

Relazione Controlli Automatici T: Controllo di una Tavola Rotante Motorizzata

Progetto Tipologia b - Traccia 3

Davide Chirichella, Filippo Giulietti, Renato Eugenio Maria Marziano, Michele Proietti

Contenuti

1	Introduzione	3
1.1	Descrizione del problema	3
1.2	Parametri	3
2	Analisi del sistema	3
2.1	Variabili del sistema	3
2.2	Forma di stato	3
2.3	Considerazioni sul sistema	4
2.4	Linearizzazione	4
2.5	Funzione di trasferimento	5
3	Specifiche per la realizzazione del regolatore	5
3.1	Specifiche di progetto	5
3.2	Regolatore statico	6
3.2.1	Errore a regime	6
3.3	Regolatore dinamico	6
3.3.1	Sovraelongazione percentuale e Margine di fase	6
3.3.2	Tempo di assestamento e frequenza critica minima $\omega_{c,min}$	6
3.3.3	Disturbo sull'uscita	7
3.3.4	Disturbo di misura	7
3.3.5	$G(s)$ con aree proibite evidenziate	7
4	Sintesi regolatore	8
4.1	Sintesi del regolatore statico	8
4.1.1	Sintesi per errore a regime	8
4.1.2	Sintesi per abbattimento disturbi	9
4.1.3	Sintesi regolatore statico completa	9
4.1.4	Rappresentazione funzione estesa	9
4.2	Sintesi del regolatore dinamico	9
4.2.1	Sintesi per il rispetto del margine di fase	9
4.2.2	Sintesi per abbattimento errori di misura	10
4.2.3	Sintesi regolatore dinamico completa	11
4.3	Sintesi regolatore completa	11
4.4	Funzione ad anello aperto	11

5	Test sul sistema	12
5.1	Test sul sistema linearizzato	12
5.1.1	Test senza disturbi	12
5.1.2	Test con disturbi	13
5.2	Test sul sistema non lineare	14
6	Punti Opzionali	15
6.1	Realizzazione interfaccia grafica	15
6.2	Analisi range di condizioni dell'ampiezza del riferimento a gradino sul non lineare	16
7	Conclusioni	18

1 Introduzione

1.1 Descrizione del problema

Il sistema è descritto dall'equazione differenziale:

$$J\dot{\omega} = \tau(\theta)C_m - \beta\omega - k\theta, \quad (1.1)$$

con rapporto di trasmissione $\tau(\theta)$ dato da:

$$\tau(\theta) = \frac{\cos(\alpha)}{1 - (\sin(\alpha) \cos(\theta))^2}. \quad (1.2)$$

1.2 Parametri

I parametri forniti dalla traccia sono:

- k : elasticità del disco ($k = 500 \text{ N/m}^2$),
- J : momento d'inerzia della tavola ($J = 400 \text{ J} \cdot \text{m}^2$),
- β : coefficiente di attrito viscoso ($\beta = 0.5 \text{ N} \cdot \text{s/m}^2$),
- α : angolo del giunto cardanico ($\alpha = 50^\circ$).
- α : posizione angolare di equilibrio ($\theta_e = 100^\circ$).

2 Analisi del sistema

2.1 Variabili del sistema

Le variabili individuate per descrivere il sistema in forma di stato sono:

- $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix}$ è lo stato che comprende la posizione angolare e la velocità angolare della tavola,
- $u(t) = C_m$ è l'ingresso di controllo, ovvero la coppia generata dal motore elettrico,
- $y(t) = \theta(t)$ è l'uscita del sistema, ovvero la posizione angolare della tavola.

2.2 Forma di stato

Il sistema è stato riscritto in forma di stato con le seguenti equazioni:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ \frac{\tau(\theta)C_m - \beta x_2(t) - kx_1(t)}{J} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$y(t) = h(x(t)) = x_1(t) \quad (2.2)$$

2.3 Considerazioni sul sistema

Dalle equazioni emerge che si tratta di un sistema:

- **Non lineare**, in quanto la sua dinamica contiene elementi non lineari (seno, coseno). Necessiterà quindi di linearizzazione,
- **Forzato**, in quanto la $u(t)$ è presente nelle equazioni di stato,
- **Tempo invariante**, in quanto i parametri in gioco sono costanti,
- **Single Input Single Output (SISO)**, in quanto sia l'ingresso che l'uscita hanno dimensione 1,
- **Strettamente proprio**, in quanto l'uscita dipende solo dallo stato e non dall'ingresso.

2.4 Linearizzazione

Essendo un sistema forzato, l'equilibrio è rappresentato come una coppia (u_e, x_e) . Sapendo che $\theta_e = 100^\circ$, l'equilibrio del sistema è stato calcolato come:

$$x_e = \begin{bmatrix} \theta_e \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100^\circ \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

$$u_e = C_{m,e} = \frac{k\theta_e}{\tau(\theta_e)} \approx 1333.6021. \quad (2.4)$$

L'operazione di linearizzazione ci permetterà di ottenere un sistema lineare che approssima il comportamento dinamico del sistema originario (non lineare) attorno all'equilibrio, ottenendo la forma di stato linearizzata nella struttura:

$$\Delta \dot{x}(t) = A_e \Delta x(t) + B_e \Delta u(t) \quad (2.5)$$

$$\Delta y(t) = C_e \Delta x(t) + D_e \Delta u(t) \quad (2.6)$$

Le matrici A_e, B_e, C_e, D_e sono linearizzate attorno alla coppia di equilibrio. Esse si ottengono calcolando le derivate parziali delle funzioni di stato e di uscita valutate nell'equilibrio rispetto alle variabili di stato e di ingresso, come segue:

$$\begin{aligned} A_e &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{J} & -\frac{\beta}{J} \end{bmatrix} \\ B_e &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\tau(\theta_e)}{J} \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0] \\ D &= 0 \end{aligned}$$

Le matrici linearizzate sono quindi:

$$\begin{aligned} A_e &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.8042 & -0.0013 \end{bmatrix} \\ B_e &= \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{x=x_e, u=u_e} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0016 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2.5 Funzione di trasferimento

La funzione di trasferimento del sistema $G(s) = C(sI - A_e)^{-1}B_e + D$ è stata calcolata come:

$$G(s) \approx \frac{2.0343 \cdot 10^{-3}}{1 + 1.5543 \cdot 10^3 s + 0.8042 \cdot 10^{-1} s^2} \quad (2.7)$$

