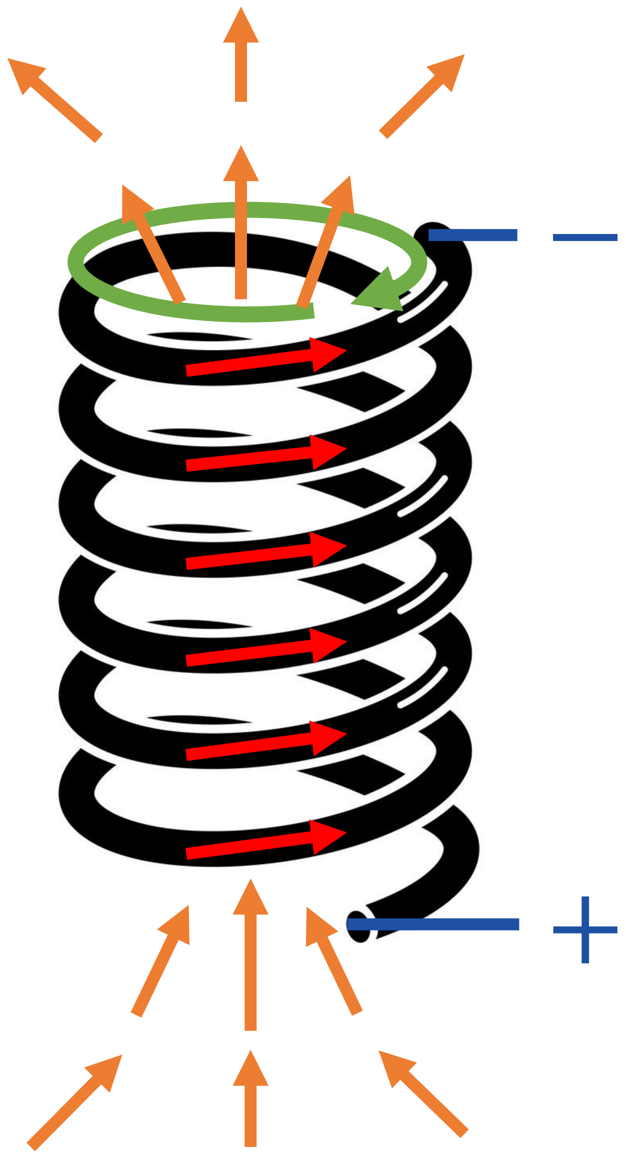
$\Phi = LI$

Электромагнитная (само)индукция

$\varepsilon = ?$

Закон Ома

Катушка индуктивности



Магнитный поток

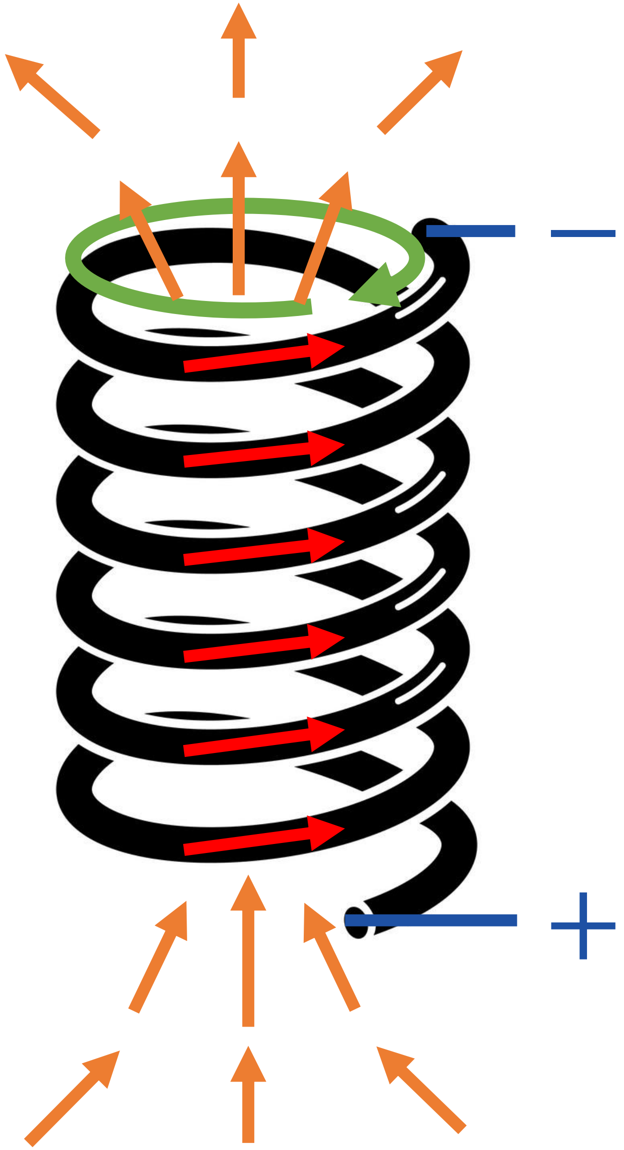
$\Phi = LI$

Электромагнитная (само)индукция

$\varepsilon = -\dot{\Phi}$

Закон Ома

Катушка индуктивности



Магнитный поток

$$\Phi = LI$$

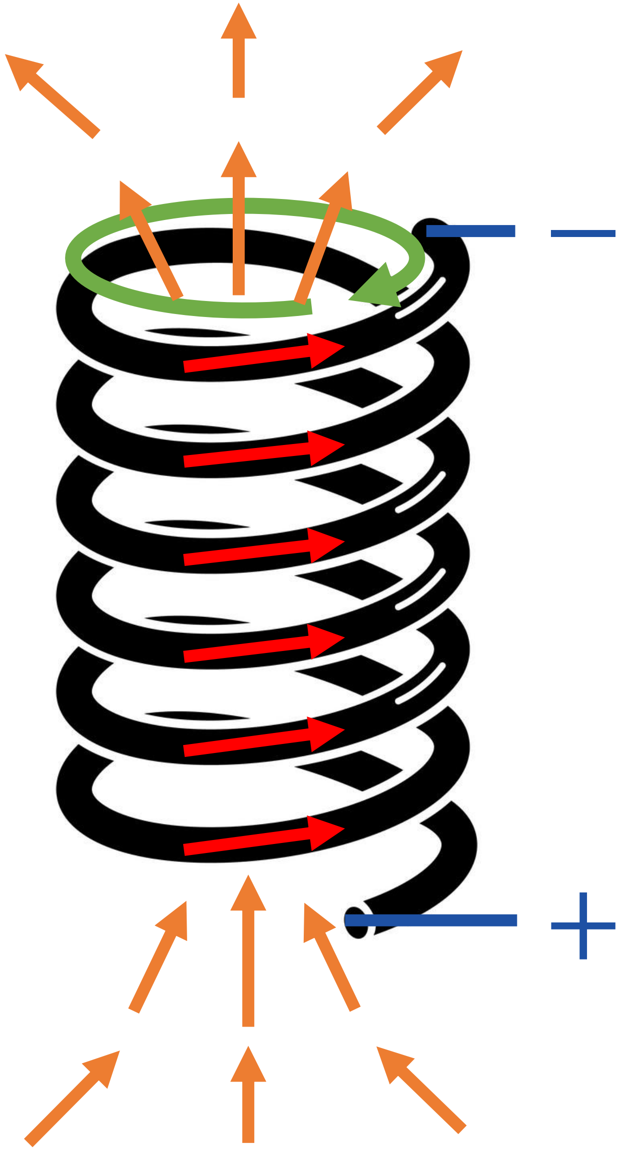
Электромагнитная (само)индукция

$$\varepsilon = -\dot{\Phi}$$

Закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

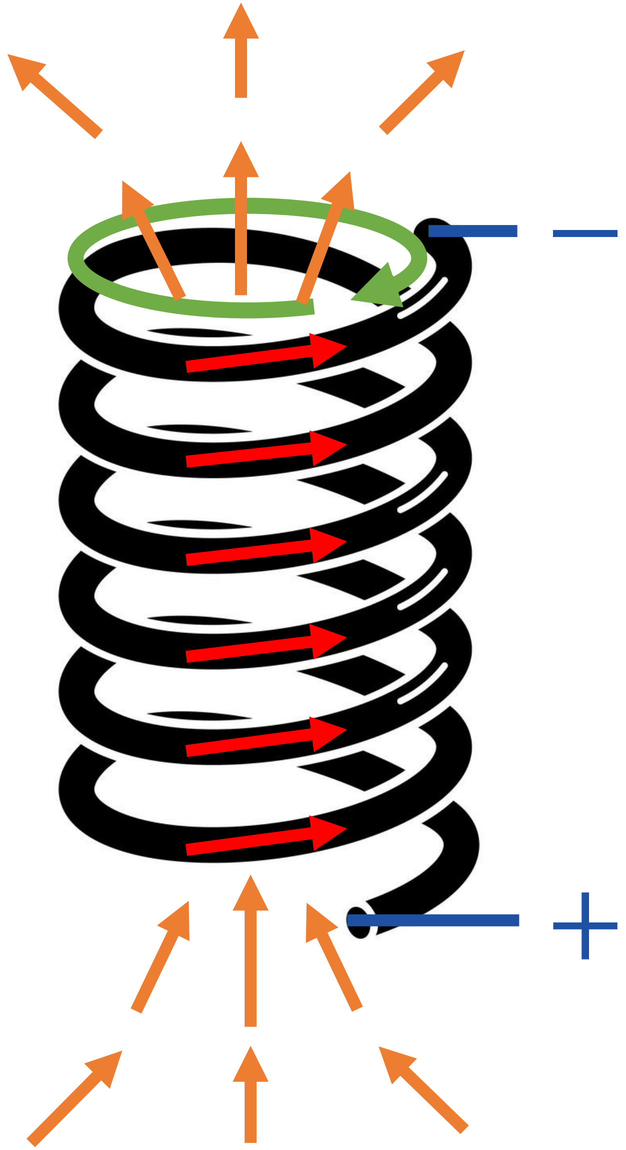
Катушка индуктивности



Магнитный поток	Электромагнитная (само)индукция	Закон Ома
$\Phi = LI$	$\varepsilon = -\dot{\Phi}$	$I = \dfrac{U + \varepsilon}{R}$

$$\varepsilon = -L\dot{I}$$

Катушка индуктивности

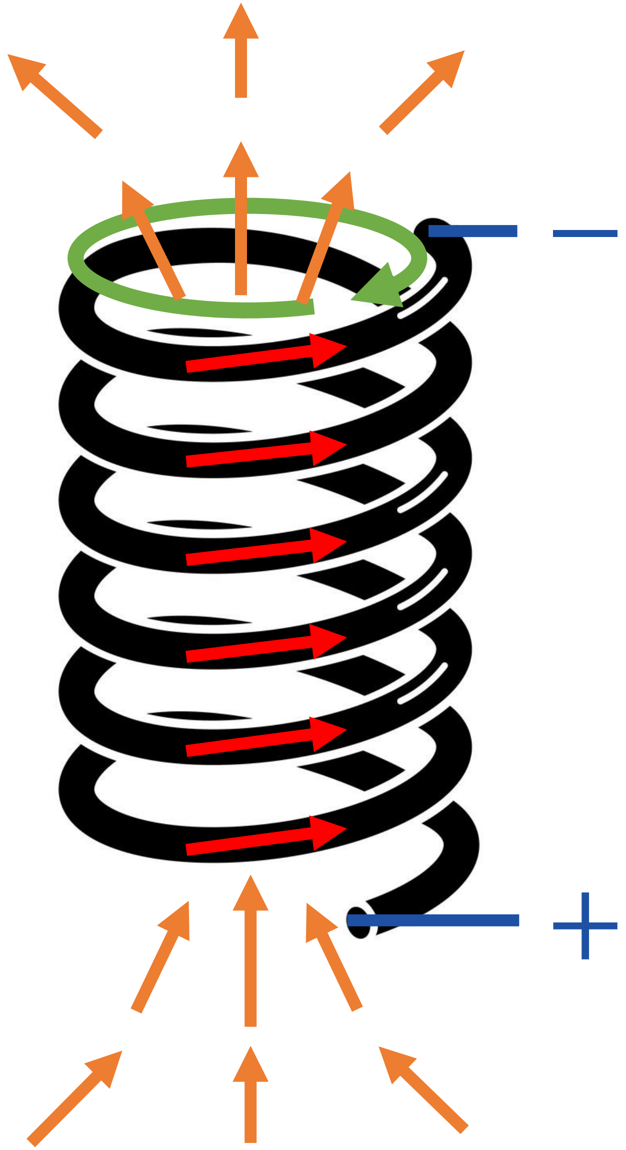


Магнитный поток	Электромагнитная (само)индукция	Закон Ома
$\Phi = LI$	$\varepsilon = -\dot{\Phi}$	$I = \dfrac{U + \varepsilon}{R}$

$$\varepsilon = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - L\dot{I}}{R}$$

Катушка индуктивности

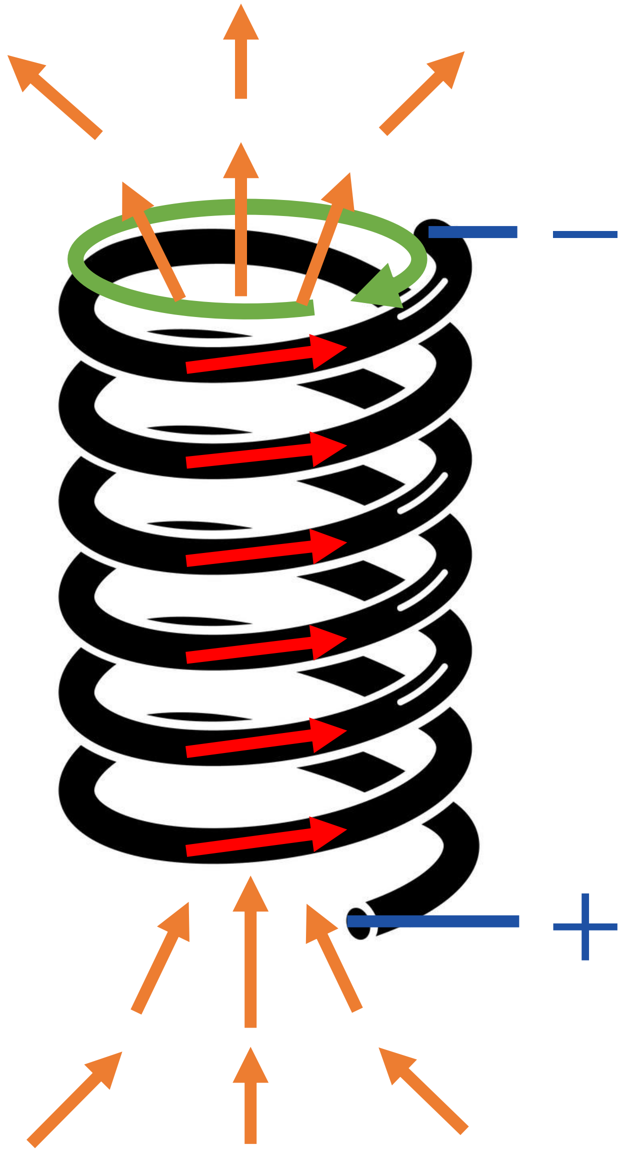


Магнитный поток	Электромагнитная (само)индукция	Закон Ома
$\Phi = LI$	$\varepsilon = -\dot{\Phi}$	$I = \dfrac{U + \varepsilon}{R}$

