

Slide aggiornate [[CAT\_parte2\_2023\_10\_11.pdf]]

L'evoluzione libera di un LTI è:

$$\dot{x}(t) = Ax(t)$$

Ricordiamo come sono fatti gli *equilibri* di un sistema lineare tempo invariante:

In generale  $f(x) := Ax$ , e sappiamo che gli equilibri sono  $f(x_E) = 0$ , quindi

$$Ax_E = 0$$

In particolare  $x_E = 0$  è **sempre** un equilibrio del sistema.

## Proprietà di sistemi LTI

[!warning] Proprietà: *Stabilità di un sistema LTI* Tutti gli equilibri (e tutte le traiettorie) di un sistema LTI hanno la stessa proprietà di stabilità di  $x = 0$ .

Parleremo quindi di **stabilità del sistema**

Se io studio le prop. di stabilità di origine di un LTI, esse valgono per tutti gli equilibri.

**Stabilità di un *equilibrio*  $\implies$  Stabilità di un sistema**

## Stabilità interna di sistemi LTI

[!error] Teorema: *Stabilità asintotica di un sistema LTI* Un sistema LTI è asintoticamente stabile **se e solo se** tutti gli autovalori hanno parte reale (*strettamente*) negativa ( $< 0$ ).

[[CAT\_parte2\_2022\_09\_20.pdf#page=89&selection=27,7,33,2|CAT\_parte2\_2022\_09\_20, page 89]]

[!tip] Definizione: *Marginalmente stabile* Stabile ma non asintoticamente stabile

[!info] Teorema: *Stabilità marginale di un sistema LTI* Un sistema LTI è stabile **se e solo se** - tutti gli autovalori hanno parte reale minore o uguale a zero e - tutti gli autovalori a parte reale nulla hanno molteplicità geometrica uguale alla molteplicità algebrica (i mini-blocchi di Jordan associati hanno dimensione uno).

[[CAT\_parte2\_2022\_09\_20.pdf#page=89&selection=34,0,39,69|CAT\_parte2\_2022\_09\_20, page 89]]

## Come trovare la stabilità di un sistema LTI

Calcolo gli autovalori della matrice A. - Se sono a parte reale negativa, è stabile.  
- Altrimenti devo capire cosa succede.

### Osservazione 1

La stabilità di sistemi LTI è **sempre globale**. (*vedi onenote*)

### Osservazione 2

Se un sistema LTI è (globalmente) asintoticamente stabile, allora  $x = 0$  è l'unico equilibrio.

[!info] Nota Anche per sistemi non lineari, se  $x_e$  è G.A.S (globalmente asintoticamente stabile) allora è l'unico equilibrio.

Se il mio equilibrio è *globalmente* attrattivo deve per forza essercene uno.

$x = 0$  c'è per forza. Se è GAS non ce ne possono essere altri.

m.a. = m.g. -> tutti i blocchi di Jordan di dimensione 1

Next: [[2.2 - Controllo]]