UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS

CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

RELATÓRIO DE PESQUISA OPERACIONAL

O PROBLEMA DO SÍTIO

JOÃO PEDRO SILVA CUNHA

PALMAS (TO)

2023

RESUMO

Este relatório apresenta um breve estudo de um problema de programação linear que trata sobre o planejamento da estratégia de plantio em um sítio, visando maximizar a rentabilidade na próxima safra. Com base em informações fornecidas pelos órgãos governamentais, identificou-se que as culturas mais rentáveis serão trigo, arroz e milho. Além disso, considerando a produtividade da terra para essas culturas o sitiante planeja utilizar a área cultivável de 200.000 m2. Contudo, devido à falta de um local de armazenamento próprio, a produção máxima está limitada a 60 toneladas. Com base nas demandas do próprio sítio, é necessário plantar 400 m2 de trigo, 800 m2 de arroz e 10.000 m2 de milho. O objetivo deste estudo é desenvolver uma estratégia de plantio que otimize o uso da área disponível e maximize a rentabilidade, considerando as restrições de produção impostas.

Palavra-chave: LaTeX. UFTeX. Relatório da Disciplina. Algoritmo de otimização. Programação Linear. Trabalho Academico.

ABSTRACT

This report presents a brief study of a linear programming problem that deals with the planning of the planting strategy in a site, aiming to maximize the profitability in the next harvest. Based on information provided by government agencies, it was identified that the most profitable crops will be wheat, rice and corn. In addition, considering the productivity of the land for these crops, the farmer plans to use the arable area of 200,000 m2. However, due to the lack of its own storage facility, the maximum production is limited to 60 tonnes. Based on the demands of the site itself, it is necessary to plant 400 m2 of wheat, 800 m2 of rice and 10,000 m2 of maize. The objective of this study is to develop a planting strategy that optimizes the use of the available area and maximizes profitability, considering the imposed production restrictions.

Keywords: LaTeX. UFTeX. Discipline Report. Optimization algorithm. Linear Programming. Academic Work.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A otimização de recursos e a maximização de resultados têm se tornado preocupações constantes em diversos setores, desde a indústria até a agricultura. Diante desse cenário, a Programação Linear (PL) tem desempenhado um papel fundamental ao fornecer métodos eficientes para solucionar problemas complexos de otimização. A PL é uma abordagem matemática poderosa que busca encontrar a melhor solução para um conjunto de restrições, levando em consideração a maximização ou minimização de uma função objetivo.

O algoritmo Dual Simplex é uma extensão do algoritmo Simplex utilizado para resolver problemas de programação linear. Enquanto o algoritmo Simplex se concentra na otimização de uma solução primal, o Dual Simplex se baseia na otimização de uma solução dual.

O processo do algoritmo Dual Simplex envolve a seleção de uma variável dual não básica que pode ser alterada para melhorar a solução dual, mantendo as restrições primais satisfeitas. Em seguida, realiza-se um passo de pivô para determinar a nova solução, levando em consideração a variável dual selecionada.

1.1 Metodologia

Com o auxílio do livro em que ja consta uma solução matemática para o tal problema, vamos construir um programa usando o GLPK (Gnu Linear Programming Kit)e seu método MathProg, sendo esse o objetivo principal deste trabalho, pois o GLPK vai ficar responsável pelo trabalho árduo fazendo a execução do algoritmo dual simplex nos retornando um resultado no qual faremos uma breve análise posteriormente.

1.2 Arquivos

O programa basicamente dois arquivo sendo um deles modelo para a resolução no qual vai constar apenas uma abstração do problema, isto é, definição das variáveis de decisão, elaboração da função objetivo e formulação das restrições, e o outro arquivo será uma base de dados assumindo valores para essas variáveis e paramêtros definidos anteriormente. Perceba que o uso do método MathProg nos permite uma autonomia maior sobre o problema pois como se trabalha com um modelo, significa que de forma dinâmica pode-se usar diferentes valores (base de dados) assim obtendo diferentes resultados. Sendo esses resultados um arquivo de texto contendo as informações de saída.

1.3 Problema

O problema do sítio descreve um cenário agropecuária em que precisa-se de uma estratégia para o plantio do ano seguinte. Com um conjunto de informações (experiência e dados governamentais) o dono do sítio sabe que o trigo, arroz e milho serão as escolhas mais rentáveis. E sabe-se que:

Tabela 1 – Restrições do problema do plantio.