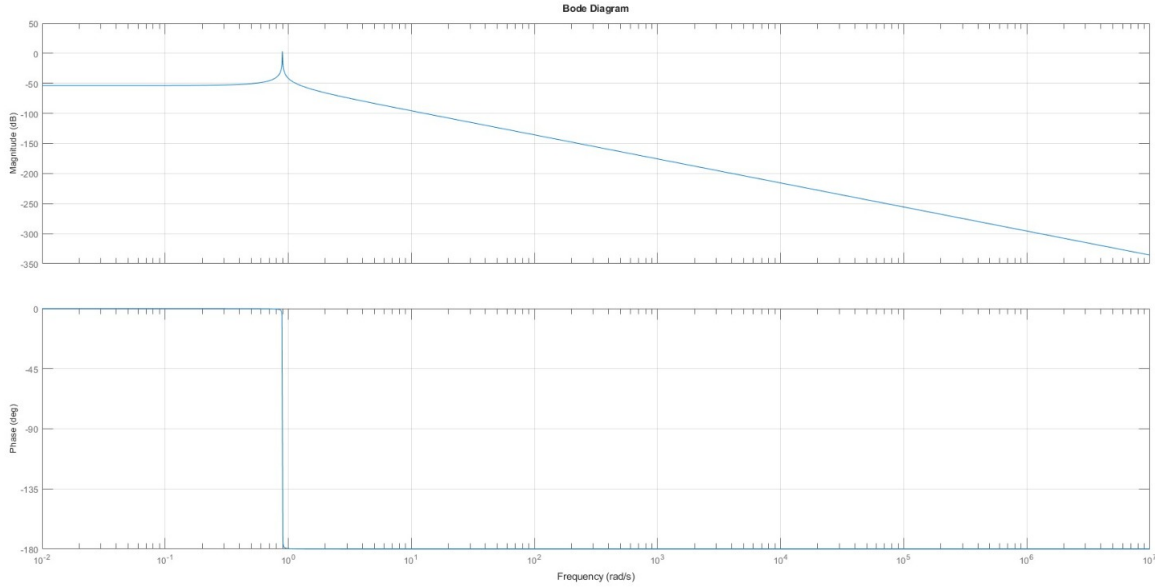


Figure 1: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(j\omega)$

La funzione di trasferimento risultante presenta **due poli complessi coniugati**, come evidenziato sia dalla forma caratteristica del diagramma di Bode che dalla posizione dei poli nel piano complesso. Presenta inoltre del **guadagno statico** di tipo amplificativo. Inoltre, poiché i poli hanno una parte reale strettamente negativa, il sistema soddisfa i requisiti per la **stabilità esterna** (BIBO stabilità) garantendoci in uscita una funzione limitata dando in ingresso un segnale a sua volta limitato.

3 Specifiche per la realizzazione del regolatore

Nei punti precedenti abbiamo descritto il comportamento del nostro sistema ottenendo la funzione di trasferimento $G(s)$. Il prossimo passo è quello di progettare un regolatore con funzione di trasferimento $R(s)$ che ci dia garanzie di stabilità, precisione, robustezza etc... rispettando le specifiche date nella traccia. $L(s) = G(s)R(s)$ non è altro che il regolatore messo in serie con il sistema, definita come **funzione ad anello aperto**.

3.1 Specifiche di progetto

Le specifiche del regolatore da progettare sono:

1. Errore a regime $|e_\infty| \leq e^* = 0.01$ in risposta a un gradino $w(t) = 1.5(t)$ e $d(t) = 1(t)$;

2. Per garantire una certa robustezza del sistema si deve avere un margine di fase $M_f \geq 33^\circ$;
3. Il sistema può accettare una sovralongazione percentuale al massimo dell'16%: $S\% \leq 16\%$;
4. Il tempo di assestamento alla $\epsilon\% = 5\%$ deve essere inferiore al valore fissato: $T_{a,\epsilon} \leq 0.003$ s;
5. Il disturbo sull'uscita $d(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[0, 0.8]$, deve essere abbattuto di almeno 50 dB;
6. Il rumore di misura $n(t)$, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[1.2 \cdot 10^5, 5 \cdot 10^6]$, deve essere abbattuto di almeno 72 dB.

3.2 Regolatore statico

3.2.1 Errore a regime

Aggiungere uno zero avrebbe annullato completamente l'errore a regime, noi invece vogliamo semplicemente mantenerlo sotto una certa soglia. Per ottenere un errore a regime $|e_\infty| \leq e^* = 0.01$ in risposta a un gradino $w(t) = 1.5$ e $d(t) = 1(t)$, agiamo sul guadagno della funzione di trasferimento:

$$\mu_{\min} = L(0) \geq \frac{D^* + W^*}{e^*} = 250 \quad (3.1)$$

3.3 Regolatore dinamico

3.3.1 Sovralongazione percentuale e Margine di fase

La sovralongazione percentuale indica quanto l'uscita del sistema supererà il valore desiderato a regime prima di stabilizzarsi. Per ottenere una sovralongazione percentuale massima $S\% \leq S^* = 16\%$, con un coefficiente di smorzamento ξ calcolato come $\xi \approx \frac{M_f}{100}$, bisognerà avere un margine di fase desiderato M_f^* circa uguale a:

$$M_f^* \geq 100 \cdot \xi^* = \frac{\left| \log \left(\frac{S^*}{100} \right) \right|}{\sqrt{\pi^2 + \left(\log \left(\frac{S^*}{100} \right) \right)^2}} \approx 50.3868^\circ \quad (3.2)$$

3.3.2 Tempo di assestamento e frequenza critica minima $\omega_{c,\min}$

Il tempo di assestamento per un errore relativo $\epsilon\% = 5\%$ deve essere inferiore al valore fissato $T_{a,\epsilon} \leq T^* = 0.003$ s. Per garantire questa condizione, deve essere soddisfatta la relazione:

$$\xi \cdot \omega_n \geq \frac{3}{T^*} \implies M_f \cdot \omega_c \geq \frac{3 \cdot 100}{T^*} \quad (3.3)$$

Con ω_n pulsazione naturale e ξ coefficiente di smorzamento. Possiamo quindi ricavare la frequenza minima come:

$$\omega_{c,\min} = \frac{300}{M_f^* \cdot T^*} \approx 1984.6464$$

Dove M_f^* è il margine di fase scelto come il più restrittivo tra quelli imposti nel punto precedente dalla disequazione nel vincolo di sovralongazione.

3.3.3 Disturbo sull'uscita

Sappiamo che se $d(t)$ è una sinusoide di equazione $d(t) = D \cos(\omega t + \varphi)$, allora $y(t) = |S(j\omega)|D \cos(\omega t + \varphi - \arg\{S(j\omega)\})$, con $S(j\omega)$ definita **funzione di sensitività**. Grazie all'analisi in frequenza della funzione di sensitività possiamo approssimare la $S(j\omega)$ come segue:

$$|S(j\omega)|_{\text{dB}} \approx \begin{cases} -|L(j\omega)|_{\text{dB}} & \omega \leq \omega_c \\ 0 \text{ dB} & \omega > \omega_c \end{cases} \quad (3.4)$$

Le specifiche richiedono di attenuare il disturbo sull'uscita, con una banda limitata nel range di pulsazioni $[\omega_{d,\min} = 0, \omega_{d,\max} = 0.8]$, di almeno 50dB. Poichè la $\omega_{d,\max} \ll \omega_c$ calcolata precedentemente, ricadiamo nel primo caso e possiamo affermare che:

$$|S(j\omega)|_{\text{dB}} \leq -A_d \implies |L(j\omega)|_{\text{dB}} \geq A_d \implies |L(j\omega)|_{\text{dB}} \geq 50\text{dB} \quad (3.5)$$

