Fondamento dei sistemi di controllo è la **retroazione**, ovvero decido istante per istante che ingresso dare al mio sistema sulla base di quello che leggo sull'uscita.

Sistema in retroazione

Vedi su onenote lo schema di un caso ideale: senza rumori e/o disturbi

Disturbi e rumori

Vedi onenote

Schema di controllo in retroazione

> [!tip] Funzione di trasferimento in anello aperto
>
> $$L(s) = R(s)G(s)$$

Se rompessimo la retroazione avremmo questa funzione di trasferimento.

> [!warning] Attenzione Chiamiamo $y_{RIF} = w$ per comodità ## Schema semplificato Possiamo ricondurci ad una versione semplificata che **comunque cattura tutti gli aspetti dello schema generale**.

Compito del controllista

Il nostro ruolo è quello di progettare un **regolatore** e fare in modo che la y sia il più simile possibile a w.

Dobbiamo stare attenti ai disturbi sull'uscita e sulla misura, e dobbiamo cercare di attenuarli il più possibile.

Disaccoppiamento frequenziale dei segnali

Facciamo un'ipotesi per operare meglio sui sistemi da controllare: **Supponiamo** che nelle nostre applicazioni (e in generale in ambito ingegneristico) tipicamente le bande dei segnali in ingresso $w(t)$, $d(t)$ e $n(t)$ siano limitate in alcuni range.

- $w(t)$ e $d(t)$ hanno bande a **basse frequenze**
- $n(t)$ ha bande ad **alte frequenze**

Ipotizziamo che quindi esista una certa **separazione frequenziale** tra questi segnali.

> [!question] Ma w non può subire una variazione immediata (e quindi avere una trasformata con infiniti valori?)

Stabilità dei sistemi di controllo

Prestazioni di un sistema di controllo

- Specifiche (o requisiti) statiche (per $t \to \infty$)
- Specifiche (o requisiti) dinamiche (legate al transitorio) Ci interessa in particolare
    - la *sovraelongazione*
    - e il *tempo di assestamento*

Prestazioni dinamiche

- **Tempo di assestamento**, **sovraelongazione massimi** in risposta ad un riferimento w
- **Risposta a disturbi** d e n. Un diagramma di bode che in certe frequenze deve essere molto negativo in ampiezza.
- Moderazione della variabile di controllo u, in entrata al sistema vero e proprio

Stabilità robusta

> [!warning] Noi vorremmo la **stabilità della** $F(s)$!!!

Potremmo già farlo considerando i poli della $F(s)$, ma proviamo a ragionare **in frequenza:**

> [!warning] Criterio di bode (IMPORTANTE) Voglio la stabilità del **sistema retroazionato** !!! eppure !!! **lo faccio controllando delle proprietà sul sistema in anello aperto** $L(s)$
>
> Mi serve solo **un punto del diagramma di Bode** per determinare se la $L(s)$ rispetta il citerio.

Si dimostra che la **stabilità robusta** è legata **esclusivamente** ai **poli della funzione di trasferimento di** $L(s)$.

Margine di fase e di ampiezza

Ci servono per enunciare il criterio di Bode

> [!tip] Definizione: ω_c Pulsazione critica, tc.
>
> $$|L(\omega_c) = 0|_{dB}$$

^d7de59

Ovvero la omega per cui avviene l'intersezione del diagramma di Bode in ampiezza con l'asse dei 0 dB.

> [!tip] Margine di fase
>
> $$\begin{aligned} M_f &= arg(L(j\omega_c)) - (-180\deg) \\ &= 180\deg + arg(L(j\omega_c)) \end{aligned}$$
>
> Ovvero la "distanza con segno" rispetto ai -180gradi

^8e11ef

> [!tip] Definizione: ω_π
> $$\omega_\pi$$
> per il quale
> $$arg(L(j\omega_\pi)) = -180\deg$$

Ovvero il duale della [[#^d7de59|pulsazione critica]].

> [!tip] Margine di ampiezza
>
> $$M_a = -|L(\omega_\pi)|_{dB}$$

> [!error] Condizione che non ci piace: - Ampiezza: 0db - Fase: 180deg

Criterio di Bode (IMPORTANTE)

Teorema (Criterio di Bode)

Ipotesi: - $L(s)$ non ha poli a parte reale (strettamente) negativa - Il diagramma di bode del modulo di $L(j\omega)$ attraversa solo una volta l'asse a 0 dB

Tesi: Il sistema **retroazionato** è **asintoticamente stabile** (stabilità robusta)

SE E SOLO SE

$\mu > 0$ e $M_f > 0$

> [!warning] ATTENZIONE Do delle condizioni sulla L per avere risultati della F. A me interessa la stabilità del sistema **retroazionato**.