$$\varepsilon = -L\dot{I} \qquad I = \frac{U - L\dot{I}}{R}$$

$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

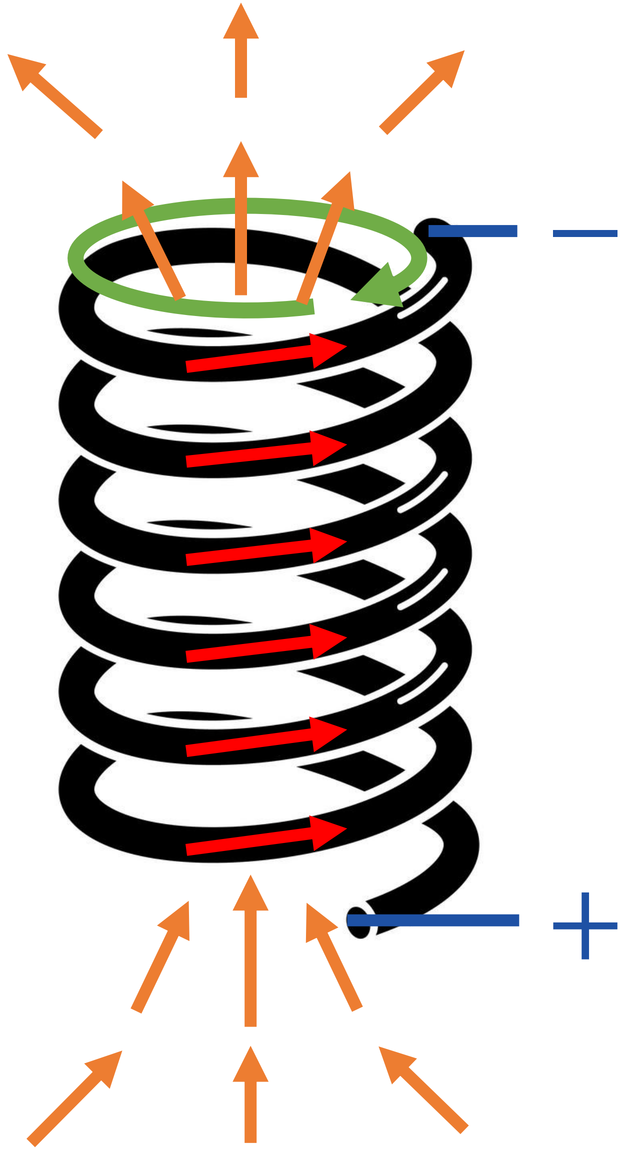
Катушка индуктивности



Уравнение

$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

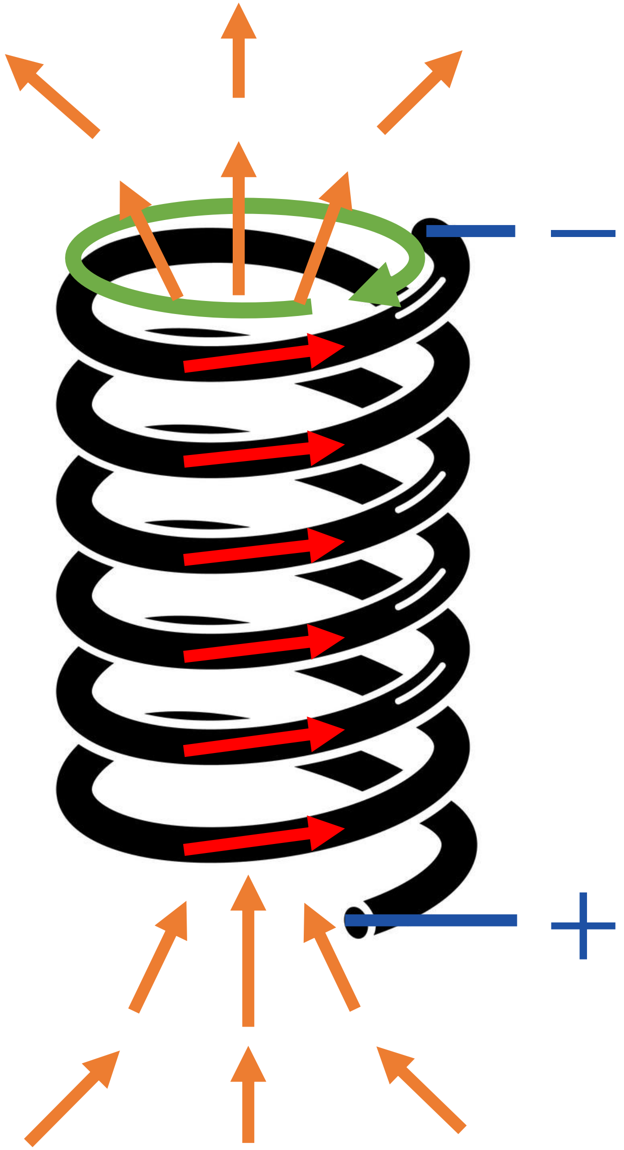
Катушка индуктивности



Уравнение $\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$

Решение $I(t) = \ ?$

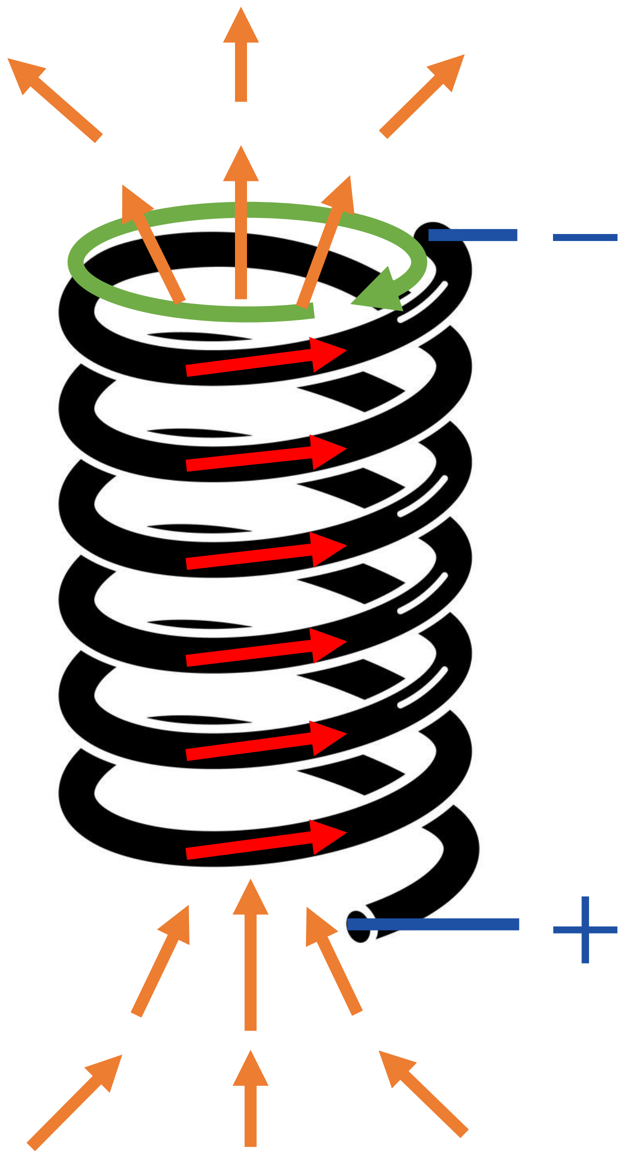
Катушка индуктивности



Уравнение $$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

Решение $$I(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

Катушка индуктивности



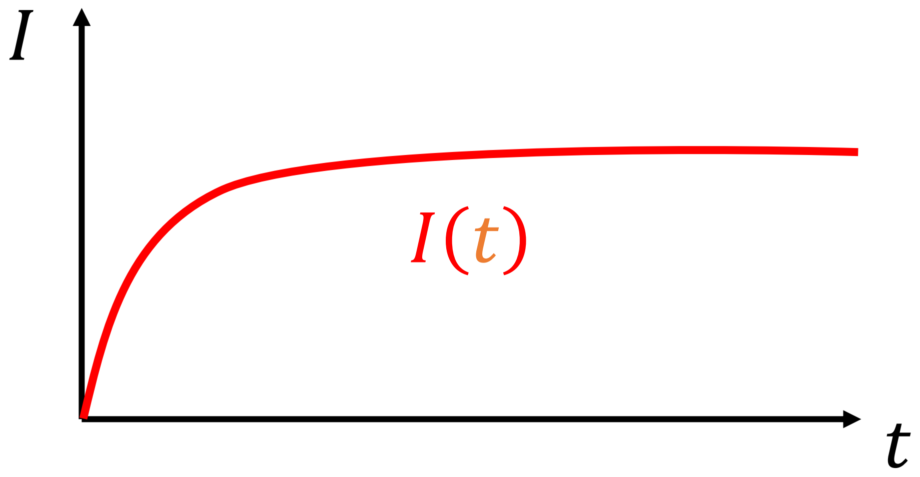
Уравнение

$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

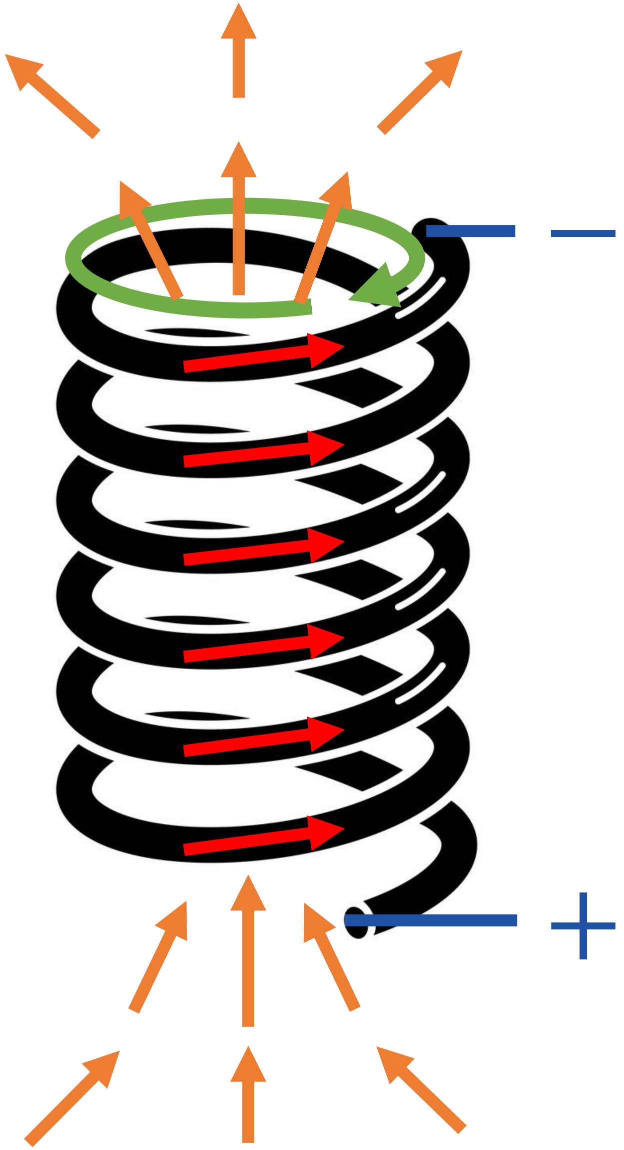
Решение

$$I(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

График решения



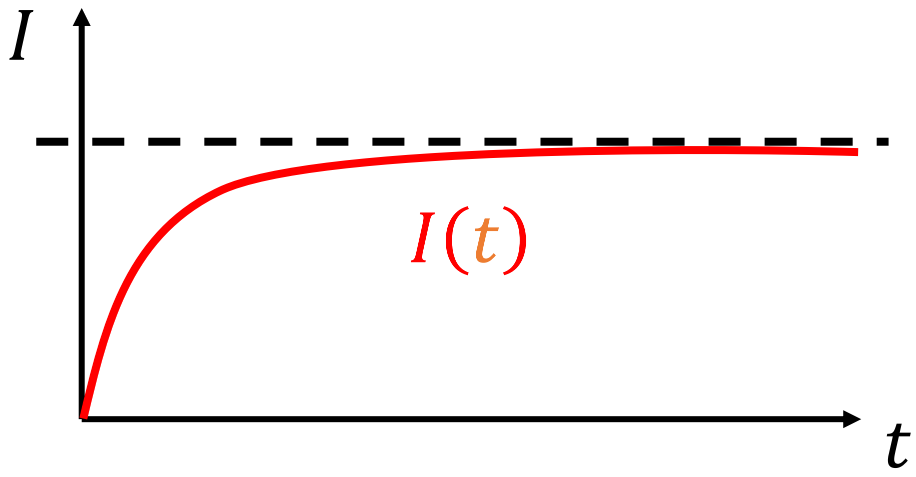
Катушка индуктивности



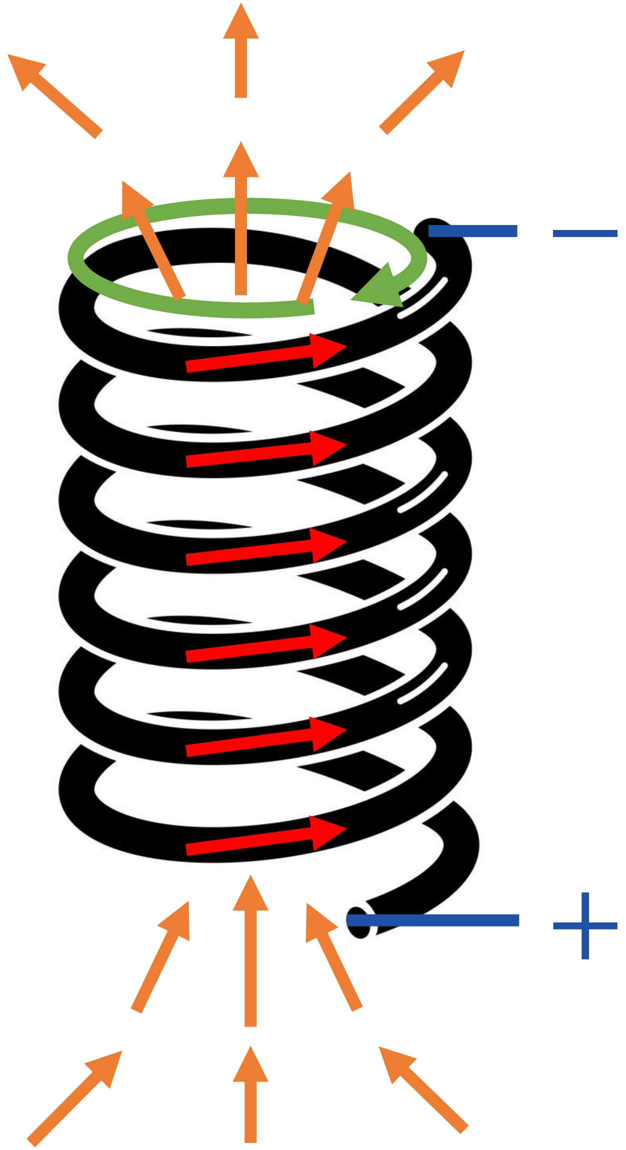
Уравнение $\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$

Решение $I(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$

$I_{\text{уст}} = ?$



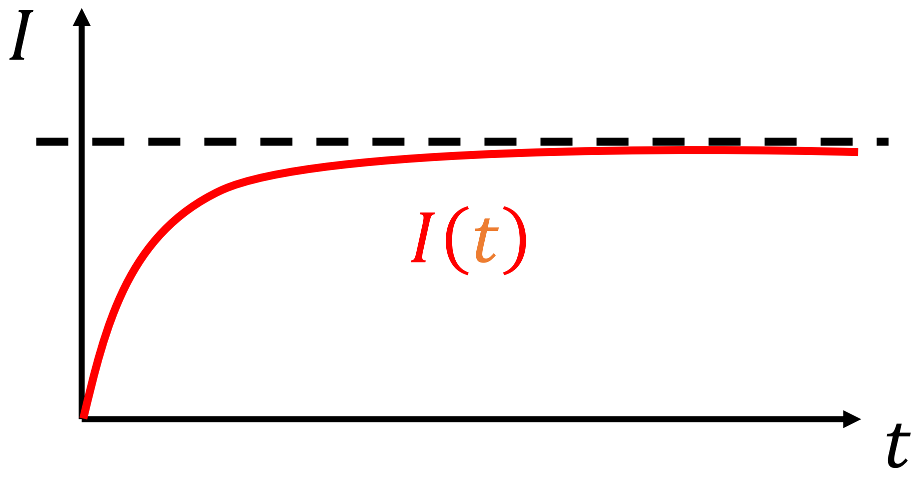
Катушка индуктивности



Уравнение $$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

Решение $$I(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{\frac{-Rt}{L}}\right)$$