$L(s)$ deve avere quindi un guadagno di almeno 50dB all'intervallo di frequenze del disturbo

3.3.4 Disturbo di misura

Per le stesse ragioni precedenti, sappiamo che se $n(t)$ è una sinusoide di equazione $n(t) = N \cos(\omega t + \varphi)$, allora $y(t) = |F(j\omega)|N \cos(\omega t + \varphi - \arg\{F(j\omega)\})$, con $F(j\omega)$ **funzione di sensitività complementare**. Il range di pulsazioni considerato nel caso del disturbo di misura è $[\omega_{n,\min} = 1.2 \cdot 10^5, \omega_{n,\max} = 5 \cdot 10^6]$. Possiamo approssimare la $F(j\omega)$ come segue:

$$|F(j\omega)|_{\text{dB}} \approx \begin{cases} 0 \text{ dB} & \omega < \omega_c \\ |L(j\omega)|_{\text{dB}} & \omega \geq \omega_c \end{cases} \quad (3.6)$$

Il disturbo di misura va attenuato di almeno 72dB. Poichè la $\omega_{d,\max} \gg \omega_c$, ricadiamo nel secondo caso e possiamo affermare che:

$$|F(j\omega)|_{\text{dB}} \leq -A_n \implies |L(j\omega)|_{\text{dB}} \leq -A_n \implies |L(j\omega)|_{\text{dB}} \leq -72\text{dB} \quad (3.7)$$

$L(s)$ deve avere quindi un guadagno inferiore ad almeno 72dB all'intervallo di frequenze del disturbo

3.3.5 G(s) con aree proibite evidenziate

Mostriamo ora graficamente quali aree il nostro regolatore dovrà impedire di oltrepassare:

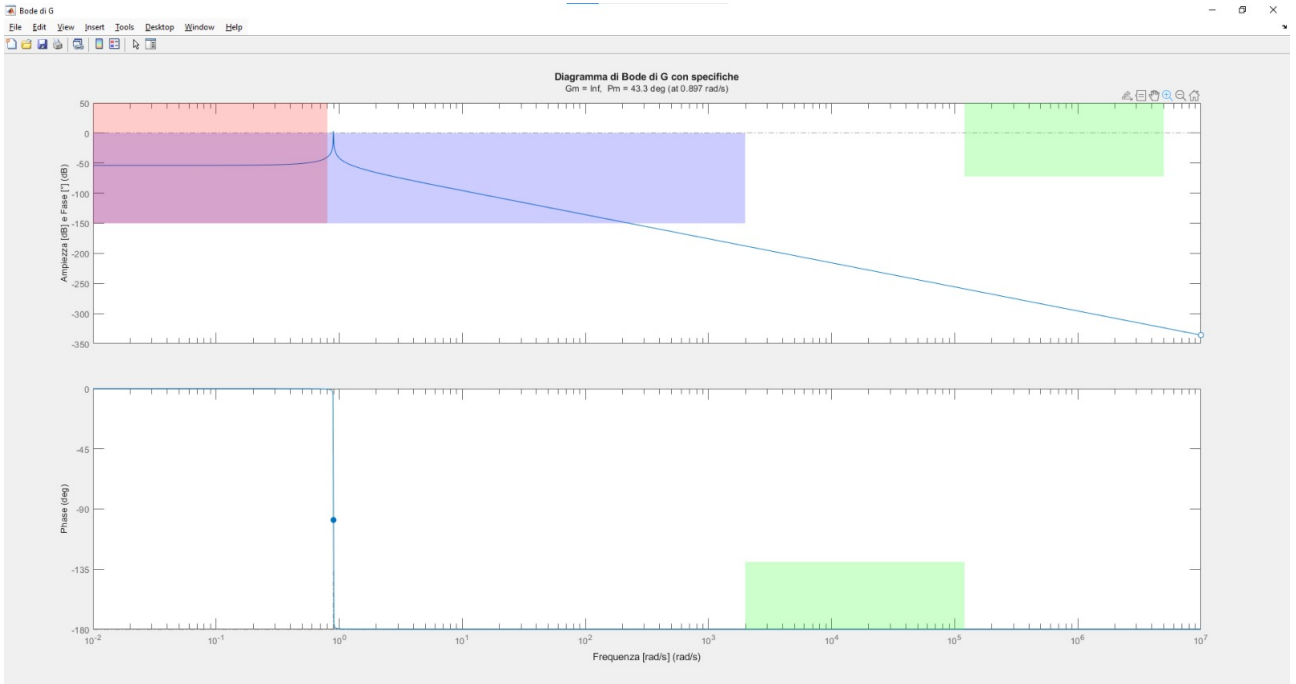


Figure 2: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento $G(j\omega)$ con le aree proibite

- La patch **rosa** identifica la zona proibita relativa al vincolo sulla riduzione del disturbo di uscita $d(t)$;
- La patch **verde** nel diagramma delle ampiezze identifica la zona proibita relativa al vincolo sulla riduzione degli errori di misura $n(t)$;
- La patch **blu** identifica la zona proibita relativa alla pulsazione di taglio minima $\omega_{c,min}$, ovvero le pulsazioni in cui la funzione non può andare in 0dB;
- La patch **verde** nel diagramma delle fasi identifica la zona proibita relativa al margine di fase M_f^* , ovvero la zona che non può essere attraversata nella pulsazione di taglio ;

4 Sintesi regolatore

Il regolatore è realizzato come combinazione tra la sua parte statica e quella dinamica $R(s) = R_s(s) \cdot R_d(s)$

4.1 Sintesi del regolatore statico

Regolatore Statico

4.1.1 Sintesi per errore a regime

Il guadagno statico deve essere maggiore o uguale al minimo calcolato nel punto 3.2.1 per rispettare l'errore a regime:

$$\mu_{s,error} \geq \mu_{min} \approx 250 \quad (4.1)$$

4.1.2 Sintesi per abbattimento disturbi

Applichiamo la formula per il guadagno statico utilizzato per l'abbattimento dei disturbi (A_d = attenuazione dei disturbi, 50):

$$\mu_{s,\text{dist}} = 10^{A_d/20} \approx 316.2278 \quad (4.2)$$

4.1.3 Sintesi regolatore statico completa

Otteniamo che la parte statica del regolatore ha una funzione di trasferimento del tipo:

$$R_s(s) = \max \left(\frac{\mu_{s,\text{error}}}{G(0)}, \frac{\mu_{s,\text{dist}}}{G(j\omega_{d,\text{max}})} \right) \approx 1.2290 \cdot 10^5 \quad (4.3)$$

4.1.4 Rappresentazione funzione estesa

Rappresentiamo ora il diagramma di Bode della funzione estesa, ovvero la serie tra il sistema e la parte statica del regolatore:

