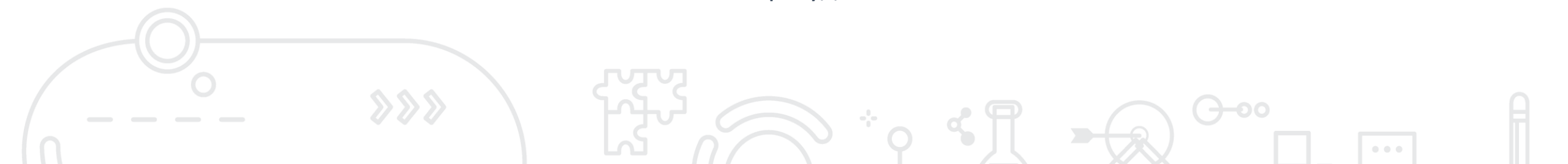




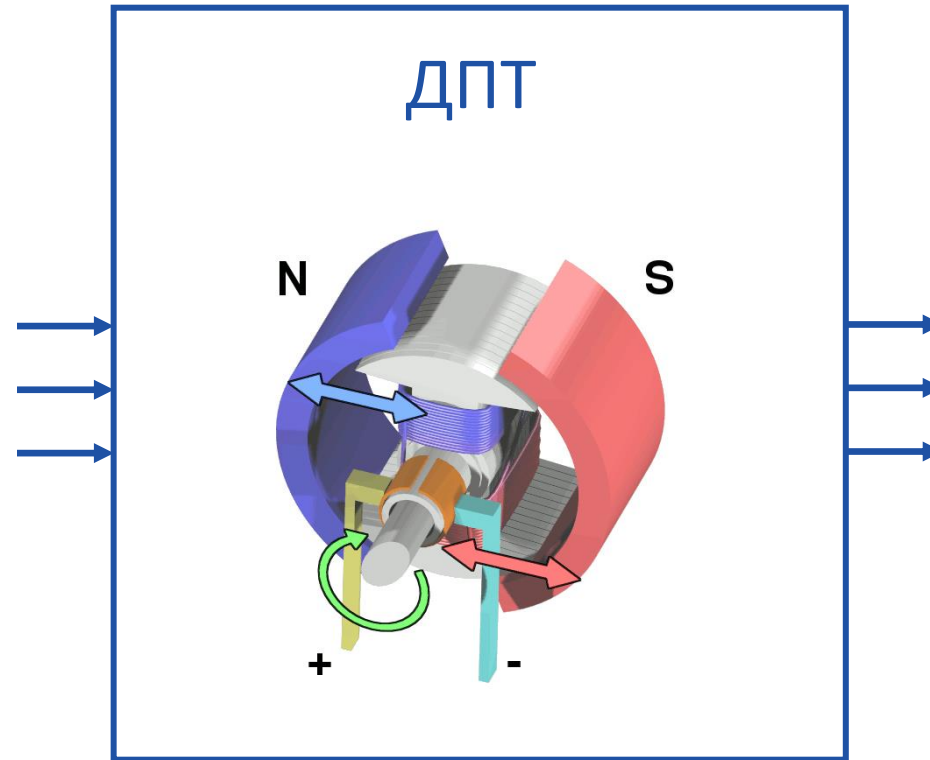
Упрощённая математическая модель Двигателя Постоянного Тока

Алексей Перегудин, 2020

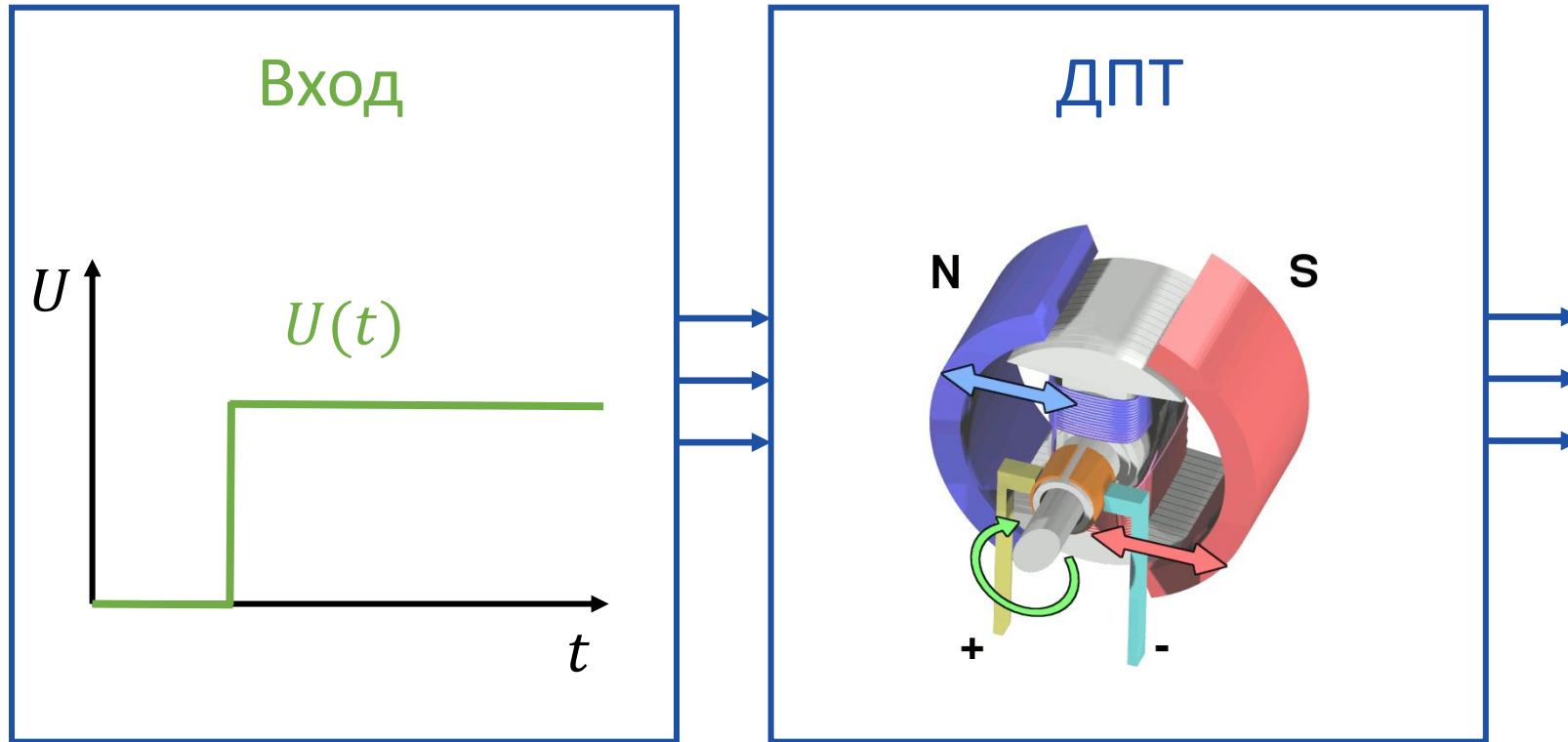


Двигатель – система с **входом** и **выходом**

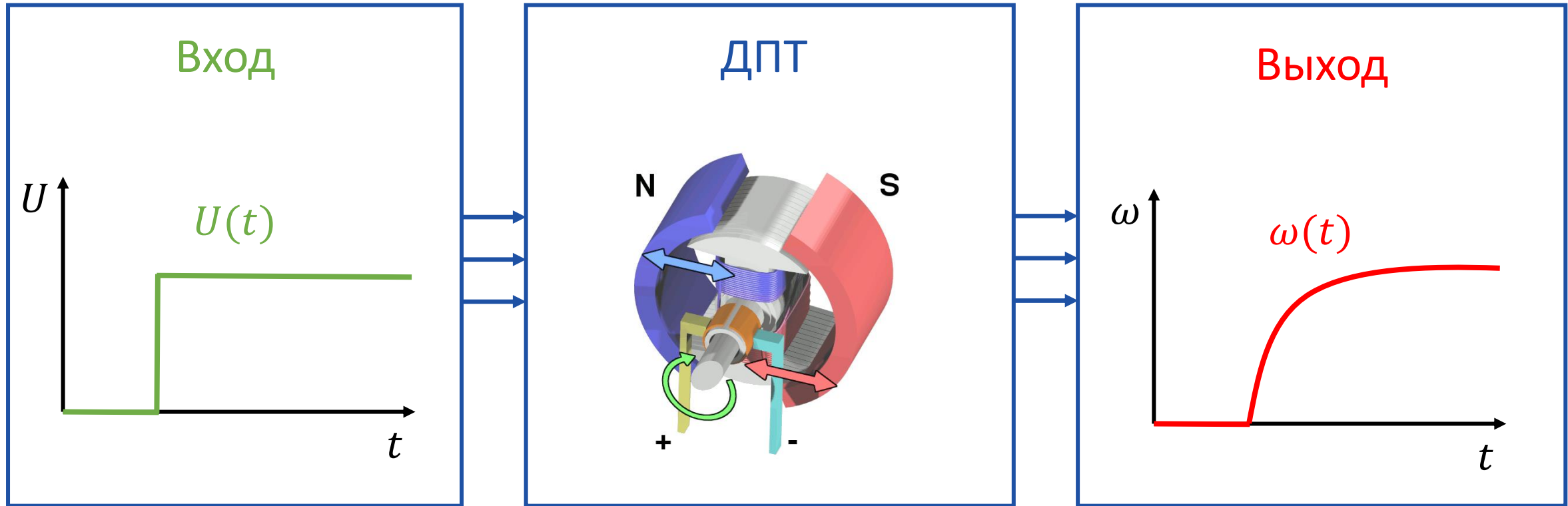
Двигатель – система с **ВХОДОМ** и **ВЫХОДОМ**



Двигатель – система с **ВХОДОМ** и **ВЫХОДОМ**



Двигатель – система с ВХОДОМ и ВЫХОДОМ

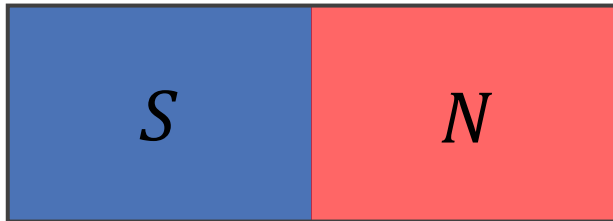


Для начала, мы построим его
математическую модель

Начнём с простой физики

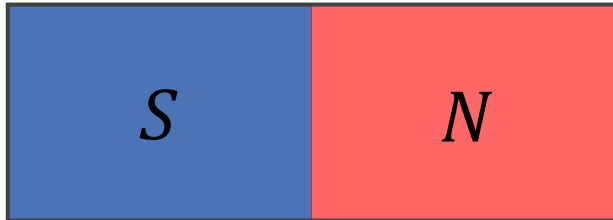
Магниты

Магниты



Магниты

Притягиваются



Магниты

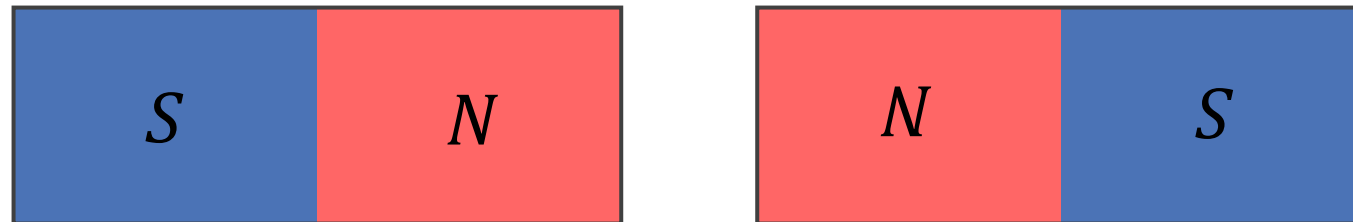
Притягиваются



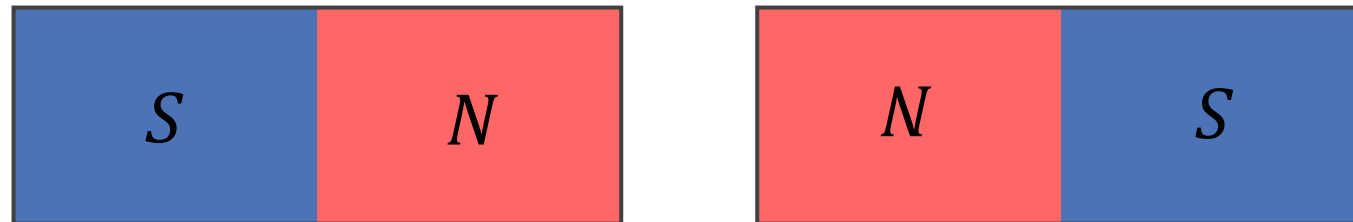
Магниты



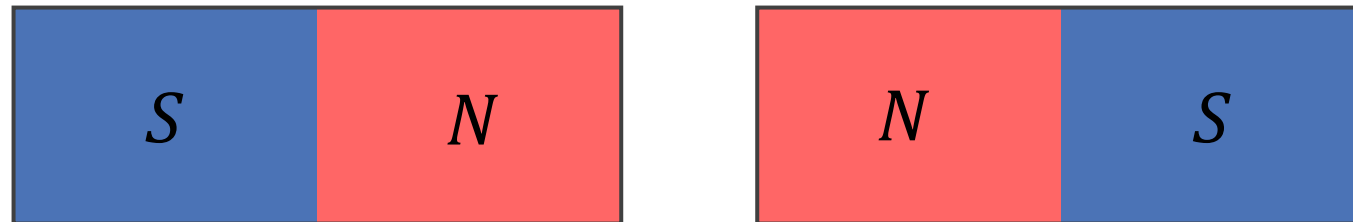
Магниты



Магниты

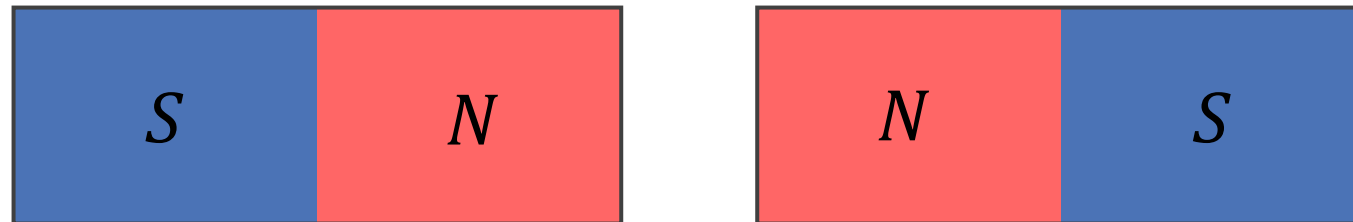


Магниты



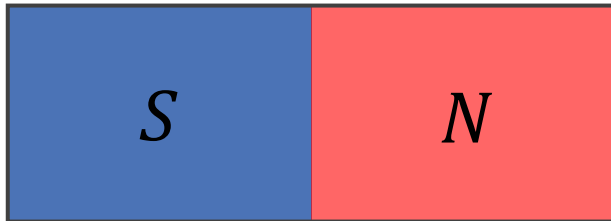
Магниты

Отталкиваются

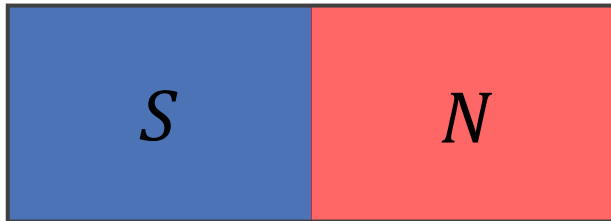


Магниты

Отталкиваются

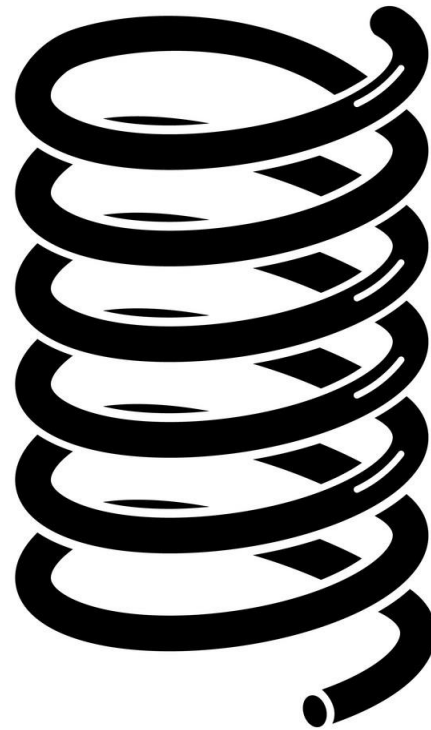


Магниты

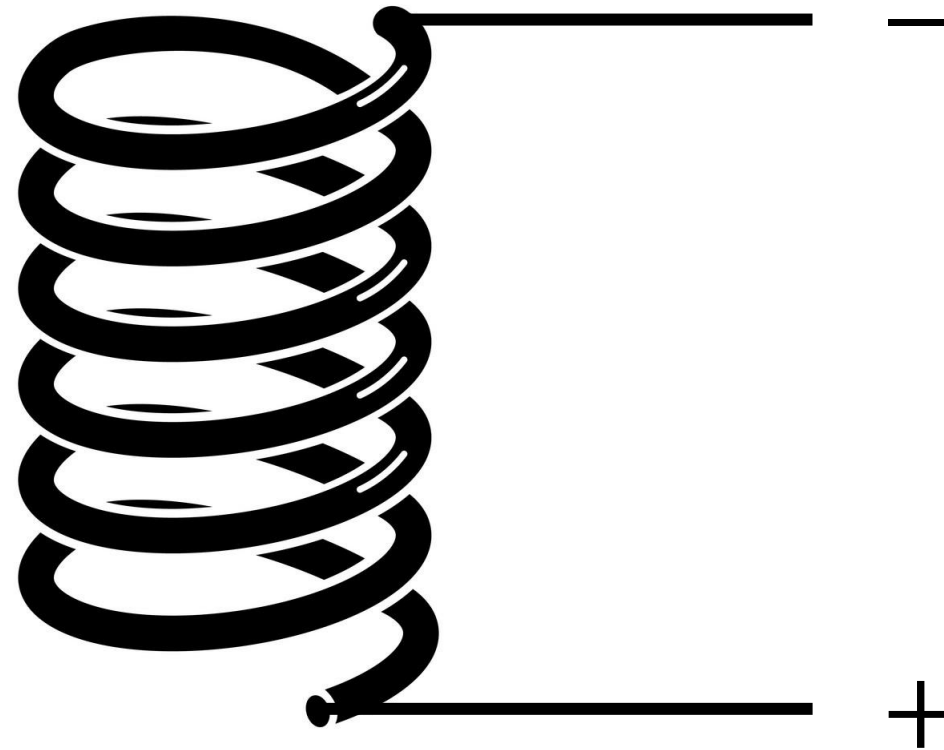


Электромагнит

Электромагнит

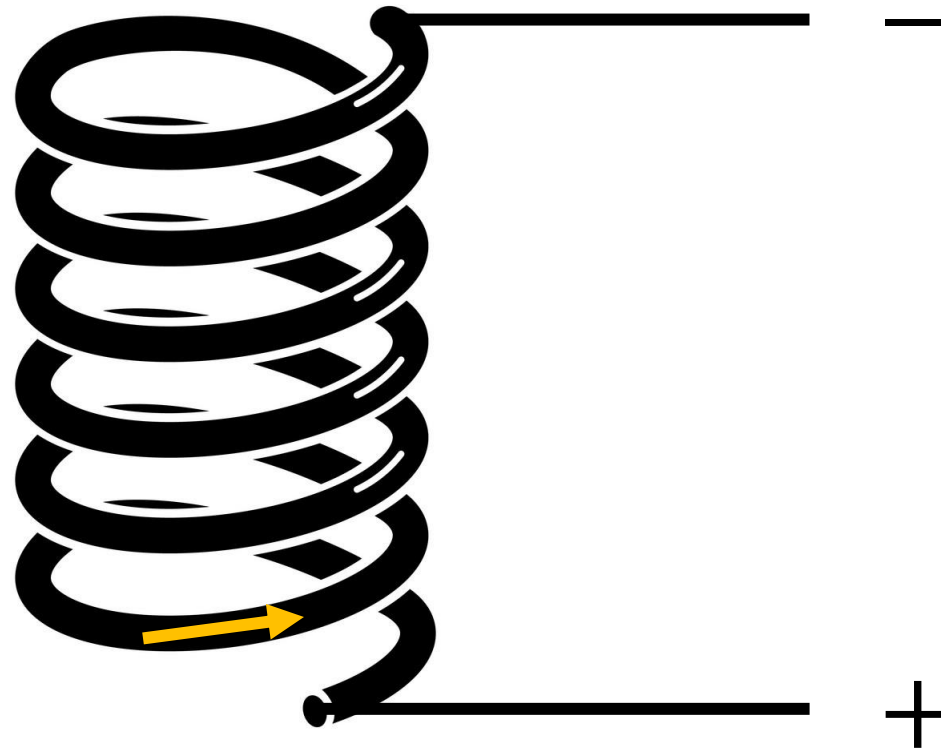


Электромагнит



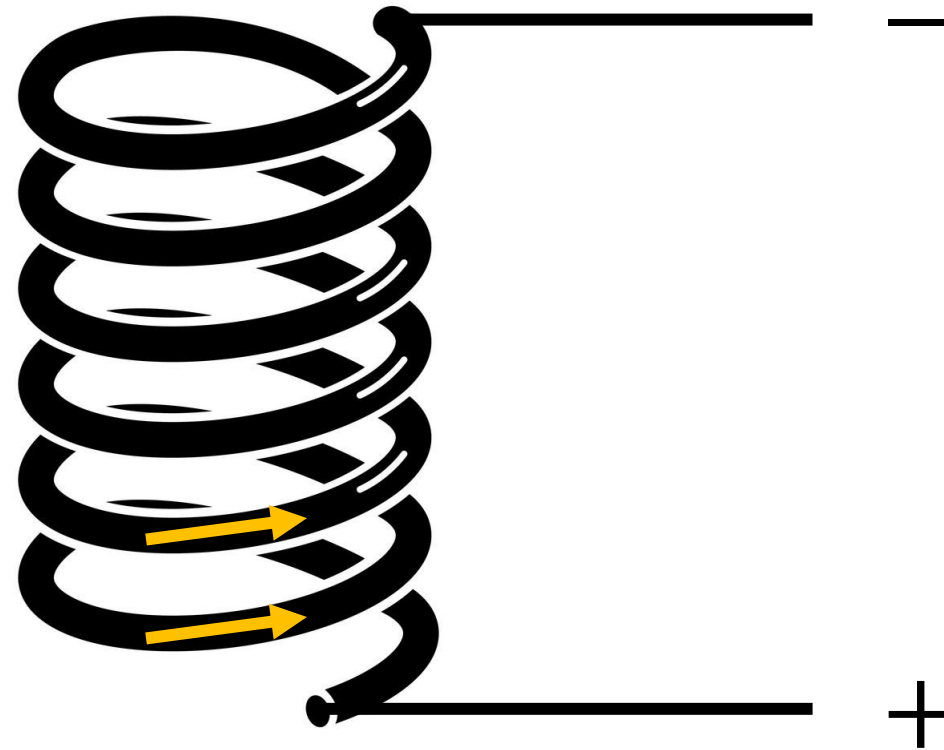
Электромагнит

Бежит электрический ток



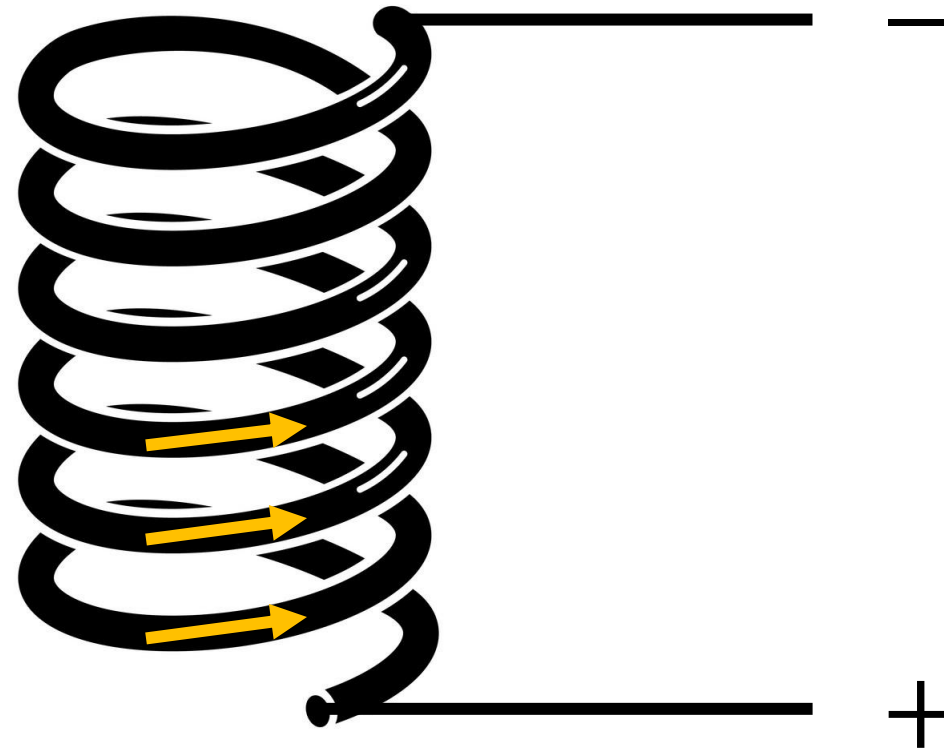
Электромагнит

Бежит электрический ток



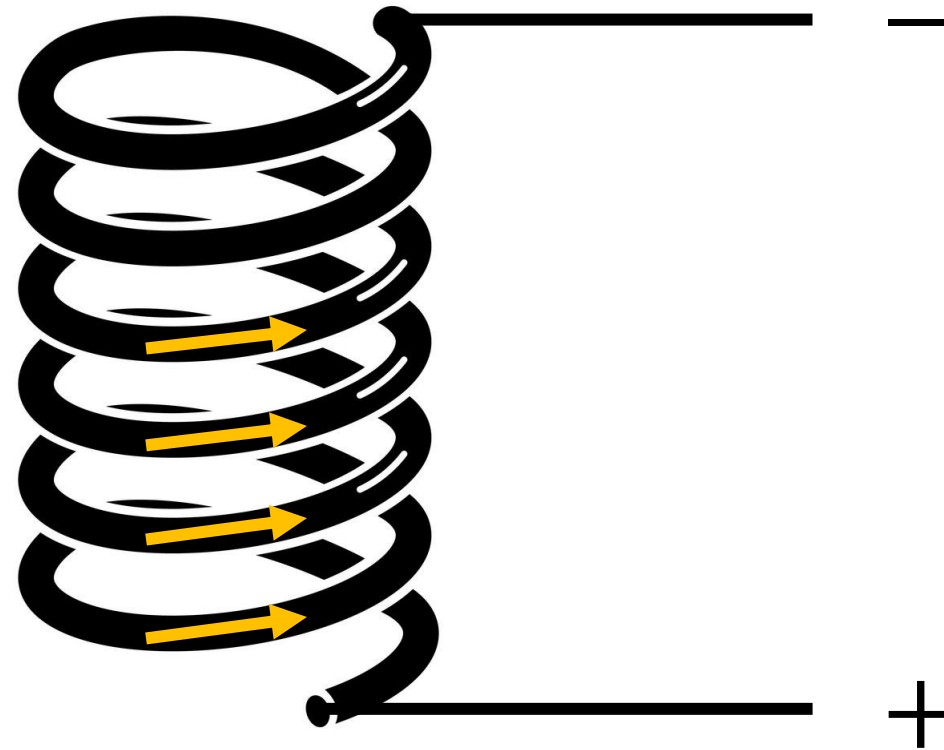
Электромагнит

Бежит электрический ток



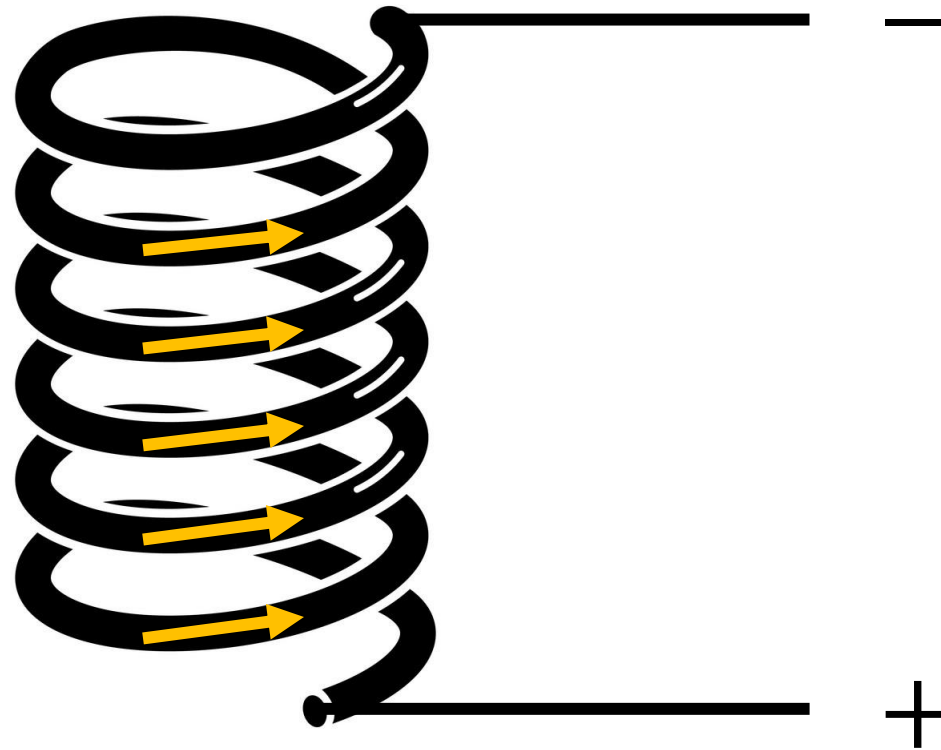
Электромагнит

Бежит электрический ток



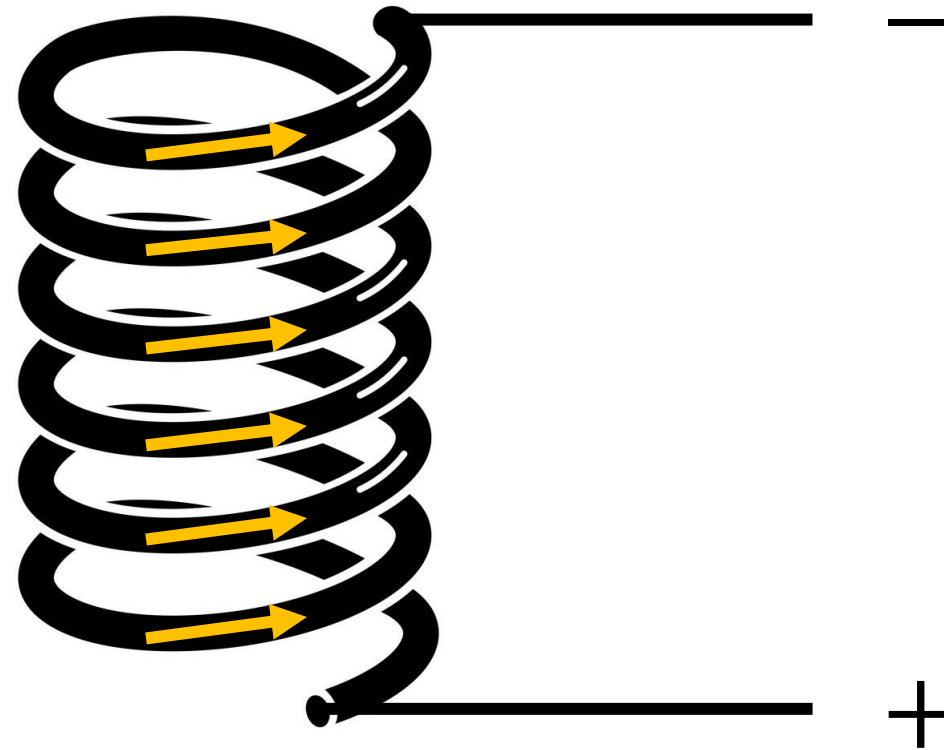
Электромагнит

Бежит электрический ток



Электромагнит

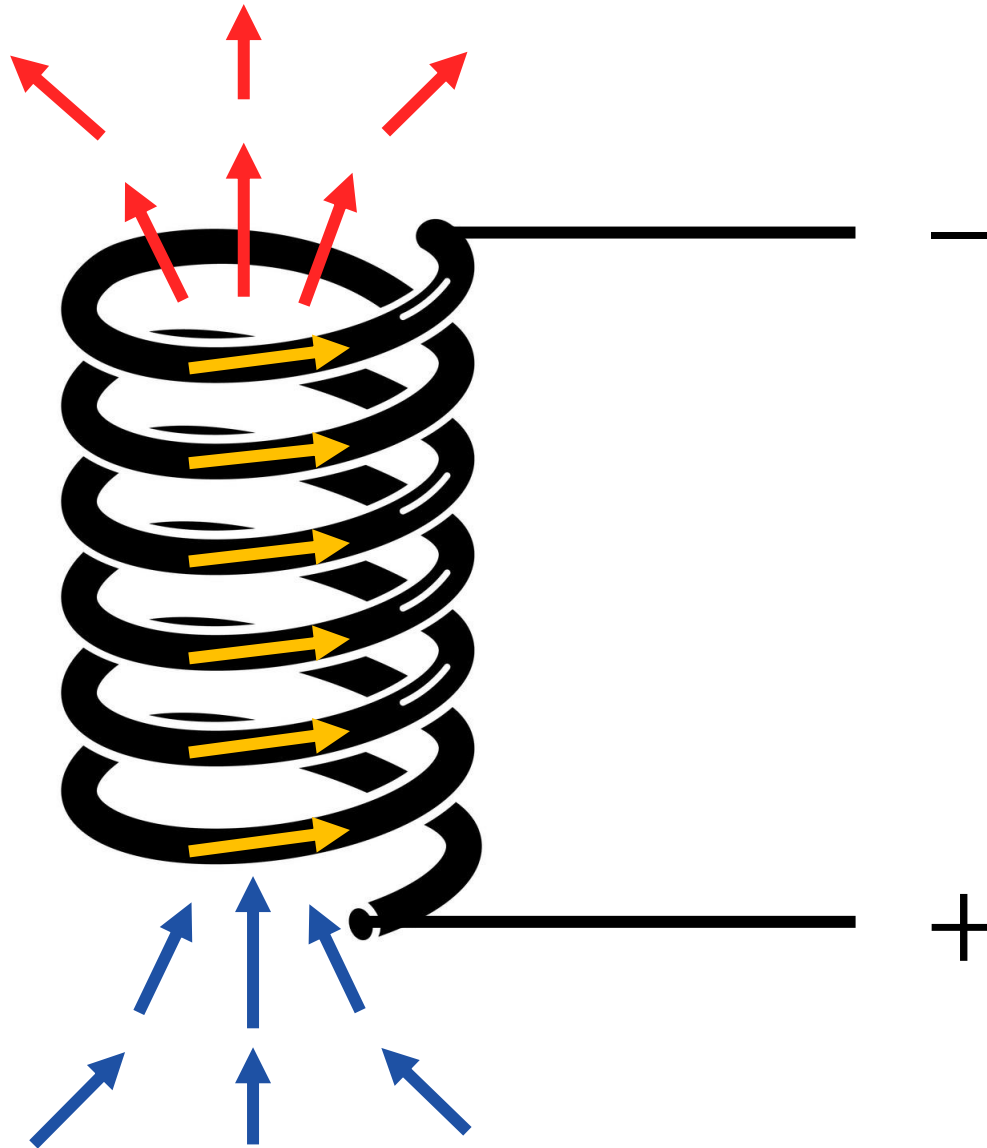
Бежит электрический ток



Электромагнит

Бежит электрический ток

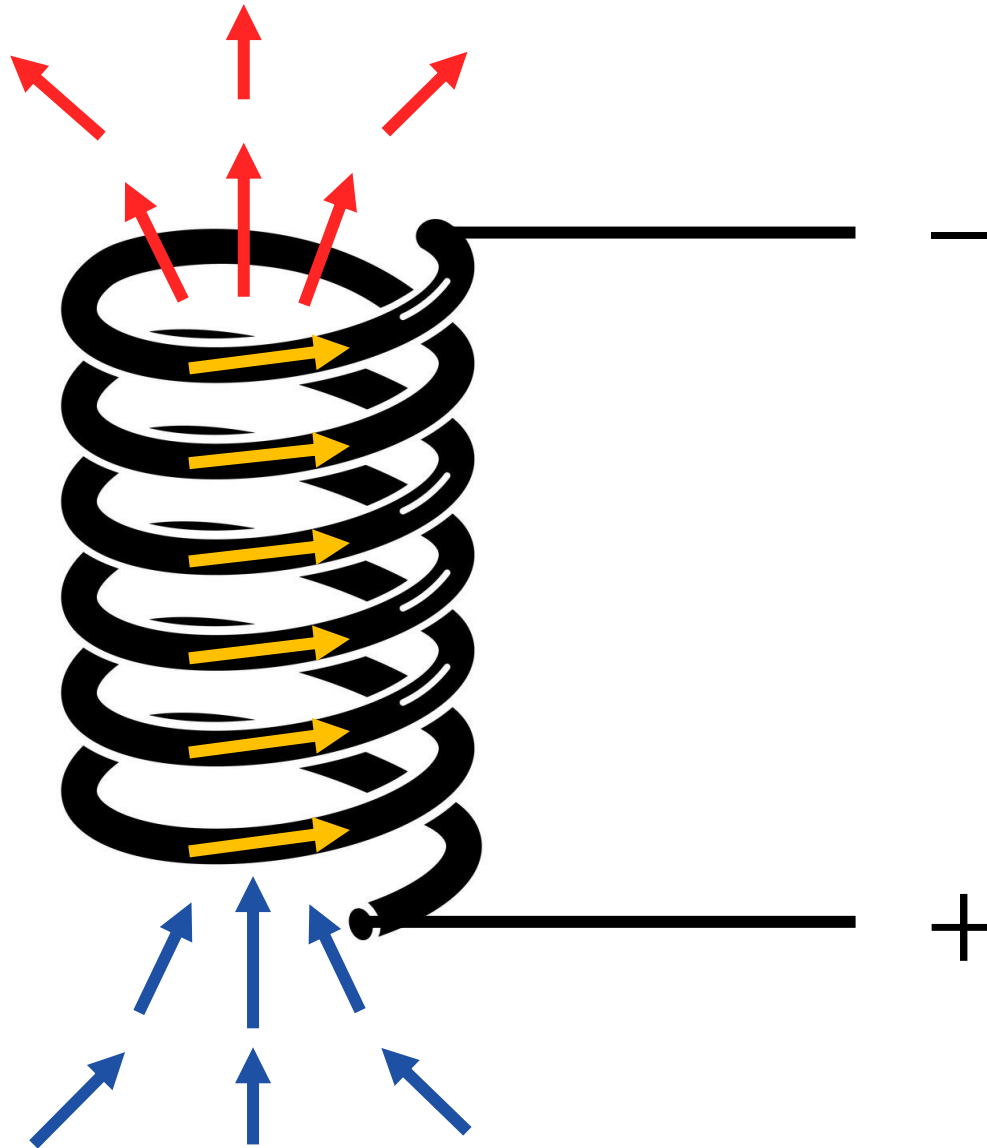
Появляется магнитное поле



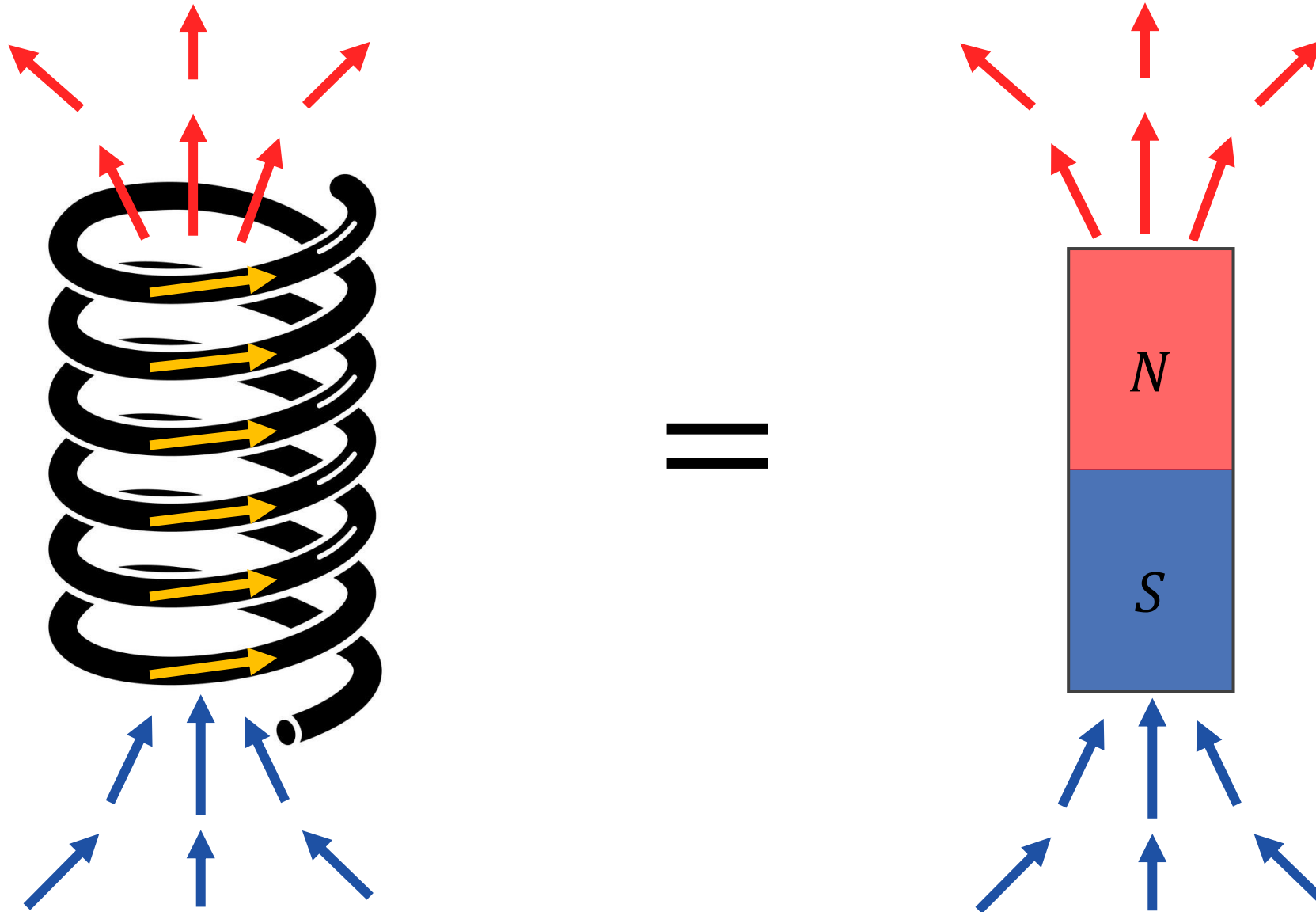
Электромагнит

Бежит электрический ток

Появляется магнитное поле



Электромагнит

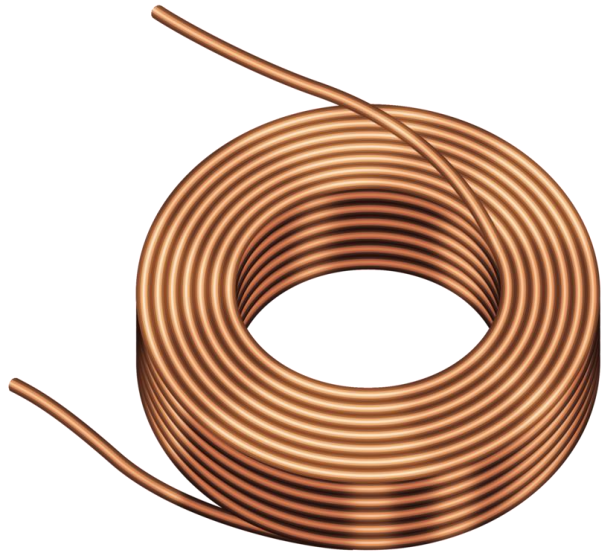


Электромагнит = катушка индуктивности

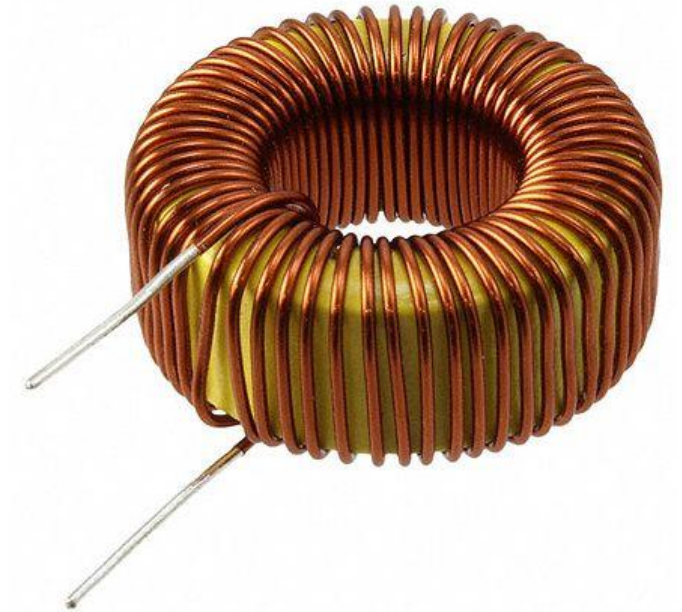
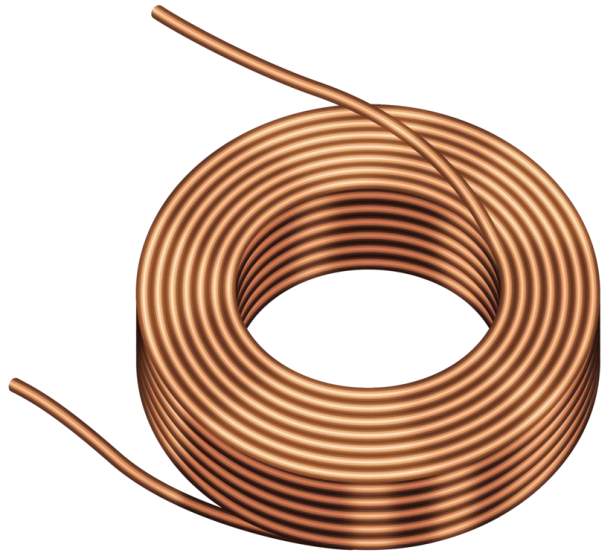
Электромагнит = катушка индуктивности



Электромагнит = катушка индуктивности



Электромагнит = катушка индуктивности



Электромагнит = катушка индуктивности



Электромагнит = катушка индуктивности



Виды магнитной восприимчивости

Виды магнитной восприимчивости

Магнитотвёрдые материалы — постоянные магниты



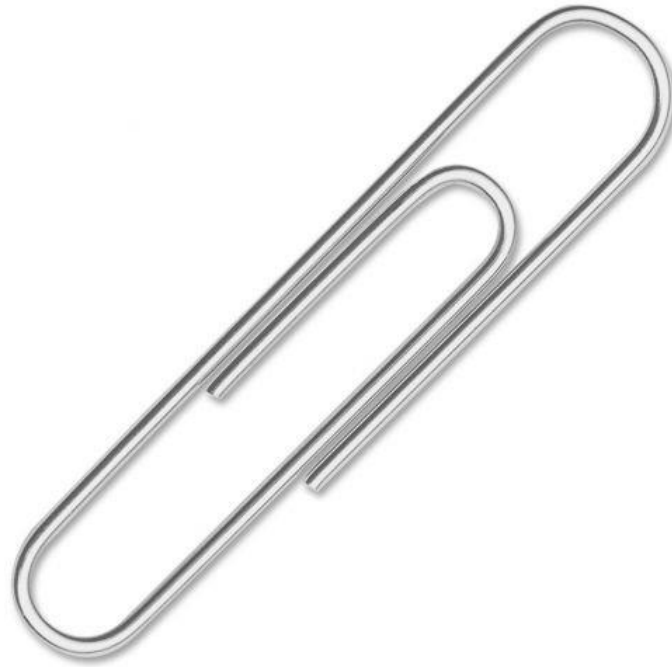
Виды магнитной восприимчивости

Немагнитные материалы — не притягиваются магнитами



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

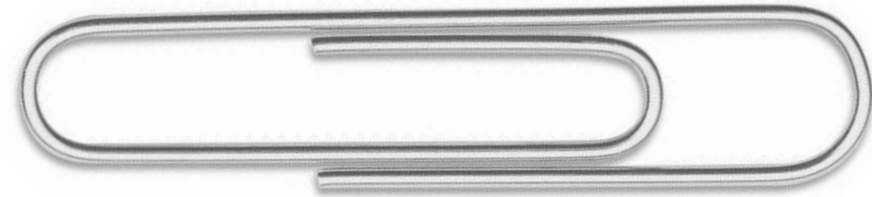
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

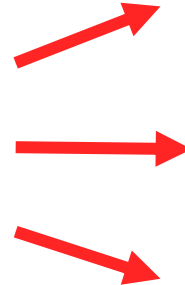
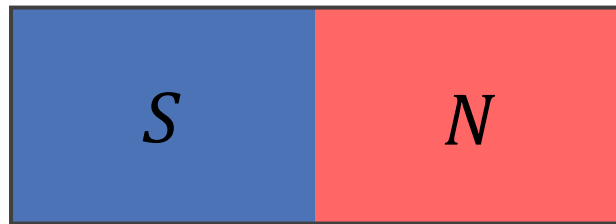
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