Grão	Produtividade em Kg por m^2	Lucro por Kg de Produção
Trigo	0.2	10.8 centavos
Arroz	0.3	4.2 centavos
Milho	0.4	2.03 centavos

Compreende-se que devido à logística a produção máxima em toneladas está limita a 60 (60.000Kg) e a área de cultivo restrito a 200.000m^2. E para atender às demandas do próprio sítio, está definido que seja plantado pelo menos 400m^2 de trigo, 800m^2 de arroz e 10.000m^2 de milho.

1.3.1 Solução

Neste exemplo poderia surgir uma possível dúvida sobre qual variável de decisão usar visto que teríamos como opção: quantidade de quilos a ser produzida para cada grão ou área a ser plantada. Nesta solução vamos considerar a aŕea a ser plantada calculando-se, desse modo, as variáveis em área.

$x_i \equiv$ area em m^2 a ser plantada do grão do tipo i=(T-Trigo, A-Arroz, M-Milho)

Os coeficientes da função objetivo deverão ser calculados multiplicando a produtividade por quilo pelo lucro previsto para cada quilo. O resultado será em unidade monetária, no caso, centavos.

$z =$ Maximizar $f(x) = 2,16x_T + 1,26x_A + 0,812x_M$

Com isso teremos que definir nossas restrições para tanto observamos as:

a) Restrições associadas à demanda do sítio (em m^2):

$x_T \geq 400$

$x_A \geq 800$

$x_M \geq 10.000$

b) Restrição associada a área total disponível:

$x_T + x_A + x_M \leq 200.000$

c) Restrição associada ao armazenamento (em quilos)

Nesse caso teremos de utilizar os coeficientes da produtividade por unidade de área para obter um valor final em quilos:

$0,2x_T + 0,3x_A + 0,4x_M \leq 60.000$

d) Restrições de não negatividade

$x_T \geq 0, x_A \geq 0, x_M \geq 0$

Tendo todo esses fatores podemos partir para a estruturação do nosso programa GLPK a fim de resolver e obter resultados para este problema.

2 PROGRAMA

Os arquivos para execução do programa se encontram em um repositório do github clique aqui para ser redirecionado até o mesmo ou acesse <https://github.com/pixies0/problema-do-sitio>.

2.1 Modelo

```
1 set CULTURAS;
2 param produtividade{CULTURAS};
3 param lucro{CULTURAS};
4 param demanda{CULTURAS};
5
6 var area{CULTURAS} >= 0;
7
8 param MaxArea;
9 param MaxProductionTon;
10
11 maximize lucro_total: sum{i in CULTURAS} produtividade[i] * lucro[i] * area[i];
12
13 s.t. AreaTotal: sum{i in CULTURAS} area[i] <= MaxArea;
14 s.t. MaxProduction: sum{i in CULTURAS} produtividade[i] * area[i] <= MaxProductionTon;
15 s.t. DemandConstraints{i in CULTURAS}: area[i] >= demanda[i];
```

No arquivo .mod você ira se deparar com algo semelhante a isso, em que nas linhas 1 4 definimos um conjunto de valores, e alguns parâmetros para esse conjunto e na linha 6 uma variável que também faz referência ao conjunto CULTURAS e ja definimos a restrição trivial de não negatividade equivalente à $x_T \geq 0, x_A \geq 0, x_M \geq 0$.

Posteriormente vamos definir dois parâmetros que serão limitadores (lower upper bound) um referente ao número máximo de m^2 que pode ser utilizado e o outro a nível de produção o número máximo a que se pode chegar.

Com isso podemos definir e elaborar nossa função objetivo na linha 11, que será a soma do produto da produtividade pelo lucro pela area de cada indice dentro do conjunto CULTURAS. De modo que as restrições ja discutidas anteriormente que se encontram nas últimas linhas do arquivo seja atendida.