$$I_{\text{уст}} = \frac{U}{R}$$

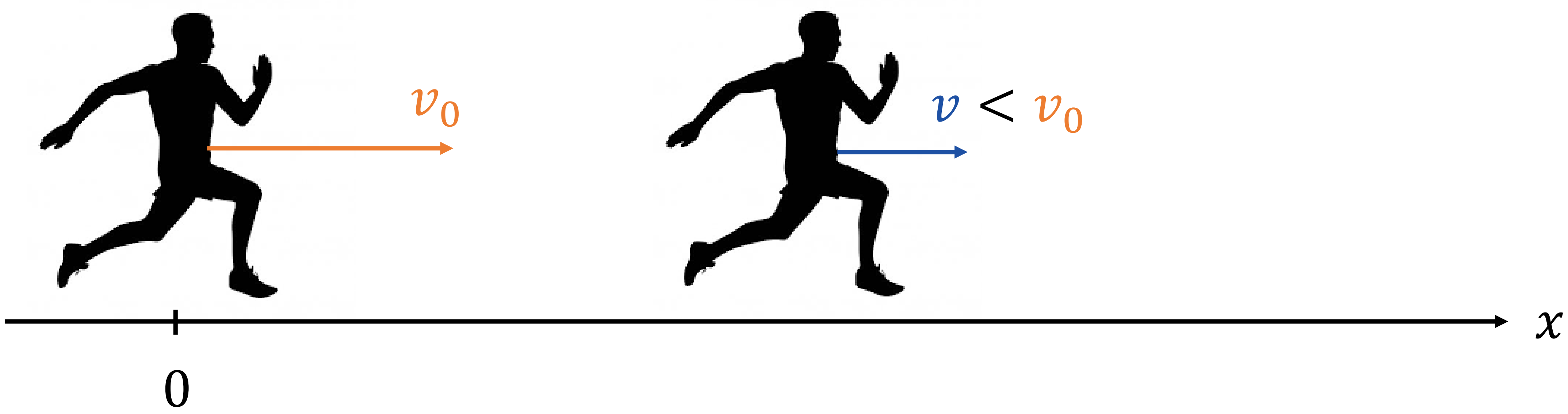


Уставший бегун

Уставший бегун

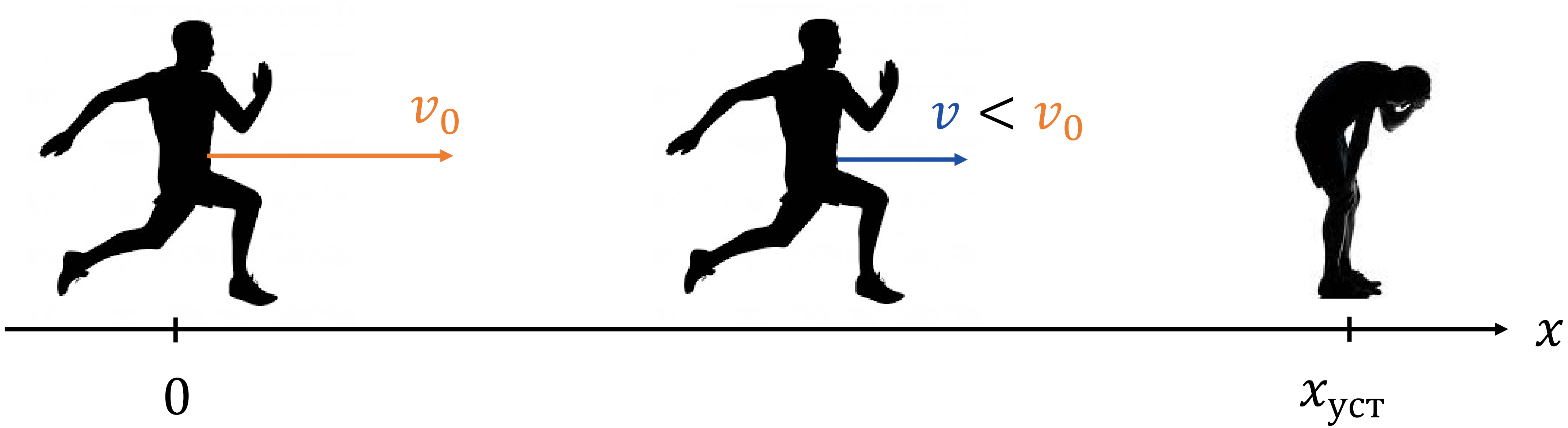
Чем дальше бежит, тем сильнее устаёт

Уставший бегун



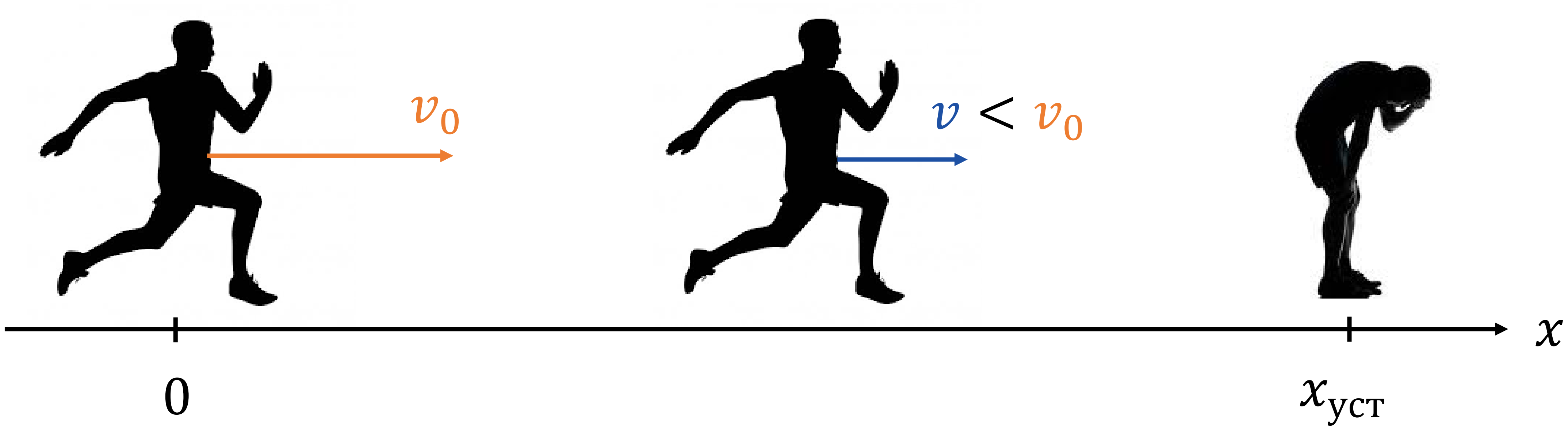
Чем дальше бежит, тем сильнее устаёт

Уставший бегун



Чем дальше бежит, тем сильнее устаёт

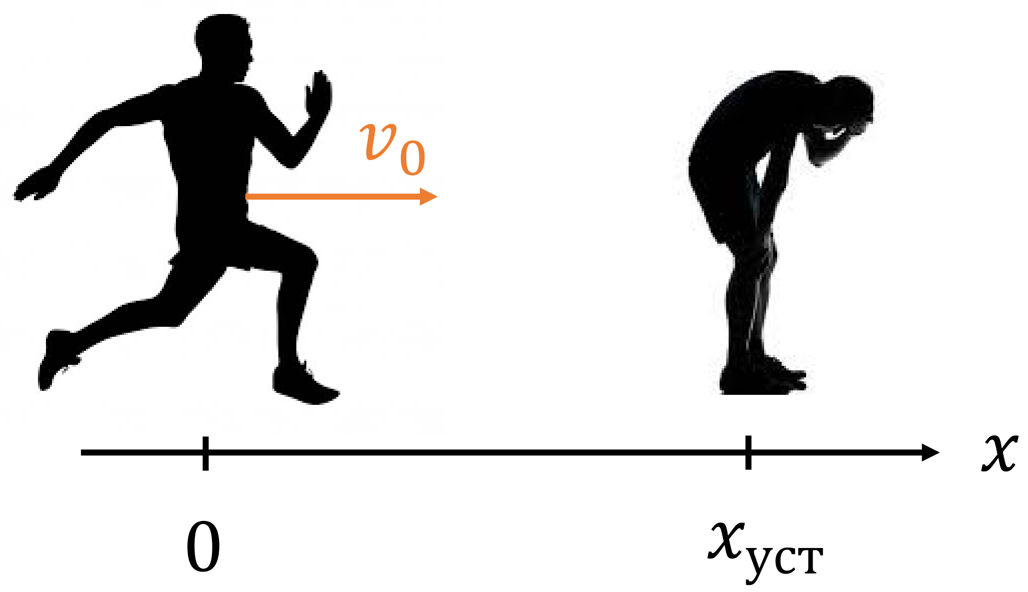
Уставший бегун



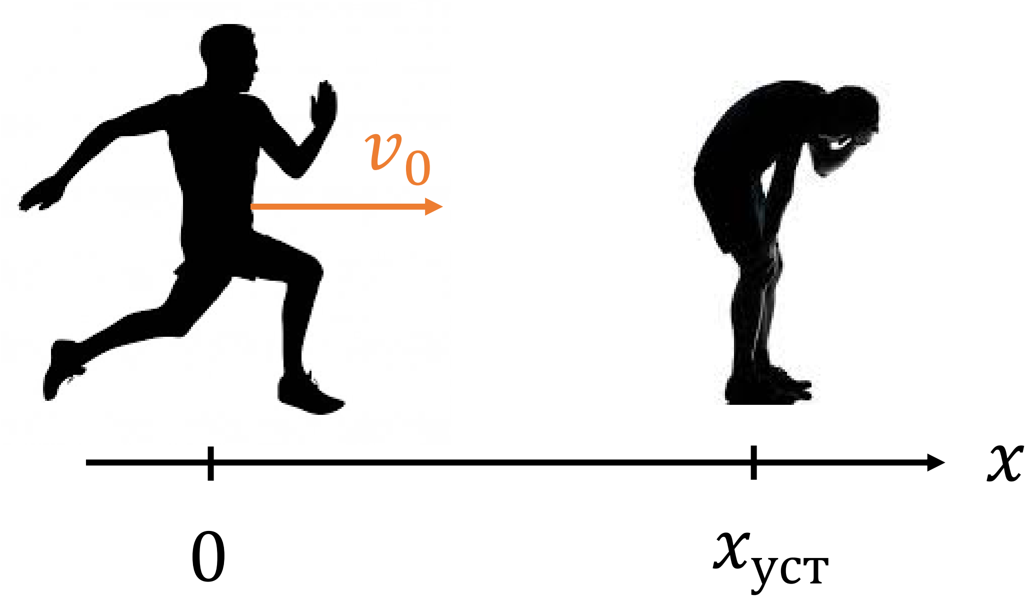
Чем дальше бежит, тем сильнее устаёт

Допущение: усталость линейно зависит от пройденного расстояния

Уставший бегун



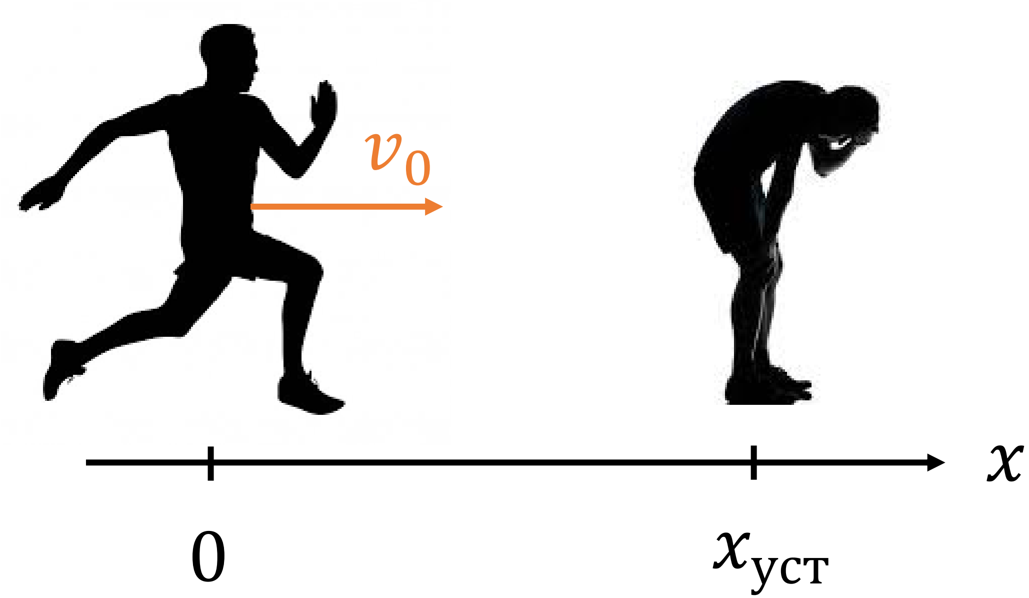
Уставший бегун



Скорость бегуна

$$\dot{x} = v_0 - kx$$

Уставший бегун



Скорость бегуна

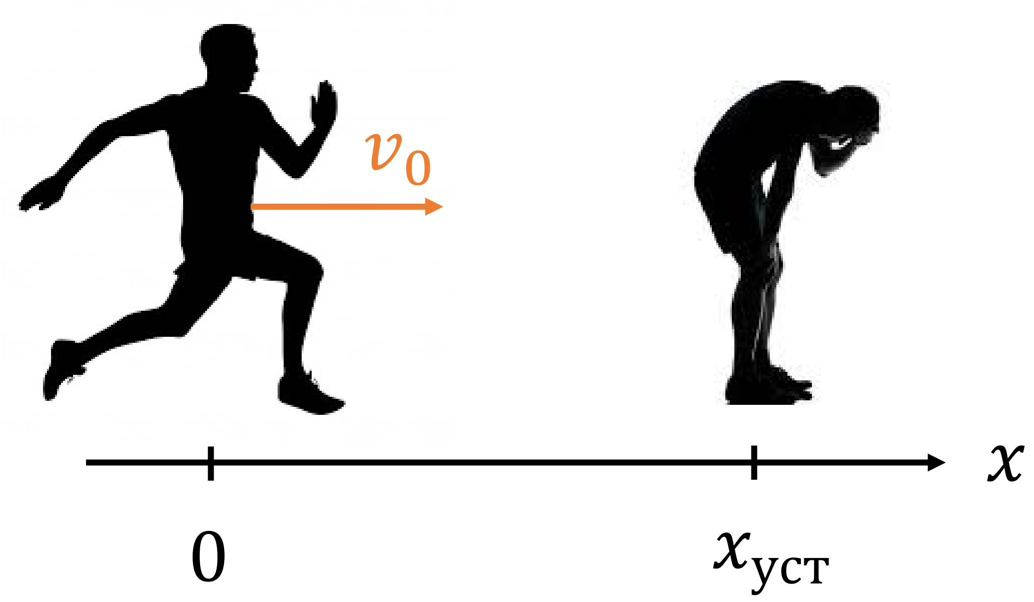
$$\dot{x} = v_0 - kx$$

Скорость бегуна

Начальная скорость

Падение скорости (усталость)

Уставший бегун



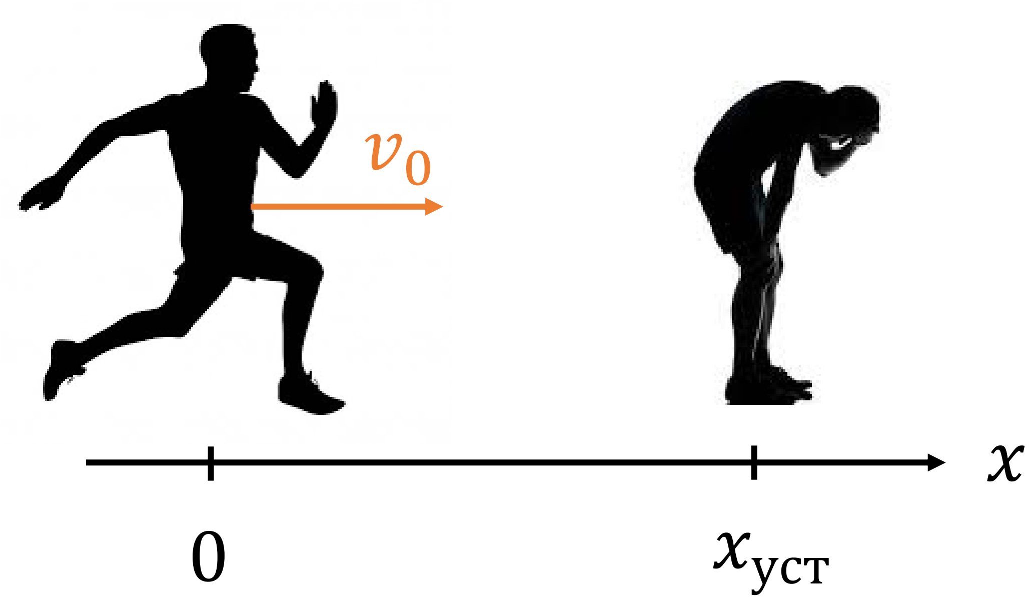
Скорость бегуна

$$\dot{x} = v_0 - kx$$

Уравнение

$$\dot{x} + kx = v_0$$

Уставший бегун



Скорость бегуна

$$\dot{x} = v_0 - kx$$

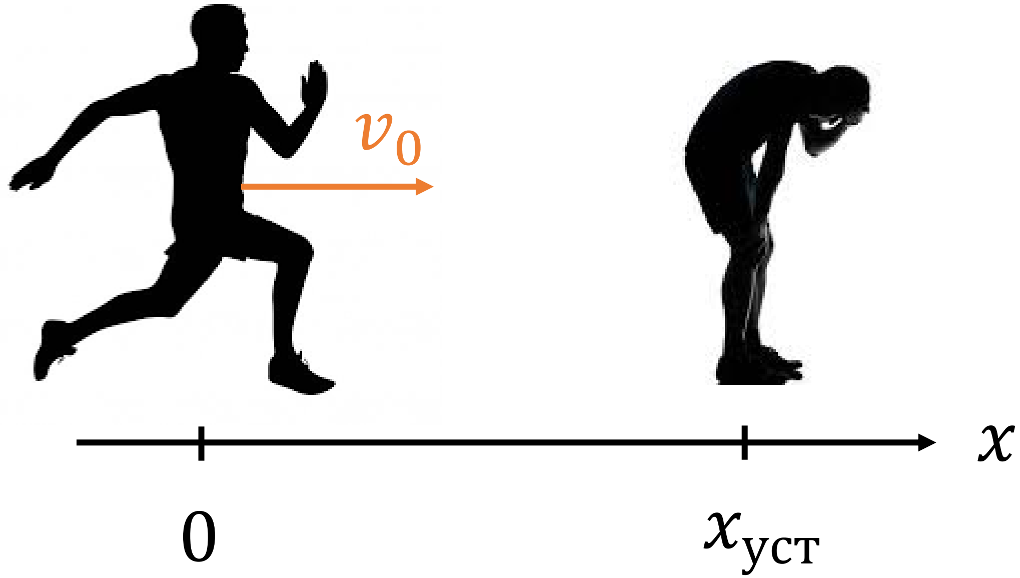
Уравнение

$$\dot{x} + kx = v_0$$

Решение

$$x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

Уставший бегун



Скорость бегуна

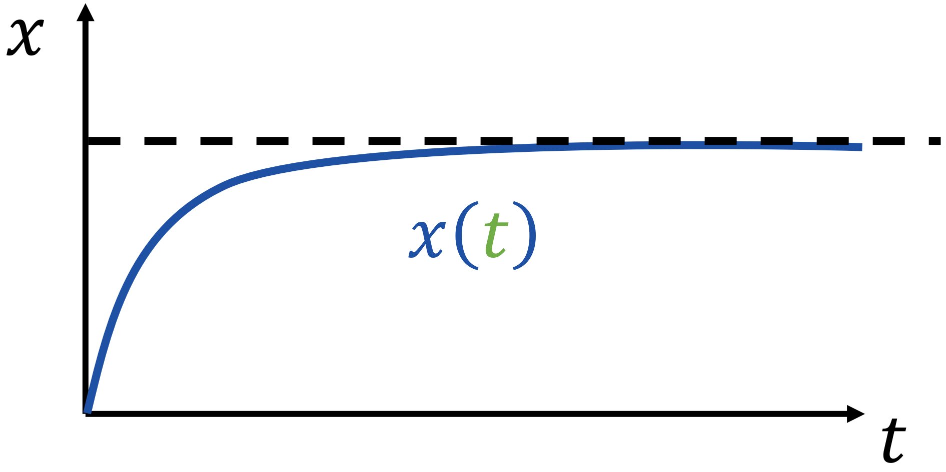
$$\dot{x} = v_0 - kx$$

Уравнение

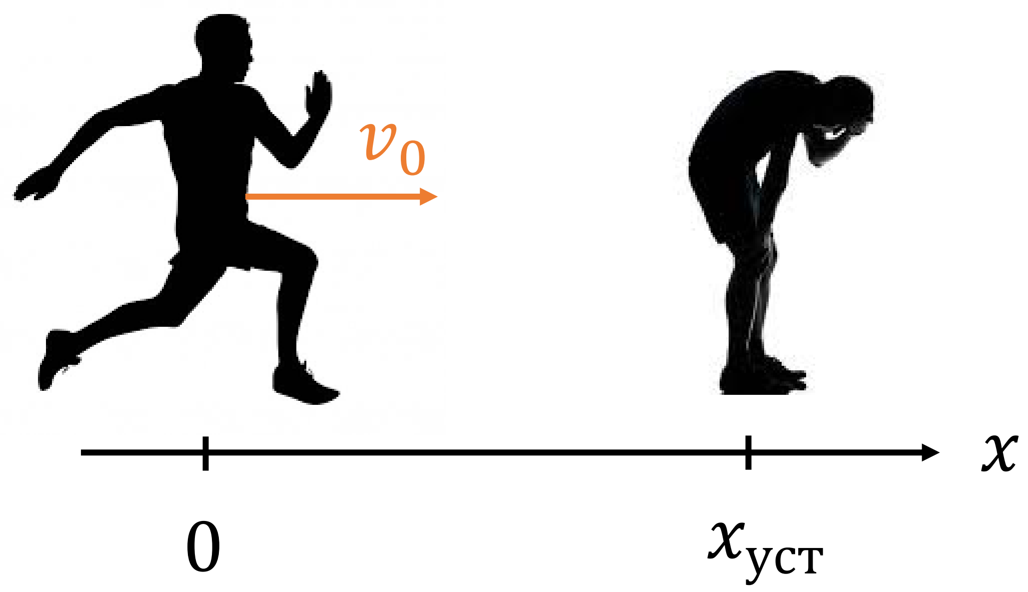
$$\dot{x} + kx = v_0$$

Решение

$$x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$



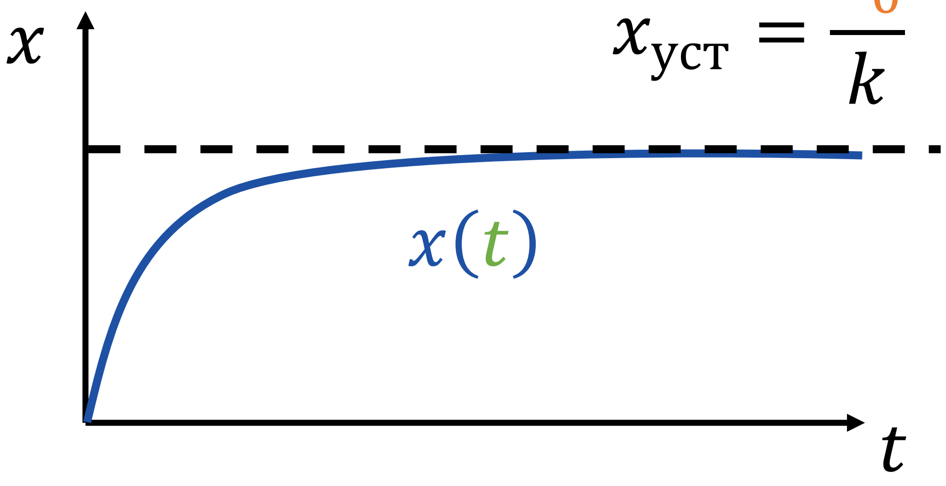
Уставший бегун



Скорость бегуна

$$\dot{x} = v_0 - kx$$

$$x_{уст} = \frac{v_0}{k}$$



Уравнение

$$\dot{x} + kx = v_0$$

Решение

$$x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

$$\boxed{\dot{y} + ay = bu}$$

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход

$u(t)$

$$\dot{y} + ay = bu$$

Входное воздействие $u(t)$ – то, что мы «подаём» в систему

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход $u(t)$ $\longrightarrow$ $\boxed{\dot{y} + ay = bu}$ $\longrightarrow$ Выход $y(t)$

Входное воздействие $u(t)$ – то, что мы «подаём» в систему

Выходная переменная $y(t)$ – то, что мы измеряем

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход

$u(t)$ $\longrightarrow$ $\boxed{\dot{y} + ay = bu}$ $\longrightarrow$ $y(t)$

Выход

Почему такое название?