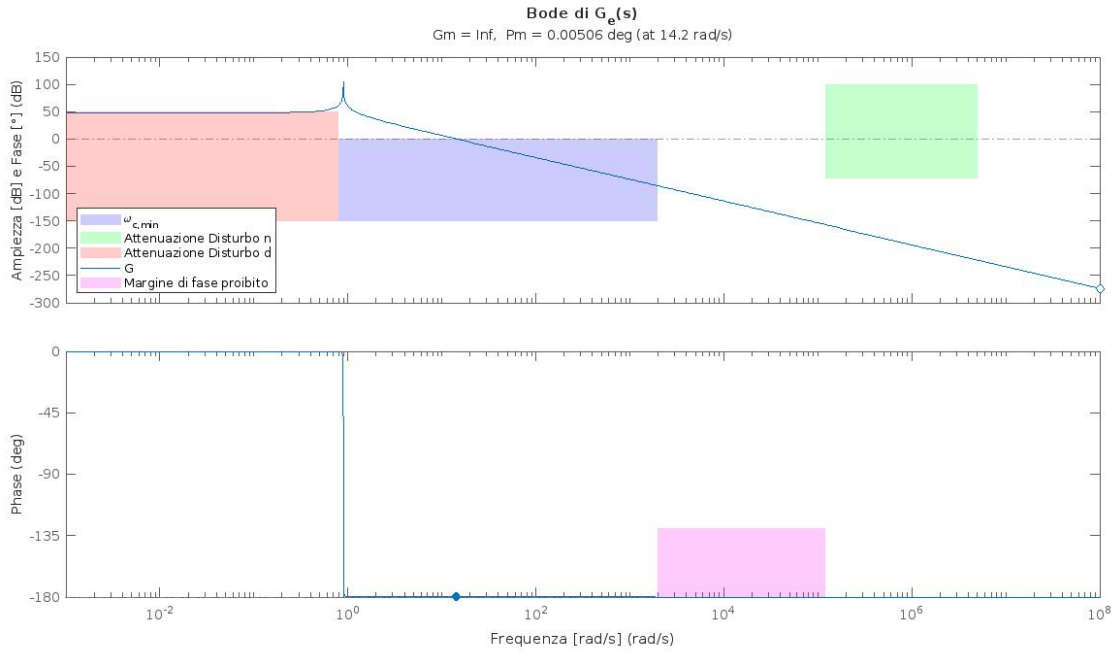


Figure 3: Diagramma di Bode della funzione di trasferimento estesa $G_e(j\omega) = G(j\omega)R_s(j\omega)$

4.2 Sintesi del regolatore dinamico

4.2.1 Sintesi per il rispetto del margine di fase

Osservando il diagramma di Bode del sistema esteso notiamo che ci troviamo nello scenario **B** studiato a lezione, in quanto non esistono pulsazioni in cui la fase del regolatore esteso $G_e(j\omega)$ soddisfi il vincolo sul margine di fase. Il nostro obiettivo è quindi di aumentare la fase nell'intervallo critico in modo da rispettare il vincolo su M_f^* , amplificando il meno possibile l'ampiezza. Le strategie da adottare sono:

- Aggiungere uno o più **zeri** per aumentare la fase;
- Aggiungere uno o più **poli** per mitigare l'aumento dell'ampiezza;

Tenendo conto dell'aggiunta di uno o più poli, progettiamo una rete anticipatrice con la seguente funzione di trasferimento:

$$R_{d,anticipatrice} = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s} \quad (4.4)$$

dove τ rappresenta il tempo caratteristico che definisce la posizione del polo e dello zero, e α , compreso tra 0 e 1, regola il rapporto tra le loro rispettive posizioni. Ricordando le formule di inversione:

$$\tau = \frac{\cos \varphi^* - \frac{1}{M^*}}{\omega_c^* \sin \varphi^*}$$

$$\alpha \tau = \frac{M^* - \cos \varphi^*}{\omega_c^* \sin \varphi^*}$$

E considerando che $|G(j\omega_c^*)|_{dB} + 20 \log M^* = 0$ ed $M_f^* = 180^\circ + \arg(G_e(j\omega_c^*)) + \varphi^*$ Procediamo per tentativi sull' ω_c^* in modo tale da rendere vere queste identità ed ottenere i parametri M^* e φ^* . Dopo vari tentativi, i parametri ottimali sono risultati essere:

- $\omega_c^* = 1.1 \cdot \omega_{c,min} \approx 2.1831 \cdot 10^3$, la pulsazione in cui l'ampiezza in dB del sistema esteso si annulla
- Tolleranza di fase $= 8^\circ$ che andrà aggiunta a M_f^* calcolato nel punto 3.3.1

Ottenendo dei valori:

- $M^* \approx 2.3708 \cdot 10^4$
- $\varphi^* \approx 58.3868^\circ$

Procediamo quindi al calcolo di τ ed α della rete anticipatrice:

- $\tau \approx 12.7498$
- $\alpha \approx 2.2112 \cdot 10^{-5}$

Ricavando una rete anticipatrice nella forma:

$$R_{d,anticipatrice}(s) = \frac{12.75 \cdot s + 1}{2.819 \cdot 10^{-4}s + 1} \quad (4.5)$$

4.2.2 Sintesi per abbattimento errori di misura

Per ridurre gli errori di misura, è necessario attenuare i segnali indesiderati ad alta frequenza. A tal fine, aggiungiamo un polo posizionato ad alte frequenze, secondo la forma:

$$R_{d,polo} = \frac{1}{(1 + T_1 s)} \quad (4.6)$$

Con T_1 il polo calcolato procedendo per tentativi. Otteniamo quindi:

- $T_1 \approx 3 \cdot 10^{-5}$

L'inserimento di questo polo consente di portare il diagramma di Bode sotto la zona proibita, attenuando efficacemente l'influenza degli errori di misura.

$$R_{d,polo} = \frac{1}{(1 + 3 \cdot 10^{-5}s)} \quad (4.7)$$

4.2.3 Sintesi regolatore dinamico completa

Il calcolo ci permette di ottenere un regolatore dinamico del tipo:

$$R_d(s) = \frac{1.275 \cdot 10^1 s + 1}{8.458 \cdot 10^{-9} s^2 + 3.119 \cdot 10^{-4} s + 1} \quad (4.8)$$

4.3 Sintesi regolatore completa

Il regolatore finale risulta essere:

$$R(s) = \underbrace{R_s}_{\text{Per errori misura e disturbi}} \cdot \underbrace{R_d(s)}_{\text{Polo ad alta frequenza e rete anticipatrice}} \quad (4.9)$$

Dal calcolo, otteniamo:

$$R(s) = \frac{1.567 \cdot 10^6 s + 1.229 \cdot 10^5}{8.458 \cdot 10^{-9} s^2 + 3.119 \cdot 10^{-4} s + 1} \quad (4.10)$$

