Controlli Automatici T

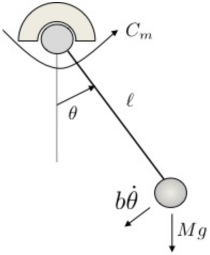
Controllo retroazionato via linearizzazione su Matlab e Simulink

Prof. Guido Carnevale

Department of Electrical, Electronic, and Information Engineering
Alma Mater Studiorum Università di Bologna
guido.carnevale@unibo.it

Linearizzazione pendolo

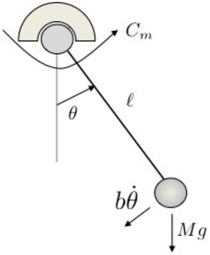
Definiamo $x_1 := \theta$ e $x_2 := \dot{\theta}$ (stato $x := [x_1\, x_2]^T$) e $u := C_\mathrm{m}$ (ingresso)



$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{g}{\ell}\sin(x_1(t)) - \frac{b}{M\ell^2}x_2(t) + \frac{1}{M\ell^2}u(t) \end{bmatrix}}_{f(x(t),u(t))}$$

Linearizzazione pendolo

Definiamo $x_1 := \theta$ e $x_2 := \dot{\theta}$ (stato $x := [x_1\, x_2]^T$) e $u := C_\mathrm{m}$ (ingresso)



$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2(t) \\ -\frac{g}{\ell}\sin(x_1(t)) - \frac{b}{M\ell^2}x_2(t) + \frac{1}{M\ell^2}u(t) \end{bmatrix}}_{f(x(t),u(t))}$$

La coppia $(x_e, u_e) = \left(\begin{bmatrix} 2\pi/3 \\ 0 \end{bmatrix}, M\ell g \sin(2\pi/3) \right)$ è una coppia di equilibrio per il sistema pendolo.
Linearizzando rispetto ad (x_e, u_e) consideriamo il sistema linearizzato

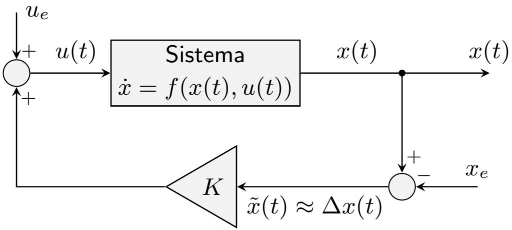
$$\dot{\Delta x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{\ell}\cos(2\pi/3) & -\frac{b}{M\ell^2} \end{bmatrix}}_{\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial x}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} =: A} \Delta x(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M\ell^2} \end{bmatrix}}_{\left.\frac{\partial f(x,u)}{\partial u}\right|_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}} =: B} \Delta u(t)$$

Controllo pendolo mediante linearizzazione

Scegliamo il controllo retroazionato

$$u(t) = u_e + \Delta u(t) = u_e + K \underbrace{(x(t) - x_e)}_{\tilde{x}(t)} \approx u_e + K\Delta x(t)$$

scegliendo K tale che $A + BK$ abbia autovalori stabili.

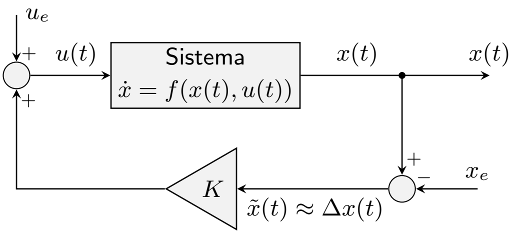


Controllo pendolo mediante linearizzazione

Scegliamo il controllo retroazionato

$$u(t) = u_e + \Delta u(t) = u_e + K\underbrace{(x(t) - x_e)}_{\tilde{x}(t)} \approx u_e + K\Delta x(t)$$