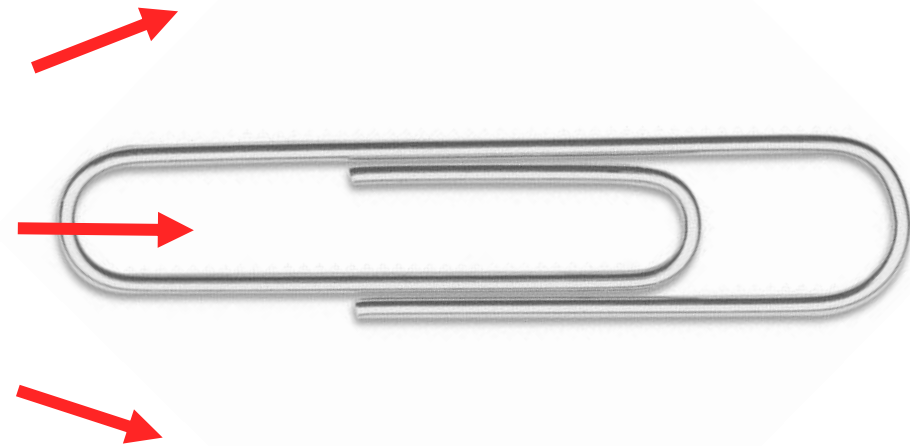
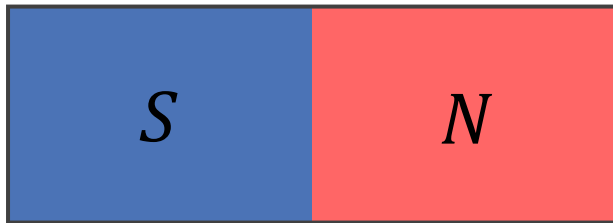
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

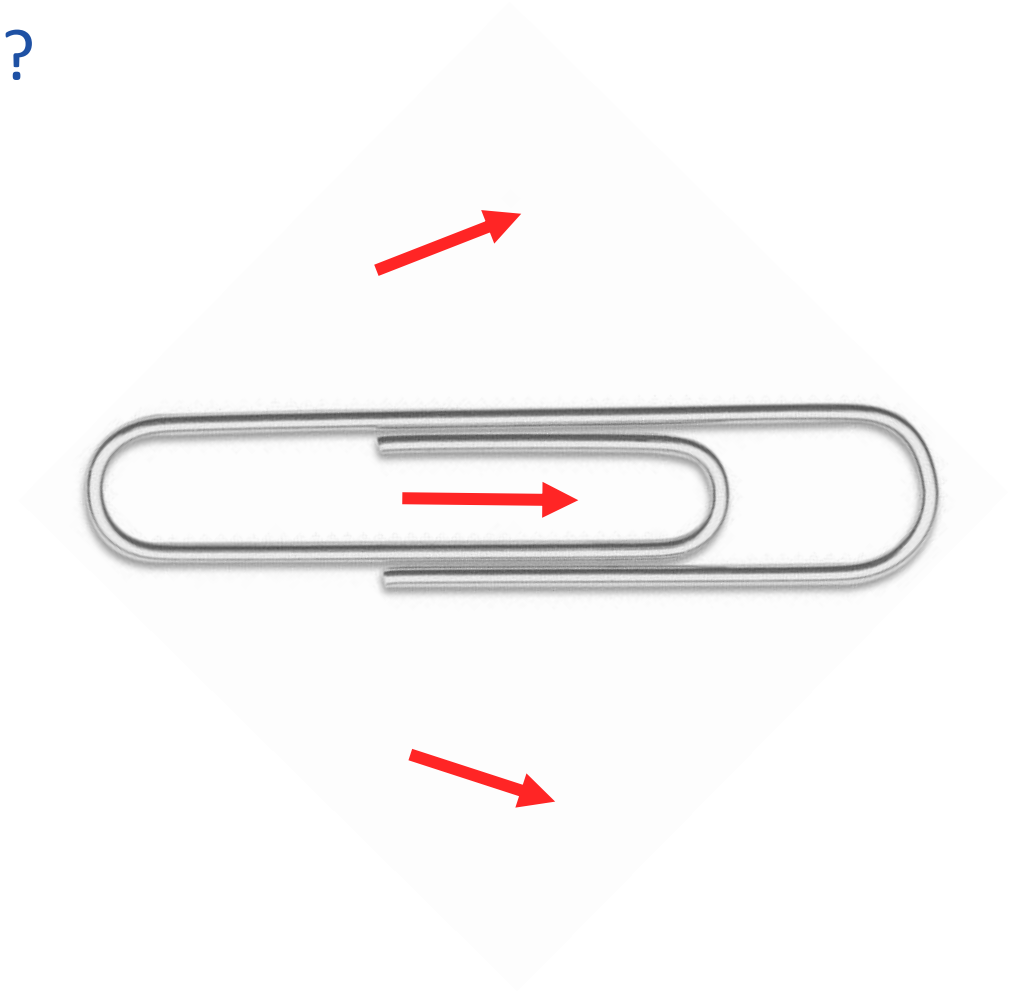
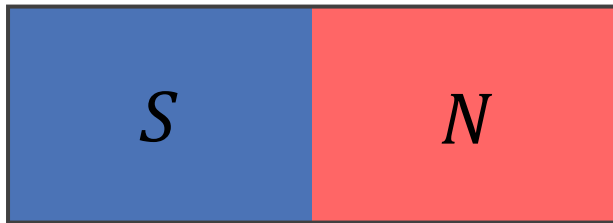
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

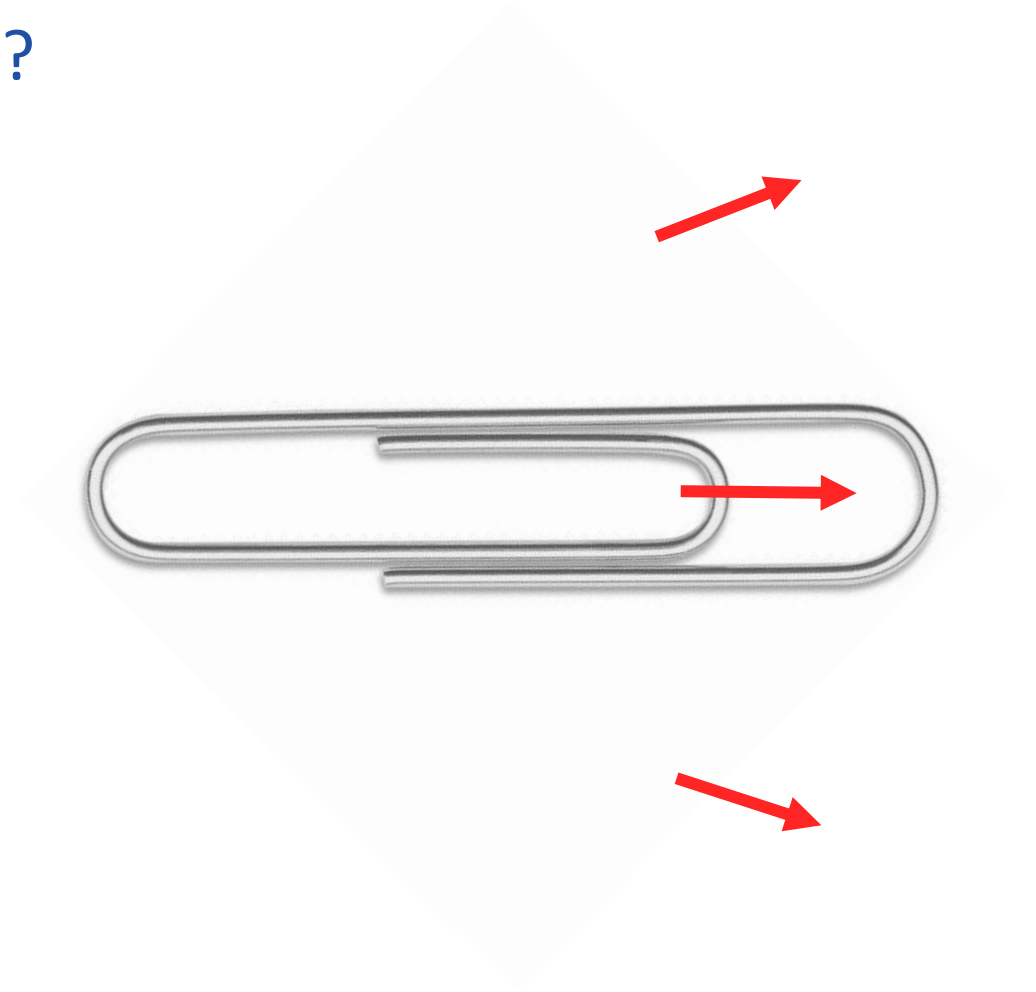
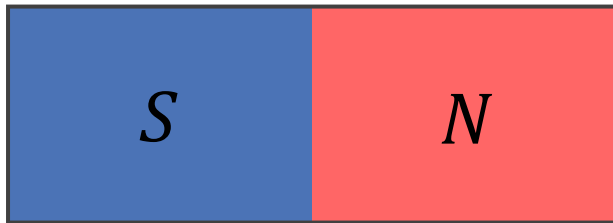
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

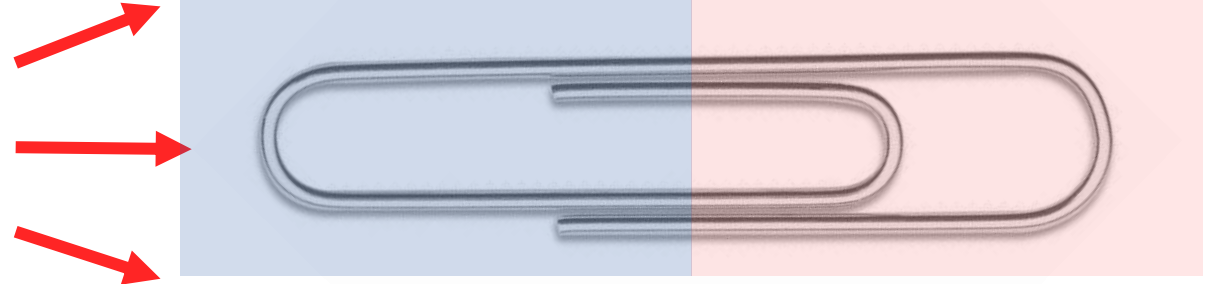
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

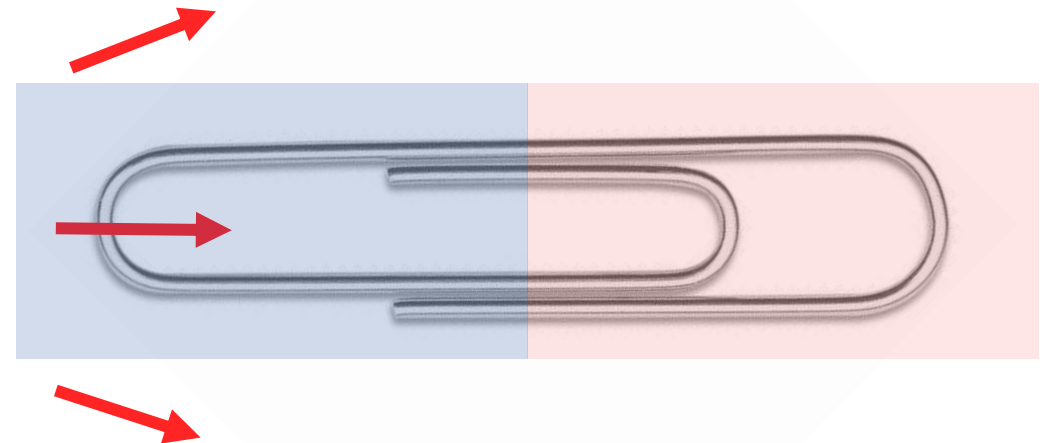
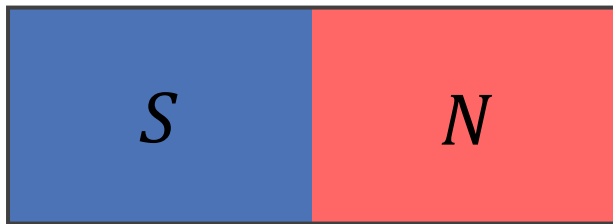
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

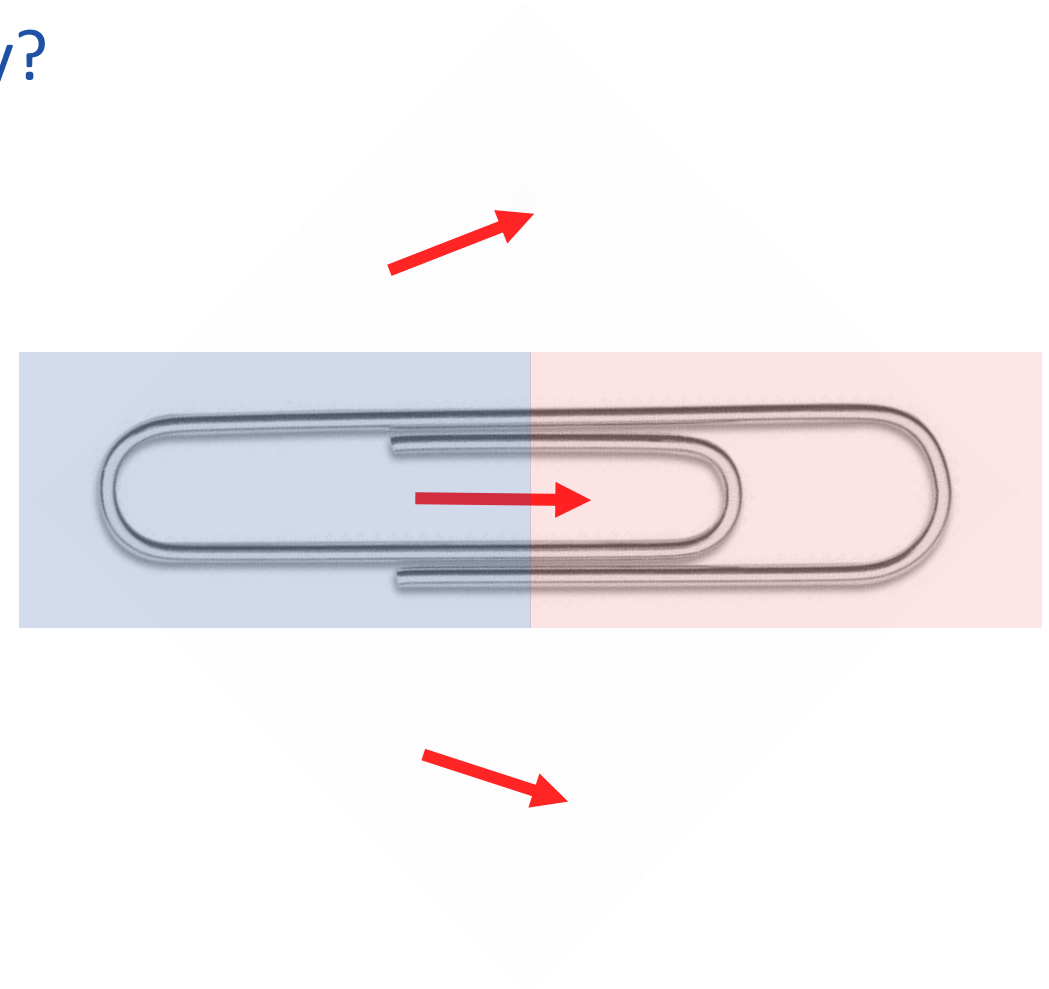
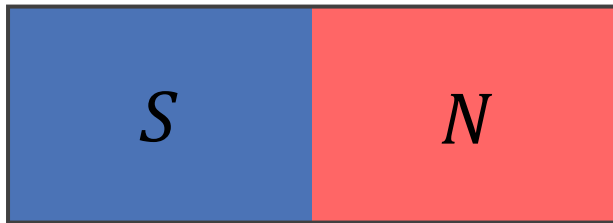
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

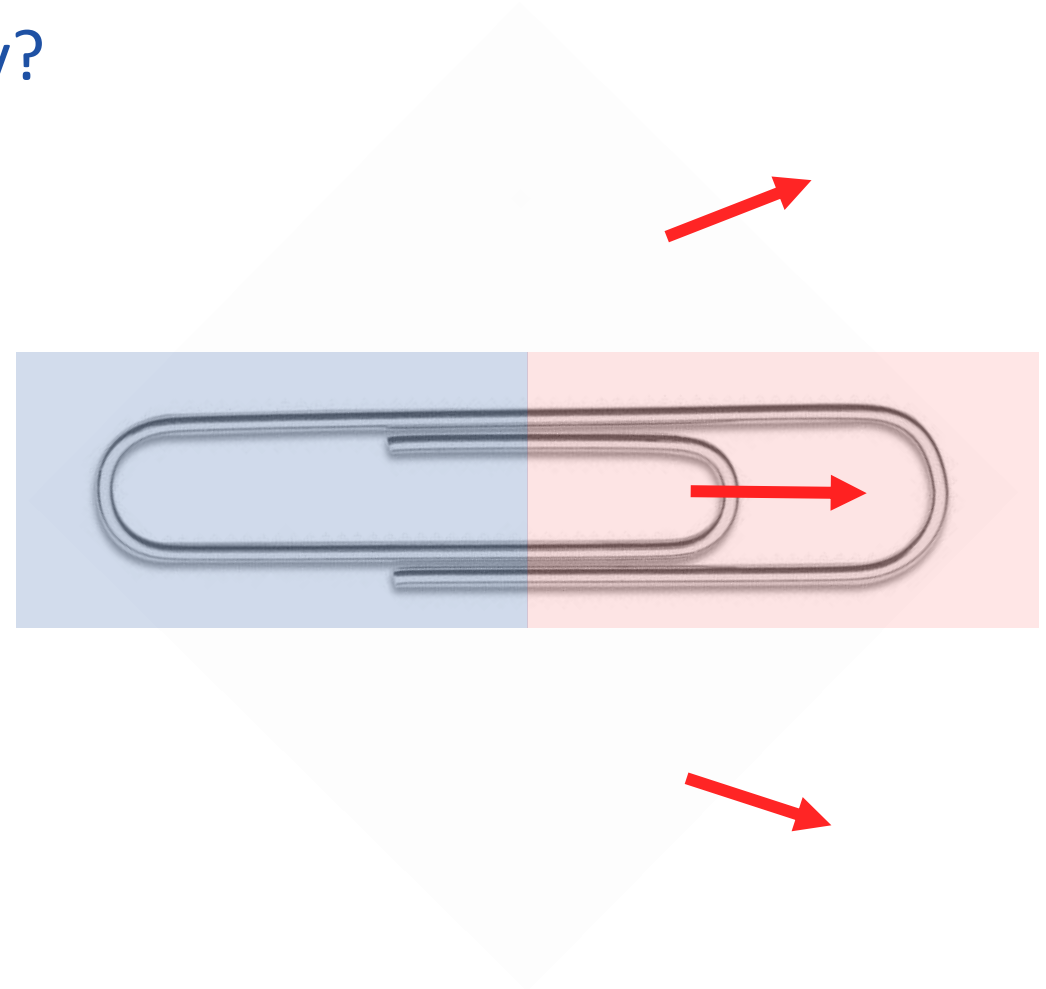
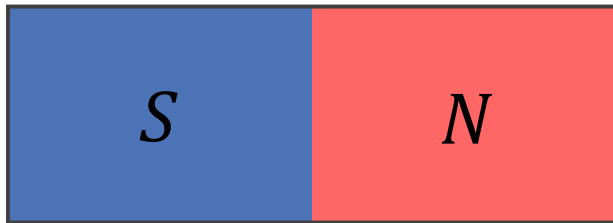
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

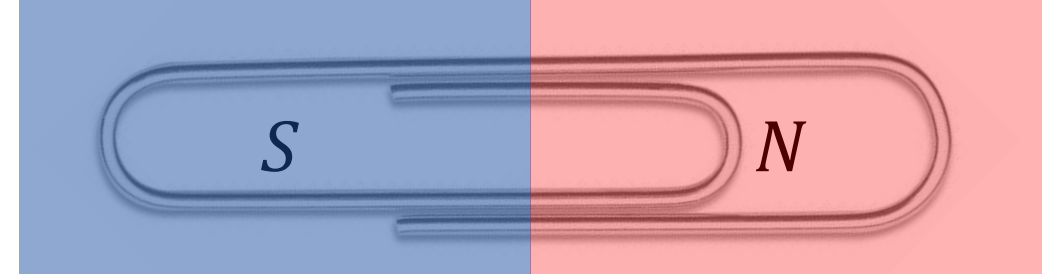
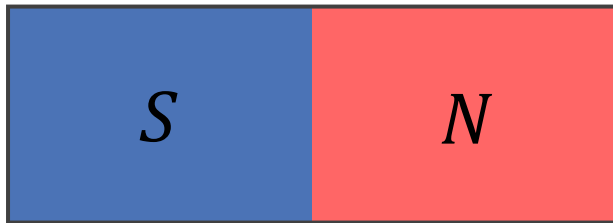
Почему?



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

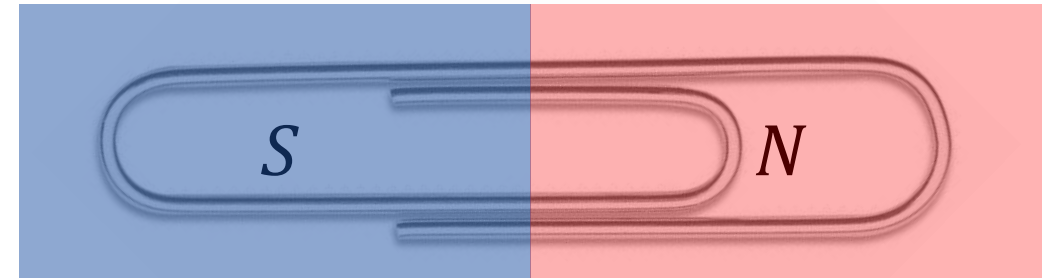
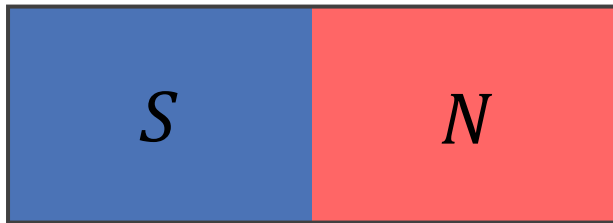
Рядом с магнитами они сами временно становятся магнитами



Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Рядом с магнитами они сами временно становятся магнитами



...и притягиваются

Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Рядом с магнитами они сами временно становятся магнитами