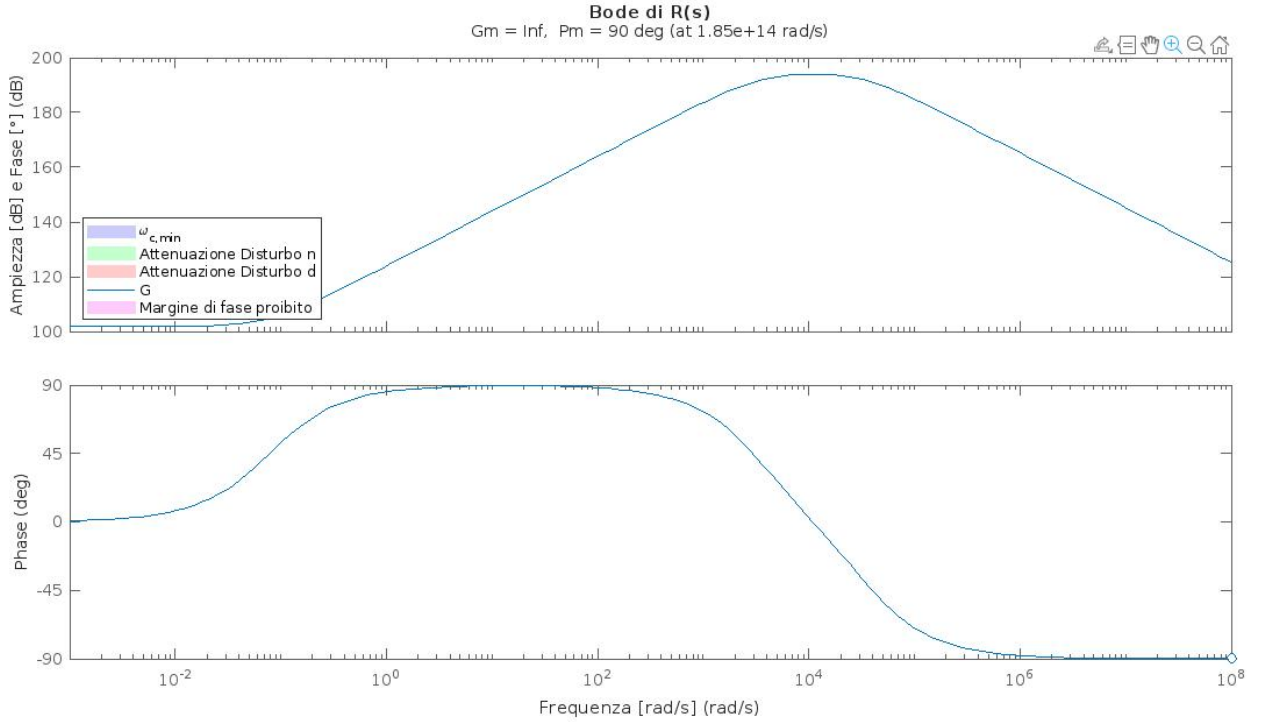


Figure 4: Diagramma di Bode della funzione in anello aperto $R(j\omega)$

4.4 Funzione ad anello aperto

La funzione in anello aperto $L(s)$ soddisfa ora le specifiche del sistema:

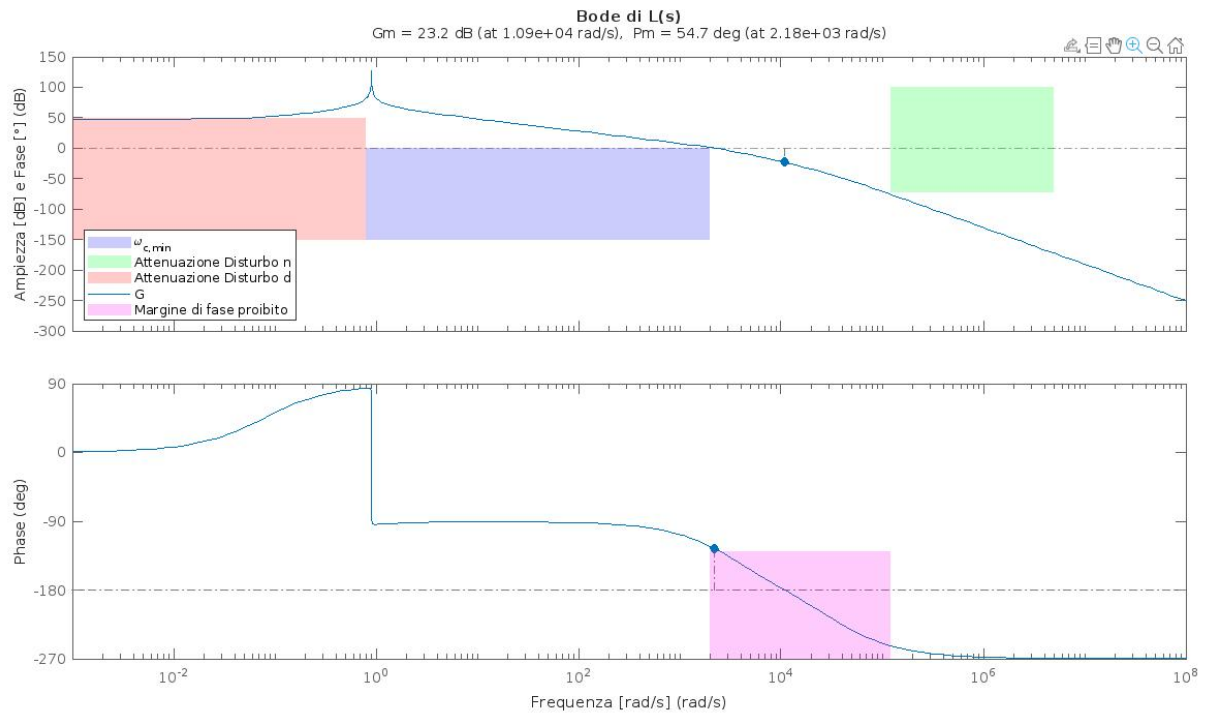


Figure 5: Diagramma di Bode della funzione in anello aperto $L(j\omega)$

5 Test sul sistema

5.1 Test sul sistema linearizzato

5.1.1 Test senza disturbi

Per testare il comportamento del regolatore applicato al sistema linearizzato, iniziamo con il considerare un gradino con equazione $w(t) = 1.5(t)$ come segnale di ingresso. Otteniamo un risultato di questo tipo:

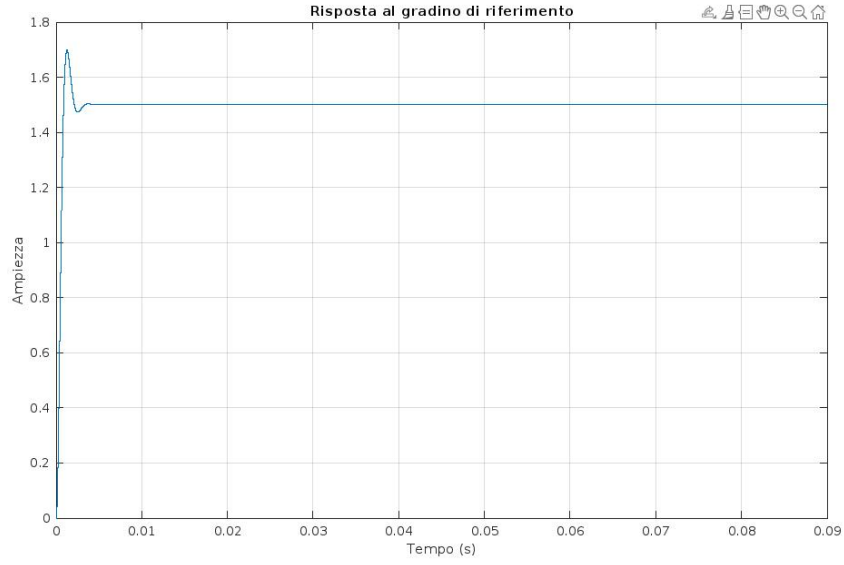
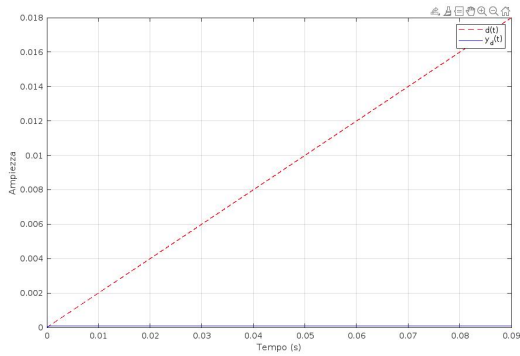


Figure 6: Simulazione di un gradino $w(t) = 1.5(t)$ in ingresso al sistema linearizzato

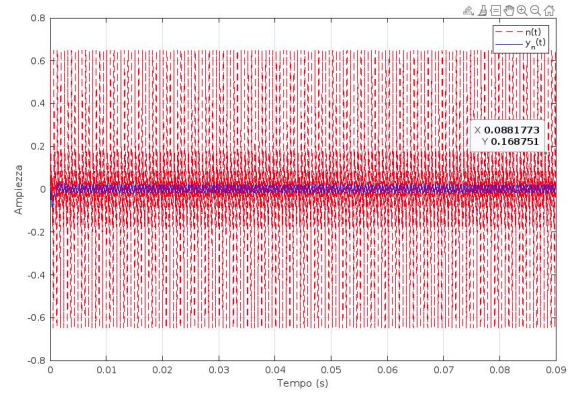
Il grafico della risposta evidenzia che il regolatore progettato è efficace, soddisfacendo sia la specifica sulla sovraelongazione che quella relativa al tempo di assestamento. Le prestazioni del sistema risultano ottimali, rispettando il vincolo temporale di assestamento in meno di 0.003 secondi.

5.1.2 Test con disturbi

Applichiamo ora i disturbi come da specifica della traccia:



(a) Sistema lineare con $d(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(0.1kt)$.



(b) Sistema lineare con $n(t) = \sum_{k=1}^4 0.2 \sin(2 \cdot 10^5 kt)$.

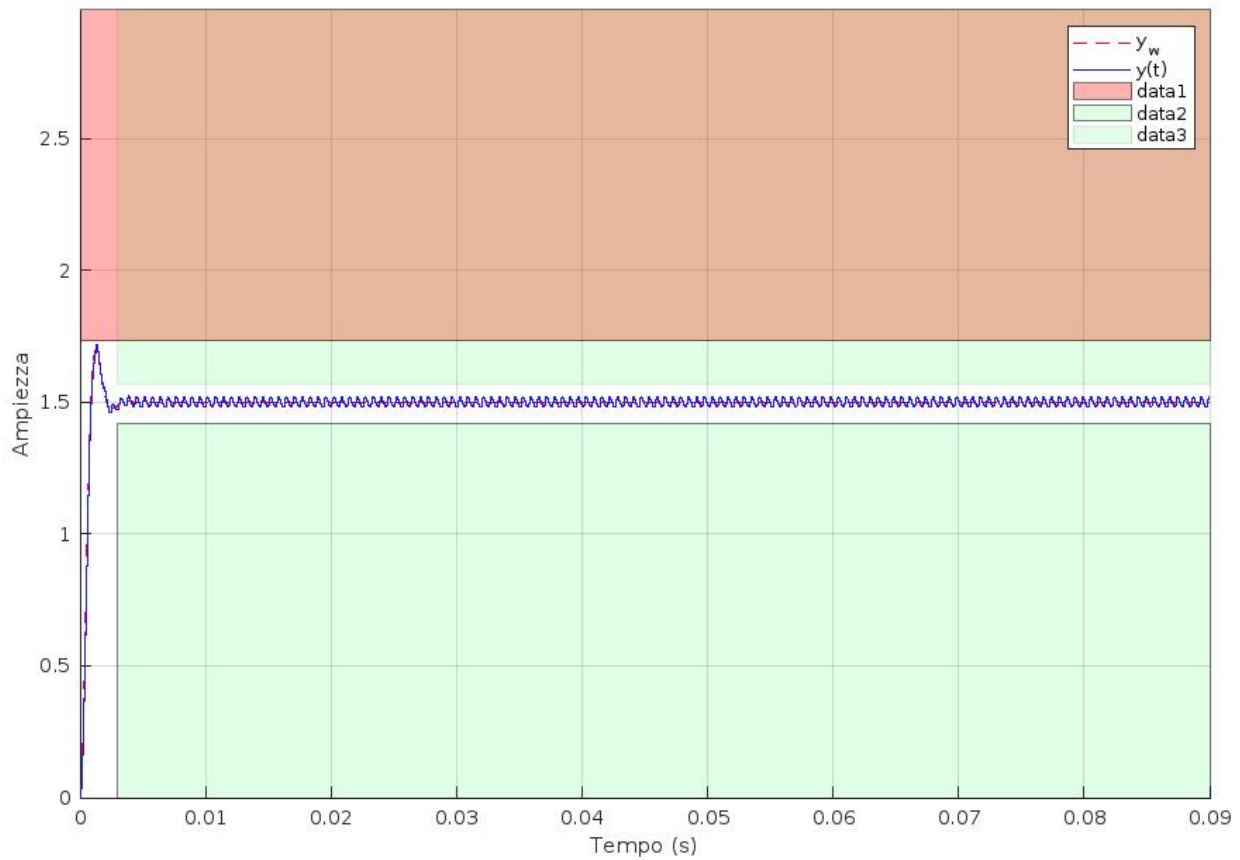


Figure 8: Risposta totale del sistema con entrambi i disturbi applicati

Il grafico della risposta evidenzia che il regolatore progettato è efficace anche dopo l'applicazione dei disturbi, riuscendo a mantenere una sovraelongazione controllata e a rispettare il margine di errore.