Osservazioni: - Noi calcoliamo il **margine di fase** (non ci basta sia maggiore di 0) - La L non la abbiamo. Useremo questo metodo per **sintesi**.

Ricordiamo che $L(j\omega) = R(j\omega)G(j\omega)$, di cui conosciamo la G ma **possiamo scegliere** la R.

Margini di fase: casi patologici

- **Intersezioni multiple**
- **Nessuna intersezione**

Ci rendono impossibile applicare il criterio di Bode.

Robustezza rispetto a incertezze sul guadagno

Il margine di guadagno ci dice **quanto possiamo cambiare il guagagno statico** prima che il nostro **sistema in retrazione diventi instabile**.

Ci dice quanto robusto sono *in stabilità* in termini di variazione del guadagno.

Robustezza rispetto a ritardi temporali

Supponiamo di avere un sistema in cui supponiamo di non avere ritardi, ma alla fine ci ritroviamo un ritardo.

Se andiamo a calcolare l'argomento della L finale, ovvero quella con il ritardo, ci accorgiamo che il ritardo **riduce** il margine di fase.

Quindi il **margine di fase** è un **indice di robustezza rispetto ad eventuali ritardi**

$$\tau_{\max} < \frac{M_f}{\omega_c}$$

Ripassare BIBO stabile, stabilità asintotica

Funzioni di sensitività

Non abbiamo solo l'ingresso la w, ma abbiamo altri input (n, d).

$$w = y_{RIF}$$

Dovrei cercare di capire cosa accade quando agiscono tutti e tre gli ingressi.

Possiamo sfruttare una proprietà legata alla **linearità** del sistema, ovvero la **sovrapposizione degli effetti**.

Oltre ad essere interessati all'uscita, siamo anche interessati a: - $e(t) = w(t) - y(t)$; - $u(t)$ è **l'ingresso di controllo del sistema**, ovvero quello in uscita al controllore $R(s)$.

Abbiamo quindi un sistema con **tre ingressi e tre uscite**.

Vedi onenote per spiegazione delle funz.

> [!tldr] Funzioni di sensitività Le funzioni di sensitività sono **funzioni di trasferimento**

Cercheremo di avere: ....

Possiamo quindi rimappare le specifiche che abbiamo visto su queste appena trovate.

Vogliamo relazionare le funzioni di trasferimento alla $L(j\omega)$

> [!tip] Ricorda! Ho bisogno di proprietà in anello chiuso, ma grazie al **criterio di Bode** posso verificare una condizione su L e non sul sistema retroazionato.

Separazione di banda

Sarà fondamentale la **separazione di banda** vista in precedenza. - w, d in **basse frequenze** - n in **alte frequenza**

Vogliamo quindi una R tale che: - $|L(jw)| \gg 1$ a basse frequenze - $|L(jw)| \ll 1$ ad alte frequenze

Vedi onenote

Poli c.c. di $F(s)$ e margine di fase

Approssimiamo $F(s)$ a poli complessi coniugati dominanti.

Questo perchè possiamo considerare che **tutto il resto agisce dopo (in frequenza) quindi non ci interessa**

Usiamo due poli c.c. perchè *inglobano* anche il caso di poli reali. Vedremo che infatti il comportamento del sistema è questo.

... *Vedi slide e onenote*

Abbiamo quindi trovato una **relazione** tra **un parametro del sistema in anello chiuso** ξ (ha a che fare con la $F(j\omega)$) ed **un parametro (M_f) del sistema in anello aperto** (ha a che fare con la $L(j\omega)$)

> [!tldr] Margine di fase **Formula:**
>
> $$\xi \approx \frac{M_f}{100}$$
>
> **Parametri coinvolti:** - tempo di assestamento - sovraelongazione
>
> [!warning] Ricorda
> $$L(j\omega) = R(j\omega)G(j\omega)$$

Analisi dell'errore ad un gradino

Ovvero l'errore che commettiamo per $t \to \infty$

Vedi onenote

> [!warning] Nota n(t) alte frequenze che non ha una componente continua (la sua media è circa 0)
>
> Quindi non aspettiamo che abbia un 1(t).
>
> Inoltre se la F è fatta bene (come vista prima) la n è ridotta di un sacco a basse freq.

Analisi statica: errore a ingressi W/s^k

Generalizzazione del caso precedente

Se $k = 2$: rampa

Per casa: fare conto che abbiamo fatto

Vedi slides

Se impongo un segnale che ha k poli nell'origine, ho bisogno di almeno k poli nell'origine per non divergere. Se $g = k - 1$ allora avrò un errore finito.

Per una rampa ho bisogno di almeno 2 poli nell'origine (per non divergere).

> [!tldr] **Principio del modello interno**

Qual è il significato di questa condizione? *Vedi onenote*