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход $u(t)$ $\longrightarrow$ $\boxed{\dot{y} + ay = bu}$ $\longrightarrow$ Выход $y(t)$

Звено – (дифференциальное) уравнение, связывающее вход и выход

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход

$u(t)$

$$\dot{y} + ay = bu$$

Выход

$y(t)$

Звено – (дифференциальное) уравнение, связывающее вход и выход

Апериодическое – в переходном процессе (при $u(t) = const$) нет колебаний

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход $u(t)$ → $\dot{y} + ay = bu$ → Выход $y(t)$

Звено – (дифференциальное) уравнение, связывающее вход и выход

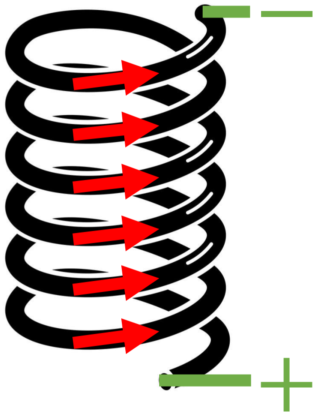
Апериодическое – в переходном процессе (при $u(t) = const$) нет колебаний

Первого порядка – в уравнении есть первая производная, но нет старших

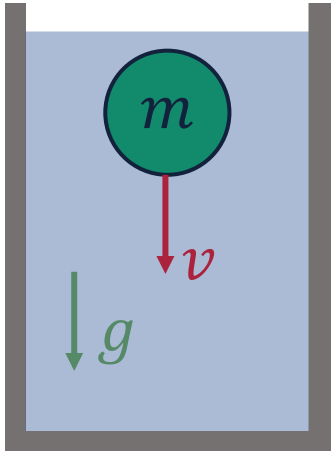
Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

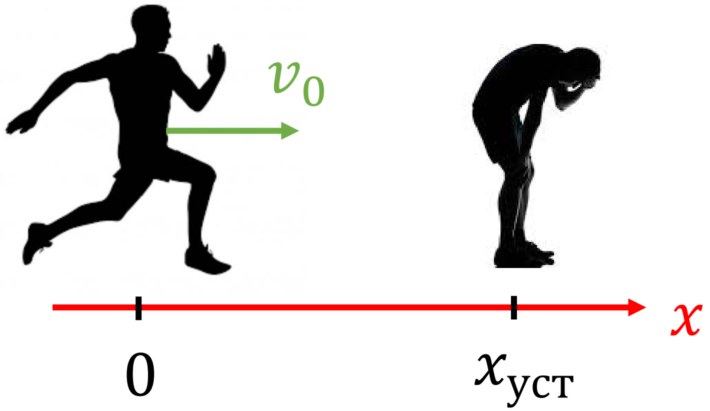
Вход $u(t)$ → $\boxed{\dot{y} + ay = bu}$ → Выход $y(t)$



$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$



$$\dot{v} + \frac{k}{m} v = g$$

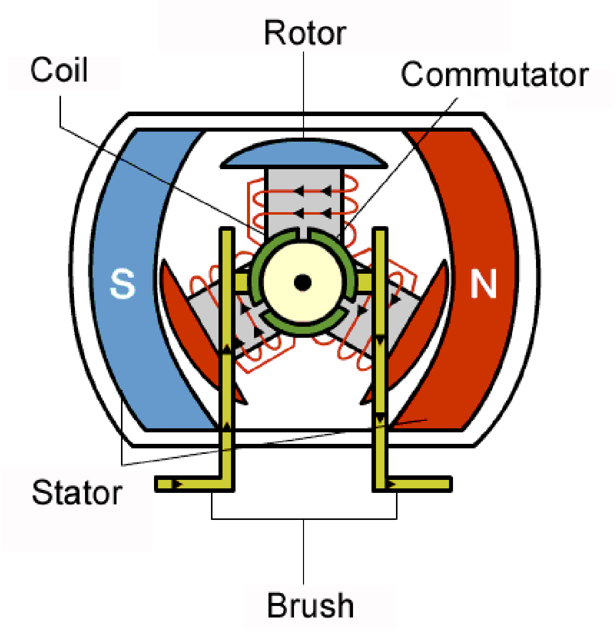


$$\dot{x} + kx = v_0$$

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход $u(t)$ → $\boxed{\dot{y} + ay = bu}$ → Выход $y(t)$



Упрощенная модель ДПТ

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено

Вход

$u = const$

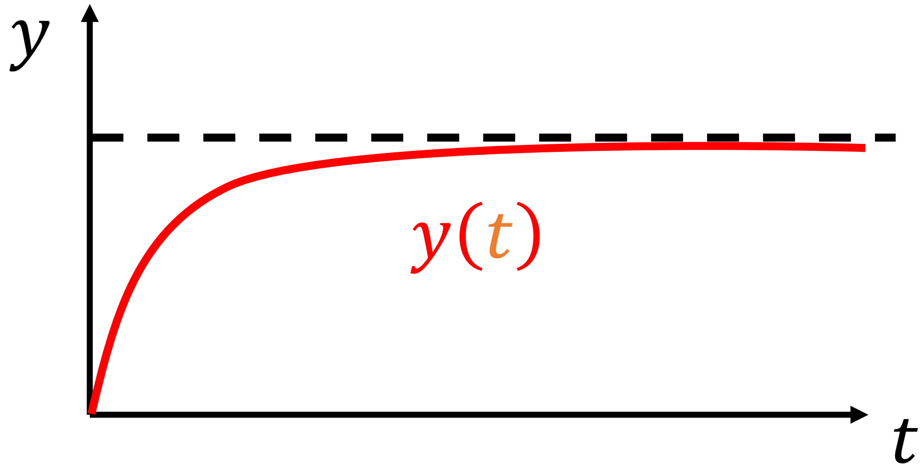
$$\dot{y} + ay = bu$$

Выход

$y(t)$

Переходная функция

$$y(t) = \frac{bu}{a}\left(1 - e^{-at}\right)$$



Установившееся значение

$$y_{\text{уст}} = \frac{bu}{a}$$

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено – самое простое математическое описание немгновенного, инерционного процесса

Апериодическое звено первого порядка

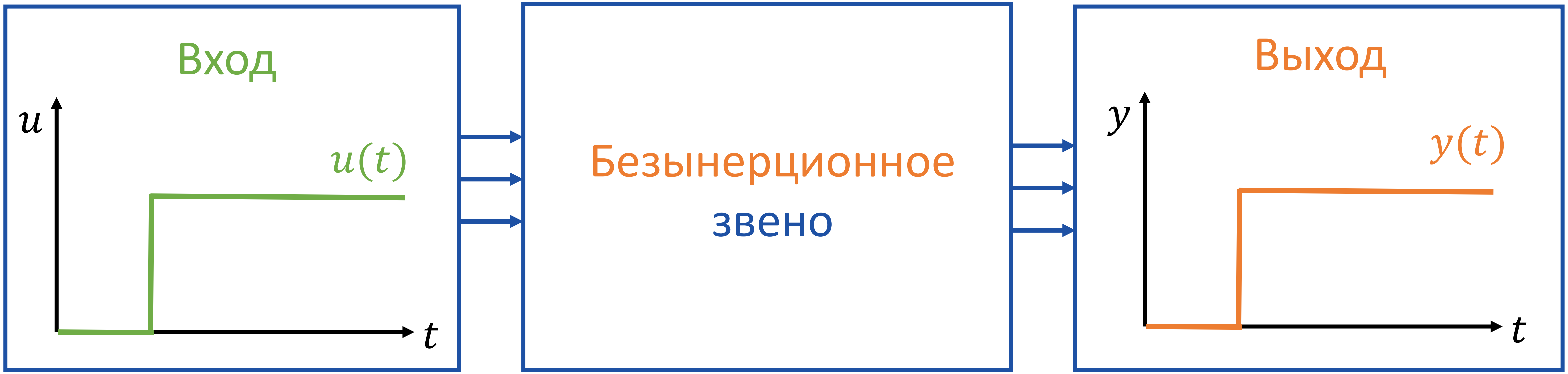
Апериодическое звено – самое простое математическое описание немгновенного, инерционного процесса

Иногда его так и называют: инерционное звено

Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено – самое простое математическое описание немгновенного, инерционного процесса

Иногда его так и называют: инерционное звено



Апериодическое звено первого порядка

Апериодическое звено – самое простое математическое описание немгновенного, инерционного процесса

Иногда его так и называют: инерционное звено

Постоянная времени
и коэффициент усиления

Постоянная времени и коэффициент усиления

Апериодическое звено $\dot{y} + ay = bu$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Апериодическое звено $\dot{y} + ay = bu$

Поделим на a

$$\frac{1}{a}\dot{y} + y = \frac{b}{a}u$$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Апериодическое звено $\dot{y} + ay = bu$

Поделим на a $\frac{1}{a}\dot{y} + y = \frac{b}{a}u$

Введём обозначения $T = \frac{1}{a}$ $k = \frac{b}{a}$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Апериодическое звено $\dot{y} + ay = bu$

Поделим на a $$\frac{1}{a}\dot{y} + y = \frac{b}{a}u$$

Введём обозначения $T = \dfrac{1}{a}$ $\quad k = \dfrac{b}{a}$

Перепишем звено как $T\dot{y} + y = ku$

Постоянная времени и коэффициент усиления

$$T\dot{y} + y = ku$$

Постоянная времени и коэффициент усиления

$$T\dot{y} + y = ku$$

Постоянная времени

Коэффициент усиления

Постоянная времени и коэффициент усиления

$$T\dot{y} + y = ku$$

Постоянная времени

Коэффициент усиления

В чём измеряется постоянная времени?

Постоянная времени и коэффициент усиления

$$T\dot{y} + y = ku$$

Постоянная времени

Коэффициент усиления

В чём измеряется постоянная времени?

В секундах (минутах, часах, …)

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $\qquad T\dot{y} + y = ku \qquad\qquad u = const$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $T\dot{y} + y = ku$ $u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $T\dot{y} + y = ku$ $u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

Проверка

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $T\dot{y} + y = ku \qquad u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

Проверка $\dot{y}(t) = \frac{ku}{T} e^{-\frac{t}{T}}$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $T\dot{y} + y = ku$ $\quad u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

Проверка $\dot{y}(t) = \frac{ku}{T}e^{-\frac{t}{T}}$ $\quad T\left(\frac{ku}{T}e^{-\frac{t}{T}}\right) + ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = ku$

Постоянная времени и коэффициент усиления

Уравнение $T\dot{y} + y = ku$ $u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

Проверка $\dot{y}(t) = \frac{ku}{T}e^{-\frac{t}{T}}$ $T\left(\frac{ku}{T}e^{-\frac{t}{T}}\right) + ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right) = ku$

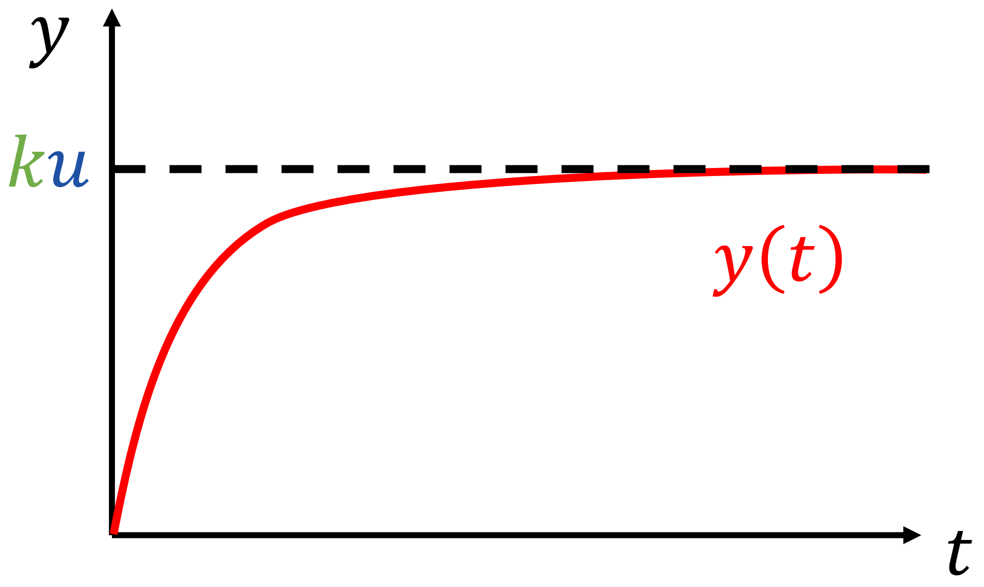
Решение верное

Постоянная времени и коэффициент усиления

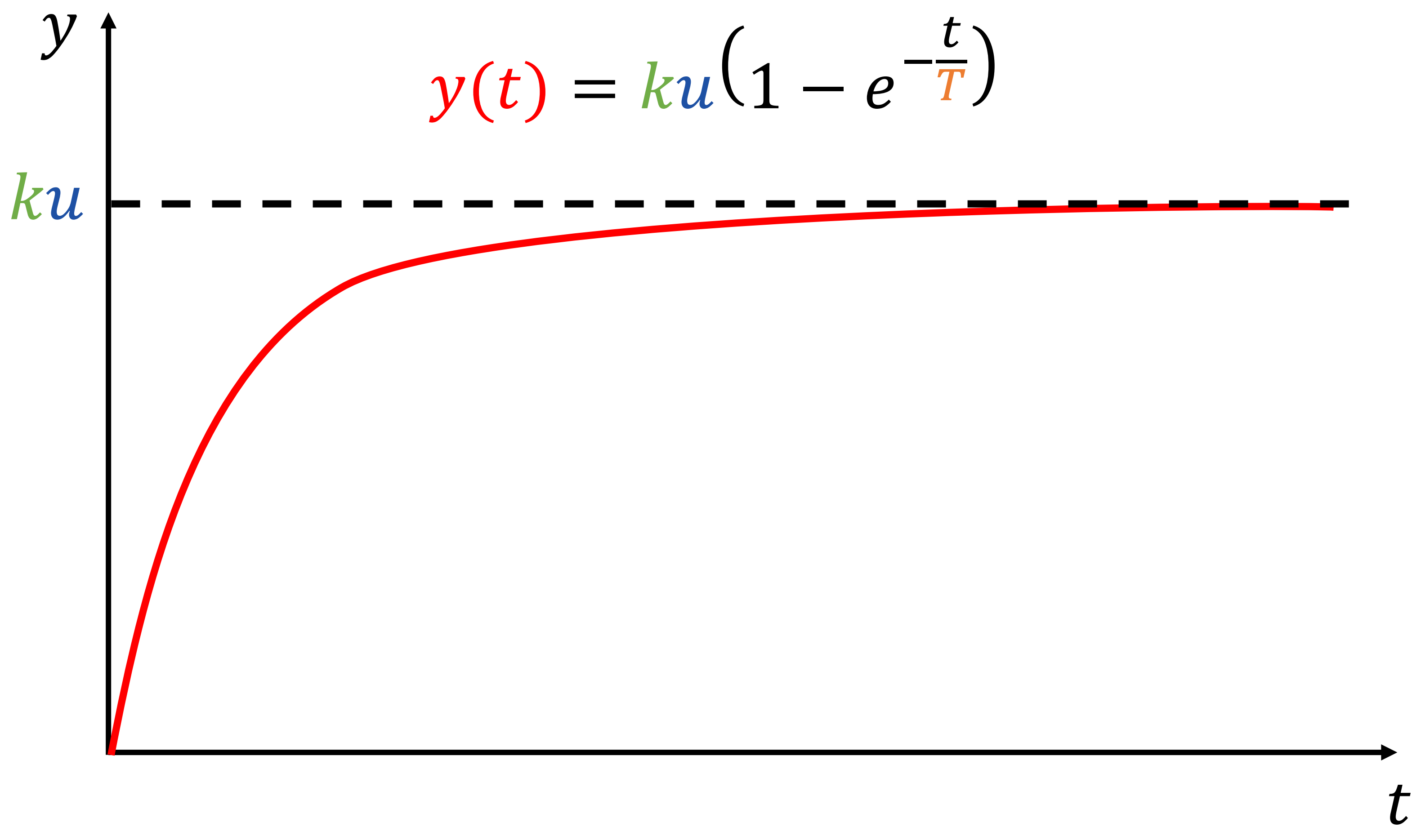
Уравнение $T\dot{y} + y = ku$ $\quad u = const$