...и притягиваются

Виды магнитной восприимчивости

Магнитомягкие материалы — притягиваются магнитами

Рядом с магнитами они сами временно становятся магнитами



Если магнит убрать, то они перестают быть магнитами

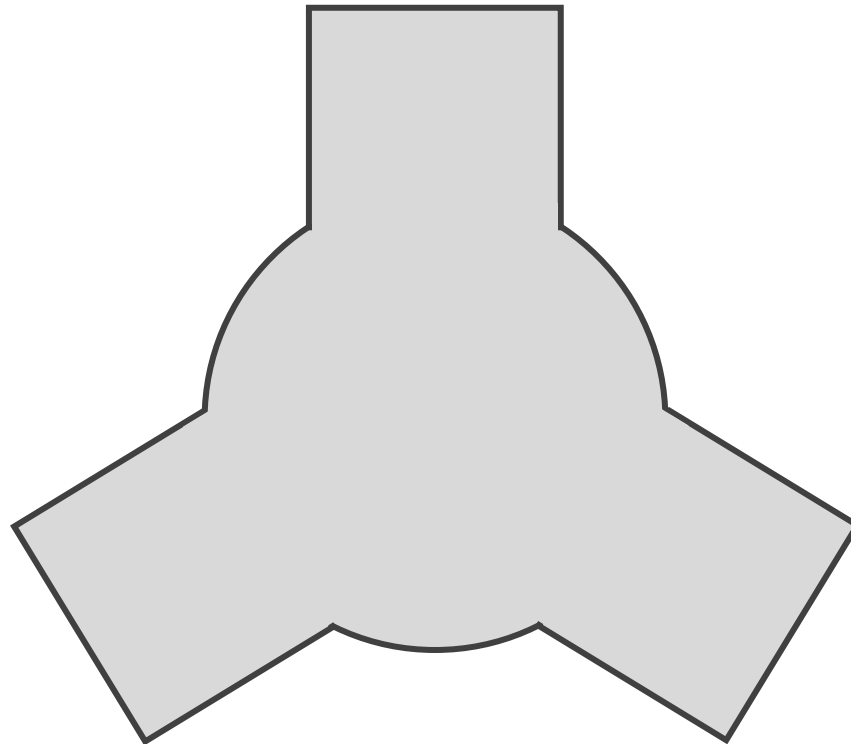
Перемагничивание катушками

Перемагничивание катушками

Кусок магнитомягкого материала

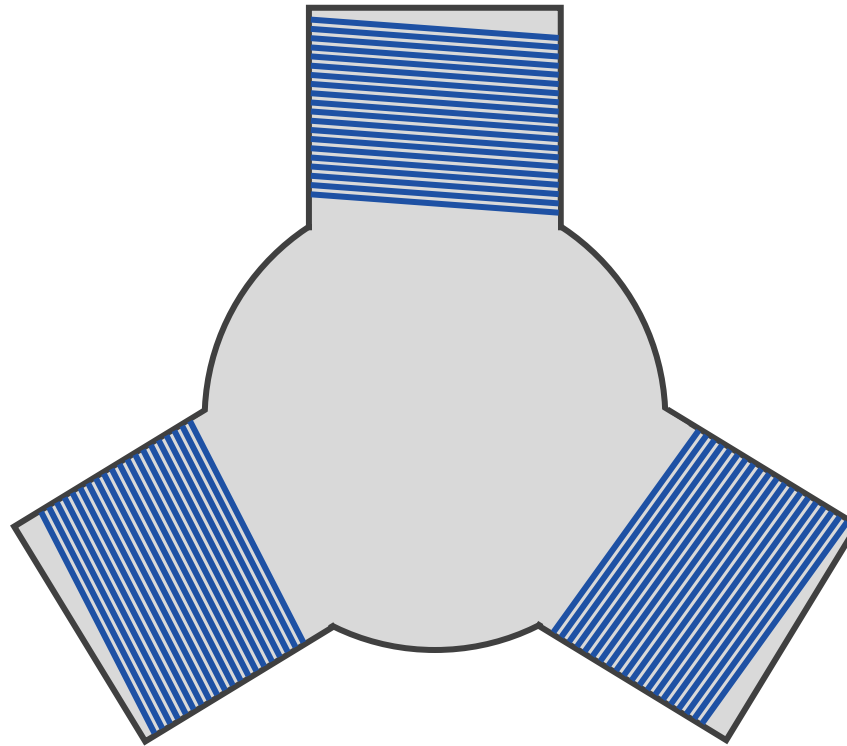
Перемагничивание катушками

Кусок магнитомягкого материала



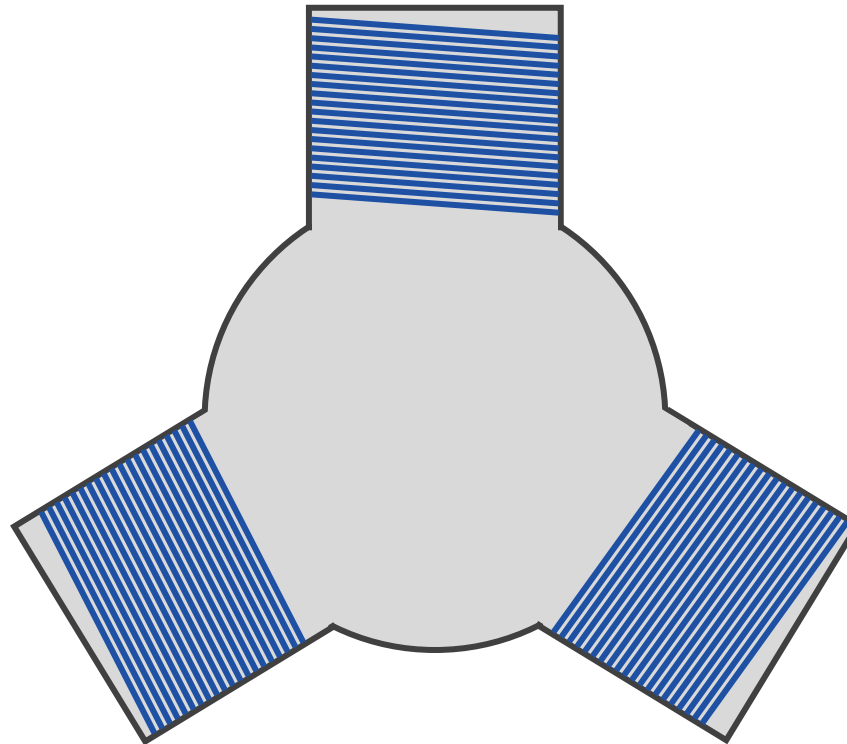
Перемагничивание катушками

На него намотаны три катушки



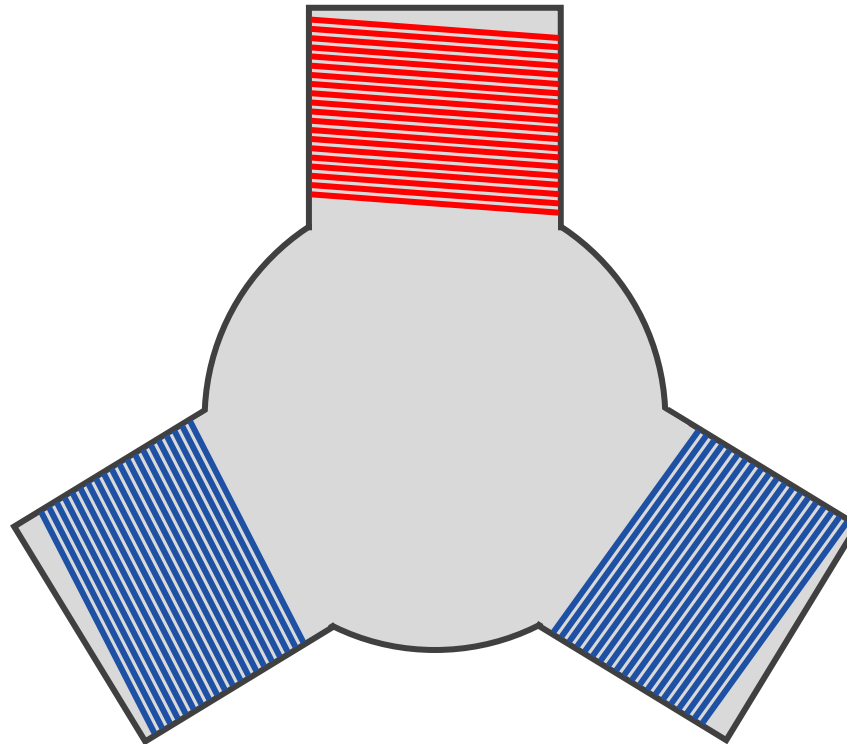
Перемагничивание катушками

Включаем верхнюю катушку



Перемагничивание катушками

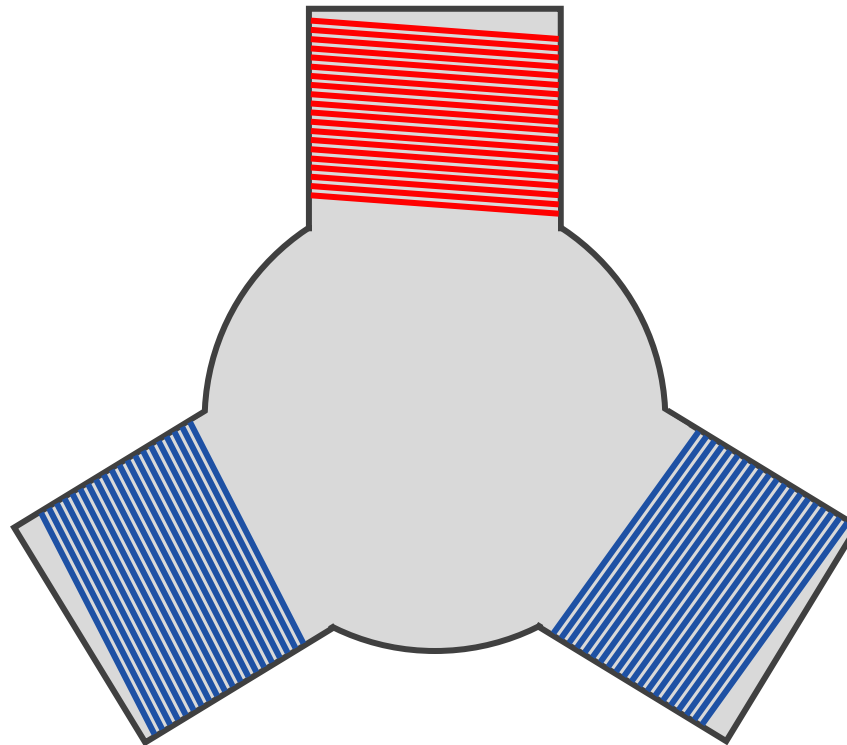
Включаем верхнюю катушку



Перемагничивание катушками

Включаем верхнюю катушку

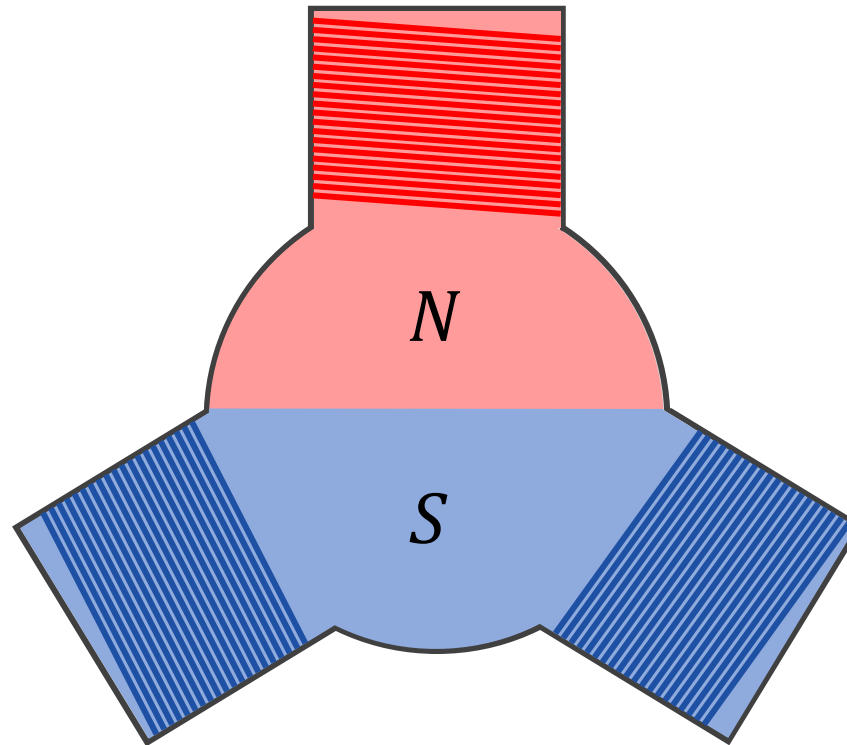
Материал намагничивается



Перемагничивание катушками

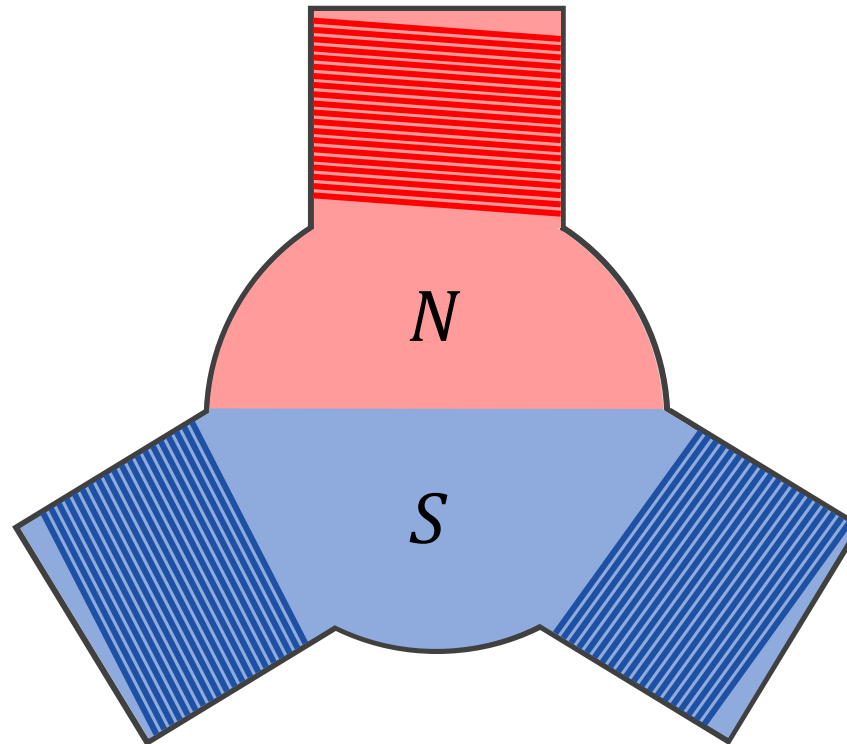
Включаем верхнюю катушку

Материал намагничивается



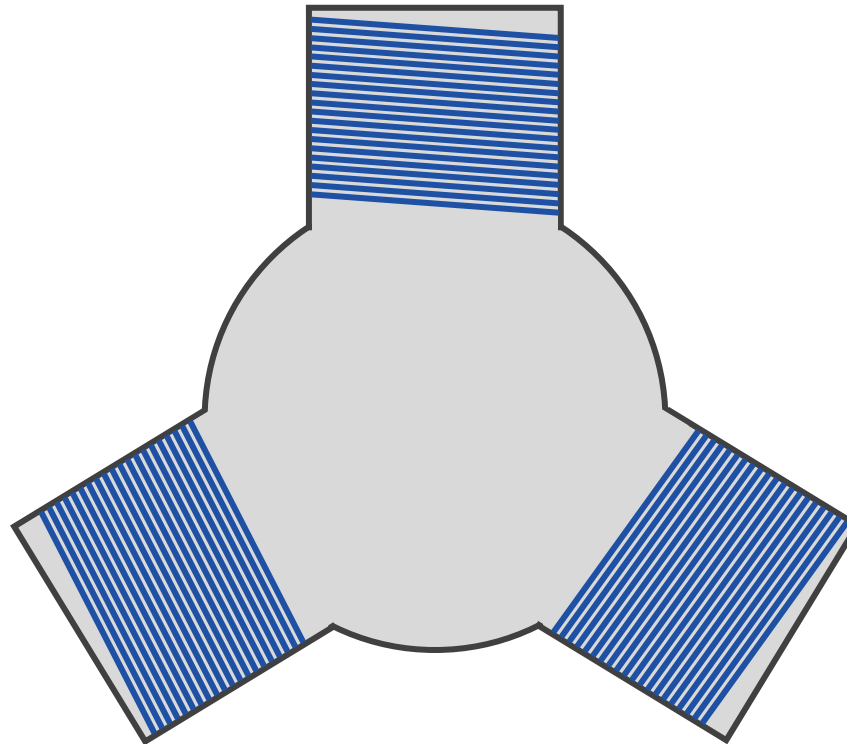
Перемагничивание катушками

Выключаем верхнюю катушку



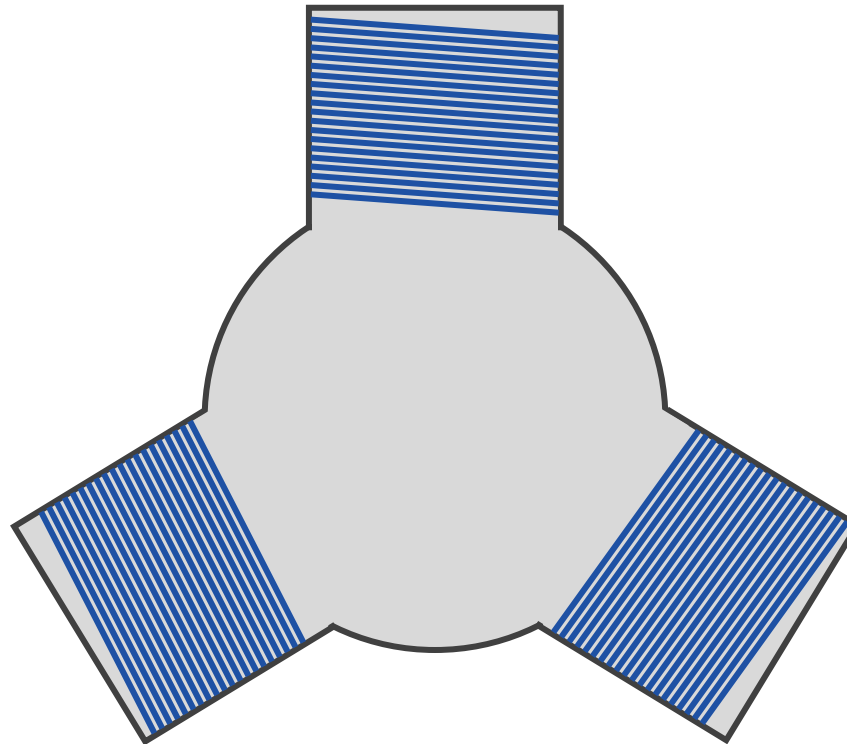
Перемагничивание катушками

Выключаем верхнюю катушку



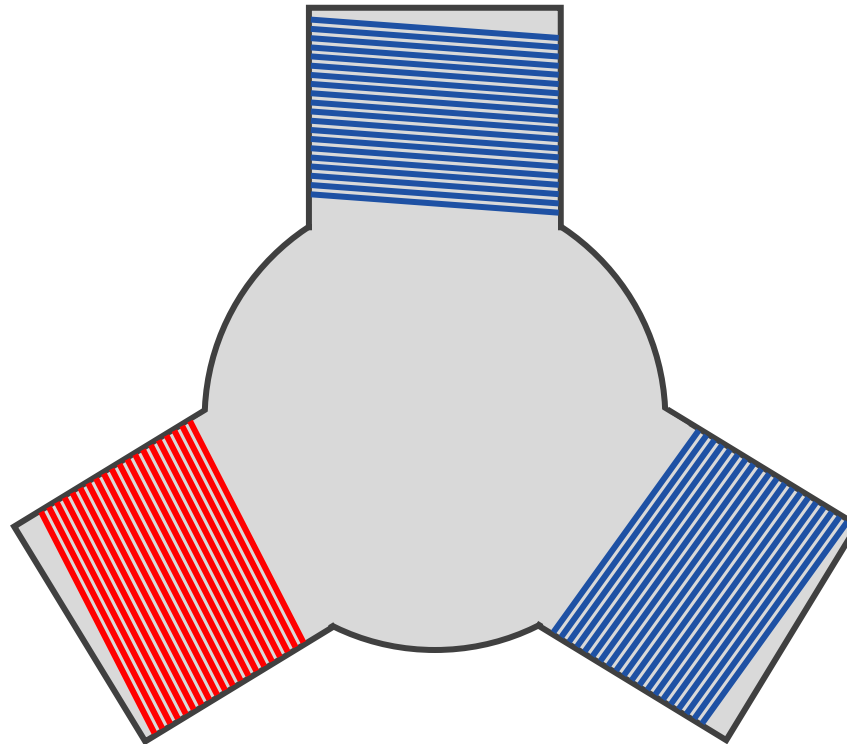
Перемагничивание катушками

Включаем
левую катушку



Перемагничивание катушками

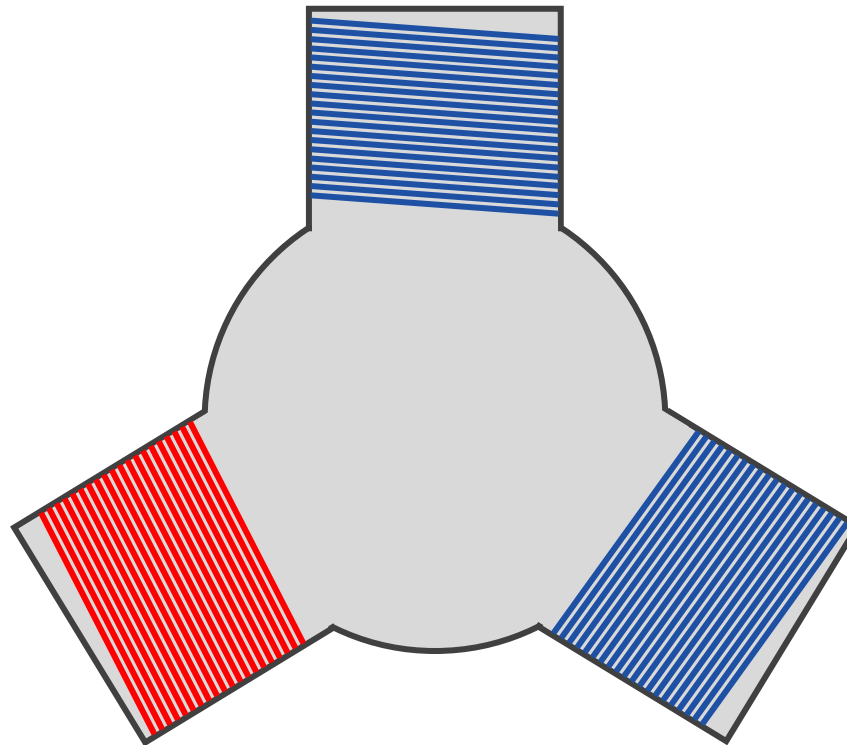
Включаем
левую катушку



Перемагничивание катушками

Включаем
левую катушку

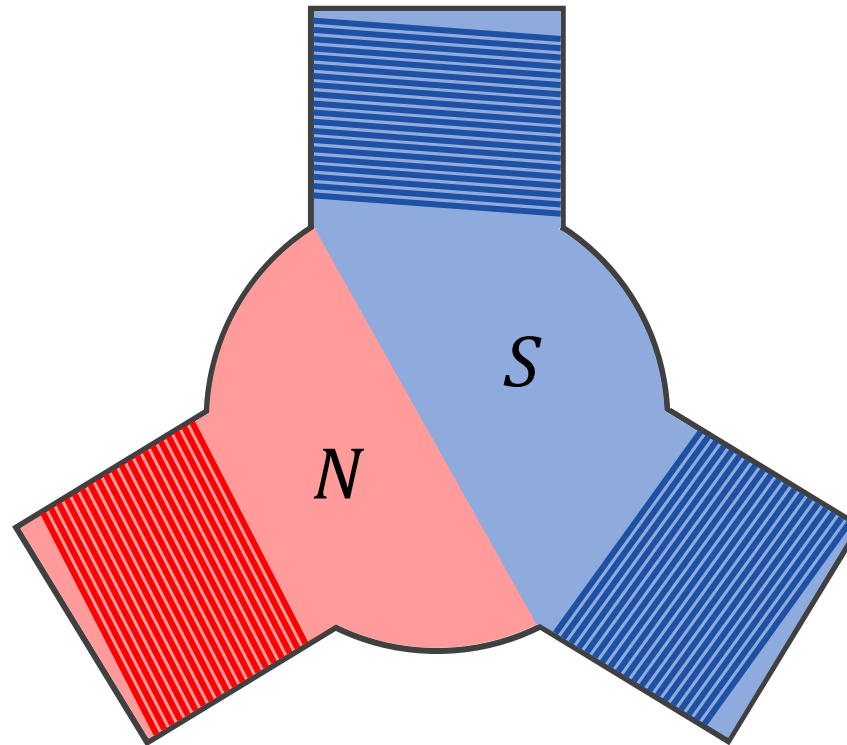
Материал
намагничивается



Перемагничивание катушками

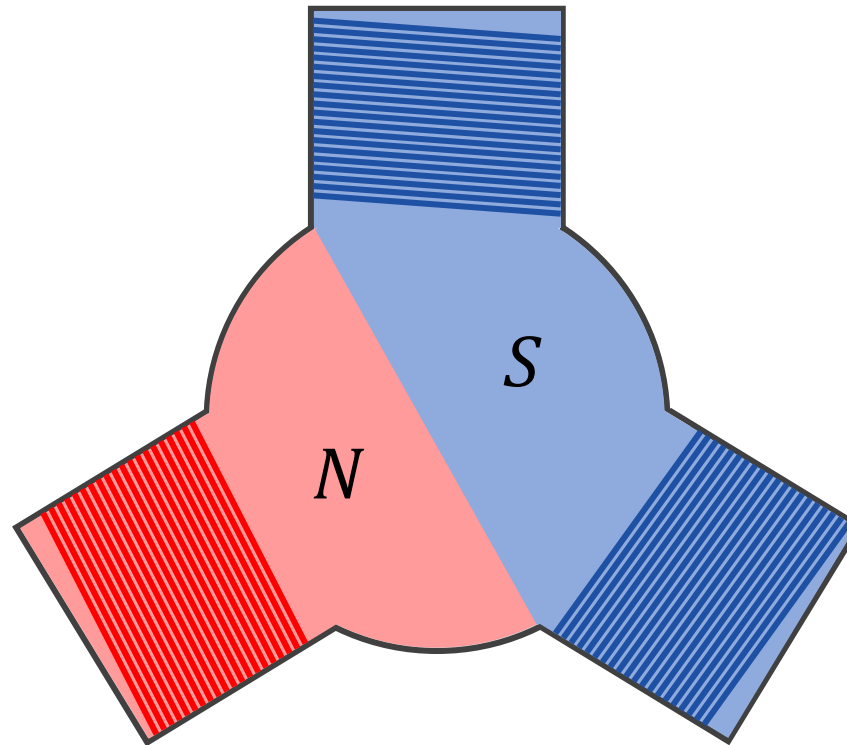
Включаем
левую катушку

Материал
намагничивается



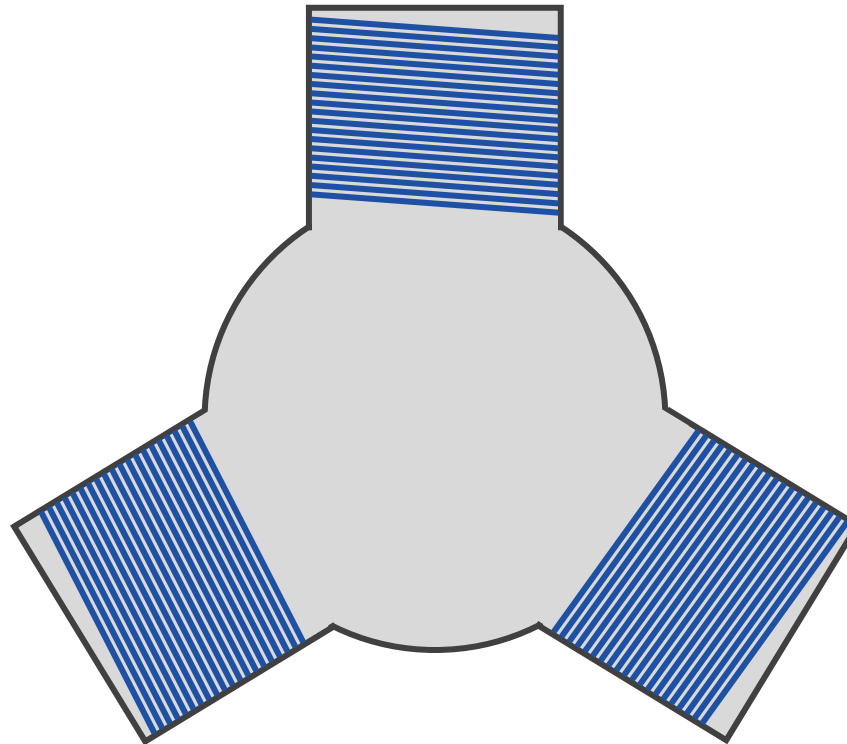
Перемагничивание катушками

Выключаем
левую катушку

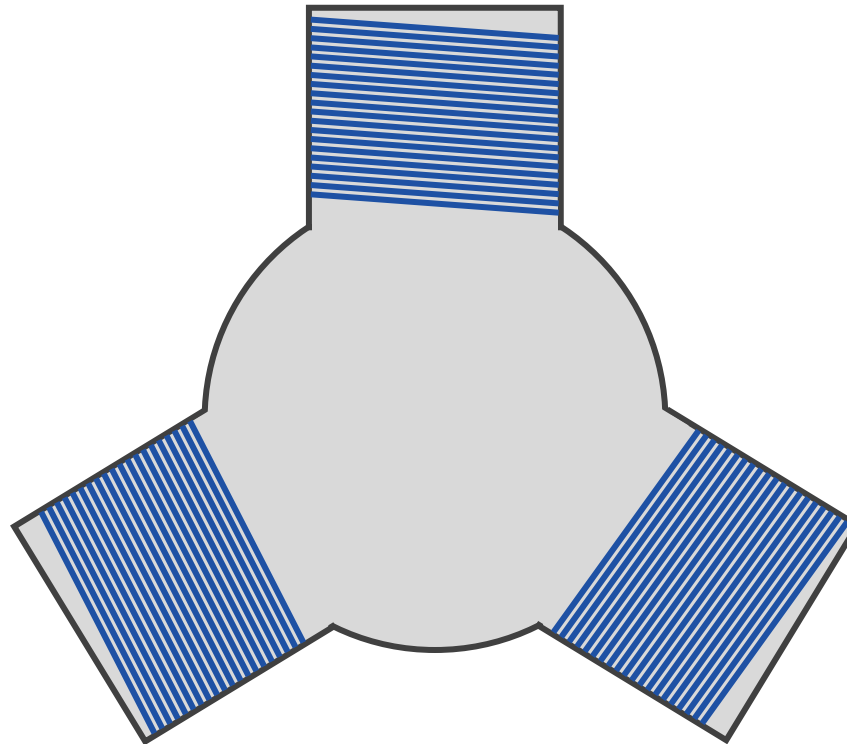


Перемагничивание катушками

Выключаем
левую катушку

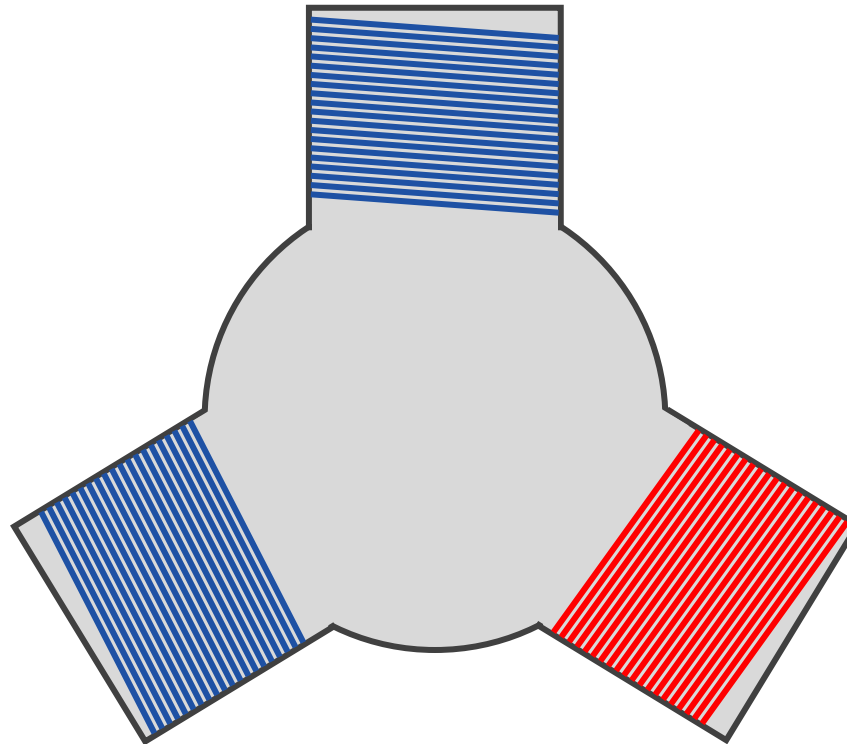


Перемагничивание катушками



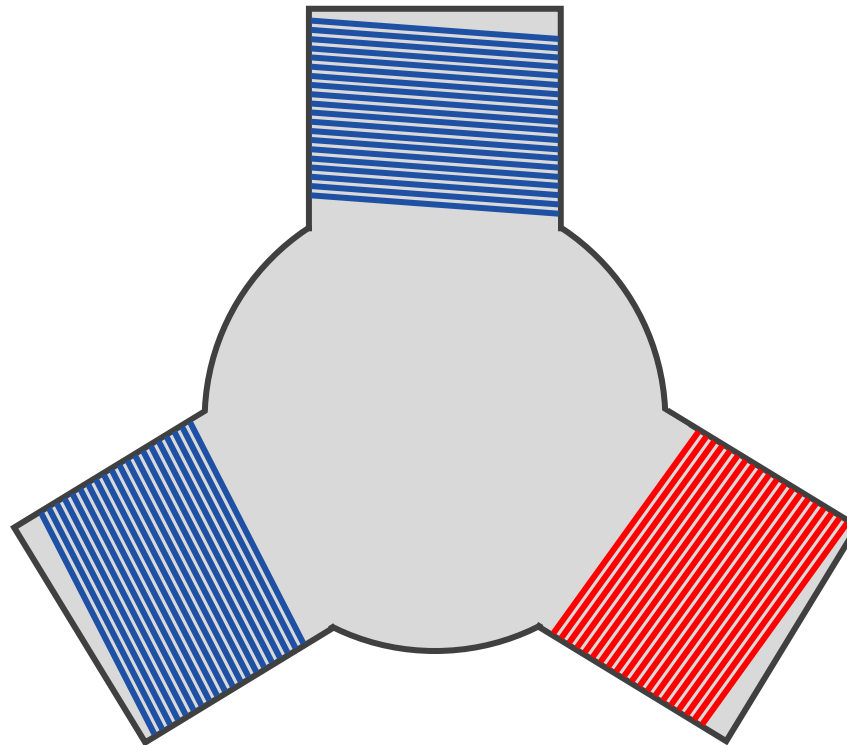
Включаем
правую катушку

Перемагничивание катушками



Включаем
правую катушку

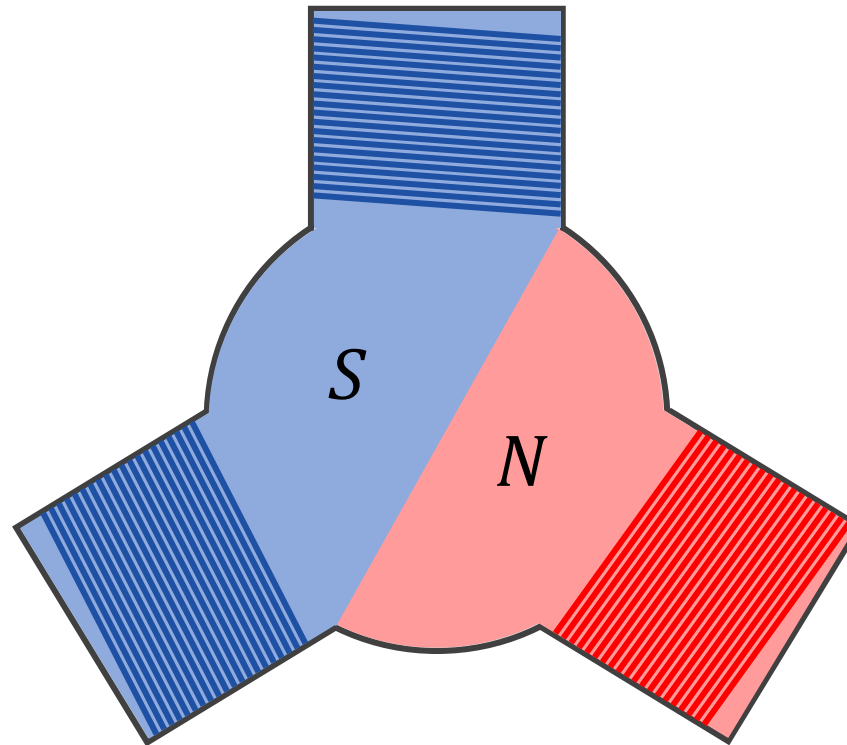
Перемагничивание катушками



Включаем
правую катушку

Материал
намагничивается

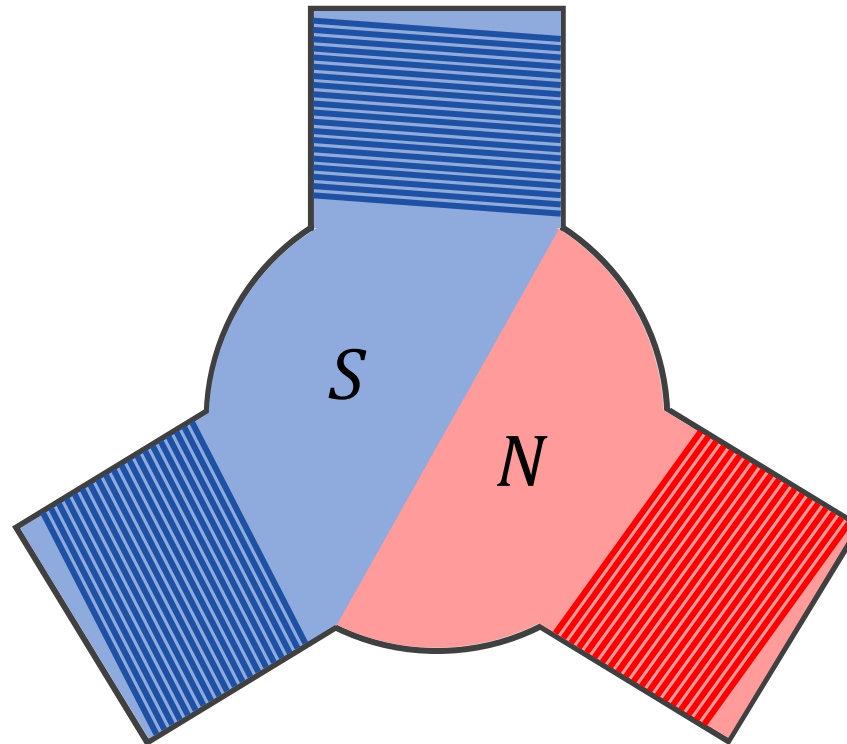
Перемагничивание катушками



Включаем
правую катушку

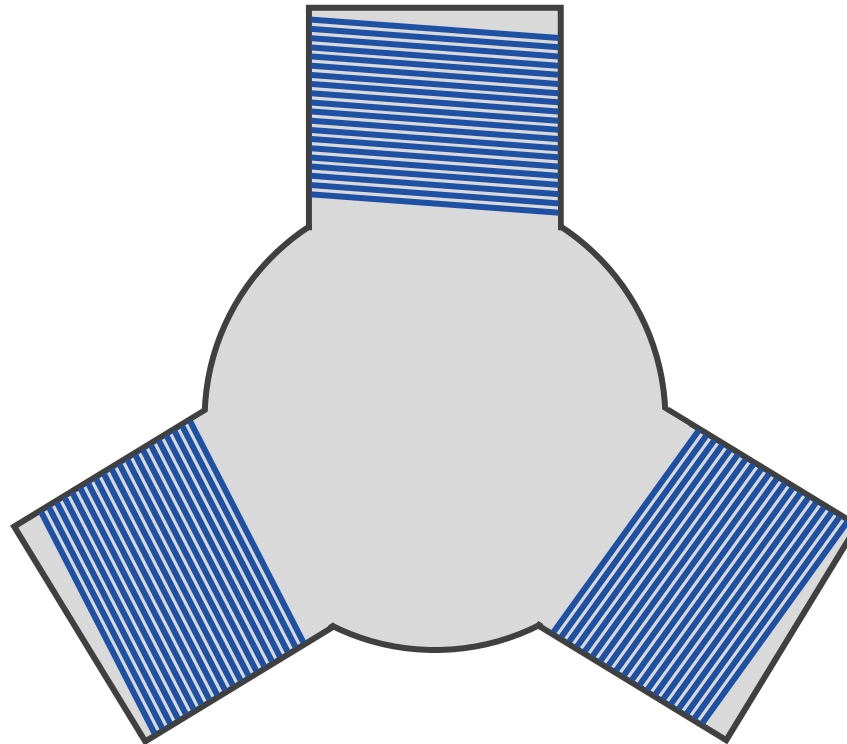
Материал
намагничивается

Перемагничивание катушками



Выключаем
правую катушку

Перемагничивание катушками



Выключаем
правую катушку

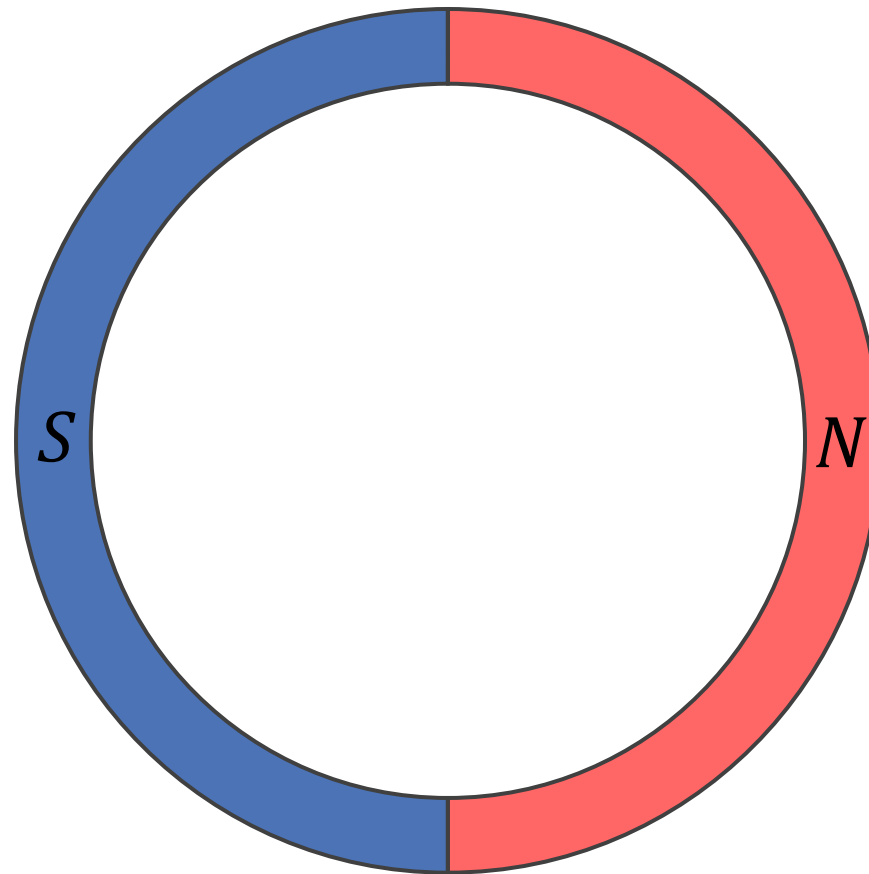
Идея магнитного двигателя

Идея магнитного двигателя

Берём магнитное кольцо

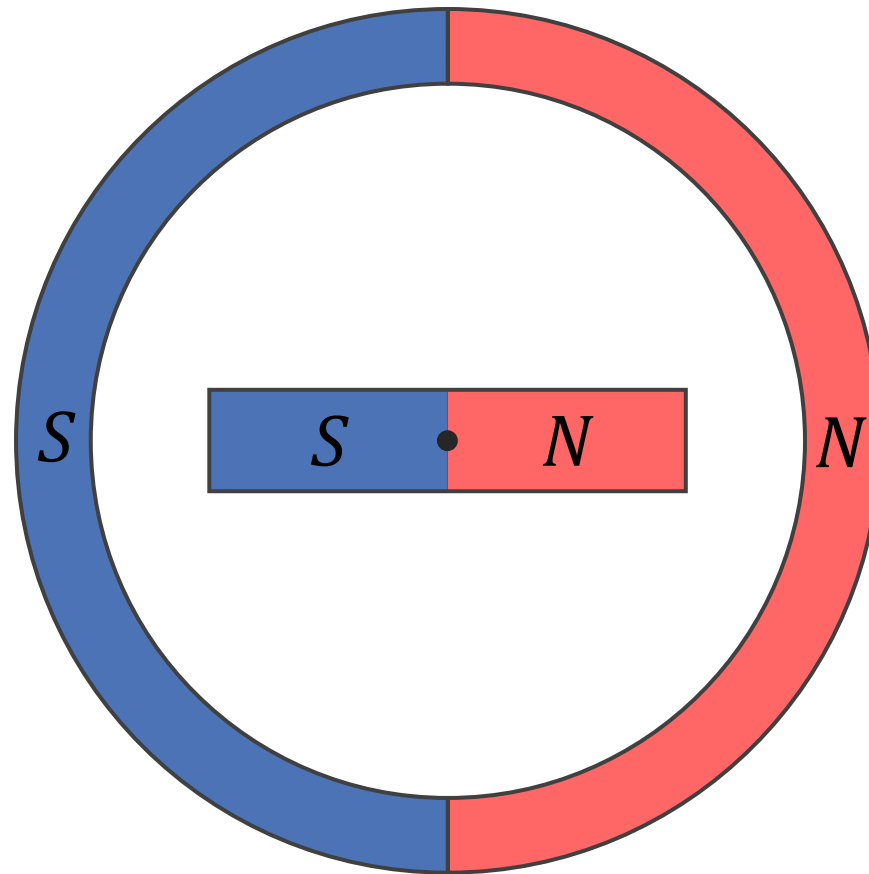
Идея магнитного двигателя

Берём магнитное кольцо



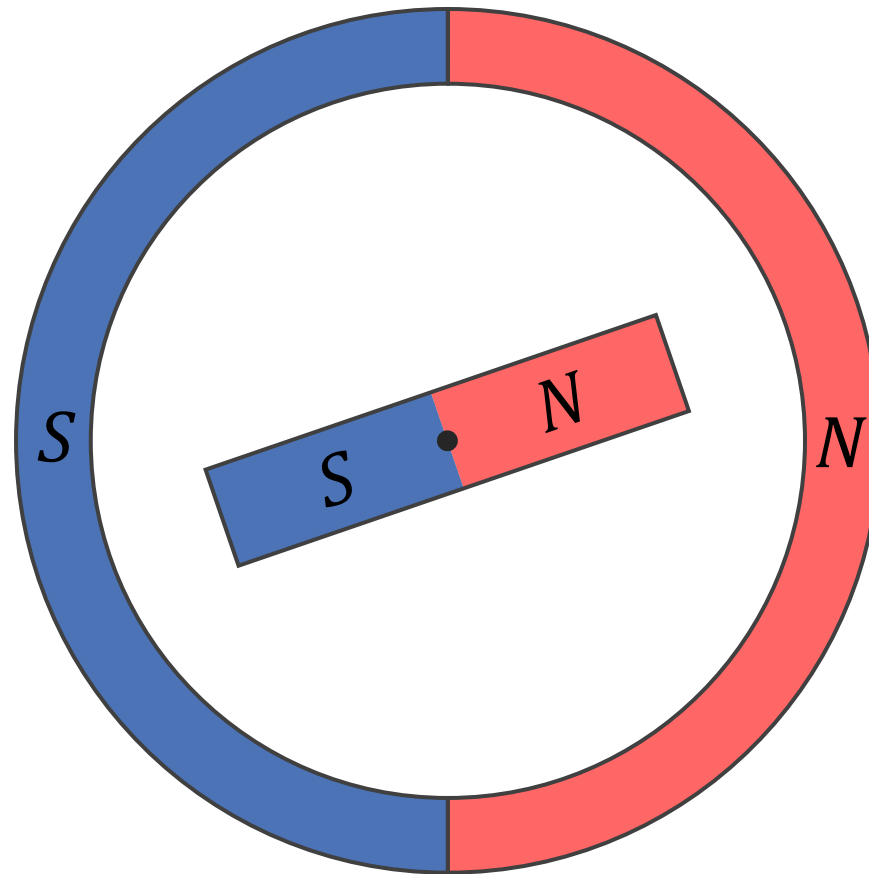
Идея магнитного двигателя

Помещаем в него магнит, который может вращаться



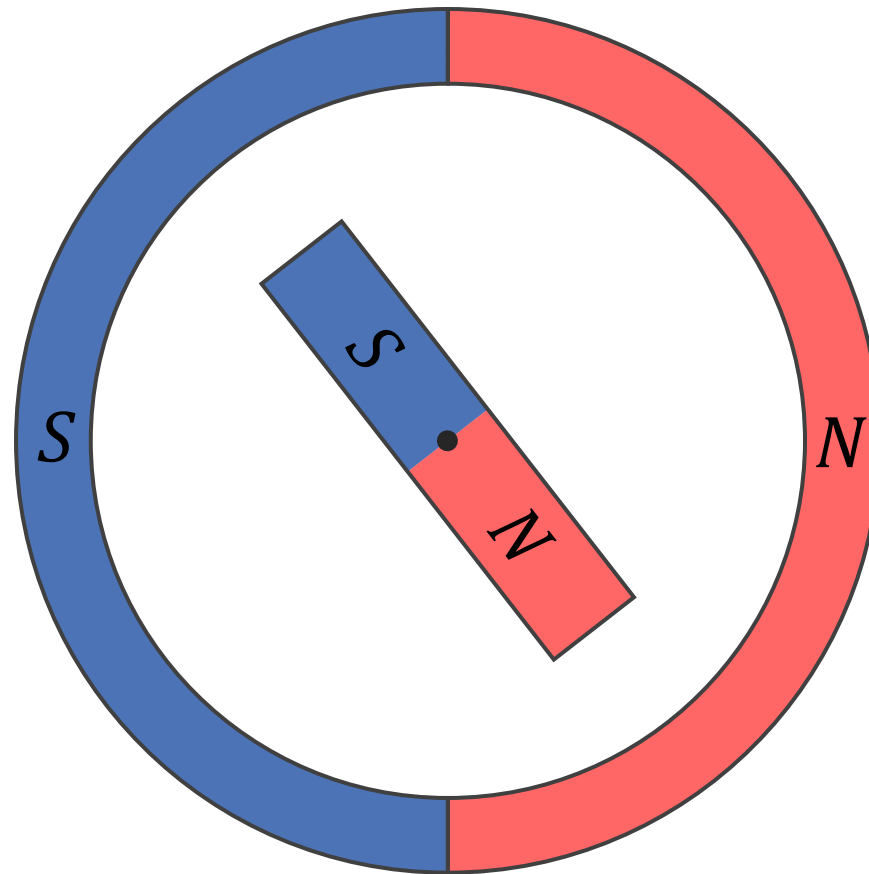
Идея магнитного двигателя

Помещаем в него магнит, который может вращаться



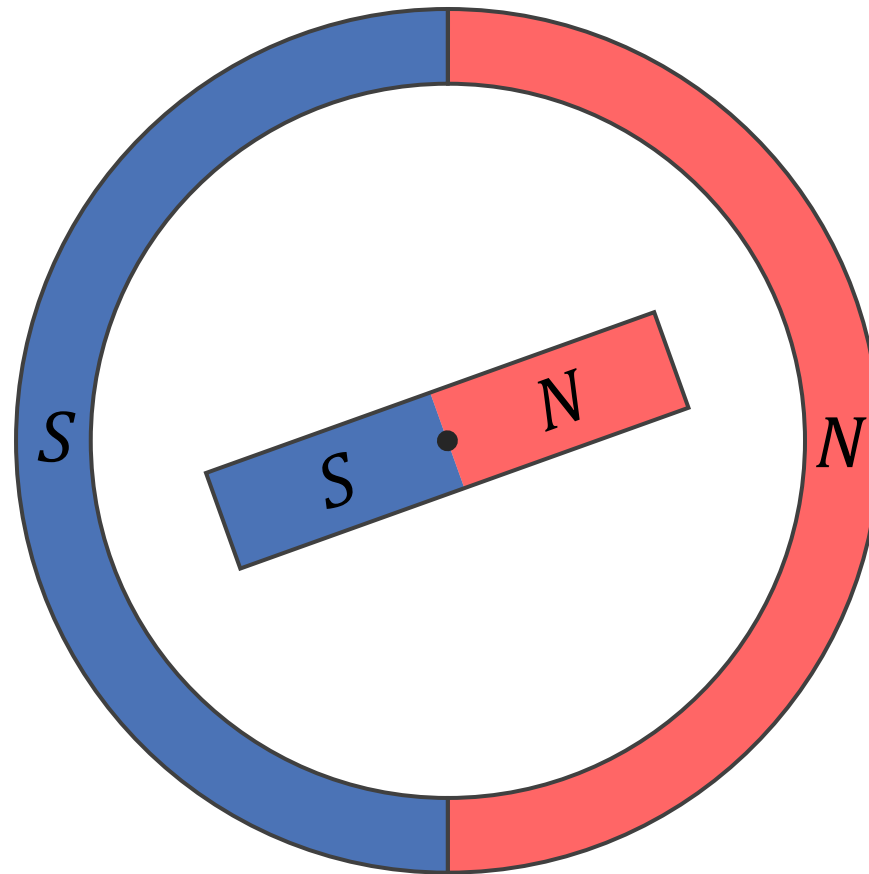
Идея магнитного двигателя

Помещаем в него магнит, который может вращаться



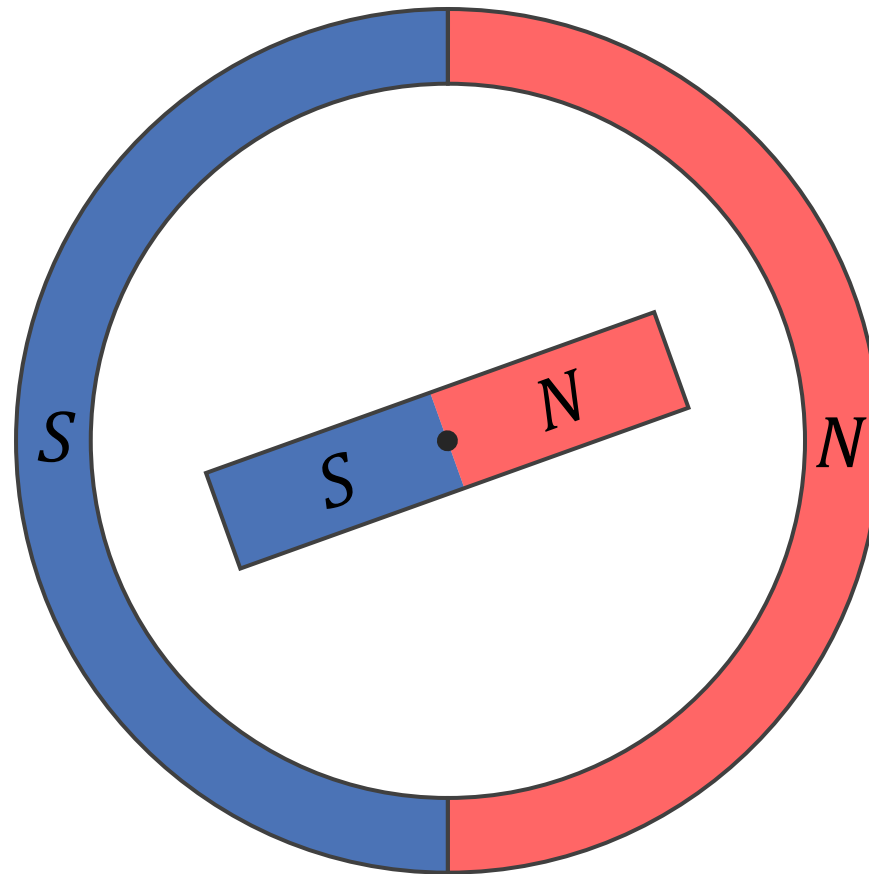
Идея магнитного двигателя

Помещаем в него магнит, который может вращаться



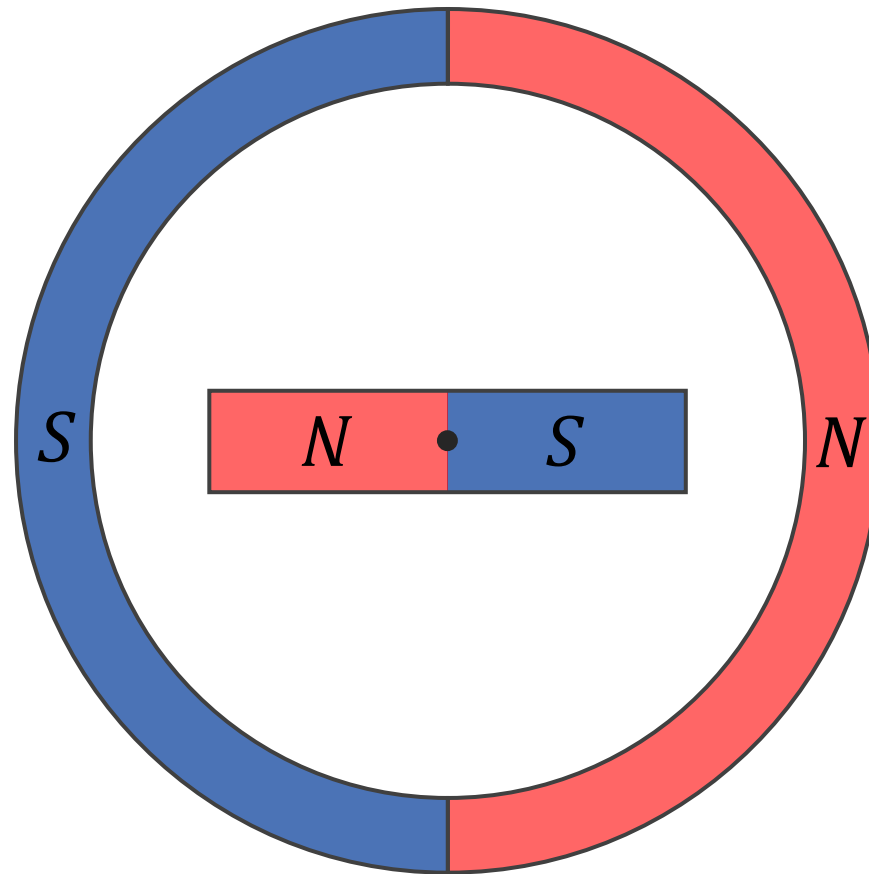
Идея магнитного двигателя

Как он будет вращаться?



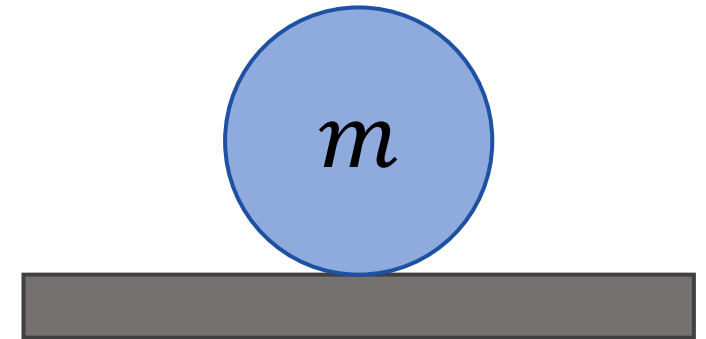
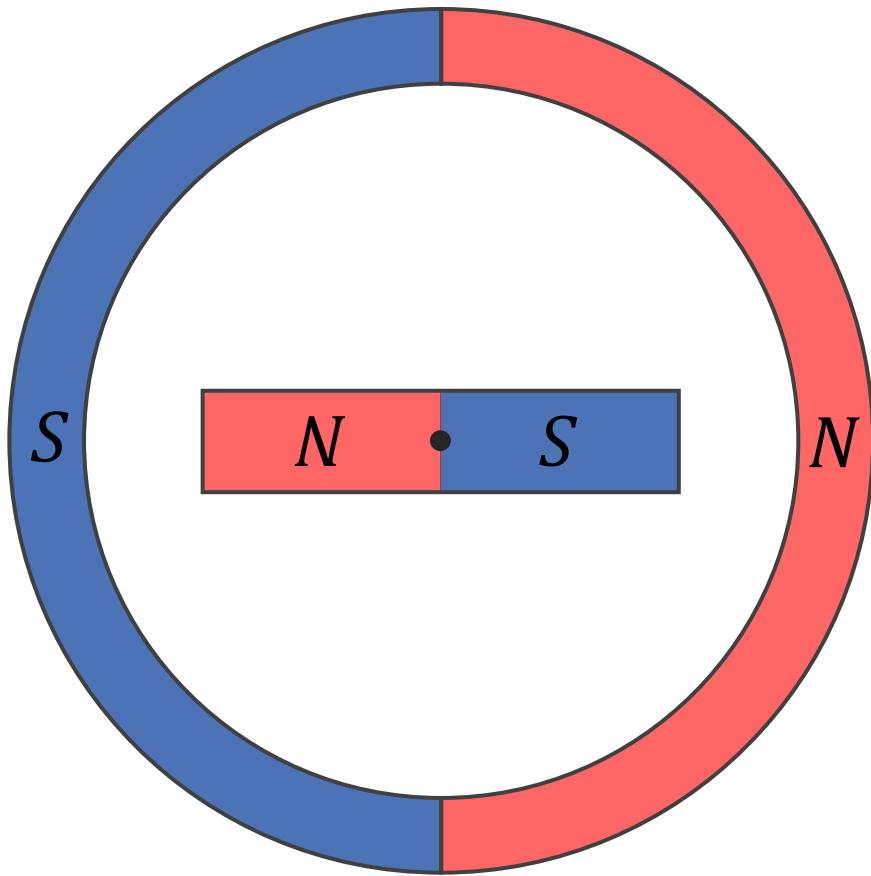
Идея магнитного двигателя

Повернётся и остановится в положении равновесия



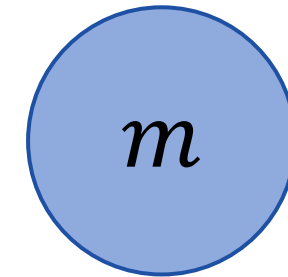
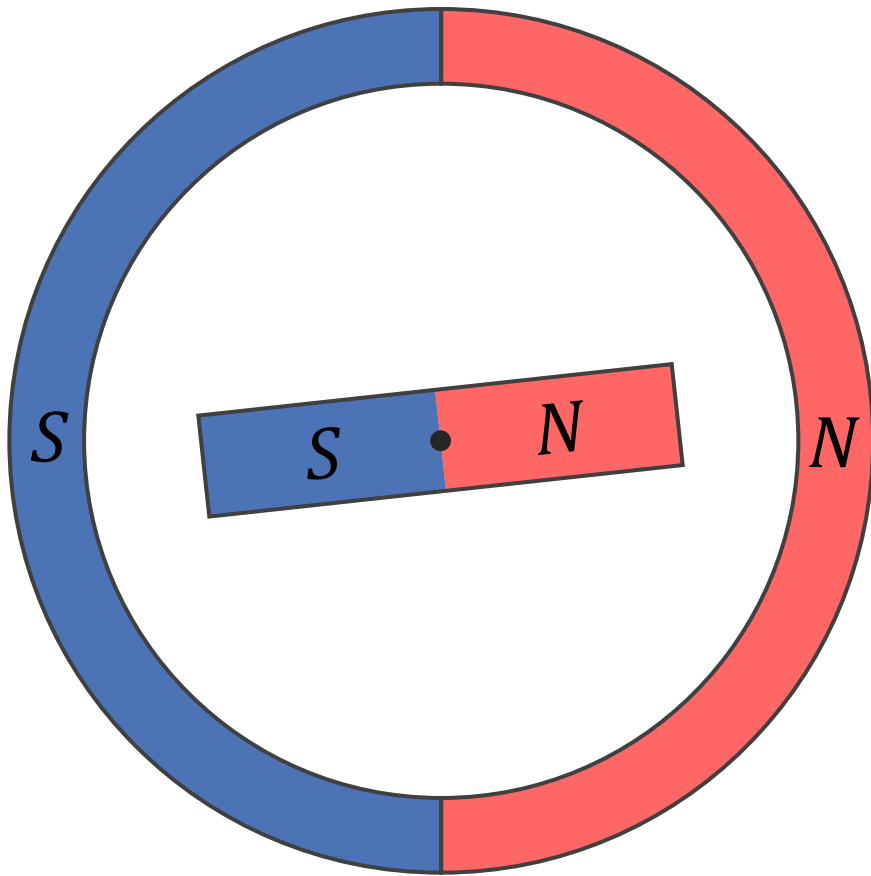
Идея магнитного двигателя

Аналогия



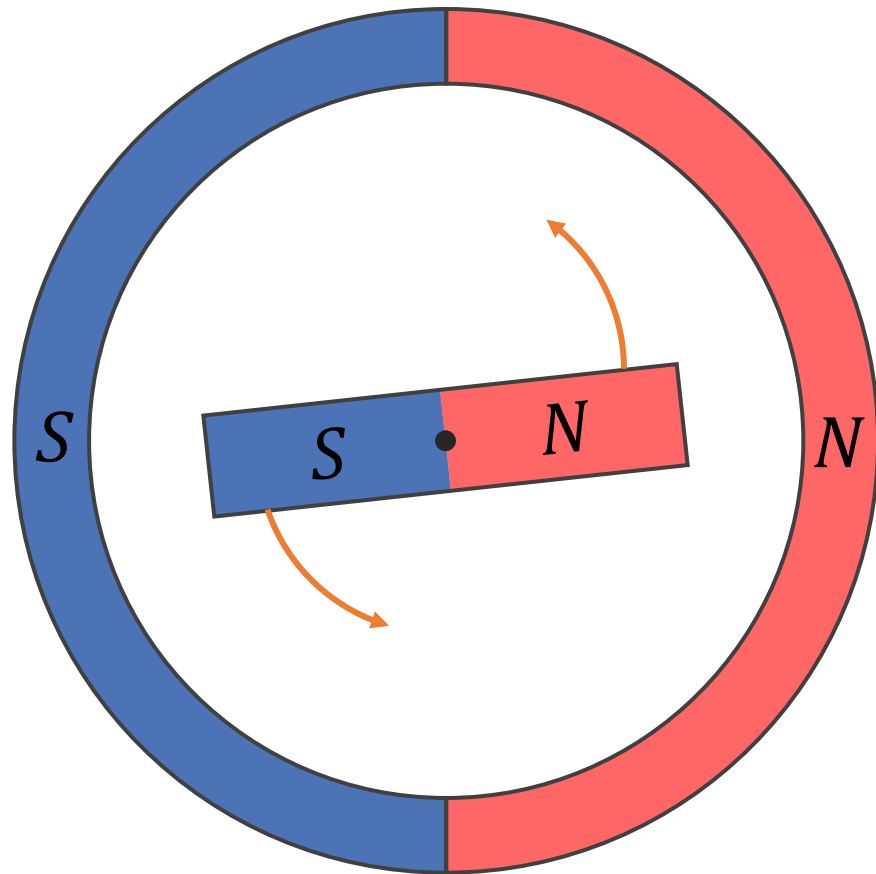
Идея магнитного двигателя

Аналогия

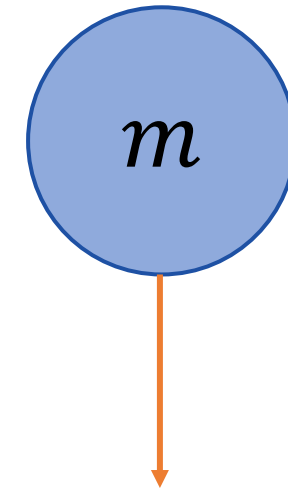


Идея магнитного двигателя

Аналогия

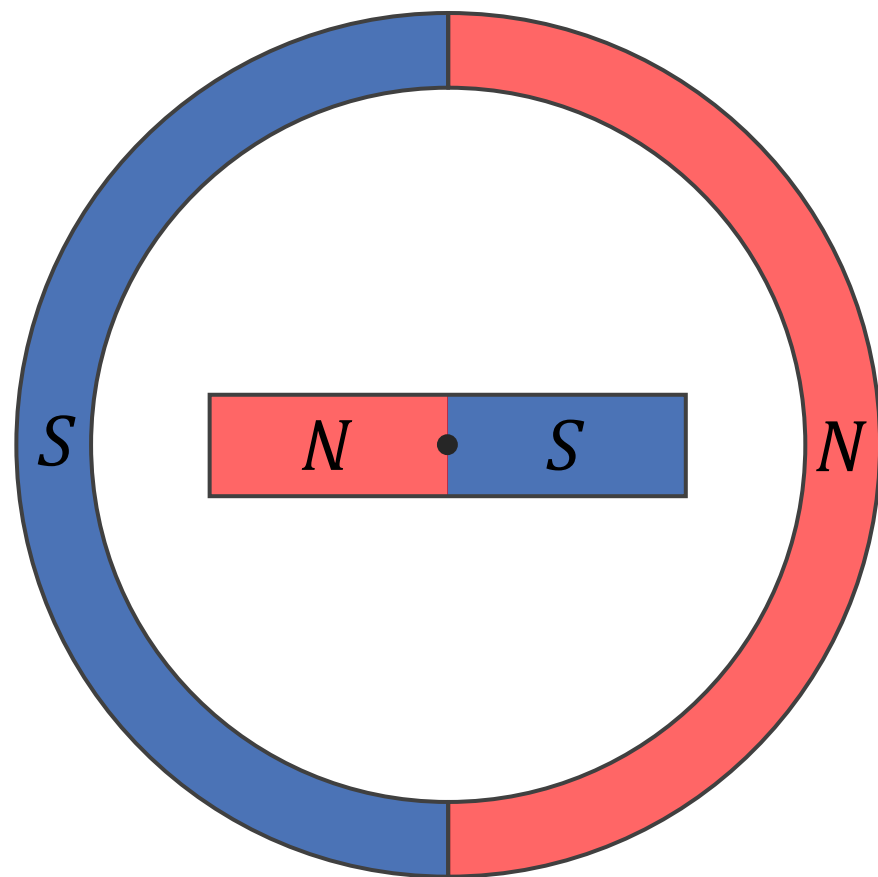


Движение...



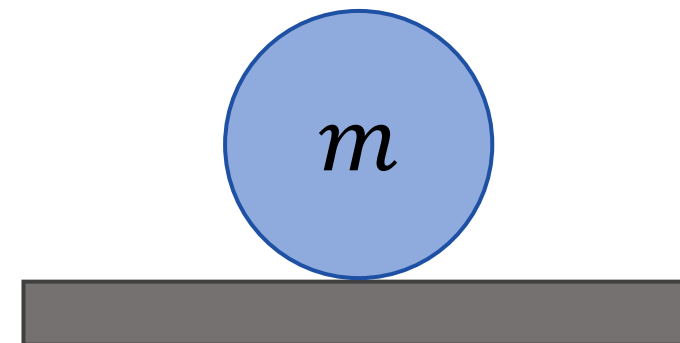
Идея магнитного двигателя

Аналогия



Движение...

Закончилось



Идея магнитного двигателя

Как сделать движение **бесконечным**?

Идея магнитного двигателя

Как сделать движение **бесконечным**?