5.2 Test sul sistema non lineare

Una volta verificata l'efficacia del regolatore sul sistema linearizzato, vengono effettuate delle prove utilizzando gli stessi ingressi e disturbi per osservare la risposta del sistema non lineare. Il sistema in retroazione è stato modellato utilizzando Simulink:

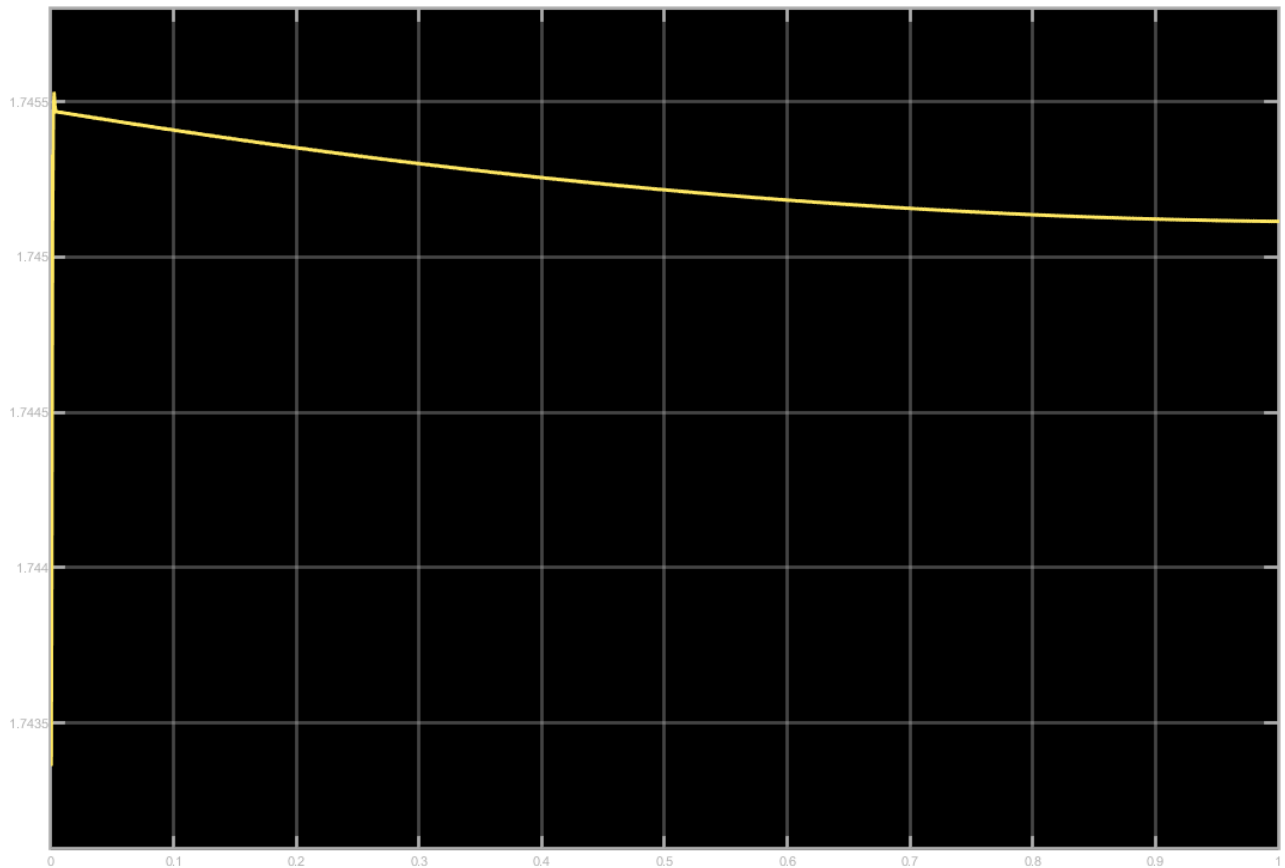


Figure 9: Simulazione grafica del sistema linearizzato con disturbi applicati

6 Punti Opzionali

6.1 Realizzazione interfaccia grafica

Con l'utilizzo di Processing e p5.js, è stata sviluppata una simulazione grafica interattiva del sistema, arricchita da uno slider che consente di selezionare la posizione angolare θ della tavola rotante. Abbiamo utilizzato un delta temporale discreto $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7}$ e il [Metodo di Eulero](#) per approssimare l'evoluzione del sistema

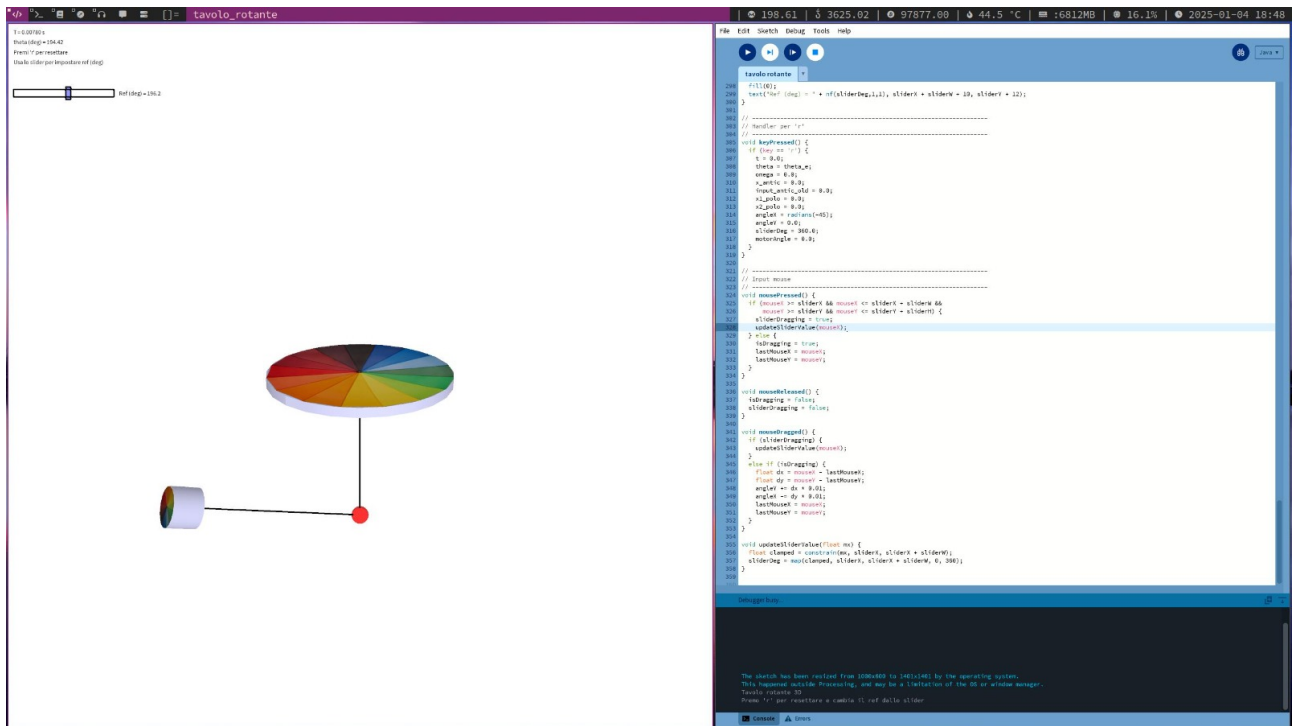
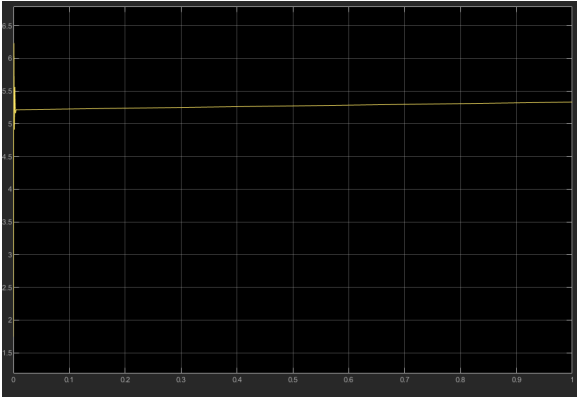