Решение $y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$

График



Постоянная времени и коэффициент усиления

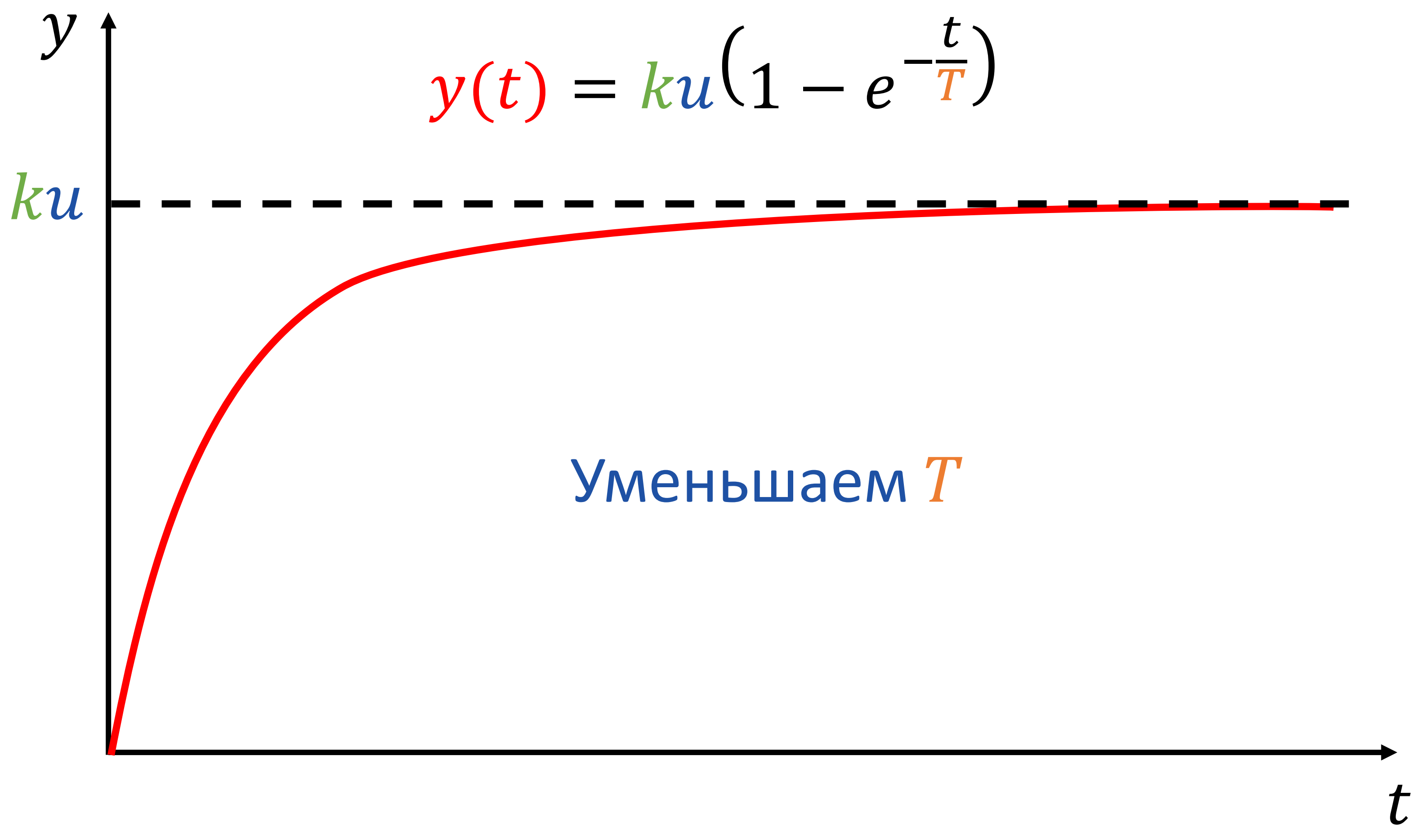


Постоянная времени и коэффициент усиления

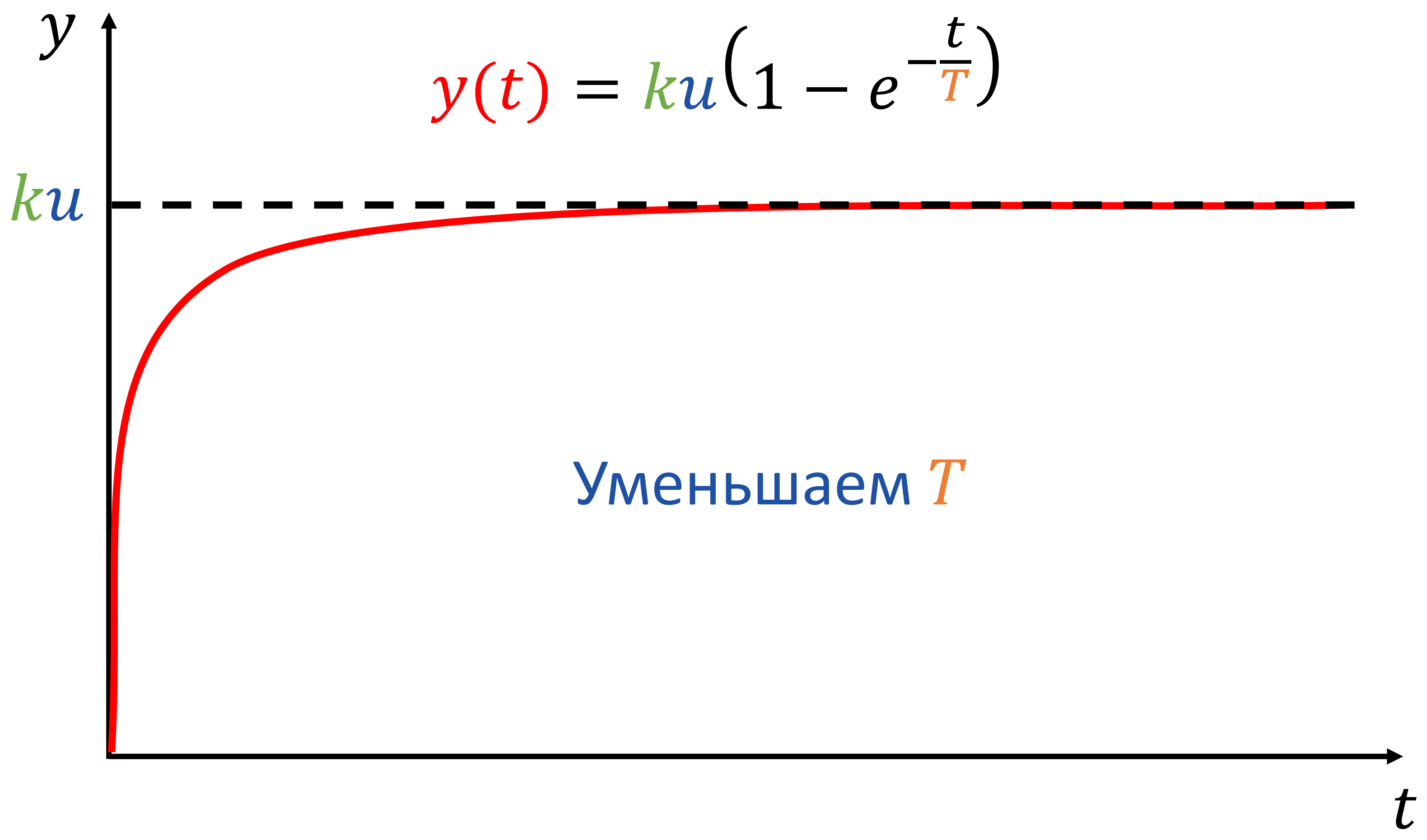
$$y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

Как изменится график при изменении T?

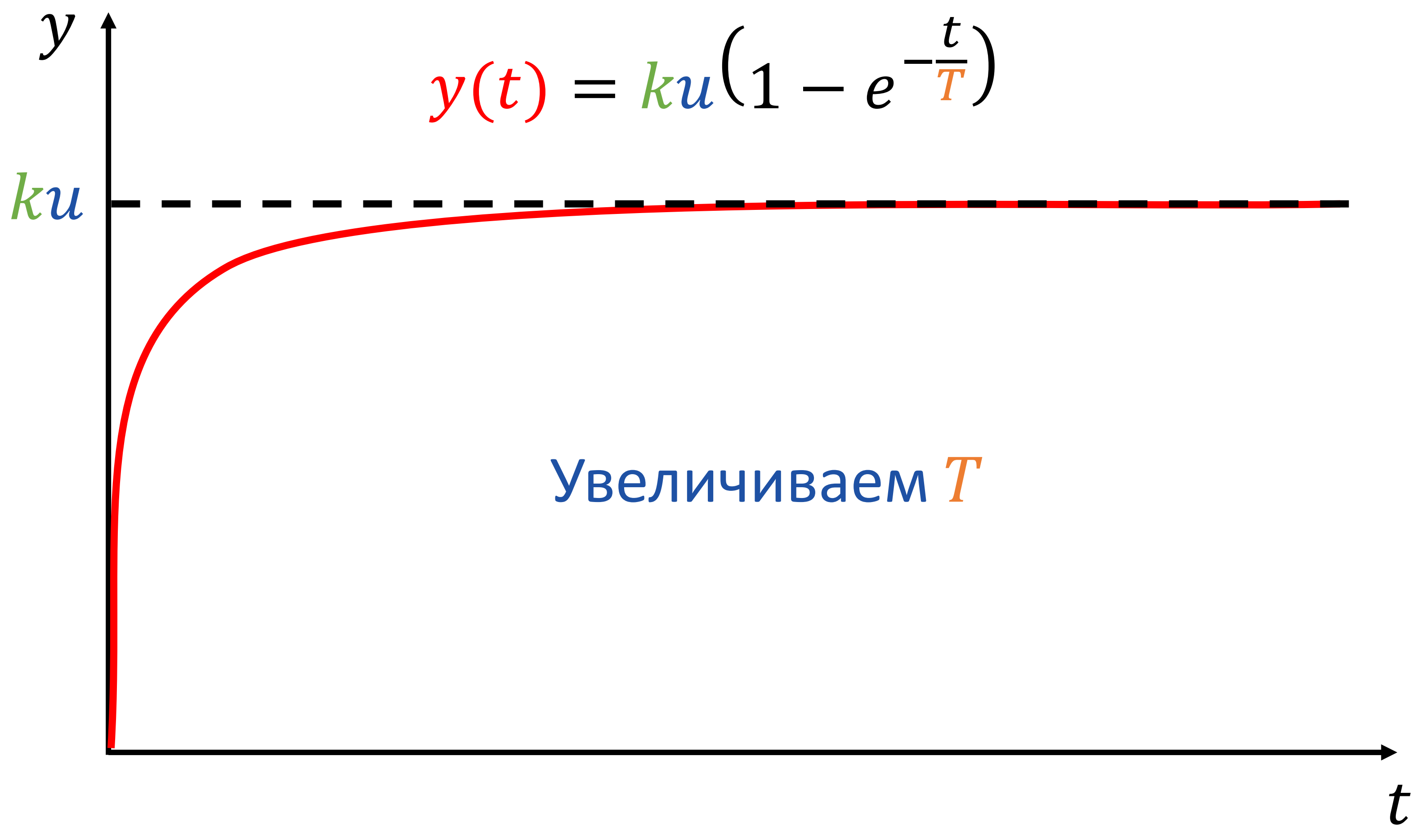
Постоянная времени и коэффициент усиления



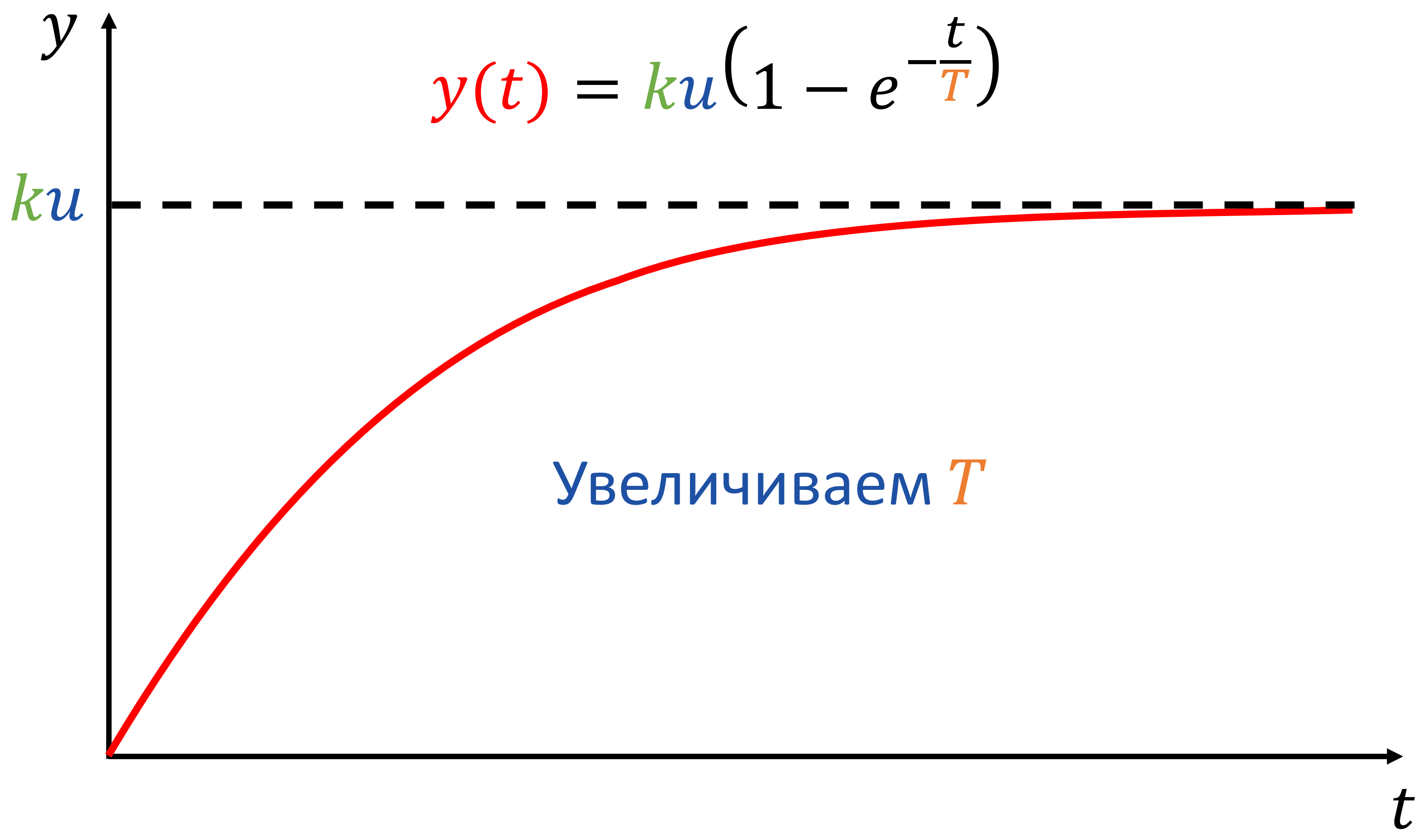
Постоянная времени и коэффициент усиления



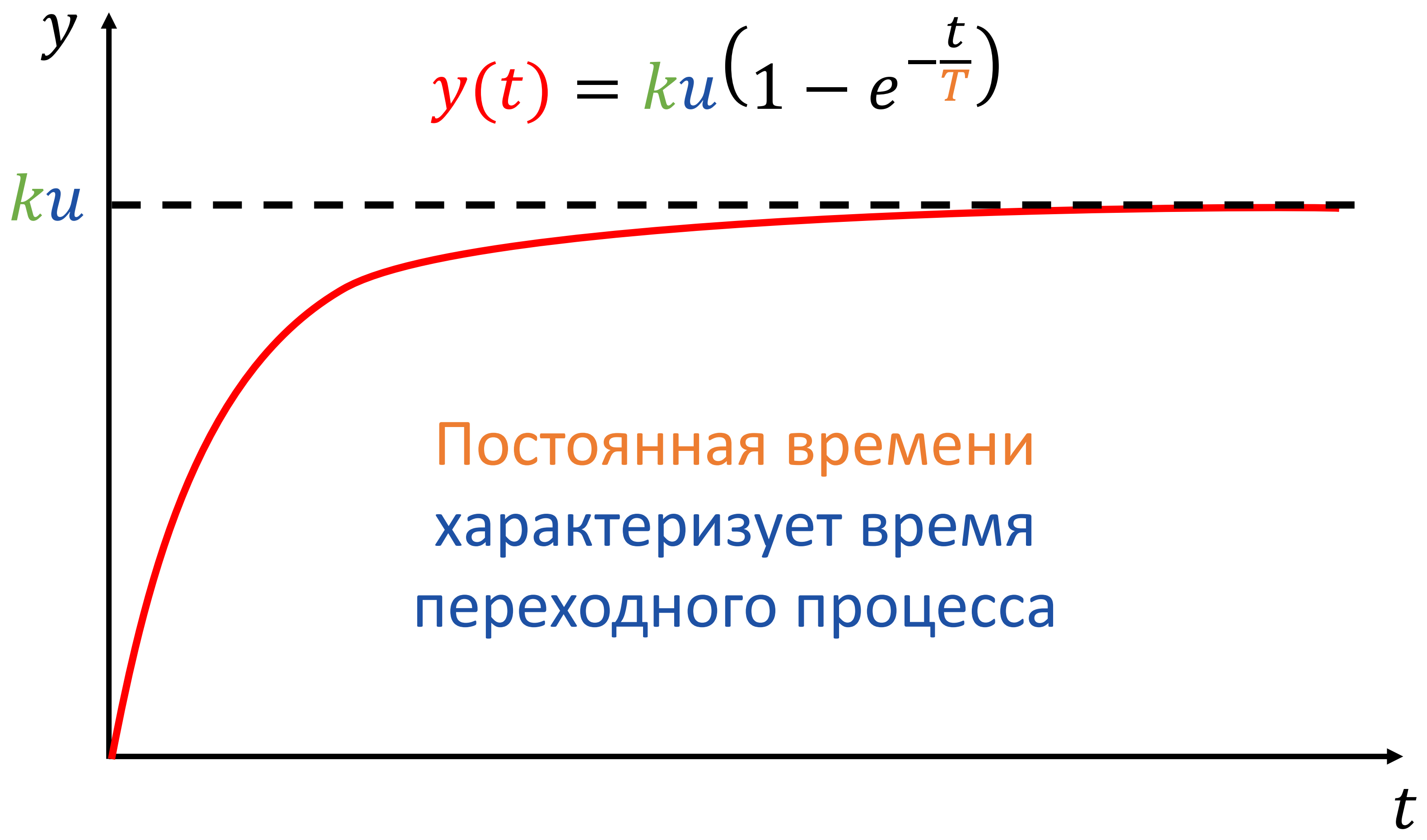
Постоянная времени и коэффициент усиления