Идея

Идея магнитного двигателя



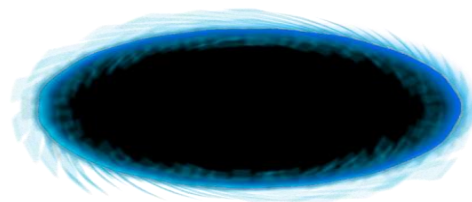
Идея

Идея магнитного двигателя



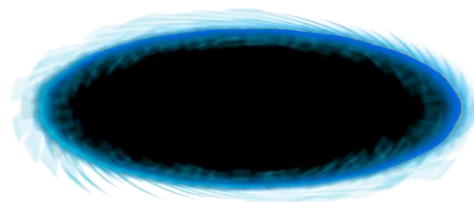
Идея

Идея магнитного двигателя



Идея

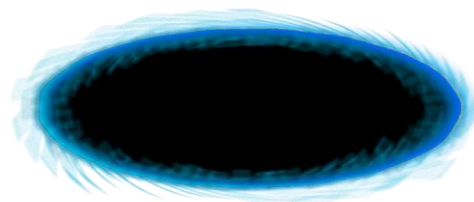
Идея магнитного двигателя



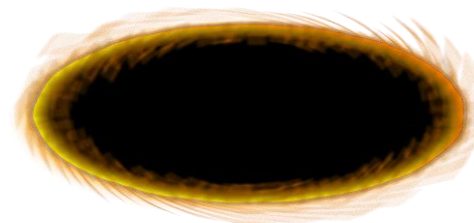
Идея



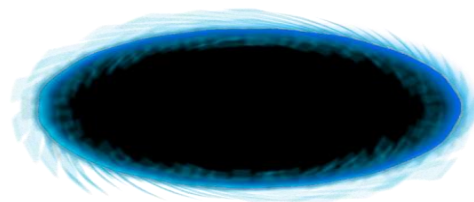
Идея магнитного двигателя



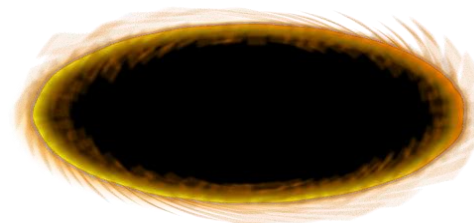
Идея



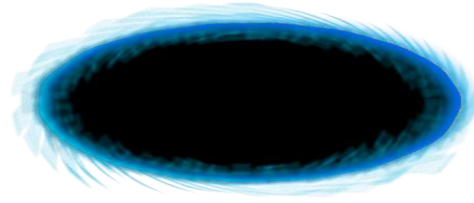
Идея магнитного двигателя



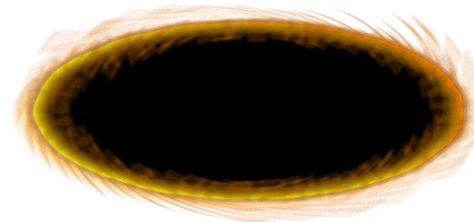
Идея



Идея магнитного двигателя



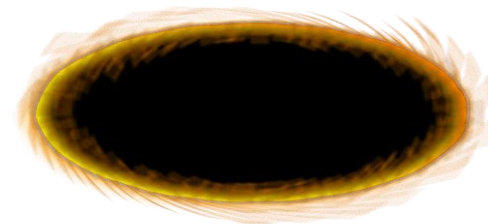
Идея



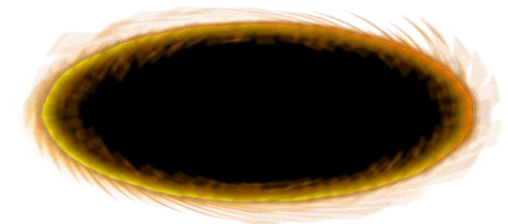
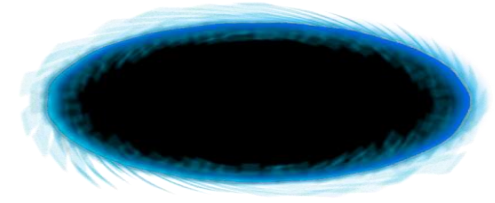
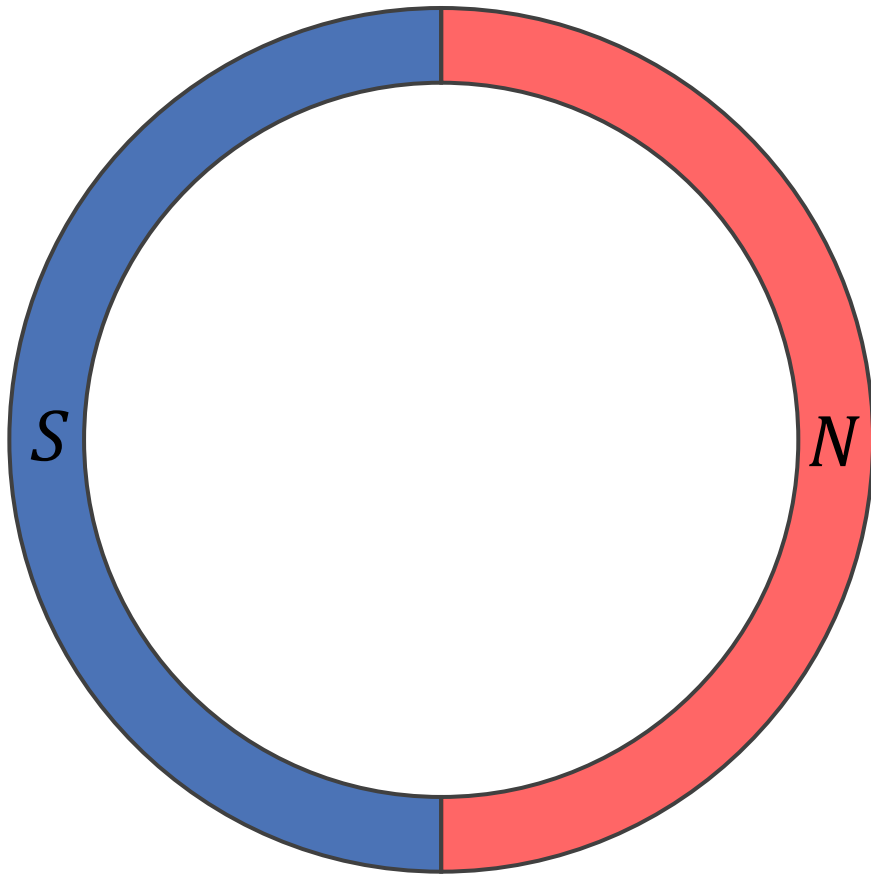
Идея магнитного двигателя



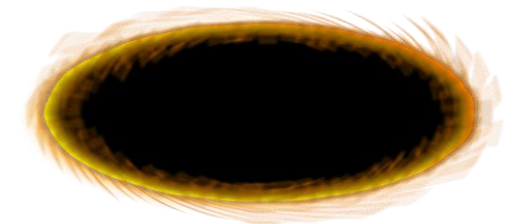
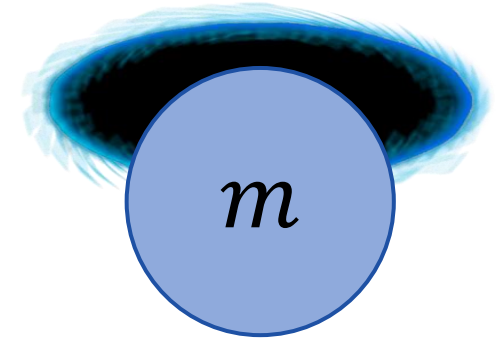
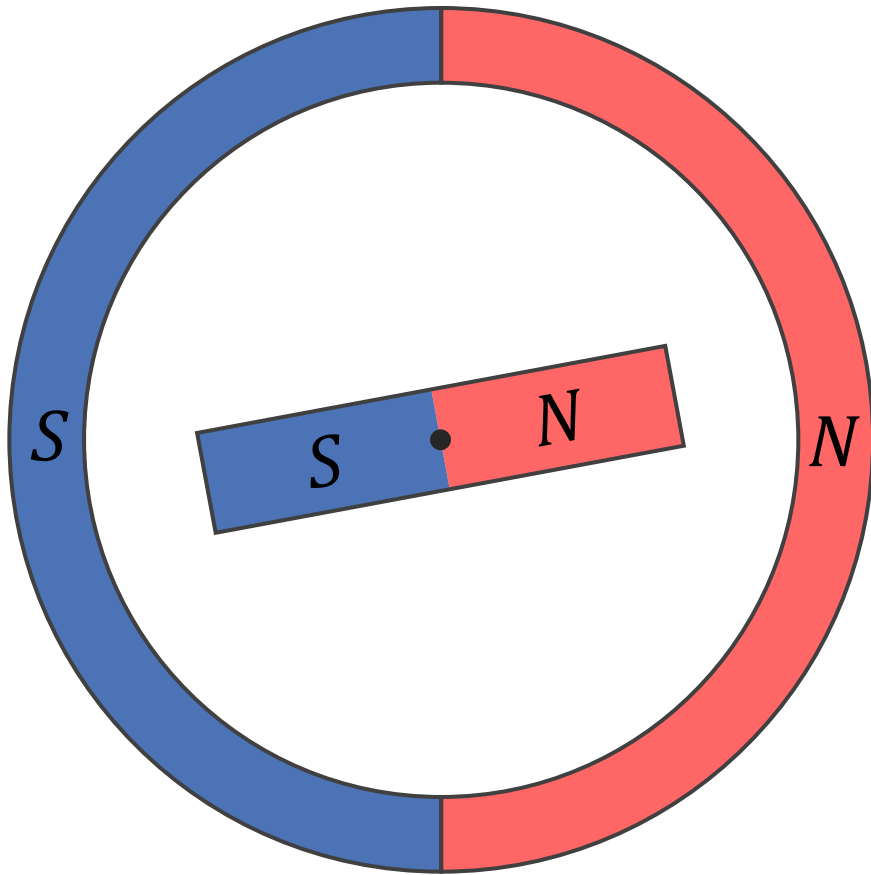
Идея



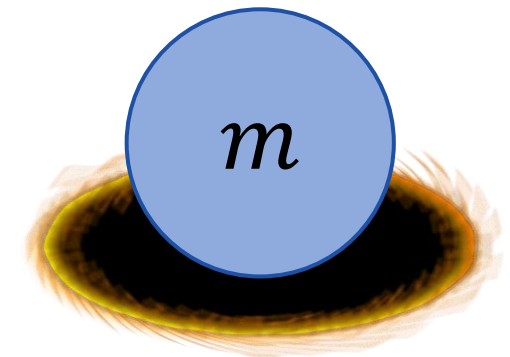
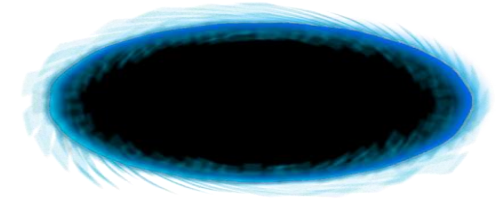
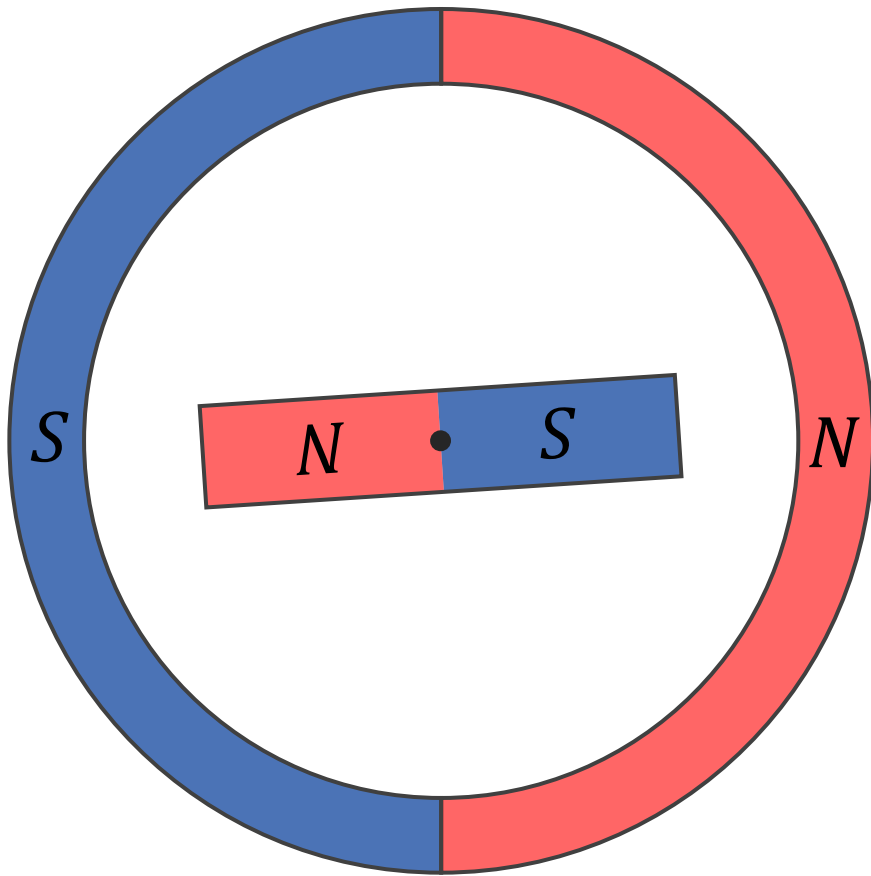
Идея магнитного двигателя



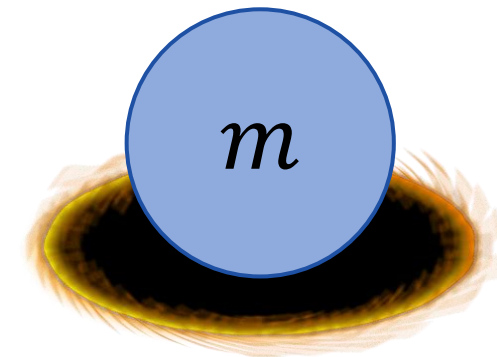
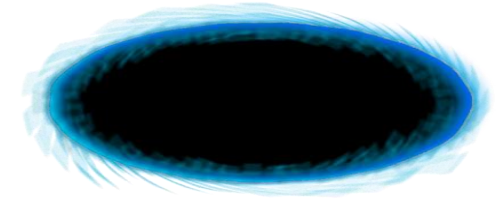
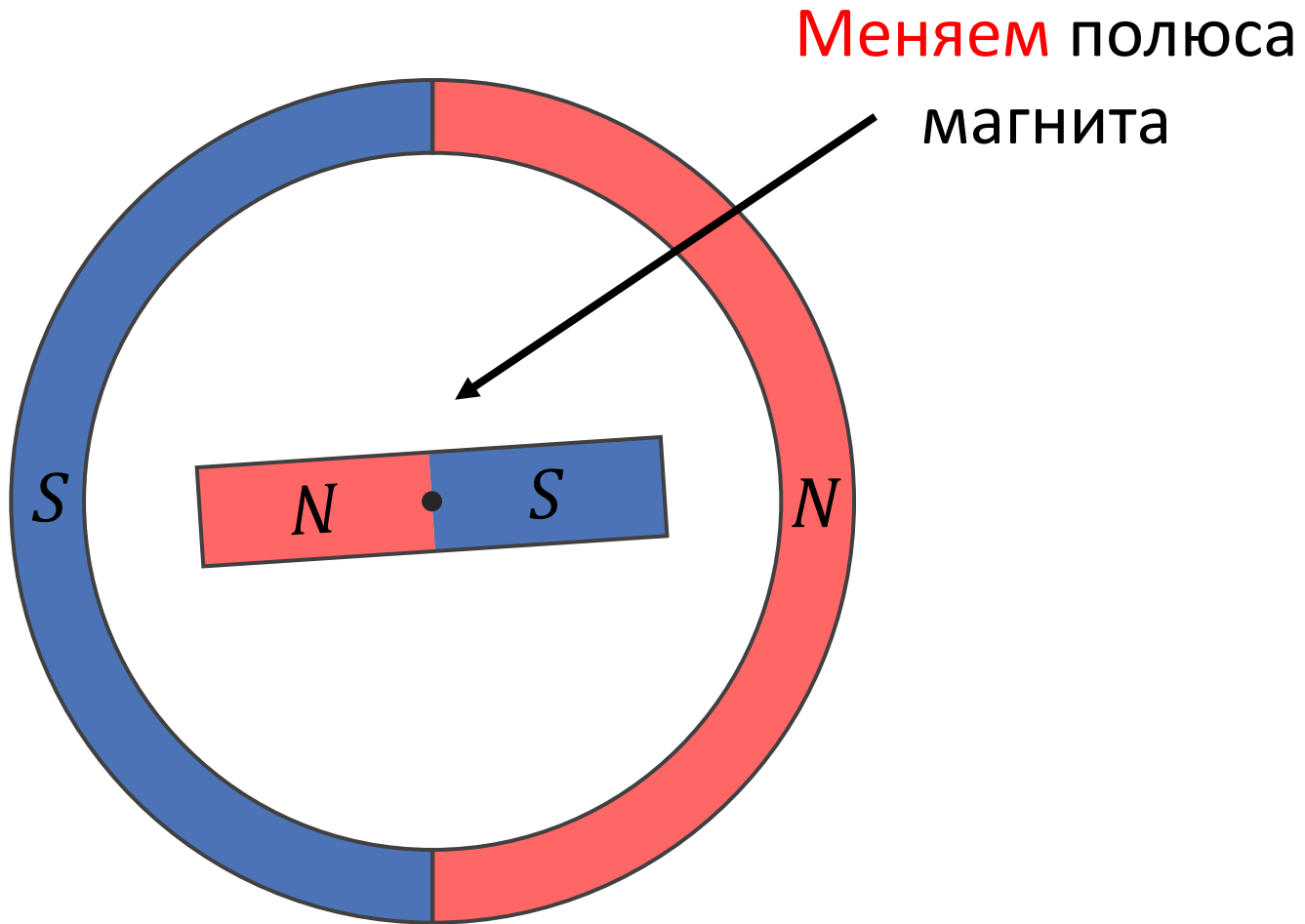
Идея магнитного двигателя



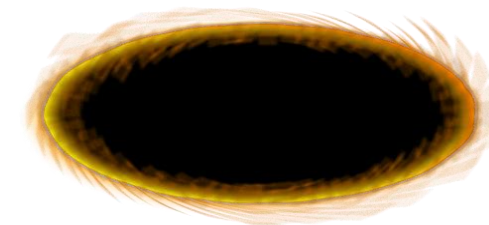
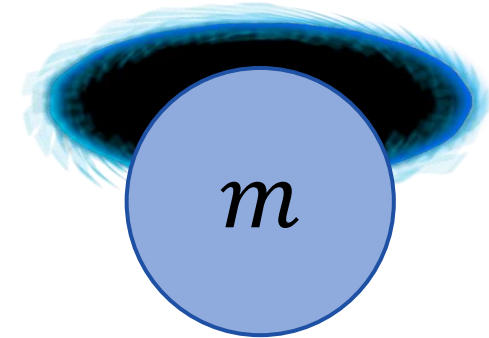
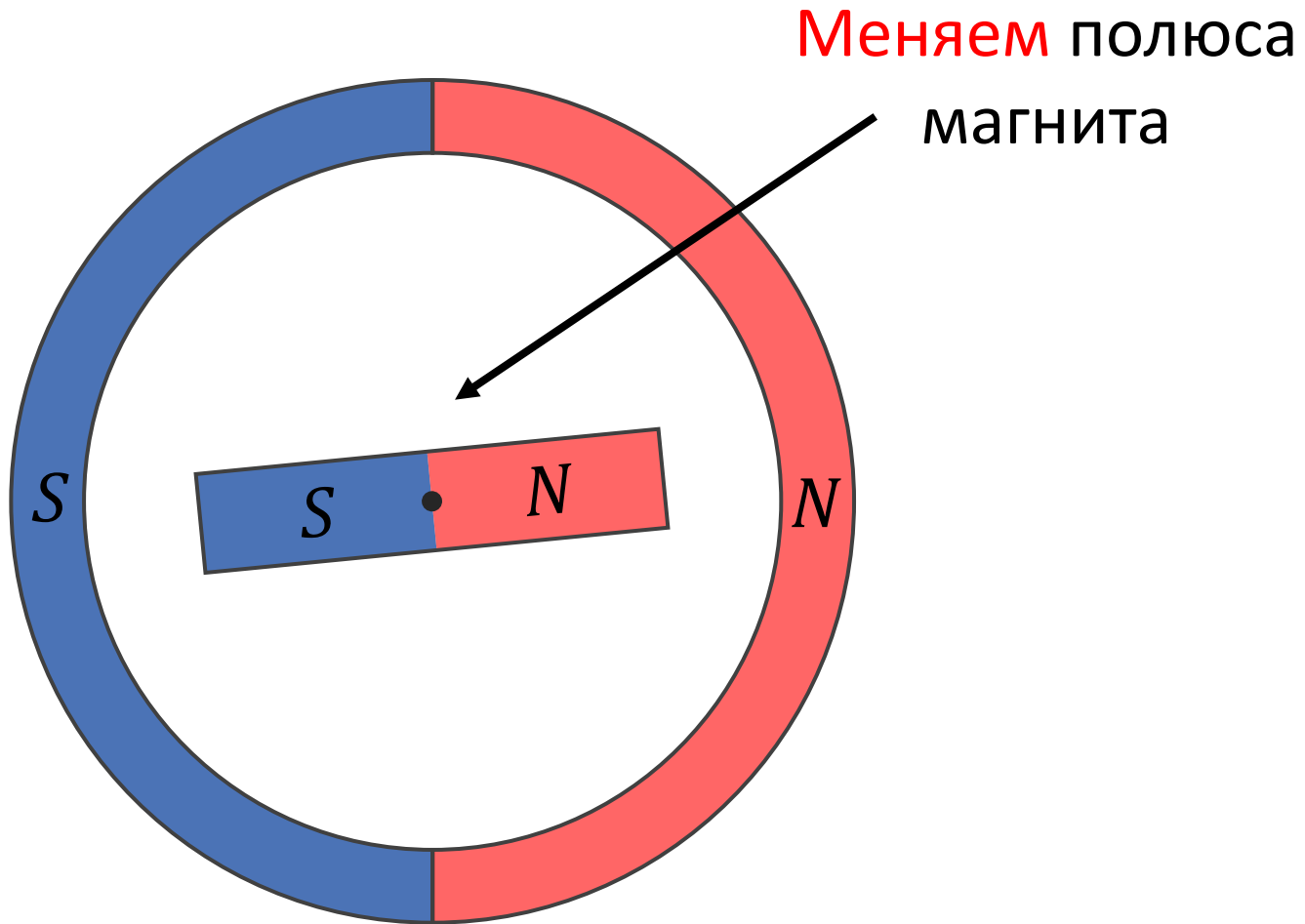
Идея магнитного двигателя



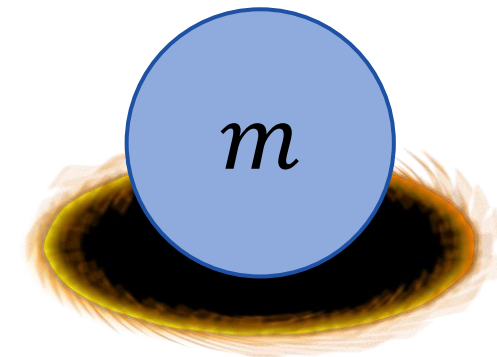
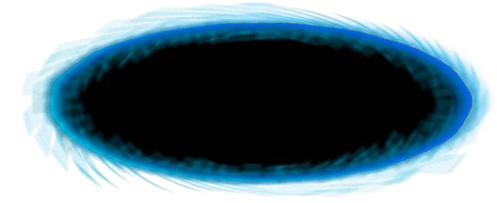
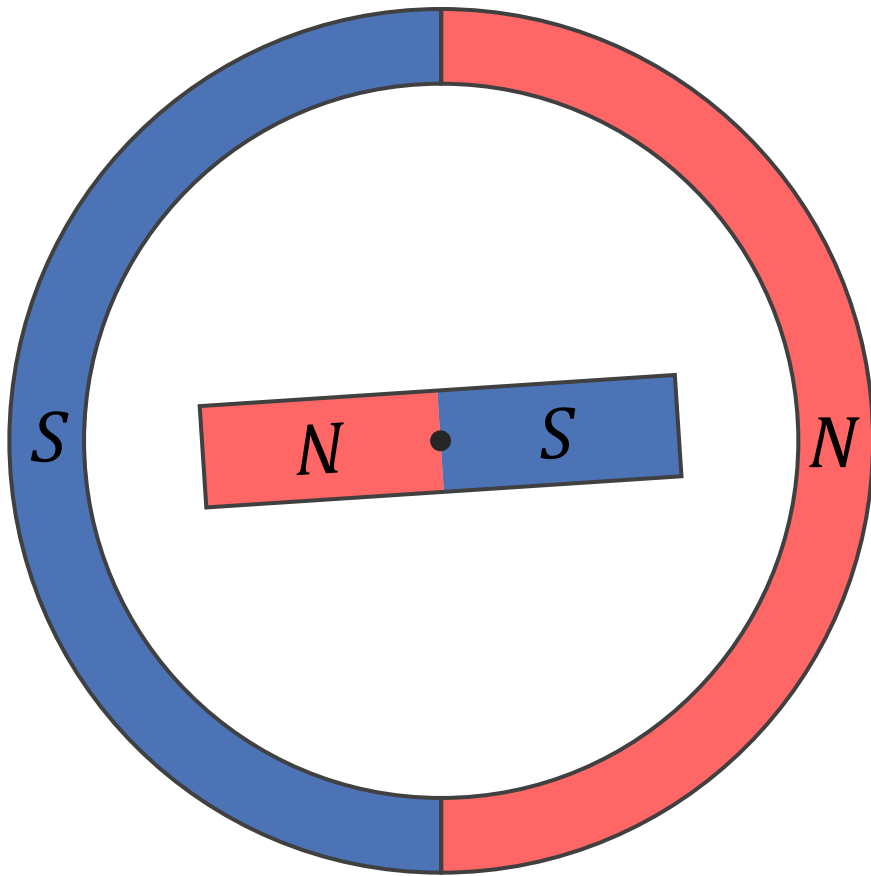
Идея магнитного двигателя



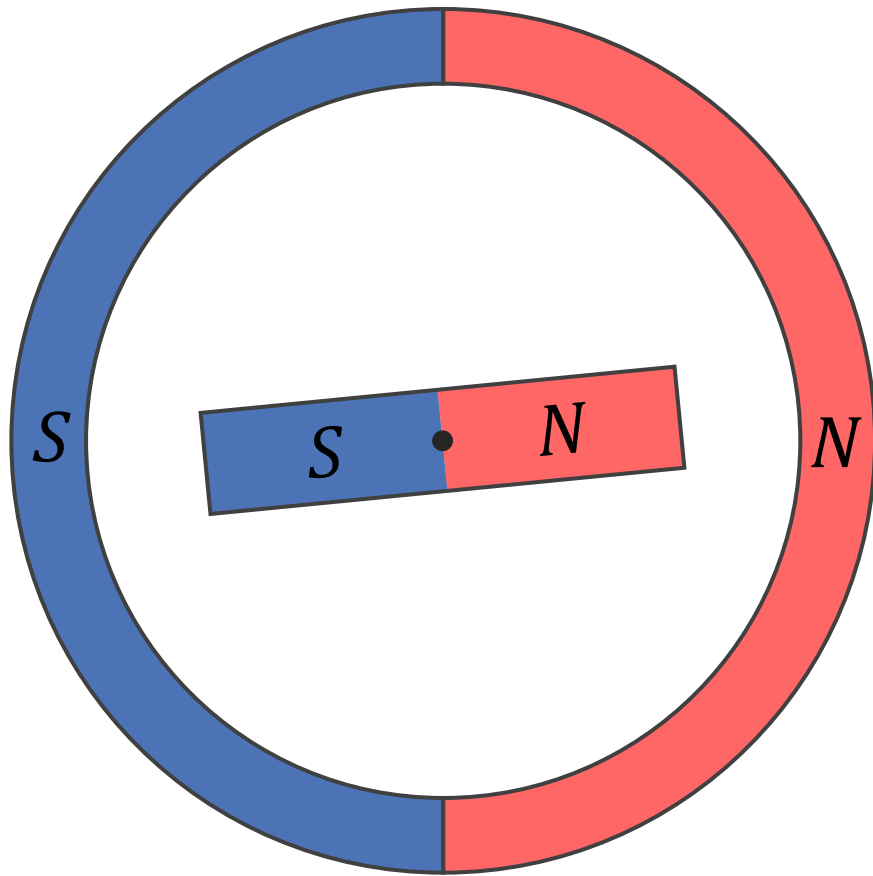
Идея магнитного двигателя



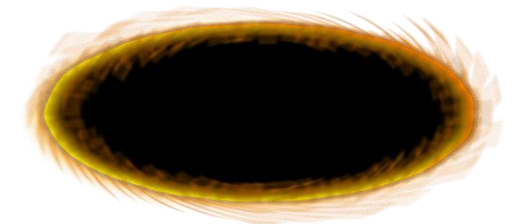
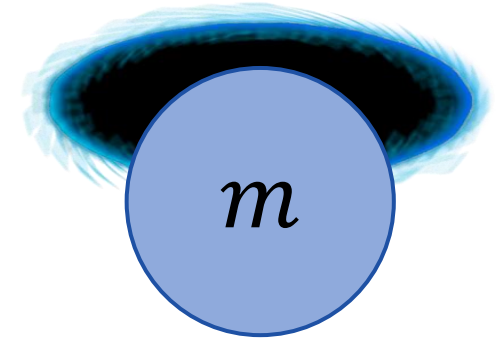
Идея магнитного двигателя



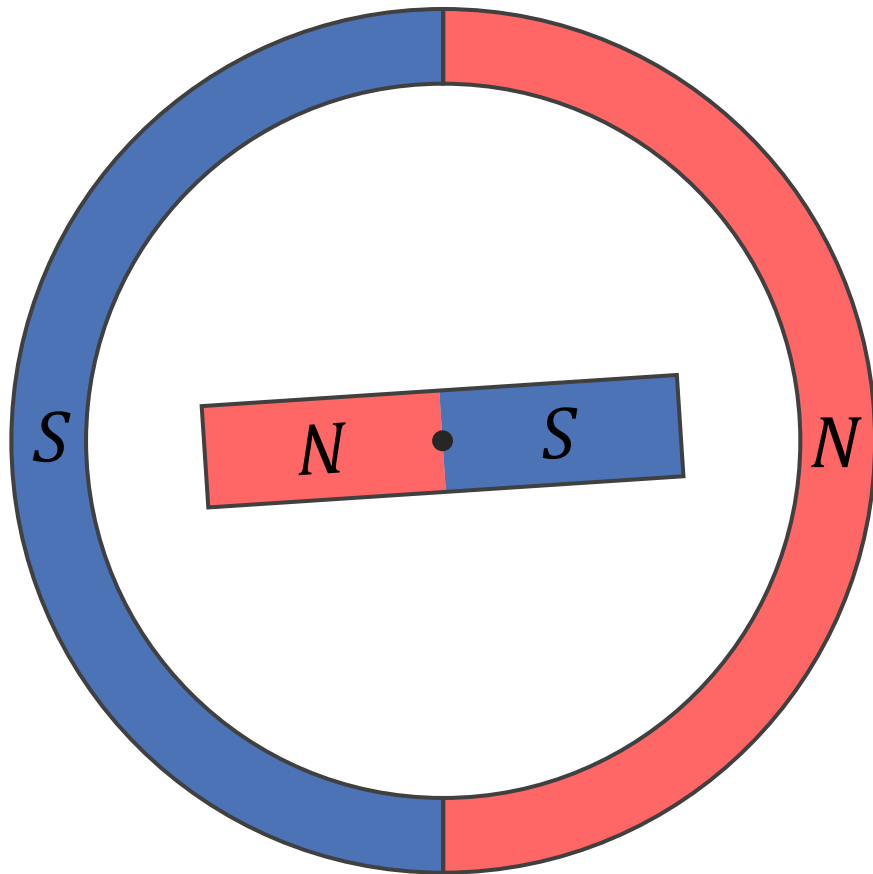
Идея магнитного двигателя



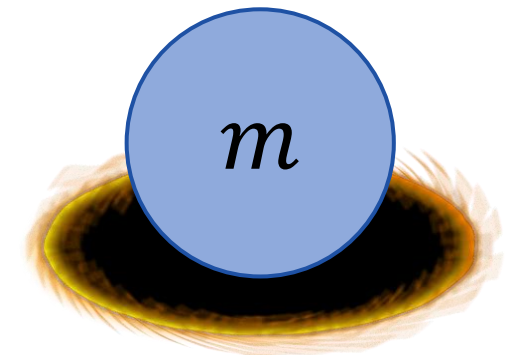
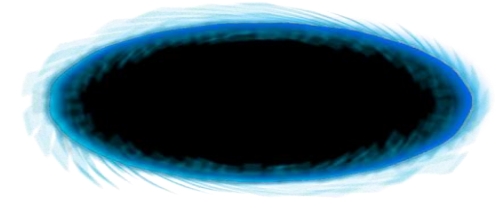
Движение...



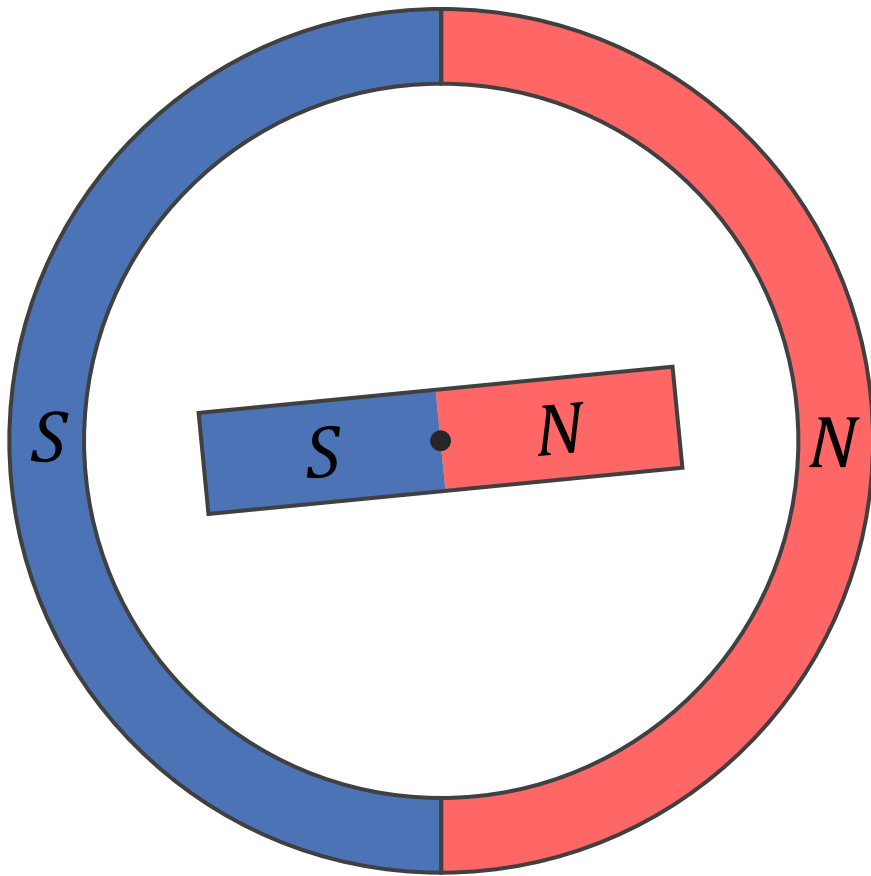
Идея магнитного двигателя



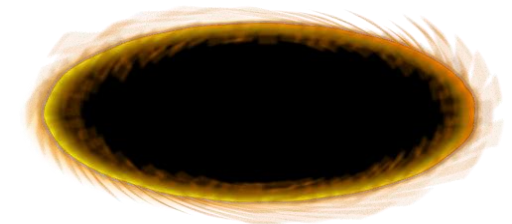
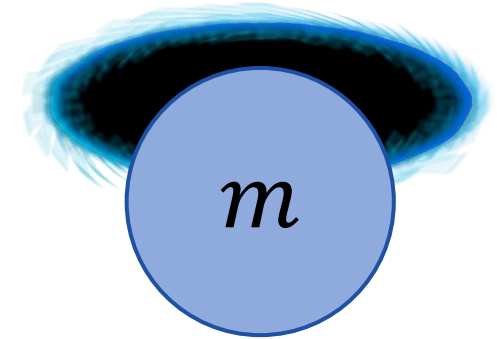
Движение...



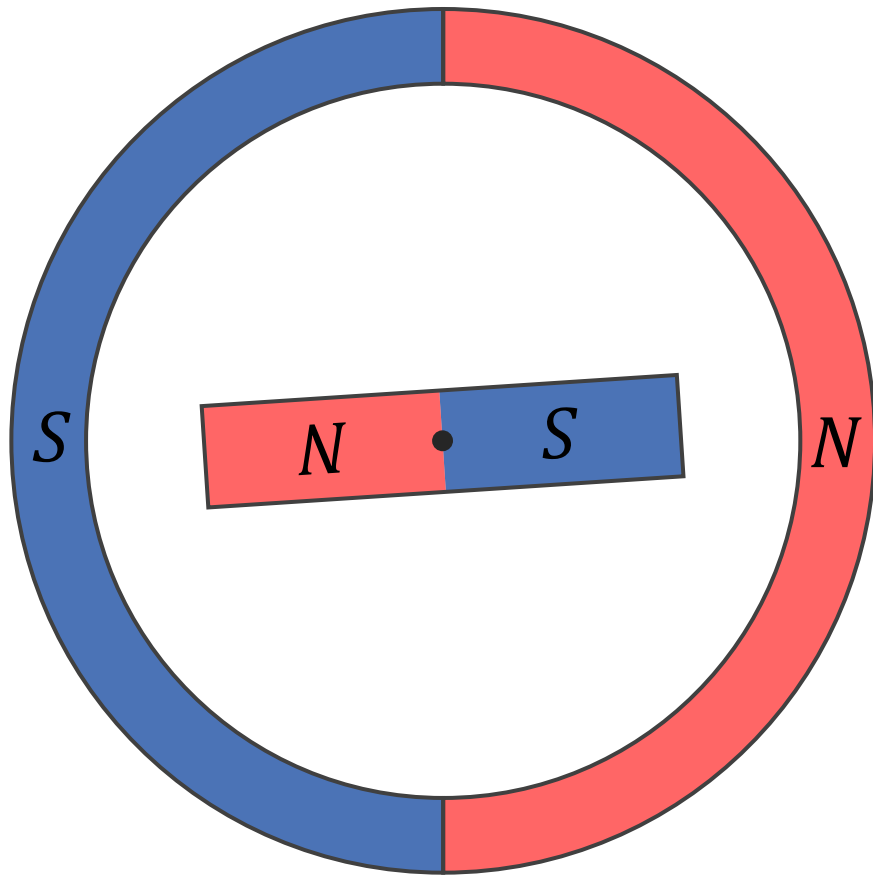
Идея магнитного двигателя



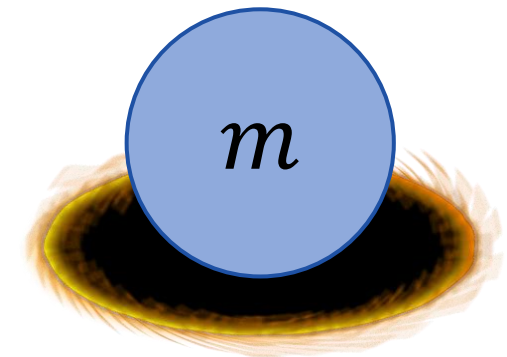
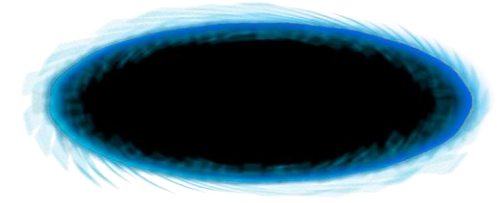
Движение...
Продолжается!



Идея магнитного двигателя



Движение...
Продолжается!

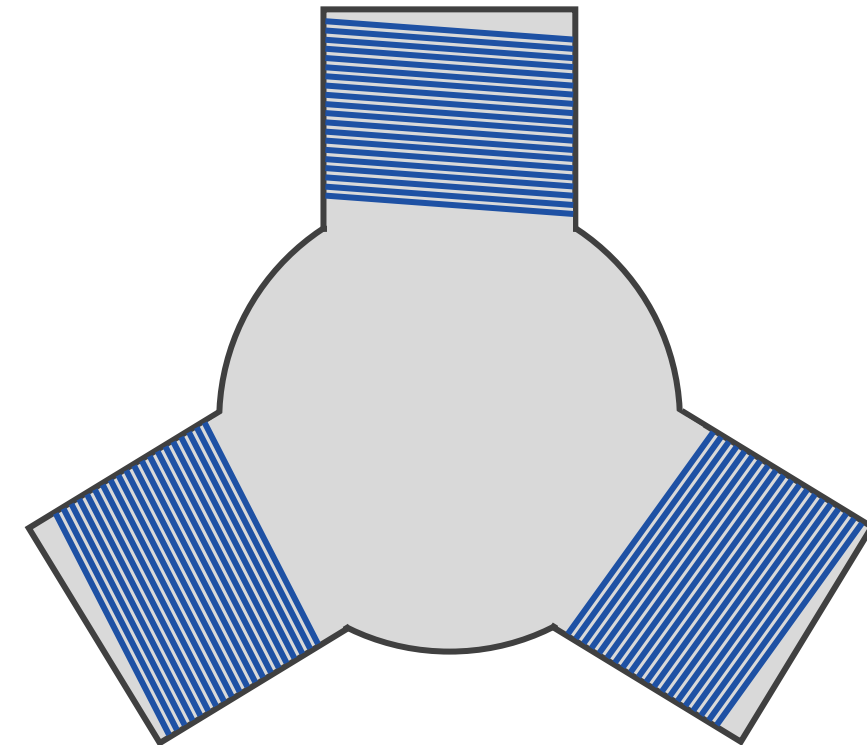
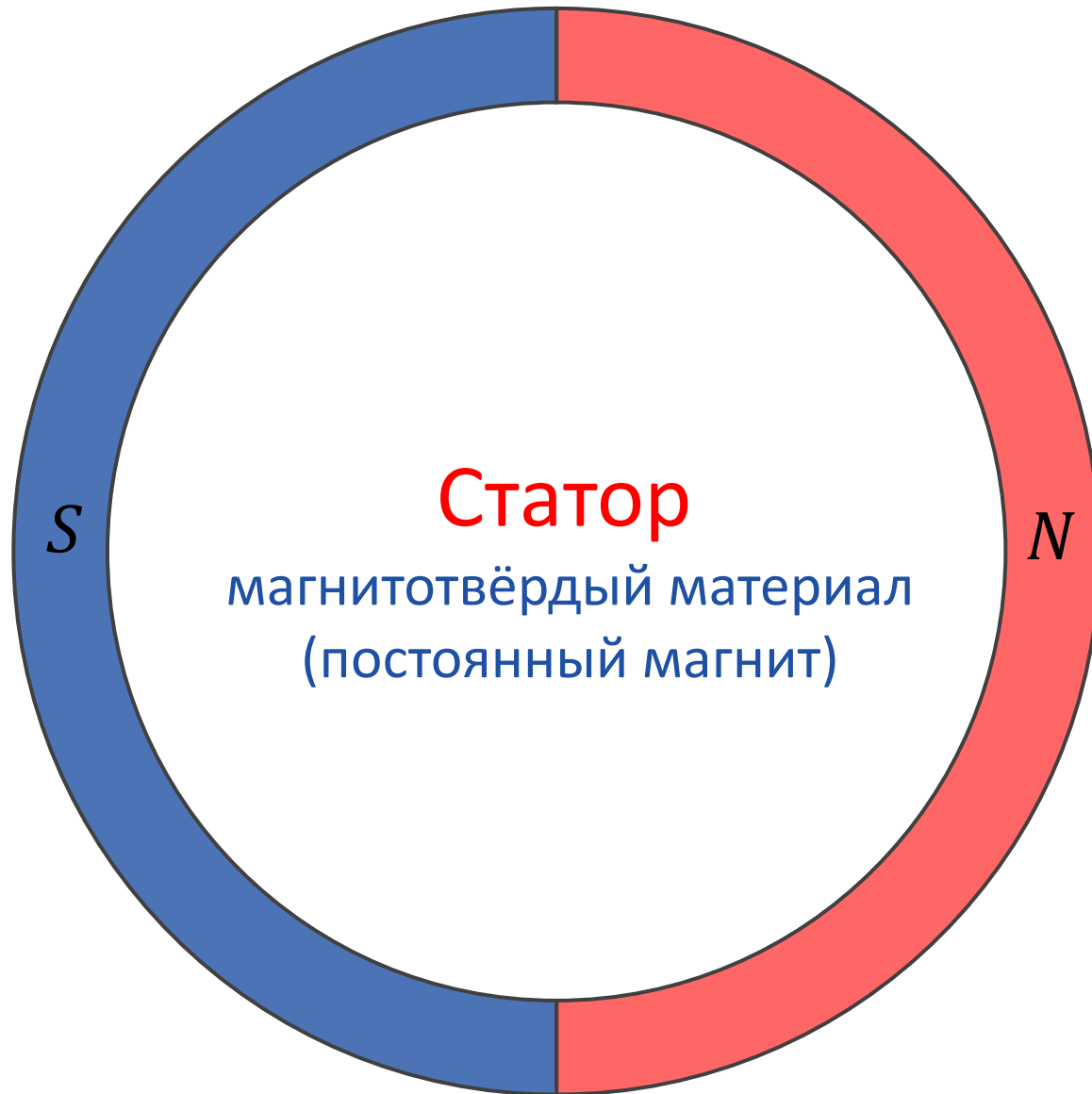


Принцип работы двигателя постоянного тока

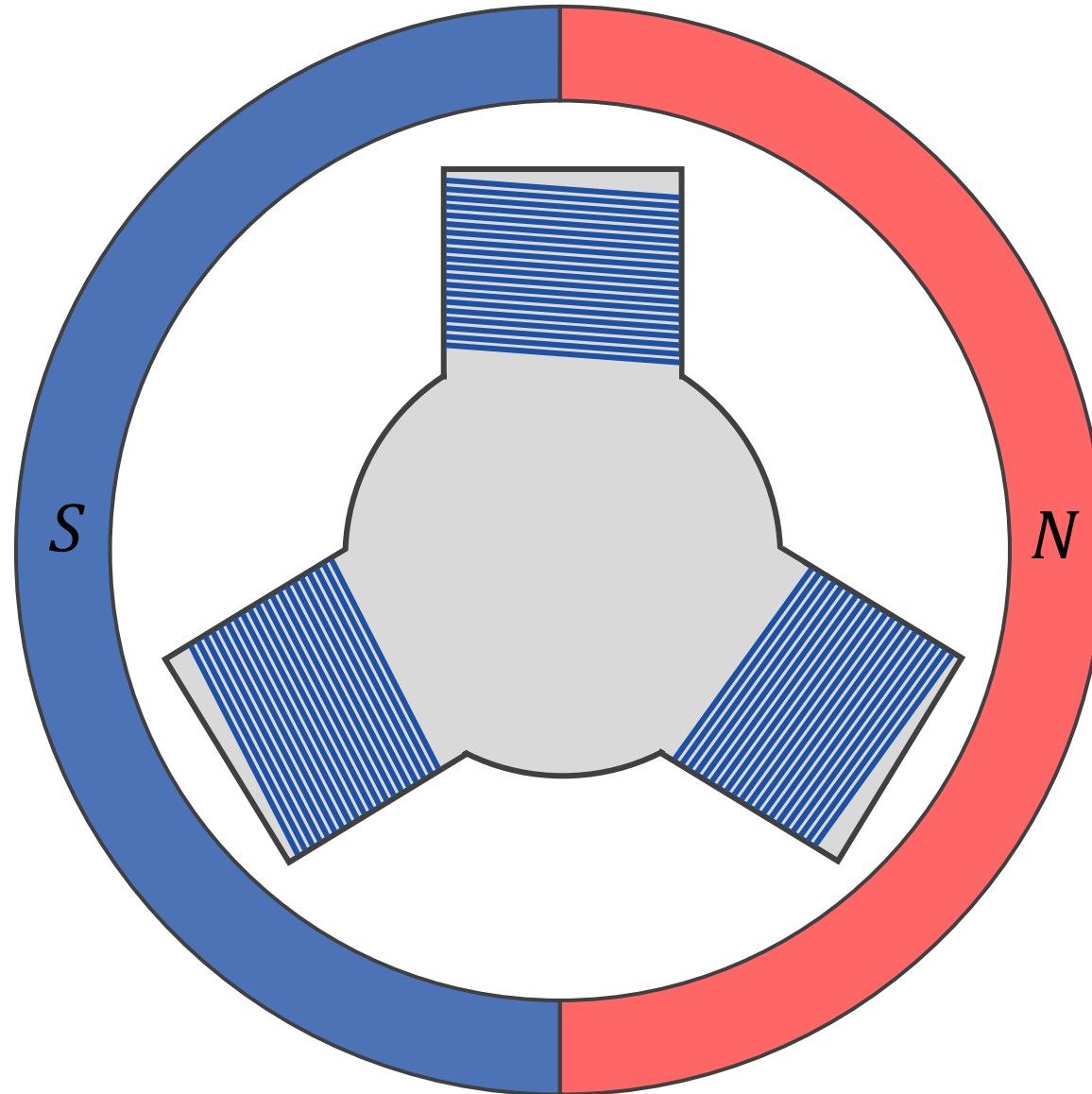
Принцип работы двигателя постоянного тока



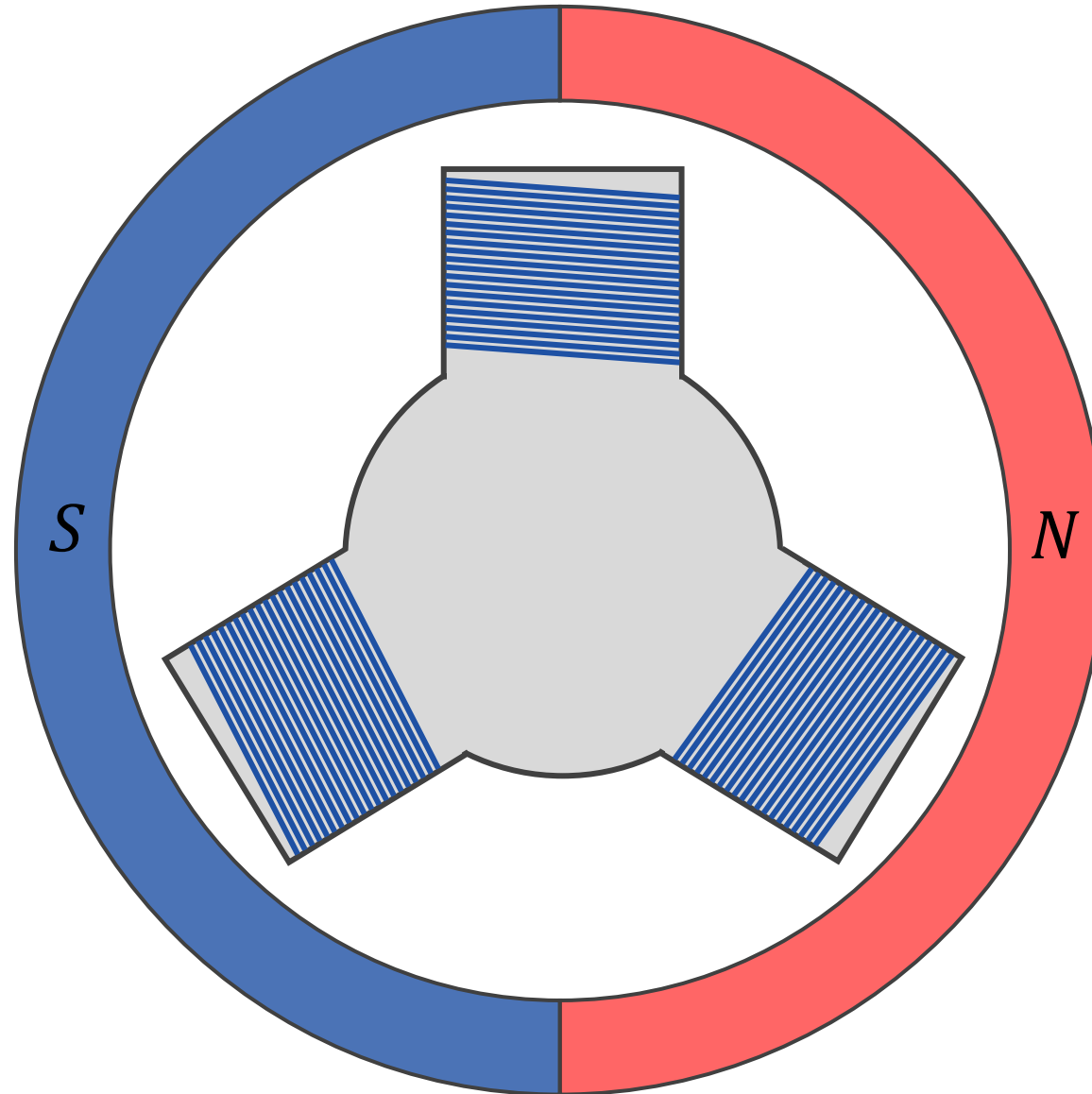
Принцип работы двигателя постоянного тока



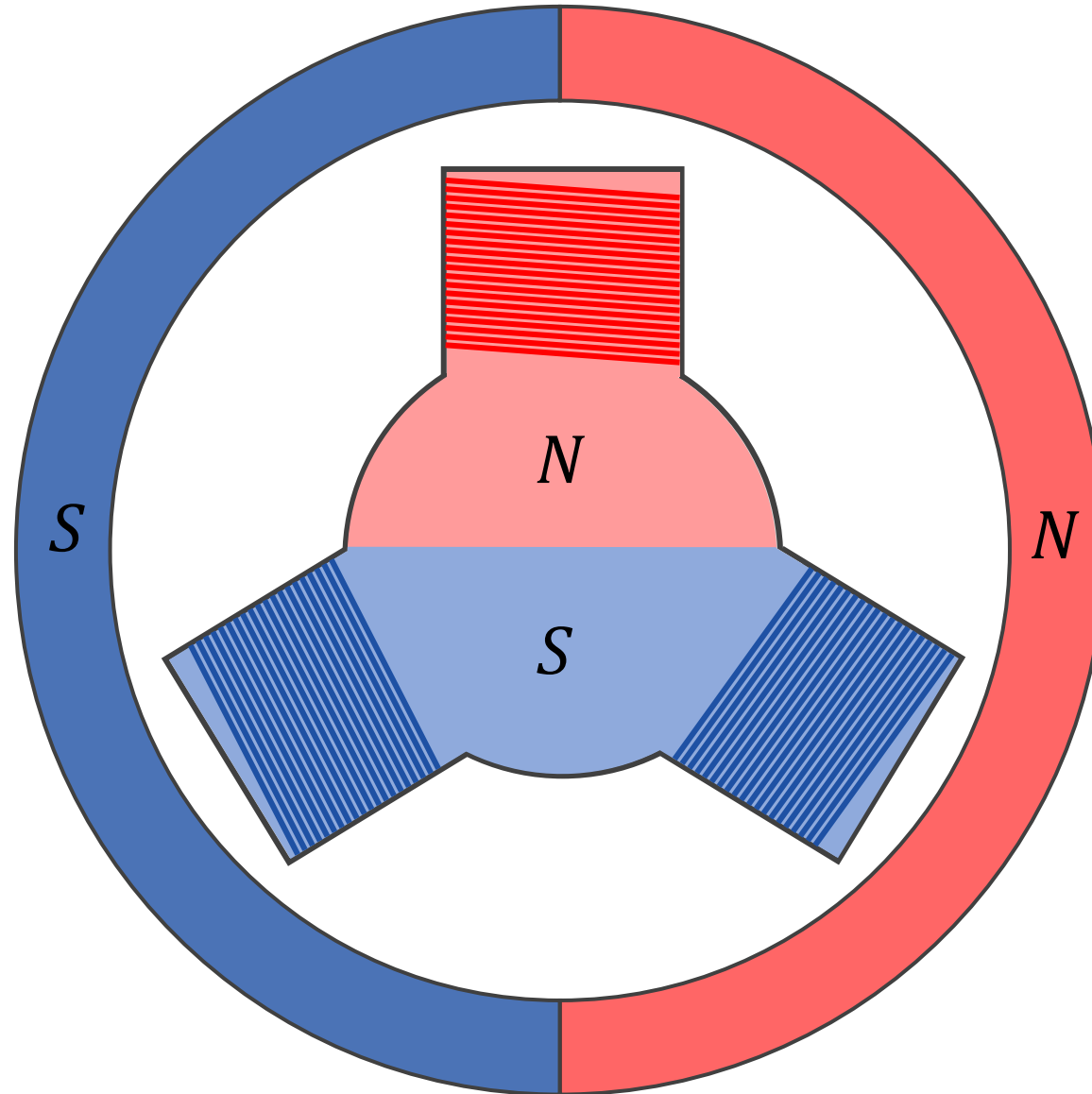
Принцип работы двигателя постоянного тока



