Controlli Automatici - T

Progetto Tipologia b - Traccia 3

Controllo di una tavola rotante motorizzata

Descrizione del problema

Si consideri il sistema in Figura 1 rappresentante una tavola rotante motorizzata dove l'accoppiamento tra motore e tavola avviene tramite un giunto cardanico. Si considerino $\theta(t)$ posizione angolare della tavola e $\omega(t)$ la sua velocità angolare. Si supponga che la dinamica del sistema sia descritta dalla seguente equazione differenziale

$$J\dot{\omega} = \tau(\theta)C_m - \beta\omega - k\theta, \tag{1}$$

$$\text{dove } \tau(\theta) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - (\sin(\alpha)\cos(\theta))^2}, \tag{2}$$

in cui

- $\tau(\theta)$ è il rapporto di trasmissione del giunto cardanico funzione di θ e dell'angolo tra i due alberi α;
- J è il momento d'inerzia della tavola;
- si considera come input di controllo C_m, ossia la coppia generata dal motore elettrico;
- si considerano infine anche l'attrito viscoso (coefficiente β) e l'elasticità del disco (coefficiente k).

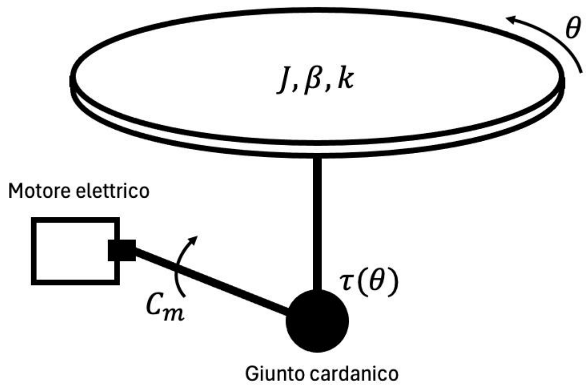

Figura 1: Schema illustrativo della tavola motorizzata.

Si supponga di poter misurare la posizione angolare θ della tavola.

Punto 1

Si riporti il sistema (1) nella forma di stato

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{3a}$$

$$y = h(x, u). \tag{3b}$$

In particolare, si dettagli la variabile di stato, la variabile d'ingresso, la variabile d'uscita e la forma delle funzioni f e h. A partire dal valore di equilibrio θ_e (fornito in tabella), si trovi l'intera coppia di equilibrio (x_e, u_e) e si linearizzi il sistema non lineare (3) nell'equilibrio, così da ottenere un sistema linearizzato del tipo

$$\delta\dot{x} = A\delta x + B\delta u \tag{4a}$$

$$\delta y = C\delta x + D\delta u, \tag{4b}$$

con opportune matrici A, B, C e D.

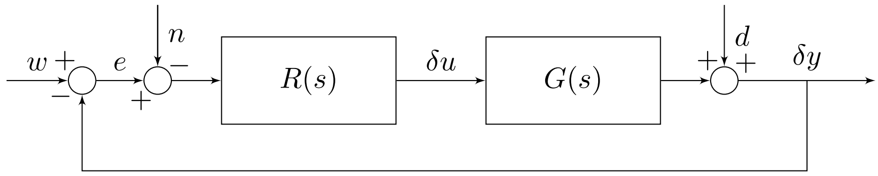

Figura 2: Schema di controllo.

Punto 2

Si calcoli la funzione di trasferimento da δu a δy, ovvero la funzione $G(s)$ tale che $\delta Y(s) = G(s)\delta U(s)$.

Punto 3

Si progetti un regolatore (fisicamente realizzabile) considerando le seguenti specifiche:

1) Errore a regime $|e_\infty| \leq e^\star = 0.01$ in risposta a un gradino $w(t) = 1.5(t)$ e $d(t) = 1(t)$

2) Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase $M_f \geq 33°$.

3) Il sistema può accettare una sovraelongazione percentuale al massimo dell'16% : $S\% \leq 16\%$.

4) Il tempo di assestamento alla $\epsilon\% = 5\%$ deve essere inferiore al valore fissato: $T_{a,\epsilon} = 0.003s$.

5) Il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[0, 0.8]$, deve essere abbattuto di almeno 50 dB.

6) Il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[1.2 \cdot 10^5, 5 \cdot 10^6]$, deve essere abbattuto di almeno 72 dB.

Punto 4

Testare il sistema di controllo sul sistema linearizzato con $w(t) = 1.5(t)$, $d(t) = \sum_{k=1}^{4} 0.2\sin(0.1kt)$ e $n(t) = \sum_{k=1}^{4} 0.2\sin(2 \cdot 10^5 kt)$.

Punto 5

Testare il sistema di controllo sul modello non lineare (ed in presenza di $d(t)$ ed $n(t)$).

Punti opzionali

- Sviluppare (in Matlab) un'interfaccia grafica di animazione in cui si mostri la dinamica del sistema.
- Supponendo un riferimento $w(t) \equiv 0$, esplorare il range di condizioni iniziali dello stato del sistema non lineare (nell'intorno del punto di equilibrio) tali per cui l'uscita del sistema in anello chiuso converga a $h(x_e, u_e)$.
- Esplorare il range di ampiezza di riferimenti a gradino tali per cui il controllore rimane efficace sul sistema non lineare.

k	500
β	0.5
α	50°
J	400
θ_e	100°

Tabella 1: Parametri del sistema.