Figure 10: Simulazione grafica del sistema

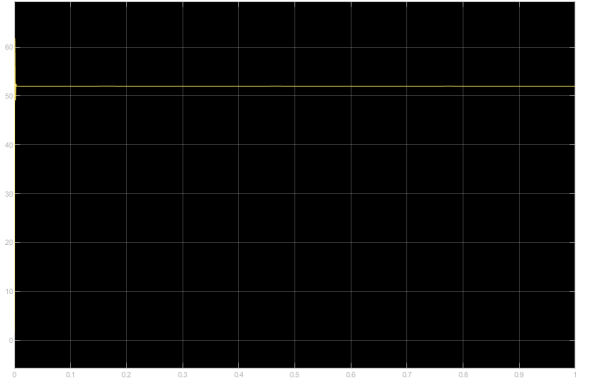
La simulazione è accessibile al seguente link: [Pagina Web](#).

6.2 Analisi range di condizioni dell'ampiezza del riferimento a gradino sul non lineare

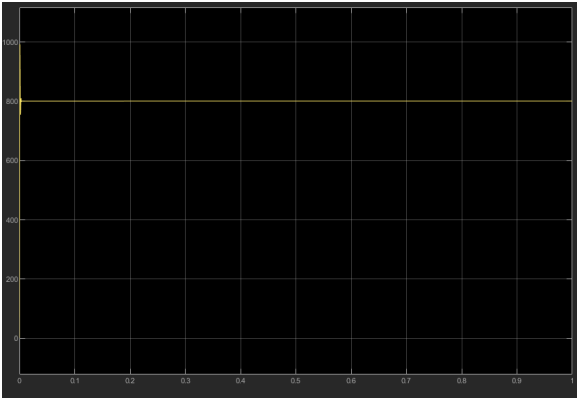
Applicando in ingresso al sistema non lineare gradini di ampiezze progressivamente crescenti di equazione $w(t) = A_g 1(t)$, osserviamo un andamento di questo tipo:



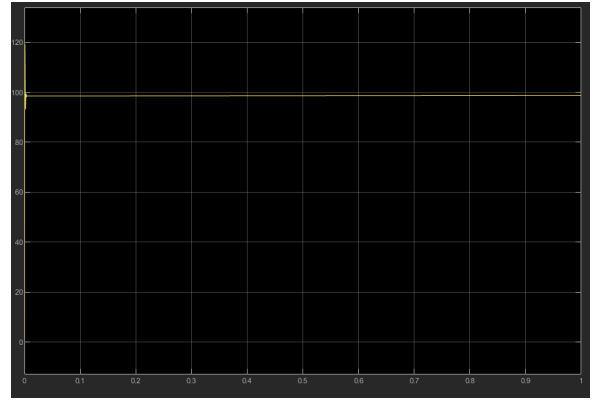
(a) Risposta un gradino di ampiezza $A_g = 5$



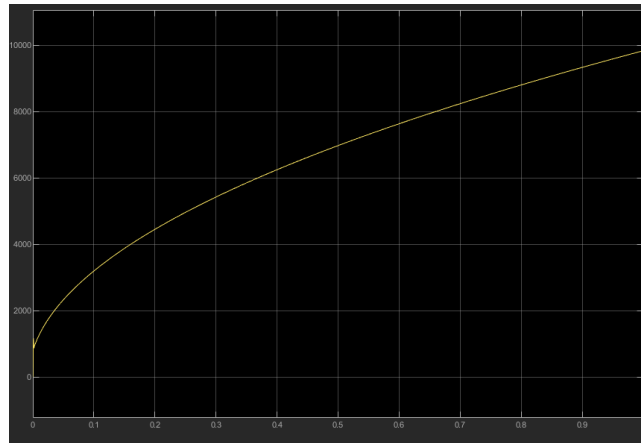
(b) Risposta un gradino di ampiezza $A_g = 50$



(c) Risposta un gradino di ampiezza $A_g = 800$



(d) Risposta un gradino di ampiezza $A_g = 100$



(e) Risposta un gradino di ampiezza $A_g = 1000$

Figure 11: Simulazioni con gradini progressivamente maggiori

La sovraelongazione del sistema aumenta proporzionalmente all'ampiezza del gradino (nonostante resti ugualmente nel range percentuale desiderato). Tuttavia, dopo aver dato in ingresso un gradino di ampiezza

molto alta (≈ 1000) l'output finale del sistema risulta chiaramente instabile.

7 Conclusioni

Il lavoro svolto è stato strutturato principalmente da una fase iniziale di analisi del sistema, una fase di realizzazione del regolatore e infine una fase di testing. Il sistema meccanico, essendo non lineare, è stato linearizzato attorno al punto di equilibrio. Questo ha permesso di studiarne il comportamento mediante strumenti propri dei sistemi LTI come il calcolo della **funzione di trasferimento**, permettendoci di astrarre il problema dal modello puramente "fisico".

Il regolatore progettato, composto da una parte **statica** per garantire precisione sull'errore a regime, e da una parte **dinamica** per rispettare le restanti specifiche, ha mostrato buone prestazioni sul sistema linearizzato, soddisfacendo i vincoli progettuali. Test con ingressi a gradino e disturbi sinusoidali ne hanno confermato la robustezza e la precisione.

Tuttavia, applicando il regolatore al sistema **non linearizzato** ricostruito su Simulink, sono emerse limitazioni significative. In assenza di disturbi, si osserva un aumento del tempo di assestamento e della sovraelongazione, particolarmente marcato aumentando l'ampiezza del gradino inserito. Con l'introduzione di gradini di ampiezza troppo ampia il sistema può addirittura divergere, mostrando quindi un'incapacità del regolatore di garantire la stabilità del sistema non lineare.

Queste differenze derivano dalla natura fortemente **non lineare del sistema**, che la linearizzazione non riesce a rappresentare con sufficiente accuratezza. La progettazione di un regolatore più sofisticato potrebbe migliorare le prestazioni e garantire una maggiore robustezza rispetto alle complessità del sistema reale.