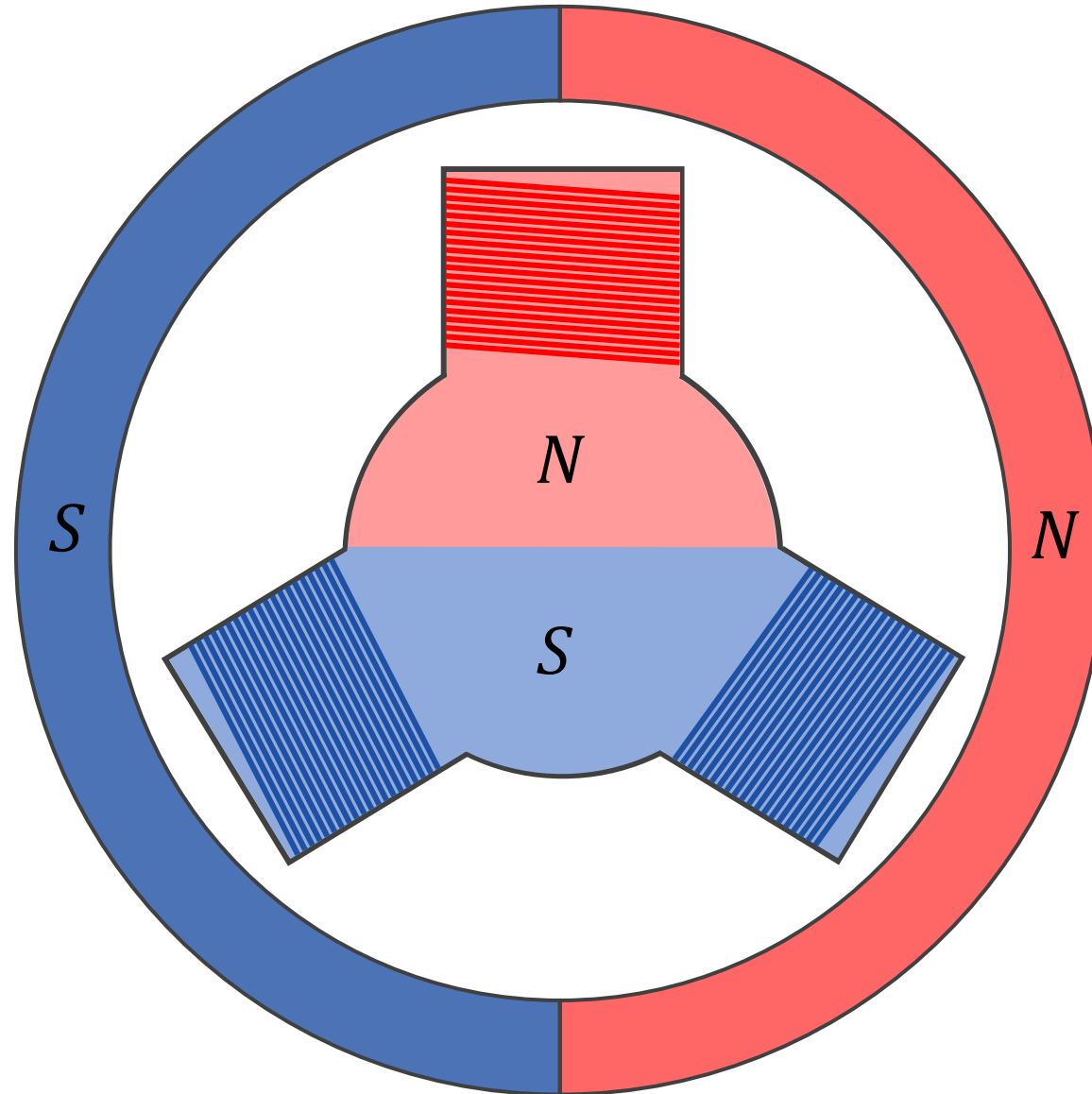
Принцип работы двигателя постоянного тока



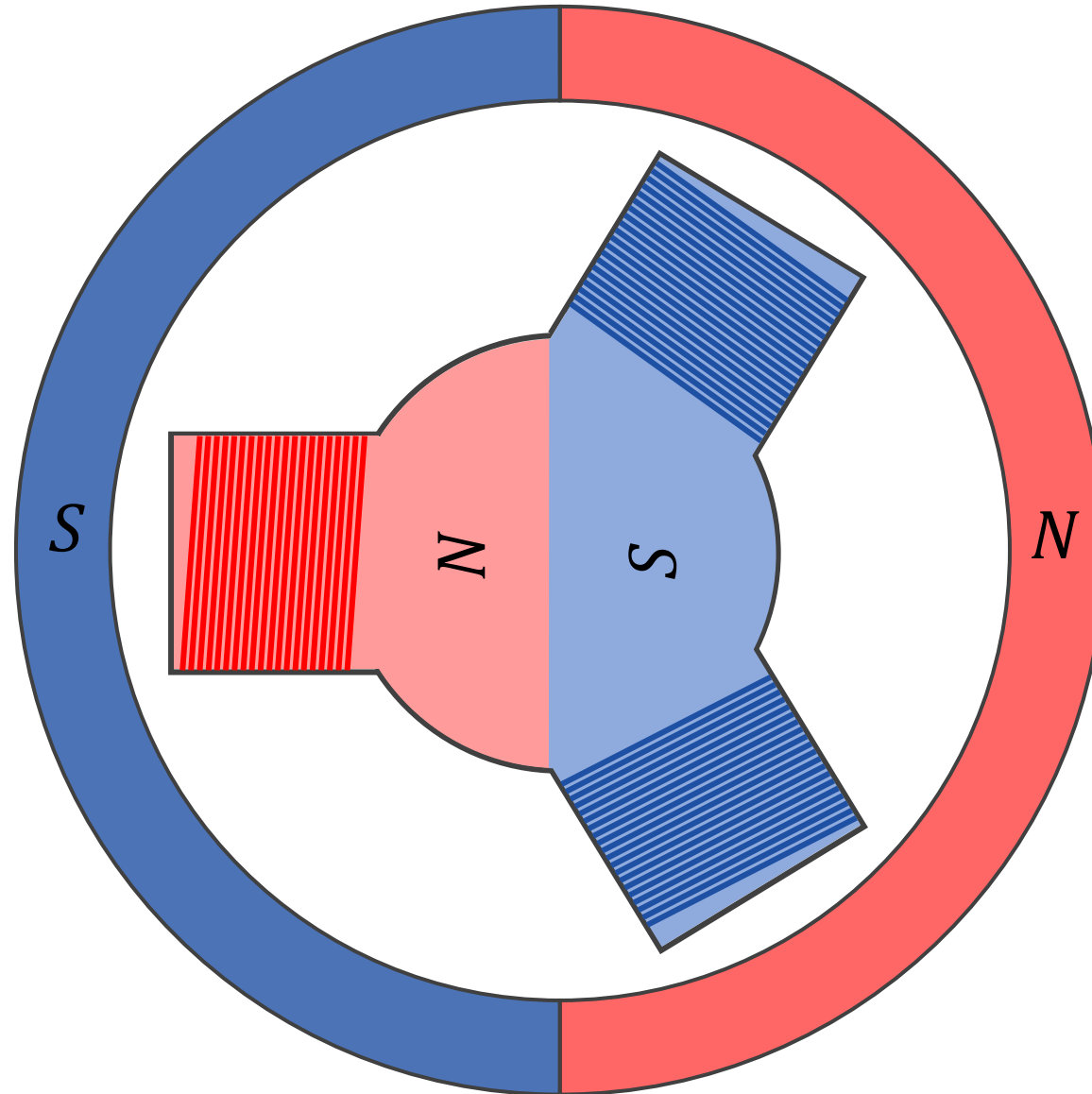
Принцип работы двигателя постоянного тока



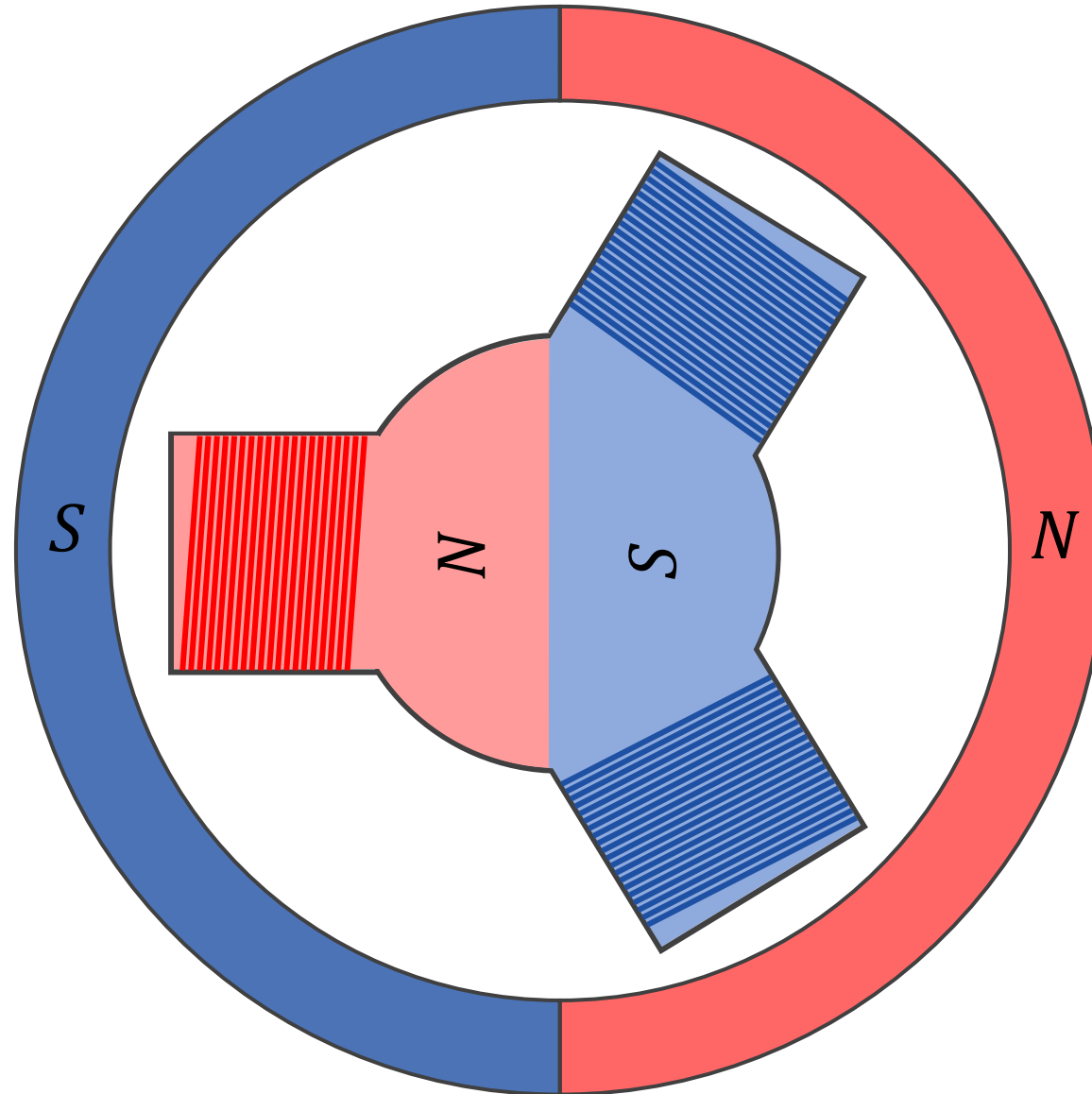
Принцип работы двигателя постоянного тока



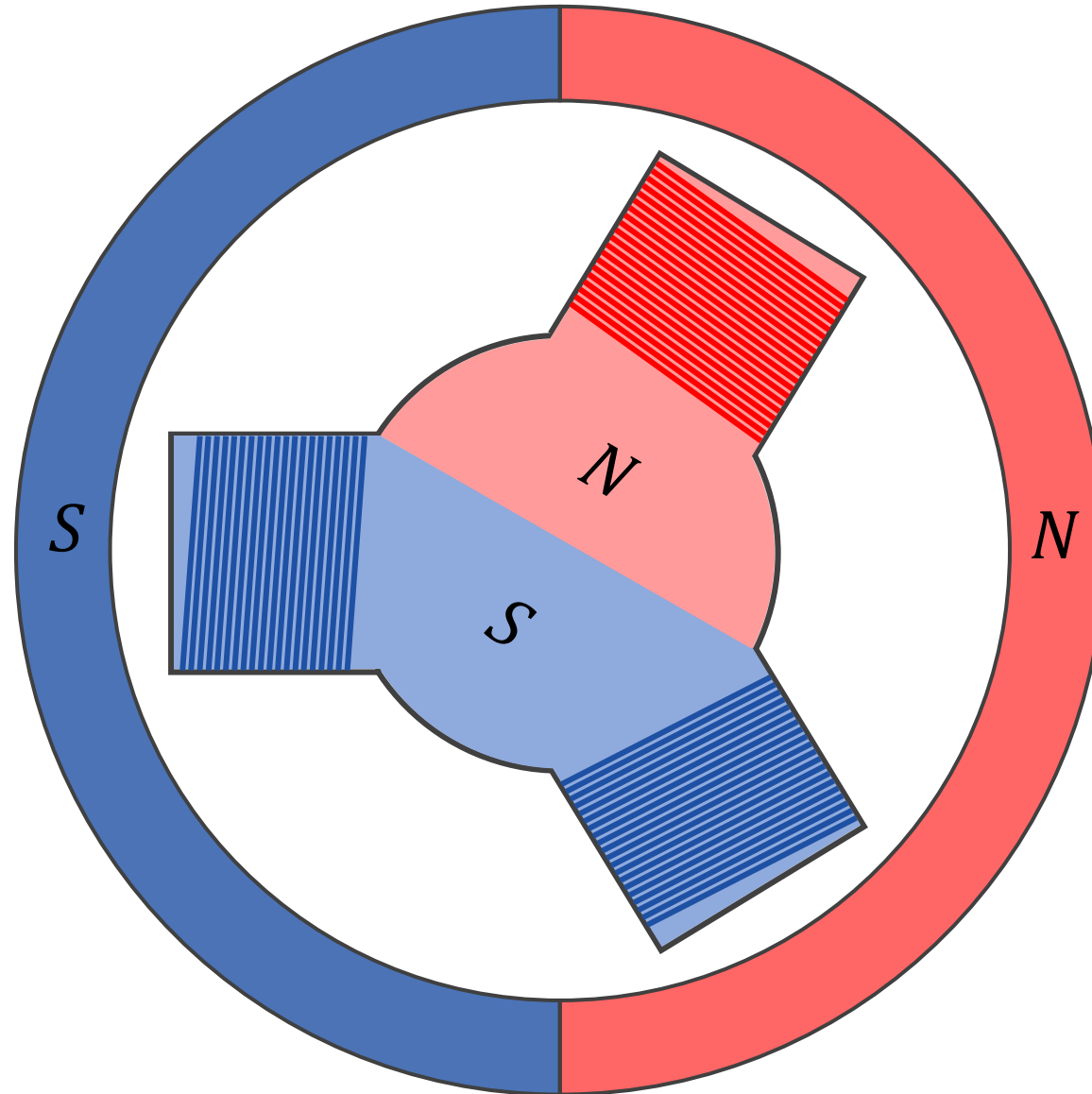
Принцип работы двигателя постоянного тока



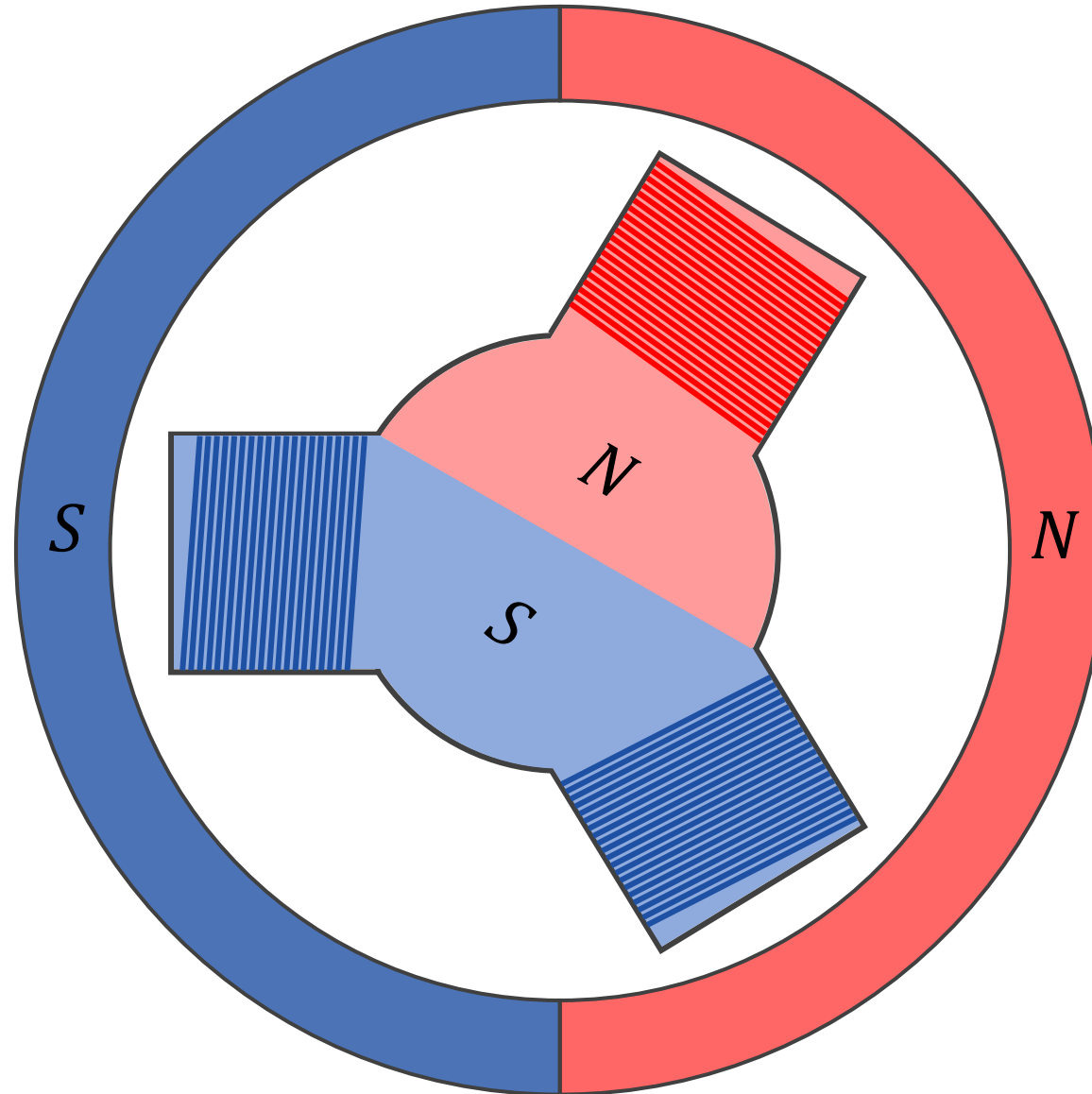
Принцип работы двигателя постоянного тока



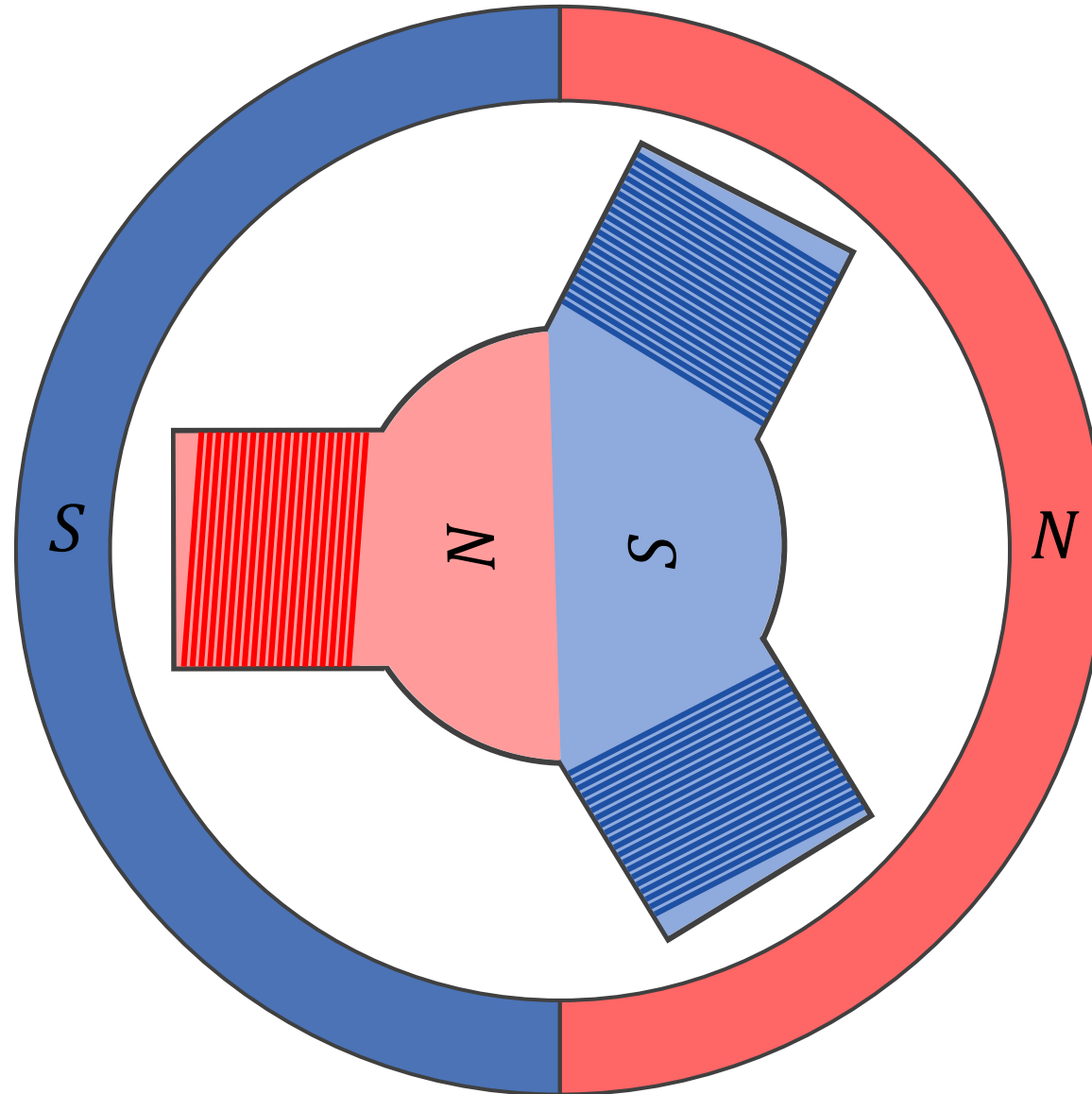
Принцип работы двигателя постоянного тока



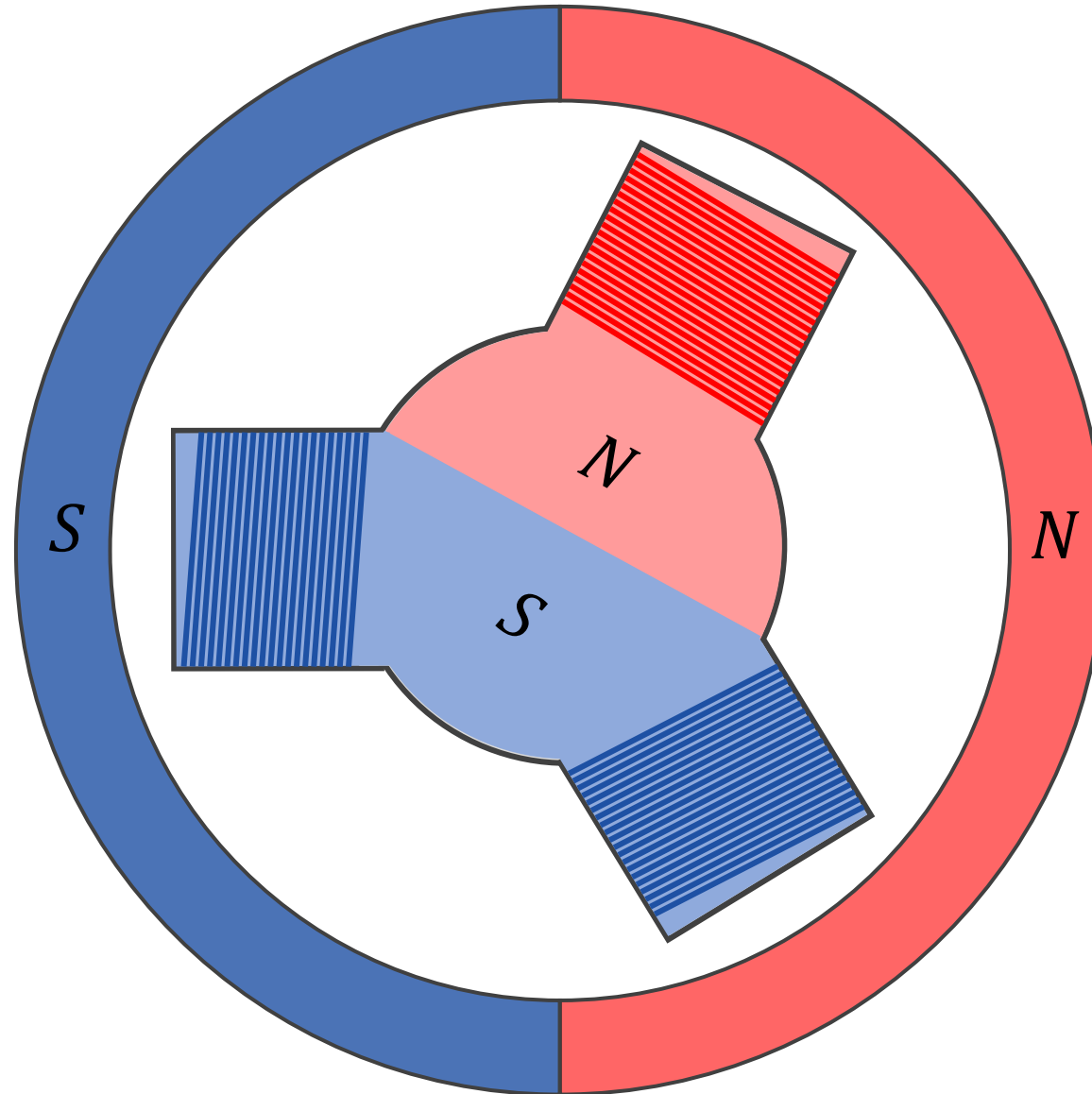
Принцип работы двигателя постоянного тока



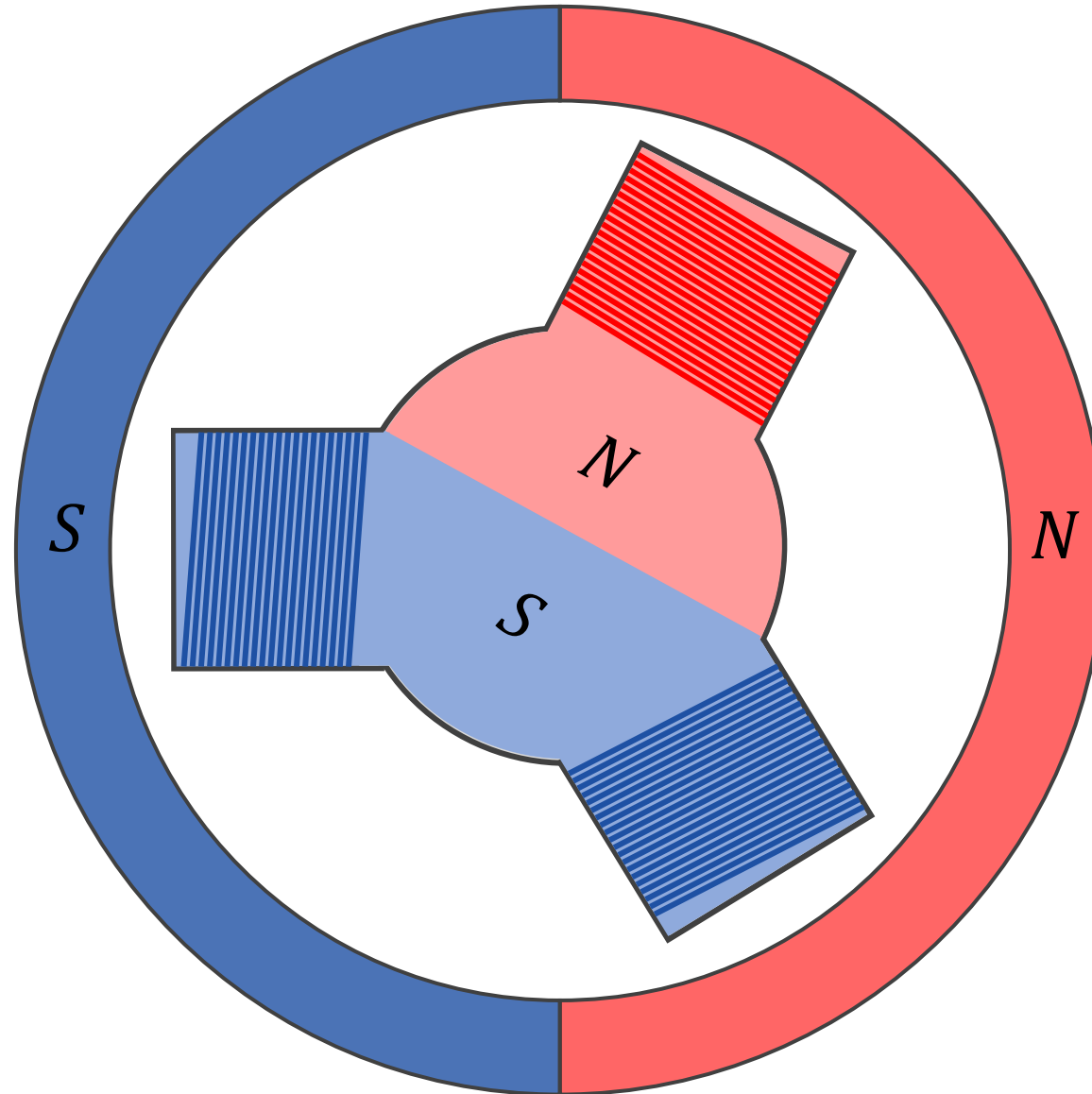
Принцип работы двигателя постоянного тока



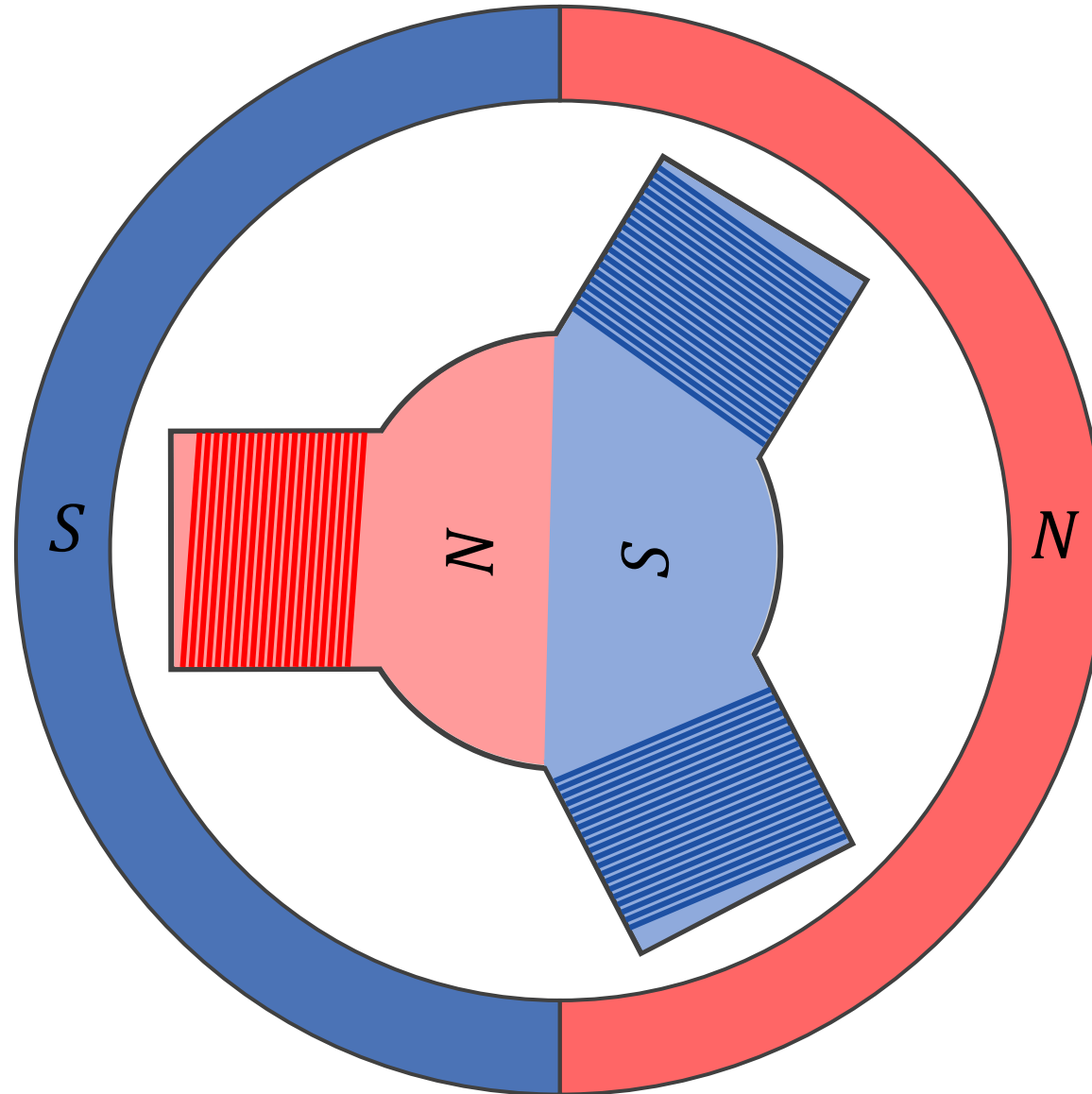
Принцип работы двигателя постоянного тока



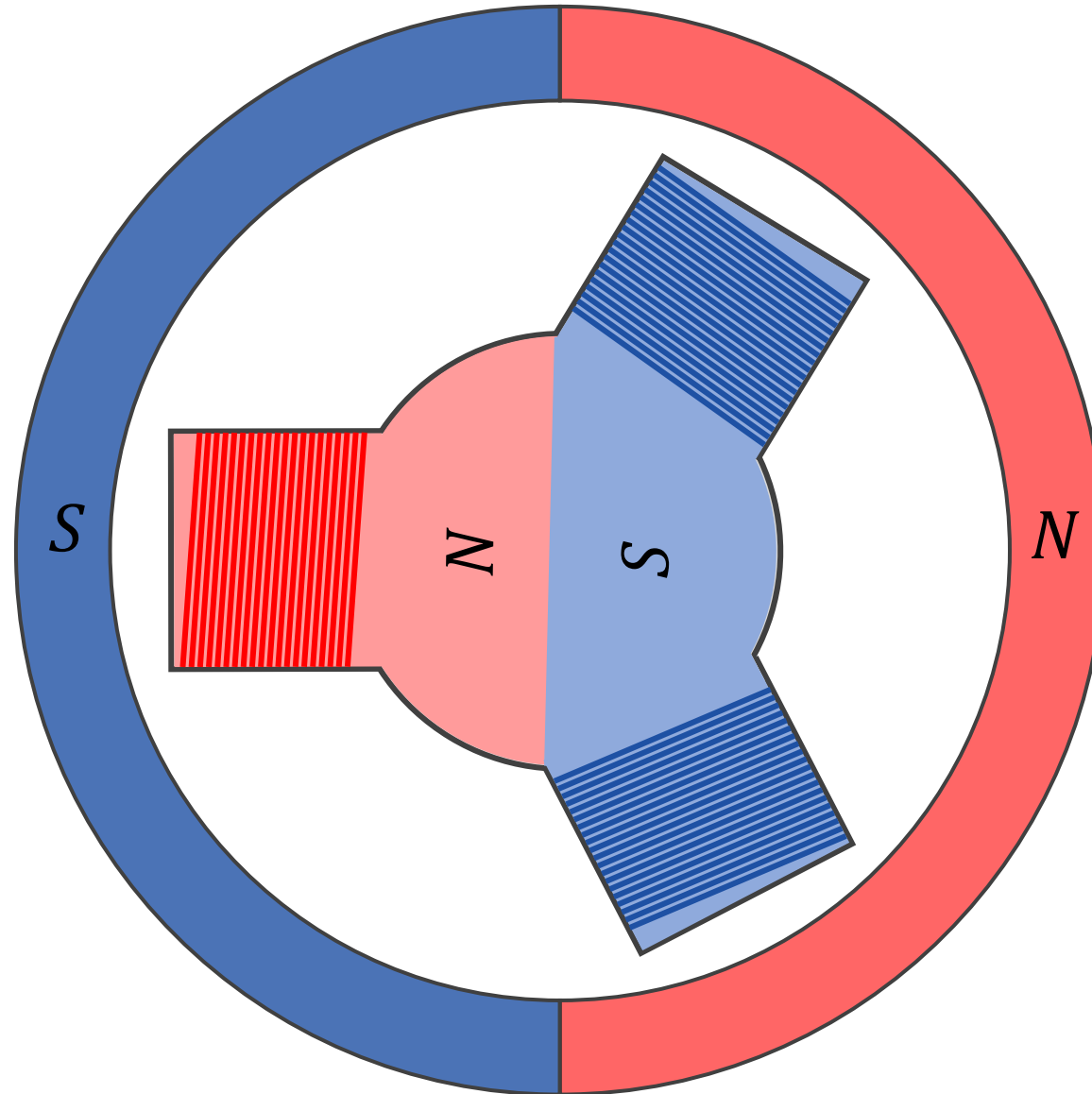
Принцип работы двигателя постоянного тока



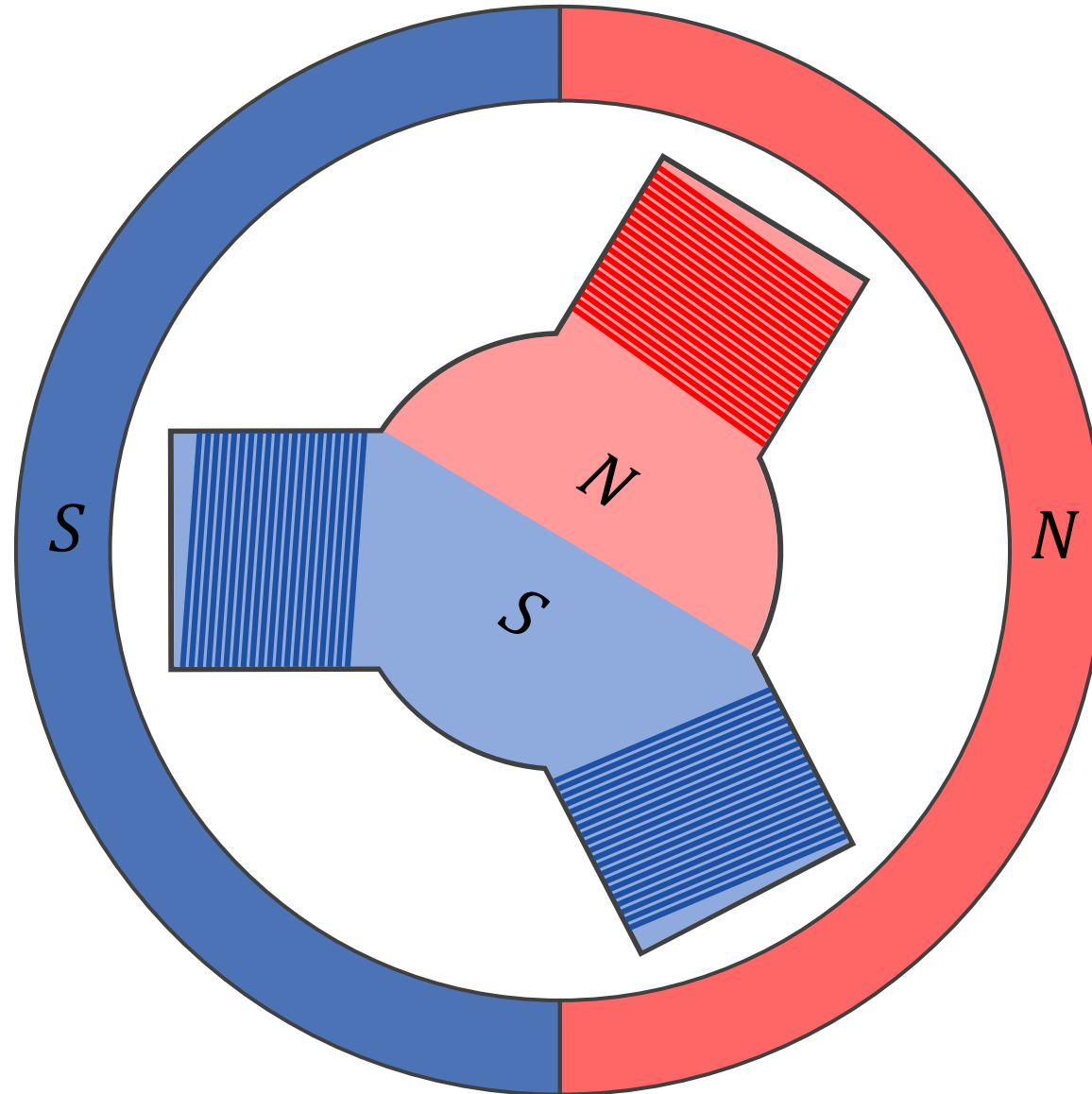
Принцип работы двигателя постоянного тока



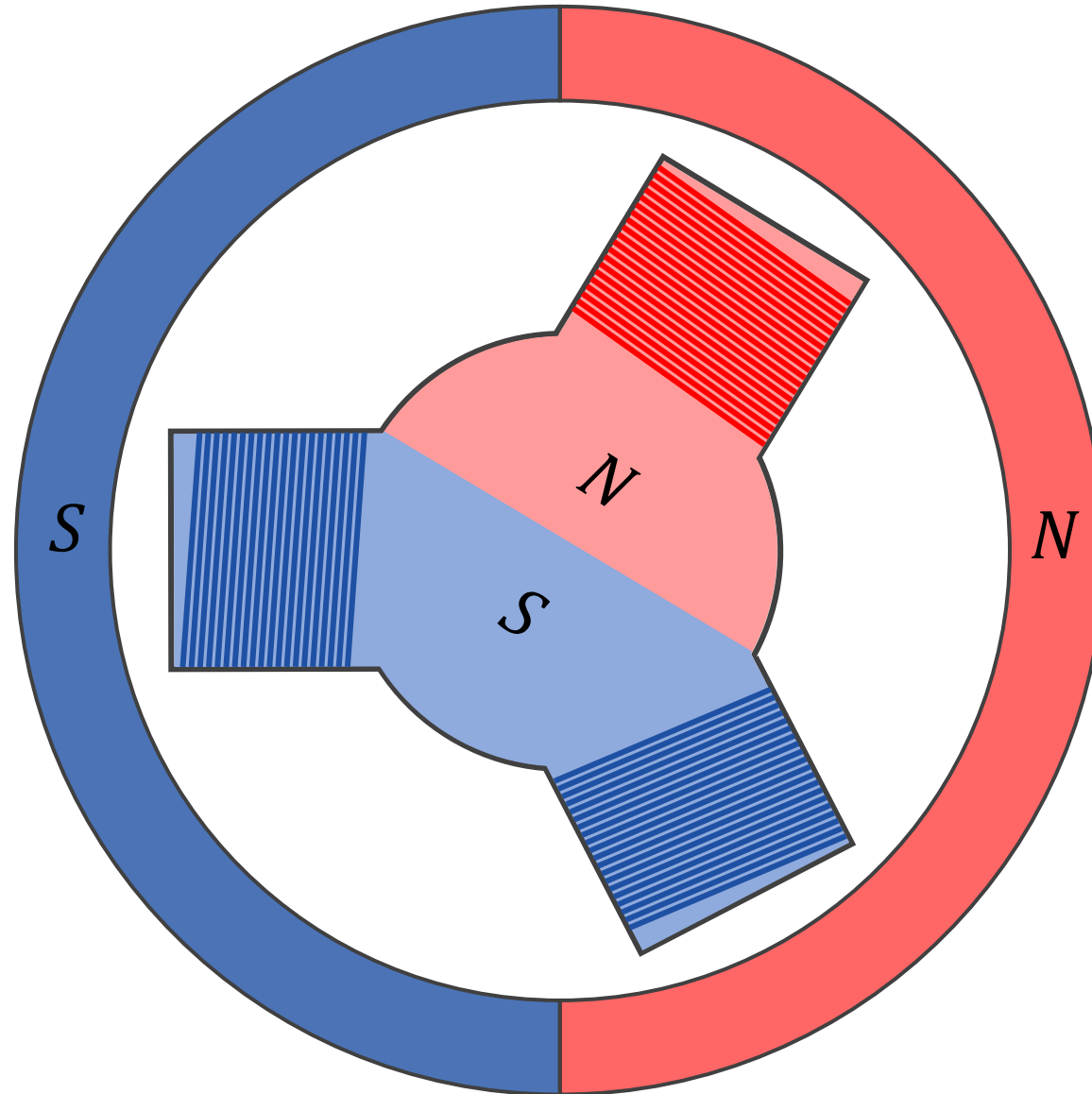
Принцип работы двигателя постоянного тока



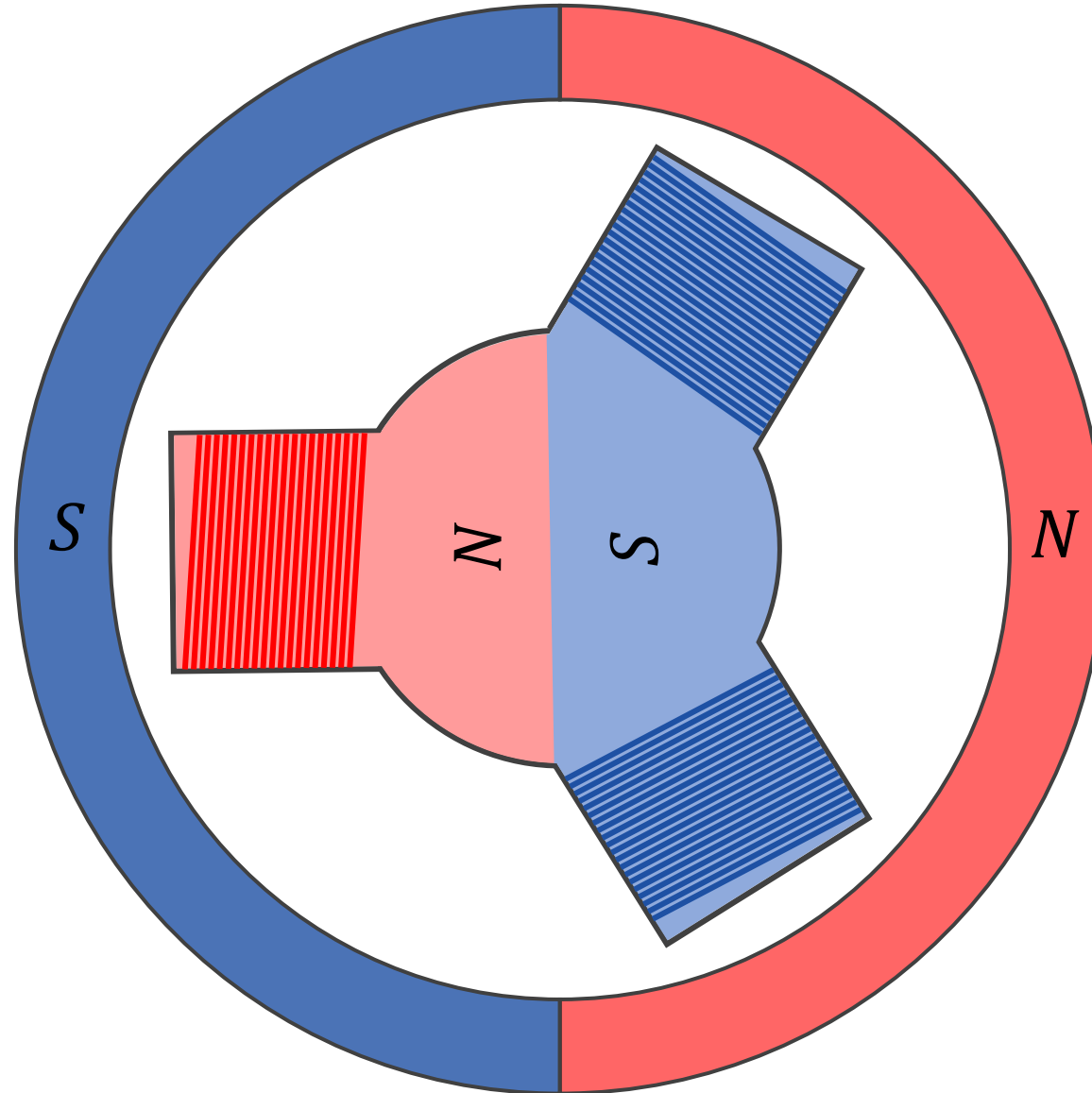
Принцип работы двигателя постоянного тока