Постоянная времени и коэффициент усиления

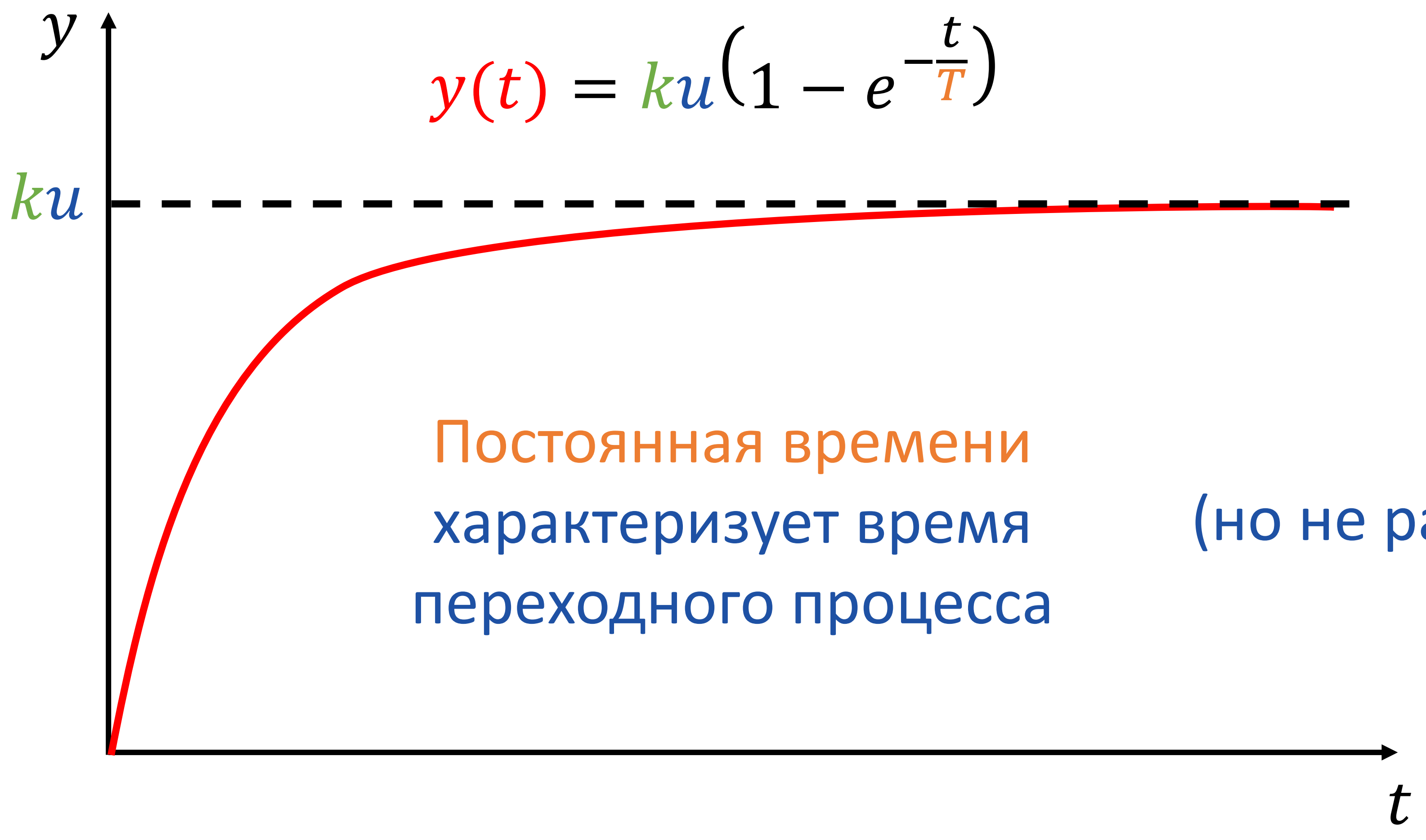


Постоянная времени и коэффициент усиления



Постоянная времени характеризует время переходного процесса

Постоянная времени и коэффициент усиления

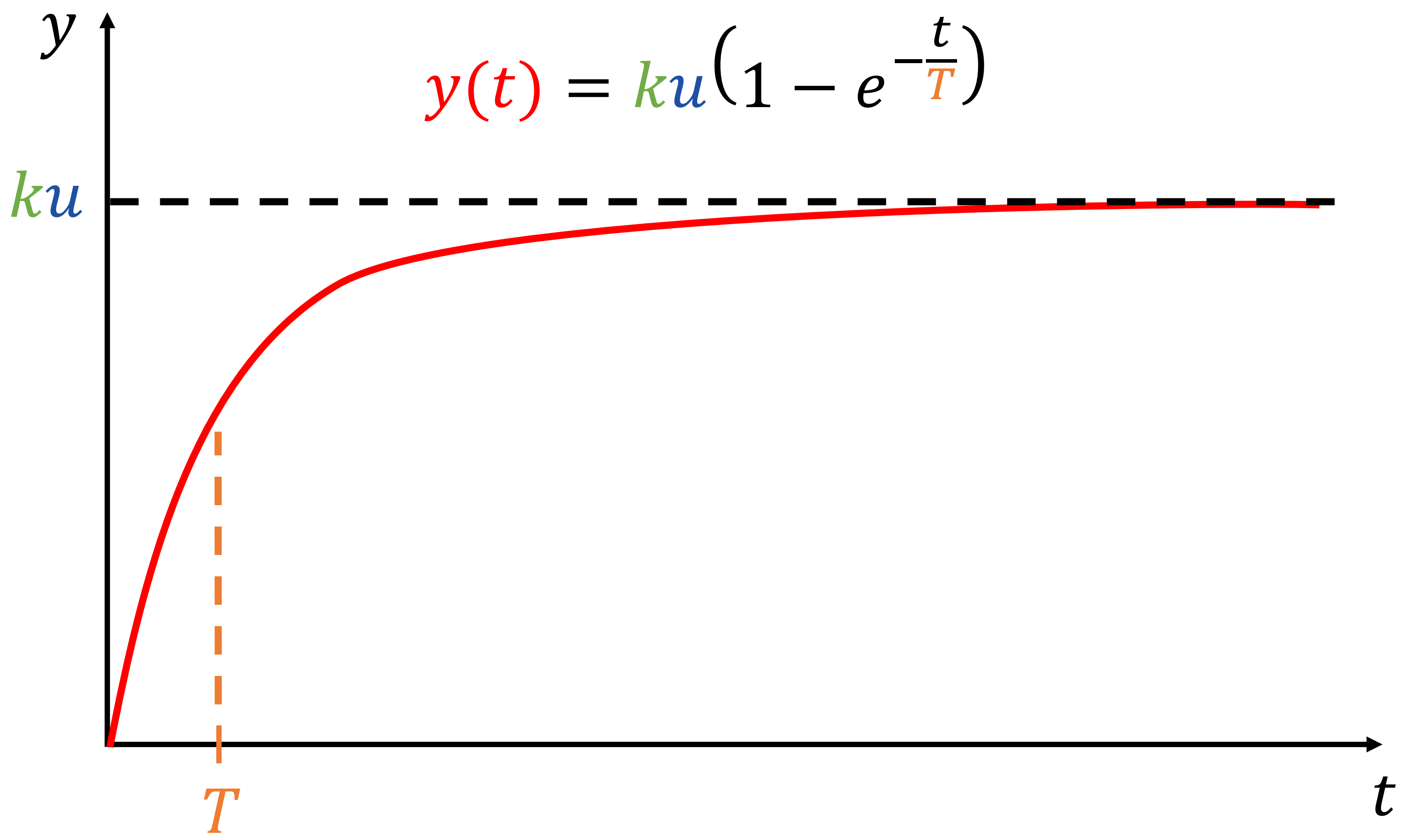


$$y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

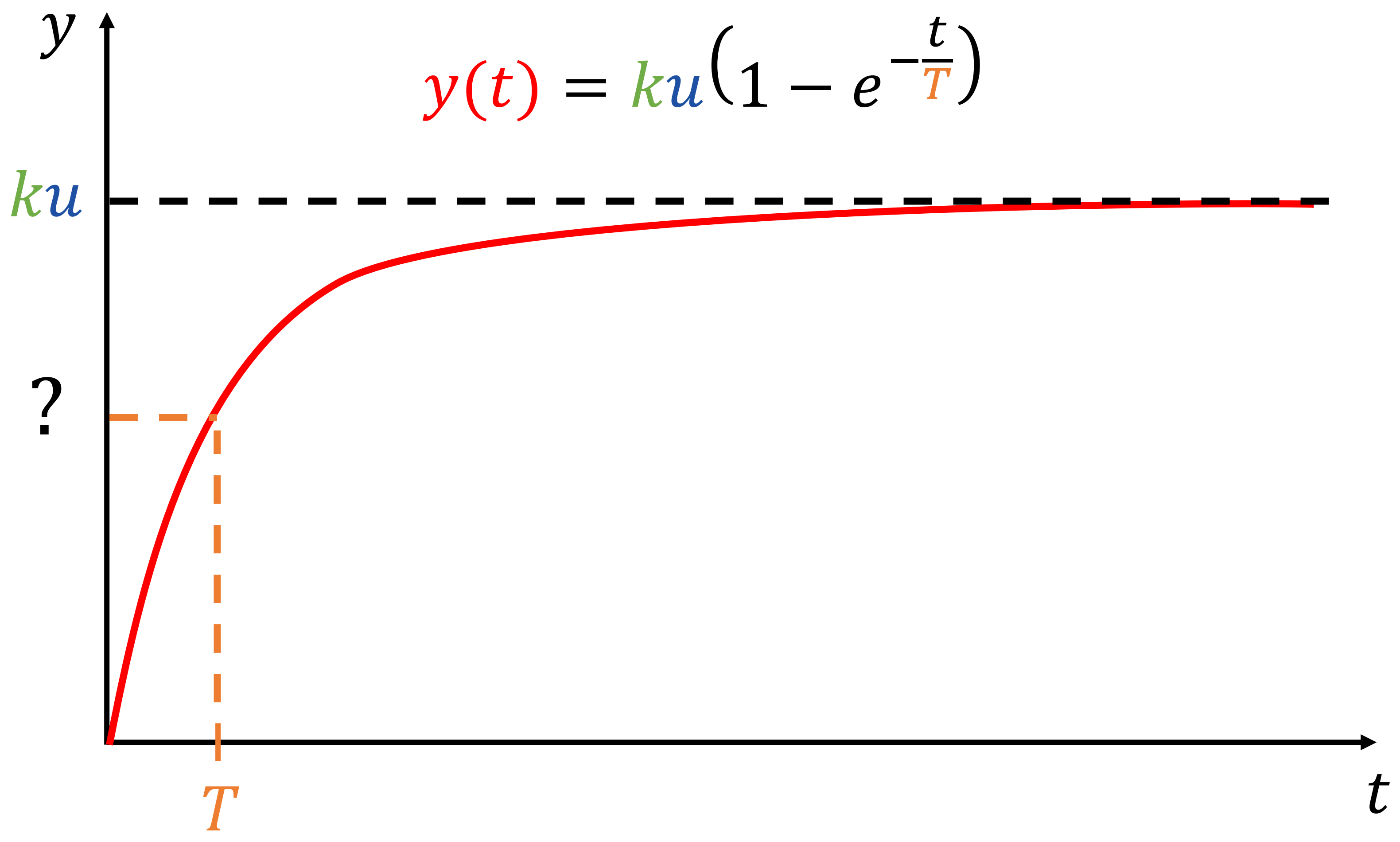
Постоянная времени характеризует время переходного процесса

(но не равна ему)

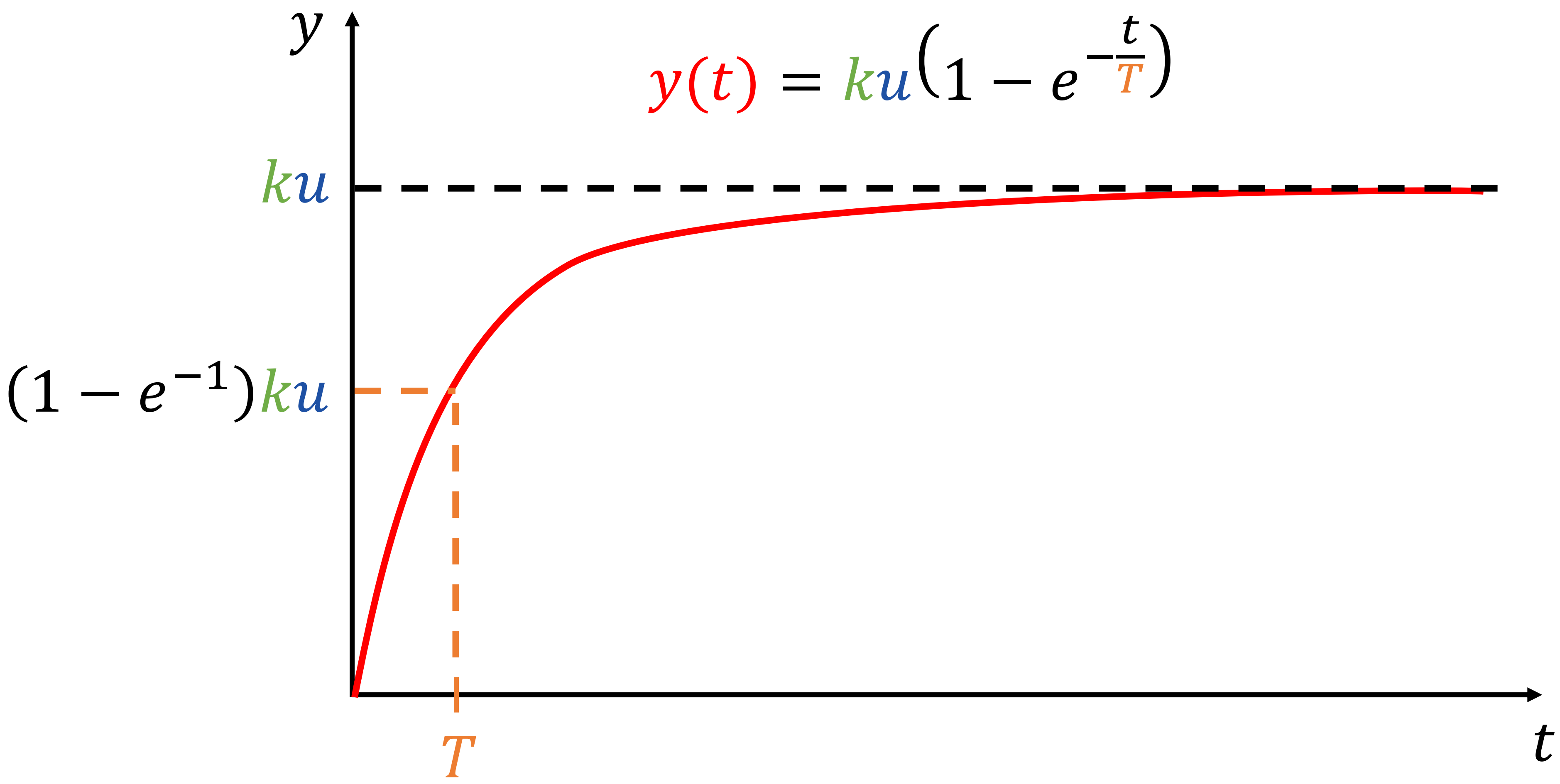
Постоянная времени и коэффициент усиления



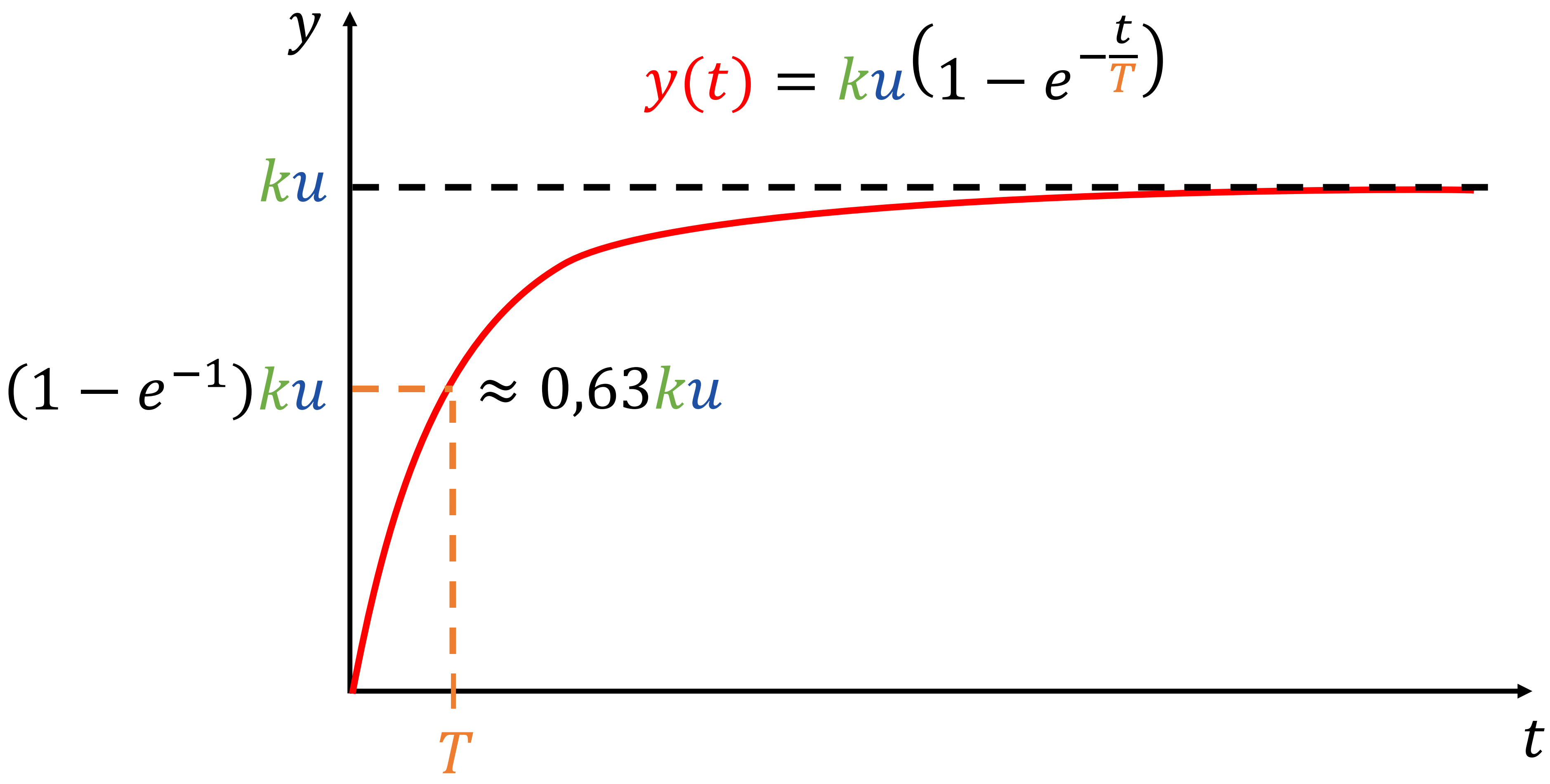
Постоянная времени и коэффициент усиления