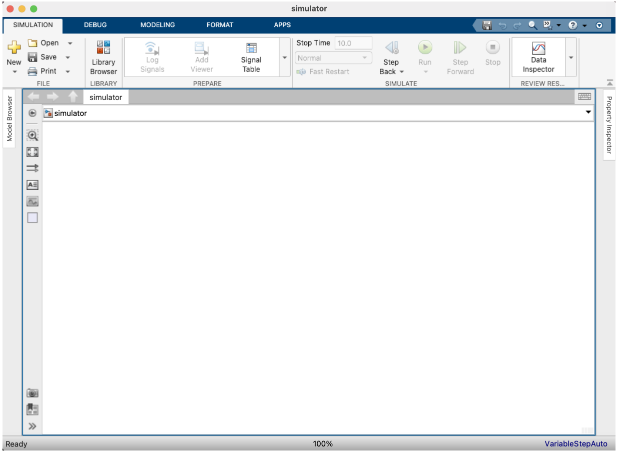
scegliendo K tale che $A + BK$ abbia autovalori stabili.



Esercizio: simulare l'evoluzione del pendolo nell'intervallo $[0, 30]$ con condizioni iniziali $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$ e scegliendo il controllo $u(t) = u_e + K(x(t) - x_e)$ con K tale che il sistema linearizzato abbia matrice di anello chiuso stabile.

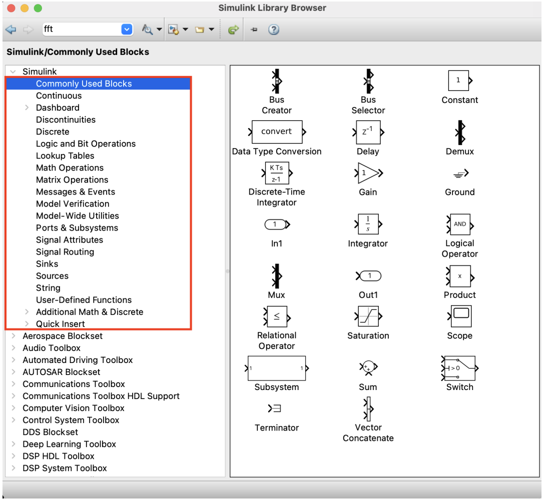
Simulink

Ambiente grafico, integrato con Matlab, per simulare sistemi dinamici tramite diagrammi a blocchi



Come creare un nuovo file: Home → Simulink → Blank Model (estensione .slx)

Blocchi di base



Dove trovare i blocchi più rilevanti:

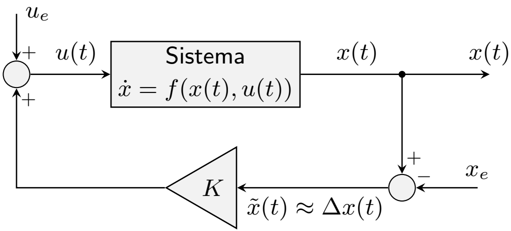
- **Continuous:** integratori, sistemi LTI, FdT
- **Discrete:** sistemi a tempo discreto (non trattati nel corso)
- **Logic and Bit Operations:** operatori logici, disuguaglianze
- **Math Operations:** somme, prodotti, guadagni, funzioni matematiche
- **Ports & Subsystems:** sottosistemi, input/output, enable
- **Signal Routing:** mux, goto/from, switch
- **Sinks:** scope, output
- **Sources:** input, generatori di segnali
- **User-Defined Functions:** funzioni di Matlab (scritte esattamente come in precedenza)
- **Control System Toolbox:** LTI system

Controllo pendolo mediante linearizzazione - Simulink

Scegliamo il controllo retroazionato

$$u(t) = u_e + \Delta u(t) = u_e + K \underbrace{(x(t) - x_e)}_{\tilde{x}(t)} \approx u_e + K\Delta x(t)$$

scegliendo K tale che $A + BK$ abbia autovalori stabili.



Esercizio: simulare su Simulink l'evoluzione del pendolo nell'intervallo $[0, 30]$ con condizioni iniziali $x(0) = \begin{bmatrix} \frac{\pi}{4} \\ 0 \end{bmatrix}$ e scegliendo il controllo $u(t) = u_e + K(x(t) - x_e)$ con K tale che il sistema linearizzato abbia matrice di anello chiuso stabile.