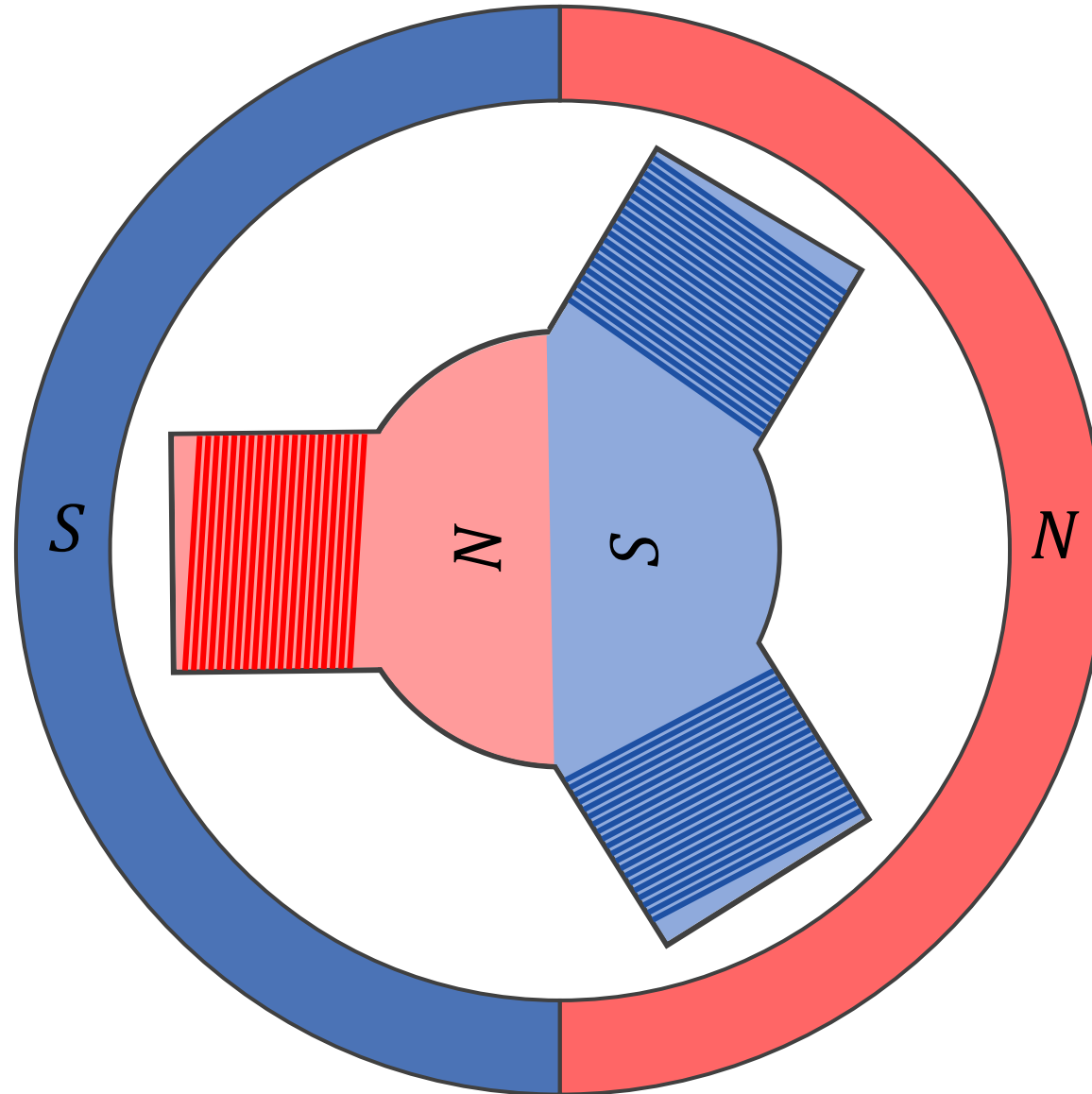
Принцип работы двигателя постоянного тока



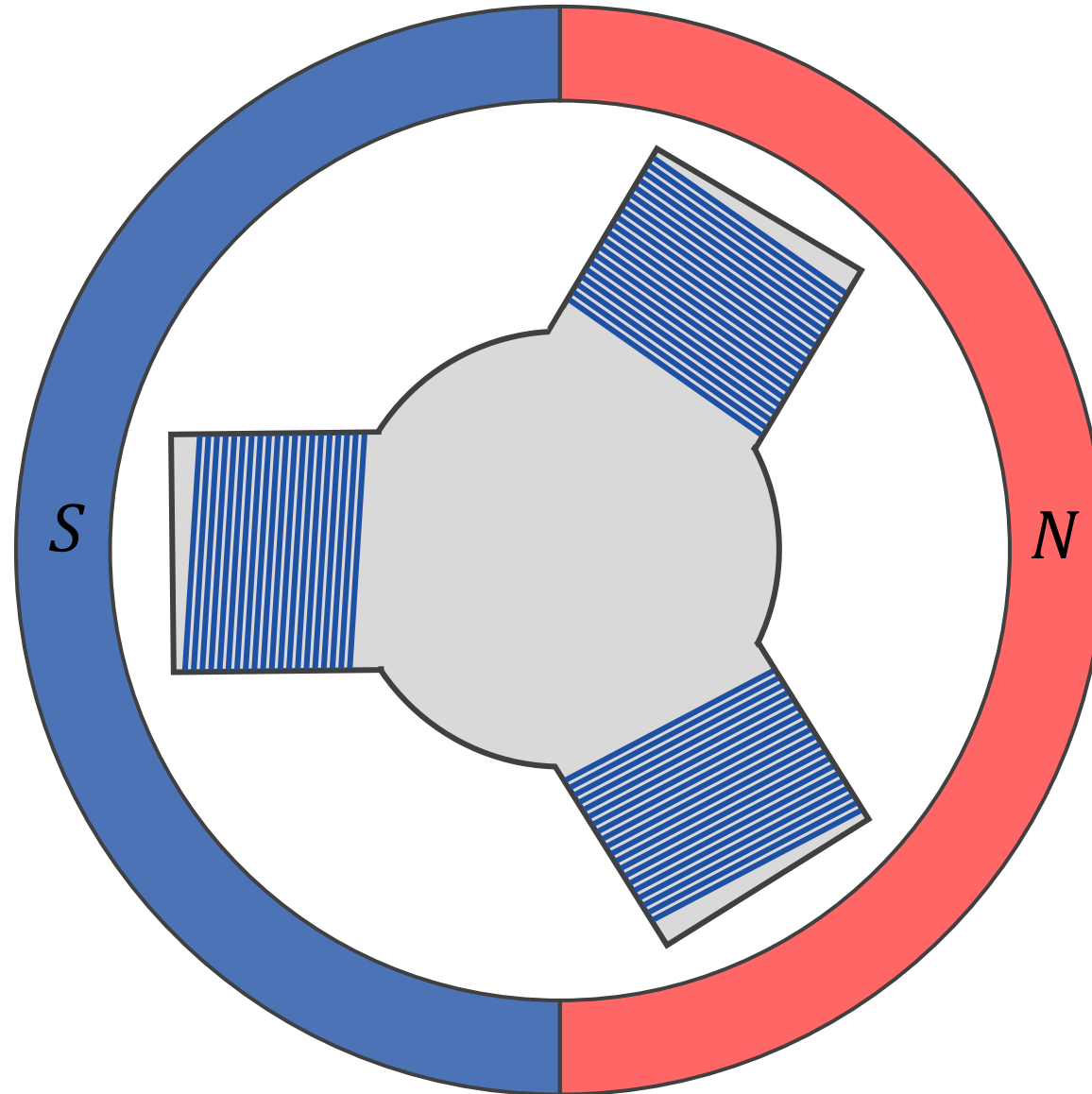
Принцип работы двигателя постоянного тока



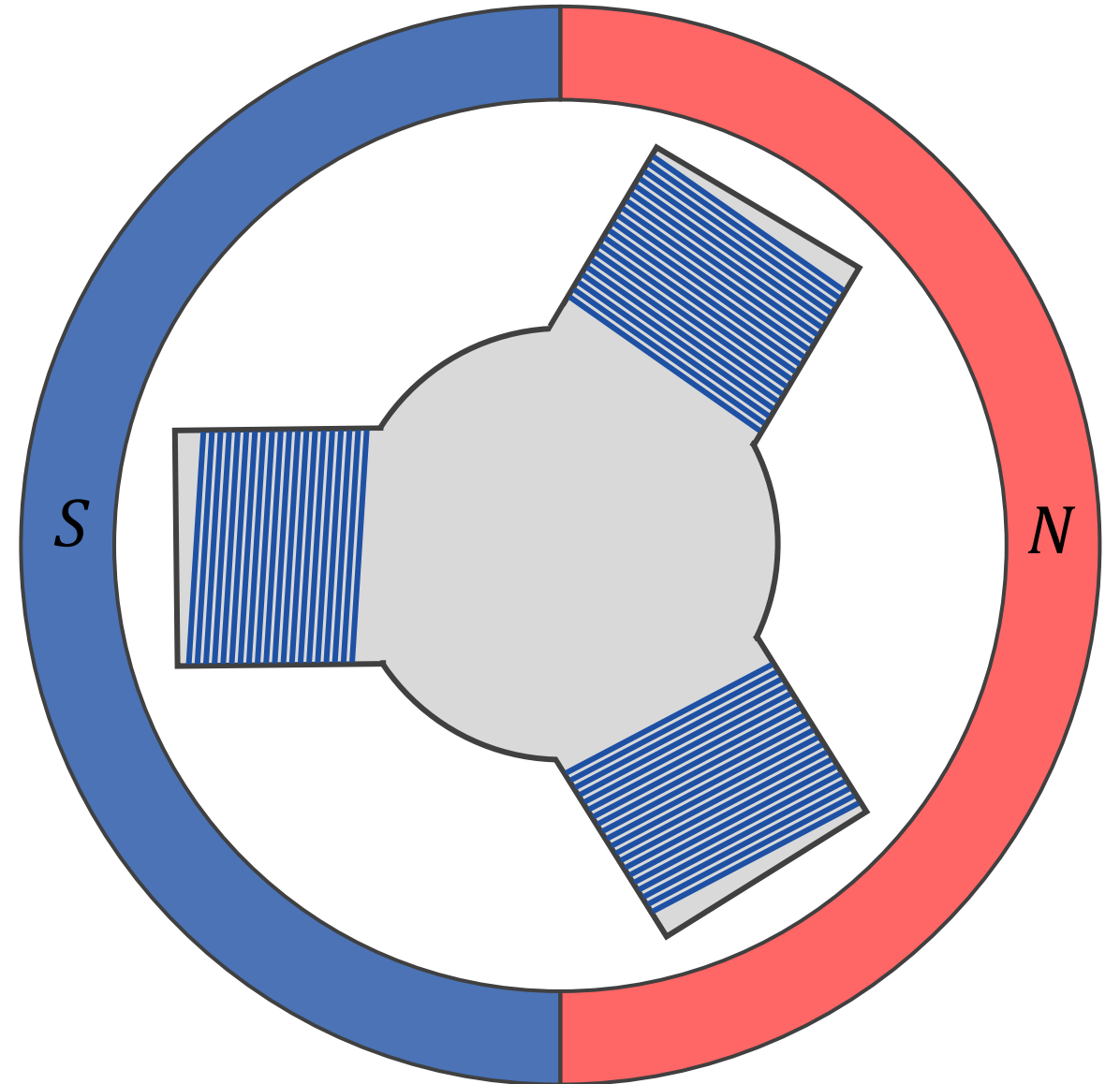
Принцип работы двигателя постоянного тока



Принцип работы двигателя постоянного тока

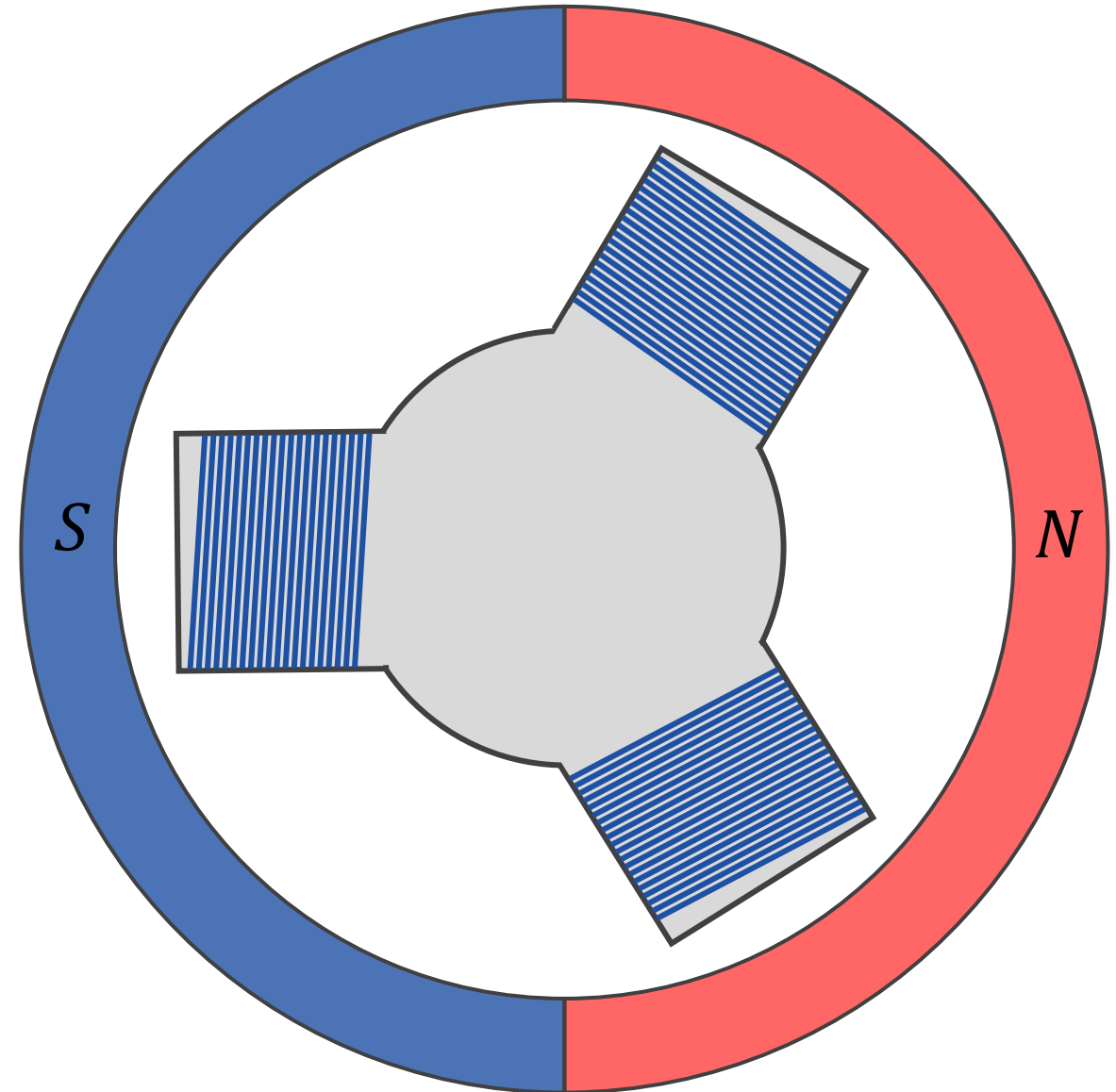


Принцип работы двигателя постоянного тока



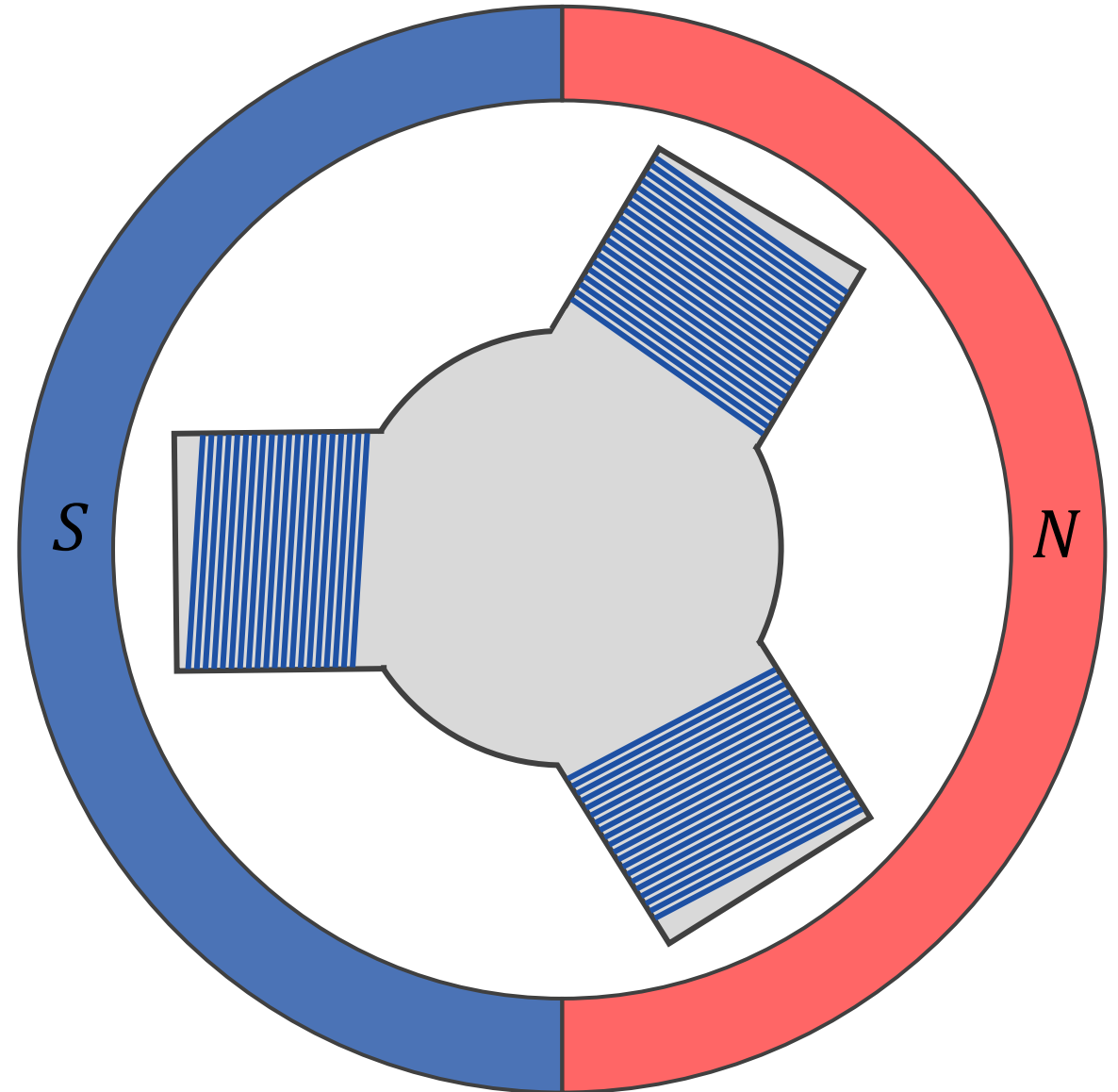
Принцип работы двигателя постоянного тока

Двигатель

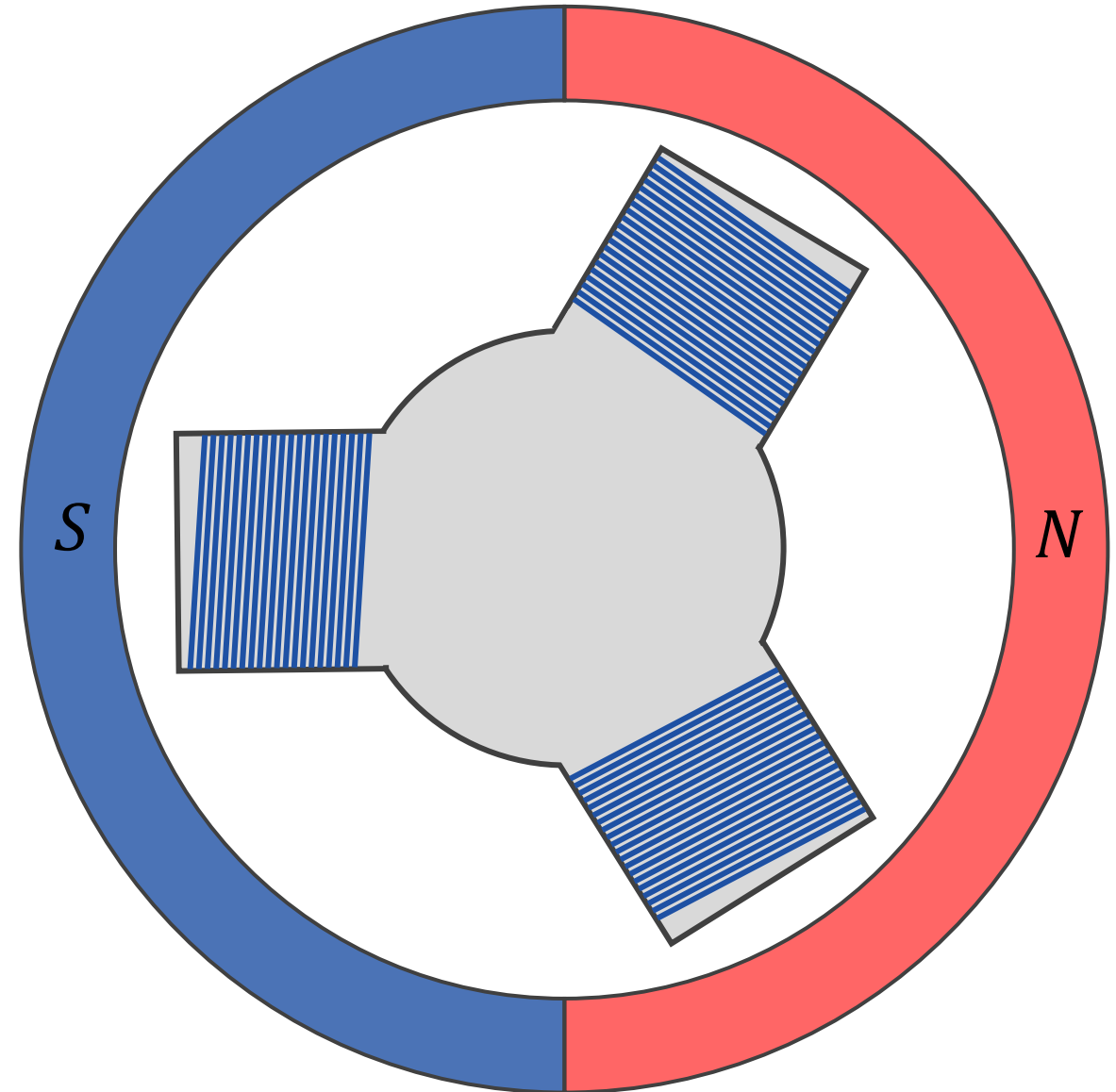


Принцип работы двигателя постоянного тока

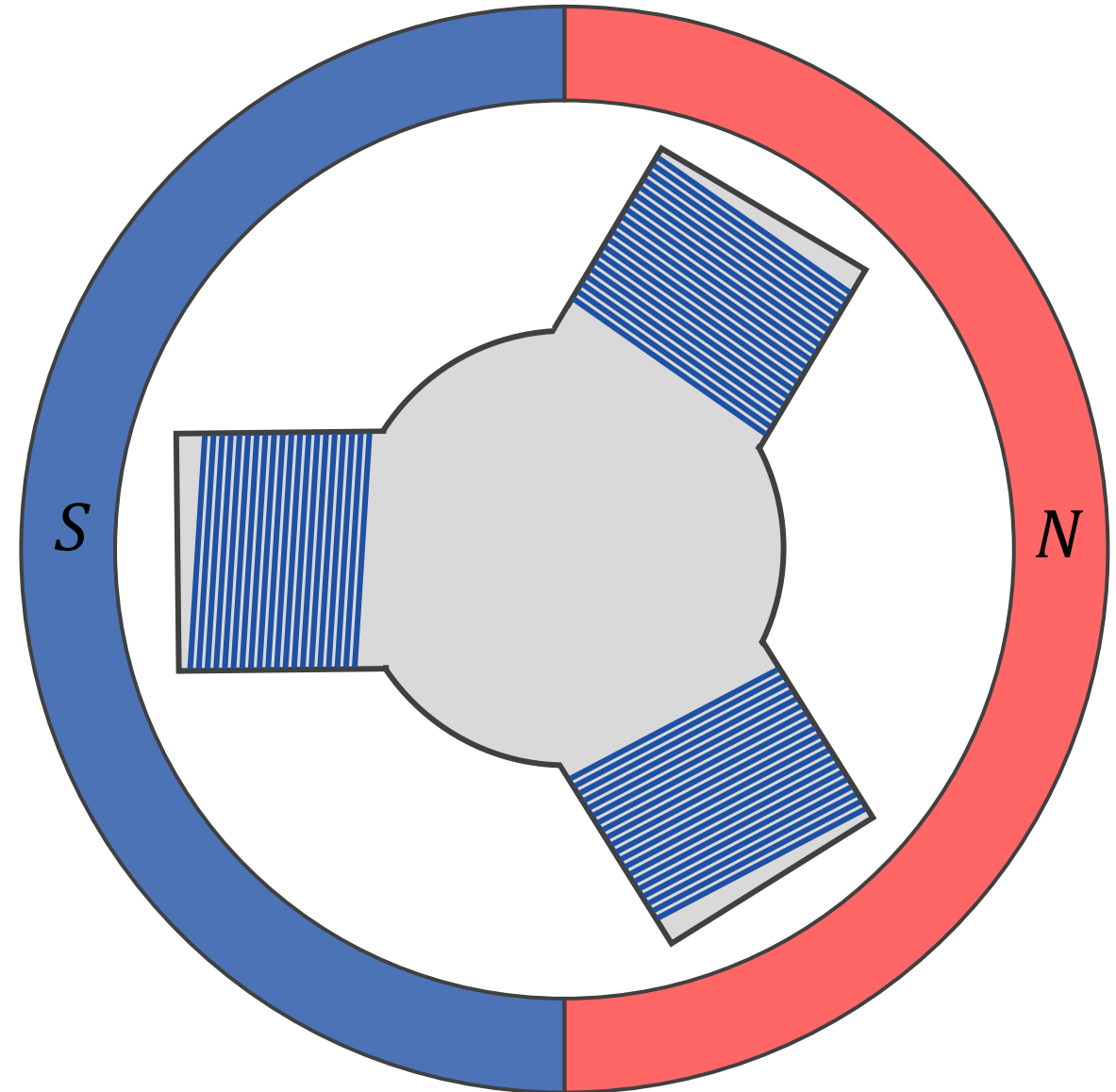
Двигатель Постоянного



Двигатель Постоянного Тока

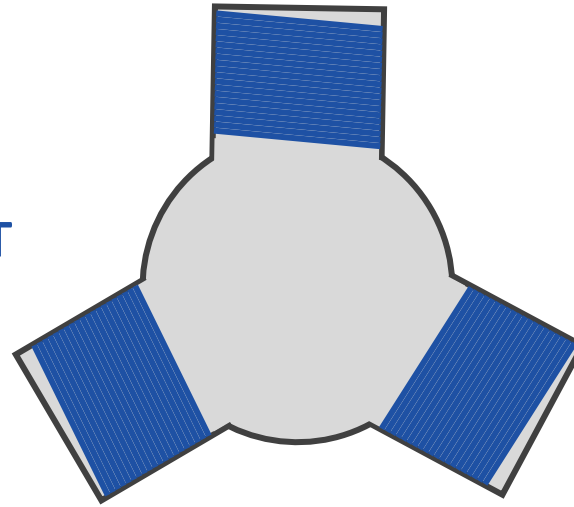


Двигатель Постоянного Тока



Принцип работы двигателя постоянного тока

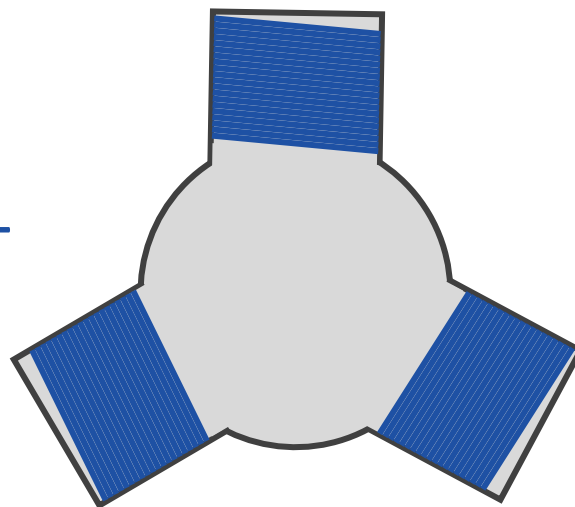
Как выглядит



в реальности?

Принцип работы двигателя постоянного тока

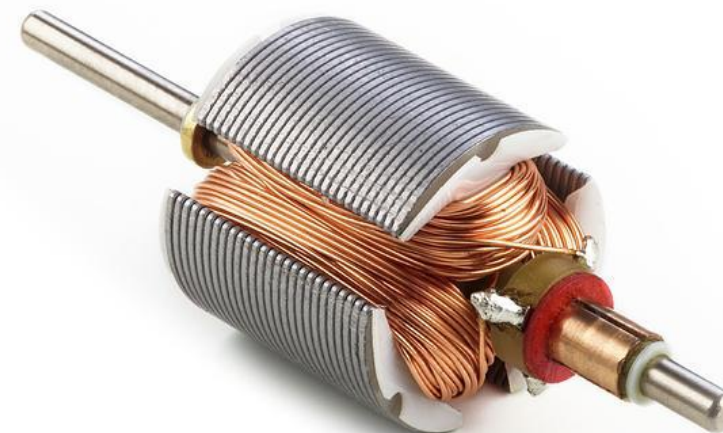
Как выглядит



в реальности?



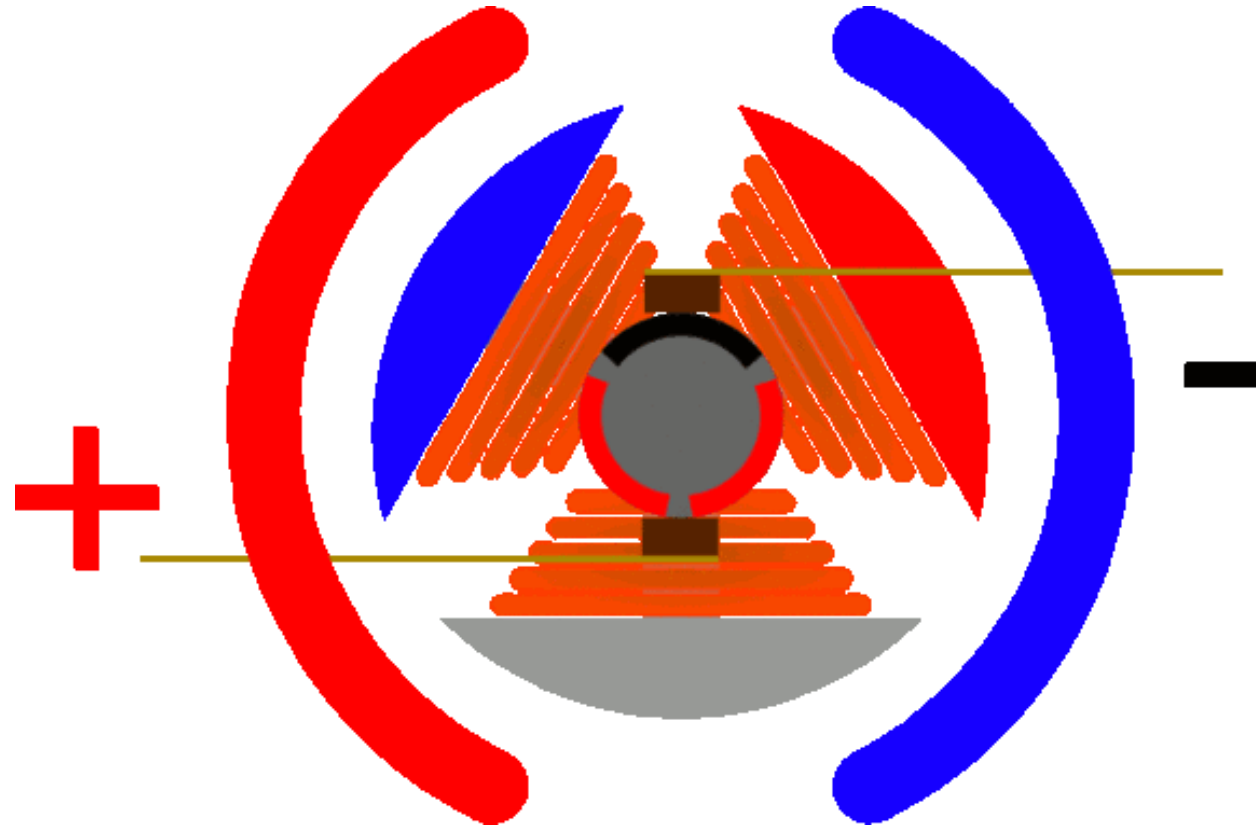
Вот так



За счёт чего переключаются катушки?

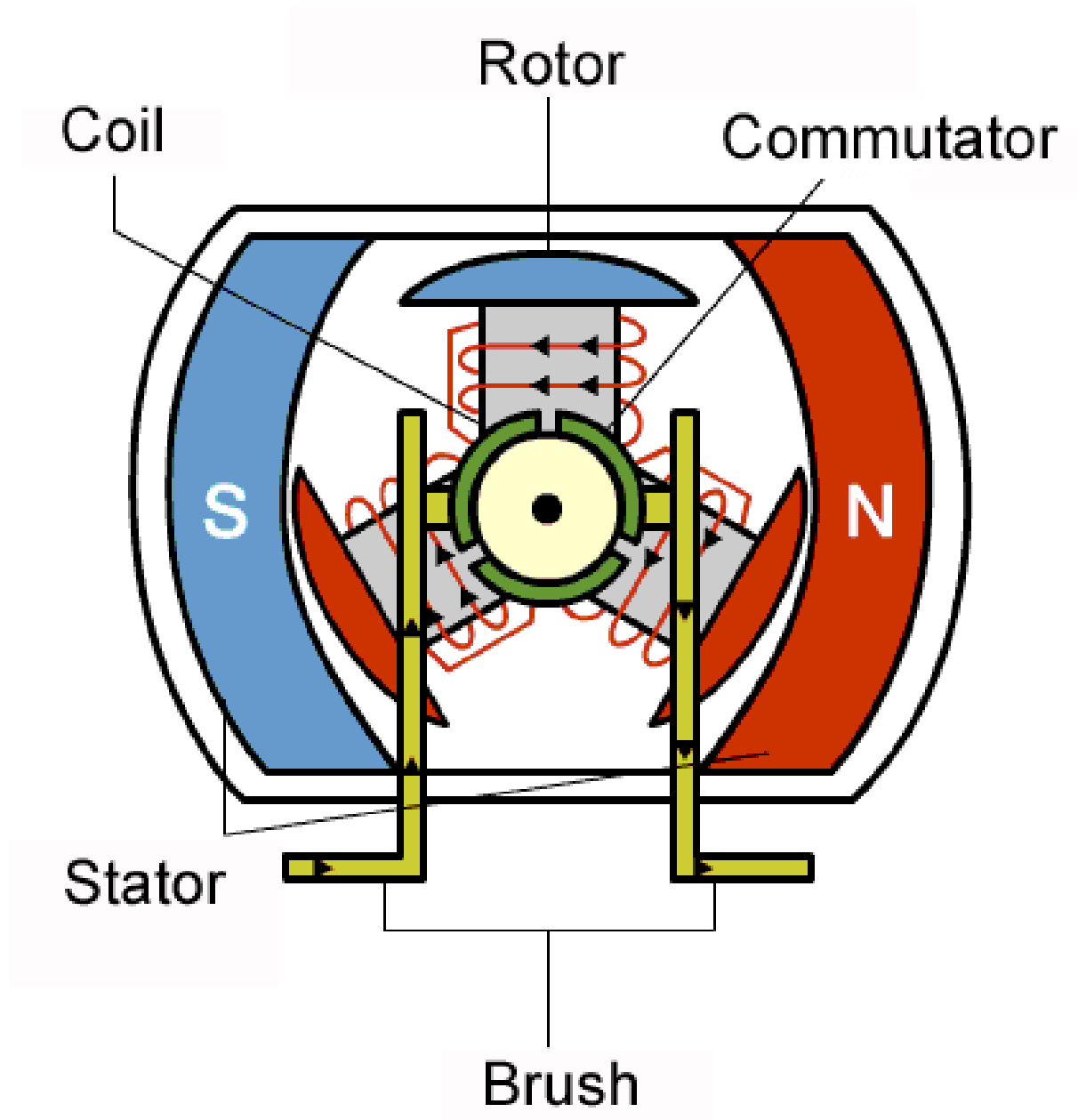
Принцип работы двигателя постоянного тока

За счёт чего переключаются катушки?



Скользящие щётки и коллектор

Принцип работы двигателя постоянного тока



Физические формулы для математической модели

Физические формулы для математической модели

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона
2. Обобщённый закон Ома

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона
2. Обобщённый закон Ома
3. Сила Ампера

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона
2. Обобщённый закон Ома
3. Сила Ампера
4. Электромагнитная индукция

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона
2. Обобщённый закон Ома
3. Сила Ампера
4. Электромагнитная индукция

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

Вращательное движение



Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
 м/с^2

Вращательное движение



Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
 м/с^2

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий
момент
 $\text{Н} \cdot \text{м}$

J — момент
инерции
 $\text{кг} \cdot \text{м}^2$

α — угловое
ускорение
 рад/с^2

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
 м/с^2

$$F = m\dot{v}$$

v — скорость
 м/с

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий момент
 $\text{Н} \cdot \text{м}$

J — момент инерции
 $\text{кг} \cdot \text{м}^2$

α — угловое ускорение
 рад/с^2

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
м/с²

$$F = m\dot{v}$$

v — скорость
м/с

$$F = m\ddot{x}$$

x — координата
м

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий момент
Н · м

J — момент инерции
кг · м²

α — угловое ускорение
рад/с²

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
м/с²

$$F = m\dot{v}$$

v — скорость
м/с

$$F = m\ddot{x}$$

x — координата
м

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий момент
Н · м

J — момент инерции
кг · м²

α — угловое ускорение
рад/с²

$$M = J\dot{\omega}$$

ω — угловая скорость
рад/с

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
м/с²

$$F = m\dot{v}$$

v — скорость
м/с

$$F = m\ddot{x}$$

x — координата
м

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий момент
Н · м

J — момент инерции
кг · м²

α — угловое ускорение
рад/с²

$$M = J\dot{\omega}$$

ω — угловая скорость
рад/с

$$M = J\ddot{\theta}$$

θ — угол поворота
рад

Второй закон Ньютона

→ Поступательное движение

$$F = ma$$

F — сила
Н

m — масса
кг

a — ускорение
м/с²

$$F = m\dot{v}$$

v — скорость
м/с

$$F = m\ddot{x}$$

x — координата
м

$$\ddot{x} = \dot{v} = a$$

Вращательное движение



$$M = J\alpha$$

M — вращающий момент
Н · м

J — момент инерции
кг · м²

α — угловое ускорение
рад/с²

$$M = J\dot{\omega}$$

ω — угловая скорость
рад/с

$$M = J\ddot{\theta}$$

θ — угол поворота
рад

$$\ddot{\theta} = \dot{\omega} = \alpha$$

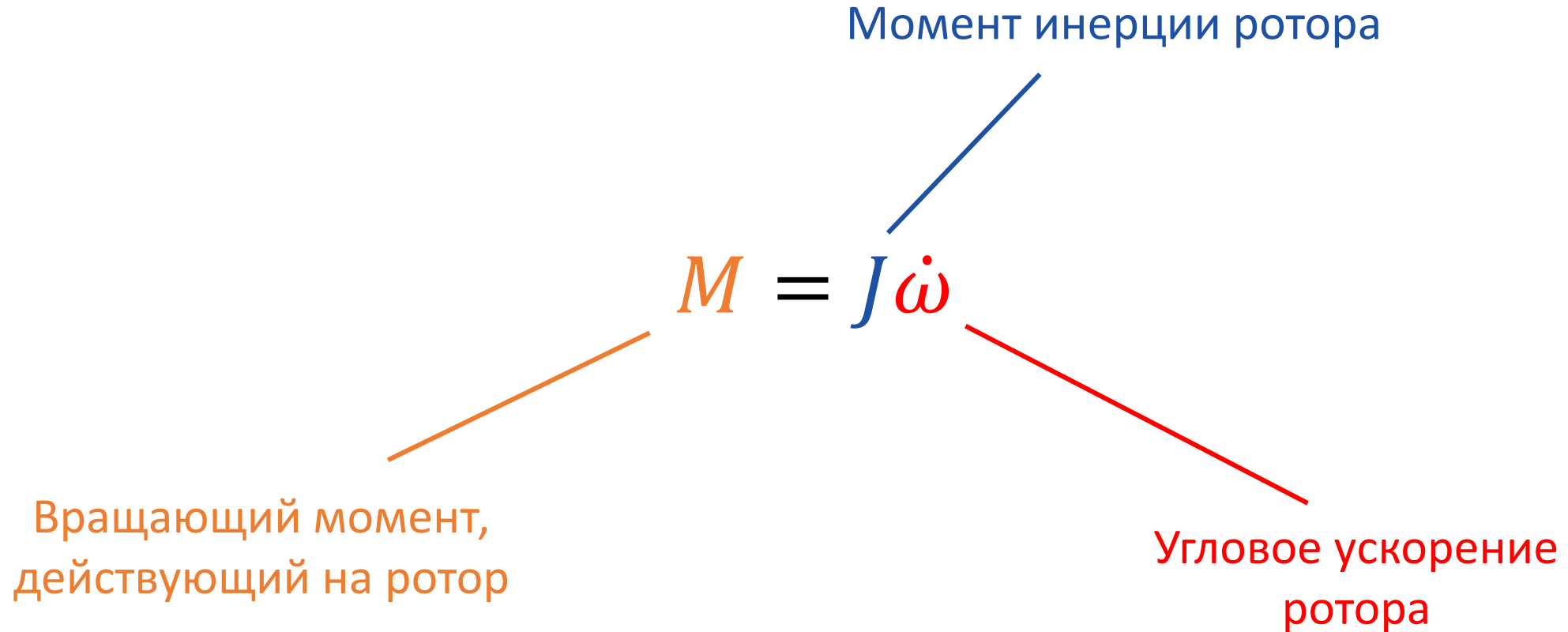
Второй закон Ньютона

$$M = J \dot{\omega}$$

Момент инерции ротора

Вращающий момент,
действующий на ротор

Угловое ускорение
ротора

The diagram shows the equation $M = J \dot{\omega}$ in the center. The variable M is orange, J is blue, and $\dot{\omega}$ is red. Three lines with arrows point from descriptive text to the variables: an orange line from 'Вращающий момент, действующий на ротор' to M ; a blue line from 'Момент инерции ротора' to J ; and a red line from 'Угловое ускорение ротора' to $\dot{\omega}$.