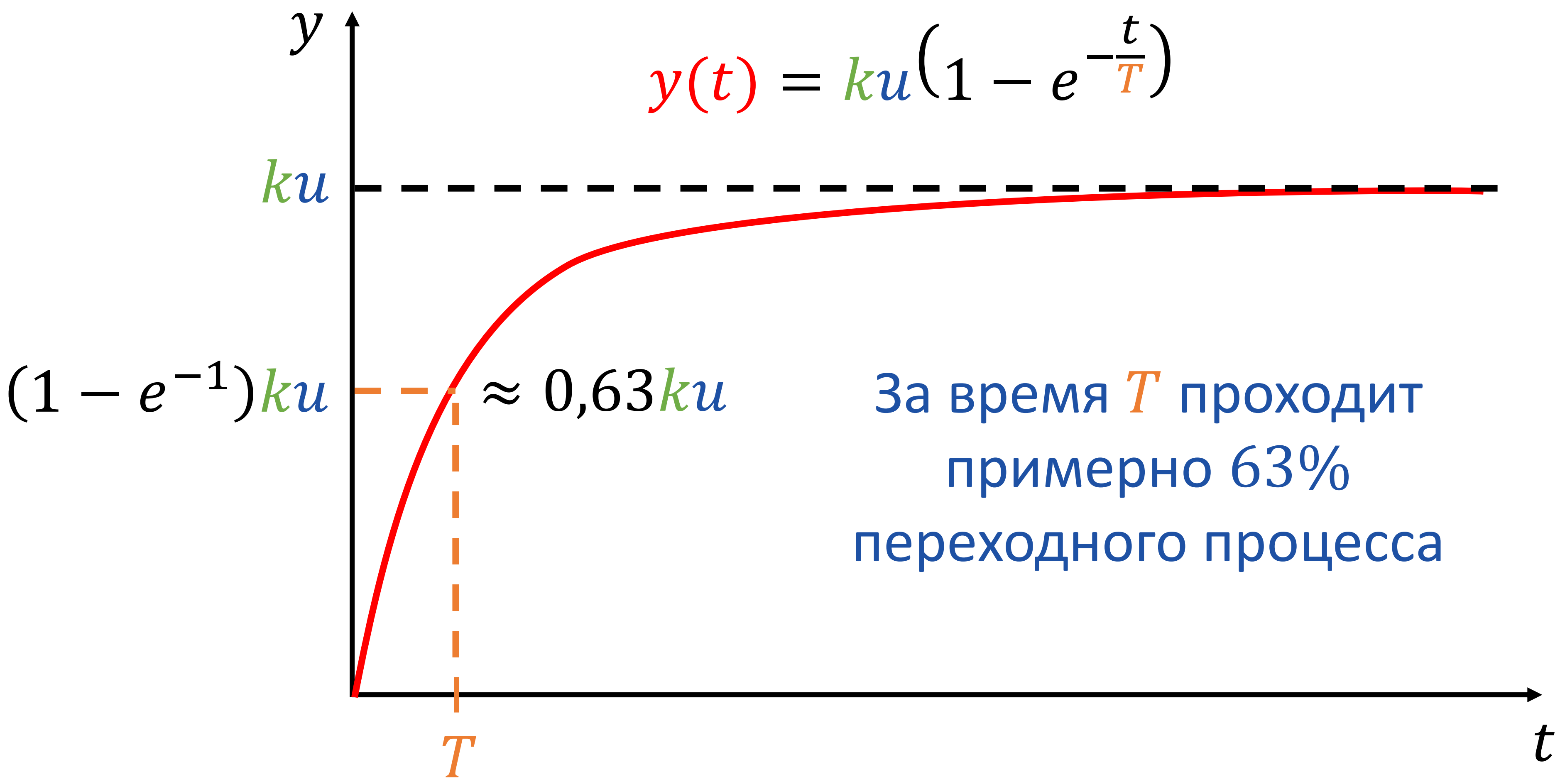
Постоянная времени и коэффициент усиления



Постоянная времени и коэффициент усиления

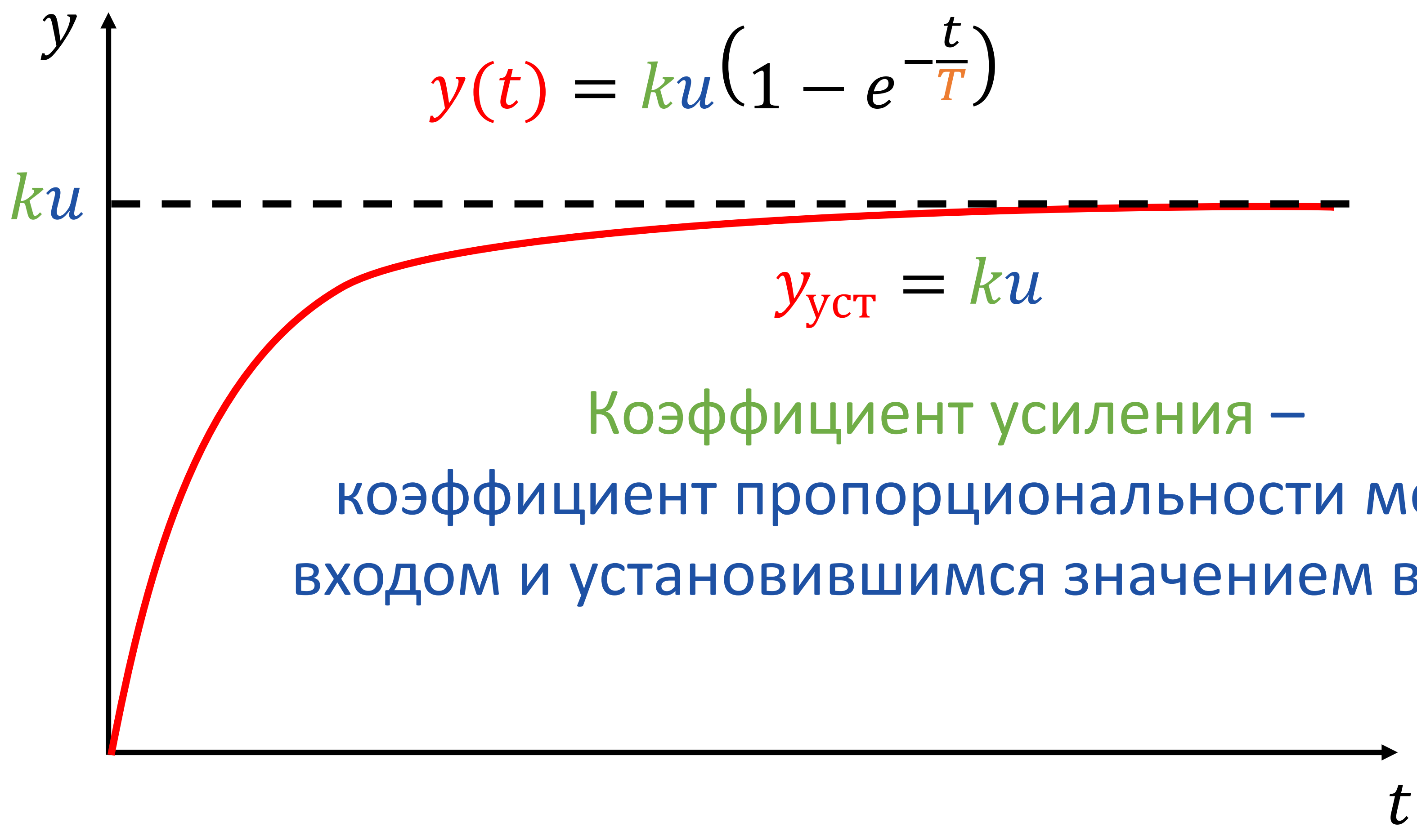


Постоянная времени и коэффициент усиления



За время T проходит примерно 63% переходного процесса

Постоянная времени и коэффициент усиления

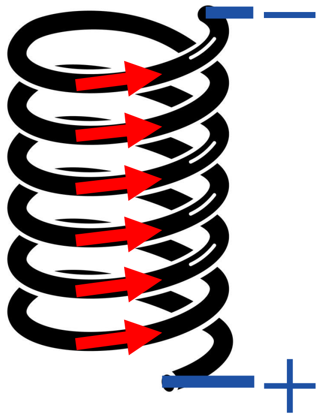


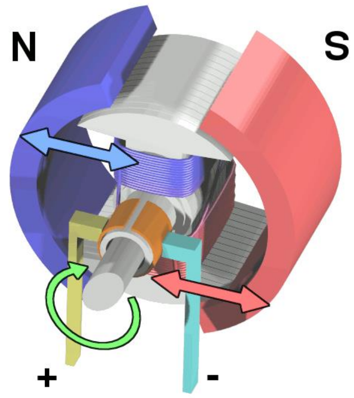
$$y(t) = ku\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$y_{\text{уст}} = ku$$

Коэффициент усиления –
коэффициент пропорциональности между
входом и установившимся значением выхода

Постоянная времени и коэффициент усиления

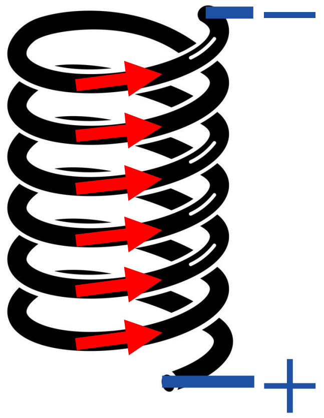


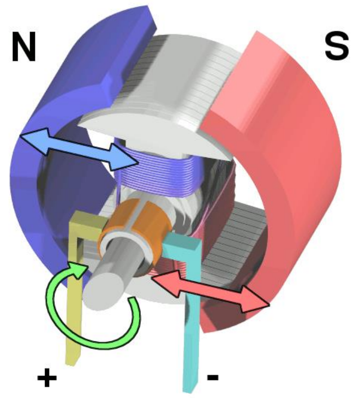


$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Постоянная времени и коэффициент усиления



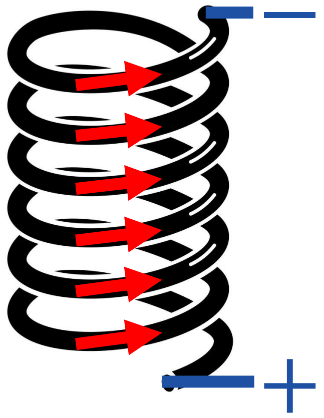


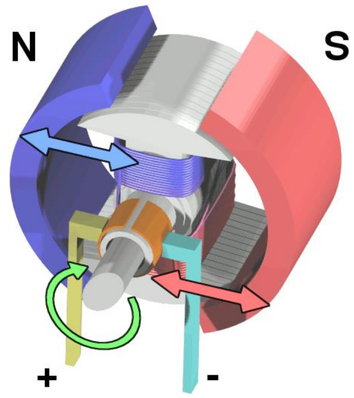
$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR} U$$

$$\frac{L}{R}\dot{I} + I = \frac{1}{R} U$$

Постоянная времени и коэффициент усиления





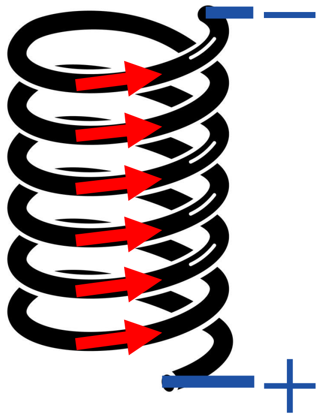
$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

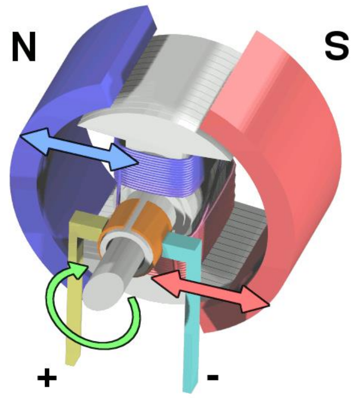
$$\frac{L}{R} \dot{I} + I = \frac{1}{R} U$$

$$T = \frac{L}{R} \qquad k = \frac{1}{R}$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Постоянная времени и коэффициент усиления





$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

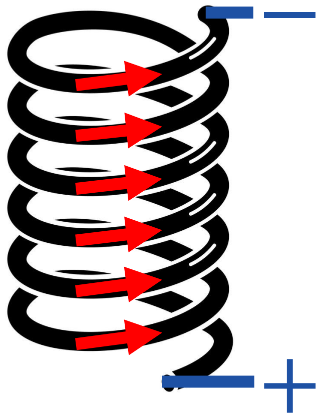
$$\frac{L}{R}\dot{I} + I = \frac{1}{R} U$$

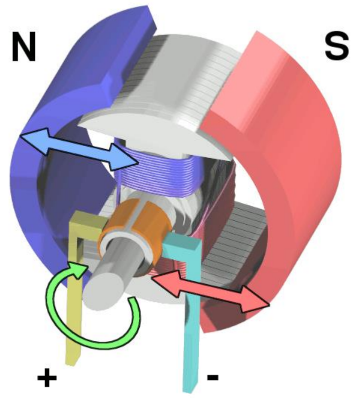
$$T = \frac{L}{R} \qquad k = \frac{1}{R}$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR} U$$

$$\frac{JR}{k_m k_e}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U$$

Постоянная времени и коэффициент усиления





$$\dot{I} + \frac{R}{L} I = \frac{1}{L} U$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

$$\frac{L}{R} \dot{I} + I = \frac{1}{R} U$$

$$\frac{JR}{k_m k_e} \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U$$

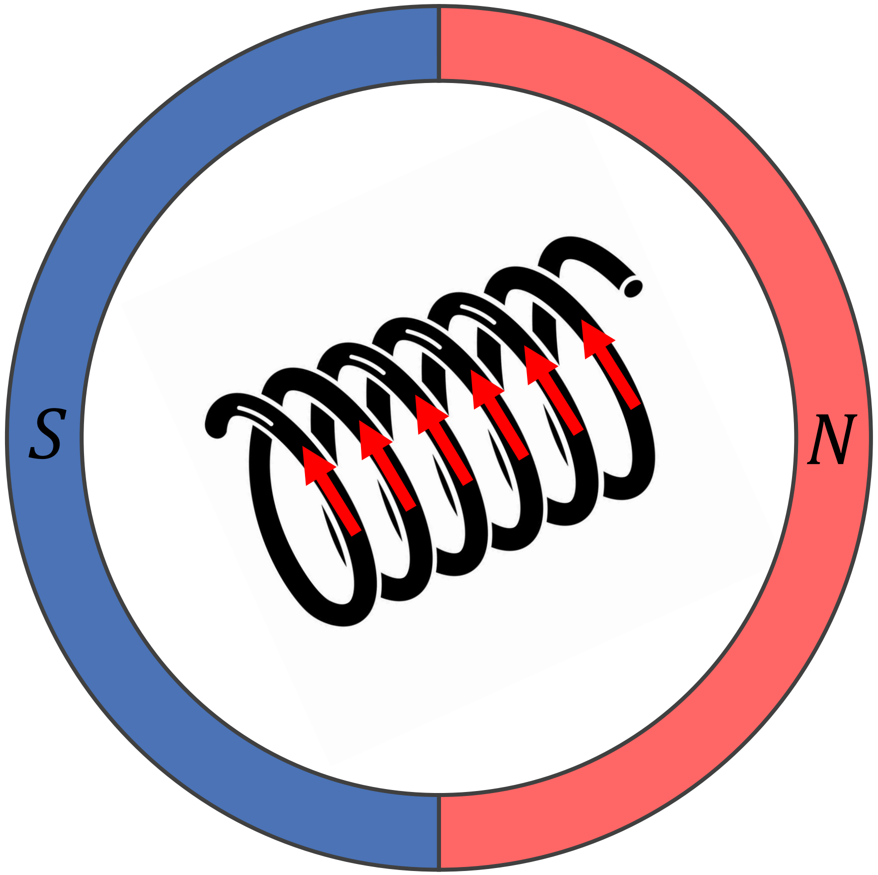
$$T = \frac{L}{R} \qquad k = \frac{1}{R}$$

$$T_\text{м} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad k = \frac{1}{k_e}$$

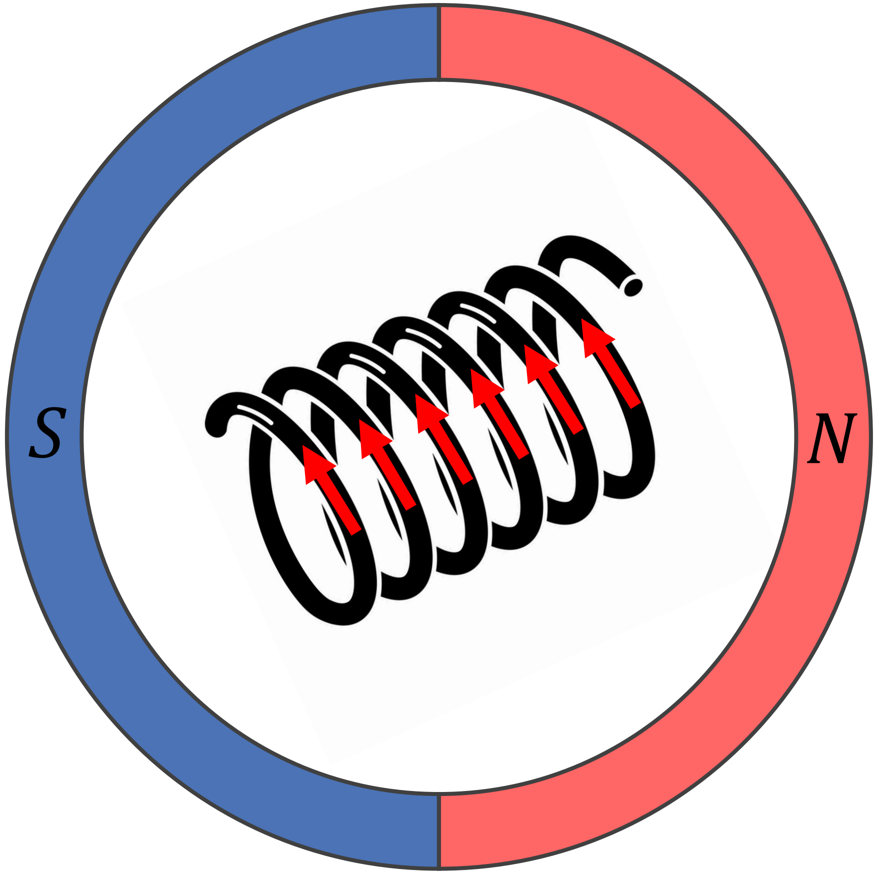
Полная модель двигателя постоянного тока

Индукция и самоиндукция

Индукция и самоиндукция

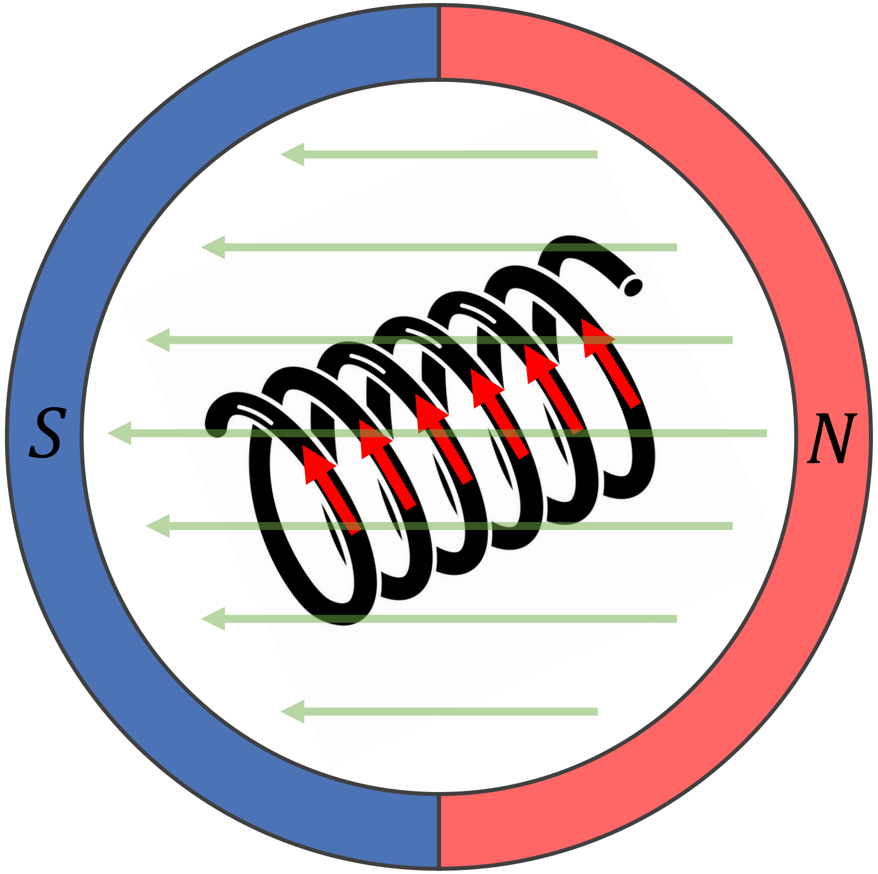


Индукция и самоиндукция



Через катушку с током, помещенную в магнитное поле проходит два магнитных потока:

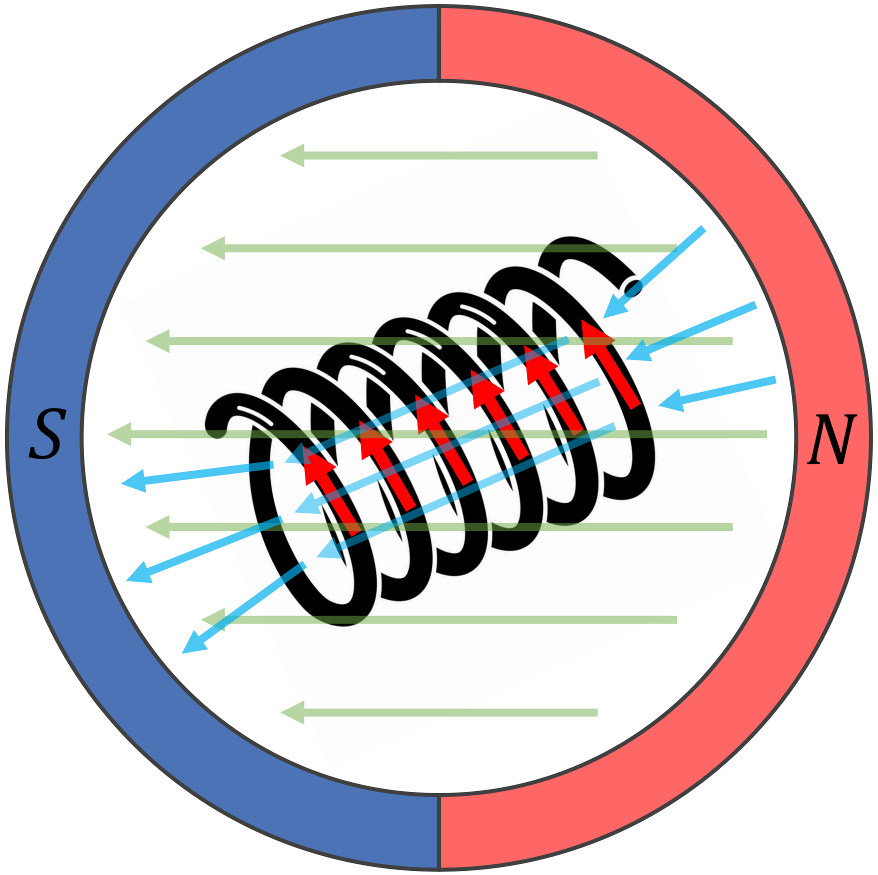
Индукция и самоиндукция



Через катушку с током,
помещенную в магнитное поле
проходит два магнитных потока:

Φ_{stat} – магнитный поток (внешнего) поля статора

Индукция и самоиндукция



Через катушку с током, помещенную в магнитное поле проходит два магнитных потока:

Φ_{stat} – магнитный поток (внешнего) поля статора

Φ_{self} – магнитный поток (собственного) поля катушки

Индукция и самоиндукция

Суммарный магнитный поток через катушку

$$\Phi_{stat} + \Phi_{self}$$

Индукция и самоиндукция

Суммарный магнитный поток через катушку

$$\Phi_{stat} + \Phi_{self}$$

Собственный магнитный поток катушки

$$\Phi_{self} = LI$$

Индукция и самоиндукция

Суммарный магнитный поток через катушку

$$\Phi_{stat} + \Phi_{self}$$

Собственный магнитный поток катушки

$$\Phi_{self} = LI$$

ЭДС индукции со стороны поля статора

$$\varepsilon_{stat} = -\dot{\Phi}_{stat}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

Индукция и самоиндукция

Суммарный магнитный поток через катушку

$$\Phi_{stat} + \Phi_{self}$$

Собственный магнитный поток катушки

$$\Phi_{self} = LI$$

ЭДС индукции со стороны поля статора

$$\varepsilon_{stat} = -\dot{\Phi}_{stat}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_{self} = -\dot{\Phi}_{self}$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

Физические формулы для полной модели ДПТ

Физические формулы для полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

Физические формулы для полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

Сила Ампера $M = k_m I$

Физические формулы для полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона

$$M = J\dot{\omega}$$

Сила Ампера

$$M = k_m I$$

Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

Физические формулы для полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона

$$M = J\dot{\omega}$$

Сила Ампера

$$M = k_m I$$

Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

ЭДС индукции со стороны поля статора

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

Физические формулы для полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона	$M = J\dot{\omega}$
Сила Ампера	$M = k_m I$
Обобщённый закон Ома	$I = \dfrac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$
ЭДС индукции со стороны поля статора	$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$
ЭДС самоиндукции	$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$

Вывод полной модели ДПТ

Вывод полной модели ДПТ

Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

Сила Ампера $M = k_m I$

Обобщённый закон Ома $I = \dfrac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$

ЭДС индукции со стороны поля статора $\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$

ЭДС самоиндукции $\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - k_e \omega - L\dot{I}}{R}$$

Вывод полной модели ДПТ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - k_e\omega - L\dot{I}}{R}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - k_e \omega - L\dot{I}}{R}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - k_e \omega - L\dot{I}}{R}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$M = J\dot{\omega}$$

$$M = k_m I$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$I = \frac{U + \varepsilon_{stat} + \varepsilon_{self}}{R}$$

$$\varepsilon_{stat} = -k_e \omega$$

$$\varepsilon_{self} = -L\dot{I}$$

$$I = \frac{U - k_e\omega - L\dot{I}}{R}$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Одна из форм представления полной модели ДПТ

Вывод полной модели ДПТ

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Одна из форм представления полной модели ДПТ

(Мы к ней ещё вернёмся)

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Вывод полной модели ДПТ

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J} \dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

Подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J} \dot{I}$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

Подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\dot{I} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

Подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Дифференцируем

Подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Выражаем $I = \frac{J}{k_m}\dot{\omega}$

и подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\dot{\omega} = \frac{k_m}{J} I$$

$$\dot{I} = -\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L} I + \frac{1}{L} U$$

Выражаем $I = \frac{J}{k_m}\dot{\omega}$

и подставляем

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L}\left(\frac{J}{k_m}\dot{\omega}\right) + \frac{1}{L} U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L}\left(\frac{J}{k_m}\dot{\omega}\right) + \frac{1}{L}U\right)$$

Вывод полной модели ДПТ

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L}\left(\frac{J}{k_m}\dot{\omega}\right) + \frac{1}{L}U\right)$$

Раскрываем скобки, переносим слагаемые

Вывод полной модели ДПТ

$$\ddot{\omega} = \frac{k_m}{J}\left(-\frac{k_e}{L}\omega - \frac{R}{L}\left(\frac{J}{k_m}\dot{\omega}\right) + \frac{1}{L}U\right)$$

Раскрываем скобки,
переносим слагаемые

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

$\ddot{\omega}(t)$ $\dot{\omega}(t)$ $\omega(t)$ $U(t)$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

Умножаем на $\frac{L}{R}$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

Умножаем на $\frac{L}{R}$

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \boxed{\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U}$$

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \boxed{\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U}$$

«Упрощённая» математическая модель ДПТ

Вывод полной модели ДПТ

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \boxed{\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U}$$

«Упрощённая» математическая модель ДПТ

(при $L = 0$)

Две постоянные времени

Две постоянные времени

Электромеханическая постоянная времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e}$$

Две постоянные времени

Электромеханическая постоянная времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e}$$

Электромагнитная постоянная времени

$$T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

Две постоянные времени

Электромеханическая
постоянная времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e}$$

(м - механическая)

Электромагнитная
постоянная времени

$$T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

(я – якорь, т.е. ротор с катушками)

Две постоянные времени

Электромеханическая постоянная времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e}$$

Механическая инерция

Электромагнитная постоянная времени

$$T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

Электромагнитная инерция

Две постоянные времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

Две постоянные времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Две постоянные времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Умножаем на $\frac{JR}{k_m k_e}$

Две постоянные времени

$$T_м = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_я = \frac{L}{R}$$

$$\frac{L}{R}\ddot{\omega} + \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR}\omega = \frac{k_m}{JR}U$$

Умножаем на $\frac{JR}{k_m k_e}$

$$\frac{L}{R}\frac{JR}{k_m k_e}\ddot{\omega} + \frac{JR}{k_m k_e}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Две постоянные времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

$$\frac{L}{R}\frac{JR}{k_m k_e}\ddot{\omega} + \frac{JR}{k_m k_e}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Две постоянные времени

$$T_{\text{м}} = \frac{JR}{k_m k_e} \qquad T_{\text{я}} = \frac{L}{R}$$

$$\frac{L}{R}\frac{JR}{k_m k_e}\ddot{\omega} + \frac{JR}{k_m k_e}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}\ddot{\omega} + T_{\text{м}}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Две постоянные времени

$$T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U$$

Две постоянные времени

Коэффициент усиления

$$T_{я} T_{м} \ddot{\omega} + T_{м} \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U$$

«Электрическая» постоянная времени

«Механическая» постоянная времени

Две постоянные времени

Апериодическое звено второго порядка

$$\boxed{T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U}$$

Две постоянные времени

Апериодическое звено второго порядка (при малых $T_я$)

$$\boxed{T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U}$$

Две постоянные времени

Апериодическое звено второго порядка

$$\boxed{T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U}$$

Две постоянные времени

Апериодическое звено второго порядка

$$\boxed{T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e} U}$$

Уравнение второго порядка – значит, учитываются две «инерции», два «разгона»

Форма Вход-Состояние

Форма Вход-Состояние

Возвращаемся к этой форме записи

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Система уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Матричное уравнение

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Вектор состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние

Вектор состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{k_m}{J} \\ -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Скорость изменения вектора состояния

Форма Вход-Состояние

Вектор состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Входное воздействие

Скорость изменения вектора состояния

Форма Вход-Выход

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

или

$$T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U \quad \text{или} \quad T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Вход – то, что подаём

Выход – то, что измеряем

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U \qquad \text{или} \qquad T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Вход – то, что подаём

Напряжение U

Выход – то, что измеряем

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U \qquad \text{или} \qquad T_{\text{я}}T_{\text{м}}\ddot{\omega} + T_{\text{м}}\dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

Вход – то, что подаём

Напряжение U

Выход – то, что измеряем

Угол θ

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

или

$$T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\ddot{\omega} + \frac{R}{L}\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JL}\omega = \frac{k_m}{JL}U$$

или

$$T_я T_м \ddot{\omega} + T_м \dot{\omega} + \omega = \frac{1}{k_e}U$$

$$\dot{\theta} = \omega$$

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$$T_я T_м \dddot{\theta} + T_м \ddot{\theta} + \dot{\theta} = \frac{1}{k_e}U$$

Форма Вход-Выход

«Полная» математическая модель ДПТ

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

Форма Вход-Выход

Форма Вход-Состояние-Выход

Форма Вход-Состояние-Выход

Форма Вход-Состояние

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Форма Вход-Состояние-Выход

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Добавим уравнение для угла

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Вход

$$u = U$$

Уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Вход

$$u = U$$

Уравнения состояния

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \omega \\ \dot{\omega} = \dfrac{k_m}{J} I \\ \dot{I} = -\dfrac{k_e}{L}\omega - \dfrac{R}{L} I + \dfrac{1}{L} U \end{cases}$$

Выход

$$y = \theta$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{k_m}{J} \\ 0 & -\dfrac{k_e}{L} & -\dfrac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix}$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix}$$

Вектор состояния обозначается x

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Вектор состояния обозначается x

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Скорость изменения вектора состояния

$\dot{x}$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Скорость изменения вектора состояния $\dot{x}$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Матрица состояния обозначается A

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Матрица состояния обозначается A

Форма Вход-Состояние-Выход

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Матрица входных коэффициентов обозначается

B

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + BU$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Матрица входных коэффициентов обозначается

B

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Входное воздействие обозначается

$$u$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Уравнение выхода

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

Матрица выходных коэффициентов обозначается

$$C$$

Форма Вход-Состояние-Выход

Уравнение состояния

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

Уравнение выхода

$$y = Cx$$

Матрица выходных коэффициентов обозначается

$$C$$

Форма Вход-Состояние-Выход

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

$u(t)$ – вход

$y(t)$ – выход

$x(t)$ – вектор состояния

Сравнение B-B и B-C-B

Сравнение В-В и В-С-В

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U \qquad y = \theta$$

Сравнение В-В и В-С-В

$U(t)$ – вход

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$\theta(t)$ – выход

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U \qquad y = \theta$$

Сравнение В-В и В-С-В

$U(t)$ – вход

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$\theta(t)$ – выход

$U(t)$ – вход

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U \qquad y = \theta$$

Состояние: $\theta(t), \omega(t), I(t)$

$\theta(t)$ – выход

Сравнение В-В и В-С-В

$U(t)$ — вход

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$\theta(t)$ — выход

$U(t)$ — вход

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U \qquad y = \theta$$

$\theta(t)$ — выход

Состояние: $\theta(t), \omega(t), I(t), M(t), \varepsilon_{stat}(t), \varepsilon_{self}(t)$

Сравнение В-В и В-С-В

$U(t)$ – вход

$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$\theta(t)$ – выход

$U(t)$ – вход

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U \qquad y = \theta$$

$\theta(t)$ – выход

Состояние: $\theta(t), \omega(t), I(t), M(t), \varepsilon_{stat}(t), \varepsilon_{self}(t)$

можно было использовать их

Сравнение В-В и В-С-В

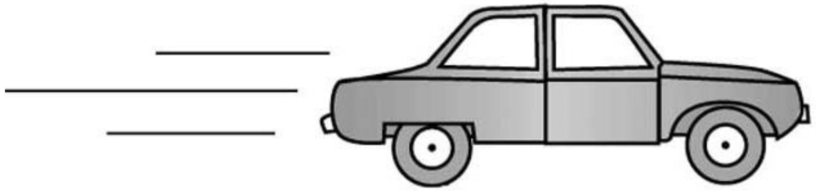
$$\dddot{\theta} + \frac{R}{L}\ddot{\theta} + \frac{k_m k_e}{JL}\dot{\theta} = \frac{k_m}{JL}U$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_m}{J} \\ 0 & -\frac{k_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} U$$

Одно дифференциальное уравнение третьего порядка

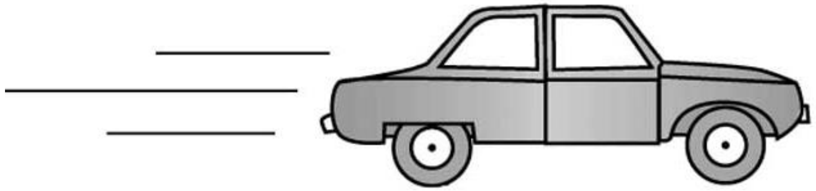
Три дифференциальных уравнения первого порядка

Сравнение B-B и B-C-B



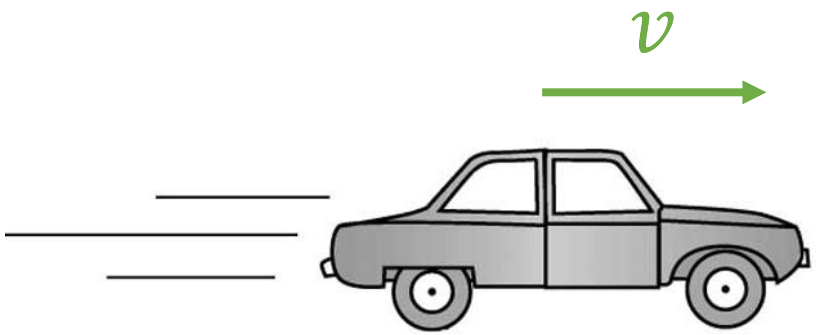
Сравнение В-В и В-С-В

Вход
(нажатие педали)



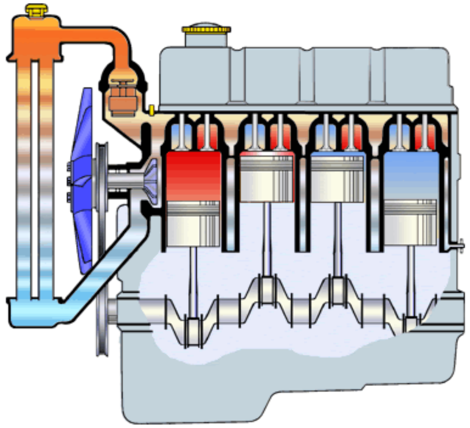
Сравнение В-В и В-С-В

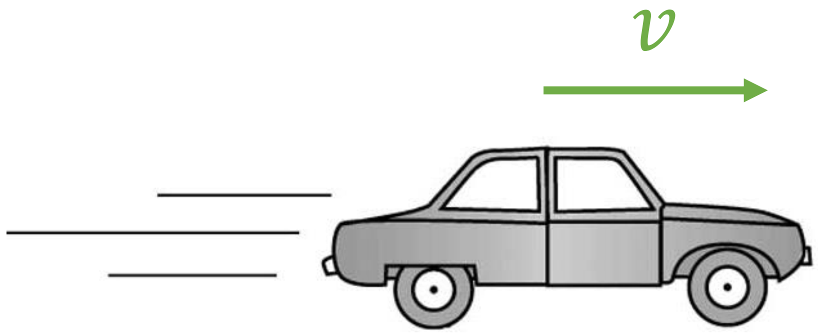
Вход
(нажатие педали)



Выход
(скорость автомобиля)

Сравнение В-В и В-С-В





Вход
(нажатие педали)

Состояние
(Температура, давление,
положение цилиндров,
скорость впрыска топлива, …)

Выход
(скорость автомобиля)

Всё будет хорошо!