2.2 Dados

```
1 data;
2
3 set CULTURAS := Trigo Arroz Milho;
4 param produtividade :=
5     Trigo 0.2
6     Arroz 0.3
7     Milho 0.4;
8 param lucro :=
9     Trigo 10.8
10    Arroz 4.2
11    Milho 2.03;
12 param demanda :=
13    Trigo 400
14    Arroz 800
15    Milho 10000;
16
17 param MaxArea := 200000;
18 param MaxProductionTon := 60000;
19
20 end;
```

Agora que ja temos um modelo no qual abstrai totalmente o problema, podemos definir nosso conjunto de valores que, no caso, será usado os valores que se encontra na Tabela 1. Portanto desse modo temos nossos respectivos valores e podemos executar o nosso programa.**Observação:** eu poderia no modelo do programa ter setado mais um conjunto referente as áreas em que faria relação direta com o outro conjunto dos Grãos, ao invés disso preferi criar um parâmetro chamado demanda para os grãos (linhas de 12 a 15).

```
set AREAS := S1 S2 S3;
param area_disponivel :=
    S1 400
    S2 800
    S3 10000;
```

Repare determinada semelhante entre os modelos, porém da maneira que foi optado tornou a composição do programa mais fácil.

3 RESULTADOS

3.1 Saída

```
Problem:    place
Rows:       6
Columns:    3
Non-zeros:  12
Status:     OPTIMAL
Objective:  lucro_total = 1253400 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound
------ ------------ -- ------------- ------------- -------------
     1 lucro_total  B    1.2534e+06
     2 AreaTotal    NU       200000                       200000
     3 MaxProduction
                    B         42080                        60000
     4 DemandConstraints[Trigo]
                    B        189200           400
     5 DemandConstraints[Arroz]
                    NL          800           800
     6 DemandConstraints[Milho]
                    NL        10000         10000

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound
------ ------------ -- ------------- ------------- -------------
     1 area[Trigo]  B        189200             0
     2 area[Arroz]  B           800             0
     3 area[Milho]  B         10000             0
```

O resultado do modelo indica que foi encontrada uma solução ótima para o problema, com um valor de lucro total igual a 1.253.400. Percebe-se que devido à escolha das variáveis de decisão se basear na produtividade por área o programa tentou e conseguiu se aproximar ao valor maximo possível no caso o limite superior, e por isso nao atingiu o limite superior referente a produção por peso e chegou a um resultado de 42080Kg.

Visto que o trigo era o grão que retornava mais lucro apesar de ser o que produzia menos Kg por m^2 o programa preferiu alargar a escala de sua produção visando maximizar a função objetivo (lucro) e ainda sim atendeu os limites inferiores a serem atendidos pelos os outros grãos.

Obtendo assim então o seguintes valores ótimos para nossas variáveis de decisoes.

```
1 area[Trigo]          189200
2 area[Arroz]             800
3 area[Milho]           10000
```

189200m^2 dedicado para o plantio de trigo, o valor mínimo de 800m^2 para o plantio de arroz e o valor mínimo de 10000m^2 para o plantio de milho.

3.2 Considerações

A solução obtida pelo modelo MathProg (GLPK) apresentou-se como uma solução ótima, atingindo o lucro máximo possível dentro das restrições estabelecidas. A análise dos resultados revelou uma alocação de áreas que atendeu às demandas do próprio sítio, bem como respeitou a capacidade de produção máxima e a área cultivável disponível.

Considerando as conclusões obtidas, é possível destacar alguns pontos relevantes:

Viabilidade prática: A solução obtida pode servir como base para a tomada de decisões na prática, auxiliando no planejamento da alocação de áreas e na maximização do lucro em um sítio agrícola.

Maximização do lucro: O modelo foi capaz de encontrar uma alocação de áreas que maximizou o lucro total. Isso mostra a eficácia do uso de técnicas de programação matemática para otimizar a tomada de decisões em problemas de alocação de recursos.

Em suma, o modelo proposto e a solução encontrada fornecem uma abordagem eficiente para o problema de alocação de áreas de cultivo, considerando a produtividade e o lucro esperado.

A aplicação de técnicas de programação matemática permite otimizar a tomada de decisões e encontrar soluções que atendam às restrições e objetivos específicos. Essa abordagem pode ser útil para qualquer entidade que busca por melhores resultados e uso eficiente dos recursos disponíveis capaz de descrever/modelar problemas através da programação linear.

REFERÊNCIAS

Marco Goldbarg, Henrique Luna - Otimização Combinatória e Programação Linear (2005, Campus)