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома

3. Сила Ампера

4. Электромагнитная индукция

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома

3. Сила Ампера

4. Электромагнитная индукция

Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

Обобщённый закон Ома

I — сила тока на
участке цепи, А

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

Обобщённый закон Ома

I — сила тока на
участке цепи, А

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

U — напряжение,
приложенное к
участку цепи, В

Обобщённый закон Ома

I — сила тока на
участке цепи, А

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

U — напряжение,
приложенное к
участку цепи, В

R — сопротивление
участка цепи, Ом

Обобщённый закон Ома

I — сила тока на
участке цепи, А

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

ε — дополнительная
электродвижущая
сила, индуцированная
на участке цепи, В

U — напряжение,
приложенное к
участку цепи, В

R — сопротивление
участка цепи, Ом

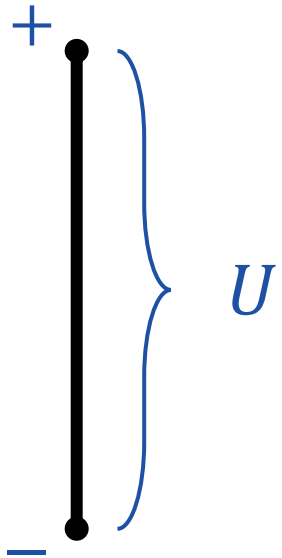
Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



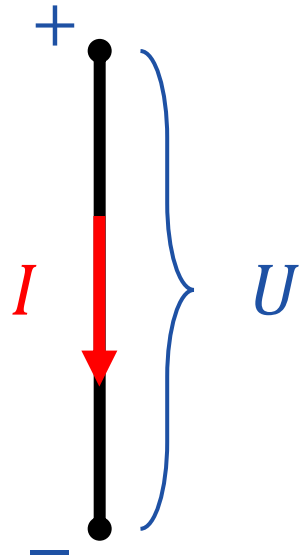
Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



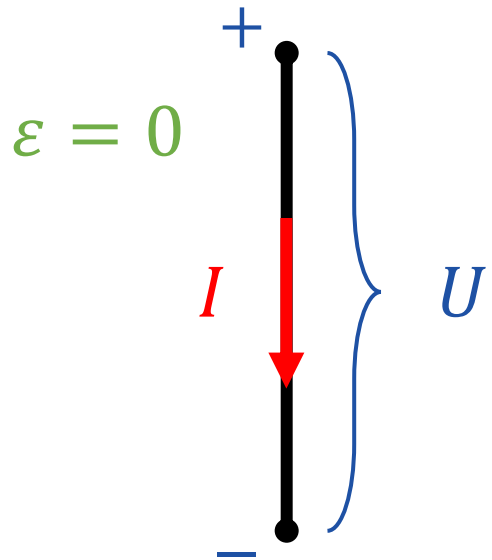
Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



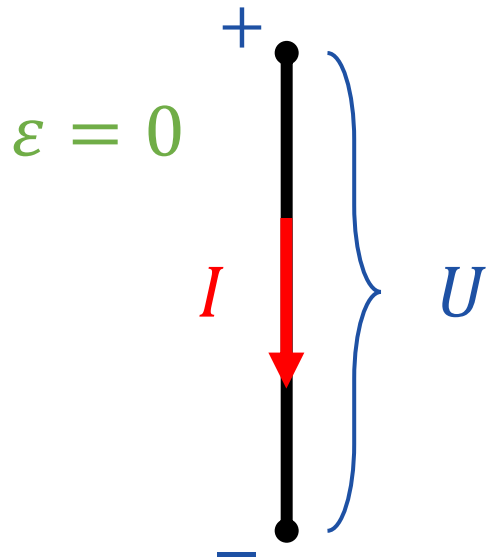
Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



Обобщённый закон Ома

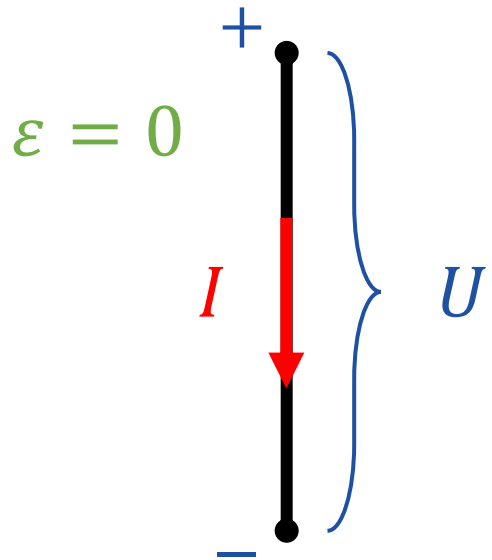
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



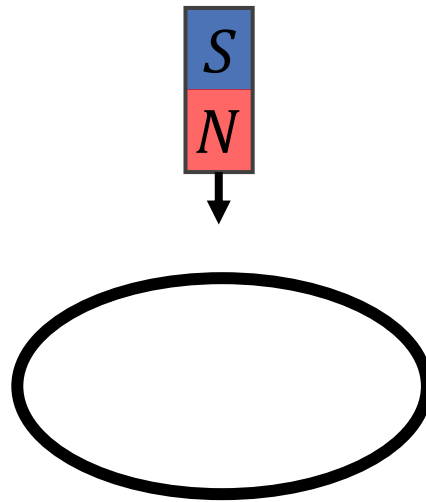
$$I = \frac{U}{R}$$

Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

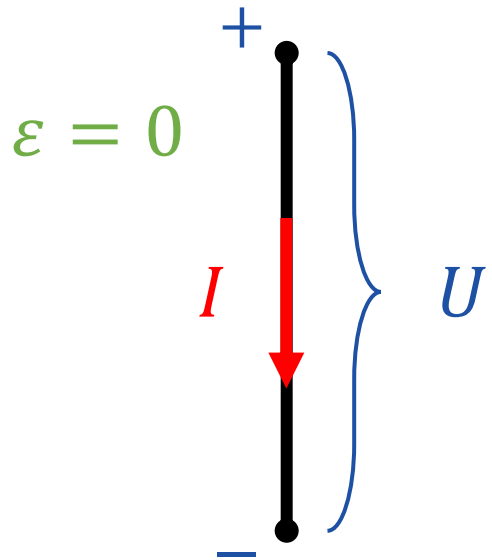


$$I = \frac{U}{R}$$

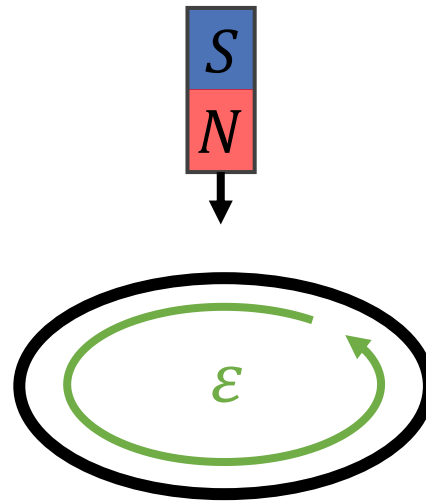


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

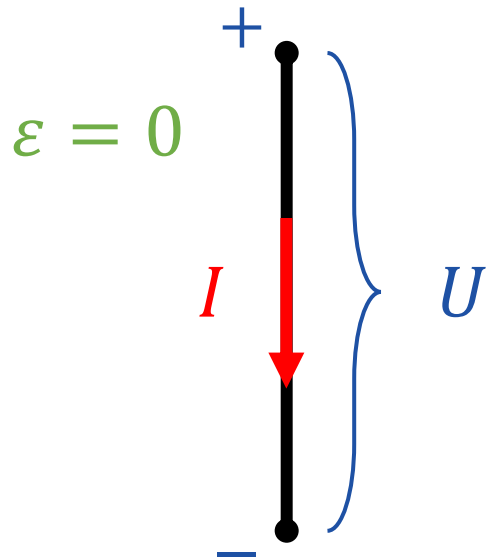


$$I = \frac{U}{R}$$

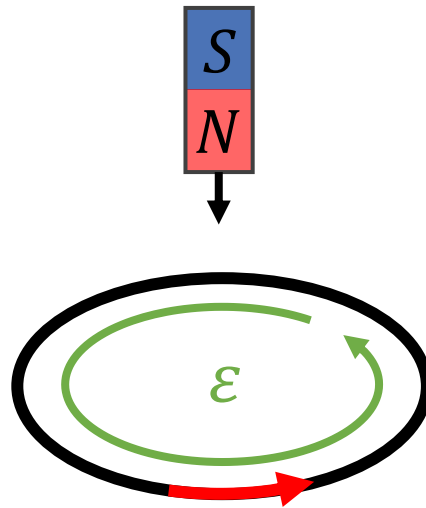


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

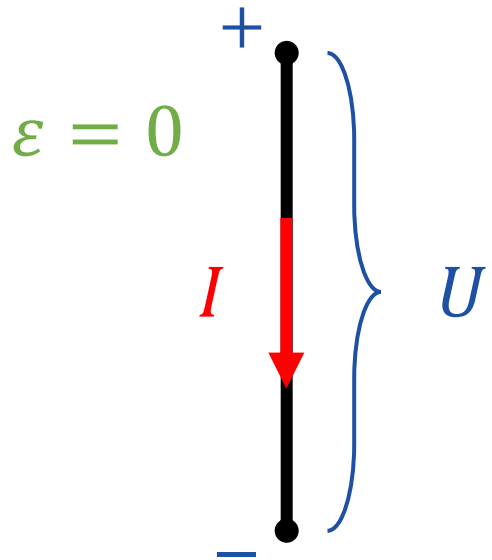


$$I = \frac{U}{R}$$

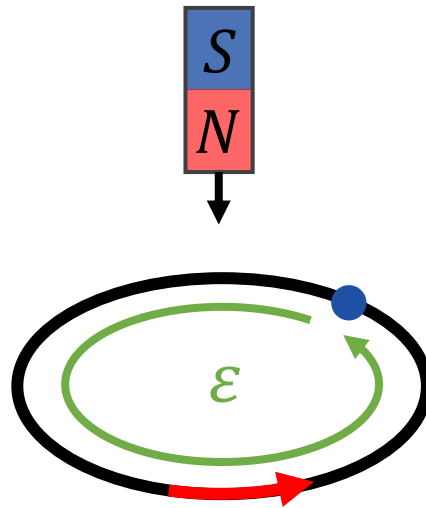


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

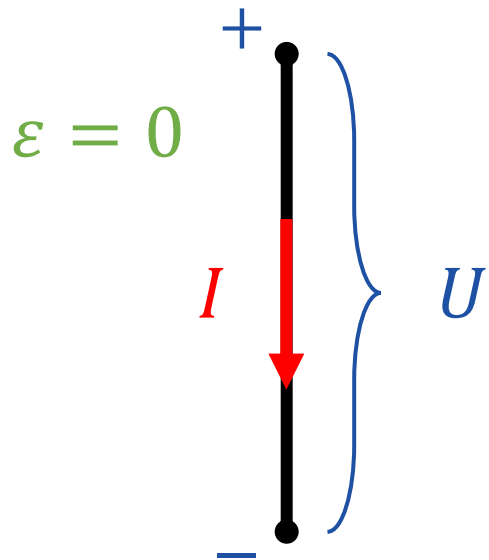


$$I = \frac{U}{R}$$

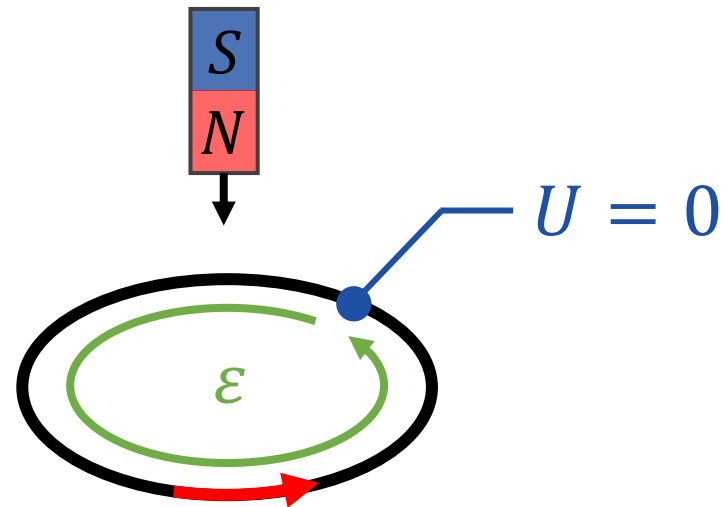


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

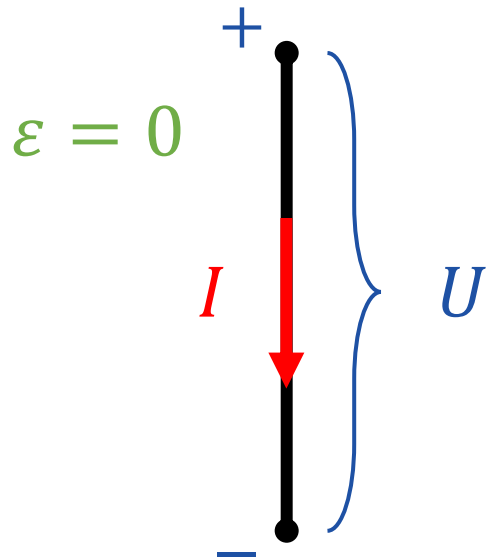


$$I = \frac{U}{R}$$

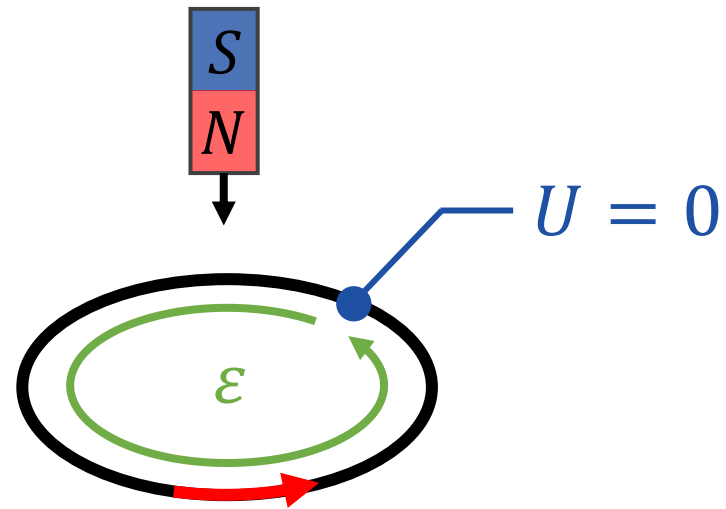


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

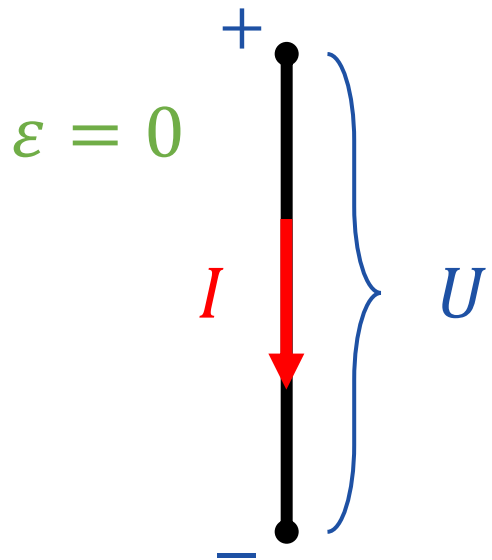


$$I = \frac{U}{R}$$

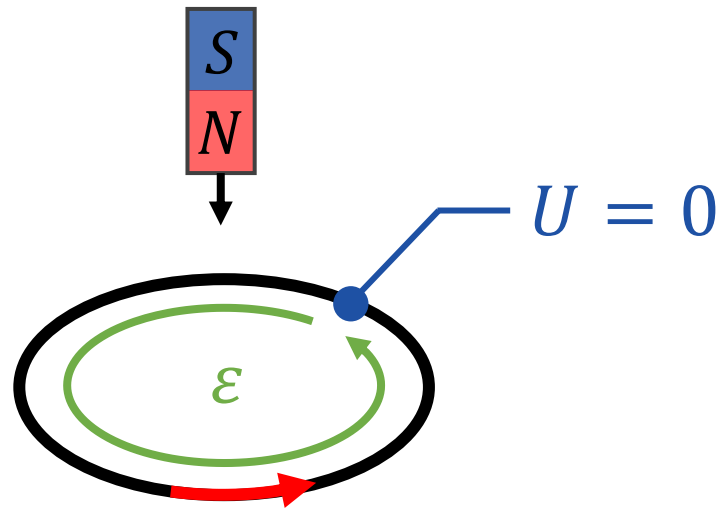


Обобщённый закон Ома

$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



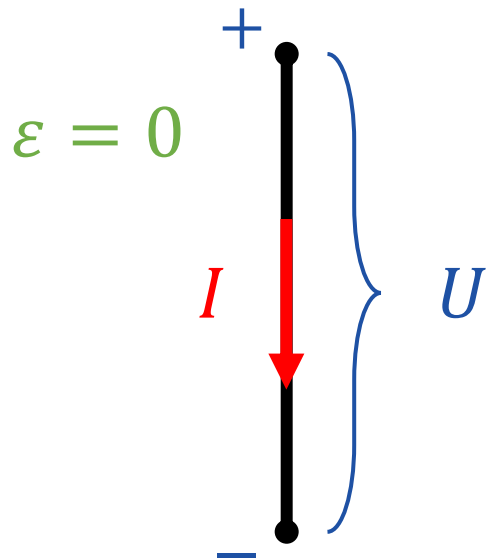
$$I = \frac{U}{R}$$



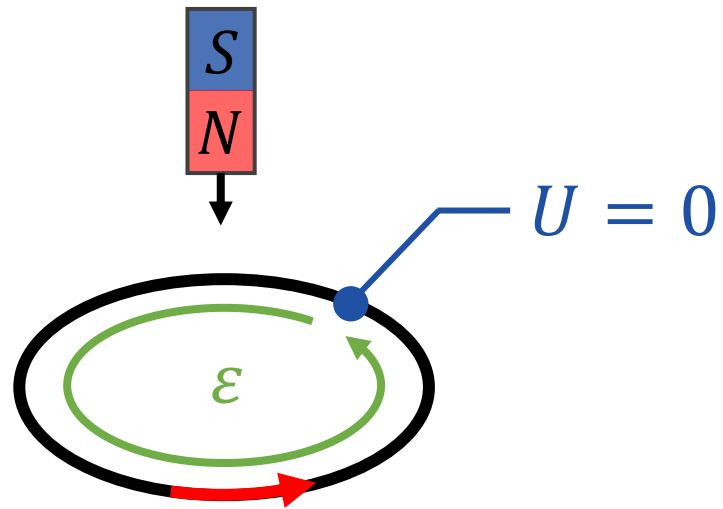
$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

Обобщённый закон Ома

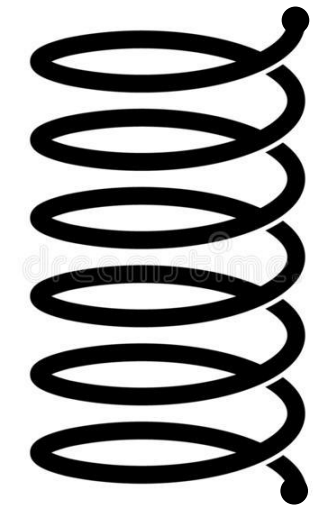
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

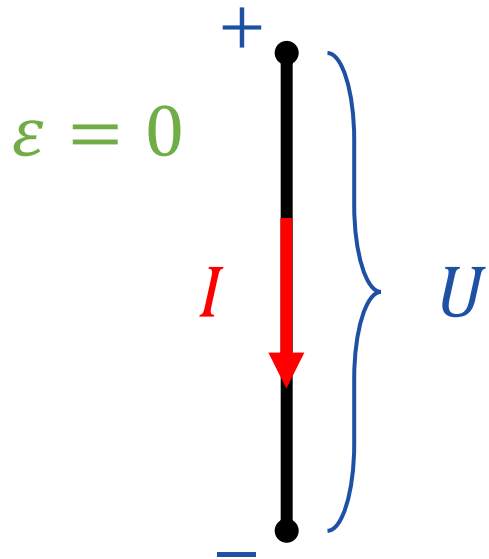


$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

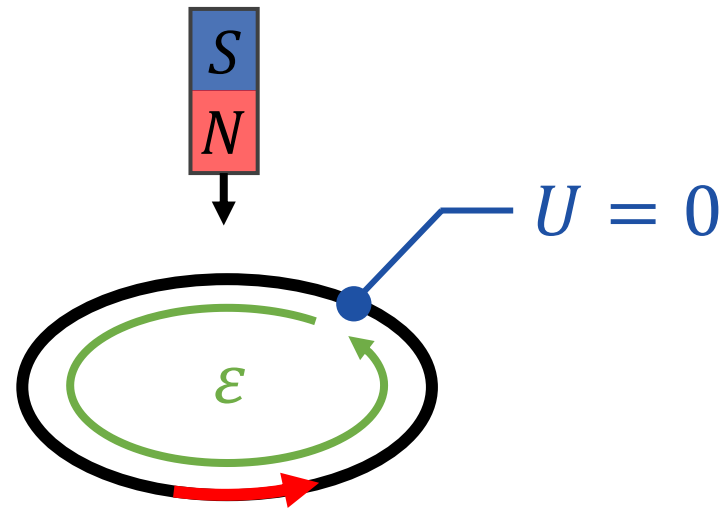


Обобщённый закон Ома

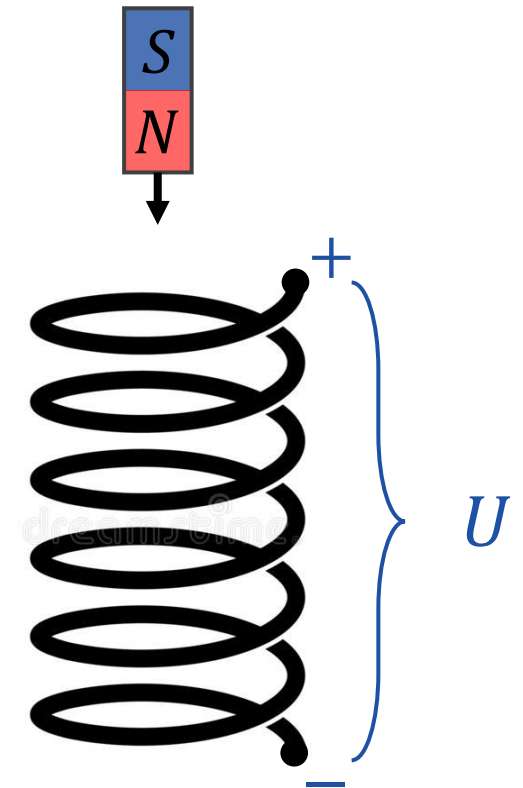
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

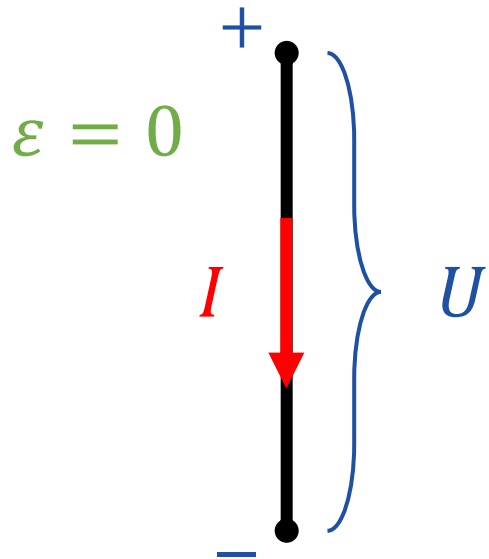


$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

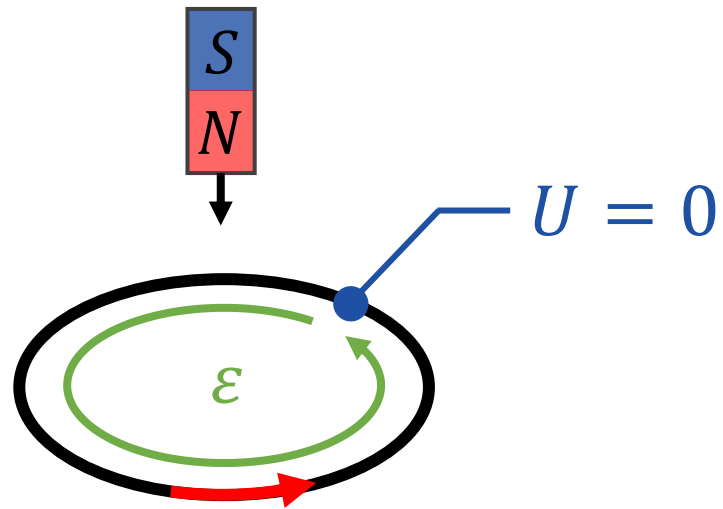


Обобщённый закон Ома

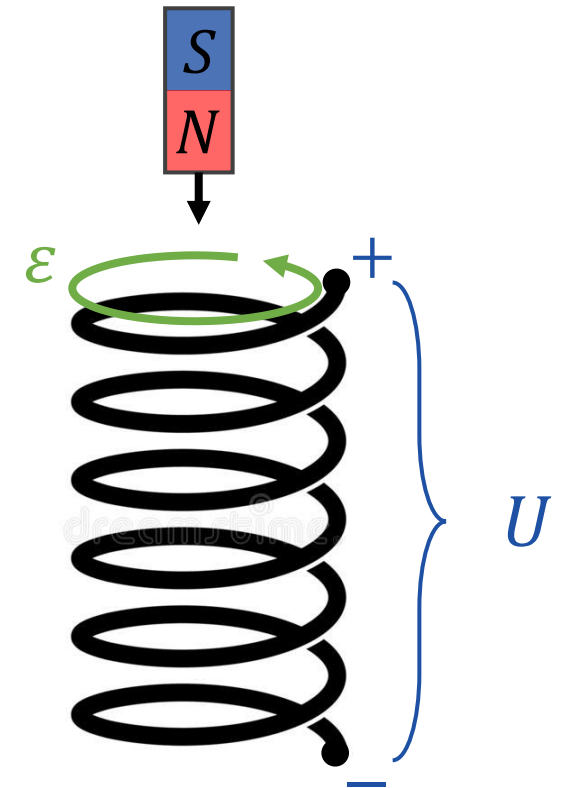
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

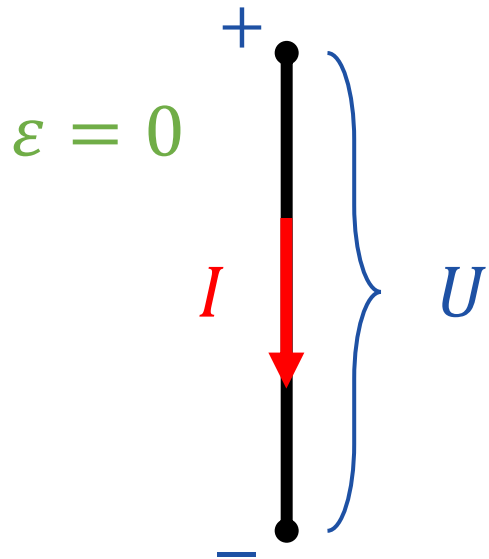


$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

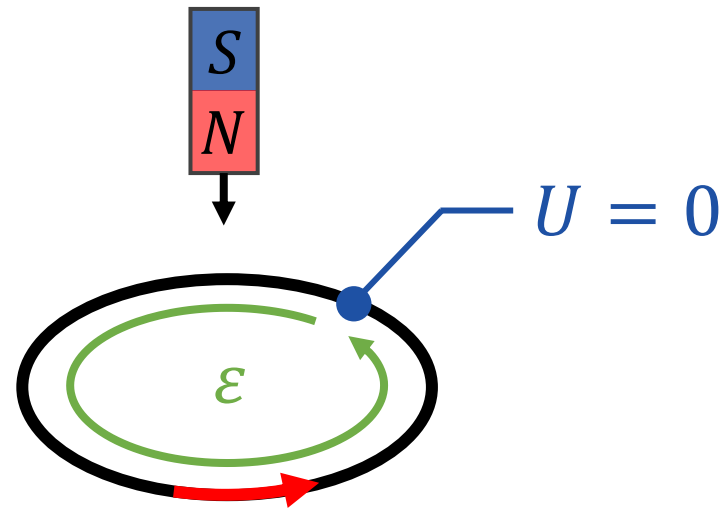


Обобщённый закон Ома

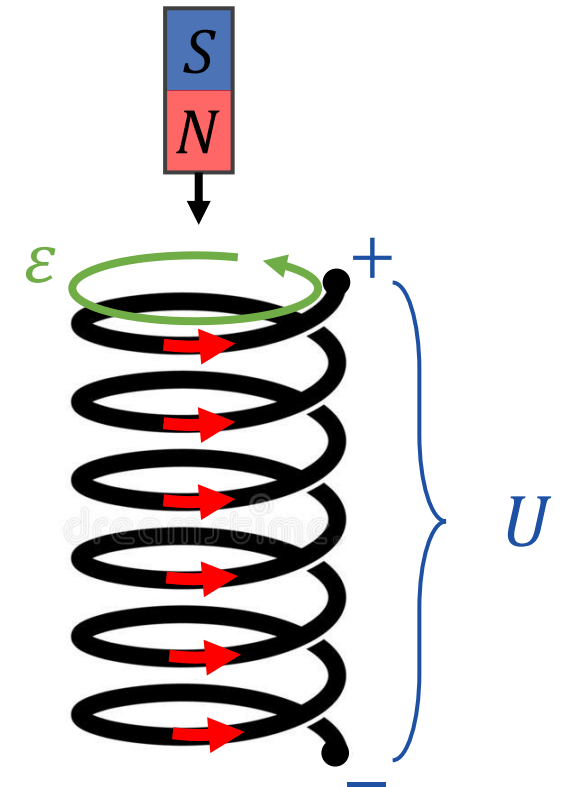
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

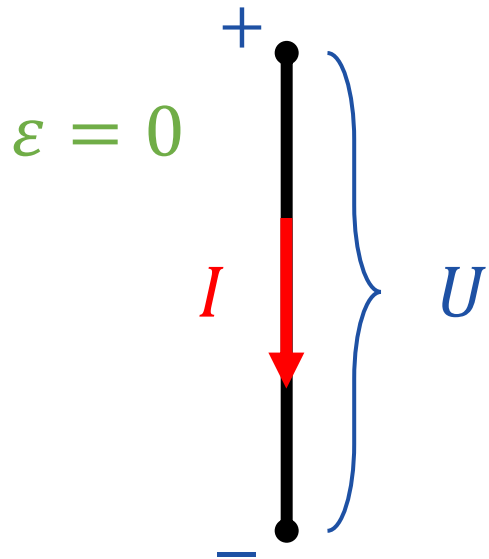


$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$

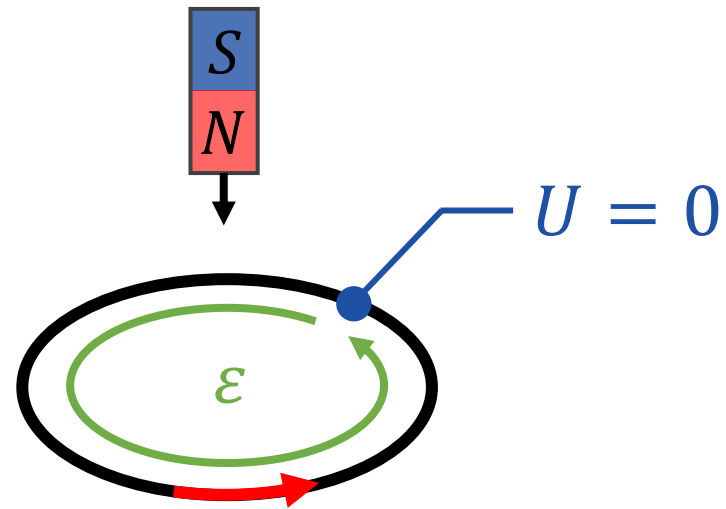


Обобщённый закон Ома

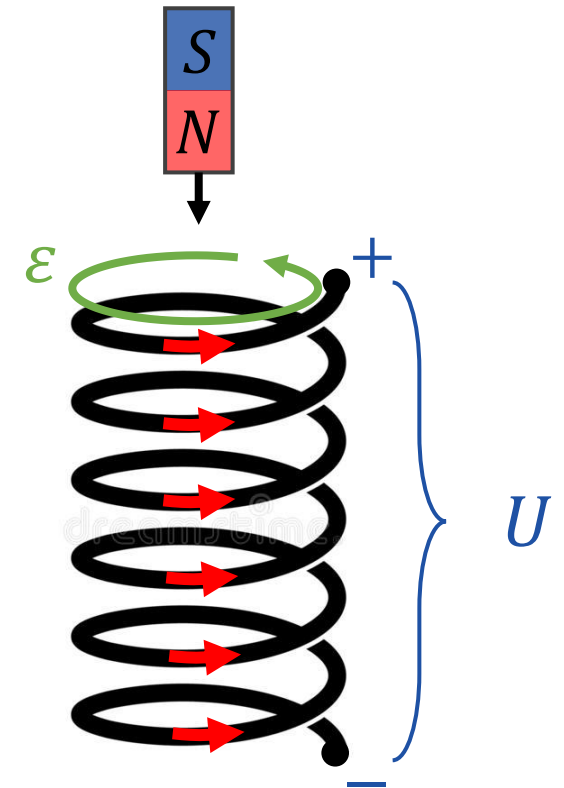
$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U}{R}$$

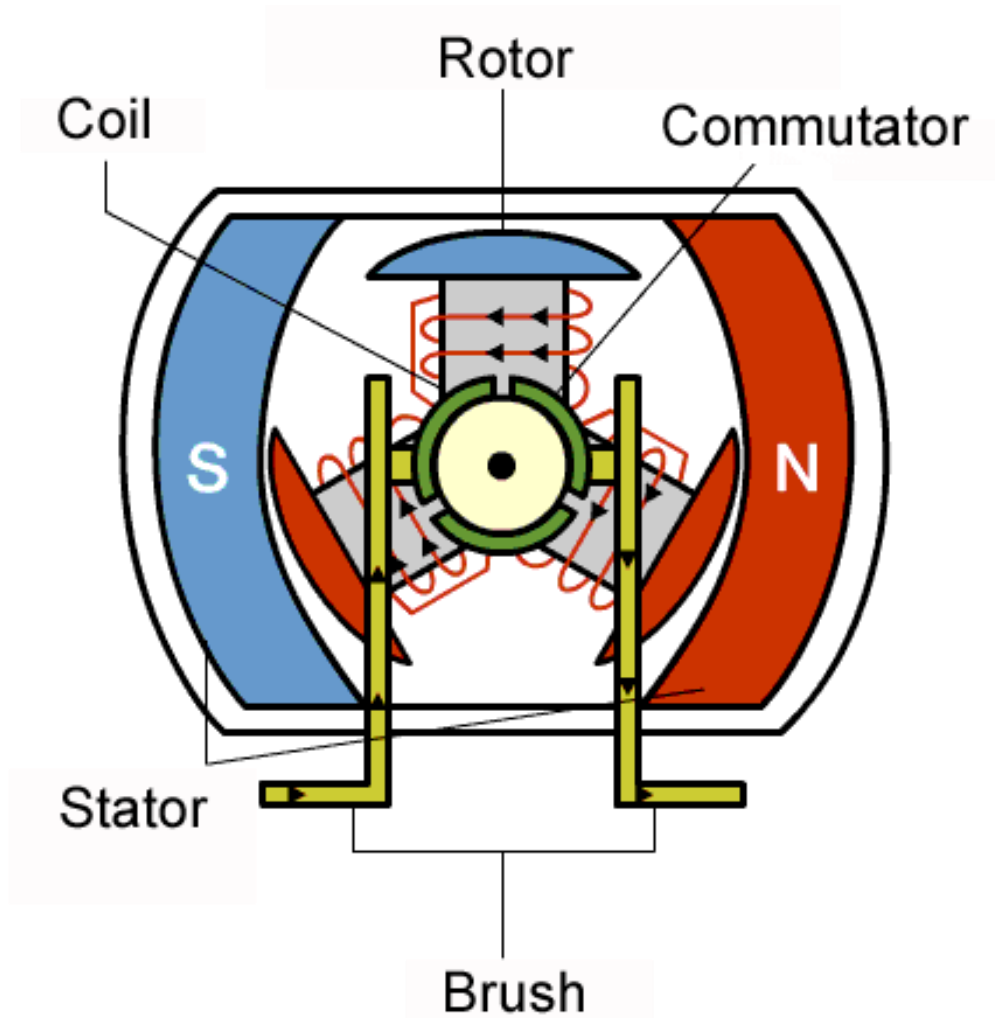


$$I = \frac{\varepsilon}{R}$$



$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

Обобщённый закон Ома



$$I = \frac{U + \varepsilon}{R}$$

I — сила тока в
обмотке ротора

U — напряжение,
подведённое к ротору

ε — ЭДС, наводимая в обмотке
ротора магнитными полями

R — сопротивление обмотки ротора

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера

4. Электромагнитная индукция

Физические формулы для математической модели

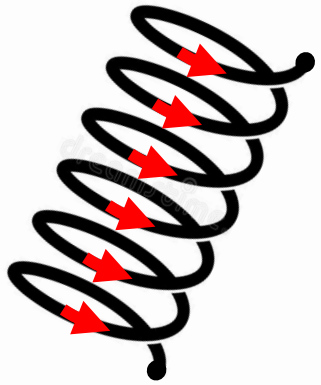
1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера

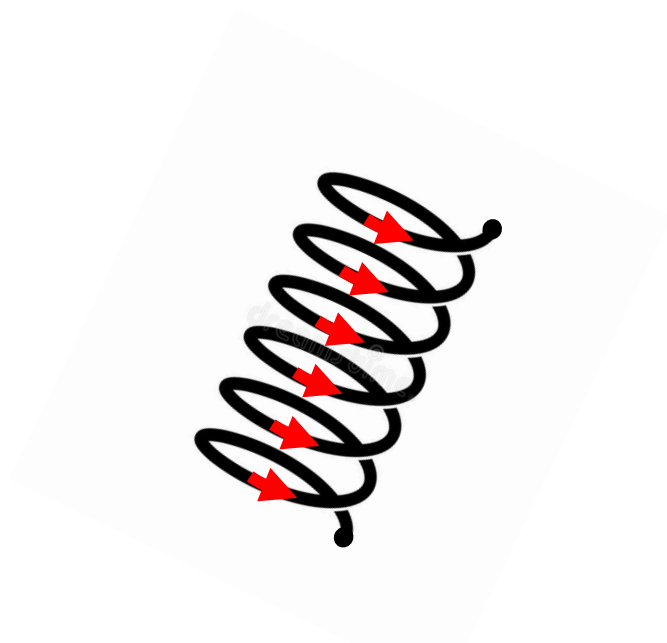
4. Электромагнитная индукция

Сила Ампера

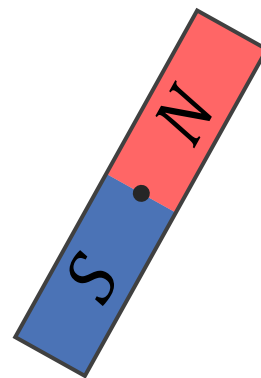


Чем больше сила
тока в роторе

Сила Ампера



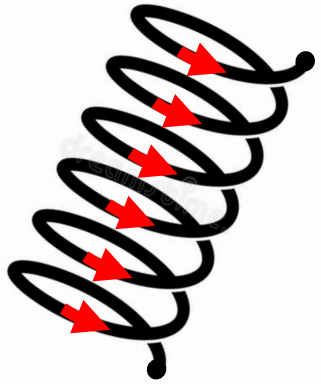
Чем больше **сила**
тока в роторе



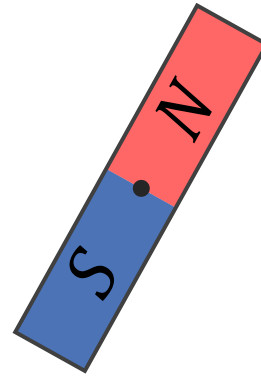
Тем более сильным
магнитом он является



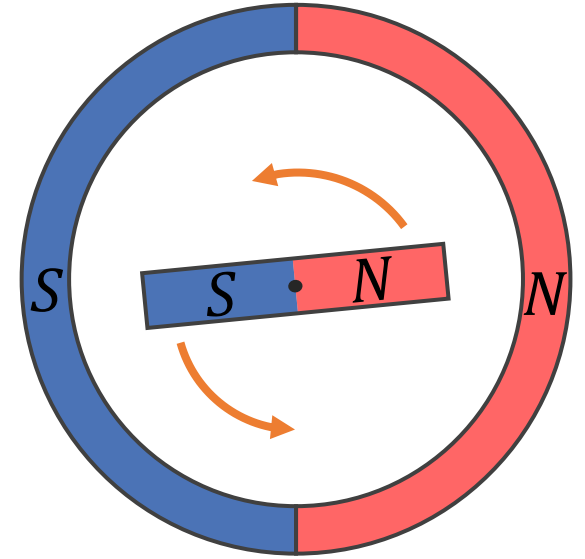
Сила Ампера



Чем больше **сила**
тока в роторе

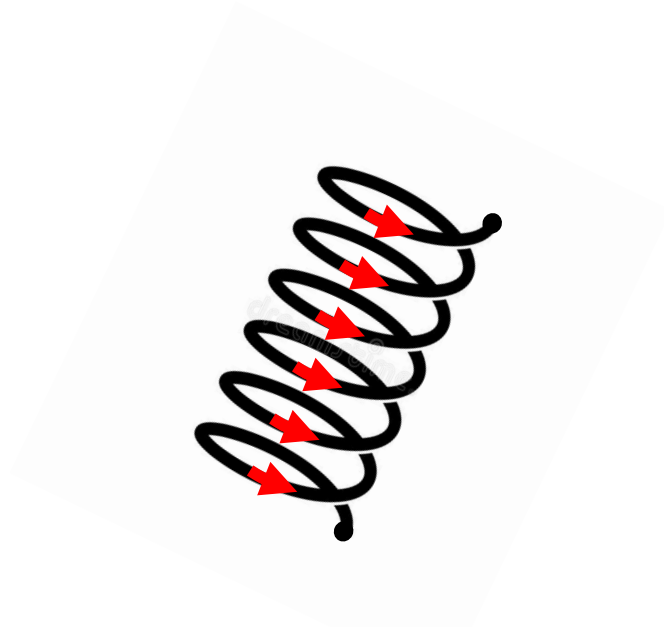


Тем более сильным
магнитом он является



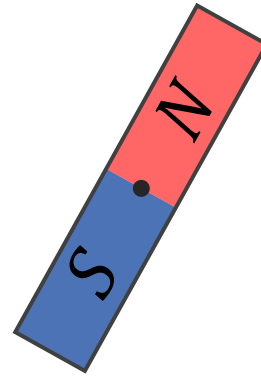
Тем сильнее он
хочет повернуться

Сила Ампера

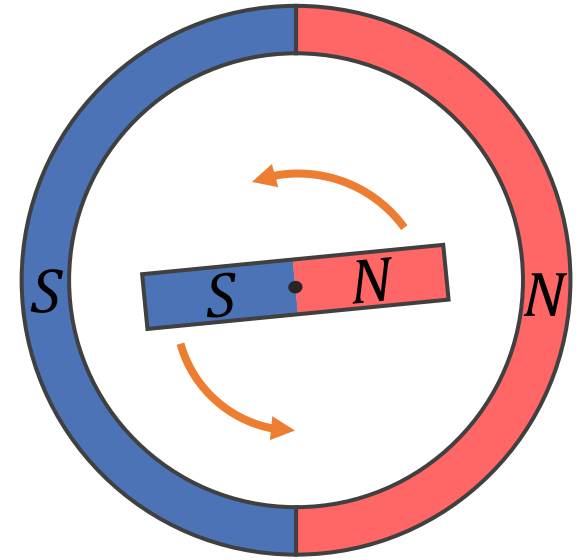


Чем больше **сила**
тока в роторе

$I \nearrow$



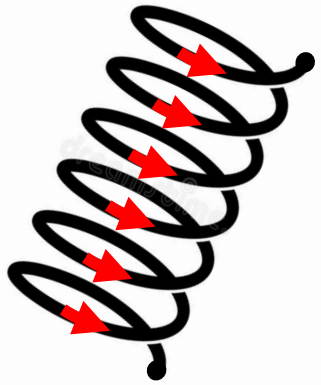
Тем более сильным
магнитом он является



Тем сильнее он
хочет повернуться

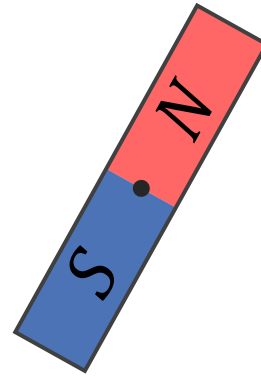
$M \nearrow$

Сила Ампера



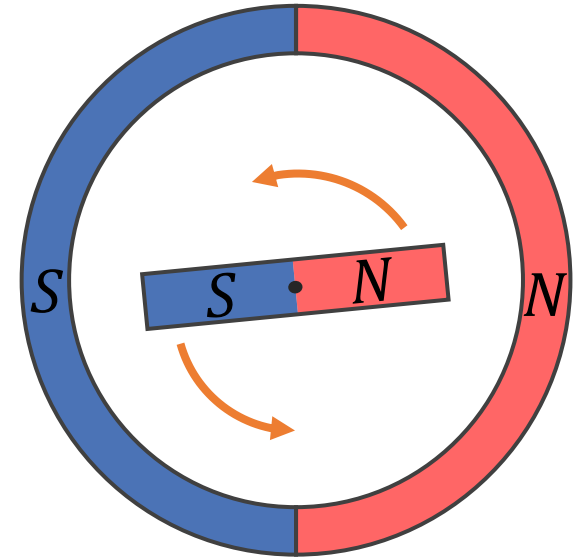
Чем больше **сила**
тока в роторе

I ↗



Тем более сильным
магнитом он является

По закону ампера это **прямо**
пропорциональная зависимость



Тем сильнее он
хочет повернуться

M ↗

Сила Ампера

Вращающий момент,
действующий на ротор

Какой-то коэффициент

Сила тока в
обмотке ротора

$$M = k_m I$$

По закону ампера это прямо
пропорциональная зависимость

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера $M = k_m I$

4. Электромагнитная индукция

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера $M = k_m I$

4. Электромагнитная индукция

Электромагнитная индукция

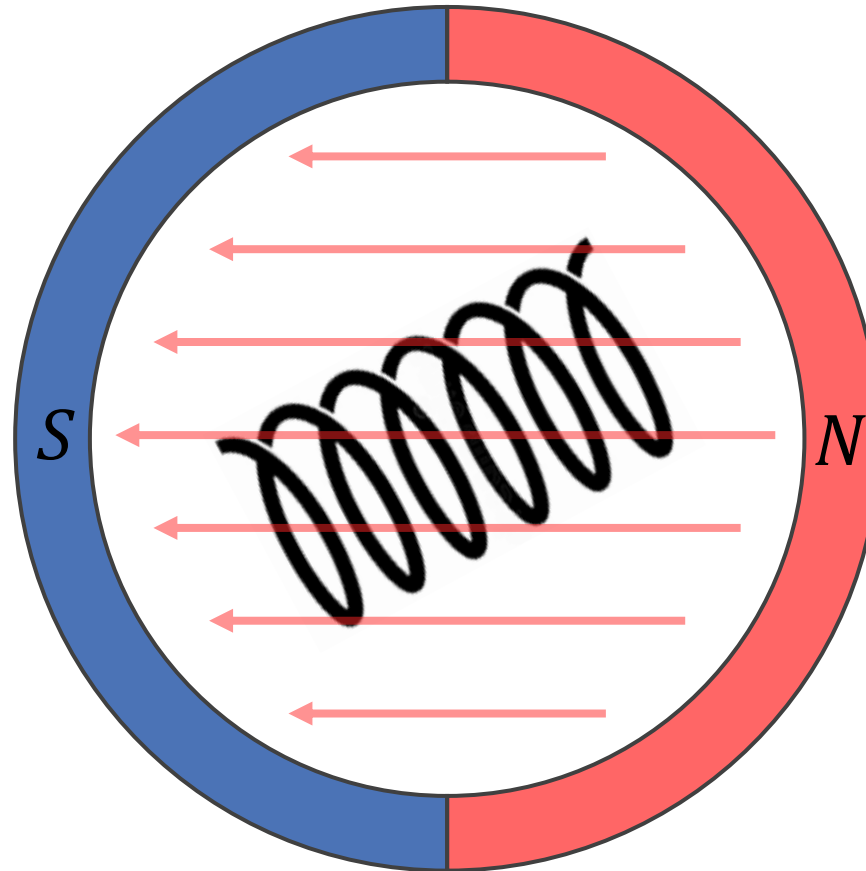
Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 0$$

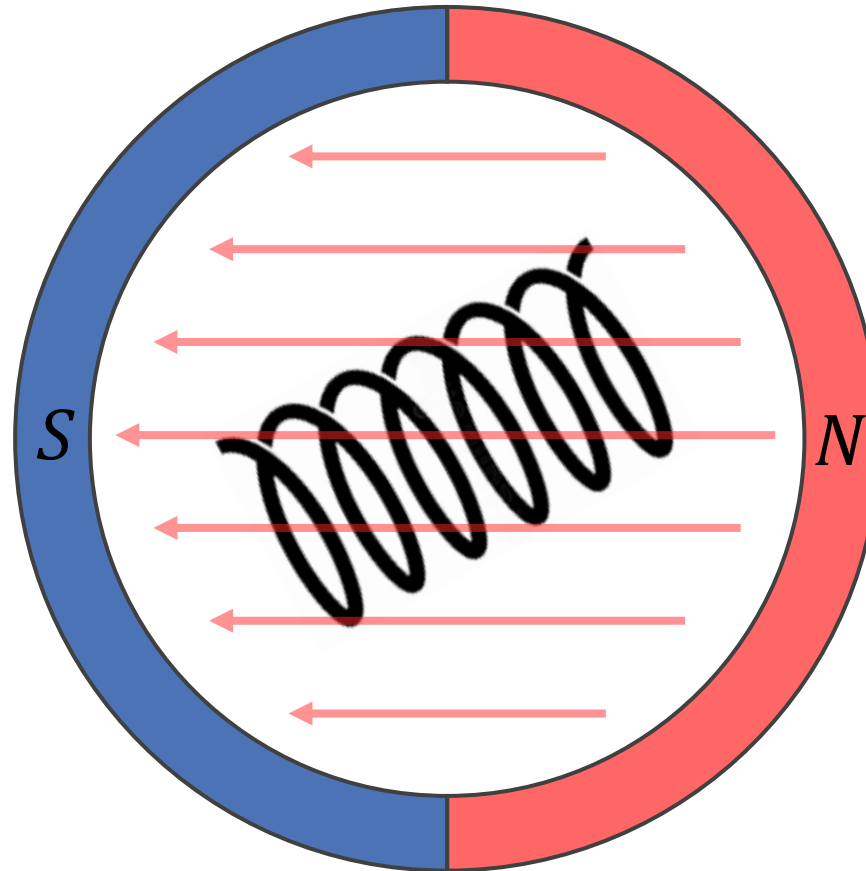


$$\varepsilon = 0$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 1$$

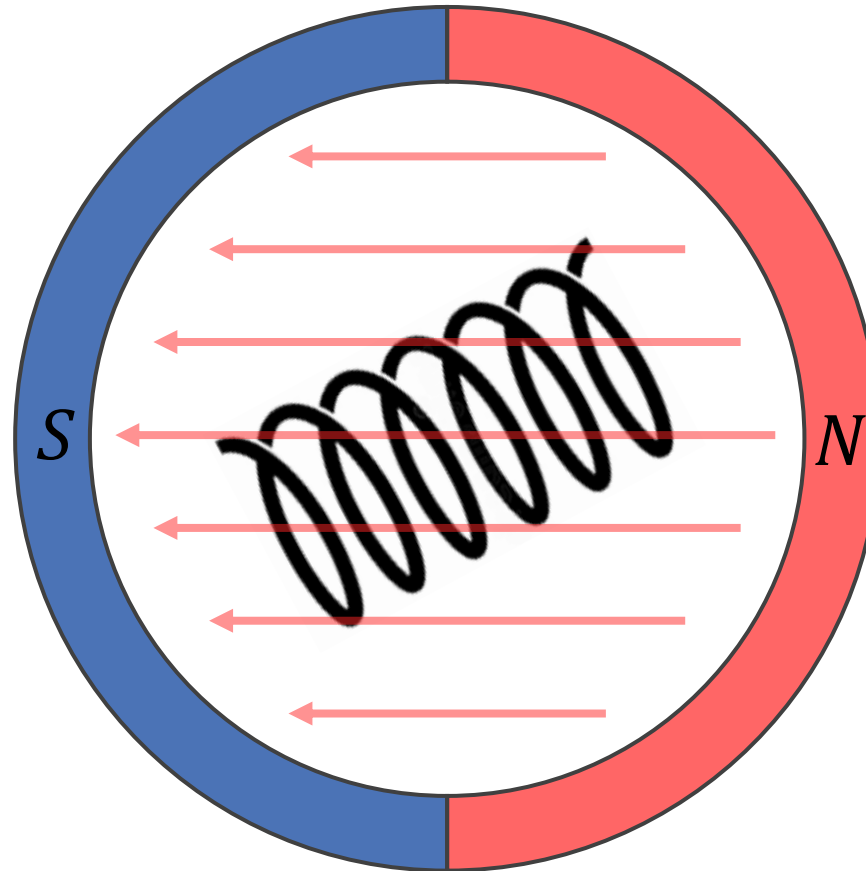


$$\varepsilon = -3$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 0$$

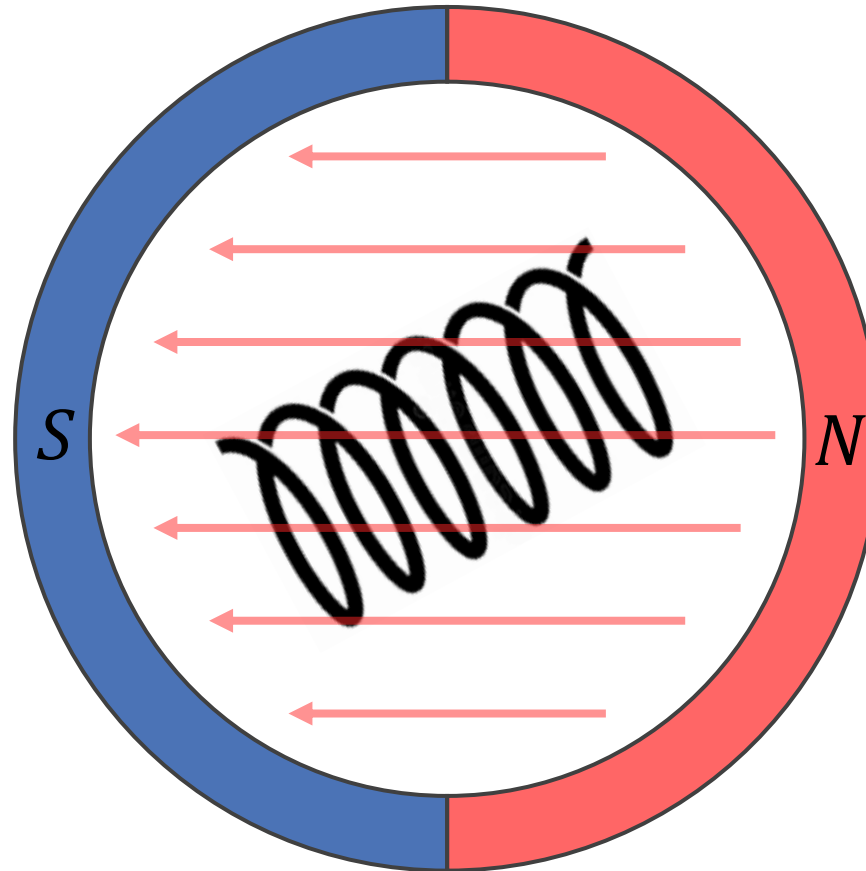


$$\varepsilon = 0$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 2$$

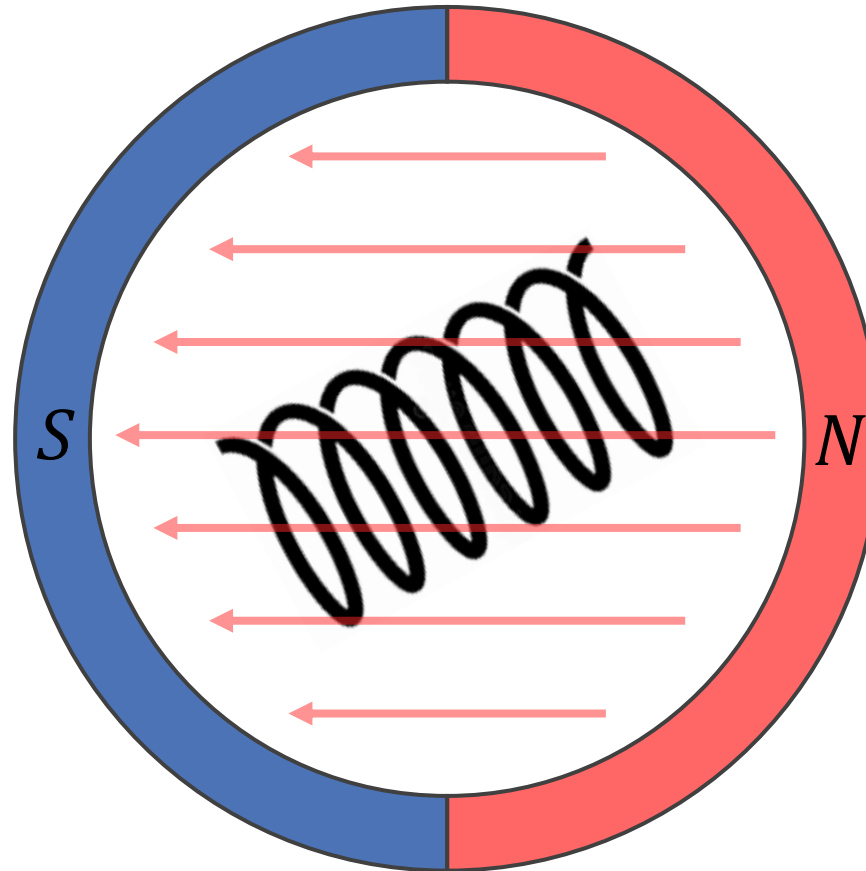


$$\varepsilon = -6$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 0$$

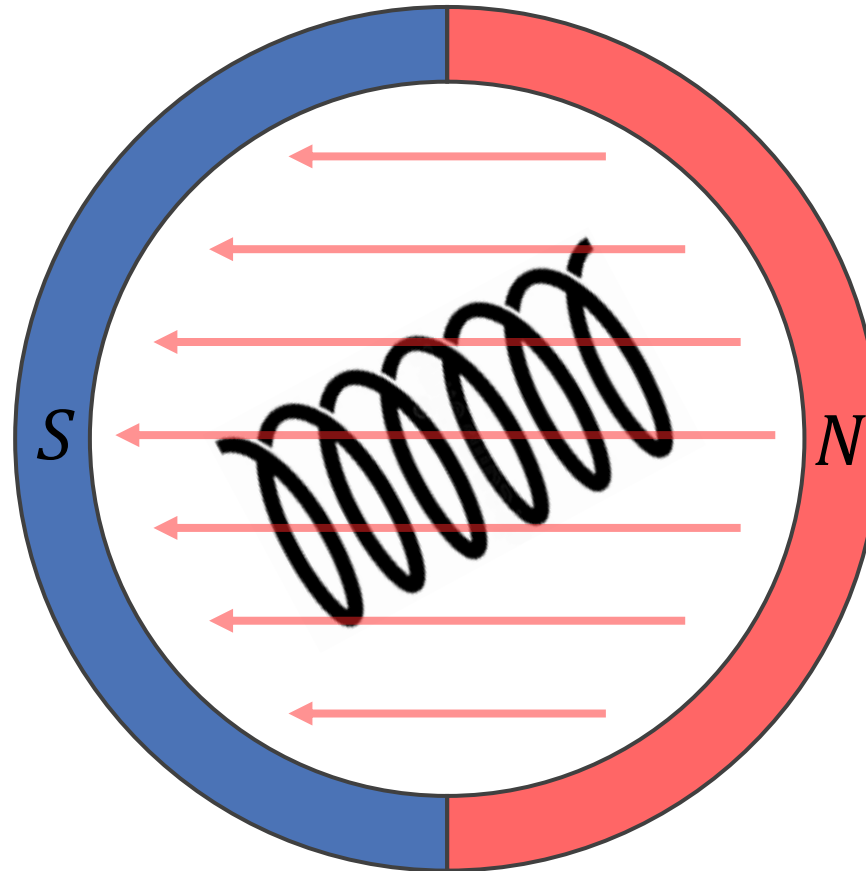


$$\varepsilon = 0$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = -3$$

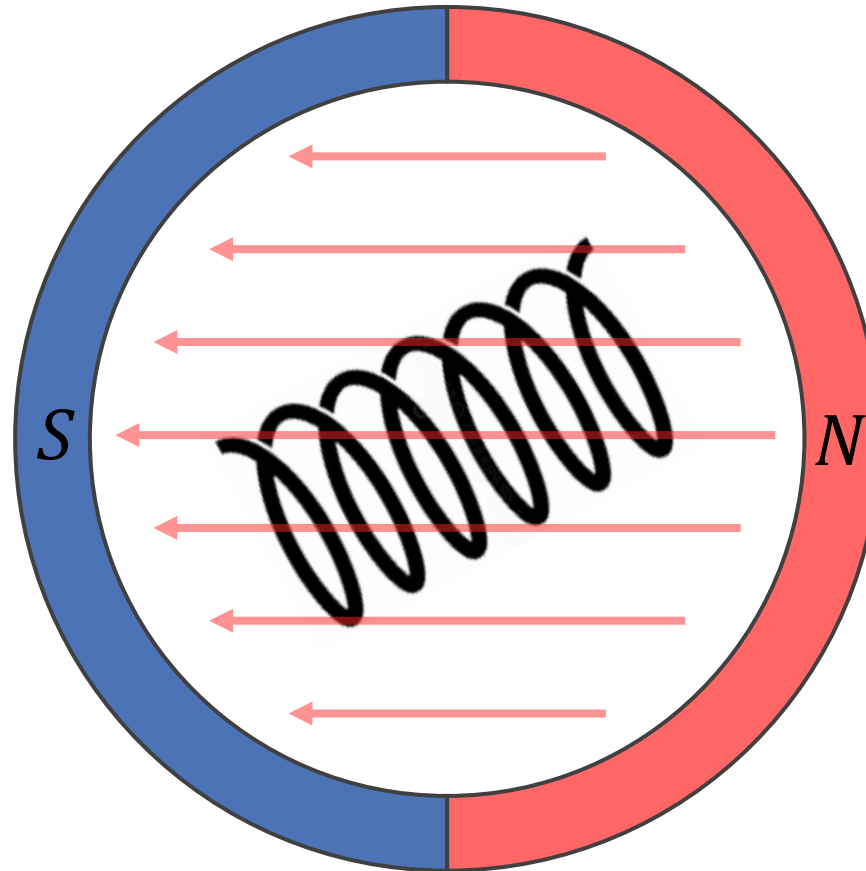


$$\varepsilon = 9$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

$$\omega = 0$$



$$\varepsilon = 0$$

Электромагнитная индукция

ЭДС индукции в контуре **прямо пропорциональна** скорости изменения магнитного потока, проходящего через этот контур.

ЭДС индукции со
стороны поля статора

Угловая скорость
вращения ротора

$$\varepsilon = -k_e \omega$$

Какой-то коэффициент

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера $M = k_m I$

4. Электромагнитная индукция $\varepsilon = -k_e \omega$

Физические формулы для математической модели

1. Второй закон Ньютона $M = J\dot{\omega}$

2. Обобщённый закон Ома $I = \frac{U + \varepsilon}{R}$

3. Сила Ампера $M = k_m I$

4. Электромагнитная индукция $\varepsilon = -k_e \omega$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

$$J\dot{\omega} = k_m I$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

$$J\dot{\omega} = k_m I \quad I = \frac{U - k_e \omega}{R}$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

$$J\dot{\omega} = k_m I \quad I = \frac{U - k_e \omega}{R}$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

$$J\dot{\omega} = k_m I \quad I = \frac{U - k_e \omega}{R}$$

$$J\dot{\omega} = k_m \left(\frac{U - k_e \omega}{R} \right)$$

Вывод математической модели

$$M = J\dot{\omega} \quad M = k_m I \quad I = \frac{U + \varepsilon}{R} \quad \varepsilon = -k_e \omega$$

$$J\dot{\omega} = k_m I \quad I = \frac{U - k_e \omega}{R}$$

$$J\dot{\omega} = k_m \left(\frac{U - k_e \omega}{R} \right) \Rightarrow \dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Математическая модель двигателя постоянного тока

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Математическая модель двигателя постоянного тока

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

$\dot{\omega}(t)$
Угловое ускорение
меняется

$\omega(t)$
Угловая скорость
меняется

$U(t)$
Напряжение может меняться
(это зависит от нас)

Переходная функция

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \dot{\omega}(t) = ?$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \dot{\omega}(t) = \frac{U k_m}{JR} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \dot{\omega}(t) = \frac{U k_m}{JR} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$

Проверка:

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = \text{const} \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \dot{\omega}(t) = \frac{U k_m}{JR} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$

Проверка:

$$\frac{U k_m}{JR} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} + \frac{k_m k_e}{JR} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right) = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad U = const \quad \omega(t) = ?$$

Догадка: $\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right) \Rightarrow \dot{\omega}(t) = \frac{U k_m}{JR} e\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)$

Проверка:

$$\frac{U k_m}{JR} e\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right) + \frac{k_m k_e}{JR} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right) \right) = \frac{k_m}{JR} U$$

Подходит!

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$$

Переходная функция

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Уравнение

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$$

Решение
(переходная функция)

Переходная функция

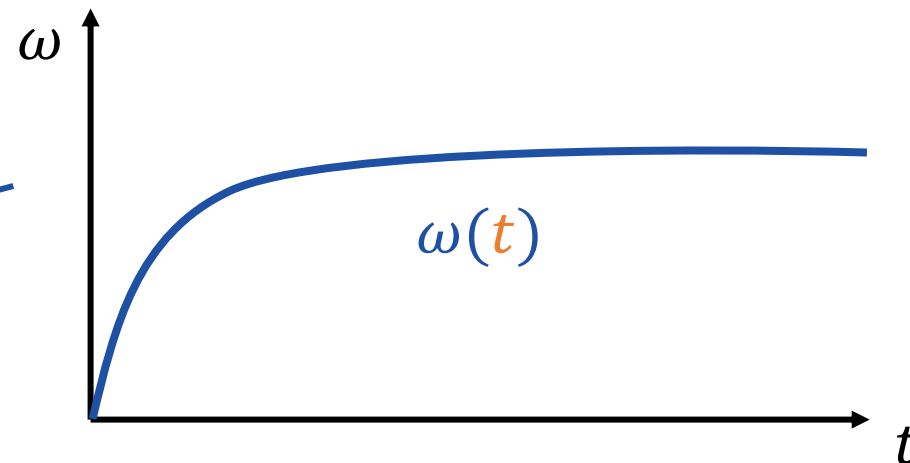
$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Уравнение

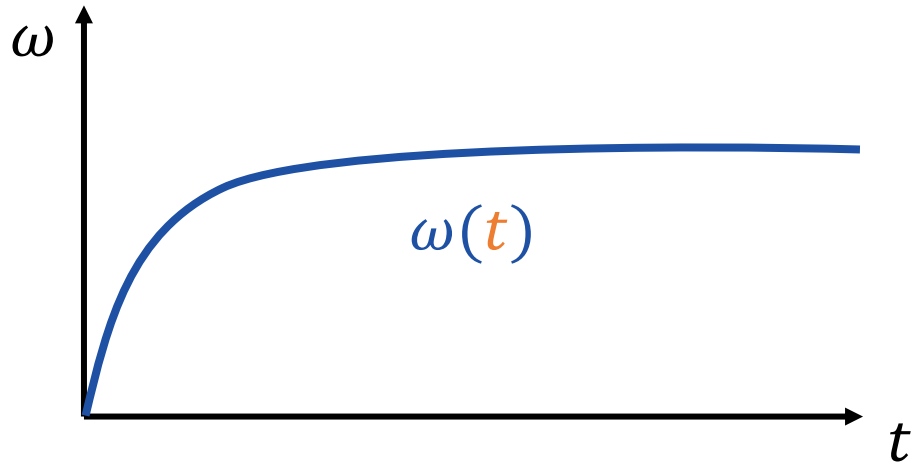
$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$$

Решение
(переходная функция)

График переходной
функции



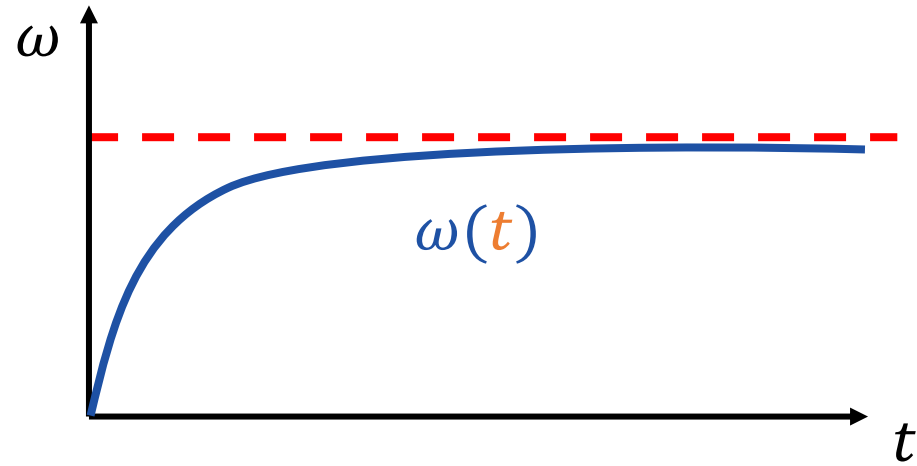
Переходная функция



$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция



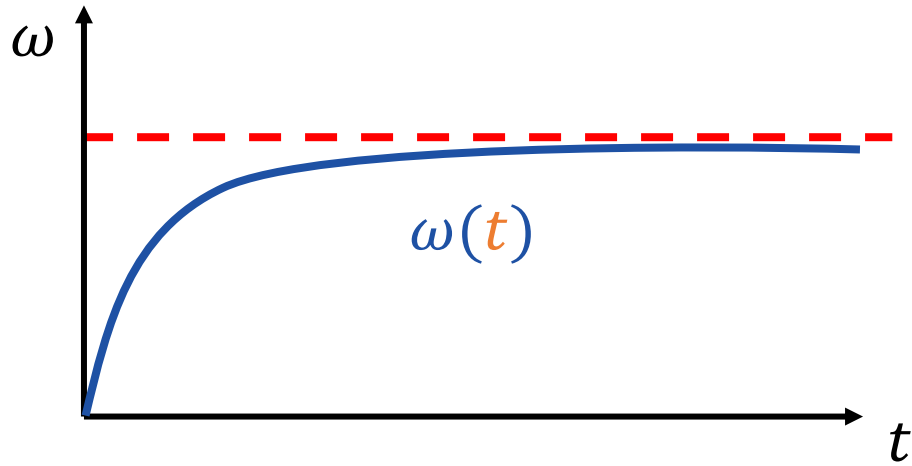
$\omega_{уст} = ?$

Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция

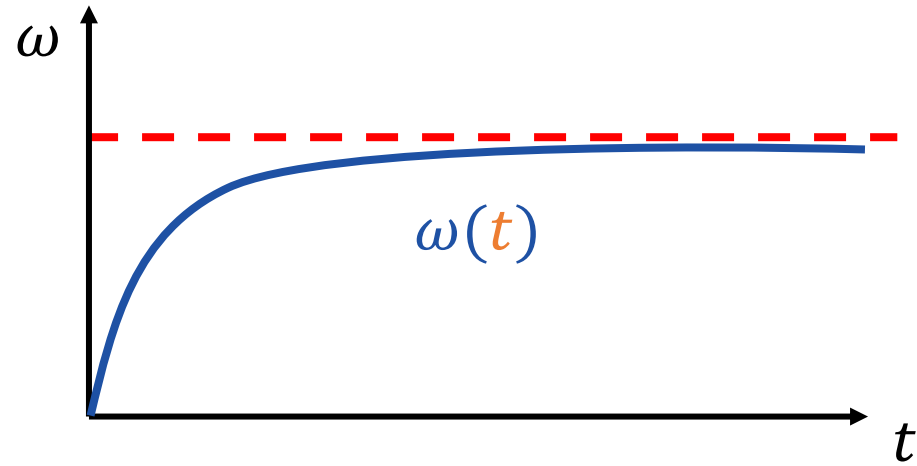


$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right)$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция



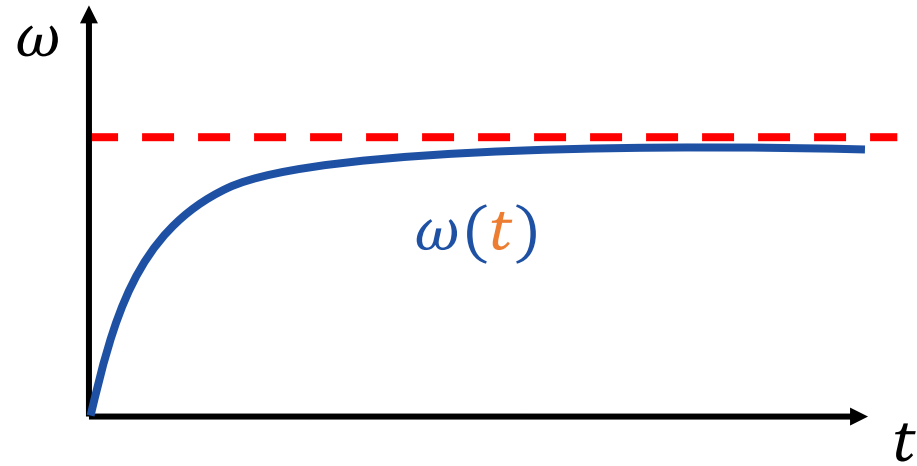
$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right)$$

0

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция



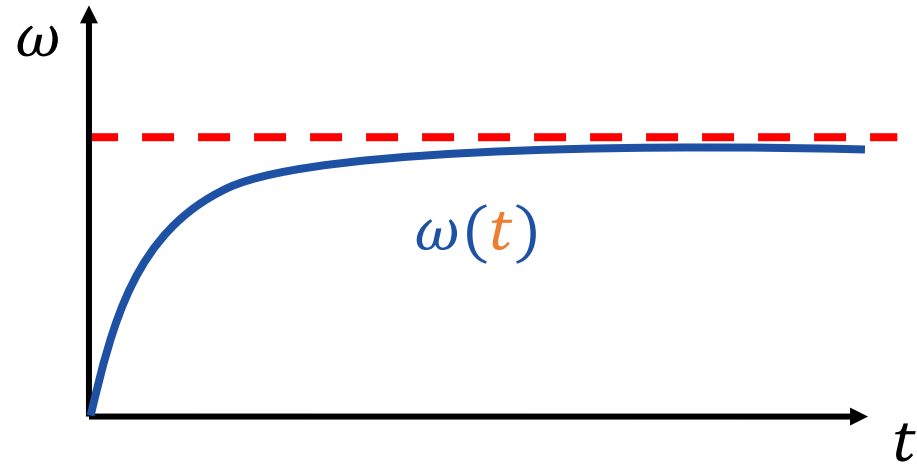
$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right) = \frac{U}{k_e}$$

(Note: A green arrow points from the exponential term $e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)}$ to a green '0', indicating its limit as t approaches infinity.)

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция

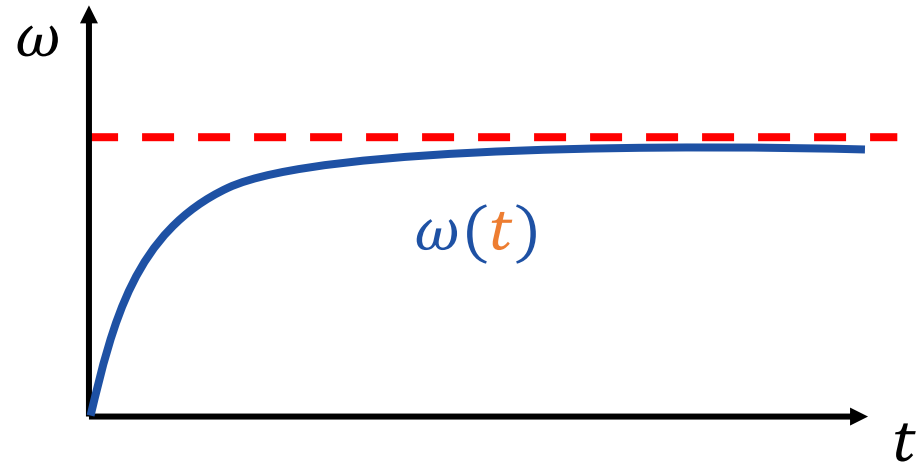


$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right) = \frac{U}{k_e}$$

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция

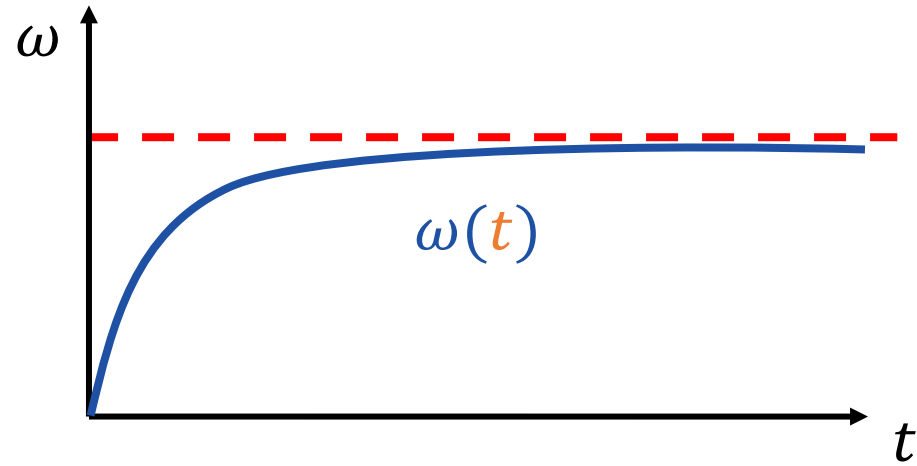


$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right) = \frac{U}{k_e}$$

$$0 + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \frac{k_m k_e}{JR} \omega_{уст} = \frac{k_m}{JR} U$$

Переходная функция

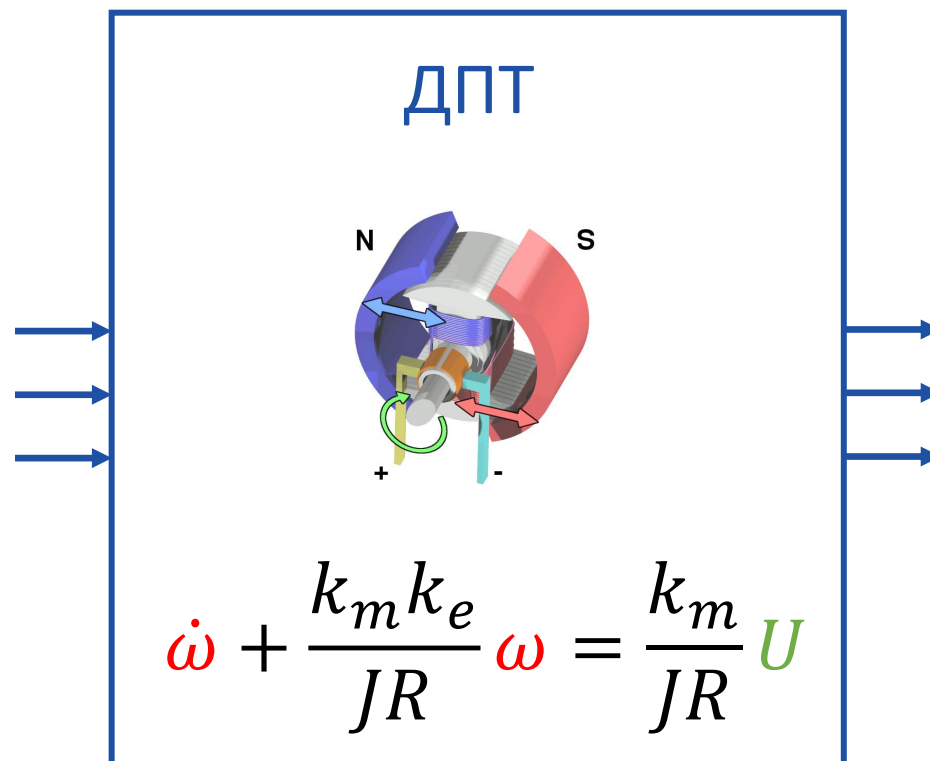


$\omega_{уст} = ?$ Как найти установившееся значение?

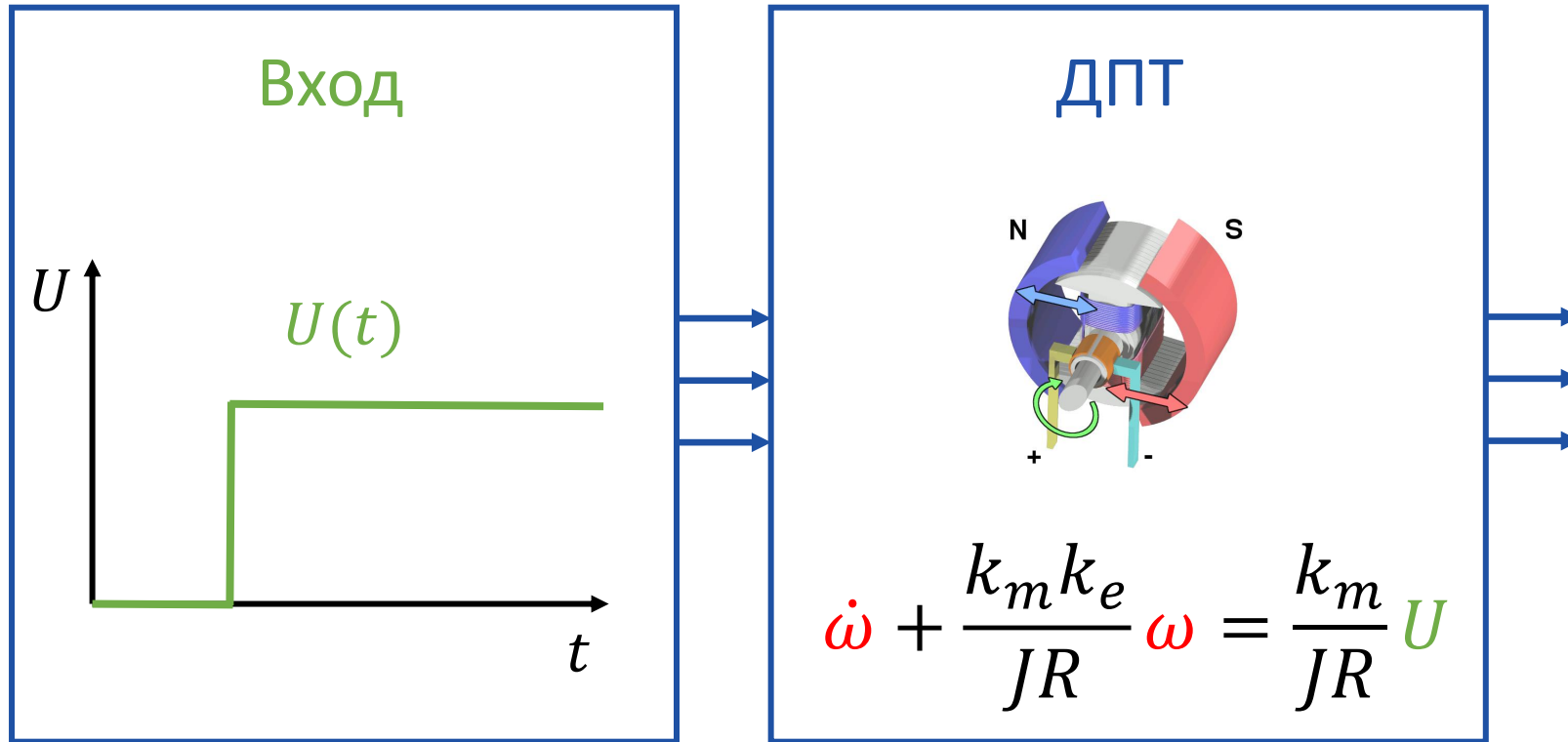
$$\omega(t) = \frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \Rightarrow \omega_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{U}{k_e} - \frac{U}{k_e} e^{\left(-\frac{k_m k_e t}{JR}\right)} \right) = \frac{U}{k_e}$$

$$0 + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \frac{k_m k_e}{JR} \omega_{уст} = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \omega_{уст} = \frac{U}{k_e}$$

Переходная функция



Переходная функция



Переходная функция

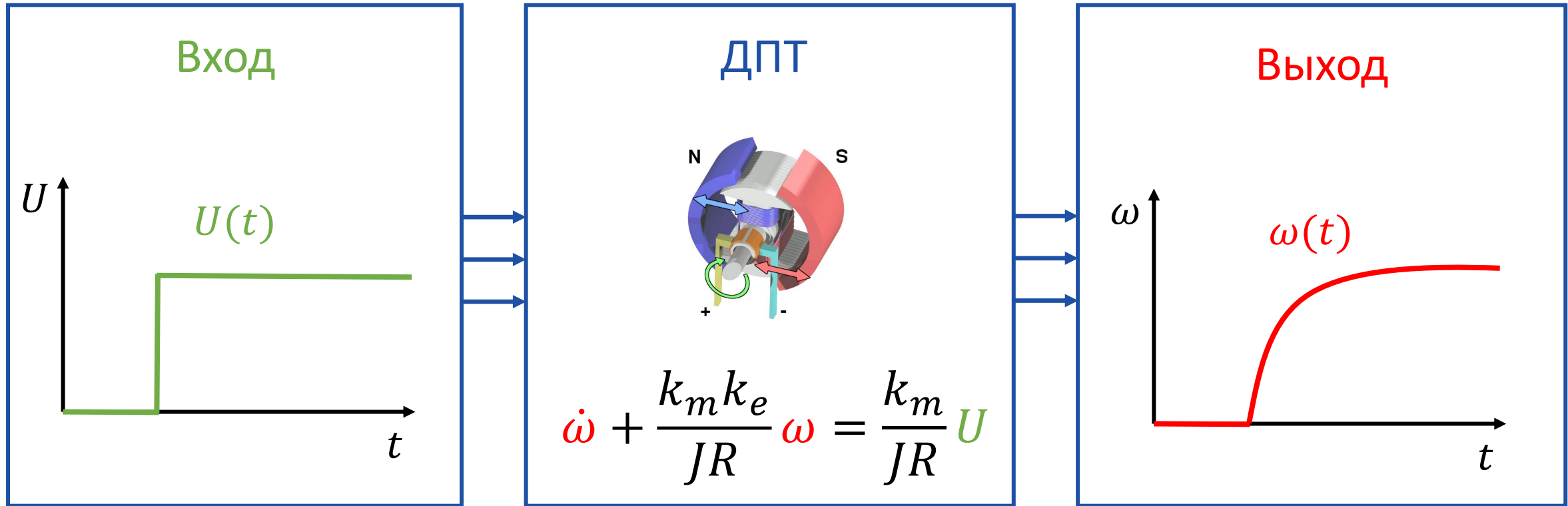


Схема моделирования

Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U$$

Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

Схема моделирования

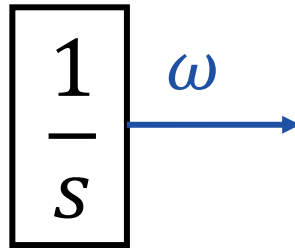
$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

$$\boxed{\frac{1}{s}}$$

Интегратор

Схема моделирования

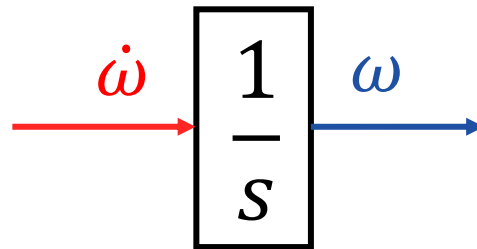
$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$



Интегратор

Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$



Интегратор

Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \quad \Rightarrow \quad \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

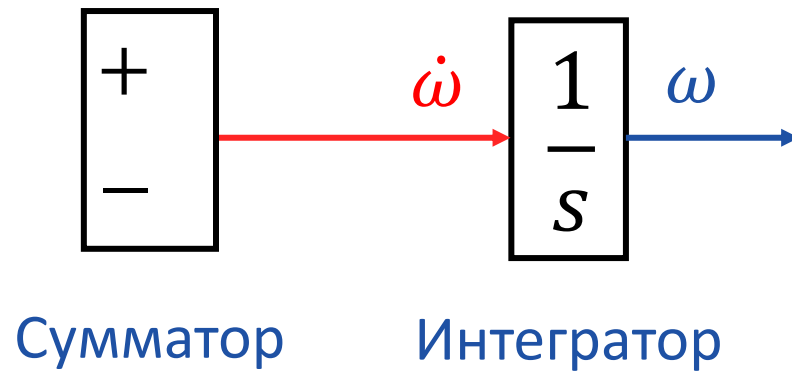
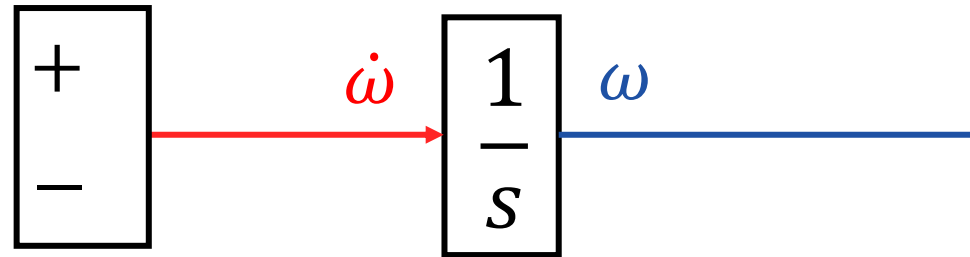


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

$U \longrightarrow$



Сумматор

Интегратор

Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

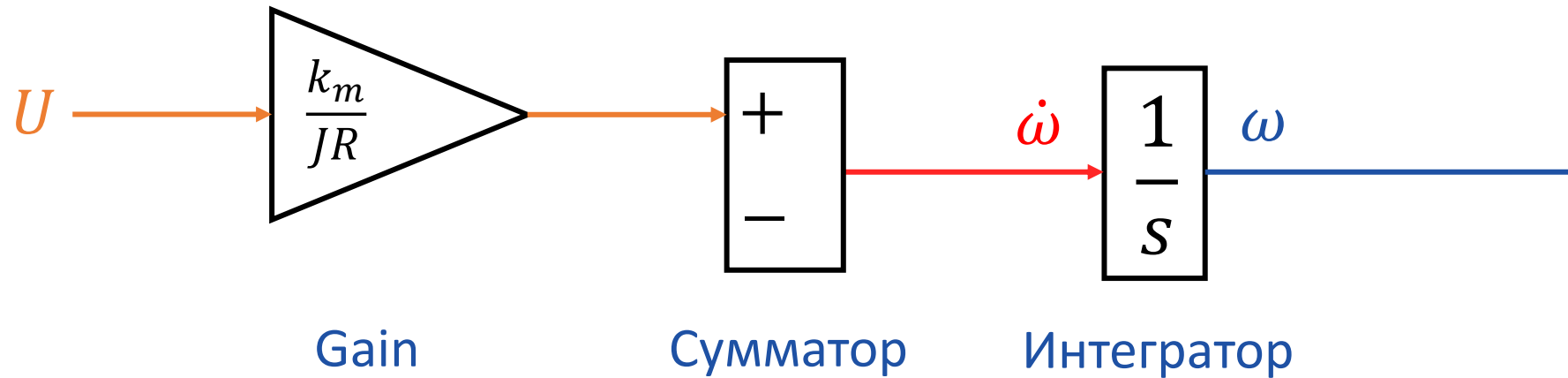


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

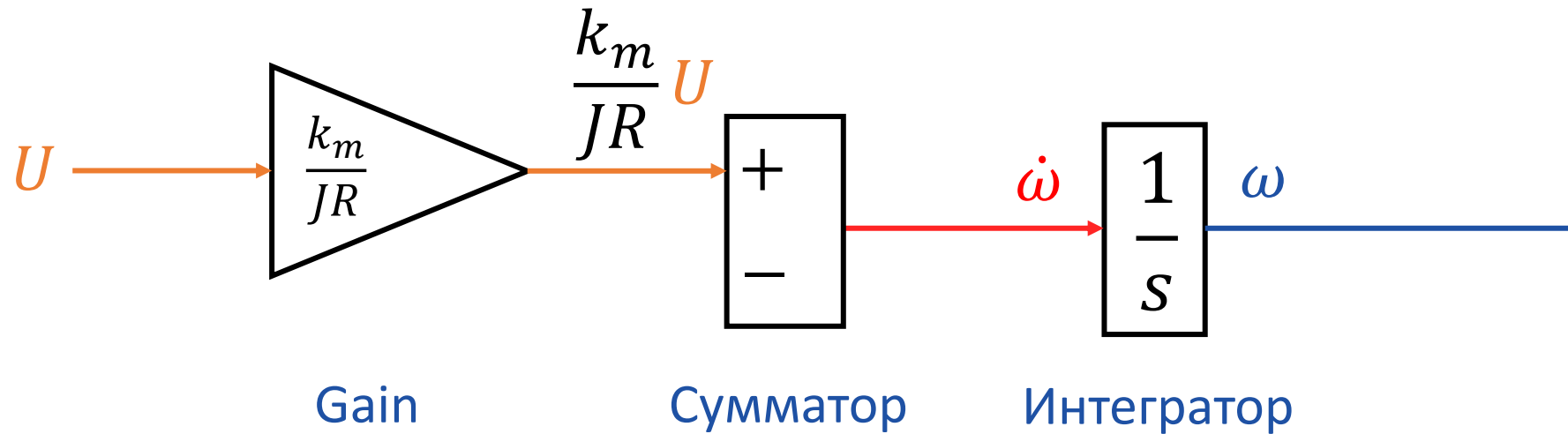


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

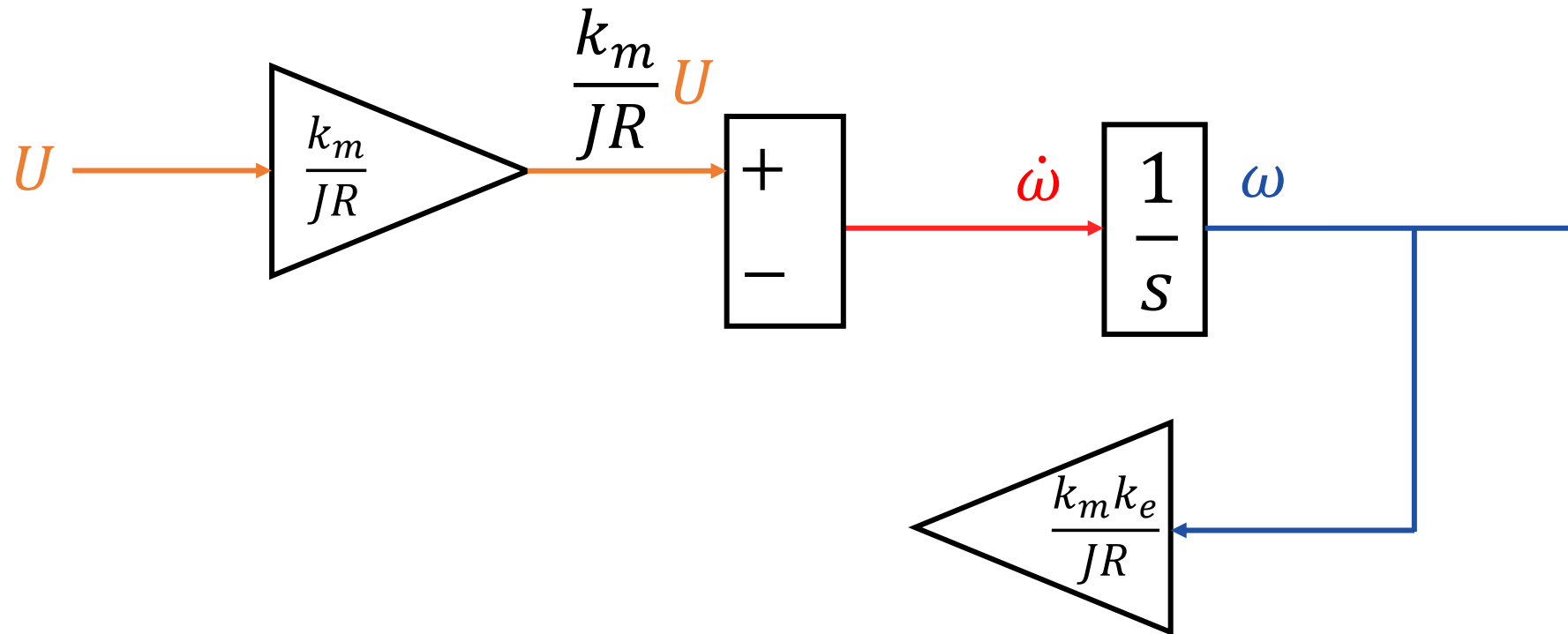


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

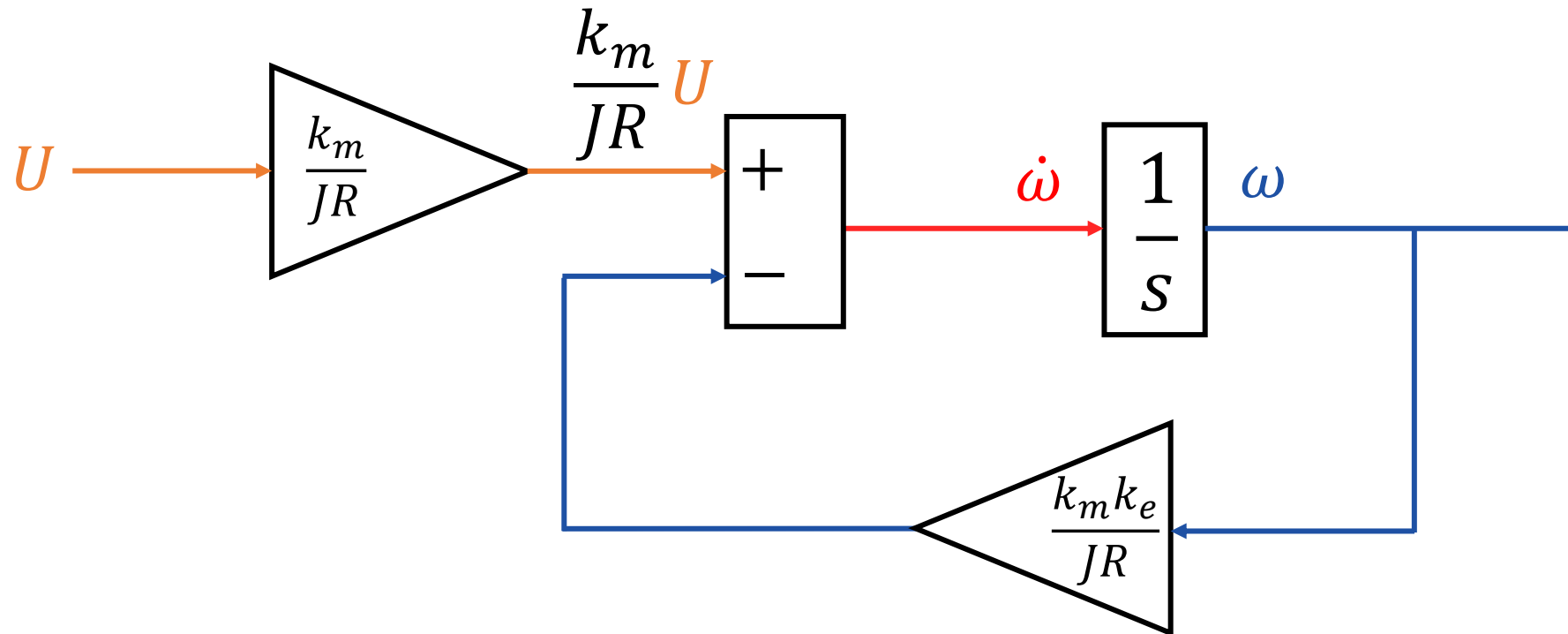


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$

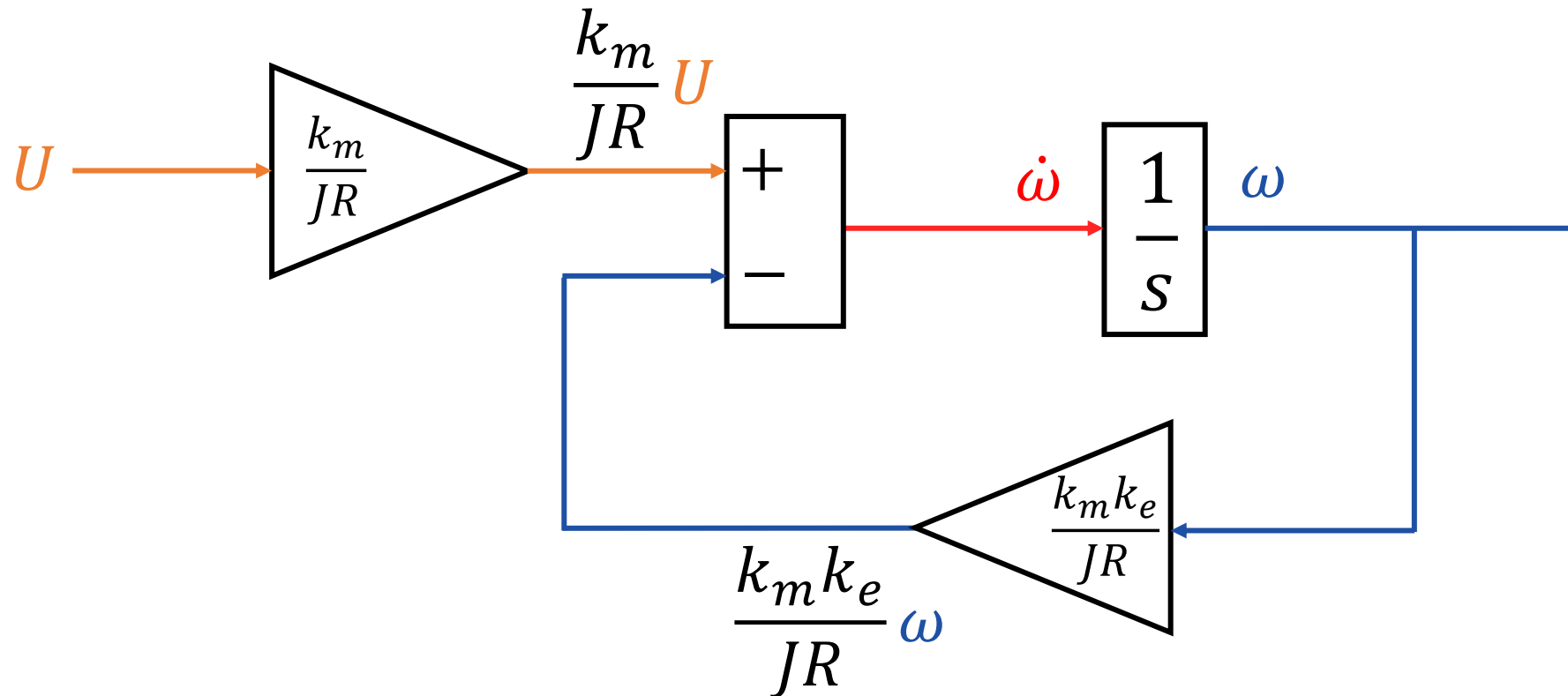
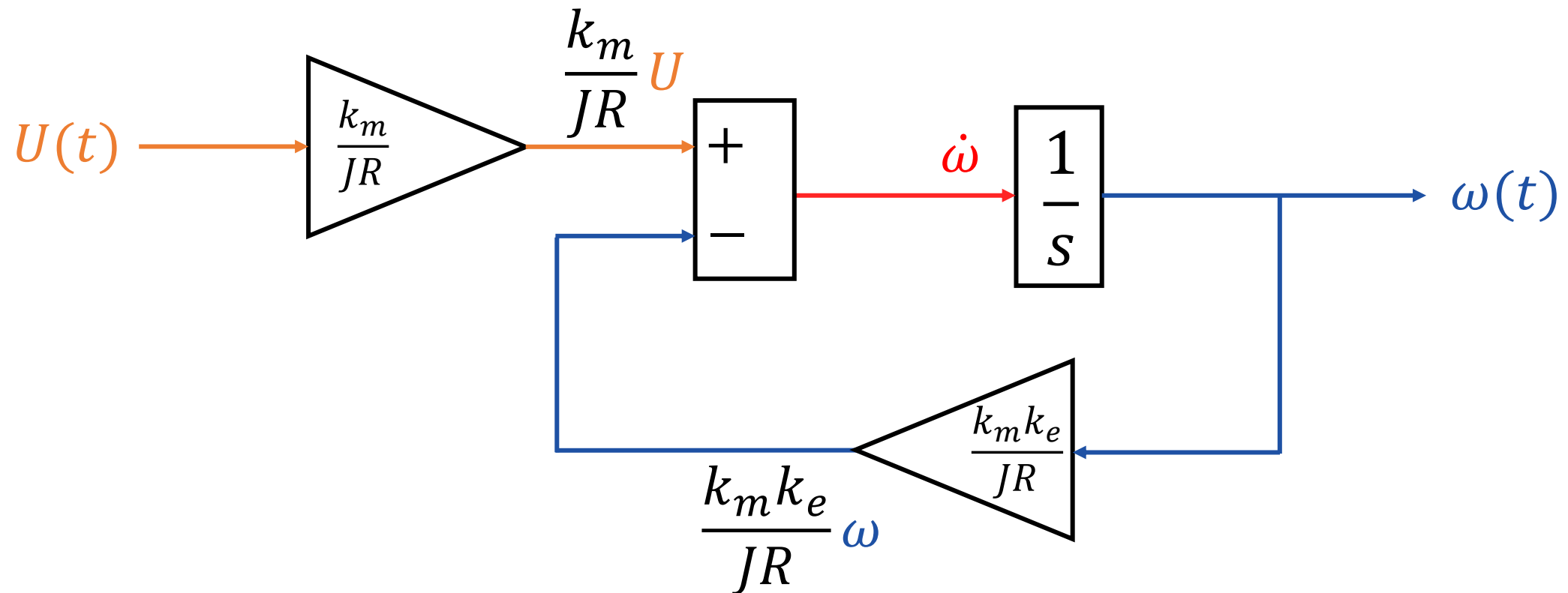


Схема моделирования

$$\dot{\omega} + \frac{k_m k_e}{JR} \omega = \frac{k_m}{JR} U \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{k_m}{JR} U - \frac{k_m k_e}{JR} \omega$$





Спасибо за внимание!

